

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ
ПРИ СВЕРХСВЕТОВОМ ДВИЖЕНИИ В СРЕДЕ

В. Л. Гинзбург

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----|
| Введение | 537 |
| § 1. Особенности излучения при сверхсветовом движении (результаты классической теории) | 538 |
| § 2. О квантовой теории излучения и поглощения при сверхсветовом движении | 540 |
| § 3. Сила реакции излучения при движении заряда в среде | 546 |
| § 4. О черенковском излучении и поглощении волны в изотропной и магнитоактивной среде | 552 |
| § 5. Черенковское излучение дипольных моментов в сплошной среде и при движении в каналах и щелях | 557 |
| Цитированная литература | 563 |

ВВЕДЕНИЕ

При движении излучателя в среде или вблизи среды со скоростью, превосходящей фазовую скорость света в этой среде («сверхсветовое движение»), возникают качественно новые явления. Так, появляется излучение Вавилова—Черенкова, существенно изменяется характер эффекта Доплера, в некоторых случаях возникает раскачка колебаний излучающей частицы, а также неустойчивость пучков частиц.

Теория эффекта Вавилова—Черенкова для заряда, движущегося в неограниченной изотропной среде, может считаться хорошо известной (см.¹ и обзоры^{2,3}). Этого нельзя сказать о целом ряде других задач, например, черенковском излучении дипольных моментов в безграничной среде и в щелях или каналах, черенковском поглощении, реакции излучения при сверхсветовом движении и неустойчивости сверхсветовых пучков частиц. Некоторые из перечисленных вопросов были исследованы лишь в последнее время и не всегда представляются достаточно ясными.

Ниже мы остановимся на теории излучения при сверхсветовых скоростях, имея в виду в первую очередь осветить физические идеи и общую тенденцию развития в этой области. Вместе с тем изложение будет в значительной мере носить фрагментарный характер, поскольку опускаются детали расчетов и лишь упоминаются некоторые проблемы, которые либо уже освещены в литературе^{2-3а}, либо заслуживают специального, более подробного разбора (коллективные эффекты и неустойчивость пучков частиц, генерация радиоволн⁴ и т. и.).

¹ УФН, т. LXIX, вып. 4

§ 1. ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ СВЕРХСВЕТОВОМ ДВИЖЕНИИ (РЕЗУЛЬТАТЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ)*)

Излучение при сверхсветовом движении в большинстве случаев может рассматриваться в рамках классической теории. При этом для эффекта Вавилова—Черенкова (В. Ч.) условие излучения имеет вид ¹⁻³:

$$\cos \theta_0 = \frac{c}{n(\omega)v}, \quad (1)$$

где θ_0 — угол между скоростью частицы v и волновым вектором k черенковских волн, $n(\omega)$ — показатель преломления для рассматриваемой частоты ω ; среда здесь считается изотропной.

Условие (1) носит кинематический (интерференционный) характер и сохраняется поэтому независимо от характера излучателя (заряд, диполь и т. п.); оно имеет место и в анизотропной среде ⁵, но с заменой $n(\omega)$ на $n_j(\omega, k/k)$ — показатель преломления для нормальной волны типа $j=1, 2$, распространяющейся в направлении k (в случае движения по оси одноосного кристалла или вдоль магнитного поля в плазме в соотношении (1) $n_j = n_j(\omega, \theta_0)$ и само это условие (1) является уравнением для определения $\theta_0(\omega)$).

Для точечного заряда, равномерно-движущегося в изотропной среде, в единицу времени в силу эффекта В. Ч. излучается энергия ¹⁻⁵

$$\frac{dW}{dt} = \frac{e^2 v}{c^2} \int_{c/n(\omega) \leq v} \left[1 - \frac{c^2}{n^2(\omega)v^2} \right] \omega d\omega. \quad (2)$$

Если в среде движется излучатель, который в собственной системе отсчета излучает волны с частотой ω_i , то из-за эффекта Допплера в системе отсчета, связанной с неподвижной средой, излучение имеет частоту $\omega(\theta)$:

$$\omega = \frac{\omega_i \sqrt{1-\beta^2}}{|1-\beta n(\omega) \cos \theta|}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (3)$$

При $\beta n < 1$, т. е. при досветовой скорости, формула (3) представляет собой давно известное выражение для эффекта Допплера в среде. Если же $\beta n > 1$ (при сверхсветовой скорости), в (3) существенно появление модуля ⁶ и излучение целесообразно рассматривать отдельно внутри и вне черенковского конуса **). Внутри конуса (при $\theta < \theta_0$, см. рис. 1) эффект Допплера является аномальным (или «сверхсветовым») — частота ω возрастает с ростом θ и если $n = \text{const}$, то $\omega \rightarrow \infty$ при $\theta \rightarrow \theta_0$. Вне конуса (при $\theta > \theta_0$) эффект Допплера естественно называть нормальным, так как частота ω уменьшается с ростом θ .

В формуле (3) отражается общая характерная особенность излучения в среде — роль величины $\beta = v/c$ для вакуума в случае среды играет величина βn ; поэтому, если крайне релятивистский случай в вакууме отвечает условию $\beta \rightarrow 1$, то в среде, с точки зрения характера излучения, крайне

*) При написании §§ 1—3 настоящей статьи использован текст доклада ^{4а} на III Всесоюзной конференции МВО по радиоэлектронике (Киев, январь 1959 г.).

**) Для анизотропной среды (в том числе гиротропной) в (3) нужно лишь заменить $n(\omega)$ на $n_j(\omega, k/k)$. В тексте предполагается для простоты, что среда изотропна. При учете дисперсии ($n = n(\omega)$) уравнение (3) может иметь при данном θ несколько решений для ω («сложный эффект Допплера», см. ⁶); при наличии дисперсии черенковский угол θ_0 зависит от ω , и поэтому при данном угле $\theta < \pi/2$ могут, вообще говоря, излучаться и нормальные и аномальные доплеровские частоты (они отличаются знаком величины $1 - \beta n(\omega) \cos \theta$). Здесь в тексте дисперсия не учитывается.

релятивистский случай соответствует значению $\beta n \rightarrow 1$. Кроме того, если в вакууме при $\beta \rightarrow 1$ излучение резко направлено вдоль скорости, то в среде роль выделенного направления играет черенковский конус. Если же мы имеем, например, дело со средой с $n < 1$ (изотропная плазма), то излучение ни при каких скоростях не имеет черт, характерных для излучения в предельно релятивистском случае в вакууме. Последний момент в некоторых условиях может оказаться весьма существенным. Так,

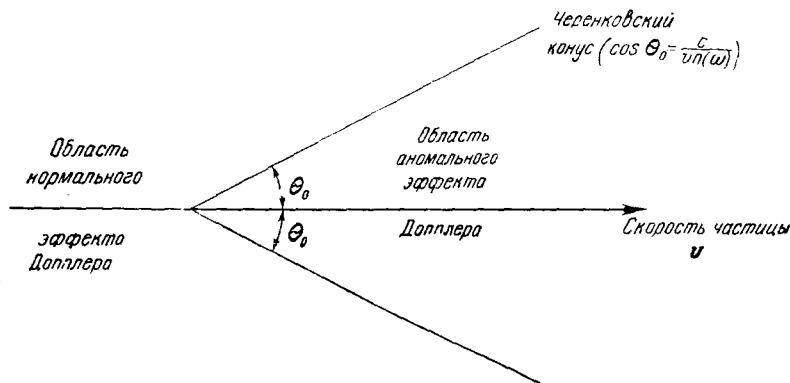


Рис. 1.

в радиоастрономии колоссальную роль играет магнитотормозное (синхротронное) излучение релятивистских электронов, движущихся в слабых магнитных полях. Вместе с тем характер этого излучения при низких частотах существенно изменяется, если учесть влияние среды — межзвездной или околозвездной плазмы с показателем преломления $n = \sqrt{1 - \frac{4\pi e^2 N}{m\omega^2}}$ (влияние магнитного поля на n обычно можно не учитывать)?

Очевидно, отличием n от единицы при $\beta \rightarrow 1$ можно пренебречь, если только

$$|1 - n(\omega)| \ll \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 \sim (1 - \beta), \quad 1 - \beta \ll 1. \quad (4)$$

Действительно, при условии (4) $|(1 - \beta n) - (1 - \beta)| = \beta |1 - n| \ll (1 - \beta)$ и появление фактора n в формуле (3) несущественно. То же можно сказать и о выражениях для интенсивности излучения, содержащих в знаменателе тот же фактор $(1 - \beta n \cos \theta)$ в некоторой степени (см. § 3). В упомянутом случае изотропной плазмы, если $1 - n \ll 1$, условие (4) принимает вид $\frac{2\pi e^2 N}{m\omega^2} \ll \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2$ (здесь, как и в (4), E — полная энергия; об этом критерии в случае космического радиоизлучения см. в 7).

Особо нужно указать на то, что практическое значение эффекта Доплера в среде, ввиду наличия больших потерь при движении излучателя в плотном веществе, связано со следующими двумя моментами. Во-первых, характерные особенности сверхсветового эффекта Доплера сохраняются и при движении в достаточно узких каналах или щелях в среде⁸⁻¹¹, а также вблизи среды или искусственной замедляющей системы. Во-вторых, все больший интерес приобретает случай движения в магнитоактивной плазме^{12-14а}, когда потери малы. Сказанное, конечно, относится и к черенковскому излучению, хотя в этом случае эффект можно наблюдать и при движении зарядов в плотной сплошной среде.

§ 2. О КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ ПРИ СВЕРХСВЕТОВОМ ДВИЖЕНИИ

При анализе различных вопросов, связанных с излучением, поглощением и усилением электромагнитных волн при движении зарядов или различных «систем» (атомы, сгустки, антенны) в среде, весьма плодотворными оказываются элементарные квантовые представления. Существенно, что это имеет место и в условиях, когда задача является по существу классической и, следовательно, при используемой точности окончательные формулы не зависят от квантовой постоянной \hbar .

Исходным при использовании квантовых представлений является понятие о квантах в среде, энергия которых равна $\hbar\omega$, а импульс $\hbar\mathbf{k} = \frac{\hbar\omega n(\omega, s)}{c}$, где $\mathbf{k} = ks$ — волновой вектор и n — показатель преломления для нормальной волны данного типа, распространяющейся в рассматриваемой среде (в общем случае — анизотропной и гиротропной). В случае изотропной среды квантование проведено в¹⁵, обобщение результата на произвольную среду достигается сразу же при использовании разложения на плоские волны^{16–17а}. Разумеется, такой подход корректен лишь в области применимости феноменологической теории. Нужно также иметь в виду, что вводимый импульс кванта в среде есть полный его импульс, включающий как импульс поля, так и импульс, сообщаемый среде при излучении волны (см. ^{18–19} и ниже).

С квантовой точки зрения кинематика излучения, т. е. условия, налагаемые на частоты и направление излучения, определяется законами сохранения энергии и импульса (то же относится к условиям поглощения). Если, например, до излучения «система» (электрон, атом, антенна) имела энергию E_0 , после излучения ее энергия равняется E_1 , а соответствующие импульсы равны \mathbf{p}_0 и \mathbf{p}_1 , то при излучении кванта должны соблюдаться законы сохранения:

$$E_0 - E_1 = \hbar\omega, \quad (5)$$

$$\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_1 = \hbar\mathbf{k} \equiv \frac{\hbar\omega n}{c} \frac{\mathbf{k}}{k} \equiv \frac{\hbar\omega n}{c} \mathbf{s}. \quad (6)$$

Для «системы», равномерно-движущейся в вакууме (т. е. при $n = 1$), излучение без изменения внутреннего состояния «системы» невозможно (например, равномерно-движущийся электрон в вакууме излучать не может). Этот хорошо известный факт следует, разумеется, и из (5)–(6), так как при $n = 1$ эти уравнения для частицы без внутренних степеней свободы имеют лишь решение $\omega = 0$. Если же $n \neq 1$, то подставляя в (5) и (6) $E_{0,1} = \sqrt{m^2c^4 + c^2p_{0,1}^2}$, где $p_{0,1} = \frac{mv_{0,1}}{\sqrt{1 - v_{0,1}^2/c^2}}$, в качестве условия излучения при неизменном внутреннем состоянии получаем¹⁵:

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{c}{n(\omega)v_0} \left(1 + \frac{\hbar\omega(n^2 - 1)}{2mc^2} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \right), \\ \hbar\omega &= \frac{2\frac{mc}{n} \left(v_0 \cos \theta - \frac{c}{n} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)}}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

При $\frac{\hbar\omega}{mc^2} \ll 1$ это условие переходит в классическое условие излучения (1), что и естественно (если $\frac{\hbar\omega}{mc^2} \ll 1$, то «отдача», связанная с испусканием

кванта, достаточно мала*). Из (7) ясно, конечно, что излучение возможно (т. е. $\cos \theta < 1$ и $\omega > 0$) только при сверхсветовом движении, т. е. при соблюдении неравенства $v_0 n/c = \beta n > 1$.

