УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

новые приборы и методы измерений

СРАВНЕНИЕ ЧАСТОТ МЕТОДАМИ СИНУСОИДАЛЬНОЙ И ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ РАЗВЕРТОК

А. И. Фюрстенберг

Электронно-лучевая трубка позволяет сравнивать частоты в широком диапазоне с большой гибкостью и чувствительностью (при времени наблюдения З мин—до 1,5·10⁻⁶ гу). По сравнению с другими методами сравнения частот, осциплографические методы дают возможность использовать большие пределы отношений частот и таким образом, меньше нуждаются в генерировании гармоник и субгармоник.

Электронный осциплограф является индикатором равенства, кратности или нахождения в определенном отношении двух частот лишь в пределах узкого (при отношении частот 1:1 не более примерно ± 2 гу) интервала частот, в котором человеческий глаз способен уверенно различать изменения, происходящие в очертании светящейся фигуры.

Наиболее удобно сравнивать частоты, пользуясь неподвижными изображениями. Это возможно при наличии плавной регулировки частоты у одного из генераторов. Сравнивая фиксированные частоты, определяют разностную частоту путем измерения периода повторения движущейся фигуры, т. е. интервала времени, в течение которого фигура претерпевает полную последовательность превращений.

Осциллографические методы сравнения частот обычно применяются в днапазоне частот примерно от 10 гу до 30 Мгу.

І. МЕТОД СИНУСОИДАЛЬНОЙ РАЗВЕРТКИ*

Данный метод отличается предельной простотой принципиальной схемы: напряжения измеряемой и известной частот подаются на отклоняющие пластины осциллографической трубки ¹⁻⁷. При обычных измерениях частоты, когда кратковременные фазовые нестабильности усилителей осциллографа еще не играют существенной роли, а их частотные характеристики обеспечивают прохождение сравниваемых частот, можно подавать оба напряжения на входные зажимы прибора. Это позволяет сравнивать частоты при малых напряжениях, а также удобно регулировать размеры и форму фигуры.

Сдвиг фаз между напряжениями сравниваемых частот измеряется в долях периода высшей частоты. Разность фаз 180° означает, что начало положительной полуволны напряжения высшей частоты отделено от на-

^{*)} Автор избегает пользоваться неоднозначным термином фигуры Лиссажу.

чала положительной полуволны напряжения низшей частоты интервалом времени, равным половине периода высшей частоты.

Рассмотрим образование фигур синусоидальной развертки при отношении частот 2:1 в случае равенства амилитуд отклонения луча в горизонтальном и вертикальном направлениях. Вертикальное отклонение луча составляет U_yS_y , где U_y —напряжение на вертикальных пластинах, S_y —чувствительность осциллографической трубки в вертикальном направлении. Горизонтальное отклонение луча равно U_xS_x , где U_x —напряжение на горизонтальных пластинах и S_x —чувствительность трубки в горизонтальном направлении. В нижней части рис. 1 показана зависимость отклонения светящегося пятна от его начального положения в точке I с течением времени под действием горизонтального отклоняющего напряжения. В правой части рис. 1 приведена аналогичная диаграмма для вертикального отклонения пятна. Результирующая фигура образуется из последовательности положений светящегося пятна на экране трубки в течение периода низшей частоты.

Если отношение частот точно равно отношению двух целых чисел, то след, вычерчиваемый электронным лучом, накладывается сам на себя. и на экране осциллографа возникает неподвижное изображение.

Форма осциллограммы зависит не только от интересующего экспериментатора отношения сравниваемых частот, но также и от соотношения амплитуд, сдвига фаз между обоими напряжениями, наличия высших гармоник. Методы расшифровки изображений позволяют однозначно установить отношение частот.

На рис. 2—4 приведены фигуры синусоидальной развертки при равных амилитудах отклонения луча по вертикали и горизонтали и синусоидальной форме напряжений сравниваемых частот. При равенстве частот на экране осциллографической трубки видны простые фигуры без перекрещивающих линий—прямая линия, эллипс с различным наклоном осей или окружность. По мере увеличения отношения частот осциллограмма усложняется. Дробные отношения частот дают тем большее число петель или пиков, чем большие числа находятся в числителе и знаменателе несокращаемой дроби, выражающей это отношение (рис. 2, 5). При перемене местами напряжений на горизонтальных и вертикальных пластинах электронно-лучевой трубки изображения поворачиваются на 90°.

Если отношение частот близко к отношению двух целых чисел, на экране осциллографа появляется движущаяся фигура, последовательно проходящая через все возможные фазовые положения. При этом создается впечатление, что фигура изображена на прозрачном цилиндре, ось вращения которого параллельна плоскости экрана.

Если отношение частот отличается от целого числа или рациональной дроби таким образом, что разность между измеряемой частотой и ближайшей частотой, дающей какое-либо неподвижное изображение, превышает примерно 20 εψ, то на экране осциллографа виден бледный равномерно светящийся прямоугольник. Это вызвано тем, что пятно непрерывно изменяет траекторию своего движения. По мере приближения отношения частот к отношению двух целых чисел траектории сближаются, мерцающие линии постепенно сливаются в одну движущуюся фигуру, которая останавливается, когда указанное отношение точно достигнуто. При дробно-рациональном отношении частот период повторения фигуры сокращается, по сравнению с целочисленным отношением частот ^{8,9}. Изменение фазы высшей частоты, в течение которого изображение совершает полную последовательность превращений, определяется делением 2π на меньшее из чисел, входящих в состав несокращаемой дроби, выражающей отношение частот (см. рис. 2).

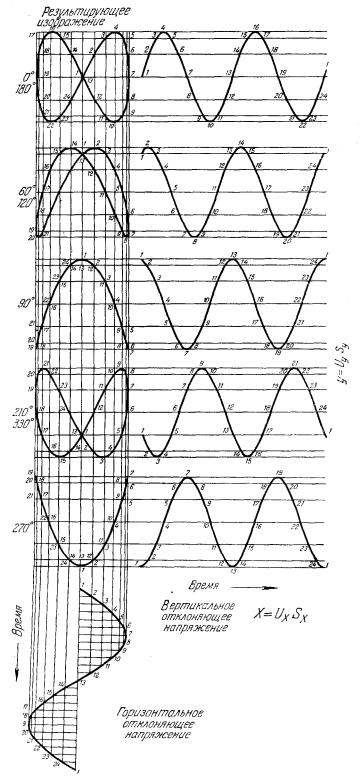


Рис. 1. Образование фигур синусоидальной развертки при отношении частот 2 : 1 для различных фазовых сдвигов φ между отклоняющими напряжениями U_x и U_y .

