

НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ СВОЙСТВА НЕЛИНЕЙНЫХ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

М. Д. Карасев

1. ВВЕДЕНИЕ

Электрическое сопротивление считается нелинейным, если вольт-амперная характеристика элемента сопротивления нелинейна, т. е. отсутствует пропорциональность между током i и напряжением u (рис. 1). При этом

$$\left. \frac{di}{du} \right|_{u=u_0} = f'(u_0) = \frac{1}{R_i} \quad (1,1)$$

называется дифференциальной проводимостью нелинейного элемента сопротивления и соответствует $\operatorname{tg} \alpha$ — наклону касательной к кривой вольтамперной характеристики в произвольной точке $u = u_0$; R_i называется соответственно дифференциальным сопротивлением. Малые изменения напряжения δu и тока δi приближенно выражаются линейным соотношением

$$\delta i \cong \frac{1}{R_i} \delta u.$$

При отсутствии нелинейности вольтамперная характеристика становится прямой линией, проходящей через начало координат, и соответствует закону Ома. Аналогично этому емкость считается нелинейной, если заряд q на конденсаторе (элементе емкости) нелинейно зависит от напряжения u на его электродах (рис. 2). Малые изменения заряда δq и напряжения δu связаны приближенным линейным соотношением

$$\delta q \cong c_i \delta u,$$

$$\left. \frac{dq}{du} \right|_{u=u_0} = f'(u_0) = c_i \quad (1,2)$$

будем называть дифференциальной емкостью нелинейного конденсатора. В линейном случае «вольткулоновая» характеристика конденсатора становится прямой линией, проходящей через начало координат, а дифференциальная емкость c_i вырождается в обычную емкость C , не зависящую от напряжения.

Если расстояние между электродами конденсатора не меняется при изменении напряжения u , то напряженность электрического поля E

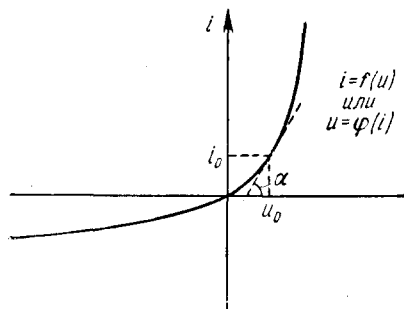


Рис. 1. Нелинейная вольтамперная характеристика элемента сопротивления.

в конденсаторе пропорциональна u , а нелинейность обусловлена зависимостью диэлектрической проницаемости ϵ диэлектрика конденсатора от напряженности электрического поля E . В этом случае зависимости заряда на конденсаторе $q = f(u)$ и электрической индукции в конденсаторе $D = \epsilon E$ от напряжения u будут походить одна на другую, а в плоском конденсаторе с однородным полем—просто совпадать при надлежащем выборе масштабов. Если же расстояние между электродами конденсатора меняется с напряжением, то поле E уже не будет пропорциональным напряжению, оно будет зависеть также от сближения (или удаления) пластин. При этом, даже в случае независимости ϵ от напряженности E , связь между q и u будет нелинейной, в то время как $D = \epsilon E$ линейна. Физически это различие сводится к тому, что в первом случае нелинейность вызывается

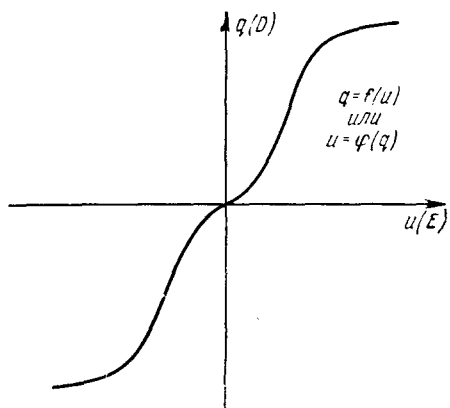


Рис. 2. Нелинейная «вольткулоновая» характеристика конденсатора.

смещением связанных зарядов доменной структуры диэлектрика, заполняющего конденсатор, а во втором случае—смещением свободных зарядов на смещающихся электродах конденсатора. Выпускаемые промышленностью нелинейные конденсаторы-вариконды обладают первым видом нелинейности, второй вид имеет место в диафрагменном конденсаторе, когда в нем пластины упруго прогибаются под действием взаимного притяжения находящихся на них электрических зарядов. Такие диафрагменные нелинейные конденсаторы не нашли широкого применения в радиотехнике из-за большой механической инерции диафрагмы. Но в по-

следнее время входит в практику новый вид нелинейного конденсатора, в котором свободные заряды сосредотачиваются не на металлических обкладках, а по обе стороны p - n -перехода кристаллического полупроводника (см. § 4); такой нелинейный конденсатор имеет большие перспективы.

Реактивным двойником нелинейной емкости является нелинейная индуктивность, связывающая магнитный поток Φ с током i в катушке индуктивности. Расчеты с нелинейной емкостью формально можно перенести на индуктивность, заменив соответственно напряжение u током i , а заряд q —магнитным потоком Φ .

Большинство нелинейных задач радиотехники связано с использованием нелинейного сопротивления (положительного и отрицательного). Сюда относятся: выпрямление, детектирование, амплитудная модуляция, генерирование колебаний и усиление сигналов. Нелинейные же реактивные элементы—емкость и индуктивность—начали находить себе все возрастающее применение только сравнительно недавно. Поэтому более или менее систематическая теория нелинейных систем развита главным образом применительно к активной нелинейности—сопротивлению. В то же время имеется целый ряд особенностей в поведении колебательных систем, содержащих реактивную нелинейность. Основное отличие реактивных элементов от активных заключается в том, что в реактивных элементах происходит накопление и обмен колебательной энергии в электрической и магнитной форме; сопротивление же (положительное и отрицательное) является элементом, через который происходит убыль или прибыль энергии в системе.

Нельзя сказать, чтобы отдельные свойства нелинейных реактивных элементов или процессы, протекающие в системах, содержащих нелиней-

ные реактивные элементы, не изучались. В частности, довольно подробно изучен резонанс в колебательном контуре с малой нелинейностью. Общеизвестны (см., например,¹⁾ характерные «клювообразные» резонансные кривые таких контуров со скачками амплитуды, сопровождающимися «гистерезисным» явлением—прямой и обратной скачки происходят при различных частотах (рис. 3).

Очень много внимания уделено параметрическому воздействию на одиночный колебательный контур, т. е. принудительному изменению одного из реактивных параметров контура. Эти вопросы, которые берут начало еще в работах Мельде² и Рэлея³, подробно изучались школой Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси⁴. Были исследованы многие важные особенности параметрического воздействия на электрический контур с учетом

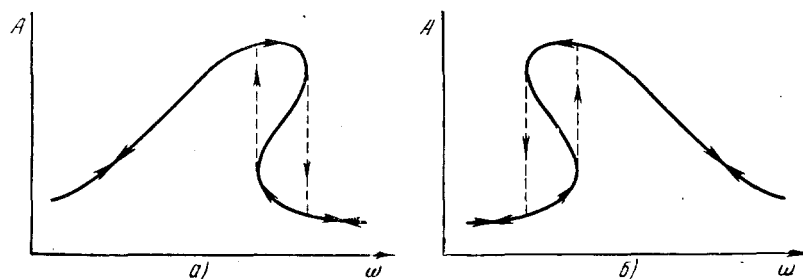


Рис. 3. Резонансные кривые контура с реактивной нелинейностью: А—амплитуда колебаний основной частоты ω ; а) реактивность (емкость или индуктивность) падает с ростом интенсивности колебаний; б) реактивность растет вместе с интенсивностью колебаний.

как периодического изменения одного из реактивных параметров (накачка энергии), так и нелинейности, ограничивающей амплитуду колебаний.

Мы не ставим своей задачей подробное изложение всех работ, проведенных под руководством Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси, А. А. Андроновым, А. А. Виттом, Г. С. Гореликом, В. П. Гуляевым, М. А. Дивильковским, В. А. Лазаревым, В. В. Мигулиным, Э. М. Рубчинским, С. М. Рытовым, И. Т. Турбовичем и др. по исследованию параметрических систем. Эти работы хорошо известны. Однако здесь уместно в самой сжатой форме привести некоторые результаты этих работ. В проведенных под руководством Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси работах по параметрическому воздействию на электрические системы было, в частности, установлено.

1. При периодической модуляции емкости или индуктивности в колебательном контуре могут возбуждаться колебания. При этом должно выполняться определенное соотношение между собственной частотой контура ν_0 (при отсутствии модуляции) и частотой модуляции ν . Неустойчивость, сопровождающаяся возникновением колебаний, возникает в областях вблизи частот $\frac{2\nu_0}{\nu} = 1, 2, 3, \dots$ При наличии затухания в контуре, кроме того, необходимо, чтобы глубина модуляции превышала некоторую минимальную величину, тем большую, чем выше номер области неустойчивости (рис. 4). Легче всего колебания возникают в первой области при частоте модуляции $\nu = 2\nu_0$. Было обнаружено «затягивание» возникших колебаний, т. е. возникшие в области неустойчивости колебания при увеличении расстройки срываются не в конце области неустойчивости, а вне ее; вновь возникают колебания после срыва только при возвращении в область неустойчивости. Затягивание имеет место с одной стороны области неустойчивости: слева или справа в зависимости от вида реактивной нелинейности.

Были изготовлены так называемые параметрические генераторы: емкостной, легко обеспечивающий напряжение до 15 000 в, и индуктив-

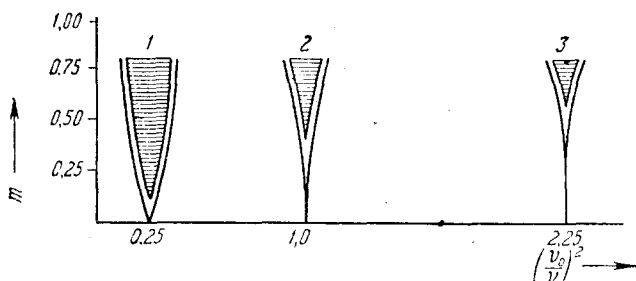


Рис. 4. Области неустойчивости контура с модулируемой реактивностью: 1, 2, 3.

ν_0 —собственная частота контура при отсутствии модуляции; ν —частота модуляции реактивности; m —глубина модуляции; заштрихованы суженные области неустойчивости при наличии затухания в контуре.

ный мощностью до 4 кВт⁵. В дальнейшем некоторые типы параметрических генераторов нашли применение в промышленности.

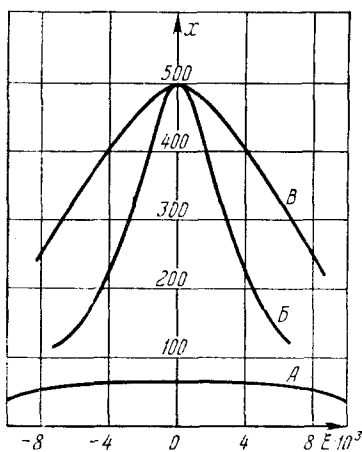


Рис. 5. Резонансная кривая при параметрической регенерации в случае «сильного» резонанса ($\psi = 0$).

$x = U_0/E_0$ —отношение амплитуды напряжения на емкости к амплитуде внешней э. д. с.; $\xi = \frac{\nu_0^2 - \nu^2}{\nu^2}$ —относительная расстройка; ν_0 —собственная частота контура в отсутствие модуляции; ν —частота внешней э. д. с.; 2ν —частота параметрического воздействия; А—резонансная кривая контура с добротностью $Q=50$ при отсутствии параметрического воздействия ($m=0$); В—резонансная кривая контура с добротностью $Q=500$ при отсутствии параметрического воздействия; С—резонансная кривая параметрически регенерированного контура с добротностью $Q=50$, глубина модуляции индуктивности за счет параметрического воздействия $m=0,036$.

$\psi = 0$ и при $m = 0,036$; энергия накачивается в контур параметрическим воздействием, уменьшая в нем затухание. При резонансе (расстройка ξ

2. При воздействии синусоидальной э. д. с. на недовозбужденный контур с периодически меняющейся реактивностью в нем наблюдаются резонансные явления. Установлено, что амплитуда вынужденных колебаний зависит, кроме расстройки и затухания контура, еще от глубины модуляции m реактивности и от фазы ψ между изменением реактивности и приложенной э. д. с. Характерная для параметрического воздействия зависимость от фазы проявляется в том, что в двух предельных случаях так называемых «сильного» и «слабого» резонанса получаются два различных типа резонансных кривых⁶. На рис. 5 показана кривая «сильного» резонанса под действием э. д. с.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - \psi)$$

в последовательном контуре, составленном из постоянной емкости C , постоянного сопротивления R и индуктивности, изменяющейся по закону

$$L = L_0 (1 + m \sin 2\omega t).$$

Для сравнения на графике рис. 5 нанесены 3 резонансные кривые: А—резонансная кривая того же контура (с добротностью $Q=50$) при отсутствии параметрического воздействия ($m=0$); В—резонансная кривая контура с увеличенной добротностью ($Q=500$); С—параметрический резонанс при

равна нулю) амплитуда колебаний за счет параметрического воздействия увеличивается в

$$\frac{\frac{1}{Q}}{\frac{1}{Q} - \frac{m}{2}} = \frac{\frac{1}{50}}{\frac{1}{50} - \frac{0,036}{2}} = 10 \text{ раз.}$$

Но полной эквивалентности с контуром, обладающим повышенной добротностью, не наблюдается; полоса пропускания при параметрическом резонансе получается шире, чем у контура с соответствующей добротностью.

Обратное явление ослабления колебаний получается за счет параметрического воздействия при «слабом» резонансе (рис. 6). В этом случае, при сдвиге фаз $\psi = \pm \pi/2$, энергия, наоборот, уходит из контура параметрическим воздействием, и при малых расстройках имеет место провал резонансной кривой (кривая В, рис. 6). Та же глубина модуляции $m = 0,036$ вызывает уменьшение резонансного значения амплитуды соответственно в

$$\frac{\frac{1}{Q}}{\frac{1}{Q} + \frac{m}{2}} = \frac{\frac{1}{50}}{\frac{1}{50} + \frac{0,036}{2}} = 0,54 \text{ раза.}$$

При увеличении расстройки амплитуда вынужденных колебаний резко растет и становится больше амплитуды в отсутствие параметрического воздействия (кривая А, рис. 6, соответствующая $m = 0$ и $Q = 50$). Резонансная кривая при «слабом» резонансе сильно отличается от резонансной кривой контура с соответственно пониженной (в 0,54 раза) добротностью (В на рис. 6).

В работе⁶ показано, что синхронное воздействие с удвоенной частотой на реактивный параметр контура аналогично обратной связи (положительной при $\psi = 0$ или отрицательной при $\psi = \pm \pi/2$), и такая система может представлять собой своеобразный параметрический регенеративный усилитель.

«Сильный» резонанс может перейти в режим собственных незатухающих колебаний, если $\frac{m}{2}$ станет больше $\frac{1}{Q}$. Однако математический анализ этого режима имеет качественные отличия. Как было указано еще в 1933 г.⁷, установление параметрически возбужденных колебаний возможно рассчитать только исходя из нелинейной теории. Такая нелинейная теория и была затем дана Мандельштамом и Папалекси*). Процессы же в недовозбужденном параметрически регенерированном контуре могут быть достаточно полно описаны линейными уравнениями с переменными коэффициентами. Исследуя параметрически регенерированные системы, советские

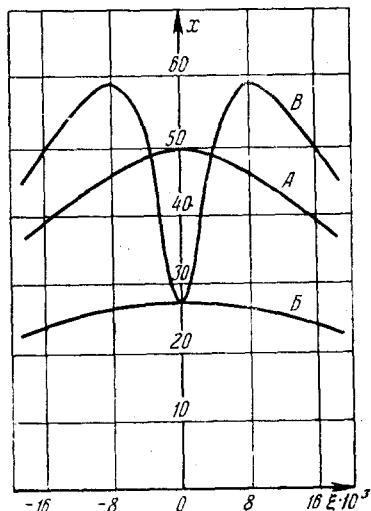


Рис. 6. Резонансная кривая при параметрической регенерации в случае «слабого» резонанса ($\psi = \pm \pi/2$).

$x = U/\mathcal{E}_0$ — отношение амплитуды напряжения на емкости к амплитуде внешней э. д. с.

*) В дальнейшем нелинейная теория автоколебательных систем, в том числе и с нелинейной реактивностью, для некоторых видов систем разрабатывалась и была доведена до простой наглядной формы так называемым энергетическим методом в работах К. Ф. Теодорчика. См. К. Ф. Теодорчик, Автоколебательные системы, М., 1952.

радиофизики установили ряд других особенностей таких систем. В частности, Г. С. Горелик⁸ показал, что если в резонансных системах с постоянными параметрами простейшими видами колебаний являются синус и косинус и такие системы при резонансе выделяют гармонические колебания, то для параметрически регенерированной системы простейшим видом будут уже не синус и косинус, а другие функции, зависящие от характера изменения параметра системы во времени. Если на параметрически регенерированную систему действовать синусоидальной э. д. с., то система разложит это колебание по собственным функциям, присущим этой системе, аналогично тому, как резонансная система с постоянными параметрами осуществляет спектральное разложение сложного колебания по гармоническим составляющим. Таким образом, понятие резонанса было обобщено на линейные колебательные системы с периодически меняющимися параметрами.

Л. И. Мандельштам придавал очень большое значение системам с переменными параметрами. К сожалению, ему так и не удалось закончить задуманную монографию о параметрической генерации переменных токов; материалы к этой монографии опубликованы посмертно⁹. В ней Л. И. Мандельштам предполагал рассмотреть общие закономерности систем с переменными параметрами и многими степенями свободы; при этом обычные динамомашин и электростатические генераторы естественно включались в такой анализ как вырожденные системы, у которых соответственно электрическая или магнитная энергия пренебрежимо мала; под невырожденными параметрическими генераторами он предлагал понимать такие, в которых существенную роль играют одновременно оба вида энергии—магнитная и электрическая (или, в общем случае, кинетическая и потенциальная) и в которых возбуждение колебаний происходит при определенных соотношениях между периодом изменения параметров и величинами самих параметров.

В. В. Мигулин, участвовавший в 30-х годах наряду с В. П. Гуляевым, В. А. Лазаревым и др. в работах по изучению параметрических воздействий на электрические системы, проводившихся в ЛЭФИ под руководством Н. Д. Папалекси, любезно сообщил нам, что уже в 1934 г., кроме одноконтурных систем, изучались также и двухконтурные параметрические системы и исследовалась возможность параметрического возбуждения на частоте, несоизмеримой с частотой параметрического воздействия. В работе¹⁰, опубликованной в 1939 г., Н. Д. Папалекси описывает параметрическое взаимодействие на разностной частоте в двухконтурной электромеханической системе (электрический колебательный контур—параметрический мотор). Он отмечает в заключение статьи, что параметрическое взаимодействие в такой системе «дает новую своеобразную трансформацию частоты практически в любом отношении частот». Таким образом, уже тогда, в 30-х годах, были выявлены возможности параметрического взаимодействия не только на кратных, но и на несоизмеримых частотах. Но отсутствие в то время технических возможностей (да и потребностей) в широком использовании этих явлений не стимулировало более глубокое их изучение.

В последнее время появился новый интерес к изменяемым реактивным элементам в связи с возможностью использования их в области сверхвысоких частот. Но они заслуживают большого внимания и сами по себе, с точки зрения развития общей теории нелинейных колебаний. Изменяемые реактивные элементы обладают как общими, так и отличными от изменяемых сопротивлений свойствами. Так, способность генерировать гармоники присуща нелинейной емкости и нелинейной индуктивности так же, как и нелинейному сопротивлению. По-видимому, созда-

ние высокочастотных нелинейных реактивных элементов для СВЧ быстро вытеснит нелинейные сопротивления (принципиально обладающие потерями) из всех устройств СВЧ, служащих для получения очень высоких частот путем умножения частоты.