В условиях, когда результат не содержит \hbar , квантовый расчет имеет лишь методическое значение. По существу, дело здесь сводится к использованию законов сохранения, которые имеют более широкое значение в том смысле, что могут применяться и без привлечения квантовых представлений. Именно учтем, что из классической теории электромагнитного поля в среде в качестве связи между энергией \mathcal{E} и полным импульсом излучения среды \mathbf{P} получается соотношение $\mathbf{P} = \frac{\mathcal{E} \mathbf{n}}{c}$ (**).

Далее, для свободного движения заряда при достаточно малом изменении энергии и импульса $\Delta E = v \Delta p$, так как

$$\frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp} (\sqrt{m^2 c^4 + c^2 p^2}) = \frac{c^2 p}{E} = v.$$

Отсюда и из законов сохранения (5)–(6) с заменой $\hbar \omega$ на \mathcal{E} получим $\Delta E = \mathcal{E} = v \Delta p = \frac{\mathcal{E} n}{c} s v$ или $\cos \theta_0 = \frac{c}{nv}$, т. е. получается условие (1). Однако введение сразу же квантов $\hbar \omega$ проще***), и это вполне естественно делать не только в квантовом, но и в классическом случае. Так мы и будем поступать.

Если движется не частица, а «система», внутренняя энергия которой может изменяться, то $E_0 = \sqrt{(m + m_0)^2 c^4 + c^2 p_0^2}$, $E_1 = \sqrt{(m + m_1)^2 c^4 + c^2 p_1^2}$, где $(m + m_0) c^2 = mc^2 + \varepsilon_0$ — полная энергия в нижнем состоянии и $(m + m_1) c^2 = mc^2 + \varepsilon_1$ — полная энергия в верхнем состоянии. Очевидно, $\varepsilon_1 - \varepsilon_0 = \hbar \omega_i > 0$ есть разность энергий двух рассматриваемых уровней «системы» (атома и т. п.).

Применяя теперь законы сохранения (5)–(6) при $\frac{\hbar \omega}{mc^2} \ll 1$, получаем²⁰ доплеровское условие (3). При этом, однако, выясняется также одно важное обстоятельство, которое совершенно ускользает из поля

*) При очень большом n , как ясно из (7), условие классичности нужно записывать несколько иначе, а именно в виде

$$\frac{\hbar \omega n^2}{2mc^2} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \ll 1.$$

**) Как показано в¹⁸, импульс поля равен $P_f = \mathcal{E}/nc$, а импульс, сообщаемый при излучении диэлектрику, равен

$$P_d = (n^2 - 1) P_f = \frac{\mathcal{E} (n^2 - 1)}{nc}.$$

Отсюда полный импульс $P = P_f + P_d = \mathcal{E} n/c$.

***)) Достаточно сказать, что вопрос о классическом выражении для импульса поля P_f и полного импульса P довольно сложен, обсуждался несколько десятилетий и был до конца выяснен лишь недавно^{18, 19}. В то же время связь $p = \frac{\hbar \omega n}{c} = \frac{\mathcal{E} n}{c}$ при квантовании получается сразу же¹⁵. Действительно, уже из основ квантовой механики ясно, что полный импульс излучения равен $\hbar \mathbf{k}$, где \mathbf{k} — волновой вектор, фигурирующий при разложении поля или векторного потенциала в ряд Фурье ($\mathbf{E} = \sum_{\mathbf{k}} \text{const} \cdot \exp \{i \mathbf{k} \mathbf{r}\}$ и т. п.). С другой стороны, как хорошо

известно и следует из уравнений поля, $\hbar^2 = \frac{\omega^2 n^2}{c^2}$. Отсюда импульс $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} = \frac{\hbar \omega n}{c} \mathbf{s}$.

зрения при классическом выводе⁶ формулы (3). Именно в области нормального эффекта Доплера, т. е. когда

$$\beta n(\omega) \cos \theta < 1, \quad (8)$$

излучению соответствует переход системы с верхнего уровня с энергией ϵ_1 на нижний уровень с энергией ϵ_0 (направление перехода определяется из требования положительности энергии излучаемого кванта, т. е., формально, из требования $\omega > 0$). Если же квант излучается внутри черенковского конуса, т. е. имеет место аномальный эффект Доплера и

$$\beta n(\omega) \cos \theta > 1, \quad (9)$$

то излучение кванта сопровождается переходом «системы» с нижнего уровня ϵ_0 на верхний уровень ϵ_1 . Энергия кванта, а также энергия, идущая на возбуждение излучающей «системы», черпается при этом из кинетической энергии поступательного движения «системы».

На этом примере видно, что в квантовой теории, в отличие от классической, при нахождении самих условий излучения определяется одновременно направление процесса (переход вниз или вверх). Именно это обстоятельство наряду с возможностью столь же простого учета индуцированного испускания (см. ниже) обуславливает ценность квантовых расчетов для получения условий излучения, условий усиления (неустойчивости) волн в пучках и т. д.

Если «система» имеет только два дискретных уровня 0 и 1, то при $\beta n < 1$ (досветовое движение) в стационарном состоянии излучатель находится на нижнем уровне 0 (предполагается, что «система» движется, скажем, в канале в среде и никаких посторонних источников возбуждения нет). Другими словами, если возбужден уровень 1, то через некоторое время «система» высветится с переходом на уровень 0. Если же $\beta n > 1$ (сверхсветовое движение), то и в стационарных условиях имеется вероятность найти «систему» на уровне 1 и она все время излучает как нормальные, так и аномальные доплеровские волны. Населенность уровней 1 и 2, а также интенсивность излучения нормальных и аномальных волн определяются, очевидно, отношением суммарных вероятностей излучения этих волн. Для «системы» с многими уровнями²¹ излучение аномальных доплеровских волн с подъемом системы вверх приводит к возможности раскочки «поперечных колебаний» и, например, ионизации атома. Точнее, здесь возможны два случая²². В первом из них средняя энергия поперечных колебаний «системы» по мере движения понижается. Это значит, что для волнового пакета, составленного из волновых функций с разными, но близкими энергиями (имеются в виду, например, энергии поперечного осцилляторного движения электрона, движущегося вдоль магнитного поля), центр тяжести пакета в шкале энергий понижается. Разница между досветовым и сверхсветовым движениями в этом случае заключается в разной скорости изменения средней энергии, а также в характере распыливания пакета. Так, при досветовой скорости состояния с энергией большей, чем представленная в начальном спектре пакета, никогда не окажутся занятыми. При сверхсветовой же скорости, несмотря на уменьшение средней энергии, имеется отличная от нуля вероятность найти «систему» (предполагается, конечно, что мы имеем ансамбль «систем») на сколь угодно высоком уровне, который может быть достигнут с соблюдением условия (9).

Во втором из упомянутых случаев «система» неустойчива уже в «среднем», т. е. ее средняя энергия (речь идет об энергии колебаний) повышается со временем, не говоря уже о характере распыливания пакета.

Выяснение того, с какой из этих возможностей мы имеем дело, требует конкретных расчетов вероятностей переходов. В этом отношении

для классической системы квантовый расчет не имеет, вообще говоря, никаких преимуществ и естественно воспользоваться классической теорией излучения. На этом вопросе мы остановимся ниже (см. § 3).

Сейчас же отметим, что квантовые соображения типа приведенных не менее полезны при анализе уже упоминавшихся вопросов о поглощении и усилении волн в пучках (потоках) частиц. При этом в случае усиления волн пучок, по сути дела, становится неустойчивым. На таком пути легко получить критерий неустойчивости пучка частиц, движущихся в изотропной плазме (см. ²³ и ниже § 4). Далее, ясно, что при сверхсветовом движении потоков «систем» с двумя или многими уровнями, как правило, должно иметь место не поглощение (реабсорбция), а усиление (отрицательное поглощение) аномальных доплеровских волн ²⁴. Это связано с тем, что при поглощении кванта из области аномальных доплеровских волн (т. е. летящего под углом $\theta < \theta_0$ к скорости «системы») «система» будет переходить не снизу вверх (как при нормальном эффекте), а сверху вниз *). Переход же «системы» снизу вверх отвечает теперь индуцированному испусканию, которое в области нормального эффекта соответствует переходу «системы» сверху вниз. Поэтому, если все «системы» (атомы, электроны в магнитном поле) в сверхсветовом пучке находятся, например, на нижнем уровне, то нормальные доплеровские волны, излучаемые одной из систем, будут поглощаться в этом пучке, а аномальные волны будут усиливаться — они будут на своем пути переводить другие «системы» снизу вверх с индуцированным испусканием, т. е. с излучением еще одного аномального доплеровского кванта.

Если заселены и нижний и верхний уровни 0 и 1, то коэффициент поглощения в пучке для нормальных доплеровских волн равен (см. ^{23, 24}):

$$\mu_n = \frac{dI_\omega}{I_\omega} = A_1^0 \frac{8\pi^3 c^2 N_1 \left(\frac{N_0}{N_1} - 1 \right)}{\omega^2 n^2}, \quad I_\omega = I_\omega(0) e^{-\mu z}, \quad (10)$$

где $A_1^0(\theta)$ — отнесенная к единице телесного угла вероятность спонтанного перехода $1 \longleftrightarrow 0$ с излучением кванта под углом θ к скорости, N_1 и N_0 — концентрации частиц в пучке соответственно на уровнях 1 и 0, n — показатель преломления среды для рассматриваемой частоты ω при распространении волны под углом θ (ради простоты считаем, что дипольный момент для перехода $1 \longleftrightarrow 0$ для всех частиц параллелен скорости). Чтобы имело место усиление нормальных доплеровских волн, число частиц на верхнем уровне 1 должно превосходить их число на нижнем уровне 0 (в этом случае $\frac{N_0}{N_1} < 1$ и $\mu < 0$). Подобное распределение по уровням не имеет места при тепловом равновесии, и создание его связано, вообще говоря, с определенными затруднениями. Положение меняется в случае аномальных доплеровских волн, когда излучение волн (кванта) происходит с переходом $0 \rightarrow 1$, а поглощение с переходом $1 \rightarrow 0$. В этом случае

$$\mu_{an} = A_1^0 \frac{8\pi^3 c^2 N_0 \left(\frac{N_1}{N_0} - 1 \right)}{\omega^2 n^2} \quad (11)$$

и $\mu < 0$ при $\frac{N_1}{N_0} < 1$. Отсюда, конечно, также ясно, что при наличии аномального эффекта Доплера (т. е. если $\beta n > 1$) пучок частиц,

*) Поглощение есть процесс, обратный испусканию, и поэтому сказанное сразу же следует из расчетов, проведенных для испускания. Термины «вверх» и «вниз» употребляются здесь везде в применении к шкале энергий.

находящихся на одном только нижнем уровне 0, обладает отрицательным поглощением, и излучаемые отдельными частицами волны усиливаются. Это обстоятельство является, по-видимому, весьма благоприятным с точки зрения возможности использования пучков частиц, движущихся в диэлектрической щели или замедляющей системе, для генерации и усиления микрорадиоволн²⁵.

Роль излучающей аномальные доплеровские частоты системы (частицы) могут, как упоминалось, играть электроны, колеблющиеся под действием наложенного поля или движущиеся по винтовой линии вдоль магнитного поля, параллельного оси пучка. При малых амплитудах такие электроны, если не говорить о черенковском излучении, излучают так же, как соответствующие осцилляторы, движущиеся со скоростью v , равной параллельной оси пучка проекции скорости электрона $v_{||}$.

В электронном пучке поперечные скорости v_{\perp} распределены обычно так, что функция распределения $f(v_{\perp})$ убывает с ростом v_{\perp} (это имеет место, например, при распределении $f(v_{\perp}) = \text{const} \cdot \exp \left\{ -\frac{mv_{\perp}^2}{2kT} \right\}$). В подобных условиях нормальные доплеровские волны будут в результате реабсорбции в пучке затухать; аномальные же доплеровские волны будут, напротив, усиливаться. Усиление волн в электронном пучке означает, что амплитуда колебаний нарастает и пучок теряет устойчивость. При этом, вообще говоря, происходит группировка электронов и возникает когерентное излучение. Квантовое условие неустойчивости пучка (условие $\beta_{||} n(\omega) > 1$; $\beta_{||} = v_{||}/c$) совпадает с условием, которое может быть получено путем решения классической задачи об устойчивости пучка электронов в магнитном поле²⁴. Отмеченная неустойчивость электронных потоков, имеющая, в частности, место в магнитоактивной плазме, представляет интерес с точки зрения теории спорадического радиоизлучения Солнца²⁶.