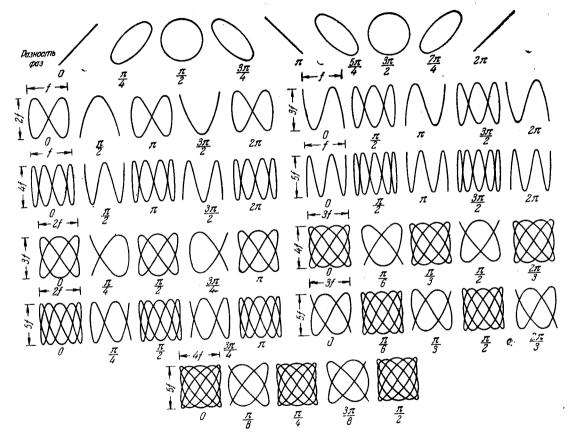


Рис. 2. Различные фигуры сипусоидальной развертки при равенстве отклонений луча по горизонтали и вертикали.



Рис. 3. Фигуры синусондальной развертки при отношении частот 2:1.

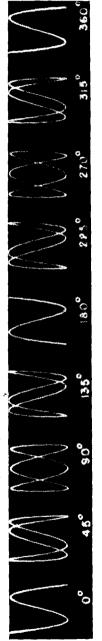


Рис. 4. Фигуры синусоидальной развертки при отношении частог 3:1.

Расшифровка фигур синусоидальной развертки наиболее просто и удобно выполняется «методом касательных» 10. Согласно этому методу к двум сторонам изображения проводят касательные, как показано пунктирными линиями на рис. 6, а, и подсчитывают число пиков или петель фигуры, которые соприкасаются с касательными. Отношение чисел касаний равно отношению сравниваемых частот. Когда петли фигуры совпадают друг с другом, каждую петлю или пик считают за две единицы, а свободный конец кривой—за одну единицу (рис. 6, б). При небольшом навыке можно, вместо подсчета числа касаний, сосчитать число петель,

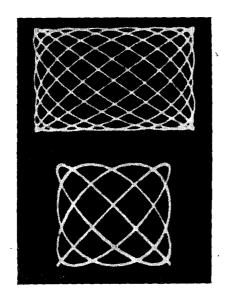


Рис. 5. Фигуры синусоидальной развертки при отношении частот 8:7 (различные фазовые положения).

пиков и свободных концов кривой на сторонах изображения.

Удачный выбор размеров фигуры облегчает ее расшифровку. Так, осциллограмма на рис. 7, б легче расшифровывается, чем на рис. 7, а. Целесообразно раздвигать близко лежащие петли или пики на одной стороне фигуры и сближать чрезмерно удаленные на другой стороне фигуры. Изображение растягивают или сжимают, регулируя чувствительность усилителей осциллографа.

Если измеряемая частота приближенно известна, то при целочисленном отношении частот ее можно однозначно определить. В прочих случаях можно совершить грубую ошибку. Для однозначного определения неизвестной частоты необходимо учесть направления, в которых оба отклоняющих напряжения воздействуют на электронный луч 7. Горизонтальная касательная к фигуре

касается пиков и петель, образованных вертикальным отклонением луча. Вертикальная касательная соприкасается с пиками и петлями, образованными горизонтальным отклоняющим напряжением. Таким образом, можно установить правило для определения неизвестной частоты:

$$\frac{f_{\text{rop}}}{f_{\text{верт}}} = \frac{K_{\text{верт}}}{K_{\text{rop}}},\tag{1}$$

где $f_{\text{гор}}$ —частота напряжения, приложенного к горизонтальным отклоняющим пластинам трубки, $f_{\text{верт}}$ —частота напряжения, приложенного к вертикальным отклоняющим пластинам трубки, $K_{\text{гор}}$ —число касаний фигуры с горизонтальной касательной, $K_{\text{верт}}$ —число касаний фигуры с вертикальной касательной.

Сложные изображения имеют меньшую практическую ценность, чем простые, так как небольшая стабильность частот препятствует подсчету числа вершин, а большое число линий затрудняет анализ фигуры. При той стабильности, которая обеспечивается обычными звуковыми генераторами, удается расшифровывать изображения при отношениях частот вплоть до 15:1, 11:5 или 8:7. Отметим, что осциллоской с трубкой диаметром 13 см и вертикальным усилителем с хорошей способностью к перегрузке при работе с растянутой, выходящей за пределы экрана, фигурой позволяет определять отношения частот вплоть до 50:1

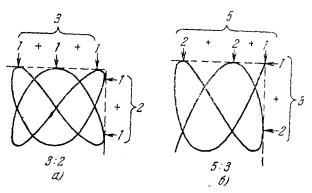


Рис. 6. Расшифровка фигур синусопдальной развертки: a—в случае фигур с полными петлями (отношение частот 3:2), b—в случае фигур с неполными петлями (отношение частот 5:3).

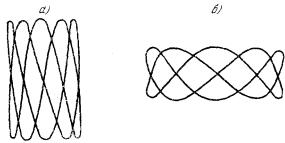


Рис. 7. Различные формы фигуры сипусоидальной развертки при отношении частот 5:2:a—неудобочитаемое изображение.



Рис. 8. Фигуры синусоидальной развертки при напряжении одной из частот, промодулированном по амилитуле: а и 6—отношение частот 2:1, е—отношение частот 3:1.

(считают пики, одновременно перемещая фигуру в вертикальном направлении).

На радиочастотах при небольшой абсолютной стабильности сравниваемых частот удается расшифровывать лишь несложные изображения.

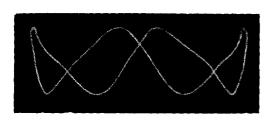


Рис. 9. Искаженная фигура сипусоплальной развертки при отношении частот 4:1.



