

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУКИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

ОТ РЕДАКЦИИ

В этом году исполнилось 50 лет со дня смерти выдающегося немецкого физика и математика Германа Минковского. Математические работы Минковского известны последовательным введением геометрии во все отделы теории чисел и, по-видимому, стимулировали последующие труды Гильберта по геометризации анализа (Гильбертово пространство и пр.). Идеи геометризации Минковский реализовал и в физике, именно теории относительности. Он показал четырехмерный характер теории относительности, исследовал группу преобразований, относительно которой инвариантны основные уравнения физики, внес значительный порядок и ясность в основы теории относительности.

Отмечая пятидесятилетие со дня смерти Г. Минковского, редакция публикует перевод «Воспоминаний о Минковском», любезно написанных для журнала проф. Максом Борном, который был близок к Минковскому и в свое время разбирал и подготавливал к печати наброски сочинений по физике, оставшиеся после смерти Минковского. Вместе с тем редакция сочла целесообразным опубликовать перевод классической статьи Минковского «Raum und Zeit», давно уже ставший библиографической редкостью, вместе с примечаниями А. Зоммерфельда.

ВОСПОМИНАНИЯ О ГЕРМАНЕ МИНКОВСКОМ *)

Макс Борн

Когда весной 1904 г. я окончил третий курс факультета математики, физики и астрономии, один более опытный друг посоветовал мне переселиться в Геттинген, где преподавали три выдающихся математика — Феликс Клейн, Давид Гильберт и Герман Минковский. В то время в Германии было обычным, что студенты часто меняли университеты. Того же обычая придерживался и я, и из шести семестров только четыре я провел в своем родном городе Бреславле. Один летний семестр я провел в Гейдельберге, другой в Цюрихе. Там я слушал блестящие лекции Гурвица и после этого то, что преподносилось в Бреславле, показалось мне довольно бездарным. Вот я и решил последовать совету моего друга и отправиться для окончания своего обучения в Геттинген. Моя мачеха была родом из Кенигсберга и знала там Минковского. Она дала мне рекомендательное письмо к нему, которое я и принес к Минковским на улицу Плавка.

*) Перевод С. Г. Суворова с рукописи автора.

Однако сначала я не посещал его лекций, а предпочитал Гильберта, который в то время набрасывал свою теорию интегральных уравнений и квадратичных форм от бесконечно многих переменных и излагал в своих курсах теорию, которой позднее суждено было сыграть очень большую роль в физике, особенно в квантовой механике. По заведенному тогда обычаю, один из студентов брал на себя обработку лекции. Проверенная профессором рукопись передавалась затем в читальный зал как вспомогательный материал для студентов. Для выполнения этой обязанности Гильберт выбрал из группы кандидатов меня, и таким образом, будучи еще совсем молодым, я сблизился с великим математиком и лично.

Я еще совсем мало прожил в Геттингене, когда был приглашен Минковским на обед. Так я впервые лично познакомился с ним, увидел его прекрасное широкое лицо, его темные выразительные глаза и услышал его низкий, немного грубоватый голос. Меня представили его жене и двум маленьким дочерям. Кроме меня, был там еще только один гость, Константин Каратеодори, молодой грек, который раньше служил в Турции инженером, работал в Египте и Месопотамии, а затем посвятил себя чистой математике и теперь был приват-доцентом в Геттингене. Мы вскоре стали близкими друзьями. Он был замечательным математиком, и умер в Мюнхене несколько лет назад, будучи уже профессором.

После обеда появился Гильберт со своей женой и мы все вместе совершили прогулку к руинам древнего замка в Плессах. Эта прогулка осталась для меня незабываемой не только из-за красоты гор и лесов. Беседа обоих друзей была фейерверком ума; проникнутая шуткой и юмором, она в то же время оставалась глубоко серьезной. Я сам вырос в атмосфере, которой не были чужды оживленные блестящие дискуссии и острая критика. Друзья моего отца, большей частью исследователи-врачи, как и он сам, тоже любили остроумные непринужденные беседы. Но врачи ближе к обыденной жизни и по своей человеческой натуре проще, чем математики, мозг которых работает в сфере высшей абстракции. Во всяком случае мне еще никогда не приходилось слушать такую откровенную, независимую продуманную критику всевозможных событий в жизни, науке, искусстве, политике.