Как известно, условие излучения (1), носящее интерференционный характер, является универсальным для волн любого типа (конечно, с заменой фазовой скорости света $c/n(\omega)$ на v_{ϕ} — фазовую скорость рассматриваемых волн, например звуковых, капиллярных и т. п.). То же относится и к изложенным результатам, полученным на основе законов сохранения энергии и импульса как при классическом, так и при квантовом подходе к ним. Второй путь (введение квантов) значительно проще не только для света, но и для плазменных волн (см. ²³ и § 4) и звука. В последнем случае энергия кванта звука (фонона) равна $\varepsilon = \hbar\omega$, а его импульс $p = \hbar k = \frac{\varepsilon}{u}$, где u — скорость звука (для звука дисперсия обычно несущественна, и можно не делать различия между фазовой и групповой скоростью). При этом, разумеется (аналогично электродинамике), при сверхзвуковом движении излучающая акустическая система в области аномального эффекта Доплера будет переходить «вверх» (т. е. возбуждаться) и, таким образом, в какой-то мере «раскачиваться»^{26a}.

В заключение этого раздела остановимся на одном интересном моменте, связанном с несовпадением направлений фазовой и групповой скоростей волн, которое может иметь место в анизотропной среде или при учете пространственной дисперсии*). Если проекция групповой скорости $\frac{d\omega}{dk}$ на направление, перпендикулярное скорости частицы

*) См. ²⁷, а также ²⁸ (на рис. 2 и 3 в ²³ приведены функции $\tilde{n}^2(\omega)$, для которых в некоторых областях $\frac{d}{d\omega}(\tilde{n}\omega) < 0$ и, следовательно, знаки фазовой и групповой скоростей различны).

(т. е. величина $\frac{d\omega}{dk_r}$, где k_r — перпендикулярная v проекция \mathbf{k}), отрицательна, то энергия, казалось бы, не уходит от излучателя, а поглощается им. В подобных условиях, однако, нужно пользоваться не запаздывающими, а опережающими потенциалами^{27, 29}. Если выбрать

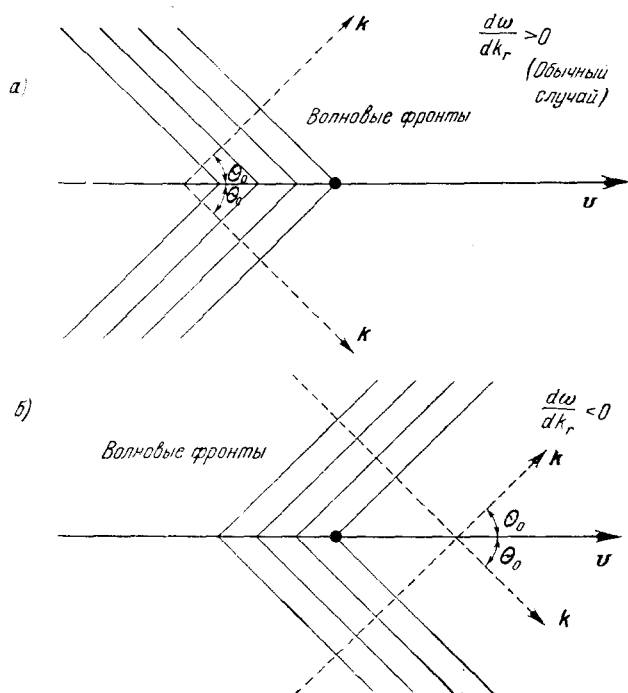


Рис. 2.

вектор \mathbf{k} направленным всегда по фазовой скорости, то при $\frac{d\omega}{dk_r} < 0$ этот вектор \mathbf{k} в черенковских и дошплеровских волнах^{29, 14} будет направлен к траектории частицы, а энергия, как это и должно быть, уходит от траектории. В случае черенковского излучения различие между случаями $\frac{d\omega}{dk_r} > 0$ и $\frac{d\omega}{dk_r} < 0$ ясно из рис. 2. Угол θ_0 при $\frac{d\omega}{dk_r} < 0$ по-прежнему определяется условием (1), как это ясно при сделанном выборе направления \mathbf{k} из интерференционных соображений, а также из законов сохранения (5) — (6). Последнее следует из того, что мы пользуемся плоскими волнами типа $e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})}$, для которых импульс соответствующего кванта в среде равен $\frac{\hbar\omega n}{c} \frac{\mathbf{k}}{k}$; при использовании таких волн между направлениями \mathbf{k} на рис. 2, а и 2, б нет никакого различия, поскольку в терминах плоских волн расположение волновых фронтов в обоих случаях одинаково (имеются все фронты с вектором \mathbf{k} , лежащим на черенковском конусе). Формула (3) при $d\omega/dk_r < 0$ остается в силе. Физическое же различие между рассматриваемыми случаями, конечно, весьма значительно и связано с разными направлениями групповой

скорости. Так, в изотропной среде в обычном случае (рис. 2,а) групповая скорость параллельна \mathbf{k} . В случае же, изображенном на рис. 2,б, групповая скорость $d\omega/d\mathbf{k}$ антипараллельна \mathbf{k} и, таким образом, вектор $d\omega/d\mathbf{k}$ направлен под тупым углом $\theta_1 = \pi - \theta_0$ к скорости частицы \mathbf{v} . В таких условиях, при прохождении частицей пластинки конечной толщины, черенковское свечение будет исходить от задней поверхности пластинки, а также необычным образом преломляется на этой поверхности (последний момент ясен из ²⁷).

§ 3. СИЛА РЕАКЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЗАРЯДА В СРЕДЕ

Для электронов, движущихся со сверхсветовой скоростью в плазме или замедляющей системе при наличии магнитного поля и в аналогичных случаях осцилляционного движения электронов, интерес обычно представляет лишь классическая область (квантовые числа, соответствующие поперечному движению, велики). В подобных условиях вопрос об излучении волн и о затухании или раскачке поперечных колебаний электронов может (и практически должен) решаться путем классических расчетов. Эти расчеты по существу сводятся к вычислению силы реакции излучения при движении заряда в среде.

Остановимся на этой проблеме в несколько более широком плане.

Поскольку наличие среды может радикально изменять характер излучения электромагнитных волн движущейся частицей, ясно, что сила реакции излучения в среде также изменяется, причем иногда самым существенным образом. В качестве примеров можно указать на то, что осциллятор с частотой ω в изотропной плазме с показателем преломления $n = \sqrt{1 - \frac{4\pi e^2 N}{m\omega^2}}$ вообще не излучает при $\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m} > \omega^2$, когда $n^2 < 0$; в магнитоактивной плазме отсутствует в нерелятивистском приближении излучение электрона, вращающегося в магнитном поле \mathbf{H}_0 с частотой $\omega_H = eH_0/mc$ (имеется в виду излучение, распространяющееся под углом к полю, см. ³⁰). В обоих этих случаях радиационная сила, конечно, обращается в нуль, в то время как в вакууме она равна

$$\mathbf{f}_0 = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{d^2\mathbf{v}}{dt^2}. \quad (12)$$

С другой стороны, при равномерном движении в среде, если для некоторых частот скорость $v > \frac{c}{n(\omega)}$, появляется черенковская радиационная сила $\mathbf{f}_{\text{чр}}$, работа которой за единицу времени $\mathbf{f}_{\text{чр}}\mathbf{v} = -\frac{dW}{dt}$. Поэтому из (2) ясно, что

$$\mathbf{f}_{\text{чр}} = -\frac{e^2\mathbf{v}}{c^2v} \int_{\frac{c}{n} \leq v} \left[1 - \frac{c^2}{n^2(\omega)v^2} \right] \omega d\omega. \quad (13)$$

Уже в свете сказанного, естественно, возникает задача о вычислении силы реакции излучения при произвольном движении заряда в произвольной среде. Тем не менее, эта задача, насколько нам известно, до сих пор не привлекала к себе внимания.

По-видимому, это объясняется тем, что радиационная сила при движении в среде обычно значительно меньше силы торможения, связанной с ионизационными потерями. Так, потери на черенковское излучение, которые можно считать радиационными, даже в прозрачной, но плотной среде составляют лишь небольшую долю полных потерь. При неравномерном движении заряда положение, вообще говоря, не меняется.

Однако, как уже отмечалось, существуют интересные и практически важные случаи, когда учет радиационных сил при движении в среде все же существует (движение в каналах, щелях и вблизи среды, а также движение в магнитоактивной плазме).

Выражение для силы реакции излучения в среде было получено в ²². Здесь мы лишь кратко приведем схему расчета.

Для точечного заряда с плотностью $\varrho = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R})$, $\int \delta \mathbf{r} = 1$, уравнения поля и уравнения движения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} e v \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}) + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{D} = 4\pi e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{H} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) &= e \left\{ \mathbf{E}^{(0)} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}^{(0)}] \right\} + \\ &+ e \int \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}(\mathbf{r})] \right\} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}) d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $\mathbf{R}(t)$ — радиус-вектор положения заряда ($\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt}$); $\mathbf{E}^{(0)}$, $\mathbf{H}^{(0)}$ — внешние поля, \mathbf{E} , \mathbf{H} — поля, создаваемые самим зарядом (для простоты среда считается немагнитной).

Для произвольной среды единственным эффективным методом решения задачи представляется разложение полей на нормальные плоские волны ^{16-17а, 13}. В результате будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{D}_{\alpha}^{(\omega)} &= \varepsilon_{\alpha\beta}(\omega) \tilde{E}_{\beta}^{(\omega)} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3), \\ \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \\ \mathbf{A} &= \sqrt{4\pi} c \sum_{\lambda, j=1, 2} \frac{q_{\lambda j}(t) \mathbf{a}_{\lambda j}}{n_{\lambda j}} e^{i\mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{r}}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta} \frac{\partial \tilde{A}_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \text{к. с.} = 0, \quad (17)$$

где условие (17) выбрано по соображениям удобства, по дважды встречающимся индексам проводится суммирование, индекс ω указывает на то, что берутся фурье-компоненты, а вещественные поля равны $\mathbf{D} = \tilde{\mathbf{D}} + \tilde{\mathbf{D}}^* \equiv \tilde{\mathbf{D}} + \text{к. с.}$, $\mathbf{E} = \tilde{\mathbf{E}} + \text{к. с.}$ и т. д.

В уравнениях (16) — (17) $n_{\lambda j}$ — показатель преломления и $\mathbf{a}_{\lambda j}$ — комплексный вектор поляризации, отвечающий j -й нормальной волне. Уравнения для потенциалов, получающиеся из (14), (16), (17), таковы:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{A}} - \text{grad div } \tilde{\mathbf{A}} - \frac{1}{c^2} \varepsilon_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 \tilde{A}_{\beta}}{\partial t^2} \mathbf{e}_{\alpha} - \frac{1}{c} \varepsilon_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial x_{\beta}} \mathbf{e}_{\alpha} + \text{к. с.} &= \\ &= -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e = -\frac{4\pi}{c} e v \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \\ \varepsilon_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} + \text{к. с.} &= -4\pi e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где \mathbf{e}_{α} — орт оси α и $\mathbf{j}_e = e v \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ — плотность тока, отвечающая рассматриваемой частице.

Подстановка разложения (16) в (18) дает систему осцилляторных уравнений для амплитуд поля $q_{\lambda j}$ (см. 16, 17, 13, а также § 4). Решение ее элементарно. Определенные таким образом поля необходимо подставить в уравнение движения (15). В результате получаем (см. 22)*):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) = F^{(0)} - \frac{e^2}{2\pi^2} \sum_{j=1,2} \int_0^t \int_0^{k_{\max}} \left\{ \frac{a_j(v'a_j^*)}{n_j^2} \cos \omega_j(t-t') - \right. \\ \left. - i[v[ka_j]] \frac{(v'a_j^*)}{n_j^2 \omega_j} \sin \omega_j(t-t') \right\} e^{ik(R-R')} dt dk + \text{к. с.} = F^{(0)} + f_{\text{rad}}, \quad (19)$$

где

$$R' = R(t'), \quad v' = v(t') \quad \text{и} \quad F^{(0)} = e \left\{ E^{(0)} + \frac{1}{c} [vH^{(0)}] \right\}.$$

Применяемый метод вычисления силы реакции излучения удобен в ряде случаев даже в изотропной среде или в вакууме. Так, для силы радиационного трения, действующей на частицу, движущуюся с нерелятивистской скоростью в вакууме, из (19) легко получается выражение (12) (см. 31, 32). С другой стороны, для частицы, равномерно-движущейся в изотропной среде с показателем преломления $n > c/v$, из (19) получается формула (13) для силы торможения черенковским излучением.