Рис. 10. Различные фазовые положения искаженной фигуры синусоидальной развертки при отношении частот 1:1.

Если напряжение одной из частот промодулировано по амплитуде, осциллограмма принимает своеобразный вид, но также может быть расшифрована методом касательных (рис. 8). Присутствие высших гармоник в одном или обоих напряжениях приводит к искажению изображения, затрудняющему его анализ (рис. 9 и 10).

Движущиеся фигуры синусоидальной развертки

Движущиеся изображения используются для сравнения фиксированных частот, когда неизвестная частота почти равна образцовой частоте или некоторой производной последней. При этом измеряется разностная частота путем измерения периода повторения фигуры при помощи секундомера или хроноскопа (дифференциальный метод измерения).

Работа с движущимися фигурами при очень малой разности частот затрудняется неопределенностью момента начала и окончания периода повторения фигуры. Если разностная частота превышает примерно 0,3—2 гц (меньшее значение соответствует дробным отношениям частот, характеризующимся укороченным периодом повторения фигуры), наблюдение за изображением становится невозможным, так как оно распадается на ряд мерцающих линий.

Расшифровка движущихся фигур, за исключением простейших, затруднительна даже при разности частот порядка 0,15—0,2 гц. Отношение частот можно определить, остановив изображение при помощи вспомогательного генератора. Последний устанавливают по известной частоте до появления неподвижного эллипса на экране осциплоскопа. Затем, подав вместо известной частоты измеряемую, тонко регулируют частоту вспомогательного генератора, добиваясь плавного замедления движения фигуры до ее остановки.

Изображения при дробно-рациональных отношениях частот иногда располагаются очень близко друг к другу. С целью избежать возможной ошибки, определение дробного отношения частот описанным способом следует повторить 4—5 раз.

Если отношение частот—заведомо целое число, можно приближенно (см. следующий раздел) измерить неизвестную частоту и, поделив бель-

шую из сравниваемых частот на меньшую, приравнять частное ближай-шему целому числу.

Разностная частота $f_{\rm p}$ определяется через период повторения фигуры T согласно выражению

$$f_{\mathfrak{p}\{\mathfrak{rn}\}} = \frac{1}{mT_{\{cen\}}}.$$
 (2)

Коэффициент m равен меньшему из чисел, входящих в состав несокращаемой дроби, выражающей отношение частот. При целочисленном отношении частот m=1.

Если разностная частота превышает примерно $0.05\ \varepsilon u$, то для обеспечения необходимой точности измерения периода повторения фигуры определяют интервал времени τ , в течение которого фигура совершает n полных периодов повторения. В этом случае разностная частота равна

$$f_{p \text{ [rii]}} = \frac{n_{[nep]}}{m \tau_{\text{[cex]}}}.$$
 (3)

При определении числа периодов повторения быстро движущейся фигуры синусоидальной развертки нетрудно совершить ошибку. Удобно вести счет числа положений, при которых линии фигуры совпадают друг с другом. Изображения этого вида, имеющие неполные петли, могут быть названы «разомкнутыми фигурами». Несмотря на то, что разомкнутые фигуры при неодинаковом сдвиге фаз отличаются друг от друга, возможность совершения ошибки уменьшится, если не проводить между ними различия и фиксировать моменты, когда светящиеся линии накладываются друг на друга. Начинают счет с первой разомкнутой фигуры, нажимая кнопку секундомера в момент ее появления на экране осциллографа.

При этом разностная частота $f_{\rm p}$ определяется по формуле

$$f_{\mathbf{p}} = \frac{p-1}{K_{\mathbf{p}}},\tag{4}$$

где p—число отмеченных наблюдателем разомкнутых фигур, τ —время наблюдения ($ce\kappa$), K—число разомкнутых фигур за один период изменения фазы высшей частоты (при данном отношении частот).

Значение K для наиболее часто встречающихся на практике отношений частот приведено в табл. I.

Нецелочисленные отношения Целочисленные отношения частот частот $f_1: f_2$ 1:2 1:3 1:4 1:52:33:4 2:53:5 4:5 K 2 2 2 2 4 6 4 6 8

Таблица І

Из табл. І видно, что коэффициент K равен удвоенному значению меньшего из целых чисел, входящих в состав несокращаемой дроби, выражающей отношение частот.

Согласно (3) и (4) число периодов повторения фигуры n равно

$$n = \frac{p-1}{2} \,. \tag{5}$$

Разностная частота $f_{\rm p}$ при работе с движущимися фигурами синусоидальной развертки равна

$$f_{\rm p} = f_{\rm 0} - N f_{\rm M},\tag{6}$$

где f_6 — бо́льшая из сравниваемых частот; $f_{\rm M}$ — меньшая из сравниваемых частот; N — отношение частот (отношение двух целых чисел). Из (6) в случае, когда измеряемая частота f_x больше образцовой частоты f_0 , нолучаем

 $f_{x} = Nf_{0} \pm f_{p}. \tag{7}$

В случае $f_x < f_0$ имеем

$$f_x = \frac{f_0 \mp f_p}{N} \,. \tag{8}$$

Таким образом, для измерения неизвестной частоты f_x по фиксированной образцовой частоте f_0 необходимо установить отношение частот N, измерить разностную частоту $f_p^{12,\ 13}$ и определить знак при f_p .

Знак при разностной частоте может быть определен несколькими способами. Если измеряемая частота может изменяться, то медленно варьируя ее, останавливают изображение. Если для остановки фигуры потребовалось увеличить измеряемую частоту, то, следовательно, измеряемая частота меньше образцовой частоты или некоторой производной образцовой частоты (Nf_0 , либо f_0/N). В этом случае при f_p должен быть поставлен знак «минус». Аналогично при уменьшении измеряемой частоты получают при f_p знак «плюс».

Если обе сравниваемые частоты являются фиксированными, то используют вспомогательный генератор, который поочередно настраивается на f_x и Nf_0 либо f_0/N при помощи осциллографа. Взаимное расположение обеих настроек шкалы вспомогательного генератора позволяет установить, какая из частот — f_x или Nf_0 (либо f_0/N) больше и таким образом определить знак при f_p .