С тех пор я горячо заинтересовался обоими этими людьми и их жизненным путем.

Я узнал, что Гильберт был уроженцем Кенигсберга, а Минковский родился 22 июня 1864 г. в России в Алексотах (Минской губернии), но еще мальчиком приехал в Кенигсберг. Его отец, еврейский купец, хотел избежать гнета, от которого страдали евреи в царской России, и переселился в Кенигсберг. Там Герман с октября 1872 г. посещал Альтштадтскую гимназию. Он был настолько одаренным, что перешагнул несколько классов и уже в 15 лет сдал экзамен на аттестат зрелости.

С 1880 г. он пять семестров проучился в Кенигсберге, затем три семестра в Берлине у Куммера, Кронекера, Вейерштрасса, Гельмгольца и Кирхгофа. Его дружба с Гильбертом началась еще в первые студенческие годы и продолжалась до преждевременной смерти Минковского.

В память друга Гильберт произнес захватывающую речь (опубликована в *Mathematischen Annalen*, том 68, 1910, стр. 445), из которой я заимствовал здесь сведения о жизни обоих. Гильберт рассказывает, что Минковский, еще будучи студентом первого курса, получил за решение одной математической задачи денежную премию, но отказался от нее в пользу бедного соученика и всю эту историю утаил от своей семьи. Это только лишь один пример его доброты и скромности, о которых знали все люди, которые с ним соприкасались.

Первой высокой оценкой в научной деятельности Минковского была «большая премия математических наук», которая была объявлена Парижской Академией весной 1881 г.: нужно было исследовать разложение целых чисел на пять квадратов. Минковский представил свою работу 30 мая 1882 г., но, вопреки условиям конкурса, на немецком языке. Однако Академия, признавая ценность труда, прошла мимо этого формального нарушения и присудила ему полную премию. Минковский разобрал проблему с позиции наиболее общей теории чисел. Парижская провинцистическая пресса обрушила на него, иностранца, совершенно необоснованные нападки и подозрения, но великие французские математики без колебания встали на его сторону и стали его друзьями.

Большая часть работ Минковского посвящена теории чисел, но я не считаю себя вправе о них рассказывать. Я прочитал, и как раз перед приездом в Геттинген, только один из его арифметических трудов под названием «Диофантовы приближения» (Diophantischen Approximationen), вытекающий из его лекций, прочитанных зимой 1903—1904 гг. В нем, как и в большом произведении Минковского «Геометрия чисел» (Geometrie der Zahlen), арифметические теоремы были получены из геометрических соображений, а именно здесь, в частности, с помощью сетки точек с целочисленными координатами на плоскости. Это представление о числовой решетке принесло мне известную пользу для динамической теории кристаллической решетки.

В 1885 г. Минковский получил докторскую степень в своем родном университете в Кенигсберге. В 1887 г. он становится приват-доцентом в Бонне. Там состоялась его встреча с Генрихом Герцем, которая побудила его заняться физикой; в 1886 г. он написал работу по гидродинамике, которую Гельмгольц представил Берлинской Академии. В 1892 г. Минковский был назначен экстраординарным профессором Боннского университета.

Между тем в Геттингене Феликс Клейн заботился о расцвете математики. Ему удалось настоять на приглашении в Геттинген и Гильберта, который до того был профессором в Кенигсберге. Было также выполнено желание Гильберта иметь Минковского своим преемником в Кенигсберге. Но Минковский оставался там только короткий срок, в 1896 г. его пригласили в Федеративный Политехникум в Цюрихе. Там он работал вместе с Гурвицем до 1902 г., как раз в этот период он женился на Августе Адлер из Страсбурга. Среди его учеников был один, имя которого спустя короткое время многократно упоминалось вместе с его именем, когда специальная теория относительности взволновала умы; речь, идет, конечно, об Эйнштейне. Но Минковский его особенно не выделял. Позднее, в 1909 г. когда я уже был сотрудником Минковского по проблемам теории относительности, он сказал мне как-то: «Ах, Эйнштейн, да ведь он всегда отлынивал от лекций, ему я это никогда не доверил бы».