Рассмотрение сверхсветового движения осциллятора произведено в 22. В изотропной среде для осциллятора, колеблющегося параллельно поступательной скорости v_0 , имеем:

$$\left. \begin{aligned} R &= \{0, 0, v_0 t + R_0 \sin \Omega t\}, \quad v = \{0, 0, v_0 + v_\infty \cos \Omega t\}, \\ v_\infty &= R_0 \Omega, \quad a_1 = \{1, 0, 0\}, \quad a_2 = \{0, \cos \theta, -\sin \theta\}, \\ k &= \{0, k \sin \theta, k \cos \theta\}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Для простоты будет идти речь только о случае, когда

$$kR_0 = \frac{\omega}{c} n(\omega) R_0 \ll 1. \quad (21)$$

В подобных условиях из (19) получается следующее выражение для работы поля излучения над частицей за время T

$$A = \int_0^T v f_{\text{rad}} dt = v_0 \int_0^T f_{\text{rad}, z} dt + v_\infty \int_0^T \cos \Omega t f_{\text{rad}, z} dt = A_0 + A_\infty, \quad (22)$$

$$A = -\frac{e^2 R_0^2 T}{4c^3 \beta_0} \left\{ \int_{\beta_0 n(\omega) \cos \theta < 1} \omega^3 \left[1 - \frac{1}{\beta_0^2 n^2(\omega)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right] d\omega + \right. \\ \left. + \int_{\beta_0 n(\omega) \cos \theta > 1} \omega^3 \left[1 - \frac{1}{\beta_0^2 n^2(\omega)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right] d\omega \right\}, \quad (23)$$

$$\omega = \frac{\Omega}{|1 - \beta_0 n(\omega) \cos \theta|}, \quad \beta_0 = \frac{v}{c}. \quad (24)$$

*) Нужно заметить, что в ходе вычислений заряд нужно считать не точечным, а имеющим некоторый радиус r_0 . Однако вместо явного введения форм-фактора достаточно при интегрировании по k ввести верхний предел $k_{\max} \sim 2\pi/r_0$. Поскольку интересующая нас радиационная сила (в отличие от электромагнитной массы) от r_0 не зависит, никаких осложнений при этом не возникает и результат расчета однозначен.

Если дисперсионная зависимость имеет характер «ступеньки», т. е.

$$\left. \begin{aligned} n(\omega) &= n = \text{const} & \text{при } \omega < \omega_c, \\ n(\omega) &= 1 & \text{при } \omega > \omega_c, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

то результат (23) можно записать в виде ²²:

$$A = -\frac{e^2 \Omega^4 R_0^2 n T}{4c^3} \int \frac{\sin^3 \theta d\theta}{|1 - \beta_0 n \cos \theta|^5}, \quad (26)$$

где для аномального эффекта Доплера $0 \leq \theta \leq \arccos \frac{1}{\beta_0 n} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_c}\right)$, а для нормального эффекта Доплера

$$\arccos \frac{1}{\beta_0 n} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega_c}\right) \leq \theta \leq \pi.$$

Величина $W = -A > 0$ равна энергии, излучаемой частицей (см. ⁶). Работа поля излучения, затрачиваемая на увеличение или уменьшение колебаний частицы, в соответствии с (22) равна:

$$\begin{aligned} A_\infty = A - A_0 = \frac{e^2 \Omega R_0^2 T}{4\beta_0 c^3} \left\{ \int_{\beta_0 n(\omega) \cos \theta > 1} \omega^2 \left[1 - \frac{1}{\beta_0^2 n^2(\omega)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \right] d\omega - \right. \\ \left. - \int_{\beta_0 n \cos \theta < 1} \omega^2 \left[1 - \frac{1}{\beta_0^2 n^2(\omega)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \right] d\omega \right\}. \quad (27) \end{aligned}$$

В случае (25)

$$\begin{aligned} A_\infty = \frac{e^2 \Omega^4 R_0^2 n T}{4c^3} \left\{ \arccos \frac{1}{\beta_0 n} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_c}\right) \int_0^{\arccos \frac{1}{\beta_0 n} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_c}\right)} \frac{\sin^3 \theta d\theta}{(1 - \beta_0 n \cos \theta)^4} - \right. \\ \left. - \int_{\arccos \frac{1}{\beta_0 n} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega_c}\right)}^{\pi} \frac{\sin^3 \theta d\theta}{(1 - \beta_0 n \cos \theta)^4} \right\}. \quad (28) \end{aligned}$$

Таким образом, излучение, распространяющееся вне черенковского конуса, которому отвечает второй интеграл в (27) — (28), приводит к затуханию колебаний, в то время как излучение внутри этого конуса (аномальный эффект Доплера), которому отвечает первый интеграл в (27) — (28), раскачивает колебания*). Этот результат находится в полном согласии с квантовыми соображениями (см. § 2). Легко видеть, что второй интеграл в (27) — (28) больше первого, т. е. $A_\infty < 0$ так же как и полная работа A (см. (23) и (26)). Это значит, что в изотропной среде всегда имеет место затухание колебаний осциллятора и $A_\infty \rightarrow 0$, только если в существенной области интегрирования $\beta_0 n(\omega) \rightarrow \infty$.

В работе ²² рассмотрено также движение осциллятора, колеблющегося перпендикулярно его поступательной скорости v_0 . В изотропной среде, как и в предыдущем случае, всегда имеет место затухание колебаний.

Для того чтобы выяснить некоторые особенности сверхсветового движения зарядов в анизотропных средах, удобно рассмотреть движение осциллятора вдоль оптической оси одноосного негиротропного кристалла; при этом электрон считается колеблющимся в том же направлении.

*) Положительная работа A_∞ или ее часть отвечают раскачке колебаний, так как A_∞ есть работа радиационной силы нал частицей.

Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \{0, 0, v_0 t + R_0 \sin \Omega t\}, \quad \mathbf{k} = \{0, k \sin \theta, k \cos \theta\}, \\ \mathbf{a}_2 &= \{1, 0, 0\}, \quad \mathbf{a}_1 = \{0, \cos \theta + K_1 \sin \theta, -\sin \theta + K_1 \cos \theta\}, \\ K_1 &= \frac{(n_1^2 - \varepsilon_{\perp}) \cos \theta}{\varepsilon_{\perp} \sin \theta}, \quad \frac{1}{n_1^2} = \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{\parallel}} + \frac{\cos^2 \theta}{\varepsilon_{\perp}}, \quad k R_0 \ll 1, \end{aligned}$$

где n_1 — показатель преломления для необыкновенной волны, которая в данном случае только и излучается. Величина K_1 есть отношение параллельной и перпендикулярной вектору \mathbf{k} компонент напряженности электрического поля в необыкновенной волне, этот электрический вектор параллелен вектору поляризации \mathbf{a}_1 , длина которого удовлетворяет условию

$$(\varepsilon_{\parallel} a_{z1}^2 + \varepsilon_{\perp} a_{y1}^2) \left\{ \frac{1}{n_1^2} \right\} = 1 \quad (\text{см. } ^5).$$

Тогда можно получить выражения, соответствующие формулам (23), (27):

$$A = -\frac{e^2 R_0^2 T}{4 \beta_0 c^3} \int_{L_1+L_2} \omega^3 \frac{\varepsilon_{\perp}^2(\omega) \sin^2 \theta d\omega}{[\varepsilon_{\perp}(\omega) \sin^2 \theta + \varepsilon_{\parallel}(\omega) \cos^2 \theta]^2 \left| 1 - \frac{\text{ctg } \theta}{n_1} \frac{\partial n_1}{\partial \theta} \right|}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} A_{\infty} = \frac{e^2 R_0^2 \Omega T}{4 \beta_0 c^3} \left\{ - \int_{L_1} \omega^2 \frac{\varepsilon_{\perp}^2(\omega) \sin^2 \theta d\omega}{[\varepsilon_{\perp}(\omega) \sin^2 \theta + \varepsilon_{\parallel}(\omega) \cos^2 \theta]^2 \left| 1 - \frac{\text{ctg } \theta}{n_1} \frac{\partial n_1}{\partial \theta} \right|} + \right. \\ \left. + \int_{L_2} \omega^2 \frac{\varepsilon_{\perp}^2(\omega) \sin^2 \theta d\omega}{[\varepsilon_{\perp}(\omega) \sin^2 \theta + \varepsilon_{\parallel}(\omega) \cos^2 \theta]^2 \left| 1 - \frac{\text{ctg } \theta}{n_1} \frac{\partial n_1}{\partial \theta} \right|} \right\}. \quad (30) \end{aligned}$$

Области интегрирования L_1 и L_2 определяются соотношениями Доплера

$$1 - \beta_0 n(\omega, \theta) \cos \theta = \frac{\Omega}{\omega} \quad (31)$$

для нормальных доплеровских частот (область L_1) и

$$\beta_0 n(\omega, \theta) \cos \theta - 1 = \frac{\Omega}{\omega} \quad (32)$$

для аномальных доплеровских частот (область L_2). Легко видеть, что оба интеграла в (30) всегда положительны. Это значит, что излучению нормальных доплеровских частот (первый интеграл в (30)) соответствует затухание колебаний, в то время как излучению аномальных доплеровских частот соответствует раскачка колебаний.

Следует отметить, что такое разбиение несколько условно, и физический смысл имеет только сила, равная разности обоих интегралов.

В отличие от изотропного случая в рассматриваемой задаче может иметь место не только ослабление затухания, но и их раскачка (имеется в виду знак всей работы A_{∞} , а не ее частей). Пусть, например, ε_{\parallel} и ε_{\perp} не зависят от частоты, причем $\varepsilon_{\parallel} < 0$, $\varepsilon_{\perp} > 0$; тогда $n_1^2(\theta_{\infty}) \rightarrow \infty$ при угле θ_{∞} , определяемом из условия (см. выше выражение для n_1^2)

$$\varepsilon_{\perp} \sin^2 \theta_{\infty} + \varepsilon_{\parallel} \cos^2 \theta_{\infty} = 0. \quad (33)$$

В такой среде необыкновенные волны могут распространяться под углом $|\theta| < |\theta_{\infty}|$, а для углов $\frac{\pi}{2} > \theta > \theta_{\infty}$ уже $n_1^2 < 0$ и распространение волн невозможно. Далее, n_1^2 минимально и равно ε_{\perp} при $\theta = 0$. Если

теперь $\beta_0 \epsilon_{\perp} > 1$, то всегда можно так подобрать ϵ_{\parallel} , чтобы черенковский угол θ_0 был больше θ_{∞} (здесь $\beta_0 n \cos \theta_0 = 1$). В подобных условиях, очевидно, черенковское излучение вообще отсутствует (углу θ_0 отвечают значения $n_1^2 < 0$) и вперед (при $\theta < \frac{\pi}{2}$, а фактически при $\theta < \theta_{\infty}$) излучаются только аномальные доплеровские частоты. Назад (при $\pi - \theta < \theta_{\infty}$) излучаются нормальные доплеровские частоты, но здесь $(1 - \beta_0 n_1 \cos \theta) = (1 + \beta_0 n_1 |\cos \theta|)$ и полная работа A_{∞} положительна. В этом можно убедиться, переходя в (30) с помощью (31) и (32) к интегрированию по θ , в результате чего для рассматриваемого случая:

$$A_{\infty} = \frac{e^2 \Omega^4 R_0^2 T}{4c^3} \left\{ \int_0^{\arctg \sqrt{\frac{|\epsilon_{\parallel}|}{\epsilon_{\perp}}}} \frac{n_1^2(\theta) \sin^3 \theta d\theta}{\epsilon_{\parallel}^2 [1 - \beta_0 n_1(\theta) \cos \theta]^4} - \right. \\ \left. - \int_0^{\arctg \sqrt{\frac{|\epsilon_{\parallel}|}{\epsilon_{\perp}}}} \frac{n_1^2(\theta') \sin^3 \theta' d\theta'}{\epsilon_{\parallel}^2 [1 + \beta_0 n_1(\theta') \cos \theta']^4} \right\}, \quad (34)$$

где $\theta' = \pi - \theta$. Здесь $A_{\infty} > 0$, так как первый интеграл в (34) больше второго. Итак, в рассматриваемом случае имеет место раскачка колебаний.

Вопрос о движении зарядов в магнитоактивной плазме рассмотрен в работе ³³. В ней показано, что и в этом случае в некоторых условиях имеет место раскачка колебаний или, точнее, «раскрутка» винтовой линии, по которой движется частица в магнитном поле. Так, раскачка происходит, например, если

$$\bar{\omega}_0^2 / \omega_H^2 = \beta_0 \ll 1 \quad (\omega_H = eH_0 / mc, \quad \omega_0^2 = 4\pi e^2 N / m),$$

где H_0 — однородное магнитное поле, в которое помещена плазма и N — концентрация электронов плазмы. Раскачка возникает и при следующих значениях параметров (результат численного интегрирования):

$$\beta_0 = 0,01, \quad \omega_0^2 / \omega_H^2 = 10 \quad \text{и} \quad \beta_0 = 0,99, \quad \omega_0^2 / \omega_H^2 = 10.$$

Если же, например, $\beta_0 = 0,99$ и $\omega_0^2 / \omega_H^2 = 0,01$, поперечное движение частицы затухает. Если колебания раскачиваются, то имеет место переход энергии поступательного движения (в данном случае, движения вдоль поля) в энергию поперечного движения. В результате скорость поступательного движения v_0 уменьшается и раскачка заведомо прекратится при достижении скоростью v_0 минимальной скорости света c/n_{\max} .

