1958 г. Июнь *Т. LXV, вып. 2*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ*)

Е. Вигнер

ВВЕДЕНИЕ

Основной темой моего выступления является глубокое различие взаимоотношений специальной теории относительности и квантовой теории, с одной стороны, и общей теории относительности и квантовой теорий — с другой. Большинство выводов, касающихся общей теории относительности, о которых будет идти речь**), получено совместно с Селекером (H. Salecker).

Коротко говоря, различие между двумя указанными взаимоотношениями состоит в том, что в то время как не существует никаких принципиальных проблем, ставящих границы между специальной теорией относительности и квантовой теорией, у общей теории относительности и квантовой механики едва ли можно обнаружить точки соприкосновения. Утверждение, что между квантовой механикой и специальной теорией относительности нет никаких принципиальных противоречий вовсе не означает, что математическая формулировка обеих теорий сочетается естественным образом. Напротив, потребовалась весьма тонкая работа, выполненная Томонага, Швингером, Фейнманом и Дайсоном, чтобы согласовать квантовую механику с постулатами специальной теории относительности; следует отметить, что и в настоящий момент этот вопрос разрешен только на некотором «рабочем» уровне. Отсутствие принципиальных противоречий означает лишь то, что те представления, которыми пользуются в квантовой механике — определение положения, измерение импульса и другие,— являются теми же самыми представлениями, с помощью которых формулируются постулаты специальной теории относительности. Следовательно, возможно по крайней мере сформулировать требования инвариантности специальной теории относительности для квантовой теории и выяснить, удовлетворяются эти требования или нет. То обстоятельство, что ответ на этот вопрос скорее «н е т», чем «д а», что квантовая механика до сих пор еще не согласована полностью с постулатами специальной теории относительности, быть может, тревожно. Однако все это ни в какой степени не меняет того факта, что вопрос о соответствии этих двух теорий по крайней мере может быть четко сформулирован и что вопрос об инвариантности квантовой механики в смысле специальной теории относительности в настоящее время приобрел скорее характер головоломки, чем проблемы.

Совсем не так обстоит дело в общей теории относительности. Основная предпосылка этой теории заключается в том, что координаты являются

*) Речь при оставлении поста президента Американского физического общества, произнесенная 31 января 1957 г. Reviews of modern physics 29, 255 (1957).

**) Соответствующая подробная работа будет опубликована в другом месте.

вспомогательными величинами, которые могут быть для каждого события взяты произвольно. Следовательно, определение положения, т. е. пространственных координат, является определенно не имеющим смысла, измерением, если принять постулаты общей теории относительности: координатам можно придать совершенно произвольное значение. То же самое можно сказать и об импульсе. Многие из нас прилагали немалые усилия для того, чтобы разобраться в том, как, исходя из этих предпосылок общей теории относительности, сделать ее утверждения и предсказания имеющими какой-то смысл вообще. Очевидно, что обычные утверждения относительно будущего положения частиц, определяемого их координатами, в общей теории относительности не имеют смысла. Это обстоятельство, которое нельзя не подчеркнуть особо, служит основой гораздо более глубокой дилеммы, чем более технический вопрос лоренцевой инвариантности уравнений квантовой теории поля. Оно проходит через всю общую теорию относительности, и мы до какой-то степени обманываем и себя, и студентов, когда подсчитываем, например, движение перигелия Меркурия, не объясняя, как расположена в пространстве избранная нами координатная система, которая определяется таким образом, что она не может поворачиваться на несколько секунд в год, соответствующих видимому движению перигелия. Конечно, ось x нашей координатной системы могла бы быть определена и таким образом, чтобы она проходила через все последовательные положения перигелия. Но во всяком случае должны быть сделаны некоторые предположения о природе координатной системы, благодаря которым она не следует за перигелием. Не составляет большого труда выяснить эти предположения в случае движения перигелия, и очень полезно эти предположения выяснять. В общем, это отнюдь не академическая задача, хотя в случае задачи движения перигелия Меркурия она, быть может, и является таковой. Различия в молчаливых предположениях при выборе координатной системы, как это становится все более и более ясно, лежат в основе многих противоречивых результатов, полученных из расчетов, выполненных на основе общей теории относительности. Выражение наших результатов через значения координат стало у нас до такой степени привычкой, что мы твердо держимся этой привычки также и в общей теории относительности, где значения координат не являются имеющими смысл per se (сами по себе). Для того чтобы придать им смысл, с пространственно-временными событиями должна быть некоторым образом связана моллюскоподобная координатная система; эта связь зачастую делается весьма неотчетливо. Если мы хотим привести общую теорию относительности к такому виду, чтобы ее можно было сопоставлять с квантовой механикой, нашей первой задачей должно быть приведение утверждений общей теории относительности в такую форму, чтобы они соответствовали основным принципам самой общей теории относительности. Ниже будет рассказываться о том, как это можно попытаться сделать.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СИСТЕМ

Связь между специальной теорией относительности и квантовой механикой наиболее проста для отдельных частиц. Уравнения для частиц и свойства этих уравнений при отсутствии взаимодействий могут быть получены уже из требований релятивистской инвариантности. Следует различать два случая: частица может или не может находиться в состоянии покоя. Если частица может находиться в состоянии покоя, то в этой координатной системе она будет вести себя, как и всякая другая частица,

подобно атому. Она будет обладать полным моментом, обозначаемым J, в случае атома, или спином S в случае элементарной частицы. Это приводит к различным возможностям, с которыми мы знакомы по спектроскопии,— значениям спина 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2 ..., каждый из которых соответствует определенному типу частиц. Если частицу нельзя привести к состоянию покоя, ее скорость всегда должна быть в точности равна скорости света, потому что всякая другая скорость может быть преобразована к покою. Масса покоя таких частиц равна нулю, поскольку ненулевая масса покоя влечет за собой бесконечную энергию, если частица перемещается со скоростью света.

Частицы с нулевой массой покоя имеют только два направления поляризации, независимо от того, каково значение их спина. Это отличает их от частиц с отличной от нуля массой покоя и спином S, которые имеют $2S+1$ направления поляризации. Электромагнитное излучение, т. е. свет,— наиболее известный пример такого случая. «Спин» света равен единице, но у света есть только два направления поляризации вместо $2S+1=3$. Число возможных состояний поляризации как бы делает резкий скачок до двух при уменьшении массы покоя и достижения значения, равного нулю. Басс и Шредингер[2] подробно проследили этот процесс для электромагнитного излучения, т. е. для случая $S=1$. Полезно отметить, что это уменьшение числа возможных поляризаций является следствием только преобразований Лоренца и справедливо для всех значений спина.