Знак при очень малой разностной частоте устанавливается методом модуляции яркости изображения, путем наблюдения направления
движения ярких засветок вдоль окружности или эллинса. Предварительно при помощи вспомогательного генератора устанавливается,
какому направлению вращения фигуры соответствует положительное
приращение частоты. В случае использования усилителей осциплографа с неизвестными фазовыми характеристиками, для того чтобы
избежать ошибки, необходимо частоту вспомогательного генератора
брать равной одной из сравниваемых частот.

Если разностная частота очень мала, длительность наблюдения чрезмерно увеличивается. В этом случае, в соотвётствии с (6), целесообразно использовать более высокую образцовую частоту. Так, при измерении частоты образцового генератора на 1000 гц, отличающейся от эталонной частоты 1000 гц на 10-8, фигура совершит полный период повторения примерно за 30 часов. Если воспользоваться эталонной частотой 100 кгц, период повторения фигуры уменьшится до 20 мин.

Если, наоборот, разностная частота настолько велика, что наблюдение за фигурой становится затруднительным или невозможным, то при $f_x < f_0$ следует применить более низкую образцовую частоту, соответственно увеличив период повторения фигуры. При $f_x > f_0$ можно поделить f_x в соответствующее число раз (см., например, f_0 или воспользоваться методом дифференциального генератора f_0 .

Относительная погрешность измерения разностной частоты составит

$$\frac{\Delta f_{\mathbf{p}}}{f_{\mathbf{p}}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2},\tag{9}$$

где $\frac{\Delta f_{\rm p}}{f_{\rm p}}$ — относительная погрешность измерения разностной частоты; $\frac{\Delta n}{n}$ — относительная погрешность определения числа периодов повторения фигуры n; $\frac{\Delta \tau}{\tau}$ — относительная погрешность измерения интервала времени τ , в течение которого фигура совершает n периодов повторения, продолжительностью T ($\tau = nT$).

Обозначив через Δf_0 абсолютную погрешность образцовой частоты, получим для относительной погрешности измерения действительного

значения измеряемой частоты выражения:

$$\begin{split} \frac{\Delta f_x}{f_x} &= \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta f_p}{f_x}\right)^2 + \left(N\frac{\Delta f_0}{f_x}\right)^2} \qquad \text{(случай } f_x > f_0\text{)}; \\ \frac{\Delta f_x}{f_x} &= \pm \frac{1}{N} \sqrt{\left(\frac{\Delta f_p}{f_x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_0}{f_x}\right)^2} \qquad \text{(случай } f_x < f_0\text{)}. \end{split}$$

Подставив вместо $\Delta f_{\rm p}$ его значение из (9) и имея в виду, что $f_{\rm p}=\frac{n}{m\tau}$, при $f_x>f_0$ получим

$$\frac{\Delta f_x}{f_x} = \pm \frac{1}{f_x} \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{m\tau}\right)^2 + \left(\frac{n\Delta\tau}{m\tau^2}\right)^2 + (N\Delta f_0)^2} . \tag{10}$$

При $f_x < f_0$ будем иметь

$$\frac{\Delta f_x}{f_x} = \pm \frac{1}{N f_x} \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{mz}\right)^2 + \left(\frac{n\Delta z}{mz^2}\right)^2} + \Delta f_0^2. \tag{11}$$

Можно считать, что наблюдатель фиксирует момент совпадения линий изображения с точностью до половины ширины линии (как в начале, так и в конце периода повторения фигуры). При сравнении близких частот за начало и конец периода повторения фигуры берут прямую линию в одном из двух возможных положений. В этом случае получим

$$\Delta n \cong \pm \sqrt{2} \frac{\frac{d}{2}}{a} \cong 0.7 \frac{d}{a}, \tag{12}$$

где d— ширина линий эллинса; a— амилитуда колебаний луча на экране осциплографа. При d=1 мм и a=130 мм (интидюймовая осциплографическая трубка) $\Delta n \cong \pm 0,005$ периода повторения фигуры. Погрешность при определении числа периодов повторения фигуры синусоидальной развертки можно значительно уменьшить, растянув изображение далеко за пределы экрана и для получения четких совпадений светящихся линий тщательно отфильтровав высшие гармоники обоих напряжений.

Погрешность $\Delta \tau$ при измерении интервала времени τ , в течении которого фигура совершает n периодов повторения, складывается из ряда погрешностей, свойственных секундомеру и самому наблюдателю. Начнем с первых.

При внесении поправки по паспорту секундомера погрешность, пропорциональная времени $\phi_{\rm Bap.\ xoga}$, может быть вычислена по следующим формулам, основанным на принятых нормах для секундомеров 18, и допущении, что вариация хода может составлять $^1/_3$ величины поправки

 $\delta_{\text{вар. хода}} = 7 \cdot 10^{-5} \tau$ (для секундомеров первого класса); $\delta_{\text{вар. хода}} = 15 \cdot 10^{-5} \tau$ (для секундомеров второго класса); $\delta_{\text{вар. хода}} = 25 \cdot 10^{-5} \tau$ (для секундомеров третьего класса).

Далее должны учитываться: погрешность, обусловленная временем скачка стрелки $\delta_{\text{скач}}$ (в начале и конце измеряемого интервала времени), и погрешность, связанная с эксцентриситетом циферблата. Эти погрешности для секундомеров 1-го класса составляют около ± 0.1 сек. Спедует избегать вертикального положения циферблата, так как при этом может возникнуть дополнительная погрешность, вызванная неполным уравновешиванием баланса.

Время реакции наблюдателя при фиксировании момента наступления какого-либо явления неодинаково как у отдельных наблюдателей, так и у одного и того же наблюдателя при последовательных измерениях. Разность между наибольшим и наименьшим временем реакции наблюдателя представляет собой так называемую «психотехническую погрешность» $\delta_{\text{псих}}$. Указанная погрешность для среднего наблюдателя в обычных условиях составляет примерно ± 0.1 сек 19,20 .