Различие в знаках силы, действующей на колебательное движение частицы, в случае нормального и аномального доплеровского излучения, очевидно, полностью соответствует выводам, сделанным в § 2. В изотропном случае это обстоятельство приводит к ослаблению «трения» или даже его практическому исчезновению, но не может вызвать раскачку колебаний (квантовый эффект раскачки колебаний, связанный с распадом пакета в «пространстве энергии» для сверхсветового излучения имеет, конечно, место и в изотропной среде; см. § 2). В анизотропной среде (в частности, в магнитоактивной плазме) возможна раскачка колебаний.

Совершенно ясно, что неустойчивость сверхсветовых пучков частиц, имеющая место в классическом приближении уже в изотропной среде, тесно связана с рассмотренной реакцией излучения для одной частицы.

§ 4. О ЧЕРЕНКОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ И ПОГЛОЩЕНИИ ВОЛН В ИЗОТРОПНОЙ И МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

В связи с тем большим вниманием, которое привлечено в настоящее время к физике плазмы, кратко остановимся на некоторых относящихся сюда моментах, связанных с теорией излучения при сверхсветовых скоростях.

В изотропной плазме, т. е. при отсутствии внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 , для поперечных волн $n_{1,2}^2 = 1 - \frac{4\pi e^2 N}{m(\omega^2 + v_{\text{эфф}}^2)} < 1$ (фазовая скорость волн $v_{\text{ф}} = \frac{c}{n} > c$) и, таким образом, черенковское излучение невозможно. Однако при учете теплового движения в изотропной плазме могут распространяться также продольные плазменные волны *), показатель преломления для которых равен ³⁴⁻³⁸:

$$n_3^2 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}{3\beta_T^2}, \quad \beta_T^2 = \frac{\kappa T}{mc^2}, \quad \omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m}. \quad (35)$$

Здесь e , m — заряд и масса электрона, N — электронная концентрация, κ — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Соотношение (35) эквивалентно дисперсионному уравнению $\omega^2 = \omega_0^2 + 3\frac{\kappa T}{m}k^2$ и приводит к следующим выражениям для фазовой и групповой скоростей:

$$v_{\text{ф}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n_3} = \frac{\sqrt{3\frac{\kappa T}{m}}}{\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}}, \quad v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{3\kappa T}{m\omega} k = \sqrt{\frac{3\kappa T}{m}} \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}. \quad (36)$$

Плазменные волны образуют одну из трех равноправных ветвей нормальных волн в плазме. Фазовая скорость плазменных волн может быть меньше скорости света в вакууме c , и, следовательно, для этих волн возможно появление эффекта В. Ч. Последнее и имеет место при движении в плазме заряженных частиц; энергия, которую они теряют в результате «далеких» соударений, идет именно на черенковское излучение плазменных волн. За счет этого излучения частица с зарядом e_1 и скоростью v , существенно большей тепловой скорости $v_T = \sqrt{\frac{\kappa T}{m}}$, теряет в единицу времени энергию ³⁹

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{e_1^2 \omega_0^2}{2v} \ln \left(1 + \frac{2v^2}{v_T^2} \right).$$

Излучение движущейся частицей плазменных волн обычно не называют эффектом В. Ч. Вопрос о названии является, конечно, с одной стороны, не очень важным и, с другой стороны, делом вкуса или привычки. Нам представляется тем не менее, что в случае плазменных волн (в отличие, скажем, от излучения звука) говорить именно об эффекте В. Ч. весьма целесообразно. Во-первых, как уже упоминалось, в плазме высокочастотные продольные (плазменные) волны выступают вполне равноправным образом с электромагнитными (поперечными) волнами. Во-вторых, и это важнее, в магнитоактивной плазме (т. е. при наличии внешнего магнит-

*) Движения ионов не учитываем и, таким образом, оставляем без внимания квазиакустические (низкочастотные) продольные волны (см., например, ^{37, 38}). Поглощение, связанное с соударениями, также не учитываем, полагая число соударений $v_{\text{эфф}} = 0$.

ного поля H_0) в общем случае имеются три нормальные волны, не являющиеся ни продольными, ни поперечными. Выделение в таких условиях плазменных волн является уже совершенно условным^{37,38}. В согласии с этим, условным обычно является и разделение волн, излучаемых при движении заряда в магнитоактивной плазме, на черенковские электромагнитные волны и волны плазменного типа. К тому же, при стремлении внешнего магнитного поля H_0 к нулю (переход к изотропии) излучение волн, которые называют черенковскими^{12,26}, не исчезает, а непрерывным образом переходит в указанное выше излучение плазменных волн²⁶.

Заметим, что сказанное относится не только к газовой плазме, но и к другим средам, в которых, в известном приближении, можно говорить о распространении плазменных волн. Аналогом магнитоактивной плазмы являются при этом оптически анизотропные среды (кристаллы)^{28,38}.

В твердых телах и жидкостях плазменные частоты $\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N}{m}}$ весьма велики (они лежат в ультрафиолетовой части спектра). Поэтому оказывается уже существенным учет квантования и вводится понятие о квантах плазменных волн — плазмонах⁴⁰ — с энергией $\hbar\omega \simeq \hbar\omega_0$ (среда здесь считается изотропной). Отличие плазмонов от использовавшихся в § 2 квантов электромагнитного поля в среде — «фотонов в среде» — отвечает лишь различию между поперечными и продольными волнами (см. выше). В анизотропной среде эта разница, вообще говоря, отсутствует и так называемые дискретные потери энергии при прохождении электронов через тонкие слои⁴⁰ можно с полным основанием рассматривать как результат эффекта В. Ч.²³. При исследовании дискретных потерь оказывается существенным учет также и импульса фотонов или плазмонов⁴⁰.

В случае газовой (разреженной) плазмы, когда частоты ω_0 относительно невелики (имеются в виду условия $\hbar\omega_0 \ll \frac{Mv^2}{2}$ и $\hbar\omega_0 \ll \kappa T$, где M — масса, v — скорость излучающей частицы и T — температура плазмы), использование квантовых представлений не необходимо. Однако и в этих условиях, как и в случае электромагнитных волн (см. § 2), применение квантовой теории излучения и поглощения плазменных волн и самого понятия о плазмонах может оказаться весьма удобным и эффективным. В качестве примера укажем на расчет реабсорбции плазменных волн и нахождение критерия неустойчивости пучка частиц, движущихся в плазме²³.

Неустойчивость пучка возникает, если образовавшиеся в пучке возмущения (волны) нарастают. С квантовой точки зрения это означает, что коэффициент поглощения для волн в пучке должен быть отрицательным ($\mu < 0$; см. § 2). Последнее и имеет место, если частицы пучка, с одной стороны, вообще могут излучать волны и, с другой стороны, функция распределения частиц в пучке по скоростям обеспечивает превалирование индуцированного испускания над поглощением. Достаточно быстрая ча-

стица ($v \gg \sqrt{\frac{\kappa T}{m}}$), движущаяся в изотропной плазме, как сказано, излучает черенковские плазменные волны. Коэффициент же поглощения μ отрицателен (происходит больше актов индуцированного испускания, чем актов поглощения), если на «верхних» уровнях в пучке больше частиц, чем на «нижних» (см. (10) — (11)). Для частиц без внутренних степеней свободы (т. е. для свободных электронов, протонов и т. п.), или при пренебрежении изменением внутреннего состояния, «верхний» уровень отвечает просто большей скорости. Отсюда сразу же следует, что неустойчивым будет поток, в котором для какого-то интервала скоростей имеется больше быстрых частиц, чем медленных, т. е. функция распределения частиц в пучке

по скоростям $f_s(v)$ имеет положительную производную *). Такое же условие неустойчивости $\frac{df_s}{dv} > 0$ получается и классически ^{36, 365}, но в результате специального исследования. Не менее, а в известном смысле и более эффективен (в связи с большей сложностью задачи) квантовый метод получения критерия устойчивости в уже упоминавшемся в § 2 случае движения пучка заряженных частиц в магнитоактивной плазме (здесь нужно учитывать изменение перпендикулярной магнитному полю проекции скорости частицы или, на квантовом языке, учитывать переходы между уровнями энергии для перпендикулярного к полю движения, которое квантуется ²⁴).

Возможность излучения черенковских волн приводит, разумеется, и к возможности поглощения частицей таких же волн любого происхождения. Отсюда ясно, что в плазме, помимо механизма поглощения волн, связанного с соударениями **), должно иметь место поглощение черенковского типа. В изотропной плазме, для поперечных волн, такого поглощения, конечно, нет (так как нет и черенковского излучения ***)). Но плазменные волны должны поглощаться и при отсутствии соударений. Такое поглощение и было уже довольно давно обнаружено совсем на другом пути ³⁵. Именно рассмотрим линейаризованное кинетическое уравнение для плазменных электронов (см., например, ^{34, 35, 38}):

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v \nabla_r f_1 + \frac{e}{m} E \nabla_r f_0 = 0, \quad f = f_0 + f_1, \quad |f_0| \gg |f_1|. \quad (37)$$

*) Для простоты рассматриваем излучение в направлении скорости одномерного потока v (в общем случае роль $f_s(v)$ играет функция $f_s(v_k)$, где $v_k = v \cos \theta$ — проекция скорости частиц потока на волновой вектор излучаемых волн k ; см. ²³).

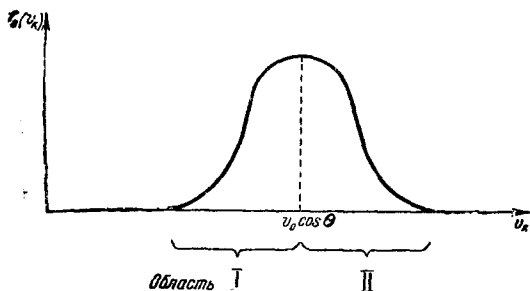


Рис. 3.

Для функции $f_s(v_k)$ типа $f_s(v_k) = \text{const} \cdot \exp \left\{ -\frac{M}{2\kappa T_s} (v_k - v_0 \cos \theta)^2 \right\}$, изображенной на рис. 3, коэффициент $\mu > 0$ в области II, где $\frac{df_s(v_k)}{dv_k} < 0$, и $\mu < 0$ в области I, где $\frac{df_s(v_k)}{dv_k} > 0$. В силу черенковского условия (1) $v \cos \theta = v_k = \frac{c}{n_s(\omega)}$ и волны, испускаемые частицами с разными значениями v_k (в частности, испускаемые частицами из областей I и II на рис. 3), имеют разную частоту, а значит,

не могут погасить друг друга и обеспечить устойчивости, даже если $\mu < 0$ только для небольшой части значений v_k . Заметим, что для любой изотропной трехмерной функции распределения электронов по скоростям $f = f(v^2)$ функции $f(v_k) = \int f(v^2) dv_{\perp}$ (v_{\perp} — проекция скорости, перпендикулярная k) не имеет положительной производной и в согласии с ^{33a} распределение устойчиво.

**) При соударениях частиц возникает тормозное излучение. Обратный процесс и состоит в поглощении волн в результате соударений.

***)) При использовании обычного максвелловского распределения скоростей формально можно прийти к выводу о наличии, хотя и очень слабого, но все же отличного от нуля поглощения поперечных волн и при отсутствии соударений (см., например, ³⁷). Подобный вывод, однако, ошибочен и связан с тем, что нерелятивистское максвелловское распределение не обеспечивает полного отсутствия частиц со скоростью $v > c$. Если же решать задачу релятивистски или просто учесть отсутствие частиц со скоростью $v > c$, то не связанное с соударениями поглощение поперечных волн в изотропной плазме оказывается строго равным нулю (как это и следует из факта отсутствия в этом случае черенковского излучения). На ошибку, допущенную в этом пункте в ³⁷, внимание автора обратил Р. З. Сагдеев.

(Здесь пренебрегается соударениями и $f_0(v)$ — функция распределения нулевого приближения, т. е. при равновесии — максвелловское распределение.) Тогда использование метода Фурье (т. е. подстановки $f_1(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) = \mathbf{g}(\mathbf{v}) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})}$) приводит к выражению

$$i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) f_1 = \frac{e}{m} \mathbf{E} \nabla f_0. \quad (38)$$

Если $\omega \neq \mathbf{k}\mathbf{v}$, то отсюда делением на $(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})$ получается определенное выражение для f_1 ; подставляя затем f_1 в уравнение поля $\text{rot rot } \mathbf{E} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{c^2 \partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}_l}{\partial t}$, $\mathbf{j}_l = e \int \mathbf{v} f_1 d\mathbf{v}$, получаем дисперсионное уравнение, связывающее ω с \mathbf{k} ; это уравнение можно записать в виде $\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = n_{1,2,3}^2$, где $n_{1,2,3}$ — использованные выше показатели преломления для волн рассматриваемого типа — поперечных ($n_{1,2}$) или продольных (n_3). Если, однако, возможно равенство $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$, то уравнение (38) делить на $\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}$ уже нельзя и, как можно показать³⁵, распространяющаяся в плазме продольная волна затухает. Но условие

$$\omega = \mathbf{k}\mathbf{v} = \frac{\omega v}{c} \cos \theta \quad \left(k^2 = \frac{\omega^2 n^2}{c^2} \right) \quad (1a)$$

есть как раз черенковское условие (4). Как сказано, в изотропной плазме оно может выполняться лишь для плазменных волн, поглощение которых в этом случае и представляет собой именно обратный эффект В. Ч. (при этом волна ослабляется, а плазменные электроны, удовлетворяющие указанному условию, получают дополнительную энергию**)).