Совместными усилиями Клейна и Гильберта удалось, наконец, учредить в Геттингене третью профессиру по чистой математике, на которую и был приглашен Минковский. С тех пор двое друзей оставались вместе, и Геттинген переживал расцвет не только в математике, но и в смежных науках. Прикладная математика была представлена Карлом Рунге, который известен также и как физик своими исследованиями законов спектральных серий. Четверо математиков были связаны между собой не только своей специальностью, но и дружбой, и каждый четверг в три часа дня они встречались, чтобы совершить очередную прогулку на Гейнберг, во время которых обсуждались вопросы науки, университета и повседневной жизни.

На второй год моего пребывания в Геттингене я стал личным ассистентом Гильберта. Каждое утро я должен был находиться у него, чтобы

обсуждать предстоящие лекции и семинарские занятия. Часто приходил и Минковский, он принимал участие в наших разговорах или возбуждал новые вопросы. Для меня это было чудесное время учебы не только в области науки, но и в делах человеческой жизни. Я уважал и любил их обоих, и они никогда не давали мне почувствовать, сколь велика была разница в знаниях и жизненном опыте между ими и мной, и даже напротив, они обращались со мной как с более молодым коллегой. Когда Минковский возвращался домой, он брал меня попутно с собой и начинал какой-нибудь разговор по существу нашей науки или о товарищах по специальности, с которыми он непосредственно переписывался, или о философских, социальных, политических вопросах. И так иногда мы долго прогуливались, прежде чем вернуться домой.

В то время как главный интерес Минковского лежал в области теории чисел, которой он и Гильберт с усердием служили, лекции он читал из разнообразных областей. Я сам слушал многие из них. В одной из них он изложил «линейную и шаровую геометрии» в представлении Плюкера. Минковский не был блестящим преподавателем, но он увлекал простотой и ясностью своего изложения, часто оживляемого остроумными замечаниями. Создавалось впечатление, что то, о чем он рассказывал, было только что создано им самим в процессе изложения. И во многих случаях это так и было. Это я могу показать, сославшись на случай, который произошел на лекции под названием «Analysis Situs», — так тогда называлась область, именуемая ныне топологией, наука о наиболее общих отношениях взаимосвязанности геометрических образов, инвариантных относительно всех непрерывных преобразований (искривлений). Минковский начал с того, что он хотел бы пояснить нам основные понятия этой дисциплины на примере так называемой проблемы четырех цветов. При изготовлении географических карт выяснилось, что для закраски любой карты так, чтобы две соседние страны были различны по цвету, необходимо и вполне достаточно иметь четыре цвета. Он добавил: «к сожалению, это не удалось доказать. Но этим занимались только ма ематики третьего ранга. Я надеюсь это доказательство получить». И здесь он начал свои дедукции. Прошло две-три недели, дело все осложнялось; и даже через три-четыре недели решения не было видно. Когда мы однажды утром собрались в аудитории, разразилась сильная гроза, сверкали молнии, лил дождь. В тот момент, когда Минковский входил в аудиторию, последовал страшный удар грома. Минковский спокойно прошел к кафедре и сказал совершенно серьезно: «Небо гневается на мою дерзость: мое доказательство проблемы четырех цветов тоже неверно». Затем по его лицу пробежала улыбка и он снова приступил к чтению лекции.