При выпрямлении переменного тока тоже необходим нелинейный элемент. Но в этом случае нелинейный элемент обязательно должен быть нелинейным сопротивлением. С помощью чисто реактивного элемента получить постоянный ток из переменного невозможно, даже если этот элемент нелинейный. Положим для определенности, что в качестве нелинейного реактивного элемента используется катушка индуктивности с насыщающимся сердечником и электрическая цепь соответствует рис. 7. Постоянная э. д. с. E задает начальный намагничивающий постоянный ток, а переменная периодическая э. д. с. без постоянной составляющей $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}(t + kT_0)$, где T_0 — период, вынуждает переменный ток в цепи. Внутреннее сопротивление источников этих двух э. д. с., равно как и сопротивление катушки индуктивности, будем учитывать в сопротивлении R , в которое входит и нагрузка. При отсутствии переменного напряжения ($\mathcal{E} \equiv 0$) в цепи будет течь только постоянный ток, величина которого, очевидно, равна

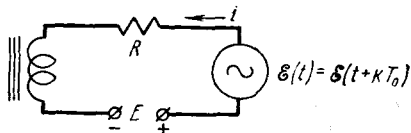


Рис. 7. Нелинейная цепь с насыщающимся сердечником.

$$i_0 = \frac{E}{R}.$$

В результате совместного действия отличных от нуля E и $\mathcal{E}(t)$ в цепи рис. 7 установится, в конце концов, периодический ток, который может быть представлен в виде

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos\left(2\pi \frac{n}{T_1} t + \varphi_n\right), \quad (1,3)$$

где I_0 — постоянная составляющая, I_n — амплитуда n -й гармоники, T_1 — наименьший период колебаний тока, который может быть в общем случае кратен T_0 или составлять дробно-рациональную часть T_0 , т. е. $T_1 = \frac{p}{q} T_0$. Очевидно, что если возможно выпрямление, то должно быть

$$I_0 \neq i_0. \quad (1,4)$$

Найдем величину I_0 . Для этого учтем, что под действием периодического тока (1,3) в катушке индуктивности возбуждается нелинейный, но тоже периодический магнитный поток

$$\Phi(i) = \Phi(t + kT_1),$$

определяемый связью ампер-витков катушки с ее магнитным потоком. Уравнение показанной на рис. 7 цепи имеет вид

$$\mathcal{E}(t) + E = Ri(t) + n \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1,5)$$

Если теперь найти среднее значение левой и правой частей уравнения (1,5) по бесконечно большому интервалу времени, то получим искомое

значение I_0 как предел

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (\mathcal{E}(t) + E) dt = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left(Ri(t) + n \frac{d\Phi}{dt} \right) dt \right\}. \quad (1,6)$$

Из уравнения (1,6) следует $E = RI_0$, т. е. $I_0 = i_0$. Из этого условия, противоречащего условию (1,4), вытекает, что выпрямление с помощью индуктивности невозможно.

Это положение дополняется и обратным: невозможно преобразование постоянного тока в периодический переменный ток системой, состоящей из любой комбинации нелинейных реактивных элементов и постоянных сопротивлений.

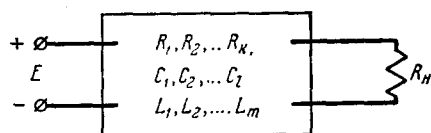


Рис. 8. Пассивный четырехполюсник, содержащий нелинейные реактивные элементы.

Известно, что всякий усилитель при наличии положительной обратной связи и при достаточном коэффициенте усиления может стать генератором незатухающих колебаний. Возникает вопрос: нельзя ли создать схему с использованием магнитных или диэлектрических усилителей, которая питалась бы от источников постоянного тока, сама преобразовывая по-

стоянный ток в переменный с помощью нелинейных реактивных элементов? Оказывается—это невозможно.

Показать это можно следующим образом. Пусть в нашем распоряжении находится пассивный нелинейный четырехполюсник, содержащий любое конечное число постоянных сопротивлений R_k , нелинейных конденсаторов с дифференциальной емкостью C_l и катушек индуктивности с дифференциальной индуктивностью L_m , соединенных между собой в любой комбинации. Ко входу этого четырехполюсника пусть будет подключена постоянная э. д. с. E , а выход пусть замкнут на постоянное сопротивление нагрузки R_n , как это показано на рис. 8.

Выясним, сколькими состояниями равновесия обладает схема рис. 8. В состоянии равновесия все токи в схеме и все напряжения на каждом ее элементе постоянны. Но при постоянном напряжении конденсатор как чистая реактивность представляет собой бесконечное сопротивление—разрыв цепи, а катушка индуктивности при постоянном токе, соответственно—короткое замыкание. Следовательно, четырехполюсник схемы рис. 8 в состоянии равновесия эквивалентен комбинации из одних только сопротивлений R_k с разрывами в местах включения конденсаторов и с короткими замыканиями в местах катушек индуктивности. А в цепи, состоящей из постоянных сопротивлений, под действием заданной постоянной э. д. с. может быть только одно-единственное значение токов и напряжений для каждого элемента цепи. Таким образом, схема рис. 8 обладает одним-единственным положением равновесия.

Если это единственное положение равновесия неустойчиво, то в системе возможны автоколебания и может генерироваться переменный ток; если равновесие устойчиво, переменный ток не может возбудиться.

Для выяснения устойчивости равновесия следует рассмотреть поведение системы при малых изменениях всех токов и напряжений вблизи их равновесных значений, считая емкости и индуктивности постоянными. Равновесие неустойчиво, если хотя бы в одном из контуров при малом возмущении появится нарастающий процесс дальнейшего ухода

тока или напряжения от равновесного значения. Если обратиться к нелинейным характеристикам реактивных элементов $q(u)$ и $\Phi(i)$ (см. рис. 2), то можно отметить как характерную их особенность тот факт, что дифференциальная емкость и дифференциальная индуктивность хотя и непостоянны, т. е. зависят от напряжения или тока, но не могут быть отрицательными. В этом отношении они качественно отличаются от нелинейного сопротивления, дифференциальное значение которого может быть отрицательным. Например, в некоторых фазах газового разряда увеличение тока в газовом промежутке вызывает такое большое увеличение проводимости за счет ионизации, что падение напряжения на газовом промежутке уменьшается, несмотря на рост

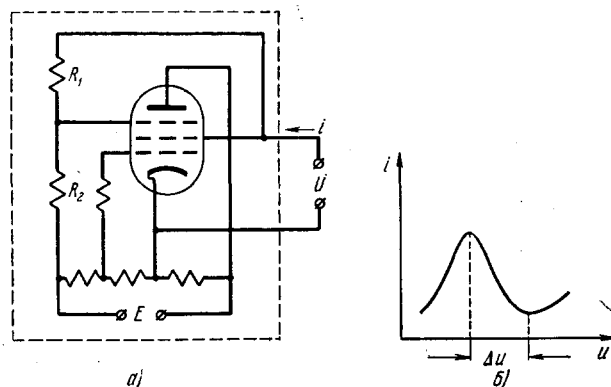


Рис. 9. Двухполюсник с отрицательным дифференциальным сопротивлением:

а — электронная схема; б — вольтамперная характеристика.

тока; при этом дифференциальное сопротивление газового промежутка будет отрицательным. Но заряд q на конденсаторе или магнитное поле Φ в катушке индуктивности не могут уменьшаться с ростом соответственно электрического или магнитного поля; диэлектрическая и магнитная проницаемости не могут быть отрицательными*).

Отрицательное сопротивление можно осуществить искусственно за счет источников постоянного тока и обратной связи, управляющей проводимостью. Например, в пентоде легко получить за счет транзитронного эффекта участок характеристики с отрицательным сопротивлением между экранирующей сеткой и катодом, подавая часть потенциала с экранирующей сетки на защитную (пентодную) сетку (рис. 9)**). Управление проводимостью за счет обратной связи при этом сопровождается затратой энергии только во внешней цепи управления (на сопротивлениях делителя R_1 , R_2 в схеме рис. 9), общая энергия, которую может отдать участок с отрицательным сопротивлением, превышает энергию, необходимую для управления обратной связи. Только при этом условии и проявляется отрицательное сопротивление. В нелинейных реактивных элементах тоже можно воспользоваться обратной связью, например, за счет дополнительных обмоток в катушках индуктивности. Но в реактивных элементах токи и напряжения связаны соответственно с магнитной и электрической

*) Этому не противоречит тот факт, что диэлектрическая и магнитная проницаемости могут быть меньше единицы. Например, в веществе с наиболее ярко выраженным диамагнетизмом, в висмуте, $\mu - 1 = -8 \cdot 10^{-5}$. Сверхпроводники могут быть уподоблены веществу с $\mu = 0$.

**) См. К. Ф. Теодорчик, Автоколебательные системы, М., 1952, стр. 152.

энергией. Можно показать, что обратная связь при этом требует затраты такой мощности, что эффект отрицательного реактивного сопротивления полностью уравнивается положительным затуханием за счет затрат энергии в обратной связи. Предположим, например, что нам удалось за счет обратной связи получить участок с отрицательной дифференциальной емкостью. Она будет характеризоваться отрицательным наклоном

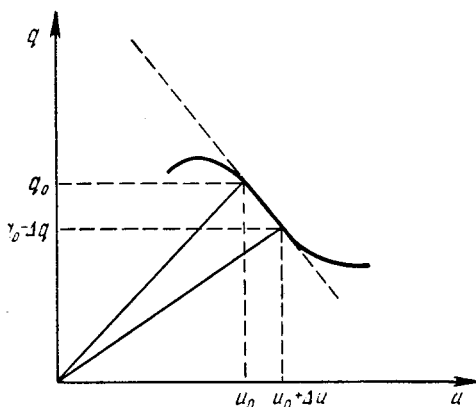


Рис. 10. Характеристика нелинейной емкости с участком отрицательной дифференциальной емкости.

кривой зависимости заряда q от напряжения u на конденсаторе (рис. 10). Предположим теперь, что напряжение на конденсаторе увеличилось на Δu (от значения u_0 до $u_0 + \Delta u$). Тогда заряд на конденсаторе в соответствии с характеристикой рис. 10 уменьшится на Δq (от величины q_0 до $q_0 - \Delta q$) и во внешнюю цепь будет отдана энергия $\Delta W_{\text{вых}}$:

$$\Delta W_{\text{вых}} \cong u_0 \Delta q. \quad (1,7)$$

Однако уменьшение энергии конденсатора при этом не превышает и половины энергии (1,7), оно равно

$$\Delta W_{\text{конд}} \cong -\frac{1}{2} u_0 \Delta q + \frac{1}{2} q_0 \Delta u. \quad (1,8)$$

Величина (1,8) равна половине $\Delta W_{\text{вых}}$ с обратным знаком при бесконечно большой отрицательной дифференциальной емкости

$$\Delta W_{\text{конд}} \cong -\frac{1}{2} u_0 \Delta q \quad \text{при} \quad \frac{dq}{du} = \infty.$$

Если же $\frac{dq}{du} \cong 0$, то

$$\Delta W_{\text{конд}} \cong \frac{1}{2} q_0 \Delta u > 0,$$

т. е. энергия конденсатора растет с ростом напряжения на нем. Следовательно, более половины отдаваемой во внешнюю цепь отрицательной емкостью энергии всегда черпается из цепей обратной связи. Так как при наилучшем согласовании можно передать не более половины всей мощности от любого источника, то отсюда вытекает невозможность конструирования отрицательной реактивности, которая имела бы только свои, внутренние обратные связи, и без внешних источников переменных э. д. с. могла бы накачивать энергию во внешнюю цепь.

Возвращаясь к состоянию равновесия в нашей схеме четырехполюсника рис. 8, мы убеждаемся, что равновесие устойчиво, ибо все заполняющие четырехполюсник реактивные элементы положительны и в совокупности с положительными сопротивлениями не дадут вблизи положения равновесия нарастающих решений.

Рассмотренные особенности нелинейных реактивных элементов, резко отличающие их от нелинейного сопротивления, которое используется и при выпрямлении и при генерировании переменных токов, весьма примечательны. Оказывается, они согласуются довольно общими соотношениями, полученными Мэнли и Роу в 1956 г.¹¹. К рассмотрению этих соотношений, описывающих движение энергии в системе с нелинейной реактивностью, мы и приступим в следующем параграфе.

§ 2. ОБЩИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Наиболее широко нелинейные реактивные элементы используются в качестве модуляторов в магнитных и диэлектрических усилителях. В этом случае на нелинейную реактивность действуют э. д. с. двух разных частот—сигнала и источника энергии усилителя. Усиление сводится к изменению под действием входного сигнала потока энергии в нагрузку. Рассмотрим поведение нелинейной безгистерезисной емкости под действием двух э. д. с. разных (в общем случае несоизмеримых) частот ν_0 и ν_1 .

Пусть зависимость между зарядом q и напряжением u на нелинейной емкости задается однозначной функцией

$$u = \varphi(q). \quad (2,1)$$

Относительно формы нелинейности (2,1) не делается никаких дополнительных предположений, кроме отсутствия гистерезиса и потерь, т. е., кроме того, что элемент считается чисто реактивным. Заряд на нелинейной емкости будет меняться под действием двух периодических э. д. с. с частотами ν_0 и ν_1 . В установившемся режиме изменение заряда будет содержать в себе, вообще говоря, любые комбинационные частоты $|m\nu_0 + n\nu_1|$, но никаких других частот в спектре колебаний заряда не будет. Пользуясь этим соображением, можно заряд q формально представить комплексным двойным рядом Фурье по комбинационным частотам $m\nu_0 + n\nu_1$

$$q(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{Q}_{m,n} e^{j(mx+ny)}, \quad (2,2)$$

где $x = \omega_0 t$, $\omega_0 = 2\pi\nu_0$; $y = \omega_1 t$, $\omega_1 = 2\pi\nu_1$. Поскольку $q(t)$ действительно,

$$\dot{Q}_{m,n} = \dot{Q}_{-m,-n}^*$$

(индекс * означает комплексную сопряженность).

В случае несоизмеримости частот ν_0 и ν_1 $q(t)$ может быть непериодичным, однако ряд (2,2) не теряет смысла; в этом двойном ряде от одного переменного t будут соответственно присутствовать компоненты с несоизмеримыми частотами.

Таким образом, изменение заряда $q(t)$ представлено набором дискретных гармонических колебаний с частотами $m\nu_0 + n\nu_1$; комплексная амплитуда каждой гармонической составляющей будет соответственно $\dot{Q}_{m,n}$. Отсюда легко найти комплексную амплитуду тока соответствующей частоты

$$\dot{I}_{m,n} = j(m\omega_0 + n\omega_1) \dot{Q}_{m,n}, \quad (2,3)$$

а ток $i(t)$ будет выражен аналогичным двойным рядом Фурье

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{I}_{m,n} e^{j(mx+ny)}. \quad (2,4)$$

Как и в случае заряда,

$$\dot{I}_{m,n} = \dot{I}_{-m,-n}^*.$$

Воспользовавшись зависимостью (2,1), мы можем и напряжение $u(t)$ на нелинейной емкости представить двойным рядом Фурье:

$$u(t) = \varphi \{q[x(t), y(t)]\} = F(x, y), \quad (2,5)$$

$$u = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{U}_{m,n} e^{j(mx+ny)}, \quad (2,6)$$

$$\dot{U}_{m,n} = \dot{U}_{-m,-n}^*$$

Как мы указывали, двойной ряд Фурье получен формально. Отыскание коэффициентов в общем случае может быть сопряжено с громоздкими вычислениями. Как увидим далее, удастся получить важные выводы и не проводя вычислений, т. е. не задаваясь видом функции (2,1) и типом схемы, в которой используется нелинейная реактивность.

Формально мы можем с помощью известных интегральных форм выразить все коэффициенты написанных рядов Фурье. В частности, коэффициенты ряда (2,6) имеют вид

$$\dot{U}_{m,n} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} dy \int_0^{2\pi} dx F(x, y) e^{-j(mx+ny)}. \quad (2,7)$$

Умножим (2,7) на $jm\dot{Q}_{m,n}^*$ и просуммируем получившиеся члены от $-\infty$ до ∞ по n и по m . Тогда, изменив справа порядок интегрирования и суммирования, получим

$$\begin{aligned} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} jm\dot{Q}_{m,n}^* \dot{U}_{m,n} &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} dy \int_0^{2\pi} dx F(x, y) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} jm\dot{Q}_{m,n}^* e^{-j(mx+ny)}. \end{aligned} \quad (2,8)$$

Продифференцируем (2,2) по x

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} jm\dot{Q}_{m,n} e^{j(mx+ny)}. \quad (2,9)$$

Используя равенство комплексно-сопряженных коэффициентов с противоположными по знаку индексами, можем (2,9) переписать в виде

$$\frac{\partial q}{\partial x} = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} jm\dot{Q}_{m,n}^* e^{-j(mx+ny)}. \quad (2,9')$$

Выражение (2,9') со знаком минус тождественно выражению под знаком двойной суммы справа в (2,8). Воспользовавшись (2,3) и заменив в нем $\dot{Q}_{m,n}$ комплексно-сопряженным после подстановки в левую часть (2,8), получим

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{m\dot{U}_{m,n} i\dot{m}_{m,n}}{m\nu_0 + n\nu_1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dy \int_0^{2\pi} dx \frac{\partial q}{\partial x} F(x, y). \quad (2,10)$$

Выражение $\frac{\partial q}{\partial x} dx$ равно dq при $y = \text{const}$. Учитывая это, перепишем (2,10) в виде

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{m\dot{U}_{m,n} i_{m,n}^*}{m\nu_0 + n\nu_1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dy \int_{q(0,y)}^{q(2\pi,y)} \varphi(q) dq. \quad (2,11)$$

Пределы второго интеграла справа в (11) показывают, что изменение q определяется изменением x от 0 до 2π при постоянном y .

Поменяв ролями x и y , можно получить соотношения, аналогичные (2,8) — (2,11) и, в частности,

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{n\dot{U}_{m,n} i_{m,n}^*}{m\nu_0 + n\nu_1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dx \int_{q(x,0)}^{q(x,2\pi)} \varphi(q) dq, \quad (2,12)$$

где переменная интегрирования во втором интеграле меняется с изменением y от 0 до 2π , а x остается постоянным.

Введем теперь энергетические характеристики гармонических компонент тока и напряжения в реактивности. Обозначим $P_{m,n}$ величину, пропорциональную средней активной мощности на частоте $m\nu_0 + n\nu_1$,

$$P_{m,n} = \dot{U}_{m,n} i_{m,n}^* + \dot{U}_{m,n}^* i_{m,n} = P_{-m,-n}, \quad (2,13)$$

и $X_{m,n}$ — величину, пропорциональную реактивной мощности на той же частоте

$$jX_{m,n} = \dot{U}_{m,n} i_{m,n}^* - \dot{U}_{m,n}^* i_{m,n} = -jX_{-m,-n}. \quad (2,14)$$

Тогда комплексная мощность тока на комбинационной частоте $m\nu_0 + n\nu_1$ будет пропорциональна

$$\dot{S}_{m,n} = P_{m,n} + jX_{m,n} = 2\dot{U}_{m,n} i_{m,n} = \dot{S}_{-m,-n}^* \quad (2,15)$$

Если теперь обратиться к (2,11) и (2,12), то легко убедиться, что в них слева входят только активные мощности (2,13) и полностью отсутствуют реактивные мощности (2,14). Действительно, если, например, в двойной сумме слева (2,11) сгруппировать попарно слагаемые с противоположными знаками индексов по m и заменить комплексно-сопряженными коэффициентами с отрицательными индексами, то получим

$$\sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{mP_{m,n}}{m\nu_0 + n\nu_1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dy \int_{q(0,y)}^{q(2\pi,y)} \varphi(q) dq. \quad (2,11')$$

Аналогичным образом из (2,12) получается

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{nP_{m,n}}{m\nu_0 + n\nu_1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dx \int_{q(x,0)}^{q(x,2\pi)} \varphi(q) dq. \quad (2,12')$$

В уравнениях (2,11') и (2,12') суммирование производится по разным областям; $P_{m,n}$ представляет среднюю активную мощность в нелинейной емкости при частотах $\pm[m\nu_0 + n\nu_1]$. Для получения одинаковой формы записи левых частей уравнений (2,11') и (2,12') нужно их переписать так, чтобы в знаменателях всегда были только положительные частоты, а в индексах P — соответствующие значения с учетом соотношения (2,13). Например, член частоты $3\nu_0 - 2\nu_1$ (если $3\nu_0 > 2\nu_1$) в (2,11')

имеет вид

$$\frac{3P_{3,-2}}{3\nu_0 - 2\nu_1}.$$

Член этой же частоты в (2,12') записывается в виде

$$\frac{2P_{-3,+2}}{-3\nu_0 + 2\nu_1} = -\frac{2P_{+3,-2}}{3\nu_0 - 2\nu_1}.$$

Поскольку в установившемся режиме q есть периодическая функция как по x , так и по y , то из однозначности (2,1) следует равенство нулю интегралов от 0 до 2π по x и по y в правых частях (2,11') и (2,12'). И в окончательной форме энергетические соотношения для нелинейной емкости имеют вид

$$\sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{mP_{m,n}}{m\nu_0 + n\nu_1} = 0, \quad (2,16)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{nP_{m,n}}{m\nu_0 + n\nu_1} = 0. \quad (2,17)$$

Равенство нулю правых частей (2,11') и (2,12') означает, что при установившемся режиме средняя энергия в емкости не может ни накапливаться, ни расходоваться. Уравнения (2,16) и (2,17) устанавливают закон распределения энергии по комбинационным частотам. Замечательным является тот факт, что независимо от вида нелинейности и вида потребителя энергии распределение мощности по комбинационным частотам определяется величинами и знаками комбинационных частот. Формально это напоминает квантовые энергетические соотношения, где квант энергии пропорционален частоте*).