При наличии внешнего магнитного поля в магнитоактивной плазме излучение волн происходит в результате соударений (тормозное излучение), в силу эффекта В. Ч. и вследствие ускорения частицы в магнитном поле (магнитотормозное или синхротронное излучение). В соответствии с этим имеются и три механизма поглощения. Нужно, впрочем, оговориться, что разделение излучения и поглощения на черенковское и магнитотормозное является несколько условным. Частица (электрон) в магнитном поле движется, как известно, по винтовой линии, вращаясь с частотой $\omega_H^* = \omega_H \frac{mc^2}{E} = \frac{eH_0 mc^2}{mc E}$ (E — полная энергия). В вакууме такое движение приводит к излучению с частотами $s\omega_H^*$ ($s = 1, 2, \dots$; доплеровского смещения частоты здесь не учитываем**)). При наличии же плазмы характер излучения (его интенсивность, направленность и поляризация) изменяется и, помимо частот $s\omega_H^*$, появляется излучение с непрерывным спектром, которое явно является черенковским (при движении частицы строго по полю магнитотормозное излучение вообще пропадает). Вместе с тем, например, при движении частицы по кругу в плоскости, перпендикулярной полю \mathbf{H}_0 , излучаются лишь дискретные частоты $s\omega_H^*$, т. е. по принятой терминологии речь идет только о магнитотормозном излучении. Физически же очевидно, что и в этом случае, если радиус окружности достаточно велик и $\frac{E}{mc^2} \gg 1$, спектр излучения практически непрерывен, а его характер в соответствующей области

*) По существу, физическая интерпретация не связанного с соударениями затухания плазменных волн была дана еще в работе³⁴, где не было, однако, явных ссылок на черенковское излучение. Мы не можем указать на статью, в которой такие ссылки появились впервые, но, например, в^{41, 42} речь об этом идет уже, как о чем-то хорошо известном.

**) Такой учет произведен ниже.

частот близок к имеющему место при эффекте В. Ч. В силу сказанного в общем случае последовательным является только единое рассмотрение магнитотормозного и черенковского излучения¹³ и поглощения.

Остановимся на определении излучаемых (и поглощаемых) в магнитоактивной плазме частот несколько подробнее. Для этой цели выпишем здесь уравнение для амплитуд поля $q_{\lambda j}$, введенных в § 3 (см. (16)):

$$\ddot{q}_{\lambda j} + \omega_{\lambda j}^2 q_{\lambda j} = \sqrt{4\pi} \frac{e}{n_{\lambda j}} (\mathbf{v} \mathbf{a}_{\lambda j}^*) e^{-i\mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{R}} \equiv f(t), \quad (39)$$

где $\omega_{\lambda j}^2 = \frac{e^2 k_{\lambda}^2}{n_{\lambda j}^2}$, $\mathbf{R}(t)$ и $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt}$ — радиус-вектор и скорость излучающей частицы.

Уравнение (39) получается в результате подстановки разложения (16) в уравнение для векторного потенциала (18), умножения этого уравнения на $\mathbf{a}_{\lambda j}^* e^{-i\mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{r}}$ и интегрирования по пространству. При этом, если не говорить о постоянном множителе, то вид «силы» $f(t)$ в (39) ясен сразу же, поскольку при $\mathbf{j}_e = ev\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R})$

$$\int (\mathbf{j}_e \mathbf{a}_{\lambda j}^*) e^{-i\mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{r}} d\mathbf{r} = e (\mathbf{v} \mathbf{a}_{\lambda j}^*) e^{-i\mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{R}}$$

(см. (18)).

Уравнение (39) имеет нарастающие во времени решения для $q_{\lambda j}$, отвечающие излучению, только на частотах $\omega_{\lambda j}$, представленных в спектре «силы» $f(t)$. Если, например, электрон движется равномерно, то $\mathbf{R} = \mathbf{v}t$ и в спектре силы f представлена лишь частота $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$. Поэтому условие излучения принимает вид $\omega_{\lambda j} = \omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$, т. е. сразу же получается черенковское условие (1а) (такой способ⁴³ получения условия излучения представляется нам не менее наглядным, чем при использовании интерференционных соображений¹ или законов сохранения¹⁶).

Для электрона в магнитном поле \mathbf{H}_0 , направленном по оси z :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = \{R_0 \cos \omega_H^* t, R_0 \sin \omega_H^* t, v_z t\}, \quad \mathbf{v} = \{-v_{\perp} \sin \omega_H^* t, v_{\perp} \cos \omega_H^* t, v_z\}, \\ v_{\perp} = R_0 \omega_H^*, \quad f(t) = \text{const} (-a_x^* v_{\perp} \sin \omega_H^* t + a_y^* v_{\perp} \cos \omega_H^* t + a_z^* v_z) \times \\ \times \exp\{-i[kR_0 \sin \theta \sin \omega_H^* t + kv_z \cos \theta t]\}, \end{aligned} \quad (40)$$

где для простоты положено $k_x = 0$ и θ — угол между \mathbf{k} и \mathbf{H}_0 (осью z). Используя разложение плоской волны по бесселевым функциям

$$\exp\{-ik_{\lambda} R_0 \sin \theta \sin \omega_H^* t\} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_s(k_{\lambda} R_0 \sin \theta) e^{-is\omega_H^* t},$$

без труда получаем условие резонанса (см. (39) и (40)):

$$\omega = s\omega_H^* + kv_z \cos \theta; \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (41)$$

При $s = 0$ это условие тождественно с черенковским условием (1) — (1а) с $v = v_z$; в то же время все члены с $s \neq 0$ отсутствуют в (39) только при движении строго вдоль поля, когда $R_0 = 0$. При $s \neq 0$ вместо (41) можно написать

$$s > 0: \quad \omega = \frac{s\omega_H^*}{1 - \frac{v_z}{c} n \cos \theta}; \quad s < 0: \quad \omega = \frac{s\omega_H^*}{\frac{v_z}{c} n \cos \theta - 1}, \quad (42)$$

причем частота, как и везде раньше, положительна.

Если скорость $v_{\perp} \ll v_z$, то электрон в магнитном поле излучает подобно двум соответствующим образом выбранным диполям, движущимся вдоль поля со скоростью $v_z \simeq v$; этому случаю отвечают значения $s = \pm 1$ (точнее, интенсивность более высоких обертонов мала, если $kR_0 \sin \theta = \frac{\omega}{c} n v_{\perp} \omega_H \sin \theta \ll 1$). Формулы (42) при $s = \pm 1$ полностью совпадают с формулой (3) для эффекта Доплера в среде (очевидно, при движении в магнитном поле $\omega_i \sqrt{1 - \beta^2} = \omega_i \frac{mc^2}{E} = \omega_H \frac{mc^2}{E}$, поскольку ω_i есть частота в системе, в которой центр тяжести излучателя покоится).

Переходя от излучения к поглощению, видим, что в магнитоактивной плазме должны поглощаться волны с частотами (41), отвечающими магнитотормозному и черенковскому излучению (с учетом эффекта Доплера). Заметим, что к тому же результату можно прийти⁴⁴, рассматривая (при движении электрона в магнитном поле) частотный спектр силы, действующей на этот электрон в поле волны (частота силы не равна частоте поля E , так как электрон перемещается и в разные моменты находится в поле разной напряженности).

Выше речь шла только об условиях излучения и поглощения. Вычисление интенсивности излучения и коэффициента поглощения составляет уже самостоятельную и, иногда, весьма громоздкую задачу. Она решается как методом кинетического уравнения^{45,46}, так и другими методами^{41,47}. Сводка соответствующих результатов для нерелятивистской плазмы приведена в³⁸. Не лишним здесь будет, быть может, отметить, что не связанное с соударениями поглощение волн в магнитоактивной плазме играет большую роль, причем не только при сверхвысоких температурах (установки для использования термоядерных реакций), но и, например, в солнечной короне (температура $T \simeq 10^6$ градусов; см.^{26,38,47,48}).

§ 5. ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДИПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ В СПЛОШНОЙ СРЕДЕ И ПРИ ДВИЖЕНИИ В КАНАЛАХ И ШЕЛЯХ

Обычно рассматривается только черенковское излучение точечных зарядов или заряженных сгустков (пакетов). В то же время, конечно, совершенно ясно, что черенковское излучение должно испускаться любым излучателем, движущимся со скоростью v , большей фазовой скорости света в среде $\frac{c}{n}$. Другими словами, условие излучения (1) сохраняется и для любого мультиполя, в частности для электрического и магнитного дипольных моментов^{15,6,10,49-57}; интенсивность же излучения существенно изменяется уже для диполей (не говоря уже о более высоких мультиполях) обычно значительно меньше, чем для заряда. Так, по порядку величины, при $v \sim c$ и $n \sim 1$, интенсивность излучения электрического диполя $p = ed$ меньше интенсивности излучения заряда e в $\frac{p^2 \omega^2}{e^2 c^2} \sim \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2$ раз; в случае магнитного диполя m это отношение порядка $\frac{m^2 \omega^2}{e^2 c^2}$ (появление множителя $\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2$ легко понять, рассматривая диполь как два расположенных на расстоянии d заряда $+e$ и $-e$; см.⁴⁹).

Для элементарных частиц (электрон, нейтрон и т. д.) или атомных ядер магнитодипольное черенковское излучение очень слабо и не представляет интереса. Положение меняется, когда рассматриваются сгустки частиц, в определенных условиях излучающие подобно точечным частицам

с зарядом и мультипольными моментами, отвечающими всему сгустку. Именно с таким случаем можно встретиться при прохождении сгустков или токовых колец в магнитоактивной плазме или при их движении по оси каналов и щелей, а также вблизи замедляющей системы и т. п. Кроме того, вычисление черенковского излучения дипольных моментов является известным методическим приемом, в частности, позволяющим получить некоторые сведения о магнитном моменте частиц с различными спинами^{15, 51, 52, 57}. Далее, в вопросе о черенковском излучении магнитного момента долгое время имелись известные неясности (см.^{15, 6, 10, 49, 50, 53, 54}). Наконец, только недавно^{10, 11} было выяснено, как изменяется черенковское излучение дипольных моментов при их движении в каналах и щелях. По указанным причинам мы и остановимся здесь на черенковском излучении дипольных моментов.

Рассмотрим точечную частицу с зарядом e , электрическим дипольным моментом \mathbf{p} и магнитным моментом \mathbf{m} , движущуюся со скоростью \mathbf{v} . Плотность связанного с частицей тока при этом равна (ρ — плотность заряда, \mathbf{M} — намагничивание, \mathbf{P} — поляризация)

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v} + c \operatorname{rot} \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = e v \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) + c \operatorname{rot} \{\mathbf{m} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)\} + \frac{\partial}{\partial t} \{\mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)\}. \quad (43)$$

Среду будем для простоты считать изотропной и немагнитной (магнитная проницаемость $\mu = 1$). Тогда, считая векторный потенциал \mathbf{A} удовлетворяющим условию $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$, получаем уравнения (см., например, (18) при $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon \delta_{\alpha\beta}$ или⁵⁸):

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{A} - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} &= -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \varphi, \quad \Delta \varphi = -\frac{4\pi \rho}{\epsilon}, \\ \mathbf{A} &= \sum_{\lambda, j} (q_{\lambda j} \mathbf{A}_{\lambda j} + q_{\lambda j}^* \mathbf{A}_{\lambda j}^*), \quad \mathbf{A}_{\lambda j} = c \sqrt{\frac{4\pi}{\epsilon}} \mathbf{a}_{\lambda j} \exp\{i \mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{r}\}, \\ \mathbf{a}_{\lambda j} \mathbf{a}_{\lambda i} &= \delta_{ij}, \quad \mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{a}_{\lambda j} = 0, \quad j = 1, 2, \\ \mathcal{H} &= \int \frac{\epsilon E_{tr}^2 + H^2}{8\pi} d\mathbf{r} = \sum_{\lambda, j} (p_{\lambda j} p_{\lambda j}^* + \omega_{\lambda j}^2 q_{\lambda j} q_{\lambda j}^*), \\ \mathbf{E}_{tr} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad p_{\lambda j} = \frac{dq_{\lambda j}}{dt} \equiv \dot{q}_{\lambda j}, \quad \omega_{\lambda j}^2 = \omega_{\lambda}^2 = \frac{c^2 k_{\lambda}^2}{\epsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Здесь, очевидно, φ — скалярный потенциал, \mathcal{H} — энергия поперечного поля и $\mathbf{a}_{\lambda j}$ — вектора поляризации. Подставляя в (44) ток (43) и интегрируя по $d\mathbf{r}$ после умножения на $\mathbf{A}_{\lambda j}^*$, имеем:

$$\ddot{q}_{\lambda j} + \omega_{\lambda j}^2 q_{\lambda j} = \frac{1}{c} \int (\mathbf{j} \mathbf{A}_{\lambda j}^*) d\mathbf{r} = \sqrt{\frac{4\pi}{\epsilon}} \{e (\mathbf{a}_{\lambda j} \mathbf{v}) + i c \mathbf{m} [\mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{a}_{\lambda j}] + i (\mathbf{a}_{\lambda j} \mathbf{p}) (\mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{v})\} \exp\{-i \mathbf{k}_{\lambda} \mathbf{v}t\}. \quad (46)$$