Больше чем на лекциях, я узнал от него в семинаре по электродинамике движущихся тел. Этим семинаром Гильберт и Минковский руководили совместно. Это было в 1905 г., в том самом году, когда появилась знаменитая работа Эйнштейна «Электродинамика движущихся тел», содержащая его обоснование теории относительности. Но об этом в Геттингене еще ничего не было известно, и имя Эйнштейна упомянуто не было. Дискуссии ограничивались только попытками объяснить опыт Майкельсона и Морлея, а идея относительности обсуждалась в той форме, как она была развита Г. А. Лоренцом и Анри Пуанкаре. Я вспоминаю, что Минковский попутно намекал на то, что он занимается преобразованиями Лоренца и уже напал на след новых взаимосвязей. На меня произвели сильное впечатление семинарские дискуссии, и я намеревался тему моей докторской диссертации выбрать из этой области.

Но этого не случилось. Как раз в это время происходил второй семинар по теоретической физике, руководимый Клейном и Рунге; в нем

обсуждалась теория упругости. Я принимал в нем участие и хотя тема меня не очень интересовала, я должен был не только приготовить реферат, но и расширить его, по настоянию Клейна, до докторской диссертации. Как я при этом вступил в конфликт с «великим Феликсом» (так мы называли математического диктатора Геттингена), — очень забавная история, но к делу она не относится. Во всяком случае я должен был целый год заниматься проблемами упругости, и у меня совершенно не было времени для интересующей меня работы.

После того, как я получил докторскую степень, я покинул Геттинген и отправился в Кембридж, чтобы там у Лармора и Дж. Дж. Томсона глубже изучить электродинамику. Затем я вернулся в свой родной город Бреславль. Там я познакомился с братом Минковского, Оскаром, который был врачом и прославил свое имя исследованиями диабета (сахарной болезни). Он локализовал причину этой болезни в поджелудочной железе и тем подготовил путь, следуя которому Лангерганс вскоре обнаружил в этой железе инсульные клетки, а затем Бантинг и Бест изготовили лекарство инсулин. Сын Оскара Минковского, Рудольф, изучал позднее в Геттингене физику, слушал мои лекции, и в конце концов стал астрономом и почетным членом маунт-вильсоновской обсерватории.

В Бреславле я впервые услышал имя Эйнштейна. Там была группа молодых физиков, которые усердно следили за новейшими открытиями. Среди них были Фриц Рейхе, ученик Планка, и поляк Станислав Лориа*). Однажды они спросили меня, знаком ли я с диссертацией некоего физика по имени Эйнштейн по теории относительности, опубликованной в *Annalen der Physik*. Рейхе добавил, что Планк придает ей очень большое значение. Мы решили вместе изучить эту работу, и с этого момента я посвятил себя исследованию проблем относительности. Я начал размышлять о частных релятивистских проблемах и вскоре столкнулся с трудностями. Так как в Бреславле никакой помощи и руководства не было, я вспомнил о замечаниях Минковского в геттингенском семинаре и написал ему, прося совета.

Его ответ был для меня радостной неожиданностью. Моих частных вопросов он вовсе и не касался, но говорил, что работает в той же области, и с удовольствием имел бы молодого сотрудника, который разбирается в физике, особенно в оптике. Он спрашивал, не хотел ли бы я вернуться в Геттинген, и намекнул, что это, возможно, станет началом моей научной деятельности. В заключение он предлагал, чтобы я приехал в Кельн на годичное собрание немецкого общества естествоиспытателей и врачей. Там он мог бы ответить на мои частные вопросы и обсудить со мной план совместной работы.

Разумеется, я принял его предложение и поехал в Кельн. Там 21 сентября 1908 г. я услышал знаменитый доклад Минковского «Пространство и время», который начинается словами: «Взгляды, которые я хочу перед вами развить, возникли на экспериментально-физической основе. В этом заключается их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе низводятся до роли теней и лишь некоторый вид соединения обоих должен еще сохранить самостоятельность».

Минковский проводит здесь идею об объединении трех измерений пространства и времени в одно четырехмерное пространство, в котором справедлива псевдо-евклидова геометрия. Как обычная трехмерная

*) Рейхе стал позднее профессором теоретической физики в университете в Бреславле. В гитлеровское время он эмигрировал и преподавал в Нью-Йоркском университете. Лориа после второй мировой войны стал первым польским профессором теоретической физики и ректором восстановленного поляками университета в Бреславле (теперь Вроцлав).