Так как при отсутствии гистерезиса энергия не рассеивается в нелинейной реактивности, то сумма мощностей, связанных со всеми частотами, должна быть равна нулю. Этот результат получится, если (2,16) умножить на ν_0 , а (2,17) на ν_1 и затем сложить.

Уравнения (2,16) и (2,17) должны сохраняться и для линейных реактивностей, т. е. для постоянных C и L . В постоянной емкости нет модуляции, нет и комбинационных частот. В уравнении (2,16) остается одно слагаемое $P_{1,0}/\nu_0 = 0$, а в уравнении (2,17) — $P_{0,1}/\nu_1 = 0$, как и должно быть.

Мы с самого начала полагаем, что к прибору с реактивной нелинейностью подключены два источника с частотами ν_0 и ν_1 ; следовательно, энергия может поступать в прибор только от этих источников, и все $P_{m,n}$ должны быть отрицательны, кроме $P_{1,0}$ и $P_{0,1}$, характеризующих мощности, поступающие от источников к прибору. Так как (2,16) содержит $P_{1,0}$ и не содержит $P_{0,1}$ ($m=0$), а (2,17) наоборот, то эти два уравнения разрешаются для соответствующих генераторов в мощностях по боковым частотам.

Уравнения (2,16) и (2,17) позволяют, не вдаваясь в детали схемы, решить два важных вопроса о работе прибора с реактивной нелинейностью: во-первых, они позволяют оценить предельный коэффициент усиления по мощности и, во-вторых, решить вопрос об устойчивости.

В качестве примера применения уравнений (2,16) и (2,17) рассмотрим простой, но имеющий важное значение случай модулятора

*). См. М. Т. Weiss, PIRE 45, № 7, 1012 (1957).

и демодулятора с одной-единственной комбинационной частотой $\nu_0 + \nu_1$ (или $\nu_0 - \nu_1$). Все остальные комбинационные частоты будем считать подавленными идеальными фильтрами без потерь энергии.

Итак, пусть на нелинейную емкость будут поданы от двух генераторов колебания: частоты сигнала ν_1 и несущей частоты ν_0 . Пусть при этом $\nu_0 \gg \nu_1$. Рассмотрим сначала так называемый не обращенный случай модуляции, когда присутствует суммарная комбинационная частота $\nu_0 + \nu_1$ *).

Уравнения (2,16) и (2,17) в необращенном случае дают:

$$\frac{P_{1,0}}{\nu_0} + \frac{P_{1,1}}{\nu_0 + \nu_1} = 0, \quad (2,18)$$

$$\frac{P_{0,1}}{\nu_1} + \frac{P_{1,1}}{\nu_0 + \nu_1} = 0. \quad (2,19)$$

В схеме модулятора энергия поступает от генератора несущей частоты ν_0 ; следовательно, мощность $P_{1,0}$ положительна. В нагрузку идет мощность на комбинационной частоте $\nu_0 + \nu_1$; эту мощность $P_{1,1}$, идущую от нелинейной реактивности в нагрузку, будем считать отрицательной. Уравнение (2,18) показывает, что в нагрузку поступает поток энергии, несколько превышающий поток от генератора несущей частоты

$$P_{1,1} = -P_{1,0} \frac{\nu_0 + \nu_1}{\nu_0}.$$

Генератор сигнала тоже затрачивает часть энергии на управление модулятором. Из (2,19) следует, что $P_{0,1}$ положительна. Отношение выходной мощности $-P_{1,1}$ ко входной мощности сигнала $P_{0,1}$ определяет коэффициент усиления необратимого модулятора по мощности

$$G_+ = -\frac{P_{1,1}}{P_{0,1}} = \frac{\nu_0 + \nu_1}{\nu_1}. \quad (2,20)$$

Схема необращающего модулятора всегда устойчива. Коэффициент усиления G_+ тем больше, чем выше частота несущей по сравнению с частотой сигнала. Если, наоборот, подавать на реактивную нелинейность модулированный сигнал с комбинационной частотой $\nu_0 + \nu_1$ и несущую, то получим демодулятор. Положительной будет мощность $P_{1,1}$, а обе другие будут отрицательны. Коэффициент усиления демодулятора будет обратным (2,20), т. е. меньше единицы. Энергия модулированного сигнала будет частично направляться к потребителю сигнала и в значительной степени в генератор несущей частоты. Если источник модулированного сигнала достаточно мощен, то схема может потерять устойчивость за счет отрицательного сопротивления, вносимого демодулятором в выход генератора несущей. Работа необращающего модулятора и демодулятора показана на условной схеме рис. 11.

Как мы указывали во введении, в работе¹⁰ рассматривается двухконтурная электромеханическая схема: электрический контур — параметрический мотор. Эта схема питалась синусоидальным напряжением частоты ω , контур был настроен на частоту, близкую к ω , а индуктивность в параметрическом моторе изменялась с частотой $\omega_p = \omega - \omega_c$ (обозначения в соответствии со статьей¹⁰). Таким образом, в этой параметрической схеме энергия поступала на частоте $\omega = \omega_p + \omega_c$,

*) Необращенной суммарная модуляция называется потому, что полоса частот негармонического модулирующего колебания просто сдвинута в область высоких частот, в то время как при разностной модуляции эта полоса к тому же оказывается зеркально обращенной.

а расходовалась частично на частоте ω_p в моторе (ω_p — кратная угловой скорости вращения мотора) и частично на частоте ω_v в контуре. Изменяя собственную частоту ω_v контура, можно было менять в широких пределах скорость вращения параметрического мотора от самой низкой и до ω . В наших терминах эта схема соответствует демодулятору; частота ω соответствует $\nu_0 + \nu_1$, частота контура ω_v соответствует ν_1 , а частота изменения параметра ω_p соответствует ν_0 .

Теперь рассмотрим обращающий модулятор, в котором идеальными фильтрами подавлены все комбинационные частоты, кроме разностной частоты $\nu_0 - \nu_1$. Уравнения (2,16) и (2,17) в этом случае дают

$$\frac{P_{1,0}}{\nu_0} + \frac{P_{1,-1}}{\nu_0 - \nu_1} = 0, \quad (2,21)$$

$$\frac{P_{0,1}}{\nu_1} - \frac{P_{1,-1}}{\nu_0 - \nu_1} = 0. \quad (2,22)$$

Из уравнения (2,21) следует, что не вся энергия, отдаваемая генератором несущей частоты, течет в нагрузку

$$-P_{1,-1} = +P_{1,0} \frac{\nu_0 - \nu_1}{\nu_0} < P_{1,0}.$$

Уравнение (2,22) показывает, что мощность сигнала $P_{0,1}$ и мощность выходного модулированного колебания $P_{1,-1}$ имеют один и тот же знак, т. е. в данном случае управление модулятором ведет не к расходованию энергии сигнала, а, наоборот, к ее увеличению.

Обращающий модулятор вводит отрицательное сопротивление в выходную цепь генератора сигнала и тем самым может создать потенциальную неустойчивость. Коэффициент усиления в соответствии с (2,22) получается отрицательным:

$$G_- = \frac{-P_{1,-1}}{P_{0,1}} = -\frac{\nu_0 - \nu_1}{\nu_0} < 0. \quad (2,23)$$

В цепях входного сигнала всегда есть потери. За счет вводимой во входную цепь энергии эти потери могут компенсироваться в большей или меньшей степени. Если энергия, поступающая от нелинейной реактивности в цепи сигнала, превышает потери в этих цепях, то теряется устойчивость, и схема модулятора самовозбуждается. Обращающий демодулятор обычным образом работать не будет; можно только получать энергию несущей частоты, подавая на демодулятор модулированное колебание и сам сигнал. Работа обращающего модулятора показана на рис. 12.

В обычном магнитном усилителе сохраняется как верхняя, так и нижняя полосы боковых частот вокруг несущей, поэтому там энергетические соотношения более сложны. Но из проведенного рассмотрения ясно, что магнитный усилитель может потерять устойчивость и возбудиться на некоторой низкой частоте, на которой вносимая в сигнальную цепь за счет нижней полосы модулированного колебания в выходной цепи энергия будет превышать потери. По-видимому, такое стечение обстоятельств и имело место при автоколебаниях магнитного модулятора, описанных в ¹².

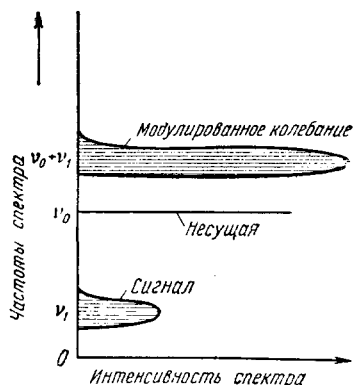


Рис. 11. Схема действия необращающего модулятора и демодулятора.

Два нижних уровня ν_0 и ν_1 находятся в балансе с верхним уровнем $\nu_0 + \nu_1$.

Возникает такой принципиальный вопрос. В случае нестабильности модулятора, чем ограничивается амплитуда возникающих в нем автоколебаний? Никаких ограничений на амплитуду воздействий или форму реактивной нелинейности мы не накладываем при выводе соотношений (2,16), (2,17). В то же время в эти энергетические соотношения вид нелинейности не входит в явной форме. Из существа рассмотрения действия нелинейной реактивности, проведенного в этом параграфе, вытекает, что нелинейность реактивности учитывается только как «генератор» комбинационных частот. Если нелинейность будет больше, то и колебания комбинационных частот будут возникать легче, но, поскольку потери в реактивности отсутствуют, каждый раз будет строго соблюдаться баланс энергии по всем комбинационным частотам. При самовозбуждении обращающего модулятора дело будет обстоять следующим образом. В начале колебания будут раскачиваться с одновременным увеличением их интенсивности в сигнальной и выходной цепи. При этом генератор несущей частоты будет развивать все большую мощность. Если предположить, что в схеме присутствует только одна

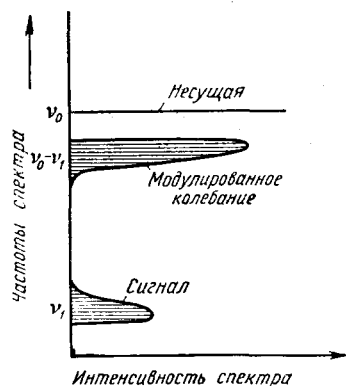


Рис. 12. Схема действия обра- щающего модулятора.

Два нижних уровни ν_1 и $\nu_0 - \nu_1$ находятся в балансе с верхним уровнем ν_0 .

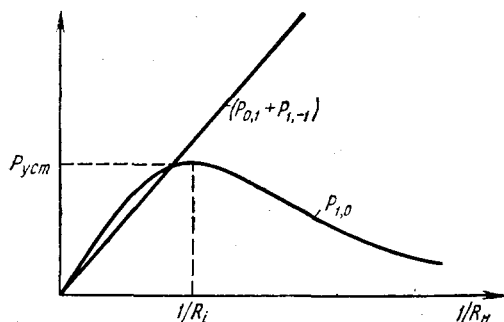


Рис. 13. Установление автоколебаний в самовозбуждающемся обра- щающем модуляторе:

$P_{0,1} + P_{1,-1}$ — мощность генерируемых автоколебаний; $P_{1,0}$ — мощность, отбираемая от генератора несущей частоты; $P_{уст}$ — мощность установившихся колебаний; R_i и R_H — внутреннее сопротивление генератора несущей частоты и эквивалентное сопротивление его нагрузки.

оказываемое реактивной нелинейностью генератору несущей частоты, падает пропорционально суммарной интенсивности колебаний на частотах ν_1 и $\nu_0 - \nu_1$, т. е.

$$\frac{1}{R_{эвб}} \propto |P_{0,1} + P_{1,-1}|,$$

и учесть, что

$$|P_{0,1} + P_{1,-1}| = P_{1,0},$$

то интенсивность установившихся колебаний можно получить из графика рис. 13. Вообще говоря, в процессе установления колебаний

реактивная нелинейность, то и в этом случае можно получить ограничение колебаний, учтя внутреннее сопротивление генератора несущей частоты. В самом деле, увеличение интенсивности колебаний на частотах ν_1 и $\nu_0 - \nu_1$ будет сопровождаться увеличением отбора мощности от генератора несущей частоты ν_0 , а это эквивалентно уменьшению сопротивления нагрузки этого генератора. В конце концов, мощность, отдаваемая в нелинейную реактивность генератором несущей частоты, ограничится его собственным внутренним сопротивлением. Если положить, что эквивалентное сопротивление нагрузки $R_{эвб}$,

могут участвовать потери в нелинейной реактивности, которые мы не учитываем и которые сложно зависят от частоты и интенсивности колебаний. Эти потери могут внести большие поправки в рассмотренный механизм ограничения амплитуды автоколебаний.

Следует обратить внимание еще на одно обстоятельство, касающееся общих энергетических соотношений. При большой нелинейности реактивного элемента или при большой интенсивности колебаний полное подавление всех комбинационных частот, кроме некоторых избранных, например, кроме ν_1 и $\nu_0 - \nu_1$, возможно, строго говоря, только бесконечно узкими фильтрами. Ведь при достаточно больших номерах m и n разница между ν_1 и $|m\nu_0 + n\nu_1|$ или между $\nu_0 - \nu_1$ и $|m\nu_0 + n\nu_1|$ может стать достаточно малой, если будет выполняться приближенное равенство

$$\frac{n \pm 1}{m} \cong -\frac{\nu_0}{\nu_1}$$

или

$$\frac{n \pm 1}{m \pm 1} \cong -\frac{\nu_0}{\nu_1}.$$

При конечной полосе прозрачности фильтров амплитуды этих комбинационных частот высших номеров не будут подавлены и вызовут значительное перераспределение энергии. Так как при большой нелинейности реактивного элемента, или при большой интенсивности колебаний в нем, амплитуды высших комбинационных частот могут быть сравнимыми с амплитудами основных частот ν_1 или $\nu_0 - \nu_1$, то действие рассмотренного выше обращающего модулятора может быть нарушено. То же самое относится и к необращающему модулятору.

Поскольку бесконечно узкая полоса фильтров физически неосуществима, то мы приходим к заключению, что рассмотренные обращающий и необращающий модуляторы могут быть физически осуществлены лишь при наложении дополнительного ограничения, не указанного в ¹¹. Это ограничение заключается в предположении достаточной малости нелинейности реактивного элемента или малости совершающихся в нем колебаний, чтобы интенсивность высших комбинационных частот, попадающих в полосу прозрачности реактивных фильтров, была пренебрежимо мала.

В конце § 1 было указано, что невозможность преобразования переменного тока в постоянный (и обратно) с помощью реактивной нелинейности согласуется с общими энергетическими уравнениями Мэнли и Роу.

Действительно, положим, что одна из комбинационных частот, генерируемых реактивной нелинейностью, равна нулю

$$m_1\nu_0 + n_1\nu_1 = 0.$$

Соответствующая мощность обязательно тоже должна быть равна нулю

$$P_{m_1, n_1} = 0,$$

так как в противном случае слагаемое

$$\frac{P_{m_1, n_1}}{m_1\nu_0 + n_1\nu_1}$$

будет бесконечно, что физически неосуществимо.

В заключение этого параграфа кратко остановимся еще на влиянии гистерезиса ¹¹. Гистерезис вносит необратимость в зависимость между зарядом и напряжением на нелинейном конденсаторе. Это при-

водит к тому, что интегралы в правых частях (2,11') и (2,12') уже не будут равны нулю. В общем случае получается резкое усложнение энергетических уравнений. Но есть один частный случай, когда и с учетом гистерезиса уравнения остаются простыми. Это случай большого уровня колебаний несущей частоты и малого уровня сигнала. Следует отметить, что большой уровень колебаний несущей частоты может иметь место и при малом отборе мощности на несущей частоте, т. е. при малом $P_{1,0}$. Этот уровень задается приложенной э. д. с. генератора несущей частоты, а $P_{1,0}$ зависит от управляющего сигнала.

Фактически при наличии гистерезиса изменение заряда и напряжения будет идти по сложной, в общем случае незамкнутой кривой (если v_0 и v_1 несоизмеримы); но если интенсивность колебаний несущей частоты велика, то петля гистерезиса будет определяться в основном этими колебаниями, а остальные колебания будут только вносить небольшие вариации в петлю, мало сказывающиеся на связанной с петлей энергии. Приближенно можно считать петлю только двузначной и произвести интегрирование в правых частях уравнений (2,11') и (2,12').

При возрастании заряда выберем нижнюю часть кривой гистерезиса, а при убывании — верхнюю (рис. 14). Тогда правая часть уравнения (2,11') будет равна

$$h = \oint \varphi(q) dq,$$

т. е. площади петли гистерезиса или энергии, теряемой на гистерезис, за один цикл несущей частоты. Мощность H , расходуемая на гистерезис, будет соответственно

$$H = h\nu_0. \quad (2,24)$$

Таким образом, уравнение (2,11') с учетом гистерезиса в виде двузначной петли дает энергетическое уравнение

$$\sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{mP_{m,n}}{m\nu_0 + n\nu_1} = \frac{H}{\nu_0}. \quad (2,16')$$

В правой части (2,12') интегрирование функции $\varphi(q)$ происходит по кривой, связанной с изменением y , т. е. с частотой ν_1 сигнала. При сделанных здесь упрощениях функция будет периодичной, и, следовательно, интеграл этот остается равным нулю, как и без учета гистерезиса. Уравнение (2,17), таким образом, не меняется при учете гистерезиса.

Нетрудно видеть, что H/ν_0 в (2,16') может быть перенесено влево и объединено со слагаемым $P_{1,0}$ в член вида

$$\frac{P_{1,0} - H}{\nu_0}.$$

Следовательно, отличие при учете гистерезиса сводится к вычитанию из мощности, поступающей от генератора, мощности, расходуемой на гистерезис. Повторяем: влияние гистерезиса рассмотрено при больших упрощениях.

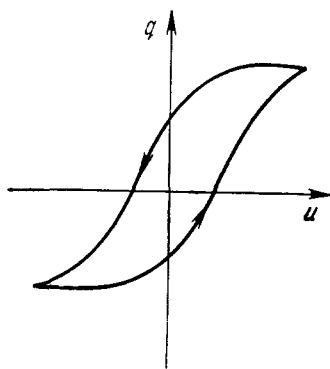


Рис. 14. Учет гистерезиса в энергетических уравнениях.

§ 3. АНАЛИЗ РЕАКТИВНОГО МОДУЛЯТОРА МЕТОДОМ МАЛОГО СИГНАЛА

Рассмотренные во втором параграфе общие энергетические соотношения не дают детальной характеристики устройств с нелинейной реактивностью. Чтобы провести более подробный анализ, необходимо конкретизировать задачу. Без упрощающих предположений расчеты нелинейных цепей сложны. При расчете реактивного модулятора, не теряющего устойчивости, можно упростить задачу за счет ее линеаризации. С использованием линеаризации при малом сигнале реактивные модуляторы рассмотрены Роу¹³, Блюмом и Чэнгом¹⁴, Геффнером и Вайдом¹⁵, Линовым¹⁶. Мы здесь проведем такое же рассмотрение с некоторыми отличиями, не имеющими принципиального значения, но помогающими, с нашей точки зрения, лучше выяснить механизм действия реактивного двухконтурного модулятора.