Погрешность $\Delta \tau$ измерения интервала времени τ при помощи секундомера может быть приближенно подсчитана, полагая $\delta_{\text{хода}}$ и $\delta_{\text{онсц}}$ случайными погрешностями (в действительности, $\delta_{\text{онсц}}$ — систематическая погрешность, а $\delta_{\text{вар. хода}}$ обусловлена как случайными, так и закономерными процессами), по формуле

$$\Delta \tau \simeq \pm \sqrt{\delta_{\text{ahcq}}^2 + 2\delta_{\text{chay}}^2 + \delta_{\text{Bap. xoqa}}^2 + a_{\text{nehx}}^2}.$$
 (13)

Погрешности измерения различных интервалов времени при помощи секундомеров всех трех классов сведены в табл. II.

Интервал	Погрешность в секундах							
времени (мин) Класс сепундомера	до 5	10	15	20	25	30		
1-й класс	+0.2	+0,2	+0,21	+0.22	+0,23	+0.24		
2-й класс (время скач- ка стрелки 0,1 сек)	± 0.2	± 0.22	±0,24	± 0.26	±0,29	<u>±0,34</u>		
2-й класс (время скач- ка стрелки 0,2 сек).	土0,32	±0,33	± 0.34	±0,37	± 0.39	$\pm 0,42$		
3-й класс	± 0.37	± 0.39	$\pm 0,42$	$\pm 0,47$	$\pm 0,52$	± 0.57		
	,							

Таблица II

Погрешность передаваемой по радио эталонной частоты 1000 гу при приеме на длинных волнах можно принимать равной $\Delta f_0 \approx \pm 3 \cdot 10^{-5}$ гу.

При целочисленном отношении частот при N>1 погрешность определения периода повторения фигуры несколько возрастает по сравнению со случаем N=1, при дробном отношении частот—уменьшается.

Если неизвестная частота сравнивается с образцовой частотой, передаваемой по кабельной линии связи, должна приниматься во внимание погрешность, обусловленная колебаниями фазы в линии 22,21 .

В случаях, когда изображение не расшифровывается, а лишь отмечается, что отношение частот является целочисленным, удается использовать высокую кратность частот. Таким образом можно измерять зву-

ковые частоты посредством точного радиочастотного генератора, а также градуировать шкалу генератора в широком дианазоне частот, пользуясь небольшим числом известных частот ^{24,23}.

«Кратная фигура», возникающая при целочисленном отношении частот, при синусоидальной форме обоих напряжений имеет вид двух синусоид, движущихся одна относительно другой и временами совпадающих

в одну кривую (при точной кратности частот изображение неподвижно). Для опознания кратной фигуры при большом отношении частот растягивают осциплограмму, оставляя в пределах экрана лишь небольшое число нетель. С этой целью значительно увеличивают усиление усилителя, к которому приложено напряжение низшей частоты.

Целочисленное отношение частот, дающее изображение наиболее простой формы, легко отличимо от любого дробного отношения, даже со знаменателем 2 (рис. 11, а, б, в). Отличительным признаком кратной фигуры является наличие между двумя соседними пиками не более одной точки пересечения светящихся линий.

При работе с растянутыми изображениями предпочтительны трубки с зеленым свечением экрана, дающие яркие линии. При хорошей стабильности срав-

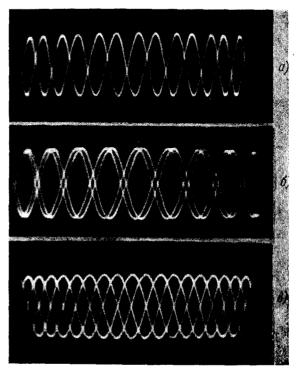


Рис. 11. Растянутые фигуры синусоидальной развертки при больших отношениях частот: а и 6—различные фазовые положения кратной фигуры; 6—дробная фигура (знаменатель отношения частот равен 2).

ниваемых частот и использовании осциллографа, имеющего вертикальный усилитель со значительной способностью к перегрузке, удается 25 опознавать кратные фигуры с отношением частот вплоть до 1600:1.

Для определения больших целочисленных отношений частот, приближенно измеряют неизвестную частоту и, поделив высшую частоту на низшую, приравнивают частное ближайшему целому числу. Измеряемая частота затем вычисляется умножением или делением известной частоты на отношение частот.

Пользуясь этим приемом, необходимо правильно оценивать требуемую точность измерения при предварительном измерении неизвестной частоты. Обозначим через f_x измеряемую низкую частоту; F—известную высокую частоту, дающую при сравнении с f_x кратную фигуру; N—отношение частот; ΔN —абсолютную погрешность определения отношения частот; $\Delta f_x/f_x$ —относительную погрешность при предварительном измерении f_x . Если погрешностью высокой частоты F можно пренебречь, то

$$\frac{F}{f_x + \Delta f_x} = N \mp \Delta N.$$

Отсюда

$$\Delta N = \frac{F \, \Delta f_{x}}{(f_{x} \pm \Delta f_{x}) \, f_{x}} .$$

Пренебрегая малой величиной $\Delta f_{\mathbf{x}}$ в знаменателе, имеем

$$\frac{\Delta f_x}{f_x} \cong \frac{\Delta N}{N}$$
.

Для предотвращения грубой ошибки необходимо обеспечить $\Delta N < 0.5$. Взяв $\Delta N \leqslant 0.4$, получим

$$\left[\frac{\Delta f_{x}}{f_{x}}\right]_{\text{пред}} \leqslant \frac{40}{N} \%. \tag{14}$$

Оценивая возможность использования того или иного прибора для предварительного измерения f_x , следует иметь в виду, что измерительные приборы обычно характеризуются приведенной погрешностью измерения, которая может оказаться значительно меньше интересующей нас в данном случае предельной погрешности измерения.

Измерение звуковых частот при помощи гетеродинного частотомера и осциплографа

Ввиду относительной сложности и дороговизны аппаратуры для измерения звуковых частот с точностью порядка \pm (0,01 \div 0,05)%, использование для этой цели широко распространенного радиочастотного прибора—гетеродинного частотомера—представляет практический интерес. Применение гетеродинного частотомера, нескольких делителей частоты и перестраиваемого промежуточного генератора позволяет измерять любые звуковые частоты 26 . Более совершенной является установка без промежуточного генератора 27 . В 26 описан также простой метод измерения частоты, пригодный для частот выше примерно 4,5 кгц. Согласно этому методу напряжение измеряемой частоты прикладывается к вертикальному усилителю осциплоскопа, а выходное напряжение гетеродипного частотомера подается на горизонтальный усилитель. Вблизи низшей частоты прибора (обычно 125 кгц) устанавливают фигуру с коэффициентом кратности N

$$F_1 = N f_x$$
.