Интегрируя уравнения (46), например, с начальными условиями $q_{\lambda j}(0) = p_{\lambda j}(0) = 0$, находим энергию \mathcal{H} . Эта энергия содержит часть, которая нарастает со временем и связана с возникновением резонанса при черенковском условии $\omega_{\lambda} = \mathbf{k} \mathbf{v}$ (см. § 4). Нарастающая во времени часть \mathcal{H} , о которой только и будет речь ниже, не зависит от начальных условий и может быть легко вычислена в результате введения

плотности состояний $dZ_i(\omega) = \frac{\epsilon^{\frac{3}{2}} \omega^2 d\omega d\Omega}{(2\pi c)^3}$ и интегрирования по углу θ

между \mathbf{k} и \mathbf{v} (выше $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$). Уже из (46) ясно, что излучение заряда e и моментов \mathbf{p} и \mathbf{m} сдвинуто по фазе на $\frac{\pi}{2}$, в силу чего не возникает интерференции между излучением заряда и моментов. Другими словами, излучаемая в единицу времени энергия равна сумме выражения (2) для заряда и энергии черенковского излучения моментов

$$\mathcal{H} = \frac{dW}{dt} = \frac{1}{2\pi v c^2} \sum_{j=1,2} \int d\omega \int_0^{2\pi} n^2 \omega^3 \left\{ \mathbf{m} [\mathbf{s} \mathbf{a}_j] + \frac{1}{n} (\mathbf{a}_j \mathbf{p}) \right\}^2 d\varphi, \quad (47)$$

где $n^2(\omega) = \varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость среды, $\cos \theta = \cos \theta_0 = \frac{c}{n(\omega)v}$, $\mathbf{s} = \frac{\mathbf{k}}{k}$, θ и φ — полярный и азимутальный углы в системе координат с осью z , направленной по скорости \mathbf{v} . Интегрирование по частотам в (47) ведется по области, где $\frac{c}{n(\omega)v} \leq 1$. На первый взгляд может показаться, что в проведенном расчете не учитывается дисперсия n . Можно, однако, убедиться, в том, что в формуле (47) дисперсия учтена (см., например, ¹⁶).

Для магнитного момента \mathbf{m} , направленного по скорости, из (47) получаем ¹⁵:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{m^2}{v c^2} \int n^2 \left(1 - \frac{c^2}{v^2 n^2} \right) \omega^3 d\omega. \quad (48)$$

Для электрического диполя из (47) также сразу получаются уже известные выражения ^{6,49}. Упомянутая же выше неясность возникала при рассмотрении перпендикулярного скорости магнитного момента. Если в системе покоя частицы этот момент равен \mathbf{m}_0 и $\mathbf{p}_0 = 0$, то в лабораторной системе, как известно, $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0$ и $\mathbf{p} = \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{m}]$. Для этого случая (при $\mathbf{v} \perp \mathbf{m}$)

$$\frac{dW}{dt} = \frac{m^2}{2v c^2} \int n^2 \omega^3 \left\{ 2 \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^2 - \left(1 - \frac{v^2}{n^2 c^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{n^2 v^2} \right) \right\} d\omega. \quad (49)$$

Это выражение совпадает с полученным в ⁶, но отличается от результата других расчетов ^{49, 53, 54}. Так, в ⁴⁹ вместо формулы (49) получено

$$\frac{dW}{dt} = \frac{m^2 v}{2c^4} \int n^4 \omega^3 \left(1 - \frac{c^2}{n^2 v^2} \right)^2 d\omega. \quad (50)$$

Причина расхождения заключается в том, что в ^{49, 53, 54} используются «истинные» магнитные диполи, образованные магнитными полюсами (расчет вначале ведется для магнитных полюсов, из которых затем образуется диполь). Однако движущиеся «истинные» магнитные диполи эквивалентны токовому моменту только в вакууме. Действительно, при введении магнитных полюсов с плотностью $q_m(\mathbf{r})$ уравнения поля имеют вид (положено $\rho = 0$, $\mathbf{j} = 0$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$; см., например, ⁵⁹):

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \varepsilon \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \text{div } \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mu \mathbf{H}}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} q_m \mathbf{v}, \quad \text{div } \mu \mathbf{H} = 4\pi q_m,$$

откуда

$$\text{rot rot } \mathbf{H} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \varepsilon \frac{\partial (q_m \mathbf{v})}{\partial t}, \quad \text{rot rot } \mathbf{E} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \text{rot } (q_m \mathbf{v}). \quad (51)$$

В случае же присутствия электрических зарядов и токов (при $q_m = 0$)

$$\left. \begin{aligned} \text{rot rot } \mathbf{H} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} &= \frac{4\pi}{c} \text{rot } (q \mathbf{v}), \\ \text{rot rot } \mathbf{E} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= -\frac{4\pi}{c} \mu \frac{\partial (q \mathbf{v})}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Таким образом, уравнения для магнитных полюсов получаются из уравнений для зарядов в результате замены

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}, \quad \varrho \rightarrow \varrho_m, \quad \mu \rightarrow \epsilon. \quad (53)$$

Поэтому действительно токовый момент при $\mu = 1$ эквивалентен «истинному» магнитному моменту только в вакууме, когда $\epsilon = 1$. В среде же с $\epsilon \neq 1$ движущийся «истинный» магнитный момент \mathbf{m} обладает электрическим моментом, равным $\frac{\epsilon}{c} [\mathbf{v}\mathbf{m}]$, а не $\frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{m}]$. Такая замена эквивалентна учету электрической поляризации среды, увлекаемой самим диполем⁵⁰. Иначе говоря, «истинный» магнитный диполь эквивалентен токовому моменту, «сделанному» из материала с проницаемостью ϵ и потому поляризующемуся. Любопытно, что подобный случай для сгустков можно осуществить; для этого, как сказано, нужно, чтобы (для рассматриваемой частоты) диэлектрическая проницаемость ϵ в самом сгустке равнялась проницаемости окружающей среды (например, плазмы, находящейся в магнитном поле).

При квантовом расчете^{15, 51, 53, 55-57}, исходя из уравнений Паули или Дирака (а также уравнений для частиц со спином 1, $\frac{3}{2}$ и 2), получаем, в частности, выражения типа (48) и (49). Если спин при этом направлен по или против скорости \mathbf{v} , выражение типа (49) получается лишь для переходов с перебросом спина, так как только в этом случае существуют перпендикулярные \mathbf{v} компоненты оператора спина. По существу же, черенковское излучение магнитного момента не обладает никакой квантовой спецификой.

Характерная особенность выражения (49) состоит (в отличие от (2) и (48)) в том, что подынтегральное выражение не исчезает на пороге эффекта (при $\cos \theta_0 = \frac{c}{nv} = 1$), когда

$$\frac{dW}{dt} = \frac{m^2}{\epsilon c^2} \int n^2 \omega^3 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^2 d\omega$$

(заметим, что в⁵⁷ при квантовом расчете для частицы с магнитным моментом получено точно такое же выражение). Этот результат не может, однако, считаться парадоксальным, так как сама энергия $\frac{dW}{dt}$ на пороге равна нулю и затем плавно нарастает. Действительно, при учете дисперсии излучение с ростом скорости начинается лишь для частоты, отвечающей максимальному значению $n(\omega)$. Далее, при учете отдачи, что автоматически достигается при квантовом расчете (см. § 2), получается формула (7), в которой для сгустка роль массы m играет, очевидно, масса всего сгустка. В силу (7), даже при $n = \text{const}$, излучение с ростом скорости v начинается на одной частоте, в данном случае на частоте $\omega = 0$; таким образом, область интегрирования и само выражение (49) с возрастанием v увеличиваются постепенно.

Заметим, что при квантовом расчете можно получить также и выражение типа (50), для чего нужно к уравнению Дирака для заряженной частицы добавить соответствующий член, пропорциональный $\gamma_j \gamma_k G_{ik}$, а для частицы с некинематическим магнитным моментом заменить $\gamma_i \gamma_k F_{ik}$ на $\gamma_i \gamma_k H_{ik}$ (здесь $F_{ik} = \{\mathbf{H}, i\mathbf{E}\}$, $H_{ik} = \{\mathbf{H}, i\mathbf{D}\}$ и $G_{ik} = F_{ik} - H_{ik}$; γ_i — известные матрицы теории Дирака). Однако в применении к отдельным частицам вводить такие изменения нет оснований, применять же подобный квантовый расчет в случае сгустков было бы бессмысленно.

В заключение остановимся на черенковском излучении дипольных моментов при их движении в полостях — каналах и щелях (при этом для простоты примем, что в полости $\epsilon = 1$ и $\mu = 1$). В случае заряда изве-

стно ⁸⁻¹⁰, что при стремлении радиуса канала или ширины щели к нулю черенковское излучение становится таким же, как при движении в сплошной среде (при $\cos \theta \sim 1$ это имеет место при условии $\frac{a}{\lambda} \ll 1$, где a — радиус канала или ширина щели и $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ — длина волны в среде). На первый взгляд может показаться, что этот результат справедлив также для диполей и других мультиполей, но это, вообще говоря, не так.

Для выяснения влияния тонких каналов (щелей) на черенковское излучение удобно воспользоваться теоремой взаимности

$$\int_{(1)} \mathbf{j}_\omega^{(1)} \mathbf{E}_\omega^{(2)} d\mathbf{r} = \int_{(2)} \mathbf{j}_\omega^{(2)} \mathbf{E}_\omega^{(1)} d\mathbf{r},$$

где $\mathbf{j}_\omega^{(1,2)}$ — компоненты Фурье плотности «стороннего» тока в областях 1 и 2; поле $\mathbf{E}_\omega^{(2)}$ создается током 2 в области 1, и поле $\mathbf{E}_\omega^{(1)}$ — током 1 в области 2 (см., например, ^{38, 59*}). Записывая ток в виде $\mathbf{j} = \rho_e \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + c \operatorname{rot} \mathbf{M}$, получаем:

$$\begin{aligned} \int_{(1)} [(\rho_e \mathbf{v})_\omega^{(1)} \mathbf{E}_\omega^{(2)} + i\omega (\mathbf{P}_\omega^{(1)} \mathbf{E}_\omega^{(2)} - \mu \mathbf{M}_\omega^{(1)} \mathbf{H}_\omega^{(2)})] d\mathbf{r} = \\ = \int_{(2)} [(\rho_e \mathbf{v})_\omega^{(2)} \mathbf{E}_\omega^{(1)} + i\omega (\mathbf{P}_\omega^{(2)} \mathbf{E}_\omega^{(1)} - \mu \mathbf{M}_\omega^{(2)} \mathbf{H}_\omega^{(1)})] d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (54)$$

где μ — магнитная проницаемость среды в точках 1 и 2. В случае черенковского излучения точечного заряда, движущегося по оси z ,

$$(\rho_e \mathbf{v})_\omega^{(1)} = \frac{e}{2\pi} \mathbf{v} e^{-i\frac{\omega z}{v}} \delta(x) \delta(y)$$

и, помещая в удаленной от траектории точке 2 некоторый электрический диполь $\mathbf{p}^{(2)} = \int \mathbf{P}_\omega^{(2)} d\mathbf{r}$, имеем

$$\frac{e}{2\pi} \int \mathbf{v} \mathbf{E}^{(2)}(0, 0, z) e^{-i\frac{\omega z}{v}} dz = i\omega \mathbf{p}^{(2)} \mathbf{E}(2), \quad (55)$$

где $\mathbf{E}(2) \equiv \mathbf{E}^{(1)}(2)$ — интересующее нас поле излучения в точке 2 (индекс ω опускаем). При движении заряда в тонком канале или узкой щели (т. е. при $\frac{a}{\lambda} \ll 1$) величина $\mathbf{v} \mathbf{E}^{(2)}(0, 0, z)$ остается такой же, как для сплошной среды, поскольку тангенциальные компоненты поля $\mathbf{E}^{(2)}$ непрерывны. Поэтому, как это ясно из (55), и поле излучения \mathbf{E} остается таким же, как в случае сплошной среды.