Пусть связь между зарядом q и напряжением u выражается однозначной нелинейной функцией

$$q = f(u). \quad (3,1)$$

Пусть, далее, в отсутствие сигнала на конденсатор действует только напряжение u_0 от местного генератора несущей частоты ν_0 , при этом переменный заряд q_0 будет по (3,1) равен

$$q_0 = f(u_0).$$

Спектр колебаний переменного заряда q_0 , как и напряжения u_0 , при отсутствии сигнала содержит в себе основную частоту ν_0 и ее гармоники. Положим далее, что напряжение сигнала du на нелинейной реактивности мало по сравнению с u_0 , также мало и изменение заряда δq . Тогда изменение заряда можно связать с изменением напряжения линейным соотношением (с использованием понятия дифференциальной емкости), как это было показано в начале § 1

$$\delta q = C_i(u_0) du, \quad (3,2)$$

где $C_i(u_0) = \frac{d}{du} f(u_0)$ — не зависящая от величины сигнала, но переменная во времени емкость, периодическая с основной частотой ν_0 . Изменения C_i во времени определяются характером нелинейности, а также амплитудой и формой колебаний, поступающих от местного генератора. Дальнейшие расчеты будем вести в линейной трактовке для системы с переменной, пульсирующей емкостью.

Если не ставить перед собой цели расчета нелинейных искажений реактивного модулятора, то задачу сразу можно упростить, отвлекаясь от местного генератора. Будем считать, что в результате его действия емкость C модулируется простейшим образом с частотой $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, без гармоник:

$$C(t) = C_0(1 + m \cos \omega_0 t). \quad (3,3)$$

Рассмотрим теперь схему двухконтурного реактивного модулятора, показанную на рис. 15. Будем считать частоту сигнала ν_c сильно отличающейся от несущей частоты ν_0 . Первый контур с проводимостью $g_{1к}$, индуктивностью L_1 и подстроечной емкостью $C_{1п}$ служит для подавления колебаний всех частот, кроме ν_c , а второй контур $g_{2к}$, L_2 , $C_{2п}$ оставляет только одну из комбинационных частот: $\nu_0 - \nu_c$ или $\nu_0 + \nu_c$. Контуров связаны пульсирующей в соответствии с (3,3) емкостью $C(t)$ нелинейного конденсатора, проводимость g учитывает его потери. Будем считать, что оба контура обладают достаточными

добротностями, при которых они для всех комбинационных частот, кроме резонансных, представляют собой практически короткое замыкание.

Если бы емкость C рис. 15 была постоянной, то анализ схемы свелся бы к решению системы двух линейных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение системы уравнений с заданными начальными условиями определило бы весь процесс установления колебаний в схеме, а частное решение под действием синусоидального сигнала определило бы только установившийся гармонический процесс. При этом установившийся процесс можно было бы отыскать очень просто методом импеданса. Но так как емкость C пульсирует, то анализ схемы требует решения уравнений с переменными

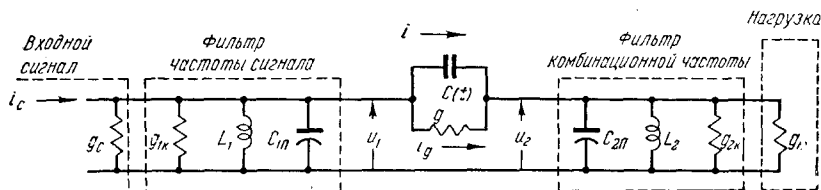


Рис. 15. Схема двухконтурного реактивного модулятора.

коэффициентами; при модуляции вида (3,3) необходимо решать уравнения типа Матве. Общее решение опять-таки даст полную картину, включая этап установления колебаний в контурах, а частное решение под действием синусоидального сигнала дает только установившийся процесс. Установившийся процесс и тут также легко найти методом импеданса, с небольшим усложнением. Так как система остается линейной, то в применении к ней остается справедливым принцип суперпозиции.

Полное решение получающихся для схемы рис. 15 дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами не представляет принципиальных трудностей. В частности, методами операционного исчисления*) система из двух линейных уравнений с переменными коэффициентами может быть сведена к одному уравнению того же порядка, но высшей степени. Но мы в данной статье не будем рассматривать процессы установления и ограничимся только установившимся режимом, который отыскивается значительно проще.

Так как в нашей системе применим принцип суперпозиции, то для решения задачи обычным методом импеданса достаточно найти ток в пульсирующей емкости, возникающий под действием гармонического напряжения

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi) \quad (3,4)$$

с произвольными частотой ω и фазой φ .

Чтобы можно было воспользоваться при расчетах методом комплексной амплитуды, заменим (3,4) комплексной функцией

$$\dot{u} = \dot{U} e^{j\omega t}, \quad (3,5)$$

где $\dot{U} = U e^{j\varphi}$, а выражение (3,3) тождественно преобразуем к виду

$$C_0(1 + m \cos \omega_0 t) \equiv C_0 + \frac{1}{2} m C_0 e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2} m C_0 e^{-j\omega_0 t}. \quad (3,6)$$

*) См., например, В а н - д е р - П о л ь и Б р е м м е р, Операционное исчисление, М., 1952, гл. X.

Исходное гармоническое напряжение (3,4) соответствует действительной части (3,5)

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re} \dot{u}. \quad (3,7)$$

Заряд q на линейной емкости $C(t)$ равен

$$q = C \cdot u$$

и, следовательно, ток $i(t)$ через емкость будет

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C \cdot u). \quad (3,8)$$

Если в правую часть выражения (3,8) подставить комплексные функции (3,5) и (3,6), то слева мы получим комплексную функцию \dot{i}

$$\dot{i} = j\omega C_0 \dot{U} e^{j\omega t} + j(\omega + \omega_0) \frac{1}{2} m C_0 \dot{U} e^{j(\omega + \omega_0)t} + j(\omega - \omega_0) \frac{1}{2} m C_0 \dot{U} e^{j(\omega - \omega_0)t}. \quad (3,9)$$

Действительная часть комплексной функции \dot{i} и даст выражение тока $i(t)$

$$i(t) = \operatorname{Re} \dot{i} = -\omega C_0 U \sin(\omega t + \varphi) - (\omega_0 + \omega) \frac{1}{2} m C_0 U \sin[(\omega_0 + \omega)t + \varphi] - \\ - (\omega_0 - \omega) \frac{1}{2} m C_0 U \sin[(\omega_0 - \omega)t - \varphi], \quad (3,10)$$

в чем нетрудно убедиться, проделав непосредственно выкладки для $i(t)$ с выражениями (3,3), (3,4). Из изложенного выше мы можем сделать такое заключение. Отличие пульсирующей по гармоническому закону с частотой ω_0 и глубиной модуляции m емкости $C(t)$ от постоянной емкости C_0 заключается в том, что под действием гармонического напряжения частоты ω , кроме тока основной частоты ω , появляются дополнительные гармонические токи комбинационных частот $\omega + \omega_0$ и $\omega - \omega_0$. При этом все эти три тока можно рассчитывать методом комплексного сопротивления (или комплексной проводимости), считая проводимости емкости для каждой компоненты триплета равными

$$j\omega C_0, \quad j(\omega + \omega_0) \frac{1}{2} m C_0 \quad \text{и} \quad j(\omega - \omega_0) \frac{1}{2} m C_0, \quad (3,11)$$

а действующее напряжение представленным в виде трех напряжений

$$\dot{U} e^{j\omega t}, \quad \dot{U} e^{j(\omega + \omega_0)t} \quad \text{и} \quad \dot{U} e^{j(\omega - \omega_0)t}. \quad (3,12)$$

Появление тока комбинационных частот в пульсирующей емкости соответствует ее модуляционным свойствам.

Из рассмотрения действия пульсирующей емкости ясно, что только переменная ее часть $m C_0 \cos \omega_0 t$ создает комбинационные частоты, постоянная же часть C_0 просто добавляется к подстроечным емкостям $C_{1п}$ и $C_{2п}$ (рис. 15).

Если обозначить

$$\left. \begin{aligned} C_{1п} + C_0 &= C_1, & C_{2п} + C_0 &= C_2; \\ g_c + g_{1к} + g &= g_1, & g_{2к} + g_n + g' &= g_2 \end{aligned} \right\} \quad (3,13)$$

и

$$m C_0 = \Delta C, \quad (3,14)$$

то схема рис. 15 может быть замещена схемой рис. 16, и ток связи будет содержать только две амплитуды комбинационных частот. Пересчет постоянной части C_0 емкости связи и проводимости g оказывается

таким простым потому, что контуры полностью развязаны по частоте: второй контур представляет собой короткое замыкание на частоте ν_c , а первый контур — на той комбинационной частоте, на которую настроен

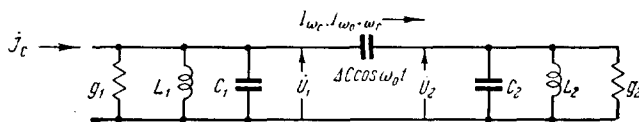


Рис. 16. Приведенная схема двухконтурного реактивного модулятора.

второй контур, т. е. $\nu_0 + \nu_c$ или $\nu_0 - \nu_c$. Так как потери конденсатора связи зависят от частоты, то они обозначены g в первом и g' во втором контуре.

1. Необращающий модулятор с суммарной комбинационной частотой $\omega_2 = \omega_0 + \omega_1$

Сигнал

$$i_c = J_c \cos(\omega_c t + \varphi_c) = \operatorname{Re} [\dot{J}_c e^{j\omega_c t}] \quad (3,15)$$

поступает от генератора тока с внутренней проводимостью g_c .

Обозначим комплексную проводимость первого и второго контуров соответственно

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_1(\omega) &= g_1 + j \left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right) = g_1 + jX_1, \\ \dot{Y}_2(\omega) &= g_2 + j \left(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L_2} \right) = g_2 + jX_2, \end{aligned} \right\} \quad (3,16)$$

а их резонансные частоты

$$\omega_1 = 2\pi\nu_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \quad \omega_2 = 2\pi\nu_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}. \quad (3,17)$$

Пусть частота сигнала $\omega_c = 2\pi\nu_c$ близка к ω_1 . Тогда комбинационная частота $\omega_0 + \omega_c$ будет близка к $\omega_2 = \omega_0 + \omega_1$. На первом контуре будет выделяться гармоническое напряжение частоты сигнала

$$u_1(t) = \operatorname{Re} [\dot{U}_1 e^{j\omega_c t}], \quad (3,18)$$

а на втором контуре — суммарной комбинационной частоты $\omega_0 + \omega_c$

$$u_2(t) = \operatorname{Re} [\dot{U}_2 e^{j(\omega_0 + \omega_c)t}]. \quad (3,19)$$

Величину тока $\Delta i(t)$ через пульсирующую емкость $\Delta C \cos \omega_0 t$ легко найти в соответствии с изложенным выше правилом. Она равна

$$\Delta i(t) = \operatorname{Re} \left[-j\omega_c \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_2 e^{j\omega_c t} + j(\omega_0 + \omega_c) \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_1 e^{j(\omega_0 + \omega_c)t} \right]. \quad (3,20)$$

В дальнейшем мы будем опускать знак Re , подразумевая, как это обычно делается при расчете методом импеданса, что от комплексного выражения в конечном результате берется только его действительная часть.

Зная амплитуды тока связи

$$\dot{I}_{\omega_c} = -j\omega_c \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_2, \quad \dot{I}_{\omega_0 + \omega_c} = j(\omega_0 + \omega_c) \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_1, \quad (3,20')$$

легко найти амплитуды всех токов и напряжений схемы рис. 16, выраженные через амплитуду тока сигнала \dot{J}_c . Напряжения на первом и втором контуре имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{\dot{Y}_2(\omega_0 + \omega_c)}{\dot{Y}_1(\omega_c) \dot{Y}_2(\omega_0 + \omega_c) + \left(\frac{1}{2} \Delta C\right)^2 \omega_c(\omega_0 + \omega_c)} \dot{J}_c, \\ \dot{U}_2 &= \frac{j(\omega_0 + \omega_c) \frac{1}{2} \Delta C}{\dot{Y}_1(\omega_c) \dot{Y}_2(\omega_0 + \omega_c) + \left(\frac{1}{2} \Delta C\right)^2 \omega_c(\omega_0 + \omega_c)} \dot{J}_c. \end{aligned} \right\} \quad (3,21)$$

Выражения (3,21) аналогичны формулам для напряжений на обычных связанных контурах, находящихся под действием гармонической э. д. с. Отличие заключается в том, что в комплексные проводимости контуров $\dot{Y}_1(\omega_c)$ и $\dot{Y}_2(\omega_0 + \omega_c)$ в (3,21) входят не одни и те же, а разные частоты. Введем по аналогии с обычными связанными контурами проводимость связи

$$X_{св} = \frac{1}{2} \Delta C \sqrt{\omega_c(\omega_0 + \omega_c)} \quad (3,22)$$

и обозначим

$$\dot{\gamma}_{2+} = \frac{X_{св}}{\dot{Y}_2(\omega_0 + \omega_c)} = \frac{X_{св}}{\dot{Y}_2(\omega_0 + \omega_c)} e^{-j\varphi_2} = \gamma_{2+} e^{-j\varphi_2}, \quad (3,23)$$

где $\varphi_2 = \arctg \frac{X_2}{g_2}$. Тогда для напряжения на первом контуре получим выражение

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{\dot{Y}_1(\omega_c) + \gamma_{2+}^2 \dot{Y}_2^*(\omega_0 + \omega_c)} \dot{J}_c, \quad (3,24)$$

а для отношения напряжений \dot{U}_2 к \dot{U}_1 (разных частот!) будем иметь

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = j \sqrt{\frac{\omega_0 + \omega_c}{\omega_c}} \dot{\gamma}_{2+}. \quad (3,25)$$

Соотношение (3,24) показывает, что вносимое в первый (входной) контур комплексное сопротивление определяется аналогично вносимому сопротивлению в обычных связанных контурах и эквивалентная проводимость первого контура имеет вид

$$\dot{Y}_{1 \text{ экв}} = \{g_1 + g_+\} + j(X_1 - \gamma_{2+}^2 X_2), \quad (3,26)$$

где $g_+ = \gamma_{2+}^2 g_2$ — вносимая в первый контур активная проводимость. Поскольку γ_{2+}^2 — величина положительная, то преобразование частоты сопровождается положительным вносимым сопротивлением, т. е. отдачей энергии источником сигнала в модулятор. Следовательно, необрабатывающий модулятор всегда устойчив.

Найдем мощность P_{ω_c} , отдаваемую источником сигнала в модулятор (не считая потерь на проводимости g_1). В соответствии с (3,20), (3,23), (3,24), (3,25) и (3,26)

$$P_{\omega_c} = I_{\omega_c} \cdot U_1 \cos \angle(\dot{I}_{\omega_c} \dot{U}_1) = \frac{g_+}{|\dot{Y}_{1 \text{ экв}}|^2} |\dot{J}_c|^2. \quad (3,27)$$

Мощность $P_{\omega_0+\omega_c}$, поступающую в g_2 от реактивного преобразователя, будем считать отрицательной, как было установлено во втором параграфе. Она равна

$$-P_{\omega_0+\omega_c} = I_{\omega_0+\omega_c} U_2 \cos \varphi_2 = \frac{\omega_0 + \omega_c}{\omega_c} \frac{g_+}{|\dot{Y}_{1 \text{ экв}}|^2} |\dot{J}_c|^2. \quad (3,28)$$

Коэффициент усиления по мощности G_+ будет равен

$$G_+ = \frac{-P_{\omega_0+\omega_c}}{P_{\omega_c}} = \frac{\omega_0 + \omega_c}{\omega_c}, \quad (3,29)$$

что точно соответствует (2,20).

Однако мощность, поступающая в g_2 , только частично попадает в нагрузку $g_{2н}$; соответствующая доля будет равна отношению $g_{2н}/g_2$. Точно так же, часть мощности генератора сигнала непроизводительно расходуется в проводимостях $g_{1к}$ и g . Если к тому же учесть, что генератор сигнала отдает модулятору максимальную мощность

$$(P_{\omega_c})_{\text{макс}} = \frac{1}{4} \frac{|\dot{J}_c|^2}{g_c} \quad (3,30)$$

лишь при полном согласовании, то можно найти фактический коэффициент усиления по мощности K_+ необрабатывающего модулятора с учетом потерь и рассогласования

$$K_+ = \frac{-P_{\text{нагр}}}{(P_{\omega_c})_{\text{макс}}} = \frac{\omega_0 + \omega_c}{\omega_c} \frac{4g_c \cdot g_+}{|\dot{Y}_{1 \text{ экв}}|^2} \frac{g_{2н}}{g_2} = G_+ \frac{4g_c g_+}{|\dot{Y}_{1 \text{ экв}}|^2} \frac{g_{2н}}{g_2}. \quad (3,31)$$

Пользуясь выражением (3,31), можно исследовать зависимость коэффициента усиления K_+ от частоты и от параметров схемы модулятора.

Рассмотрим K_+ при малых расстройках, т. е. будем считать, что

$$\Delta\omega = \omega_c - \omega_1 \quad (3,32)$$

удовлетворяет неравенствам

$$\left| \frac{\Delta\omega}{\omega_1} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\Delta\omega}{\omega_2} \right| \ll 1. \quad (3,33)$$

В этом случае можно ввести приближенные соотношения

$$\dot{Y}_1(\omega_c) \cong g_1(1 + jQ_1 \cdot 2\xi_1), \quad \dot{Y}_2(\omega_0 + \omega_c) \cong g_2(1 + jQ_2 \cdot 2\xi_2), \quad (3,34)$$

где

$$Q_1 = \frac{\omega_1 C_1}{g_1}, \quad Q_2 = \frac{\omega_2 C_2}{g_2};$$

$$\xi_1 = \frac{\Delta\omega}{\omega_1}, \quad \xi_2 = \frac{\Delta\omega}{\omega_2}.$$

Приближенное значение γ_{2+}^2 равно

$$\gamma_{2+}^2 \cong \gamma_{20}^2 \frac{(1+\xi_1)(1+\xi_2)}{1+(Q_2 \cdot 2\xi_2)^2} \cong \gamma_{20}^2 \frac{1}{1+(Q_2 \cdot 2\xi_2)^2}, \quad (3,35)$$

где

$$\gamma_{20}^2 = \frac{\left(\frac{1}{2} \Delta C\right)^2 \omega_1 \omega_2}{g_2^2}.$$

Вносимое в первый контур сопротивление выражается приближенным соотношением

$$g_+ = \gamma_{20}^2 g_2 \cong g_0 \frac{1}{1 + (Q_2 \cdot 2\xi_2)^2}, \quad (3,36)$$

где

$$g_0 = \gamma_{20}^2 g_2.$$

Пользуясь соотношениями (3,34) — (3,36), можно K_+ представить для малых расстройк в виде

$$K_+ = G_+ \frac{4g_c g_0 \frac{g_{2H}}{g_2}}{\left| g_1 (1 + jQ_1 \cdot 2\xi_1) + g \frac{1 - jQ_2 \cdot 2\xi_2}{1 + (Q_2 \cdot 2\xi_2)^2} \right|^2}. \quad (3,37)$$

Пренебрежем потерями g_{ik} , g , g_{2H} , g' , тогда в (3,37) $g_c = g_1$, $g_{2H} = g_2$. В связанных контурах при частном резонансе выполняется условие равенства нулю мнимой части $\dot{Y}_{1 \text{ экв}} \cong g_1 + g_+ + j(g_1 Q_1 \cdot 2\xi_1 - g_+ Q_2 \cdot 2\xi_2)$; т. е.

$$(g_1 Q_1 \cdot 2\xi_1 - g_+ Q_2 \cdot 2\xi_2) = 0. \quad (3,38)$$

При сложном резонансе, кроме того, связь между контурами должна быть оптимальной

$$X_{св} = (X_{св})_{\text{опт}} = Y_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \approx [1 + (Q_2 \cdot 2\xi_2)^2] \sqrt{g_1 \cdot g_2}, \quad (3,39)$$

т. е.

$$g_0 = g_1. \quad (3,40)$$

Подставив (3,38) и (3,40) в (3,37), получаем

$$(K_+)_{\text{макс}} = G_+,$$

т. е. в реактивном необращающем модуляторе, как и в обычных связанных контурах, наибольшая передача мощности во второй контур имеет место при оптимальной связи в сложном резонансе. При этом вход и выход оказываются полностью согласованными. Но соотношение (3,38) может быть осуществлено бесконечным числом способов, при разных расстройках ξ_1 и ξ_2 связанных (3,38), а из этого следует, что согласование цепей модулятора, дающее максимальный коэффициент усиления $K_+ = G_+$, оставляет степень свободы для изменения реактивных входных и выходных элементов. Эту степень свободы можно использовать для выбора оптимальной полосы пропускания модулятора. Положим, что

$$g_1 = g_2 = g_0, \quad \gamma_{20} = 1. \quad (3,41)$$

Тогда сложный резонанс станет полным, а

$$Q_1 \xi_1 = \frac{C_1}{g_0} \Delta\omega, \quad Q_2 \xi_2 = \frac{C_2}{g_0} \Delta\omega.$$

Если считать $C_1 = C_{1п} + C_0 \cong C_2 = C_{2п} + C_0$, то можно ввести обобщенную расстройку x , равную

$$x = 2 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{g_1 g_2}} \Delta\omega \approx Q_1 \cdot 2\xi_1, \quad x \approx Q_2 \cdot 2\xi_2. \quad (3,42)$$

Подставляя (3,41) и (3,42) в (3,37), получим

$$K_+ = G_+ \frac{4 \frac{1}{1+x^2}}{\left| 1+jx + \frac{1}{1+jx} \right|^2} = G_+ \frac{1}{1+\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2}. \quad (3,43)$$

Задаваясь уменьшением коэффициента усиления на 3 дб, найдем соответствующую полосу пропускания, полагая в (3,43) $K_+ = \frac{1}{2}$

$$x = \bar{x} = \pm \sqrt{2}, \quad (3,44)$$

т. е.