Нет ничего существенно нового, что можно было бы сказать о числе возможных поляризаций частицы, и главной целью настоящего раздела является просто освещение этого вопроса с несколько иной точки зрения[3]. Вместо того чтобы ставить вопрос, «почему частицы с нулевой массой покоя имеют только два направления поляризации», мы поставим этот же вопрос в слегка измененной форме: «почему частицы с отличной от нуля массой покоя имеют более чем два направления поляризации».

Внутренний момент количества движения частицы с нулевой массой покоя параллелен направлению ее движения, другими словами, параллелен ее скорости. Таким образом, если мы будем связывать какое-то внутреннее движение со спином, то это движение будет перпендикулярно к скорости. В случае света мы говорим о поперечной поляризации. Далее,— и это есть центральный пункт рассуждения — утверждение о том, что спин направлен параллельно скорости, является релятивистски инвариантным утверждением: оно справедливо и в том случае, если частица рассматривается в движущейся системе координат. Если вопрос о поляризации рассматривается с этой точки зрения, то возникает вопрос «почему момент количества движения частицы с конечной массой покоя не может быть параллельным скорости частицы» или в иной форме: «почему кроме случая распространения со скоростью света плоская волна не может иметь поперечную поляризацию». Ответ заключается в том, что и момент количества движения превосходно может быть параллелен направлению движения и что плоская волна может иметь поперечную поляризацию при скоростях, меньших скорости света, но оба утверждения не являются лоренц-инвариантными. Другими словами, если скорость и спин параллельны в одной системе координат, они оказываются вовсе не параллельными в других координатных системах. Это наиболее ясно в том случае, если другая координатная система совпадает с покоящейся частицей: в этой координатной системе момент количества движения ничему не должен быть параллелен. Однако всякая частица, если только она не имеет световую скорость, может быть рассмотрена в системе координат, где она покоится. В этой координатной системе ее момент количества

движения заведомо не параллелен ее скорости. Следовательно, утверждение о том, что спин и скорость частицы параллельны, не может иметь универсального значения для частиц с конечной массой покоя, и такая частица должна обладать также и другими состояниями поляризации.

Быть может, стоит остановиться на этом несколько подробнее. Рассмотрим частицу, находящуюся в покое и обладающую заданным направлением поляризации, скажем в направлении оси z. Теперь рассмотрим ту же самую частицу с точки зрения координатной системы, движущейся в направлении отрицательной оси z. Рассматриваемая частица будет представляться имеющей скорость в направлении оси z, а ее поляризация будет параллельна ее скорости (рис. 1). Покажем теперь, что последнее утверждение является почти инвариантным, если скорость достаточно велика. Очевидно, что утверждение полностью инвариантно по отношению к повороту относительно оси z и по отношению к дальнейшему увеличению скорости в направлении оси z. Это иллюстрируется в нижней части рисунка. Координатная система, во-первых, поворачивается влево и далее ей сообщается скорость в направлении, противоположном старой оси z. Состояние системы, казалось бы, станет точно таким же, как если бы мы сначала сообщили системе скорость в отрицательном направлении оси z, а уже затем повернули. Эта операция изображена в верхней части рисунка. Состояние системы представляется одинаковым не только по всем физическим соображениям, но еще и потому, что две координатные системы вполне тождественны и обе служат для рассмотрения одной и той же частицы (см. Дополнение I).

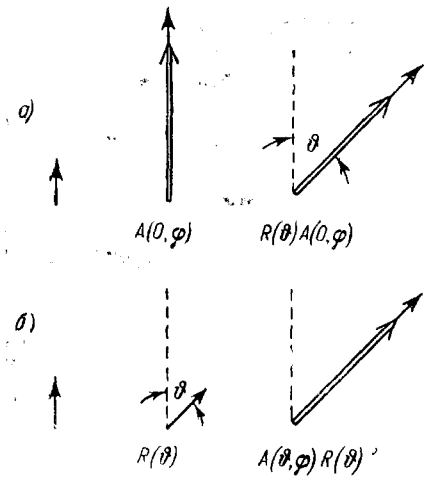

Рис. 1. Короткие одинарные стрелки обозначают спин, двойные стрелки обозначают скорость частицы. Мы получаем то же состояние, независимо от того, а) сообщим ли мы сначала системе координат скорость в направлении спина, а затем повернем ее: $R(\vartheta)A(0,\varphi)$; или б) сначала повернем ее, а затем придадим ей скорость в направлении спина: $A(\vartheta,\varphi)\,R(\vartheta)$. См. Дополнение I, соотношения (I.3).

Теперь возьмем частицу, имеющую большую скорость в направлении оси z, и рассмотрим ее с точки зрения системы координат, движущейся в направлении отрицательной оси y. Частица будет теперь представляться обладающей моментом количества движения также и в направлении оси y, а ее скорость будет иметь направление, заключенное между осью z и осью y (рис. 2). Но ее спин уже не будет больше направлен по направлению скорости. В нерелятивистском случае, т. е. в том случае, когда все скорости малы по сравнению со скоростью света, спин будет сохранять свое направление, параллельное оси z, и поэтому будет составлять некоторый угол с направлением движения частицы. Это и указывает на то, что утверждение о том, что спин параллелен направлению движения, не инвариантно в нерелятивистской области. Однако, если начальная скорость частицы близка к скорости света, благодаря лоренцевскому сокращению тангенс угла ζ между спином и скоростью частицы определяется выражением

$$\operatorname{tg}\zeta = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\sin\vartheta, \qquad (1)$$

где ϑ — угол между скоростью v в движущейся системе координат и скоростью в покоящейся системе координат. Последнее положение изображено в нижней части рисунка. Если скорость частицы мала по сравнению со скоростью света, направление спина продолжает оставаться прежним и одним и тем же как в движущейся системе координат, так и в системе координат, где частица покоится. С другой стороны, если скорость частицы близка к скорости света, скорость увлекает с собою спин и угол между направлением движения и спином становится в движущейся системе координат очень малым. Наконец, если частица приобретает скорость, равную скорости света, утверждение о том, что «спин параллелен направлению скорости», остается справедливым в любой координатной системе. Опять же это обстоятельство не есть следствие каких-либо физических свойств спина, а есть следствие свойств преобразования Лоренца: это — разновидность лоренцева сокращения. Все это и является причиной различного поведения частиц с конечной массой покоя и частиц с нулевой массой покоя в том, что касается числа возможных состояний поляризации. (Детали вычислений приведены в Дополнении I).