Для излучающего электрического диполя, когда $\mathbf{P}^{(1)} = \rho \delta(z - vt) \times \delta(x) \delta(y)$, имеем:

$$\frac{1}{2\pi} \int \rho \mathbf{E}^{(2)}(0, 0, z) e^{-i\frac{\omega z}{v}} dz = \mathbf{p}^{(2)} \mathbf{E}(2). \quad (56)$$

Если диполь $\mathbf{p} \equiv \mathbf{p}^{(1)}$ параллелен оси канала или лежит в плоскости щели, то при $\frac{a}{\lambda} \ll 1$ поле излучения опять остается таким же, как для сплошной среды. Для диполя, перпендикулярного плоскости щели,

*) В указанной форме теорема взаимности справедлива для любой линейной неподвижной среды, но только при отсутствии внешнего магнитного поля. При наличии магнитного поля, когда тензоры ϵ_{ik} и μ_{ik} несимметричны, справедлива лишь обобщенная теорема взаимности (см. 38, § 29).

в связи с непрерывностью нормальной к границе раздела составляющей $D = \epsilon E$:

$$pE^{(2)}(0, 0, z) = \epsilon(\omega) pE_0^{(2)}(0, 0, z), \quad (57)$$

где $E_0^{(2)}$ — поле, создаваемое диполем 2 в сплошной среде (рис. 4). Если поле черенковского излучения диполя 1 (с моментом $p^{(1)} \equiv p$) в сплошной среде обозначить через E_0 , то по теореме взаимности

$$\frac{1}{2\pi} \int pE_0^{(2)} e^{-i\frac{\omega z}{v}} dz = p^{(2)} E_0(2). \quad (58)$$

При наличии щели в силу (57) и теоремы взаимности

$$\frac{1}{2\pi} \int pE^{(2)} e^{-i\frac{\omega z}{v}} dz = \frac{1}{2\pi} \epsilon \int pE_0^{(2)} e^{-i\frac{\omega z}{v}} dz = p^{(2)} E(2). \quad (59)$$

Из условий (58), (59) видно, что поле черенковского излучения $E = \epsilon E_0$, т. е. в ϵ раз больше, чем для диполя, движущегося в сплошной среде. Для

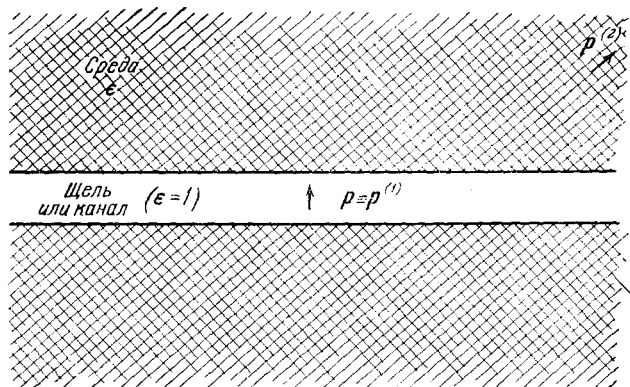


Рис. 4.

диполя, направленного перпендикулярно оси тонкого канала, имеющего форму круглого цилиндра, $E = \frac{2\epsilon}{\epsilon+1} E_0$. Поскольку магнитное поле в волновой зоне пропорционально электрическому, излучаемая энергия в рассмотренных случаях щели и канала возрастает соответственно в ϵ^2 и $\left[\frac{2\epsilon}{\epsilon+1}\right]^2$ раз*). Произвольно ориентированный диполь можно считать состоящим из диполей параллельного и перпендикулярного оси канала (щели), и, таким образом, в силу принципа суперпозиции эта задача сводится к предыдущим. Для магнитного диполя m , как ясно из (54), при $\mu = 1$ наличие узкого канала на излучении не сказывается. Если имеются одновременно электрический и магнитный диполи, то излучаемые ими поля (но, конечно, не энергии) складываются, т. е. задача также легко решается.

Движущийся токовый момент и «истинный» магнитный моменты, помещенные в пустой полости, разумеется, должны давать одинаковое излучение. Это заключение было проверено также прямым расчетом¹¹ для излучения различных диполей, движущихся в круглом канале;

*) При вычислении излучаемой энергии с помощью формулы (47) нужно при наличии канала или щели заменить p на соответствующее выражение, определяемое с помощью (56), т. е., например, для диполя, перпендикулярного оси круглого канала, на $\frac{2\epsilon}{\epsilon+1} p$.

в частном случае тонкого канала получился, как это и должно быть, приведенный результат — увеличение поля электрического диполя в $\frac{2\varepsilon}{\varepsilon+1}$ раз.

В связи с тем, что черенковское излучение движущегося электрического диполя, а при $\mu \neq 1$ также и магнитного диполя, зависит от формы сколь угодно узкой полости, возникает вопрос о справедливости формул (47) или (48) — (49) при движении диполей в сплошной среде. Из теоремы взаимности ясно, что речь при этом идет о возможности считать действующее на диполь поле $E_{\text{эфф}}$ средним макроскопическим полем E . Для внесенных в среду неподвижных диполей это, вообще говоря, не так (т. е. $E_{\text{эфф}} \neq E$). Однако для движущейся по заданной траектории частицы с зарядом или дипольным моментом среднее поле, действующее на «физически бесконечно малом» участке пути, как раз и является макроскопическим полем. К тому же выводу о справедливости исходных выражений (44) — (46) при движении частицы в сплошной среде приходим при получении этого выражения (или эквивалентного волнового уравнения) в результате усреднения уравнений микроскопической электродинамики. Таким образом, справедливость формул (47) — (49) для черенковского излучения точечных диполей в сплошной среде, на наш взгляд, не вызывает сомнений.

Выше можно было убедиться в высокой эффективности метода, основанного на использовании теоремы взаимности, при вычислении черенковского излучения в узких каналах. Этот метод использовался и при рассмотрении переходного излучения⁶⁰; он должен быть также полезен при решении целого ряда других задач теории черенковского и переходного излучения при наличии границ⁶¹.

В настоящей статье были освещены только некоторые результаты, имеющие отношение к теории излучения при сверхсветовом движении в среде. Тем не менее уже сказанное позволяет, по нашему мнению, сделать заключение о наличии в этой области новых интересных моментов, о ценности и плодотворности соответствующих понятий и методов при исследовании плазмы, потоков частиц в плазме и вблизи произвольной среды и т. д. Этот вывод только укрепляется при ознакомлении с рядом других вопросов, относящихся к теории черенковского и переходного излучения^{2,3,61,62}. Таким образом, теория излучения при сверхсветовом движении в среде, возникшая в связи с открытием эффекта Вавилова — Черенкова в изотропных телах, оказалась имеющей весьма широкое значение и продолжает развиваться.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. И. Е. Тамм и И. М. Франк, ДАН 14, 107 (1937).
2. Б. М. Болотовский, УФН 62, 201 (1957).
3. J. V. Jelleu, Čerenkov radiation, Pergamon Press (1958).
- 3а. И. М. Франк, УФН 68, 397 (1959).
4. Миллиметровые и субмиллиметровые волны, Сборник статей, ИЛ (1959).
- 4а. В. Л. Гинзбург, В. Я. Эйдем, Радиофизика (Известия вузов) 2, 331 (1959).
5. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 10, 608 (1940); Journ. of Phys. USSR 3, 401 (1940).
6. И. М. Франк, Известия АН СССР, серия физическая, 6, 3 (1942).
7. В. Л. Гинзбург, УФН 51, 343 (1953); Fortschritte d. Physik 1, 659 (1954).
8. В. Л. Гинзбург и И. М. Франк, ДАН 56, 699 (1947).
9. Л. С. Богданкевич и Б. М. Болотовский, ЖЭТФ 32, 1412 (1957).
10. В. Л. Гинзбург и В. Я. Эйдем, ЖЭТФ 35, 1508 (1958).
11. Л. С. Богданкевич, ЖТФ 29, 1086 (1959).
12. А. А. Коломенский, ДАН 106, 982 (1956).
13. В. Я. Эйдем, ЖЭТФ 34, 131 (1958), 36, 1335 (1959).
14. К. А. Барсуков, ЖЭТФ 36, 1485 (1959). См. также ЖТФ 29, 954 (1959).
- 14а. Л. С. Богданкевич, ЖЭТФ 36, 835 (1959).

15. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 10, 589 (1940); Journ. of Physics 2, 441 (1940).
16. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 10, 601 (1940); Journ. of Physics 3, 95 (1940).
17. А. А. Коломенский, ЖЭТФ 24, 167 (1953).
- 17а. Ю. А. Рыжов, Радиофизика (Известия вузов) 2 (1959).
18. G. Marx a. G. G u ö r g u i, Ann. d. Phys. 16, 241 (1955).
19. G. G u ö r g u i, Magyar Fizikai Folyoirat. 3, 369 (1955).
20. В. Л. Гинзбург и И. М. Франк, ДАН 56, 583 (1947).
21. В. Л. Гинзбург и В. М. Файн, ЖЭТФ 35, 817 (1958).
22. В. Л. Гинзбург, В. Я. Эйджман, ЖЭТФ 36, 1823 (1959).
23. В. Л. Гинзбург и В. В. Железняков, Астроном. журнал 35, 694 (1958).
24. В. В. Железняков, Радиофизика (Известия вузов) 2, 14 (1959).
25. В. Л. Гинзбург, ДАН 56, 145, 253 (1947); Известия АН СССР, серия физическая, 11, 165 (1947).
26. В. Л. Гинзбург и В. В. Железняков, Радиофизика (Известия вузов) 1, № 5—6, 9 (1958), Paris Simposium on Radio Astronomy, стр. 574 (1959) и Астроном. журнал (в печати).
- 26а. И. Е. Тамм, УФН 68, 387 (1959).
27. Л. И. Мандельштам, Собрание трудов, т. II, стр. 334 (1947), ЖЭТФ 15, 475 (1947).
28. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 34, 1593 (1958).
29. В. Е. Пафомов, ЖЭТФ 32, 366 (1957); 36, 1853 (1959).
30. В. Л. Гинзбург и В. В. Железняков, Радиофизика (Известия вузов) 1, № 2, 59 (1958).
31. А. П. Белоусов, ЖЭТФ 9, 658 (1939).
32. В. Л. Гинзбург, Труды ФИАН 3, вып. 2, 195 (1946).
33. В. Я. Эйджман, Радиофизика (Известия вузов), 2 (1959).
34. А. А. Власов, ЖЭТФ 8, 291 (1938).
35. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 16, 574 (1946).
36. D. Bohm a. E. P. Gross, Phys. Rev. 75, 1851 (1949).
- 36а. Л. М. Каврижных и А. А. Рухадзе, ЖЭТФ (в печати).
- 36б. А. И. Ахизер и Я. Б. Файнберг, УФН 44, 321 (1951).
37. Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург и Н. Г. Денисов, УФН 61, 561 (1957).
38. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз (в печати).
39. D. Pines a. D. Bohm, Phys. Rev. 85, 338 (1952).
40. D. Pines, Rev. Mod. Phys. 28, 184 (1956); УФН 62, 399 (1957).
41. В. Д. Шафранов, ЖЭТФ 34, 1475 (1958).
42. Труды Второй Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1959), т. I, Атомиздат (1959).
- 42а. G. V. Bernstein, J. M. Greene and M. D. Kruskal, Phys. Rev. 108, 546 (1957).
43. В. Л. Гинзбург, ДАН 24, 130 (1939).
44. М. Е. Герценштейн, ЖЭТФ 27, 180 (1954).
45. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ 24, 659 (1953); 37, 695 (1959).
46. А. Г. Ситенко и К. Н. Степанов, ЖЭТФ 31, 642 (1956).
47. В. В. Железняков, Радиофизика (Известия вузов), 3 (1959).
48. В. Л. Гинзбург и В. В. Железняков, Астроном. журнал 36, 233 (1959).
49. И. М. Франк, Сборник памяти С. И. Вавилова, стр. 173, Изд-во АН СССР (1952).
50. В. Л. Гинзбург, Сборник памяти С. И. Вавилова, стр. 193 (1952).
51. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 11, 620 (1941), 12, 425 (1942); Journ. of Phys. 5, 47 (1941); 7, 115 (1943).
52. М. Я. Широкобоков, ЖЭТФ 19, 481 (1949).
53. В. Я. Эйджман, Ученые записки Горьковского гос. университета 30, 229 (1956).
54. N. L. Balazs, Phys. Rev. 104, 1220 (1956).
55. А. А. Соколов и Ю. М. Лоскутов, ЖЭТФ 32, 630 (1957).
56. М. И. Рязанов, ЖЭТФ 32, 1244 (1957).
57. Ю. М. Лоскутов и А. Б. Куканов, ЖЭТФ 34, 477 (1958).
58. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 9, 981 (1939).
59. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, «Советское радио» (1957).
60. В. Л. Гинзбург и И. М. Франк, ЖЭТФ 16, 15 (1946); Journ. of Phys. 9, 353 (1945).
61. Б. М. Болотовский и В. Е. Пафомов, УФН (в печати).
62. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ 37, 527 (1959).