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_1} = \sqrt{2} \frac{1}{Q_1}, \quad \frac{2\Delta\omega}{\omega_2} = \sqrt{2} \frac{1}{Q_2}. \quad (3,45)$$

Мы видим, что полоса пропускания необращающего модулятора в $\sqrt{2} \cong 1,41$ раза шире полосы соответствующего одиночного контура. В системе из двух связанных одинаковых контуров при оптимальной связи полоса пропускания тоже в $\sqrt{2}$ раза шире полосы каждого из контуров; аналогия получается полной для относительной полосы пропускания при средней геометрической частоте

$$\frac{2\Delta\omega}{V\omega_1\omega_2} = \sqrt{2} \frac{1}{VQ_1Q_2}. \quad (3,45')$$

Коэффициент связи k контуров необращающего модулятора при полном резонансе будет равен обратной величине средней геометрической величины добротностей обоих контуров

$$k = \frac{\frac{1}{2} \Delta C V\omega_1\omega_2}{V\omega_1C_1 \cdot \omega_2C_2} = \frac{1}{VQ_1Q_2}. \quad (3,46)$$

Для абсолютной величины полосы пропускания $2\Delta\omega$ получаем выражение

$$2\Delta\omega = \frac{\frac{1}{2} \Delta C}{V C_1 C_2} V 2\omega_1\omega_2 = k V 2\omega_1\omega_2. \quad (3,47)$$

Как известно, в системе из двух связанных одинаковых контуров максимальная полоса на уровне 3 дб получается при связи, превышающей оптимальную, а именно при коэффициенте связи

$$k = (1 + \sqrt{2}) \frac{1}{Q}.$$

При этом резонансная кривая становится двугорбой, уменьшение амплитуды в центре полосы достигает 3 дб и относительная ширина полосы равна

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 2 \sqrt{1 + \sqrt{2}} \frac{1}{Q} \cong 3,1 \frac{1}{Q},$$

т. е. примерно в 3 раза больше полосы одиночного контура. Та же картина наблюдается и для полосы рассматриваемого реактивного необращающего модулятора. Полагая

$$k = \frac{\frac{1}{2} \Delta C}{V C_1 C_2} = (1 + \sqrt{2}) \frac{1}{VQ_1Q_2},$$

получим для полосы пропускания

$$\frac{2\overline{\Delta\omega}}{V\omega_1\omega_2} = 2\sqrt{1+V^2} \frac{1}{VQ_1Q_2}.$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что частотная характеристика рассмотренного необрабатывающего модулятора аналогична частотной характеристике двух одинаковых связанных контуров.

Рассмотрим численный пример. Пусть частота сигнала $\nu_c = 100$ МГц ($\lambda_c = 3$ м), суммарная частота $\nu_0 + \nu_c = 20\,000$ МГц ($\lambda_+ = 1,5$ см) несущая частота $\nu_0 = 19\,900$ МГц.

Коэффициент усиления в середине полосы будет

$$G_+ = 200, \quad 10 \lg G_+ = +23 \text{ дБ.}$$

Ширина полосы определяется соотношением

$$2\overline{\Delta\nu} = 2000 k \text{ МГц}; \quad \left(\frac{2\overline{\Delta\nu}}{100}\right)_{\text{МГц}} = 10 \frac{\Delta C}{V C_1 C_2}.$$

Мы видим, что даже при очень малой глубине модуляции, когда $\Delta C / \sqrt{C_1 C_2}$ составляет всего 1%, полоса пропускания может достигать 10 МГц.

Следует, однако, иметь в виду, что большую поправку в расчеты может внести проводимость потерь g и g' конденсатора связи. Найдем выражение K_+ при точной настройке ($\xi = 0$) с учетом g и g' (при большой добротности первого и второго контуров $g_{1к}$ и $g_{2к}$ можно не учитывать). Из (3,37) получим

$$(K_+)_{\xi=0} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{4g_c \cdot g_{2к} \left(\frac{1}{2} \Delta C\right)^2 \omega_1 \omega_2}{\left[(g_c + g)(g_{2к} + g') + \left(\frac{1}{2} \Delta C\right)^2 \omega_1 \omega_2\right]^2}.$$

Считая g , g' и ΔC заданными устройством накачки, можно определить максимальную величину K_+ подбором g_c и $g_{2к}$. Расчет дает

$$(K_+)_{\text{макс}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{1}{(\text{tg } \delta_{\Pi} + V \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta_{\Pi}})^2}. \quad (3,48)$$

В формуле (3,48)

$$\text{tg } \delta_{\Pi} = \sqrt{\frac{gg'}{\frac{1}{2} \Delta C \omega_1 \cdot \frac{1}{2} \Delta C \omega_2}} \quad (3,49)$$

может быть назван параметрическим тангенсом угла потерь, он характеризует потери энергии в конденсаторе связи с пульсирующей емкостью. При $\text{tg } \delta_{\Pi} \gg 1$

$$(K_+)_{\text{макс}}' \cong \frac{\omega_2}{\omega_1 \cdot 4 \text{tg}^2 \delta_{\Pi}}$$

и $(K_+)_{\text{макс}}' \leq 1$, т. е. усиление невозможно, если $\text{tg}^2 \delta_{\Pi} \geq 0,25 (\omega_2/\omega_1)$.

2. Обрабатывающий модулятор с разностной комбинационной частотой $\omega_2 = \omega_0 - \omega_1$

Падения напряжения на резонансных контурах модулятора имеют вид

$$\dot{u}_1(t) = \dot{U}_1 e^{j\omega_c t}, \quad \dot{u}_2(t) = \dot{U}_2 e^{j(\omega_0 - \omega_c)t}$$

Ток связи через пульсирующую емкость равен

$$\Delta i(t) = j\omega_c \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_2 e^{-j\omega_c t} - j(\omega_0 - \omega_c) \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_1 e^{-j(\omega_0 - \omega_c)t} + \dots$$

Интересующие нас комплексные амплитуды тока связи будут соответственно

$$\dot{I}_{\omega_c} = -j\omega_c \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_2^*; \quad \dot{I}_{\omega_0 - \omega_c} = j(\omega_0 - \omega_c) \frac{1}{2} \Delta C \dot{U}_1^*. \quad (3,50)$$

В результате расчетов, аналогичных расчетам необращающего модулятора, получаем

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{\dot{Y}_{1 \text{ экв}}} \dot{J}_c, \quad (3,51)$$

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = -j \frac{X_{CB}}{\dot{Y}_2^* (\omega_0 - \omega_c)} = -j \dot{\gamma}_{2-}^* \sqrt{\frac{\omega_0 - \omega_c}{\omega_c}}, \quad (3,52)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_1(\omega_c) &= g_1 + j \left(\omega_c C_1 - \frac{1}{\omega_c L_1} \right), \\ \dot{Y}_2(\omega_0 - \omega_c) &= g_2 + j \left[(\omega_0 - \omega_c) C_2 - \frac{1}{(\omega_0 - \omega_c) L_2} \right], \\ \dot{\gamma}_{2-}^* &= \frac{X_{CB}}{\dot{Y}_2^*} = \gamma_{20} e^{j\varphi_2}, \quad \gamma_{20} = \frac{X_{CB}}{Y_2}; \quad \varphi_2 = \arctg \frac{\operatorname{Re} \dot{Y}_2}{\operatorname{Im} \dot{Y}_2}, \\ \dot{Y}_{1 \text{ экв}} &= \dot{Y}_1(\omega_c) - |\dot{\gamma}_{2-}^*|^2 \dot{Y}_2(\omega_0 - \omega_c) = \\ &= g_1 - g_- + j \operatorname{Im} [\dot{Y}_1(\omega_c) - \gamma_{2-}^* \dot{Y}_2(\omega_0 - \omega_c)], \\ g_- &= \gamma_{2-}^2 g_2. \end{aligned} \right\} \quad (3,53)$$

Коэффициент усиления G_- получается равным

$$G_- = -\frac{\omega_0 - \omega_c}{\omega_c}, \quad (3,54)$$

в точном соответствии с формулой (2,23). Обрашающий модулятор действительно оказывается потенциально неустойчивым, ибо, как это следует из выражения (3,53), для $\dot{Y}_{\text{экв}}$ вносимая в первый контур проводимость g_- входит с отрицательным знаком. Система теряет устойчивость при $g_1 - g_- \leq 0$. Вводя K_- — коэффициент усиления всего обращающего модулятора — аналогично тому, как был введен K_+ для необращающего модулятора (см. (3,31)), мы получим

$$K_- = G_- \frac{-4g_c g_-}{|\dot{Y}_{1 \text{ экв}}|^2} \frac{g_{2H}}{g_2}, \quad (3,55)$$

где $\dot{Y}_{1 \text{ экв}}$ и g_- определяются соотношениями (3,53). Рассмотрим K_- при малых расстройках и при всех других упрощениях, которые были введены в анализе необращающего модулятора. В данном случае нужно везде вместо суммарной частоты $\omega_0 + \omega_c$ необращающего модулятора подставить разностную частоту $\omega_0 - \omega_c$ обращающего модулятора.

Получаем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_1 &\approx g_1(1 + jQ_1 \cdot 2\xi_1), \quad Q_1 = \frac{\omega_1 C_1}{g_1}, \quad \xi_1 = \frac{\Delta\omega}{\omega_1} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1}; \\ \dot{Y}_2 &\approx g_2(1 - jQ_2 \cdot 2\xi_2), \quad Q_2 = \frac{\omega_2 C_2}{g_2}, \\ \xi_2 &= \frac{\Delta\omega}{\omega_2} = \frac{\omega_2 - (\omega_0 - \omega_c)}{\omega_2} = \frac{\omega_c - \omega_1}{\omega_2}; \\ |\xi_1| &\ll 1, \quad |\xi_2| \ll 1; \quad g_1 = g_2 \neq g; \quad C_1 \approx C_2; \\ x &= 2 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{g_1 g_2}} \Delta\omega \approx Q_1 \cdot 2\xi_1, \quad x \approx Q_2 \cdot 2\xi_2; \\ \gamma_{2-}^2 &= \gamma_{20}^2 \frac{1}{1+x^2}, \quad \gamma_{20}^2 = \frac{\left(\frac{1}{2} \Delta C\right)^2 \omega_1 \omega_2}{g_2^2}; \\ \frac{\dot{Y}_{1 \text{ экв}}}{g_1} &= 1 + jx - \frac{\gamma_{20}^2}{1+jx}; \quad g_- = g_0 \frac{1}{1+x^2}, \quad g_0 = \gamma_{20}^2 g_2 = \gamma_{20}^2 g_1. \end{aligned} \right\} \quad (3,56)$$

Заменяя в (3,55) $\dot{Y}_{1 \text{ экв}}$ и g_- их значениями из (3,56), получим зависимость коэффициента усиления K_- от расстройки x и величины γ_{20}^2 , характеризующей параметрическую связь контуров

$$\begin{aligned} K_- &= G_- \frac{-4 \frac{\gamma_{20}^2}{1+x^2} \frac{g_c g_{2H}}{g_0^2}}{\left|1 + jx - \frac{\gamma_{20}^2}{1+jx}\right|^2} = \\ &= \frac{\omega_0 - \omega_c}{\omega_c} \frac{4\gamma_{20}^2 \frac{g_c g_{2H}}{g_0^2}}{(1 - \gamma_{20}^2)^2} \frac{1}{1 + 2 \frac{1 + \gamma_{20}^2}{(1 - \gamma_{20}^2)^2} x^2 + \frac{1}{(1 - \gamma_{20}^2)^2} x}. \end{aligned} \quad (3,57)$$

При равной нулю расстройке ($x=0$) коэффициент усиления K_- имеет величину

$$K_- \Big|_{x=0} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{g_c g_{2H}}{g_0^2} \frac{4\gamma_{20}^2}{(1 - \gamma_{20}^2)^2}. \quad (3,57')$$

Поскольку вносимое в первый контур сопротивление отрицательно, то невозможно согласование входа с выходом, как это имело место в не-обращающем модуляторе; K_- может быть как угодно велико за счет уменьшения потерь во входной цепи.

При

$$\gamma_{20}^2 \gg 1$$

обращающий модулятор теряет устойчивость. Но и при $\gamma_{20}^2 < 1$, но достаточно близких к 1, неустойчивости в обращающем модуляторе сильно возрастают. Для оценки неустойчивостей в радиоустройствах часто вводится величина S , характеризующая чувствительность устройства к малым изменениям того или иного из его параметров. Чувствительность S определяется как относительное изменение коэффициента усиления K , деленное на относительное изменение параметра, вызывающего изменение K . Ясно, что для хорошей устойчивости устройства необходима малая чувствительность S . В середине полосы и при согласовании входа с выходом коэффициент усиления $K_+ = G_+$ необращающего модулятора не зависит ни от активной проводимости $g_1 = g_2 = g_0$,

ни от амплитуды пульсаций емкости ΔC . Поэтому

$$S_{+g} = \frac{\partial K_{+}}{\partial g_0} \frac{g_0}{K_{+}} = 0; \quad S_{+\Delta C} = \frac{\partial K_{+}}{\partial \Delta C} \frac{\Delta C}{K_{+}} = 0. \quad (3,58)$$

У обращающего модулятора чувствительность S_{-} не равна нулю. В середине полосы она, в зависимости от активной проводимости $g_1 = g_2$ и от амплитуды пульсаций емкости ΔC , имеет вид

$$S_{-g} = \frac{\partial K_{-}}{\partial g_1} \frac{g_1}{K_{-}} = -2 \frac{1 + \gamma_{20}^2}{1 - \gamma_{20}^2}; \quad S_{-\Delta C} = \frac{\partial K_{-}}{\partial \Delta C} \frac{\Delta C}{K_{-}} = -S_{-g}. \quad (3,59)$$

При $\gamma_{20}^2 \rightarrow 1$ нестабильность обращающего модулятора характеризуется чувствительностью $\rightarrow \infty$.

Полоса пропускания обращающего модулятора на уровне 3 дБ определяется равенством $1/2$ последнего правого сомножителя в (3,57)

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + 2 \frac{1 + \gamma_{20}^2}{(1 - \gamma_{20}^2)^2} x^2 + \frac{1}{(1 - \gamma_{20}^2)^2} x^4}. \quad (3,60)$$

Рассмотрим полосу при γ_{20}^2 , приближающемся к единице. Решение (3,60) в этом случае дает

$$x = \pm \frac{1}{2} (1 - \gamma_{20}^2)$$

или

$$2\overline{\Delta\omega} = \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\omega_1 \omega_2} (1 - \gamma_{20}^2) = k \sqrt{\omega_1 \omega_2} (1 - \gamma_{20}^2) \quad \text{при } (1 - \gamma_{20}^2 \ll 1). \quad (3,61)$$

Выражение (3,61) отличается от (3,47) для необращающего модулятора множителем $1 - \gamma_{20}^2$. Как видно из рассмотрения (3,57) и (3,61), при неограниченном увеличении коэффициента усиления, порождаемом увеличением параметрической связи, полоса пропускания параметрического усилителя стремится к нулю. Произведение коэффициента усиления по напряжению на полосу пропускания есть постоянная величина

$$\sqrt{K_{-}} \cdot 2\overline{\Delta\omega} = \omega_2 \frac{\Delta C}{\sqrt{C_1 C_2}} \quad \text{при } (1 - \gamma_{20}^2) \ll 1.$$

Рассмотрим в качестве примера характеристики обращающего модулятора для тех же самых частот сигнала, что и в предыдущем примере необращающего модулятора и для разных значений γ_{20}^2 , полагая $g_c g_{2н} / g_0^2 = 1$:

$$\nu_1 = 100 \text{ МГц}, \quad \nu_2 = 20\,000 \text{ МГц}, \quad \nu_0 = 21\,100 \text{ МГц}.$$

γ_{20}^2	Усиление 10 lg K-, дБ	Полоса 2. ν/k , МГц	Чувстви- тельность, Sg
0,172	+23	1752	-1,414
0,90	+48,5	70,7	-19
0,99	+69	7,07	-199

При $\gamma_{20}^2 = 0,172 K_- = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, как и для необращающего модулятора. Полоса при этом получается немного уже, чем у необращающего модулятора. При приближении к самовозбуждению обращающий модулятор может иметь как угодно большой коэффициент усиления, но при этом и неустойчивость его сильно возрастает. Так, уменьшение активной проводимости всего на 1% или такое же увеличение глубины модуляции емкости связи вызовет генерацию, если $\gamma_{20}^2 = 0,99$.

3. Параметрический усилитель с отрицательной входной проводимостью

Из рассмотрения обращающего модулятора с разностной комбинационной частотой следует, что можно осуществить реактивный усилитель без преобразования частоты усиливаемого сигнала. Усиление в нем будет происходить за счет отрицательной проводимости, вносимой реактивным модулятором во входную цепь. Отличие такого усилителя от усилителя с двойной (или кратной) частотой накачки заключается в нечувствительности его к фазе генератора накачки энергии на несущей частоте ν_0 ; более того, частота сигнала может быть несоизмерима с частотой накачки энергии.

Может показаться странным, что фазовые соотношения между сигналом и изменением параметра в данном случае не играют никакой роли, в то время как в других параметрических явлениях фазовые соотношения весьма существенны. В механизме накачки энергии и в данном случае фазовые соотношения играют принципиальную роль. Накачка будет происходить только при подходящей фазе тока соответствующей комбинационной частоты. Но в двухконтурном модуляторе нужная для накачки энергии фаза устанавливается автоматически благодаря полной развязке контуров по частоте. Поскольку фаза колебаний во втором контуре может быть любой, то она автоматически устанавливается такой, чтобы при заданных произвольных фазах сигнала и генератора накачки осуществлялось распределение потоков энергии в соответствии с общими энергетическими соотношениями для нелинейных элементов. Отсюда ясна необходимость второго контура, даже если усиленный сигнал снимается только с первого контура. Во втором контуре обязательно должно быть обеспечено потребление энергии ($g_2 \neq 0$), а иначе поток энергии к первому контуру и вносимая в первый контур отрицательная проводимость будут равны нулю. Само по себе наличие двух контуров недостаточно для исключения влияния фазы на коэффициент усиления. Важна полная развязка контуров. В частности, если имеется два контура, но $\omega_2 = \omega_1$ и $\omega_0 = 2\omega_1 = 2\omega_2$, то первый контур не будет представлять собой короткого замыкания для частоты ω_2 как и второй контур для частоты ω_1 . В этом случае двухконтурная система вырождается. При малой расстройке

$$|\Delta\omega| = |\omega_c - \omega_1| \ll \omega_1$$

напряжение частоты $\omega_0 - \omega_c = \omega_1 - \Delta\omega = \omega_c - 2\Delta\omega$ будет присутствовать не только во втором, но и в первом контуре, если $2\Delta\omega$ не выходит далеко из полосы пропускания первого контура. В результате этого возникнут биения с частотой $2\Delta\omega$. То же самое будет и во втором контуре.