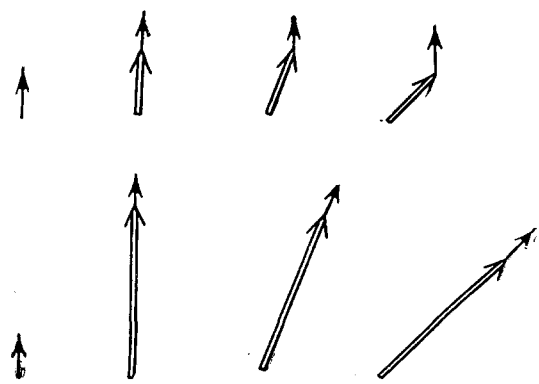

Рис. 2. Вначале частица получает небольшую скорость в направлении ее спина, а затем нарастающие скорости в перпендикулярном направлении (верхняя часть рисунка). Направление спина остается практически неизменным; это приводит к постепенному нарастанию значительного угла между спином и скоростью по мере возрастания скорости в перпендикулярном направлении. Если скорость, сообщенная частице, велика (нижняя часть рисунка), направление спина представляется следующим за направлением скорости. См. Дополнение I, соотношения (I.8) и (I.7).

Только что изложенное рассуждение дает даже больше того, на что мы рассчитывали: оно не только показывает, что утверждение «для частиц с нулевой массой покоя спин параллелен скорости» является инвариантным, но и то, что, по релятивистским соображениям, необходимо скорее о д н о состояние поляризации, чем д в а. Это верно до тех пор, пока мы рассматриваем лишь собственные преобразования Лоренца. Второе состояние поляризации, в котором спин и скорость антипараллельны, возникает в результате использования зеркальной симметрии. И это обстоятельство может быть проиллюстрировано снова на примере света: свет круговой поляризации с правым вращением всегда будет круговым правополяризованным светом во всех лоренцевских системах отсчета, которые могут быть получены одна из другой путем непрерывного преобразования. Только тогда, когда мы будем рассматривать правополяризованный свет в зеркале, он станет для нас левополяризованным. Постулат о существовании зеркальной симметрии позволяет нам сделать вывод о существовании левополяризованного света на основании наличия правополяризованного света; если бы в реальном мире не существовало такой зеркальной симметрии то существование д в у х видов поляризации света, с фактически тождественными свойствами, представлялось бы делом весьма удивительным. Совершенно иная ситуация имеет место для частиц

с конечной массой покоя. Для таких частиц $2S+1$ направление поляризации следует из инвариантности теории по отношению к собственным преобразованиям Лоренца. В частности, если частица покоится, спин будет иметь различные ориентации по отношению к координатным системам, различно ориентированным в пространстве. Таким образом, существование всех состояний поляризации следует из существования одного из них, если только теория инвариантна по отношению к собственным преобразованиям Лоренца. Для частиц с нулевой массой покоя имеются только два возможных состояния поляризации, и даже существование второго из них можно ввести лишь на основе зеркальной симметрии.

ЗЕРКАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

Проблемы зеркальной симметрии и вопрос о самом ее существовании получили дальнейшее развитие в недавних теоретических и экспериментальных исследованиях. В настоящее время нельзя добавить ничего существенного к тем замечаниям и предположениям, которые были сделаны Ли, Янгом и Эме; все следствия из этих соображений были высказаны или по крайней мере подразумевались у Салама, Ли, Янга и Эме[4]. Полный размах расхождения с представлениями, имевшими место до настоящего времени, по-видимому, лучше всего может быть постигнут рассмотрением опытов Ву, Амблера, Хэйворда, Хоппса, Хадсона с кобальтом.

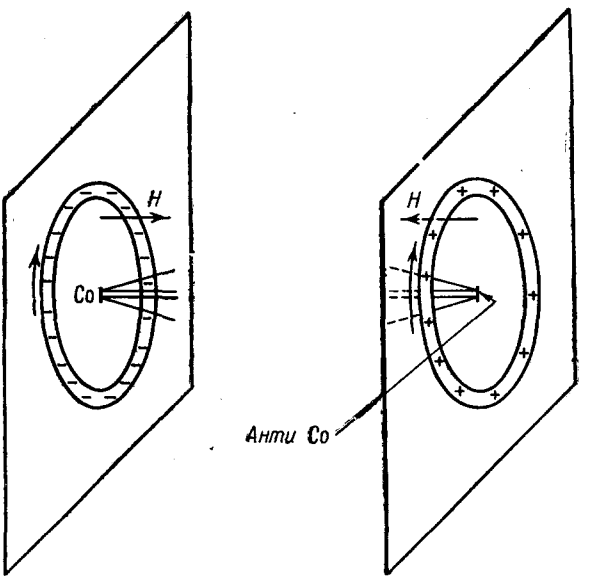

Рис. 3. Правая сторона представляет собой зеркальное изображение левой стороны, согласно той интерпретации экспериментов по исследованию четности[4a], которая сохраняет отражение как элемент симметрии всех физических законов. Тогда следует предположить, что отражение превращает материю в антиматерию: электронный круговой ток становится круговым током позитронов, радиоактивный кобальт заменяется радиоактивным антикобальтом.

Круговой ток — это может быть непрерывный ток в сверхпроводнике — создает магнитное поле. Кобальтовый источник, испускающий β-частицы, находится в плоскости тока (рис. 3). Все экспериментальное устройство, как это видно из рис. 3, имеет плоскость симметрии, и, если принцип причинности справедлив, эта плоскость симметрии сохранит свое значение в течение последующего развития системы. Другими словами, поскольку правая и левая стороны плоскости первоначально имеют тождественные свойства, нет никаких разумных оснований для того, чтобы возникли какие-то различия в их свойствах и в последующем. Тем не менее интенсивность β-излучения на одной стороне плоскости больше, чем на другой. Возникает парадоксальная ситуация совершенно безотносительно к тому, каков механизм явления, и фактически еще более парадоксальная, если отвлечься от механизма явления и теории совершенно.

Если можно идеализировать экспериментальную установку так, как описано выше, то представляется, что нарушается даже и принцип причинности.