Ввиду недостаточной стабильности частоты гетеродинного частотомера и сложности изображения сосчитать число вершин не удается. Затем, не выпуская из вида экран осциплографа, медленно увеличивают частоту прибора и отмечают появление следующей по порядку кратной фигуры

$$F_2 = (N+1) f_x$$
.

Тогда $N = \frac{F_1}{F_2 - F_1}$ (приравнивается ближайшему целому числу). Затем, зная N, вычисляют неизвестную частоту

$$f_x = \frac{F_1}{N} \,. \tag{15}$$

При измерении наиболее низких частот существенно, чтобы обе настройки \boldsymbol{F}_1 и \boldsymbol{F}_2 находились в зоне одной кварцевой контрольной точки.

Для уменьшения нижнего предела измерения нужно уменьшить погрешность при предварительном измерении f_{x} , увеличив разность

частот F_2-F_1 . Наиболее просто выполнить ряд последовательных настроек на кратные фигуры. Однако при измерении самых низких частот потребуется большое число настроек; поэтому данный способ применим или при измерениях с пониженной точностью или совместно с дополнительным вычислением, служащим для нахождения более удаленной кратной фигуры 28 .

Вначале выполняются m+1 установок шкалы гетеродинного частотомера на кратные фигуры (рис. 12). Разность частот F_2-F_1 (приближенно равная mf_x) умножается на подходящее целое число l и вычисляется частота $F_3=F_1+(F_2-F_1)\,l$. Вследствие погрешности при определении F_3 и погрешности гетеродинного частотомера в данной точке его шкалы, кратная фигура обычно не наблюдается. Ближайшая к F_3 кратная фигура будет соответствовать искомой точной настройке

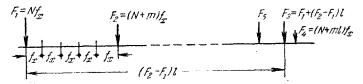


Рис. 12. Схема расположения настроек гетеродинного частотомера.

 $F_4 = (N + ml) f_x$. Приближенное значение f_x , которое уточияется после определения отношения частот, равно

$$f_x \cong \frac{F_4 - F_1}{ml} \,. \tag{16}$$

Число интервалов между кратными фигурами m и коэффициент l, а также методика определения F_4 должны выбираться таким образом, чтобы исключить возможность совершения опибки 28 .

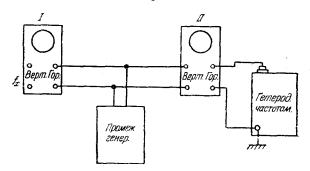


Рис. 13. Принципиальная схема включения аппаратуры для измерения звуковых частот при помощи гетеродинного частотомера, вспомогательного генератора и двух осциплографов.

Мамерение частот порядка нескольких десятков герц и выше может производиться при помощи гетеродинного частотомера, вспомогательного звукового генератора и двух осциллографов (рис. 13). Частота вспомогательного генератора $f_{\rm пром}$ устанавливается в целочисленном отношении к измеряемой частоте

$$N_1 = \frac{f_{\text{npow}}}{f_x}$$
.

Осциплоскоп I служит для контроля и определения отношения N_1 . При помощи осциплоскопа II частота гетеродинного частотомера устанавливается в целочисленном отношении к частоте промежуточного генератора

$$N_2 = \frac{F_1}{f_{\text{HPOM}}}$$
.

Измеряемая частота вычисляется по формуле

$$f_x = \frac{F_1}{N_1 N_2} \,. \tag{17}$$

Для определения отношения частот гетеродинного частотомера и промежуточного генератора N_2 , шкала первого, вблизи нижней границы низкочастотного диапазона настраивается на m+1 кратных фигур.

Тогда

$$N_2 = \frac{F_1 m}{F_{m+1} - F_1}$$
 (приравнивается ближайшему целому числу). (18)

Здесь F_1 —отсчет по шкале гетеродинного частотомера, соответствующий настройке на первую кратную фигуру; m—число интервалов между кратными фигурами; F_{m+1} —отсчет по шкале гетеродинного частотомера при настройке на последнюю кратную фигуру. Коэффициенты N_1 и m берут из таблицы 29 .

II. МЕТОД ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ РАЗВЕРТКИ

Для упрощения расшифровки изображений при дробно-рациональном отношении частот разделяют «переднюю» и «заднюю» части фигуры, располагая последнюю не вдоль прямой линии, а по эллипсу или окружности.

Эллиптическая развертка получается в результате подачи на обе пары отклоняющих пластин трубки двух синусоидных напряжений со сдвигом фаз близким к 90° 3, 30, 31. Для образования сдвига фаз служит

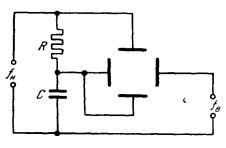


Рис. 14. Принципиальная схема метода эллиптической развертки.

цепочка из сопротивления и емкости, к которой присоединяется напряжение низшей частоты $f_{\rm B}$ включается последовательно в цепь одного из сдвинутых по фазе напряжений (рис. 14).

Если синусоида, налагаемая на эллипс, образована напряжением, имеющим частоту в целое число раз большую низшей частоты, возникает неподвижное однолинейное изображение (рис. 15, а). Отношение частот равно числу вершин фигуры, считая вершины, как показано на рисунке.

Если отношение частот представляет собой несократимую рациональную дробь, то число линий в фигуре равно знаменателю дроби. Числитель дроби определяется подсчетом числа вершин изображения, как показано на рис. 15, б. Высота кривой, образованной напряжением более высокой частоты, должна устанавливаться независимо от размеров эллипса регулировкой этого напряжения.

Если отношение частот незначительно отличается от целочисленного, то однолинейная фигура вращается. То же происходит и с многолинейным изображением, когда отношение частот не точно равно отношению двух целых чисел. При вращении не наблюдается последовательного перехода

из однолинейной фигуры в многолинейную и наоборот. Однолинейная фигура при своем движении остается таковой до тех пор, пока отношение частот находится ближе к целому числу, чем к ближайшей к нему рациональной дроби. Изменение формы изображения происходит скачком.