Рассмотрим схему усилителя с отрицательной входной проводимостью, возникающей за счет накачки энергии в первый контур

(рис. 17). Отличие этой схемы от схемы обращающего модулятора сводится к наличию дополнительной активной проводимости нагрузки g_n в первом, сигнальном, контуре. Кроме того, учтена также активная составляющая g_k проводимости контура, в которую входят и потери g — конденсатора связи. Полученные выше общие соотношения для

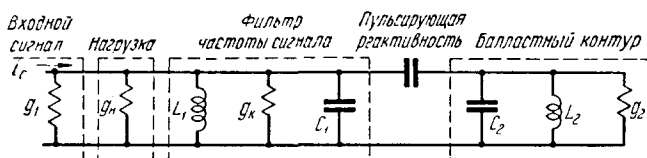


Рис. 17. Схема параметрического усилителя с отрицательным сопротивлением.

обращающего модулятора легко применить к схеме рис. 17. Аналогично (3,51) напряжение на первом контуре будет выражаться соотношением

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{|\dot{Y}_{1\text{ экв}}|^2} \dot{J}_c, \quad (3,62)$$

где

$$\dot{Y}_{1\text{ экв}} = \dot{Y}_1(\omega_c) - \gamma_2^2 \dot{Y}_2(\omega_0 - \omega_c).$$

Но теперь $\dot{Y}_1 = g_1 + g_k + g_n + j\left(\omega_c C_1 - \frac{1}{\omega_c L_1}\right)$, т. е. содержит в себе дополнительную проводимость нагрузки g_n и собственную проводимость контура g_k . Мощность, отдаваемая в нагрузку, будет равна

$$P_n = |\dot{J}_c|^2 \frac{g_n}{|\dot{Y}_{1\text{ экв}}|^2}.$$

Наибольшая мощность сигнала $P_{\text{вх}}$, как и ранее,

$$P_{\text{вх}} = |\dot{J}_c|^2 \frac{1}{4g_1}.$$

Коэффициент усиления по мощности K равен отношению $P_n/P_{\text{вх}}$

$$K = \frac{P_n}{P_{\text{вх}}} = \frac{4g_1 g_n}{|\dot{Y}_{1\text{ экв}}|^2}.$$

При точной настройке $\dot{Y}_{1\text{ экв}} = g_1 + g_k + g_n - g$ и формула (3,63) приобретает вид

$$K_0 = \frac{4g_1 g_n}{(g_{1\text{т}} - g)^2}, \quad (3,63')$$

где $g = \gamma_2^2 g_2$ — вносимая отрицательная проводимость, а $g_{1\text{т}} = g_1 + g_2 - g_n$ — суммарная проводимость источника первого контура и нагрузки.

В практической схеме усилителя с отрицательной входной проводимостью желательно нагрузку подключать через однонаправленный вентиль, иначе шумы нагрузки попадут назад в усилитель и вернуться в нагрузку в регенерированном виде. Целесообразно и входной сигнал подавать через однонаправленный вентиль. В области сантиметровых волн это можно осуществить с помощью циркулятора [17], а в дециметровом диапазоне балансной схемой с двойным тройником [18].

Рассмотрим схему рис. 18, в которой циркулятор включен между генератором сигнала и входным контуром так, что падающая и отра-

женная волны разделяются. Мощность $P_{\text{пад}}$ соответствует мощности, идущей от источника сигнала; $P_{\text{отр}}$ — мощность в отраженной волне, направленной циркулятором в нагрузку усилителя g_H , согласованную с внутренней проводимостью источника сигнала; P_1 и P_2 — мощности

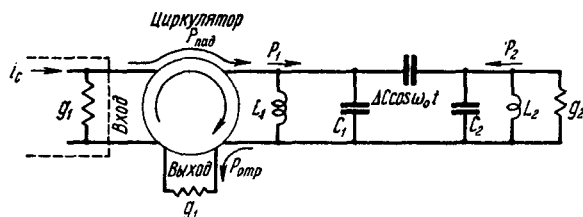


Рис. 18. Схема параметрического усилителя с циркулятором для развязки входа от выхода.

слева и справа пульсирующей реактивности (в нашем случае обе мощности P_1 и P_2 отрицательны). Коэффициент усиления определяется выражением

$$K = \frac{P_{\text{отр}}}{P_{\text{пад}}}.$$

Ранее введенные определения (3,54), (3,55) в данном случае будут выглядеть следующим образом:

$$G_- = \frac{-P_2}{P_1}, \quad K_- = \frac{-P_2}{P_{\text{пад}}}.$$

Так как мощность падающей волны равна сумме мощностей отраженной и прошедшей волн, т. е.

$$P_{\text{пад}} = P_{\text{отр}} + P_1,$$

то

$$K = 1 - \frac{P_1}{P_{\text{пад}}} = 1 - \frac{K_-}{G_-}. \quad (3,64)$$

Подставляя в (3,64) значения K_-/G_- из (3,55), получим

$$K = 1 + \frac{4g_{cs}g_-}{|\dot{Y}_{1\text{ экв}}|^2 g_1} \frac{g_H}{g_1}. \quad (3,65)$$

Если рассматривать узкополосный усилитель, то можно воспользоваться в (3,64) выражением K_- , данным формулой (3,57). При $\gamma_{20}^2 \cong 1$ в (3,65) можно пренебречь единицей по сравнению с достаточно большим вторым слагаемым и все дальнейшие расчеты полосы пропускания обрабатывающего модулятора можно прямо перенести на усилитель с отрицательной проводимостью.

4. Шумы усилителя с отрицательной проводимостью

Рассмотренные выше усилительные свойства модуляторов с реактивными нелинейными элементами могут быть использованы там, где необходимо иметь усилитель с малым уровнем собственных шумов. Наибольший интерес это имеет в области СВЧ, где особенно трудно снизить шумы усилительных устройств со свободными электронными пучками. Основной причиной значительных шумов таких усилительных устройств является высокая температура катода, эмитирующего электроны. В ряде работ ^{14, 15, 16} дается анализ шумов параметрических

усилителей. В заключение данного параграфа мы кратко рассмотрим шумы усилителя с отрицательной проводимостью и необращающего модулятора.

По определению шум-фактор F равен отношению мощности шумов на выходе $N_{\text{вых}}$, деленной на коэффициент усиления K , к мощности шумов на входе $N_{\text{вх}}$

$$F = \frac{N_{\text{вых}}}{K \cdot N_{\text{вх}}} \quad (3,66)$$

Входными шумами при согласованном входе можно считать тепловые шумы по формуле Найквиста

$$N_{\text{вх}} = kT_0 \Delta\nu, \quad (3,67)$$

где k — постоянная Больцмана, T_0 — стандартная абсолютная температура 290° K, $\Delta\nu$ — полоса частот. Положим, что коэффициент усиления в полосе $\Delta\nu$ мало отличается от резонансного (3,63') в усилителе с отрицательной проводимостью. Подставив (3,67) и (3,63') в (3,66), получим

$$F = \frac{1}{4kT_0 \Delta\nu} \frac{(g_{1T} - g_-)^2}{g_1 g_H} N_{\text{вых}}. \quad (3,68)$$

Таким образом, нахождение шум-фактора сводится к определению уровня выходных шумов $N_{\text{вых}}$. В работе¹⁵ приводится 8 компонент $N_{\text{вых}}$, которые полагаются суммирующимися аддитивно:

1. Тепловые шумы частоты ω_1 в первом контуре.
2. То же частоты ω_2 во втором контуре.
3. Шумовой ток частоты ω_1 , генерируемый пульсирующей емкостью.
4. То же частоты ω_2 .
5. Шумы частоты ω_0 за счет флуктуации амплитуды ΔC пульсирующей емкости.
6. То же частоты $2\omega_1$.
7. То же частоты $2\omega_2$.
8. То же частоты $\omega_1 - \omega_2$.

Таким образом (3,68) можно переписать в виде

$$F = \frac{1}{4kT_0 \Delta\nu} \frac{(g_{1T} - g_-)^2}{g_1 g_H} \sum_{k=1}^8 N_{k \text{ вых}}. \quad (3,68')$$

Для вычисления $N_{1 \text{ вых}}$ первой составляющей выходного шума рассмотрим эквивалентную схему первого контура (рис. 19), полученную на основании схемы рис. 17. Шум частоты ω_1 в первом контуре создается проводимостью g_1 генератора. Собственные шумы нагрузки в данном случае не учитываются, так как нагрузка не содержится в усилителе, хотя сами по себе эти шумы и могут иметь значительную интенсивность. Уровень шумов в соответствии со схемой рис. 19 будет

$$N_{1 \text{ вых}} = \frac{\bar{i}_1^2}{(g_{1T} - g_-)^2} g_H = \frac{4kT_0 \Delta\nu (g_1 + g_H)}{(g_{1T} - g_-)^2} g_H. \quad (3,69)$$

Подставляя (3,69) в (3,68'), получим первую составляющую шум-фактора

$$F_1 = 1 + \frac{g_H}{g_1}. \quad (3,70)$$

Вторым источником шумов являются тепловые шумы в проводимости g_2 второго контура, на частоте ω_2 , которые пульсирующей

емкостью преобразуются к частоте ω_1 . Для этих шумов эквивалентная схема показана на рис. 20. Шумящей является проводимость g_2 балластного контура; отрицательная проводимость $-g'_- = -\gamma_{1-}^2 g_{1T}$

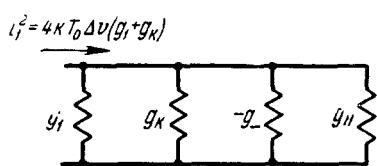


Рис. 19. Эквивалентная схема шумов проводимости первого контура.

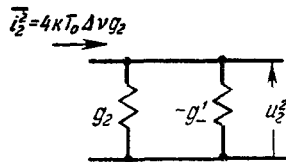


Рис. 20. Эквивалентная схема шумов проводимости второго контура.

аналогична отрицательной проводимости $-g_-$, вводимой в первый контур. Величина γ_{1-}^2 соответственно равна

$$\gamma_{1-}^2 = \frac{\left(\frac{1}{2}\Delta C\right)^2 \omega_1 \omega_2}{g_{1T}^2} = \gamma_{2-}^2 \frac{g_2^2}{g_{1T}^2},$$

а

$$g'_- = \left(\gamma_{2-}^2 \frac{g_2^2}{g_{1T}^2}\right) g_{1T} = g_- \frac{g_2}{g_{1T}}. \quad (3,71)$$

Среднее квадратичное напряжение шумов \bar{u}_2^2 на втором контуре в соответствии с рис. 20 и (3,71) равно

$$\sqrt{\bar{u}_2^2} = \frac{\sqrt{\bar{i}_2^2}}{g_2 - g'_-} = \sqrt{\bar{i}_2^2} \frac{g_{1T}}{g_2 (g_{1T} - g_-)}. \quad (3,72)$$

По аналогии с (3,50) и (3,52) можно найти шумовое напряжение $\sqrt{\bar{u}_1^2}$ частоты ω_1 на первом контуре, являющееся следствием действия шумового напряжения $\sqrt{\bar{u}_2^2}$ частоты ω_2 на пульсирующую емкость $\Delta C \cos \omega_0 t$

$$\sqrt{\bar{u}_1^2} = \gamma_{1-} \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \cdot \sqrt{\bar{u}_2^2} = \sqrt{\frac{g_-}{g_2} \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\sqrt{\bar{i}_2^2}}{g_{1T} - g_-}}. \quad (3,73)$$

Вторая составляющая выходного шума $N_{2 \text{ вых}}$ в соответствии с рис. 20 и (3,73) имеет вид

$$N_{2 \text{ вых}} = g_n \bar{u}_1^2 = 4kT_0 \Delta v \frac{g g_n}{(g_{1T} - g_-)^2} \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad (3,74)$$

а шум-фактор

$$F_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{g_-}{g_1}. \quad (3,75)$$

Анализируя третью компоненту выходного шума $N_{3 \text{ вых}}$, мы должны вернуться к эквивалентной схеме первого контура, рис. 19, и заменить в ней ток \bar{i}_1^2 шумовым током частоты ω_1 , порождаемым пульсирующей емкостью. Обозначим этот ток \bar{i}_3^2 . Величина этого последнего тока не может быть определена уже введенными параметрами усилителя. Она обуславливается природой и механизмом пульсирующей емкости, как и другие оставшиеся компоненты. В частности, при электронном механизме изменение емкости \bar{i}_3^2 соответствует току дробовых шумов.

Эти шумы существенны в электронно-лучевых приборах и исчезающе малы при использовании полупроводникового диода с отрицательным смещением в качестве пульсирующей нелинейной емкости. Оставляя не раскрытой величину \bar{i}_3^2 , мы можем написать

$$N_{3 \text{ вых}} = \frac{\bar{i}_3^2}{(g_{1r} - g_-)^2} g_n \quad (3,76)$$

и

$$F_3 = \frac{\bar{i}_3^2}{4kT_0 \Delta \nu g_1}. \quad (3,77)$$

Мы не будем рассматривать оставшиеся компоненты шум-фактора, эффективная оценка их требует конкретизации вида усилителя. Результирующий шум-фактор (3,68) можно записать в виде

$$F = 1 + \frac{g_n}{g_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{g_-}{g_1} + \frac{\bar{i}_3^2}{4kT_0 \Delta \nu g_1} + \text{члены дробового шума и флуктуаций пульсирующего реактивного элемента.} \quad (3,78)$$

По-видимому, для твердого варианта параметрического усилителя существенны только первые три члена (3,78), включая единицу. Отношение g_n/g_1 очень мало. Третье слагаемое шум-фактора, порождаемое балластным контуром, более существенно, при большом усилении его величина приближается к ω_1/ω_2 . Но, выбирая $\omega_2 \gg \omega_1$, можно третье слагаемое сделать достаточно малым. Если путем искусственного охлаждения снижать температуру контуров, то в выражении (3,78) второй и третий члены должны быть умножены на T/T_0 , где T — действительная температура контура.

Интересно оценить минимальное значение шум-фактора. Для этого обратимся к схеме усилителя с циркулятором и согласованной нагрузкой $g_n = g_1$ (рис. 18). Результирующая проводимость контура будет равна сумме $g_1 + g_n$, так как проводимости нагрузки и генератора действуют каждая только в одном направлении. При большом усилении вводимая отрицательная проводимость g близка к $g_1 + g_n$. Учитывая эти обстоятельства и пренебрегая всеми остальными членами, кроме первых трех, мы можем переписать (3,78) в следующем виде:

$$F \cong 1 + \frac{g_n}{g_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{g_1 + g_n}{g_1}. \quad (3,79)$$

Так как несущая частота удовлетворяет равенству $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$, то

$$F \cong \frac{\omega_0}{\omega_2} \frac{g_1 + g_n}{g_1}. \quad (3,80)$$

Если связь генератора с усилительным контуром велика, то отношение $(g_1 + g_n)/g_1$ может быть сделано близким к единице и шум-фактор достигает минимума, равного

$$F = \frac{\omega_0}{\omega_2}. \quad (3,81)$$

Следует иметь в виду, что потери пульсирующей реактивности пересчитываются в g_n . При определении минимума шум-фактора циркулятор считается нешумящим.

Если аналогичным способом определить F_+ -шум-фактор необращающего модулятора, то он будет равен

$$F_+ = 1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} \left[1 + \frac{\omega_1}{\omega_2} (\alpha + \sqrt{1+\alpha^2})^2 \right] \frac{T}{T_0}, \quad (3,82)$$

где $\alpha = \operatorname{tg} \delta_n$, в соответствии с (3,49); коэффициент усиления в (3,66) определен по (3,48). Минимальное значение F_+ будет не при максимальном коэффициенте усиления (3,66). Поступаясь K_+ , подбором g_c шум-фактор можно снизить до

$$(F_+)_{\min} = 1 + 2\alpha^2 \frac{\omega_1}{\omega_2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\omega_2}{\omega_1 \alpha^2}} \right) \frac{T}{T_0}. \quad (3,83)$$

В ¹⁶ рассчитан $(F_+)_{\min}$ для конденсатора связи в виде полупроводникового диода с учетом потерь. При частоте сигнала $\nu_1 = 500 \text{ МГц}$ и несущей $\nu_0 = 10\,000 \text{ МГц}$ $(F_+)_{\min} = 1,32$, а при $\nu_1 = 1000 \text{ МГц}$ $(F_+)_{\min} = 1,66$. Эти результаты удовлетворительно согласуются с экспериментом (см. ²²).

§ 4. НОВЫЙ ВИД НЕЛИНЕЙНОЙ ЕМКОСТИ—КРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ ДИОД

Как было указано во введении, изменять емкость можно не только путем изменения ϵ диэлектрической прослойки конденсатора, но и изменением расстояния между зарядами на противоположных сторонах конденсатора. В последнее время способ изменения расстояния между зарядами нашел воплощение в использовании емкости p - n перехода кристаллического диода.

На границе раздела полупроводников с p - и n -проводимостями возникает так называемый заборный слой с некомпенсированным пространственным зарядом кристаллической решетки. Слой этот образуется в результате рекомбинации на p - n переходе подвижных носителей заряда одного знака с проникающими за счет диффузии с противоположной стороны носителями противоположного знака. В состоянии равновесия распределение концентрации подвижных носителей заряда — дырок и электронов — вокруг границы раздела p - n перехода имеет вид, показанный на рис. 21, а. В конденсаторе, образуемом p - n переходом, роль диэлектрика играет сам заборный слой, в котором почти нет подвижных носителей заряда; роль электродов играют прилегающие к заборному слою p - и n -области, обладающие нормальной электропроводностью.

Ширина заборного слоя p - n перехода в состоянии равновесия тем больше, чем выше потенциальный барьер перехода, и определяется результирующей контактной разностью потенциалов на переходе. Для германия результирующая контактная разность потенциалов p - n перехода лежит в пределах от 0 до 0,7 в. Если на p - n переход подать небольшое напряжение в прямом направлении, т. е. плюсом к p -области, то потенциальный барьер снизится и заборный слой сузится, как это показано на рис. 21, б. Емкость перехода увеличится. Если прямое напряжение еще увеличить, то произойдет значительное перемешивание электронов и дырок как в области заборного слоя, так и по обе стороны от него (рис. 21, в). Несмотря на перемешивание, подвижные носители заряда могут вернуться обратно в свои области без рекомбинации, если время рекомбинации велико по сравнению с длительностью периода изменения приложенного напряжения. Как показывает опыт, рекомбинация ничтожна, если частота приложенного напряжения значительно выше 1 МГц. Нелинейная емкость, проявляющаяся при этом, называется «диффузионной» или «емкостью запасенных зарядов». При низких частотах она шунтируется относительно большой проводимостью p - n перехода в прямом направлении.

Если к переходу приложить напряжение обратного знака, минусом к p -области, то заборный слой расширится, как показано на рис. 21, г.

Емкость перехода уменьшится. Минимальная емкость, которая может быть получена, ограничивается пробивным напряжением, так как при обратном напряжении на p - n переходе, превышающем пробивное напряжение, возникает большая проводимость вследствие лавинного процесса генерации подвижных носителей в запиорном слое, и диаграмма 21, $г$ теряет силу. В интервале напряжений от отрицательного пробивного до небольшого положительного, не превышающего результирующей контактной разности потенциалов на p - n переходе (рис. 21, $б$), смещение подвижных носителей не сопровождается значительным их перемешиванием. Нелинейная емкость, проявляющаяся при этом, называется «статической» или «емкостью запиорного слоя».