Естественно пытаться найти такую интерпретацию эксперимента, которая позволила бы избежать столь далеко идущих выводов, и такая интерпретация действительно была найдена [4a]. Следует подчеркнуть еще раз, однако, что независимо от того, какая интерпретация принимается, мы должны принять, что симметрия реального мира несколько меньше, чем мы это думали раньше. Вместе с тем симметрия в какой-то мере включает в себя и отражения.

Если верно, что плоскость симметрии всегда остается плоскостью симметрии, то начальное состояние эксперимента с кобальтом не обладает плоскостью симметрии. Это действительно не имело бы места, если бы вектор магнитной напряженности был бы полярным: в этом случае вектор электрической напряженности был бы аксиальным. Плотность заряда, дивергенция вектора электрической напряженности, превратилась бы тогда в псевдоскалярную величину, тогда как в современной теории она является скалярной. Зеркальным изображением отрицательного заряда был бы положительный заряд, зеркальным изображением электрона был бы позитрон и обратно. Зеркальным изображением обычной материи была бы антиматерия. Эксперимент с кобальтом, рассматриваемый в зеркале, представлялся бы отнюдь не противоречащим известным фактам: это был бы просто эксперимент, производимый с антиматерией. Правая часть рис. 3 представляла бы собой просто зеркальное изображение левой части. Таким образом, принцип причинности и реальность существования плоскостей симметрии остались бы в силе, если бы мы смогли принять, что зеркальным изображением материи является антиматерия.

Эта возможность формально выглядит как отказ от признания операций отражения и зарядового сопряжения в том смысле, в каком они понимались раньше,— в качестве операций, определяющих истинную симметрию. За истинную операцию симметрии принимают произведение этих операций; предложено наименовать такое произведение просто отражением. Несколько дальнейших технических замечаний содержится в Дополнении II. Предположение, высказанное нами, имеет два аспекта: первый аспект — весьма привлекательный, а второй — чрезвычайно тревожный.

Начнем с того, что́ может привлекать в связи с только что высказанными идеями. Дирак как-то отметил, что число элементарных частиц обнаруживает неприятную тенденцию к увеличению. Очень хочется добавить к этому, что аналогичную тенденцию обнаруживает также число инвариантных свойств. Эти обстоятельства угрожают отнюдь не одинаково, потому что если рост числа элементарных частиц усложняет картину природы, то увеличение количества свойств симметрии в общем ее упрощает. Однако четкое соответствие между инвариантными свойствами законов природы и свойствами симметрии пространства — времени явно разрушается операцией зарядового сопряжения. Эта операция постулирует, что законы природы не меняются, если все положительные заряды заменяются отрицательными, и vice versa (наоборот), или в общем случае все частицы заменяются своими античастицами. Этот постулат представляется нам вполне допустимым, однако он соответствует тому, что в пространственно-временном континууме симметрия отсутствует. Если приведенная ранее интерпретация экспериментов с кобальтом остается в силе, соответствие между естественными элементами симметрии пространства — времени и инвариантными свойствами законов природы будет восстановлено. Правда, плоскости отражения не будут играть той роли, к которой мы привыкли — зеркальным изображением электрона будет теперь

позитрон,— но зеркальное отражение последовательности событий все же будет возможной последовательностью событий. Эту возможную последовательность событий в реальном физическом мире будет гораздо труднее осуществить, чем мы думали, но все же она остается возможной.

Восстановление соответствия между естественными свойствами симметрии пространства—времени, с одной стороны, и законами природы, с другой стороны, является привлекательной стороной предположения. Но оно вместе с тем содержит в себе два тревожащих обстоятельства. Первое из этих обстоятельств состоит в том, что с физической точки зрения предлагаемая операция симметрии весьма сложна. Если бы оказалось, что операция инверсии времени, как мы ее понимаем в настоящее время, не является истинной операцией симметрии, другими словами, если один из экспериментов, предложенных Трейманом и Вильдом, даст положительный результат, мы будем вынуждены для сохранения этой операции симметрии в силе дать ее иную интерпретацию. Мы должны будем, например, постулировать, что инверсия времени превращает материю в м е т а м а т е р и ю, которую можно будет обнаружить в дальнейшем, когда будут построены ускорители на еще большие энергии, чем энергии, доступные в настоящее время. Следовательно, стремление сохранить плоскости симметрии в силе вынуждает нас к более искусственному взгляду на сами представления о симметрии и об инвариантности законов природы.

Другой чертой наших новых сведений, внушающей тревогу, является то, что мы слишком долго заблуждались, веря, что существует больше элементов симметрии, чем это есть на самом деле. Для этого было достаточно много логических оснований; было немало и экспериментальных данных, чтобы не сомневаться в том, что зеркальное изображение действительного явления представляется в свою очередь возможным явлением, причем так, что электроны будут зеркальным изображением электронов, а не позитронов. Позвольте мне напомнить в этой связи, прежде всего, о том, как представление о четности, возникшее в результате великолепных, хотя и почти совершенно забытых экспериментов Лапорта, приобрело абсолютное значение в спектроскопии и ядерной физике. Это представление получает весьма естественное объяснение, как результат зеркальной симметрии пространства—времени, причем зеркальным изображением электронов являются электроны, а отнюдь не позитроны. В настоящее время мы принуждены верить, что эта симметрия справедлива только приближенно и что представление о четности в том виде, в каком оно используется в спектроскопии и ядерной физике, справедливо также только приближенно. Но все это выглядит даже более фундаментально: имеется колоссальное количество экспериментальных данных в химии оптически активных веществ, которые являются зеркальными изображениями друг друга и которые обладают оптической активностью совершенно равной силы, но имеющей противоположное направление. Имеются данные о молекулах, обладающих плоскостями симметрии и являющихся оптически неактивными; имеются плоскости симметрии в кристаллах[6]. Все эти данные сопоставляют свойства «праворучной» материи со свойствами «леворучной» м а т е р и и и ни в какой степени не сопоставляют свойства праворучной материи со свойствами леворучной а н т и м а т е р и и. Новые экспериментальные данные не оставляют сомнений в том, что плоскость симметрии в таком смысле не имеет силы для всех явлений и, в частности, не годится для явлений β-распада; это означает, что если представление о плоскости симметрии может вообще иметь значение для всех явлений, то оно может быть действительно только в смысле преобразования материи в антиматерию.