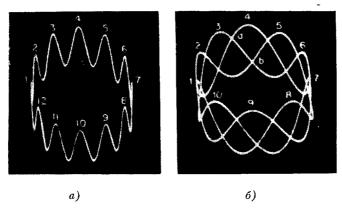


Рис. 15. Фигуры эллиптической развертки: a—отношение частот 12 : 1; δ —отношение частот 11 : 3.

На рис. 16 приведена схема последовательности возникновения многолинейных фигур эллиптической развертки при увеличении высшей частоты от некоторого целочисленного отношения частот. На схеме для ясности не указаны фигуры с числом линий, превышающим пять.

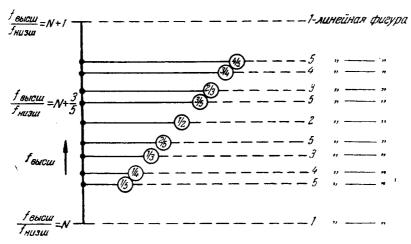


Рис. 16. Схема последовательности возникновения фигур эллиптической развертки вплоть до пятилинейных.

Многолинейные фигуры эллиптической развертки (рис. 17) дают значительное число промежуточных точек между двумя соседними целочисленными отношениями частот; при использовании фигур с числом линий до 10, получают 31 промежуточную точку. Использование этих изображений возможно как при малом (4:1,5:1), так и при большом (100:1,200:1) отношениях частот. Число линий, с которыми удается уверенно работать, зависит от абсолютной стабильности сравниваемых частот.

Наблюдение многолинейных фигур эллиптической развертки производят так. При отсутствии напряжения высшей частоты устанавливают на экране осциллографа окружность. Увеличивают усиление одного из

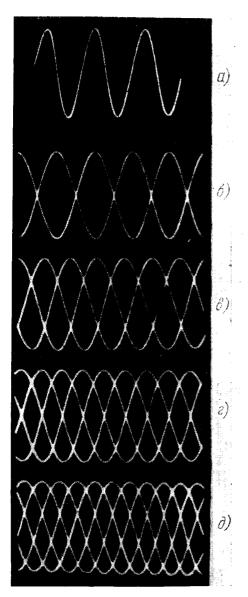


Рис. 17. Различные растянутые фигуры эллиптической развертки: а—однолинейная фигура; б—двухлинейная фигура; в—трехлинейная фигура; в—четырехлинейная фигура; д—пятилинейная фигура.

усилителей таким образом, чтобы в пределах экрана остались две почти параллельные светящиеся прямые линии. Затем увеличивают усиление второго усилителя до тех пор, пока светящиеся прямые окажутся у границ экрана. Регулировкой соответствующего органа смешения электронного луча сдвигают одну из прямых линий на середину экрана осциллографа. Далее, подав напряжение высшей частоты, подбирают размер петель осциллограммы, при помощи варьирования этого напряжения. Удобочитаемость многолинейной фигуры зависит от ее размеров, удачного подбора интенсивности и фокусировки электронного луча. Предпочтительно применение трубок с зеленым свечением экрана.

При сложном, малостабильном изображении вместо подсчета числа содержащихся в нем линий легче подсчитать число линий, по которым происходит взаимное пересечение петель (рис. 18). Число линий фигуры равно числу линий взаимных пересечений петель плюс единица.

При многолинейных фигурах эллиптической развертки числителем дроби, выражающей отношение частот, обычно не интересуются, желая получить ряд промежуточных значений между двумя соседними целочисленными отношениями частот. Неоднозначность, возникающая вследствие того, что наблюдатель видит на экране осциллографа только небольшую часть всей осциллограммы (например, пятилинейная может соответствовать разности частот $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{5}$ низшей частоты), не является существенной помехой при градупровке шкалы генератора или частотоизмерительного прибора. Действительно, при этом наносится последовательный ряд отметок, причем отметки, полученные при помощи

однолинейных и двухлипейных фигур, являются однозначными и служат ориентирами для остальных. Отметки, полученные при помощи трехлинейных фигур, также могут служить ориентирами, поскольку отметки $^{1}/_{3}$ и $^{2}/_{3}$ легко различаются между собою.

Использование фигур с числом линий более ияти целесообразно при градуировке шкалы высококачественного измерительного генератора или частотомера. Для обычной лабораторной практики применяются глав-

ным образом двухлинейные, трехлинейные и четырехлинейные фигуры.

При практическом применении этих изображений удобно пользоваться табл. III, содержащей данные фигур эллиптической развертки вплоть до десятилинейных. Фигуры в таблице расположены в той последовательности, в какой они возникают на экране осциллографа по мере увеличения высшей из сравниваемых частот от некоторого целочисленного отношения (известная частота принята в качестве низшей частоты).

Разность частот с ближайшим

20.0

21,4

22.2

5

7

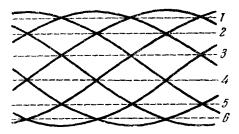


Рис. 18. Определение числа линий взаимного пересечения петель фигуры эллиптической развертки.

Разность частот с ближайшим

меньшим пелочисленным

43,8

44.4

45.0

875,0000

888,8889

900,000

Использование усилителей осциплографа допускает подачу небольших напряжений на вход схемы и позволяет удобно регулировать размеры и форму изображения. Вследствие неодинаковости фазовых сдвигов,

Число	меньшим целочисленным отношением			число	отношением			
линий в фигуре	в долнх меньшей частоты	в герцах при f _{сети} = =50 гц	в герцах при fo=1000 гц	линий в фигуре	в долях меньшей частоты	в герцах при f _{Ceти} = =50 ги	в герцах при fo=1000 гц	
1	0	0	0	2	$1/_{2}$	25,0	500,0000	
10	1/10	5,0	100,0000	9	5/9	27,8	555,5556	
9	1/9	5,6	111,1111	7	4/7	28,6	571,4286	
8	1/8	6,3	125,0000	5	3/5	30,0	600,0000	
7	1/7	7,1	142,8571	8	5/8	31,3	625,0000	
6	1/6	8,3	166,6667	3	2/3	33,3	666,6667	
5	1/5	10,0	200,0060	10	7/10	35,0	700,0000	
9	2/9	11,1	222,2222	7	5/7	35,7	714,2857	
4	1/4	12,5	250,0000	4	3/4	37,5	750,0000	
7	2/7	14,3	285,7143	9	7/9	38,9	777,7778	
10	3/10	15,0	300,0000	5	4/5	40,0	800,0000	
3	1/3	16,7	333,3333	6	5/6	41,7	833,3333	
8	3/8	18,8	375,0000	7	6/7	42,9	857,1429	