Эта емкость практически не зависит от частоты, в то время как диффузионная емкость сильно зависит от частоты. Вообще говоря, статическая емкость тоже имеет дисперсию, но в области очень высоких частот. Пока что эта дисперсия не обнаружена экспериментально. По расчетам она лежит в области частот 10^{12} гц ($\lambda = 0,3$ мм). В этом сказывается преимущество электронной природы нелинейной емкости по сравнению с доменной природой. Изобретение полупроводниковых нелинейных конденсаторов принадлежит Б. М. Вулу (1954 г.) В статьях ¹⁹ и ²⁰ дана эквивалентная схема p - n перехода (рис. 22), приведены характерные кривые зависимости емкости сплавных и диффузионных диодов от обратного смещения и изложены основы теории и расчета нелинейных полупроводниковых конденсаторов. В более поздних зарубежных статьях даются аналогичные расчеты и рассматривается применение полупроводниковых конденсаторов без каких-либо ссылок на указанные работы *).

Потери нелинейного конденсатора определяются активной проводимостью. На рис. 22 приведена эквивалентная схема описанного

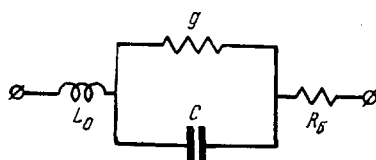


Рис. 22. Эквивалентная схема кристаллического диода, используемого в качестве нелинейного конденсатора.

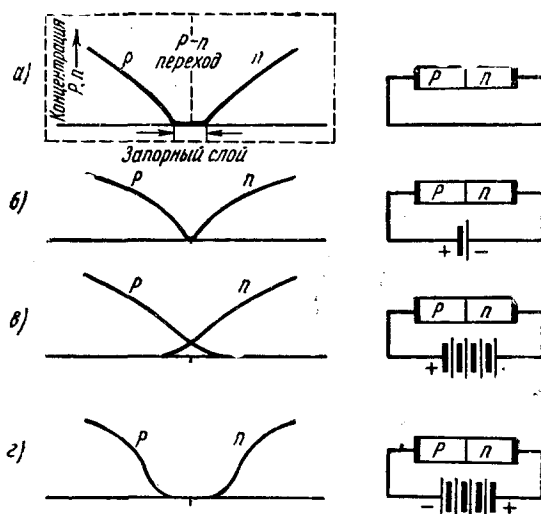


Рис. 21. Диаграмма изменения толщины запиорного слоя перехода в зависимости от напряжения: $а$ — смещение равно нулю; $б$ — малое прямое; $в$ — большое прямое смещение; $г$ — обратное смещение.

Джаколетто и О'Коннелом²¹ нелинейного конденсатора для СВЧ в виде плоскостного германиевого диода. Указанная эквивалентная схема оказалась справедливой для очень широкого диапазона частот от 1 до 800 Мгц. Индуктивность L_0 учитывает индуктивность выводов. Ее величина в описываемом образце была равна $L_0 = 2,6 \cdot 10^{-3}$ мкгн. Для уменьшения L_0 вывод был сделан коротким и толстым проводником.

Сопротивление базы R_6 учитывает сопротивление в слое n -германия между контактом базы и поверхностью запирающего слоя перехода. Качество нелинейной емкости при использовании ее в области СВЧ определяется верхней критической частотой

$$\nu_B = \frac{1}{2\pi R_6 C_{\min}}, \quad (4,1)$$

где C_{\min} — наименьшее достижимое значение нелинейной емкости. Сопротивление базы R_6 обратно пропорционально площади перехода, емкость C — прямо пропорциональна его площади; поэтому ν_B не зависит от площади перехода. Для повышения ν_B толщина базы должна быть как можно меньше, а проводимость ее — достаточно высокой. Проводимость базы определяется концентрацией примесей, которая в свою очередь связана с величиной пробивного напряжения. В описываемом образце $R_6 = 0,5$ ом, пробивное напряжение около -16 в, $\nu_B \approx 10$ т Мгц.

Величина емкости определяется площадью перехода, которая в данном случае равна поверхности контакта точки индия, выпавленного в германий с n -проводимостью. Емкость C в описываемом образце менялась от 79 до 24,5 пкф при изменении обратного напряжения от -1 в до -15 в. Связь между величиной емкости C и приложенным к переходу напряжением u имеет разный вид в зависимости от характера изменения концентрации акцепторов и доноров в p - n переходе. Если это изменение линейно (диффузионный диод), то

$$C \sim \frac{1}{\sqrt[3]{1 - \frac{u}{\phi}}} \quad (4,2)$$

при резком, обрывистом изменении концентрации (в сплавном диоде)

$$C \sim \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u}{\phi}}}, \quad (4,3)$$

где ϕ — контактная разность потенциала (около 0,5 в). К указанному диоду применимо соотношение (4,3). Относительное изменение емкости $\Delta C/C$ на основании (4,3) имеет вид

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{1}{2} \frac{\Delta u}{\phi - u}. \quad (4,4)$$

Как следует из (4,4), $\Delta C/C$ не зависит от размеров диода, а при больших u не зависит и от материала диода (от ϕ)

$$\frac{\Delta C}{C} \cong -\frac{1}{2} \frac{\Delta u}{u} \quad \text{при } |u| \gg \phi. \quad (4,5)$$

Емкость перехода C шунтируется проводимостью g утечки, которая обусловлена тепловой генерацией и рекомбинацией подвижных носителей заряда. Качество нелинейной емкости в области низких частот определяется нижней критической частотой ν_n

$$\nu_n = \frac{g}{2\pi C_{\max}}, \quad (4,6)$$

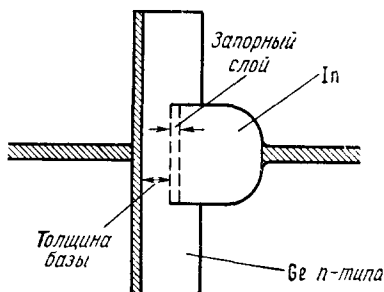


Рис. 23. Геометрия кристаллического диода, используемого в качестве нелинейного конденсатора²¹. Толщина пластинки германия 0,05 мм, размеры капли индия 0,5 мм.

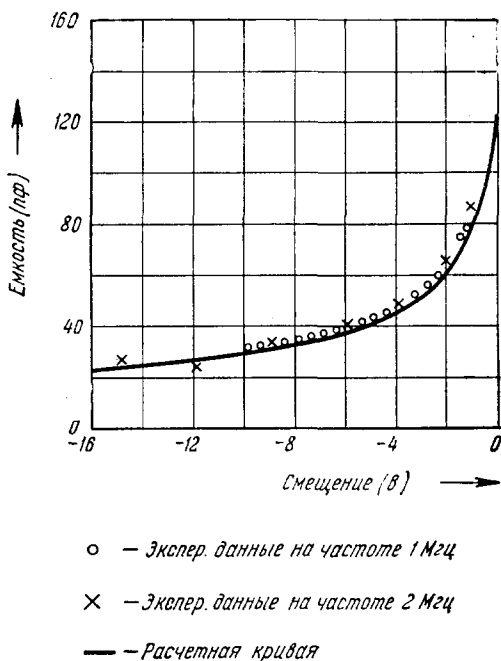


Рис. 24. Емкость кристаллического диода в зависимости от отрицательного смещения²¹.

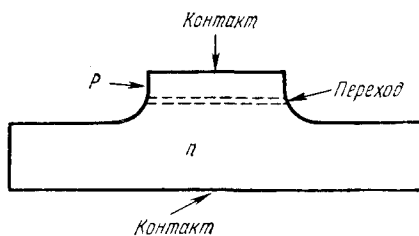


Рис. 25. Геометрия кристаллического диода «столовая гора»²².

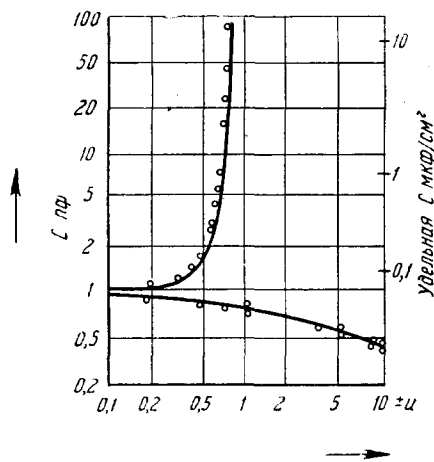


Рис. 26. Зависимость емкости p - n перехода диода «столовая гора» от напряжения смещения²²:

+ u → изменение емкости при увеличении прямого смещения на переходе; — u → изменение емкости при увеличении обратного напряжения; □ — экспериментальные данные на частоте 100 кГц; ○ — экспериментальные данные на частоте 1000 МГц.

где $C_{\text{макс}}$ — наибольшее достижимое значение нелинейной емкости. В описываемом образце $g \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ 1/ом}$, $\nu_n = 10\,000 \text{ гц}$. На рис. 23 показана геометрия описанного диода. На рис. 24 приведена зависимость емкости от отрицательного напряжения смещения. Интересно отметить, что имеется оптимальная частота, на которой величина добротности конденсатора максимальна. Максимальная добротность описываемого конденсатора равна 3000, правда, на сравнительно невысокой частоте 1 Мгц.

Другие виды нелинейных конденсаторов для СВЧ описаны в ²². В частности, диффузионный кремниевый диод «столовая гора» (рис. 25) имеет зависимость емкости от напряжения, показанную на рис. 26. В той же работе ²² имеется упоминание о германиевом диоде с вплавленным контактом, легированном золотом, у которого критическая верхняя частота достигает 40 000 Мгц. Имеются сообщения о массовом изготовлении германиевых диодов для параметрических усилителей с критической частотой 70 000 Мгц ²³.

Вопрос о дробовых шумах, порождаемых электронной проводимостью p - n переходов, рассматривается применительно к параметрическим усилителям в ²⁴.

§ 5. НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

С появлением добротных нелинейных конденсаторов для СВЧ открылась перспектива создания реактивных усилителей сигналов этого диапа-

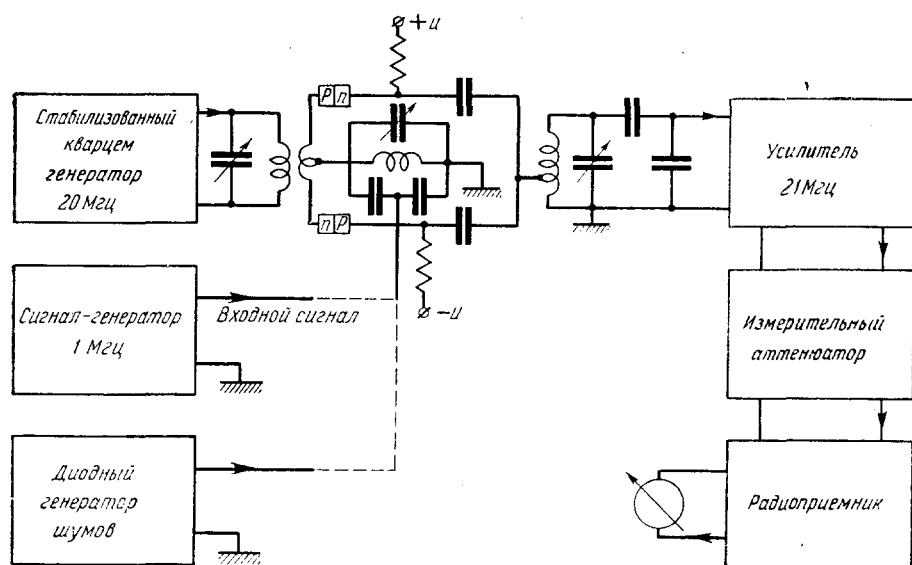


Рис. 27. Схема реактивного усилителя с низким уровнем шумов для сигнала на частоте в 1 Мгц ²⁵.

зона частот. Поскольку в таких усилителях нет горячих катодов, то уровень собственных шумов в них может быть сделан весьма низким. К тому же параметрический усилитель не требует для своей работы очень низкой температуры, как масер, и, следовательно, значительно проще в обслуживании. В июньском номере PIRE за 1958 г. появился ряд предварительных сообщений об опытных образцах разных параметрических усилителей.

1. Реактивный широкополосный усилитель с низким уровнем шумов²⁵

Схема его показана на рис. 27. Она отличается от схемы обычного балансного диэлектрического усилителя только тем, что отбор мощности происходит на одной (верхней) боковой полосе частот. В качестве двух нелинейных конденсаторов использовались типовые кремниевые диоды с более или менее однотипными параметрами. Основные характеристики этого усилителя приведены в таблице:

Частота сигнала	1 Мгц
Несущая частота	20 Мгц
Выходная частота	21 Мгц
Относительная ширина полосы на входе . .	10%
Усиление по мощности	10 дб
Эффективная температура шумов усилителя	30° К
Полная эффективная температура	40° К

Эффективная температура шумов определялась в соответствии с формулой $T_{\text{эфф}} = T_0 (F - 1)$, где F — шум-фактор, а T_0 — стандартная температура 290° К. Диоды находились при комнатной температуре. Дополнительные измерения, проведенные при охлаждении входного контура жидким азотом, показали, что тепловые шумы этого контура составляют большую часть собственных шумов.

2. Экспериментальные характеристики микроволнового параметрического усилителя на полупроводниковом диоде²⁶

Усилитель собран по схеме обращаемого модулятора. Задача создания фильтров на нужные частоты сигнала ν_c , несущую ν_0 и резонансную $\nu_0 - \nu_c$ остроумно решена с помощью прямоугольного резонатора

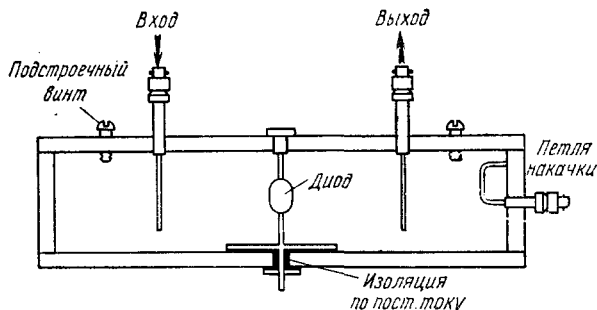


Рис. 28. Схема микроволнового параметрического усилителя²⁶.

(рис. 28). Используя три возмущенных типа колебаний TE_{103} , TE_{301} и TE_{101} в прямоугольном волноводе с емкостным диодом в средней его части, авторам удалось получить три резонансные частоты:

$$\nu_1 = 1200 \text{ Мгц}, \quad \nu_0 = 3500 \text{ Мгц} \quad \text{и} \quad \nu_2 = \nu_0 - \nu_1 = 2300 \text{ Мгц}.$$

Модуляция емкости диода производилась энергией частоты ν_0 , накачиваемой в резонатор с помощью петли связи от местного генератора. Вход и выход на частотах ν_1 и ν_2 осуществлялись двумя зондами. Специально разработанный германиевый плоскостной диод имел емкость 1 пф при нуле смещения (на низкой частоте) и сопротивление базы 5 ом.

При мощности накачки на частоте $\nu_0 = 3500 \text{ Мгц}$, достигавшей 100 мвт, начиналась генерация на обеих частотах 1200 и 2300 Мгц. При меньшей

мощности накачки можно было получить усиление на каждой из частот ν_1 и ν_2 . Большинство измерений проводилось в усилительном режиме описываемого устройства с усилением на частоте ν_1 при отрицательном смещении около 5 в .

Можно было получить усиление до 40 дб , правда, при таком большом усилении устройство становилось крайне чувствительным к изменению нагрузки, так как в схеме не было развязывающего изолятора или циркулятора. Кроме того, наблюдалось заметное колебание величины усиления за счет остаточной частотной модуляции генератора накачки, имеющего на выходе ваттную лампу бегущей волны и фильтр. Ширина полосы пропускания была равна $1,0\text{ Мгц}$ при усилении в 19 дб и подчинялась соотношению, требующему постоянства произведения коэффициента усиления (по напряжению) на ширину полосы. Наибольшая выходная мощность составляла $1,5\text{ вт}$, динамический диапазон — свыше 100 дб . Предварительные измерения шум-фактора дали при усилении 16 дб величину, не превышающую $4,8\text{ дб}$.

3. Измерения шум-фактора двух типов усилителей с пульсирующей реактивностью, в которых использованы полупроводниковые диоды²⁷

В сообщении²⁷ кратко сообщается об экспериментах с двумя видами параметрических усилительных устройств: необращающим модулятором и усилителем с отрицательным сопротивлением.

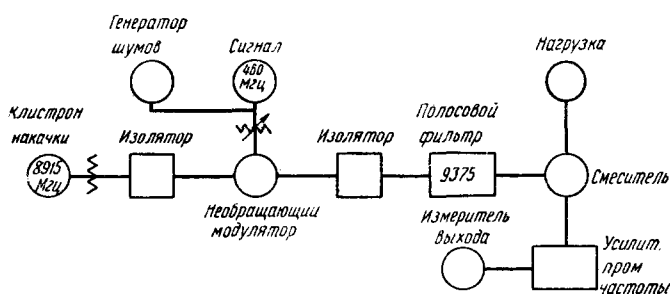


Рис. 29. Блок-схема параметрического усилителя с суммарной комбинационной частотой²⁷.

Необрашающий модулятор имеет схему рис. 29. Частота входного сигнала 460 Мгц , несущая частота модулятора $\nu_0 = 8915\text{ Мгц}$, частота выходного сигнала $\nu_2 = \nu_0 + \nu_1 = 9375\text{ Мгц}$. Выходной сигнал модулятора поступал на измерительный супергетеродинный приемник. Коэффициент усиления модулятора 9 дб . Шум-фактор $2 \pm 0,5\text{ дб}$, что соответствует «температуре шумов» $170 \pm 50^\circ\text{ К}$. Специальных мер согласования генератора накачки с реактивным преобразователем не предпринималось.

При очень тщательной настройке (которую не сразу удастся повторить) был получен коэффициент усиления 21 дб и полный шум-фактор $1,1 \pm 0,5\text{ дб}$ ($87 \pm 40^\circ\text{ К}$). Такое большое значение коэффициента усиления превосходит отношение $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{9375}{460}$; по-видимому, колебания разностной частоты $\nu_0 - \nu_1$ не подавлялись в достаточной степени *).

*) В частности, колебания разностной частоты могли развиваться на контуре, образованном сопротивлением базы и паразитной индуктивностью полупроводникового диода, играющем в данном случае роль балластного контура для колебаний разностной частоты.

Усилитель с отрицательным сопротивлением схематически показан на рис. 30. Частота входного сигнала 6000 Мгц , частота накачки $11\,700 \text{ Мгц}$. Разделение входной и выходной волн осуществлялось циркулятором. Кроме того, циркулятор не пропускал к усилителю тепловые шумы нагрузки. В качестве нелинейной емкости использовались кремниевые и германиевые диоды со сварным контактом, легированные золотом. Емкость C диодов при отсутствии смещения составляла $0,4 \div 2,85 \text{ пкф}$. Кремниевые диоды использовались без смещения, на германиевые — подавалось отрицательное смещение от 1,0 до 1,5 в для снижения емкости до подходящей величины в целях наилучшего усиления.

Был получен стабильный коэффициент усиления 45 дб на частоте сигнала, равной половине частоты накачки ($\nu_1 = \frac{1}{2} \nu_0$). Наблюдалось постоянство произведения ширины полосы на коэффициент усиления. При

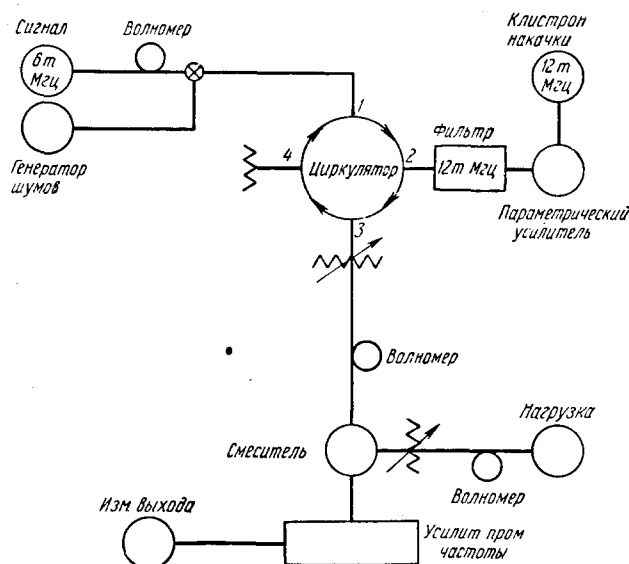


Рис. 30. Блок-схема параметрического усилителя с отрицательным сопротивлением ²⁷.