Сверх того, старомодный тип плоскостей симметрии оказывается вовсе не единственным видом симметрии, имеющим приближенное значение. О зарядовом сопряжении мы уже говорили выше, мы принуждены также отказаться от изотопического спина, обменных свойств, т. е. свойств систем, состоящих из большого числа электронов и ядер, которые сдерживали частицы столь прочно, что практически молекулы параводорода могли быть превращены в молекулы ортоводорода только путем их предварительного разрушения[7]. Эта приближенная справедливость законов симметрии представляется поэтому весьма общим явлением и может оказаться о б щ и м з а к о н о м. Мы напомним известную аксиому Маха, что законы природы зависят от физического состава вселенной, а физический состав вселенной, очевидно, не обнаруживает симметрии. Это предполагает — и это является основой идей Ли и Янга,— что все свойства симметрии являются только приближенными. Самое слабое взаимодействие — силы гравитации — является основой для различия между инерциальными и ускоренными координатными системами; второе известное слабое взаимодействие, связанное с β-распадом, указывает на различие между материей и антиматерией. Разрешите мне подвести итог данному вопросу, выразив убеждение, что открытие Ву, Амблера, Хейворда, Хоппса и Хадсона, а также Гарвина, Ледермана и Вайнриха не останутся частными, изолированными открытиями. Гораздо более вероятно, что они возвестят о пересмотре наших представлений об инвариантности и, быть может, других представлений, которые кажутся нам еще в большой степени очевидными.

КВАНТОВЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Последние замечания, естественно, будут относиться к общей теории относительности. Главной предпосылкой этой теории является то, что координаты являются лишь этикетками, обозначающими пространственно-временные точки. Их значения не имеют никакого специального значения до тех пор, пока координатная система каким-либо образом не связана с событиями в пространстве-времени.

Рассмотрим вопрос о том, как могут быть подтверждены уравнения общей теории относительности. Смысл этих уравнений, как и всех уравнений, с которыми оперируют в физике, состоит в том, что они дают возможность подсчитать, зная положение вещей в настоящий момент времени, что будет иметь место в будущем. Величины, описывающие состояние в настоящий момент, называются начальными условиями; способы изменения этих величин называются уравнениями движения. В теории относительности состояние описывается метрикой, которая состоит из сетки точек в пространстве-времени, т. е. из сетки событий и расстояний между этими событиями. Если мы хотим перевести эти общие утверждения на некий более конкретный язык, то мы должны определить, что представляют собой события и как мы измеряем расстояния между с о б ы т и я м и. Метрика общей теории относительности — это метрика в пространстве-времени, элементы этой метрики — расстояния между пространственно-временными точками, а не между точками обычного пространства.

Событиями в общей теории относительности являются совпадения, другими словами, столкновения (соударения) между частицами. Создатель теории, выдвигая это представление, очевидно, имел в виду макроскопические тела. Совпадения, или столкновения, между такими телами могут наблюдаться непосредственно. Однако это вовсе не имеет места для элементарных частиц; столкновения между элементарными частицами

представляются трудно уловимыми явлениями. Действительно, место столкновения двух элементарных частиц может быть установлено со значительной точностью в пространстве—времени только в случае соударения частиц высоких энергий (см. Дополнение III). Это обстоятельство указывает на то, что установление плотной сетки точек в пространстве-времени требует значительной плотности энергии, густого леса мировых линий в той области, где необходимо установление такой сетки. Однако нет необходимости рассматривать этот вопрос детально, потому что измерение расстояний между отдельными точками сетки налагает еще более жесткие ограничения, чем установление самой сетки.

Часто говорят, что расстояния между событиями могут быть измерены с помощью эталонов длины и стержней. Но мы сразу обнаруживаем, что измерения с помощью эталонов длины довольно затруднительны для описания и что их использование влечет за собой многочисленные ненужные усложнения. Эталоны длины дают правильное значение расстояния между событиями лишь в том случае, когда они отмечают совпадение с двумя событиями одновременно, причем одновременность понимается с точки зрения системы координат, в которой эталон покоится. Далее, трудно представить себе эталон длины иначе, как макроскопический объект. Поэтому желательно свести все измерения в пространстве—времени к измерениям, производимым только часами. Естественно, что непосредственно часами можно измерять расстояния между точками, которые находятся между собой во временно-подобной связи. Расстояния между событиями, находящимися между собой в пространственно-подобной связи и которые более естественно измерялись бы с помощью эталонов длины, должны будут измеряться теперь уже косвенным способом.

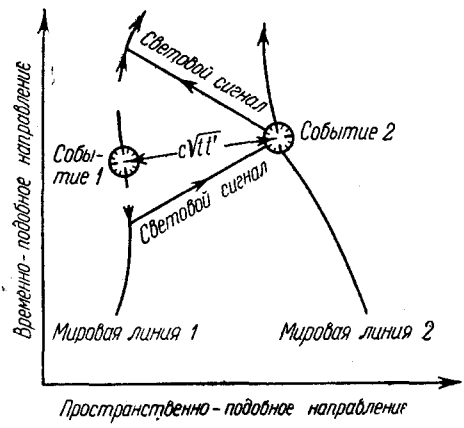

Рис. 4. Измерение пространственно-временных расстояний с помощью часов. Предполагается, что метрический тензор имеет практически постоянное значение в пространственно-временной области, изображенной на рисунке. Пространственно-подобные расстояния между событиями *1* и *2* измеряются с помощью световых сигналов, которые проходят через событие *2*, и геодезической линии, которая проходит через событие *1*. Подробности содержатся в Дополнении IV.

Таким образом, представляется, что простейшей системой отсчета, наиболее близкой к микроскопической, будет набор часов, медленно движущихся относительно друг друга, другими словами, движущихся по мировым линиям, которые примерно параллельны. Эти часы отсчитывают периоды, и эти отсчеты образуют сетку событий, которую нам необходимо установить. Таким образом, одновременно устанавливается расстояние между смежными точками, находящимися на одной и той же мировой линии.

На рис. 4 изображены две мировые линии, а на каждой из них событие, состоящее в отсчете часов. На рисунке указан способ, позволяющий измерять расстояние между пространственно-подобными событиями: световой сигнал посылается от первых часов и попадает на вторые часы в событии *2*; вторые часы в свою очередь направляют световой сигнал, который попадает на первые часы через промежуток времени t' после события *1*;

если первый световой сигнал был послан за промежуток времени t до первого события, то вычисления, приведенные в Дополнении IV, показывают, что пространственно-подобное расстояние событий *1* и *2* является средним геометрическим двух измеренных временно-подобных расстояний t и t'. Следовательно, указанный способ является методом измерения расстояний между пространственно-подобными событиями с помощью часов, а не эталонов длины.