евклидова геометрия характеризуется тем, что квадрат расстояния между двумя точками, равный сумме квадратов разности координат, инвариантен, т. е. независим от системы координат, так нечто соответствующее имеет место и в четырехмерном пространстве Минковского, названного им четырехмерным миром, элементы которого—это «события», происходящие в определенной точке пространства в определенный момент. Возведя в квадрат разности координат и времени и суммируя их, получают «интервал» двух событий, необходимо только временной член взять с отрицательным знаком. Этот интервал инвариантен, т. е. независим от системы отсчета. В силу этого время, измеренное в различных системах отсчета столь же различно, как и относящиеся к различным системам координаты. Уравнения для пересчета или уравнения преобразования были выведены уже Г. А. Лоренцом из максвелловых уравнений электромагнитного поля. Впрочем Минковский цитирует еще более раннюю работу В. Фохта, который уже в 1887 г. высказывал соответствующие соображения для упругих процессов.

Минковский цитировал также и Эйнштейна и примерно следующим образом высказался относительно вклада в теорию относительности, сделанного Лоренцом, Эйнштейном и им самим. Лоренц верил в существование абсолютно покоящегося эфира и абсолютного времени; временной параметр, полученный в результате преобразования, он называл местным временем и использовал его как вспомогательное понятие, не придавая ему самостоятельного физического значения. Об Эйнштейне он говорил, что тот «отвергал время как понятие однозначно определенное событиями», и затем Минковский продолжает: «понятие пространства и времени не пересмотрели ни Эйнштейн, ни Лоренц». На этот шаг он очевидно претендовал сам. Мне кажется это неверным. Из работы Эйнштейна ясно вытекает, что он сознавал полную эквивалентность всех систем отсчета и тем самым отвергал как абсолютное пространство, так и абсолютное время. То, что сделал сам Минковский,—это выработка представления о четырехмерном мире, элементы которого, «события», снова обладают физической реальностью, независимой от любой системы отсчета.

Минковский совершенно не упоминает Пуанкаре, хотя последний за год до Эйнштейна, а именно в 1904 г., прочитал в Сан-Луи доклад, в котором он ясно высказал принцип относительности и многие его следствия, при этом в истолковании превосходил Лоренца и почти достиг точки зрения Эйнштейна. Правда, доклад не содержал формул и доказательств и появился в малодоступном американском журнале. Я полагаю, что Минковский не знал его.

Доклад Минковского содержал, кроме четырехмерной формулировки, еще и постулат о том, что все физические законы должны быть инвариантны относительно группы преобразований Лоренца; он назвал его «мировым постулатом». И это высказывается соответственно духу Эйнштейна и Пуанкаре.

В том же 1908 г. в *Göttinger Nachrichten* появилась основная работа Минковского под названием «Основания теории электромагнитных процессов в движущихся телах» (*Die Grundlagen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*). Здесь мировой постулат применяется с целью установления уравнений электромагнитного поля в любой движущейся материи. В этой работе был развит весь арсенал релятивистской математики, понятия собственного времени, массы покоя, четырех-вектора и шести-вектора и т. п., которыми с тех пор повседневно пользуется каждый физик-теоретик. Уравнения поля получаются, исходя из предположения, что они сводятся к известным уравнениям Максвелла для покоящихся тел в точке, которая покоится в рассматриваемой системе

отсчета. Тем самым они определены тогда для любой системы отсчета, если известна скорость рассматриваемой точки в этой системе. Этот результат с уравнениями поля, полученными прежде Лоренцом при помощи трудных рассуждений о движении электронов в материи, совпадает не полностью, а только приближенно, пренебрегая членами второго порядка, содержащими отношение скорости тела к скорости света. Таким же путем Минковский получил уравнения механического движения, которые встали на место ньютоновых уравнений.