настройке на максимум усиления 18 дб при $\nu_1 = \frac{1}{2} \nu_0$ (10 Мгц) получена полоса в 8 Мгц с уменьшением усиления на краях полосы до 3 дб .

Параметрический способ усиления в рассматриваемом усилителе приводит к появлению на выходе в полосе частот сигнала следующих компонент шума: 1. Входной шум частоты ν_1 , усиливаемый, как и входной сигнал. 2. Входной шум частоты $\nu_0 - \nu_1$, который преобразуется к ν_1 в процессе усиления. 3. Шум диода частоты ν_1 . 4. Шум диода частоты $\nu_0 + \nu_1$, преобразующийся к частоте $\nu_0 - \nu_1$ в процессе усиления.

Для уменьшения шумов полезно усиливать сигнал с двумя симметричными боковыми полосами при точном равенстве средней частоты половине частоты накачки ($\nu_1 = \frac{1}{2} \nu_0$). В этом случае будет сохраняться когерентность между компонентами спектра сигнала и соответственными $\nu_0 - \nu_c$. При такой симметрии полос шум-фактор был равен 3 дб , а при простом способе усиления — 6 дб . Но при уменьшении эквивалентной температуры входной нагрузки шум-фактор становится менее 6 дб

и при простом способе усиления. Важнейшим источником шумов диода является сопротивление базы R_6 . Анализ показывает, что для уменьшения этих шумов нужно стремиться к уменьшению произведения $q = \nu_1 R_6 C$. Это положение подтвердилось при проверке на многих диодах, испытанных в усилителе с отрицательным сопротивлением. Следует отметить, что в необращающем усилителе на частоте 400 Мгц шум-фактор значительно меньше, чем в усилителе с отрицательным сопротивлением на более высокой частоте 6000 Мгц. Из этого, в частности, можно сделать вывод, что шумы, порождаемые в необращающем модуляторе на частоте $\nu_0 + \nu_1$ (где $\nu_0 + \nu_1 \gg \nu_1$, а следовательно, и $q(\nu_0 + \nu_1) \gg q(\nu_1)$) не так существенны, как шумы на частоте ν_1 , ибо эти последние шумы усиливаются в процессе модуляции.

Геффнер³⁵ считает, что возможно создание параметрических усилителей сантиметрового диапазона частот с шум-фактором 0,5 дб, т. е. с эквивалентной температурой шумов 40° К при комнатной температуре (без охлаждения) всех элементов усилителя.

На III Всесоюзной конференции МВО СССР по радиоэлектронике в г. Киеве 23 января 1959 г. В. С. Эткин и Е. М. Гершензон доложили о параметрическом усилителе, разработанном и испытанном в лаборатории на кафедре проф. Н. Н. Малова в Московском государственном педагогическом институте им. В. И. Ленина. Высокочастотный сигнал имел длину волны 6—7 см, а генератор накачки—3,0—3,5 см. С использованием обычных кристаллических диодов СВЧ удалось осуществить как режим усиления, так и режим генерации.

4. Параметрический электронно-лучевой усилитель

Интересно отметить, что и в усилителе со свободным электронным пучком удастся сильно снизить собственные шумы, если пользоваться параметрическим механизмом усиления. В сообщении²⁸ описывается параметрический электронно-лучевой усилитель, схема которого показана на рис. 31. Резонатор, настроенный на частоту сигнала ν_c , имеет два отверстия связи с электронным пучком, который равномерно движется мимо этих отверстий. Если пролетный угол α между отверстиями равен

на рис. 31. Резонатор, настроенный на частоту сигнала ν_c , имеет два отверстия связи с электронным пучком, который равномерно движется мимо этих отверстий. Если пролетный угол α между отверстиями равен

$$\alpha = \left(2n + \frac{3}{2}\right)\pi, \\ n = 0, 1, 2, \dots,$$

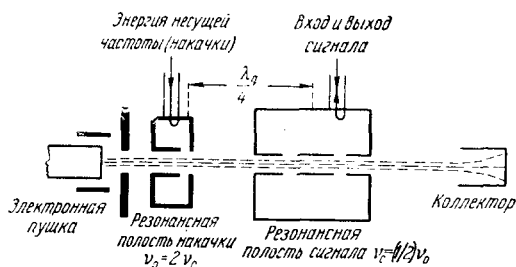


Рис. 31. Схема электронно-лучевого параметрического усилителя²⁸.

то электронный пучок наводит в резонаторе чистое отрицатель-

ное сопротивление. Наводимое пучком отрицательное сопротивление компенсирует затухание в полости резонатора и может вызвать генерацию.

Если же пролетный угол α сделать на четверть периода большим или меньшим указанного выше, то пучок будет наводить в резонаторе чисто реактивное сопротивление:

$$\alpha = (2n + 1)\pi \text{ для положительной реактивности,} \\ \alpha = (2n + 2)\pi \text{ для отрицательной реактивности.}$$

Эта наводимая пучком реактивность изменит резонансную частоту полости без изменения затухания. Если теперь промодулировать электронный

пучок, возбуждая колебания в резонансной полости накачки (см. рис. 31), то тем самым будет создана модуляция реактивного параметра в резонаторе сигнала. Оптимальное расстояние между резонаторами, необходимое для формирования модулированного по плотности пучка, составляет $1/4$ эффективной плазменной длины волны.

При частоте накачки, равной удвоенной частоте резонатора сигнала, происходит параметрическая подкачка энергии в контур резонатора сигнала, т. е. описываемый усилитель представляет собой выполненный в области СВЧ с использованием модулированного электронного пучка и новой техники одноконтурный параметрический усилитель, принцип которого был предложен в 30-х годах школой Мандельштама и Папалекси⁶.

Ценной особенностью параметрического электронно-лучевого усилителя является то, что даже при наличии высокого уровня дробовых шумов в электронном пучке уровень шумов, наведенных в резонатор, будет низок. Так как расстояние между отверстиями резонатора мало по сравнению с плазменной длиной волны, ток пучка против отверстий в первом приближении имеет одинаковую амплитуду и находится в п р о т и в о ф а з е, если пролетный угол равен

$$\alpha = (2n + 1)\pi.$$

Другими словами, выбирая пролетный угол равным π , 3π , 5π и т. д., можно осуществить параметрическое усиление сигнала и при этом, в первом приближении, будет отсутствовать связь резонатора сигнала с шумовой компонентой тока электронного пучка.

В экспериментальной установке, соответствующей рис. 31, наблюдались как усиление, так и генерация колебаний при достаточно глубокой модуляции пучка. Шумы не измерялись. В таблице указаны некоторые из измеренных характеристик:

Резонатор сигнала:	
резонансная частота ν_c	4150 Мгц
пролетный угол α	3π радиан
<hr/>	
Частота накачки ν_0	8300 Мгц
Напряжение пучка	2450 в
Ток пучка	18 ма
Мощность накачки	140 мвт
Максимальное усиление	20 дб

На рис. 32 показаны осциллограммы выходного сигнала при качании частоты входного сигнала и при разных уровнях накачиваемой энергии в режиме непрерывной генерации на фиксированной частоте ν_0 . В случае рис. 32, а накачиваемая энергия равна нулю, электронный пучок не модулирован. На резонансной частоте наблюдается уменьшение амплитуды сигнала, подаваемого на вход усилителя от перестраиваемого клистрона. Вход и выход усилителя не развязаны, осциллограмма дает обычную картину резкого увеличения поглощения энергии полостью на резонансной частоте. Осциллограмма рис. 32, б показывает уменьшение затухания в резонаторе, она снята при мощности накачки в 35 мвт. Осциллограммы рис. 32, в — д сняты при мощности накачки соответственно 56, 82 и 140 мвт.

В данном вырожденном параметрическом усилителе важны фазовые соотношения между сигналом и модуляцией параметра. При качании частоты сигнала возникает непрерывное изменение этих фазовых соотношений и соответственное колебание коэффициента усиления между наибольшей величиной «сильного» и наименьшей величиной «слабого» резонанса. Если употребить достаточно малоинерционный детектор на выходе,

то такие колебания коэффициента усиления можно наблюдать. На осциллограмме рис. 33 показана полоса осциллирующий коэффициента усиления, снятая в том же режиме, что и осциллограмма рис. 32, *д*, с малоинерционным детектором и в увеличенном масштабе.

О другом, параметрическом усилителе с электронным пучком сообщается в ²⁹.

Кроме описанного применения высокочастотной нелинейной реактивности в параметрических усилителях, она может быть использована и в других разнообразных устройствах, где необходимо преобразование частоты, генерирование гармоник или субгармоник. Но этим не исчерпы-

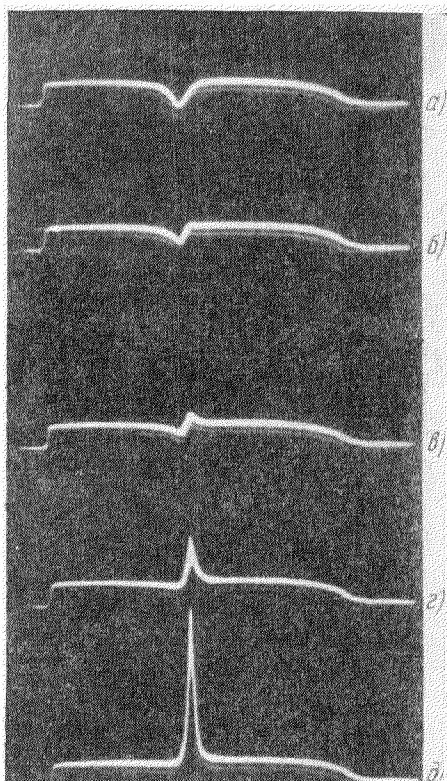


Рис. 32. Осциллограммы зависимости усиления от мощности накачки ²⁸.

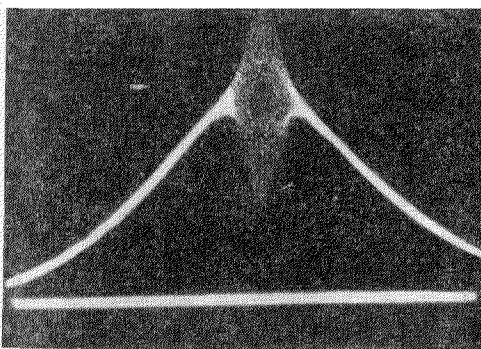


Рис. 33. Колебания коэффициента усиления при изменении фазовых соотношений в усилителе с кратной частотой накачки ²⁸.

ваются возможности нелинейных реактивных элементов. Весьма поучителен пример использования нелинейной емкости в синтезе с нелинейным сопротивлением в спусковой (триггерной) схеме ^{30, 31}. На

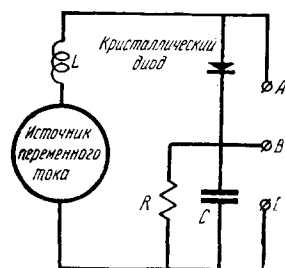


Рис. 34. Спусковая (триггерная) схема с двумя устойчивыми состояниями ³⁰.

рис. 34 показана схема, обладающая двумя положениями устойчивого равновесия. Контур, составленный из последовательно включенных индуктивности L и емкости полупроводникового диода C_d , питается высокочастотным источником переменного тока. В схеме был использован диод, описанный в ²¹. Параллельно включенные R и C являются фильтром постоянной составляющей, появляющейся в результате выпрямительного действия полупроводникового диода. Величина емкости C значительно больше C_d , а постоянная времени фильтра RC намного превышает период подводимого к контуру высокочастотного напряжения. Соотношение между периодом входного напряжения T и периодом контура $T_0 = 2\pi \sqrt{LC_d}$ выбирается так, чтобы при отсутствии смещения выполнялось неравенство

$$T_0 > T,$$

а при большом обратном смещении наоборот

$$T_0 < T.$$

Выпрямленное выходное напряжение в схеме рис. 34 (между клеммами *BC*) является одновременно и напряжением обратного смещения для полупроводникового диода. С изменением амплитуды входного напряжения выпрямленное напряжение на клеммах *BC* будет меняться согласно графику рис. 35. По мере увеличения амплитуды от нуля будет наблюдаться соответственно почти линейный рост напряжения (кривая на участке 1—2 рис. 35). Так будет до тех пор, пока с уменьшением емкости C_d контур L, C_d не войдет в резонанс. При приближении к резонансу переменное напряжение на емкости C_d начинает быстро расти; при этом постоянная составляющая напряжения на фильтре RC тоже растет, вызывая в свою очередь дальнейшее уменьшение C_d и соответственно большее приближение к резонансу. Так возникает лавина скачкообразного изменения выходного напряжения (участок 2—3 на рис. 35). При дальнейшем увеличении входного напряжения напряжение на выходе меняется мало. При движении назад по графику рис. 35 в точке 5 возникает лавина скачкообразного уменьшения выходного напряжения. В интервале входных напряжений 0,2—0,7 в схема имела два устойчивых положения равновесия. Импульсивное увеличение входного

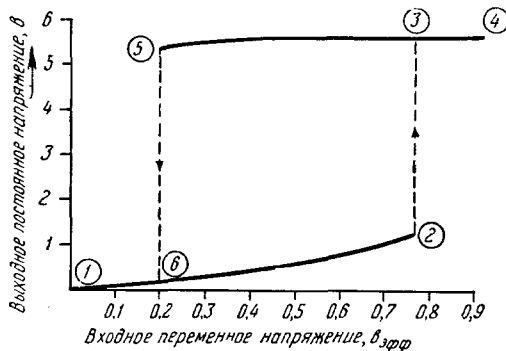


Рис. 35. График зависимости выходного постоянного напряжения на клеммах *BC* от переменного входного напряжения в схеме рис. 34.

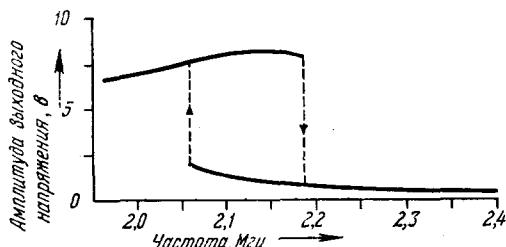


Рис. 36. График зависимости выходного переменного напряжения на клеммах *AC* от частоты входного переменного напряжения в схеме рис. 34.

напряжения. При подходящих условиях схема может запускаться светом, падающим на p - n переход. Используя несколько последовательных ячеек вида рис. 34 и обратные связи, можно получить мультивибратор и т. п. схемы.

Вообще говоря, спусковая схема с использованием петли нелинейного резонанса может быть осуществлена и на других реактивных нелинейных элементах: катушках с ферромагнитным сердечником или конденсаторах с сегнетоэлектриком, а не только на кристаллическом диоде. Но в данном случае обеспечивается высокочастотность схемы и легкость манипуляций. В частности, применяя в схеме рис. 34 источник

напряжения до 0,75 в переводило систему на верхний уровень выходного напряжения, а уменьшение входного напряжения до 0,15 в возвращало на нижний уровень. Переброс в системе можно осуществлять и другими способами: изменением смещения или изменением частоты входного напряжения. На рис. 36 показан график изменения выходного выпрямленного напряжения в схеме рис. 34 при вариации частоты входного

переменного тока частоты $2,2 \text{ МГц}$, $C = 330 \text{ пф}$, $R = 50 \text{ ком}$, настраиваемую индуктивность $L = 64\text{--}105 \text{ мкГн}$, удалось получить скачки с длительностью перехода около 2 мксек . Следует отметить, что уменьшение емкости C или увеличение частоты источника переменного тока уменьшает длительность переднего фронта, но оказывает малое действие на длительность спада. Очень большие значения R , обостряя передний фронт, вызывают длинный, медленный спад.

Схема рис. 34 может быть усовершенствована использованием двух одинаковых диодов в балансном включении, а также применением транзистора в качестве двух диодов с нелинейными емкостями и проводимостями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели далеко не все аспекты применения реактивных нелинейных элементов и затронули только некоторые из их характерных свойств. Задача, которую мы ставили, сводилась к тому, чтобы привлечь внимание широких кругов научных работников, работающих в области электроники или использующих электронику, к нелинейным реактивным и, в частности, параметрическим системам и на открывающиеся перспективы применения таких систем в некоторых устройствах, вместо более громоздких, более сложных и менее надежных ламповых устройств, а также для решения новых задач техники усиления, модуляции, управления и т. п. Очень важным в развитии реактивных нелинейных устройств является отыскание и изучение новых легко управляемых высокочастотных и безынерционных реактивных элементов. В частности, ведутся работы по использованию в параметрических системах явлений ферромагнитного резонанса^{32, 33, 34, 35}. Колебательные явления в этих системах аналогичны явлениям в рассмотренных реактивных модуляторах, однако они связаны также с рядом физических особенностей поведения ферромагнетиков в полях СВЧ.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Фельдбаум, Введение в теорию нелинейных цепей, М.—Л., 1948 г.
2. Meide, Pogg. Ann. 109, 5 (1859); 111, 513 (1860).
3. Rayleigh, Phil. Mag. 229, апрель (1883).
4. Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси, А. А. Андронов, А. А. Витт, Г. С. Горелик, С. Э. Хайкин, Новые исследования нелинейных колебаний, М., 1936.
5. Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси, ЖТФ 4, 5 (1934).
Н. Д. Папалекси, Электричество, № 11, 67 (1938).
6. Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси, ИЭСТ, № 3, 1 (1935).
7. Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси, ЖТФ 3, 1141 (1933).
8. Г. С. Горелик, ЖТФ 4, 1783 (1934); 5, 195 и 489 (1935); Techn. Phys. of the USSR 2, 135 (1935).
9. Л. И. Мандельштам, Полное собрание трудов, II, работы 53, 55. АН СССР, 1947.
10. Н. Д. Папалекси, Journ. of Phys. Acad. Sc. USSR, 1, 373 (1939).
(Н. Д. Папалекси, Собрание трудов, работа 13, АН СССР, 1948 г.)
11. J. M. Manly and H. E. Rowe, PIRE 44, № 7, 904 (1956).
12. В. Е. Боголюбов, Электричество, № 6, 42 (1949).
13. H. E. Rowe, PIRE 46, № 5, 850 (1958).
14. S. Bloom and K. Chang, RCA Rev. 18, декабрь, 578 (1957).
15. H. Heffner and G. Wide, JAP, 29, № 9, 1321 (1958).
16. D. Leeson, BSTJ 37, № 4, 989—1008 (1958).
17. Фокс, Миллер и Вейс, Свойства ферритов и их применение в диапазоне СВЧ, «Сов. радио», М. 1956.
18. S. H. Autler, PIRE 46, № 11, 1880—1881 (1958).
19. Б. М. Вул, ЖТФ 25, в. 1, 3 (1955).
20. Б. М. Вул, Радиотехника и электроника 1, в. 8, 1040 (1956).
21. J. O'Connell and L. J. Giacoletto, RCA Rev., т. XVII, № 1, 68 (1956).
22. A. Uhlig, PIRE 46, № 6, 1099 (1958).

23. PIRE 47, № 3, 241A (1959).
 24. A. Uhliir, BSTJ, XXXVII, № 4, 951 (1958).
 25. B. Salzberg, E. W. Sard, PIRE 46, № 6, 1303 (1958).
 26. H. Heffner, K. Kotzebue, PIRE 46, № 6, 1301 (1958).
 27. G. F. Herrmann, M. Uenohara, A. Uhliir, PIRE 46, № 6, 1301 (1958).
 28. T. J. Bridges, PIRE 46, № 2, 494 (1958).
 29. R. Adler, PIRE 46, № 6, 1300 (1958).
 30. E. O. Keizer, RCA Rev. XVIII, № 4, 475 (1957).
 31. В. И. Самойленко, И. А. Г л о т о в, Изв. вузов МВО СССР, радиотехн. 2, № 1, 38 (1959).
 32. H. Shul, Phys. Rev. 106, № 2, апр., 384 (1957).
 33. M. T. Weiss, Phys. Rev. 107, № 1, июль, 317 (1957).
 34. А. Л. Микаэлян, Радиотехника и электроника, 3, в. 11, 1323 (1958).
 35. PIRE WESCON Convention record, part 3, 1958.
-