Интересно установить квантовые ограничения на точность превращения временно-подобных измерений в пространственно-подобные измерения, подобно тому как это сделано на рис. 4. Конечно, времена t и t' могут быть точно определены только в том случае, если световой сигнал передается в виде короткого импульса. Это означает, что он состоит из многих частот и, следовательно, его энергетический спектр имеет соответствующую ширину. В результате этого световой сигнал будет передавать неопределенный импульс вторым часам, увеличивая тем самым в еще большей степени неопределенность импульса последних. Все это тесно связано с принципом неопределенности Гайзенберга. Более подробные вычисления, выполненные автором вместе с Селекером, показывают, что вносимая неопределенность имеет тот же порядок величины, что и неопределенность, присущая самой природе самых лучших часов, какие только мы можем себе мыслить, так что обращение временно-подобных измерений в пространственно-подобные в этом смысле практически не ограничено.

Наконец, мы подошли к одной из самых главных проблем — пределу точности часов. Рассмотрение этой проблемы приводит нас к выводу о том, что присущие самим часам, данного веса и размера, ограничения в точности их хода, определенного для заданного промежутка времени, являются весьма жесткими. В общем, результат сводится к тому, что часы являются существенно не микроскопическим объектом. В частности, то, что мы несколько неопределенно называем атомными часами — отдельный атом, который отсчитывает свои периоды,— является, безусловно, идеализацией, которая противоречит фундаментальным представлениям об измеримости. Эта часть наших выводов может рассматриваться вполне установленной. С другой стороны, предлагаемая формула, определяющая пределы точности при определении времени — некоторая разновидность соотношения неопределенности,— должна рассматриваться как лучшее из того, что есть в настоящее время.

Позвольте мне сформулировать выдвигаемые требования следующим образом. Пусть часы должны идти T секунд и измерять время с точностью $T/n=t$; пусть линейные размеры часов не должны превышать l, а их масса должна быть меньше чем m. Так как стрелка часов должна иметь возможность указать n предположенных различных положений, система должна пройти за промежуток времени T по крайней мере n ортогональных состояний. Состояние системы поэтому должно быть суперпозицией по крайней мере n стационарных состояний. Ясно, далее, что если полная энергия системы не равна по крайней мере $\hbar/t$, то невозможно измерять интервалы времени, меньшие чем t. Это эквивалентно обычному принципу неопределенности. Два эти требования непосредственно следуют из основных принципов квантовой теории, и их можно было заранее предвидеть. Примером часов, удовлетворяющих этим требованиям, может служить осциллятор с периодом, равным времени хода часов, при том условии, что вероятности пребывания его в любом из первых n состояний одинаковы. Его энергия равна приблизительно n-кратной энергии первого возбужденного состояния. Это соответствует, по принципу неопределенности, точности t во временной неопределенности. Выражаясь более общим образом, часы являются мягким осциллятором: колеблющаяся

частица движется очень медленно и с довольно большой амплитудой. Стрелкой часов является положение колеблющейся частицы.

Часы, только что рассмотренные выше, будут еще очень легкими. Нам следует рассмотреть требования, налагаемые на линейные размеры часов. Поскольку, однако, здесь нет большой связи с рассматриваемыми общими вопросами, достаточно предположить, что линейные размеры должны соответствовать точности по времени. Требование $l \approx ct$ увеличивает массу часов пропорционально n^3, а этот множитель может быть достаточно большим:

$$m > n^3 ht/l^2 = n^3 \hbar/c^2 t. \tag{2}$$

Например, часы, идущие в течение суток с точностью до 10^{-8} *сек*, должны весить почти грамм — результат, следующий только из принципа неопределенности и соображений подобия.

До сих пор мы интересовались только физическими размерами часов и требовали от них, чтобы с их помощью можно было различать события, разделенные по шкале времени расстоянием t. Для того чтобы сделать возможным их использование как части координатной системы, описанной выше, необходимо б р а т ь о т с ч е т по часам и пускать их. Как часть координатной системы, устанавливающей метрику пространства-времени, они должны либо регистрировать отсчеты времени, в которые они получают импульсы, либо передавать эти отсчеты во внешнее по отношению к той области, где должна быть установлена метрика, пространство. Это обстоятельство было отмечено уже Шредингером[10]. Но как бы то ни было, с нашей точки зрения, благоприятно то, что в наиболее интересном случае, когда $l=ct$, т. е. в том случае, когда допустимые неточности по отношению к пространству и времени примерно одинаковы, требования, связанные с необходимостью проведения отсчета, влекут за собой появление лишь несущественного числового множителя, не меняющего общего выражения для минимальной массы часов.

Устройство, предназначенное для установления метрики, должно состоять, следовательно, из пространственной решетки, образуемой часами, находящимися более или менее в покое относительно друг друга. Все эти часы могут испускать световые сигналы и принимать их. Часы должны быть способны передавать отсчеты времени приема сигнала в пространство вне рассматриваемой области. Часы могут иметь сходство с осциллятором, излучающим в нерелятивистской области. Действительно, скорость осциллирующей частицы примерно в n раз меньше скорости света, где n является отношением о ш и б к и при измерениях времени к д л и т е л ь н о с т и всего интервала, который необходимо измерить. Последняя величина является как раз пространственным расстоянием между событиями по оси времени, а также расстоянием, разделяющим часы друг от друга, деленным на скорость света. Мировые линии часов образуют густой лес, о котором упоминалось выше. Его ветви покрывают область пространства — времени, в которой должна быть установлена метрика.

Мы отнюдь не убеждены в том, что наши часы являются наилучшими возможными. Нашим принципиальным ограничением является рассмотрение только одного пространственно-подобного измерения. Одним из следствий этого является то, что рассматривается одномерный осциллятор. Возможно, что ограничения размера не приводят к возрастанию необходимой массы часов в такой же мере, в какой приведет использование всех трех пространственных измерений.