В общем можно сказать, что специальная теория относительности не является трудом одного человека, она возникла в результате совместных усилий группы великих исследователей — Лоренца, Пуанкаре, Эйнштейна, Минковского. Тот факт, что обычно упоминается только имя Эйнштейна, имеет известное оправдание, ибо специальная теория относительности была ведь только первым шагом к общей, которая охватила гравитацию и тем самым революционизировала весь труд Ньютона. Но общая теория относительности — это заслуга исключительно Эйнштейна. Она основывается на соединении мировой геометрии Минковского и глубоких идей об искривленных пространствах, которые задолго до того были развиты Бернгардом Риманом и продолжены Кристофелем, Риччи и Леви-Чивита. Общая теория относительности немыслима также и без работы Минковского, поэтому не без интереса можно спросить, что же Эйнштейн ценил у Минковского. В первое время, примерно к 1909 г., когда я познакомился с Эйнштейном, он был довольно уклончив и видел в работе Минковского не больше, чем излишний побочный математический труд. Но мнение это быстро изменилось, когда он глубже вник в проблемы общей теории относительности, в которых существенным оказались как раз математические методы Минковского. Возможно, этому содействовало влияние его друга Гроссмана, который впервые обратил его внимание на геометрию Римана.

И вот, чтобы возобновить личную связь с Минковским, я принял после его доклада в Кельне решение переехать в Геттинген. Но прежде я хотел изучить его большой труд во всех подробностях, и так случилось, что я приехал в Геттинген не к началу семестра, а только 2 декабря 1908 г. На следующий день я разыскал Минковского и был дружески им принят. В течение нескольких недель я виделся и беседовал с ним ежедневно. Это была счастливая пора, полная научной инициативы, да и богатая событиями личного характера. Это было начало настоящей дружбы, насколько разница в возрасте и опыте позволяет употребить это слово.

Когда вопросы теории относительности были достаточно обсуждены, на очередь встали другие проблемы. Главным интересом Минковского все еще оставалась теория чисел и он склонял меня к ее изучению. Для него, так же как и для Гильберта, теория чисел была чудеснейшим созданием человеческого ума, наука и одновременно величайшее искусство. Кое-что и я унаследовал от этого образа мышления, и когда я позднее при исследовании статистической механики столкнулся с теоретико-числовыми проблемами, я не оказался перед ними беспомощным благодаря объяснениям Минковского.

И вечерами я часто бывал гостем у Минковских, и узнал его как любезного хозяина, который вступал в беседы на любые темы и везде находил сказать что-нибудь существенное. Всегда у него под рукой была меткая цитата, часто из «Фауста» Гете, которого он знал наизусть.

Это было прекрасное время, но оно продолжалось недолго. Когда после коротких рождественских каникул в начале 1909 г. я возвратился в Геттинген, я узнал, что несколько дней назад Минковский заболел и его оперировали по поводу аппендицита. Тогда эта операция была не

такой легкой, как сейчас. Его состояние ухудшалось с каждым днем. Больше я его не увидел, он умер 12 января 1909 г.

Вместе с ним погибли и мои надежды и перспективы. Но не это особенно глубоко тронуло меня. Я скорбел о потере наставника и друга, великого мыслителя и исследователя, которого смерть унесла в самый разгар плодотворной работы. Сколько он мог бы еще создать!

Гильберт пережил своего друга больше чем на 30 лет. Он сумел еще выполнить важную работу, но кто может сказать, не была ли его смерть в одиночестве в мрачное время нацизма еще более трагичной, чем смерть Минковского в расцвете сил?

Госпожа Минковская доверила мне, по предложению Гильберта, просмотр оставленных им физических записей, а математические рукописи передала Андрею Шпайзеру. Мне удалось построить из кратких заметок по крайней мере одну работу и опубликовать ее.

Затем я попытался продолжить труд Минковского работой о собственной энергии электрона при ускоренном движении, для которого можно указать точное решение. Минковский еще слышал об этой идее и одобрил ее. Для меня она, действительно, положила начало моей научной деятельности.