Таблица III

создаваемых усилителями, на некоторых частотах вместо окружности, обеспечивающей наилучшую удобочитаемость фигур, может получиться узкий эллипс. Добавочная фазовращающая цепочка, включаемая обычно в цепь сетки горизонтального усилителя, позволяет обеспечить круговую развертку (рис. 19). Если низшая частота превышает примерно 250—300 гд, нужный поворот фазы достигается за счет переменного сопротивления и входной емкости горизонтального усилителя. При более низких частотах необходим добавочный конденсатор, показанный пунктиром.

8

9

10

8/9

400,0000

428,5714

444,4444

Уменьшение напряжения на входе вертикального усилителя осциллографа за счет большого сопротивления R компенсируется большим коэффициентом усиления этого усилителя по сравнению с горизонтальным. Для ослабления связи между генераторами, напряжение высшей частоты подают через малую емкость, шунтированную большим активным сопротивлением. Небольшая емкость, включаемая последовательно с фазораз-

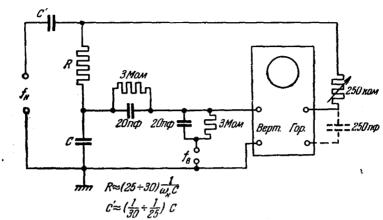


Рис. 19. Практический вариант схемы метода эллиптической развертки.

деляющей цепочкой, служит для ослабления напряжения «фона» выпрямителя генератора низшей частоты на зажимах вертикального усилителя.

Применение простейшей схемы по рис. 14 является нежелательным вследствие того, что в ней могут возникнуть значительные паразитные связи между обоими генераторами.

заключение отметим, что не следует пользоваться методом эллиптической развертки при сравнительно простых отношениях частот, дающих фигуры, расшифровываемые методом синусоидальной развертки, таких как 9:2, 11:2, 10:3 и т. п. Это обеспечит малую величину погрешности, вызванной частичным увлечением частоты генератора низшей из сравниваемых частот.

цитированная литература

- 1. L. M. Hull, Proc. Inst. Radio Eng. 9, 130 (1921).
 2. G. Hanzen, F. Kenyon, Bull. Standard Scient. Paper, № 489 (1924).
 3. F. R. Rasmussen, Trans. Amer. Inst. Electrical Eng., т. 45, стр. 1256, 1926.
 4. G. Parr, Cathode—Ray Tube and their Uses, Лондон, 1943, стр. 53.
 5. H. Moss, Electronic Eng. 17, 21, 65, 109 (1944).
 6. H. Kanberg, Funk und Ton, № 9, 497 (1949).
 7. J. F. Rider, S. D. Usian, Encyclopedia on Cathode Ray Oscilloscopes and their Uses, Hью-Йорк, 1950 г. стр. 447.
 8. M. J. Lissajous, Annales de chimie et de physique, 3 сер. 51, 147 (1857).
 9. F. K. Harris, Electrical Measurements, Нью-Йорк, 1952, стр. 646.
 10. J. Czech, Funk-Technik, № 12, 324 (1951).
 11. А. И. Фюрстенберг, Вестник связи (выпуск'Техника связи), № 11, 12 (1954).
 12. Инструкция 211-54 по поверке генераторов с фиксированной частотой 1000 гу по передаваемой по радио эталонной частоте 1000 гу, М. 1954 г.
 13. Э. С. Лившици С. Я. Ромбро, Труды Моск. ин-тамер и измерит. приборов, № 2, М., 1950, стр. 86.
 14. Р. Тhiessen, пат. ФРГ, кл. 21 а4, 6/02, № 965417, 5.06.57.
 15. П. Т. Смирнов, Измерительная техника, № 2, 89 (1958).
 16. К. А. Самойло, Труды Моск. энергетич. ин-та, вып. 31, 14 (1958).

47. А. И. Фюрстенберг, Измерение произвольного значения частоты методом дифференциального генератора, Центральное бюро технической информации Московского совнархоза, М. 1958.

18. ΓΟC T 5072-54.

19. Б. М. Чернягин, З. И. Антонова, Технический отчет по теме «Теоретические и экспериментальные исследования механизмов секундомеров», Научноисследовательский институт часовой промышленности, М., 1950.

20. E. J. M. Laver, Post Office Electrical Eng. Journal, ч. II 42, 61 (1949). 21. J. Kornfeld, Frequenz 9, 254 (1955). 22. E. B. Артемьева, В. Ф. Лубенцов, Труды Всесоюзного научно-исследовательского института физико-технических и радиотехнических измерений, сборп. № 2, М., 1958, стр. 5. 23. F. R. Stansel, J. Inst. Electrical Eng., ч. III 90, 73 (1943).

- 24. Ф. Термен, Дж. Петтит, Измерительная техника в электронике, М., ИЛ, 1955, стр. 194.
- 25. R. Walter, Techn. Hausmitt. Nordwestdeutschen Rundfunks, 3, № 10/11, 190 (1951).
- 26. Э. С. Лившин, Труды Моск. гос. ин-та мер и измерит. приборов, № 2, 68 (1950).
- 27. А. Д. Вейсбрут, Рефераты научно-исследовательских работ институтов Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР, сборн. № 1, Л., 1956, стр. 31.
- 28. А. И. Фюрстенберг, Измерительная техника, № 1, 33 (1956). 29. А. И. Фюрстенберг, Радиотехника 12, № 12, 67 (1957). 30. J. K. Clapp, General Radio Experimenter (1941), стр. 1. 31. J. Czech, Funk-Technik, № 14, 380 (1951).