Тензор кривизны может быть получен из метрики обычным путем, если только измерения метрики произведены с достаточной точностью. Однако, возможно, представляет интерес изложить и более прямой способ измере-

ния кривизны пространства. Этот способ опирается на устройство, изображенное на рис. 5 и сходное с устройством, использованным для установления метрики. В этом устройстве имеются часы и зеркало, расположенные на таком расстоянии друг от друга, что можно считать кривизну пространства в той области, где развертываются события, постоянной. Двое часов вовсе не должны быть в покое относительно друг друга, поскольку это требование подразумевает дополнительные измерения, которые необходимо производить с целью проверки этого утверждения. Если пространство плоское, то мировые линии часов могут быть изображены в виде прямых линий. Для того чтобы измерить кривизну, от часов испускается

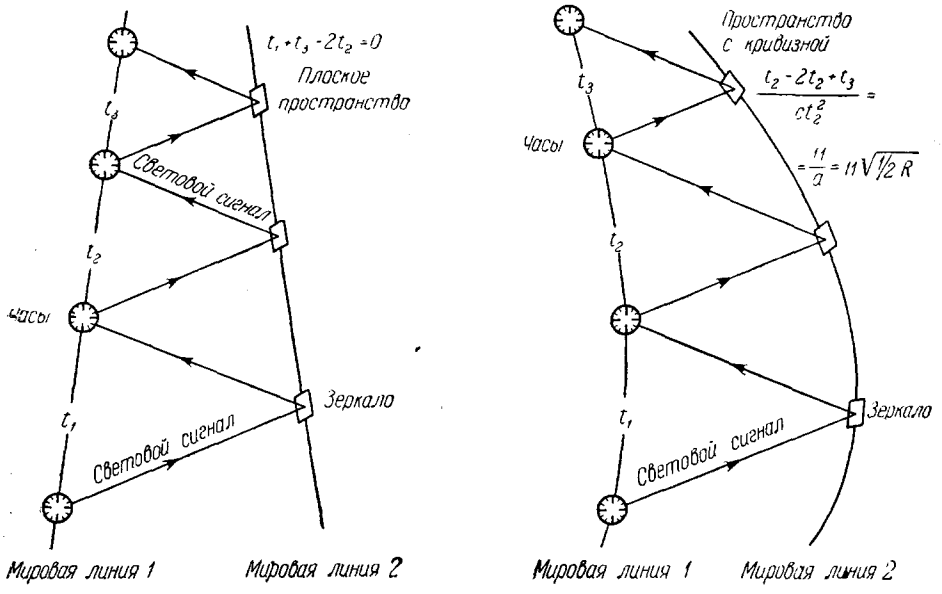

Рис. 5. Непосредственное измерение кривизны с помощью часов и зеркала. Рассматривается только одно пространственно-подобное измерение, а кривизна предполагается постоянной внутри пространственно-временной области, изображенной на рисунке. Подробное пояснение содержится в Дополнении V.

световой сигнал, который отражается зеркалом. Время, необходимое для возвращения сигнала, отсчитывается по часам — назовем его t_1,— а сам световой сигнал возвращается на зеркало. Время, необходимое сигналу для того, чтобы вернуться во второй раз к часам, назовем t_2. Эта процедура повторяется в третий раз, и длительность последнего обращения мы назовем t_3. Как показывается в Дополнении V, радиус кривизны a и компонента R_{0101} тензора кривизны Римана определяются соотношением

$$\frac{t_1 - 2t_2 + t_3}{ct_2^2} = \frac{11}{a} = 11\left(\frac{1}{2}R_{0101}\right)^{1/2}. \qquad (3)$$

Если классическая теория оказалась бы справедливой также в микроскопической области, тогда не было бы никаких пределов для точности измерений, указанных на рис. 5. Если $\hbar$ бесконечно мало, то временные интервалы t_1, t_2, t_3 могут быть измерены с любой заданной точностью, каждый с помощью бесконечно легких часов. Аналогично световые сигналы между часами и зеркалом независимо от их продолжительности могут приносить с собой бесконечно малую долю импульса и таким образом отклоняют часы и зеркало сколь угодно мало от их геодезических линий.

Однако квантовая природа явлений, рассмотренная выше, вынуждает нас использовать часы с определенной минимальной массой, если измерения интервалов времени должны производиться с заданной точностью. В рассматриваемом случае точность должна быть относительно высокой, за исключением лишь того случая, когда интервалы времени t_1, t_2 и t_3 имеют тот же порядок величины, что и кривизна пространства. Подобно этому отклонение часов и зеркала от их геодезических линий должно быть весьма малым, если мы хотим, чтобы результат измерений имел некоторый смысл. Эти обстоятельства устанавливают эффективный предел точности, с которой может быть измерена кривизна пространства. Как и следовало ожидать, мы получаем в результате, что кривизна в т о ч к е пространства-времени не может быть измерена вовсе; можно получить лишь среднюю кривизну, взятую по конечной области пространства-времени. Ошибка измерения обратно пропорциональна величине площади, достижимой в пространстве-времени, взятой в степени две трети; достижимой площадью является площадь, вокруг которой совершается параллельный перенос вектора, согласно обычному определению кривизны. Ошибка пропорциональна также корню кубическому из комптоновской длины волны часов. Наша принципиальная неуверенность в том, что этот вывод может быть окончательным, снова вытекает из рассмотрения вопроса только в одном пространственно-подобном измерении. Возможности измерительных приборов, а также возникающие проблемы могут быть существенно иными в пространстве трех измерений.

Но независимо от того, так это или нет, существенно немикроскопическая природа основных представлений общей теории относительности представляется нам неизбежной. Если рассматривать этот вопрос вначале с практической точки зрения, то ситуация выглядит довольно обнадеживающей. Прежде всего, мы заметим, что измерения электрических и магнитных полей, как это было указано Бором и Розенфельдом[11], также требуют макроскопического, фактически именно макроскопического, оборудования и что это обстоятельство вовсе не делает представлений теории электромагнитного поля бесполезными для целей квантовой электродинамики. Верно, конечно, что измерение кривизны пространства-времени требует конечной области пространства и что есть некоторый минимум для массы и даже неопределенность для массы измерительного оборудования. Однако численно вся ситуация никоим образом не является тревожной. Даже в межзвездном пространстве оказывалось бы возможным измерение кривизны в объеме порядка световой секунды. Далее, масса часов, которые нужно использовать для такого рода измерений, имеет порядок нескольких микрограмм, так что конечная масса элементарных частиц не причиняет никаких затруднений. Часы будут состоять из многих элементарных частиц, и нет никакой необходимости, и даже ни малейшего побуждения, для использования часов, которые были бы легче, чем элементарные частицы. Все это едва ли удивительно, так как значение массы, которое может быть получено комбинированием гравитационной постоянной, скорости света и постоянной Планка, имеет величину около 20 микрограммов.

Стоит, однако, еще раз повторить, что ситуация гораздо менее удовлетворительна при рассмотрении ее с более фундаментальных позиций. Остается справедливым, что в обычной квантовой теории мы рассматриваем операторы положения как наблюдаемые величины, не уточняя при этом, что́ означают сами координаты. Представления квантовой теории поля даже еще более загадочны с точки зрения базисных наблюдений, где имеют смысл только совпадения. И это опять-таки едва ли удивительно, потому, что даже двадцатимикрограммовые часы слишком велики для

измерения времени или расстояния в атомных масштабах. Если мы проанализируем способ, которым мы «отделались» от использования представления об абсолютном пространстве, мы без особого труда обнаружим, что «отделаться» нам не удалось. В наших экспериментах мы окружаем микроскопические объекты самыми настоящими макроскопическими системами отсчета и наблюдаем совпадения между частицами, вылетающими из микроскопической системы, и некоторыми частями системы отсчета. Это дает нам матрицу столкновений, которая является наблюдаемой, причем наблюдаемой в терминах макроскопических совпадений. Однако так называемые наблюдаемые микроскопической системы не только являются ненаблюдаемыми, но они не представляются имеющими смысл. Мы сталкиваемся поэтому в наших экспериментах с границей между областью, в которой мы используем квантовые представления, не беспокоясь об их значении с точки зрения базисных наблюдений общей теории относительности, и граничной областью, в которой используются представления, имеющие смысл с точки зрения базисных наблюдений общей теории относительности, но которые не могут быть описаны в рамках квантовой теории. Именно это со строго логической точки зрения является наиболее неудовлетворительным.

ДОПОЛНЕНИЕ I

В этом Дополнении нам необходимо сравнивать различные состояния одной и той же системы. Эти состояния возникают при рассмотрении одного и того же состояния — эталонного состояния— из различных координатных систем. Следовательно, любая лоренцевская система отсчета будет определять некоторое состояние системы — такое состояние системы, в котором эталонное состояние представляется с точки зрения этой координатной системы. Для того чтобы определить эталонное состояние, мы выбираем произвольную, но определенную лоренцевскую систему отсчета и уславливаемся, что в этой системе отсчета частица в эталонном состоянии будет покоиться, а ее спин, если таковой имеется, будет иметь направление, совпадающее с направлением оси z. Таким образом, если нам нужна частица, движущаяся со скоростью v в направлении положительной оси z и со спином, направленным также вдоль этой оси, мы должны смотреть на эту частицу, находящуюся в эталонном состоянии, из системы координат, движущейся со скоростью v в направлении отрицательной оси z. Если нам нужна покоящаяся частица, но со спином, направленным в плоскости yz и составляющим с осью z угол α, мы должны смотреть на эталонное состояние из координатной системы, у которой оси y и z составляют угол α с соответствующими осями y и z координатной системы, в которой определено эталонное состояние. Для того чтобы получить состояние, в котором и скорость, и спин имеют направление, упомянутое выше (т. е. направление в плоскости yz, составляющее соответственно углы α и $\frac{\pi}{2}-\alpha$ с осью z и осью y), мы смотрим на эталонное состояние с точки зрения координатной системы, в которой спин эталонного состояния описывается как спин в этом направлении и которая движется в противоположном направлении.

Два состояния системы будут тождественны лишь тогда, когда лоренцевы системы отсчета, которые их определяют, будут тождественны. При этом условии соотношения, которые будут получены, имеют силу независимо от свойств частиц, таких, как спин или масса (эталонное состояние существует лишь постольку, поскольку масса частицы конечна). Два состояния системы будут приближенно тождественны, если две лоренцев-

ских системы отсчета, которые их определяют, могут быть получены одна из другой с помощью бесконечно малых лоренцевских преобразований, что означает близость таких преобразований к тождественным. Естественно, что все состояния частицы, которые могут сравниваться между собой этим способом, тесно связаны между собой, поскольку все они представляют одно и то же эталонное состояние, рассматриваемое из различных координатных систем. Как бы то ни было, мы будем сравнивать только эти состояния.

Обозначим через $A(0, \varphi)$ матрицу преобразования, в которой преобразованная система координат движется со скоростью минус v в направлении z:

$$A(0, \varphi) = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \operatorname{ch}\varphi & \operatorname{sh}\varphi \\ 0 & \operatorname{sh}\varphi & \operatorname{ch}\varphi \end{Vmatrix}, \tag{I.1}$$

где $v = c \operatorname{th}\varphi$. Поскольку в последующем рассмотрении координата x роли не играет, она исключена из матрицы преобразования (I.1), и три строки и три столбца матрицы относятся соответственно к осям y', z', ct' и y, z, ct. Матрица (I.1) характеризует состояние, в котором частица движется со скоростью v в направлении оси z, а ее спин параллелен этой оси.

Обозначим далее матрицу вращения в плоскости yz на угол ϑ через

$$R(\vartheta) = \begin{Vmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}. \tag{I.2}$$

Мы будем называть направление, лежащее в плоскости yz между осями y и z и составляющее угол ϑ с осью z, направлением ϑ. Координатная система, которая движется со скоростью минус v по направлению ϑ, получается в результате преобразования

$$A(\vartheta, \varphi) = R(\vartheta) A(0, \varphi) R(-\vartheta). \tag{I.3}$$

Для того чтобы получить частицу, движущуюся в направлении ϑ и поляризованную в этом же направлении, мы прежде всего вращаем координатную систему в направлении против часовой стрелки на угол ϑ (для того чтобы иметь частицу, поляризованную в нужном направлении) и сообщаем ей потом скорость минус v в направлении ϑ. Следовательно, это будет преобразование

$$T(\vartheta, \varphi) = A(\vartheta, \varphi) R(\vartheta) = \begin{Vmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \operatorname{ch}\varphi & \sin\vartheta \operatorname{sh}\varphi \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \operatorname{ch}\varphi & \cos\vartheta \operatorname{sh}\varphi \\ 0 & \operatorname{sh}\varphi & \operatorname{ch}\varphi \end{Vmatrix}, \tag{I.4}$$

которое характеризует вышеупомянутое состояние частицы. Из (I.3) следует, что

$$T(\vartheta, \varphi) = R(\vartheta) A(0, \varphi) = R(\vartheta) T(0, \vartheta), \tag{I.5}$$

так что то же состояние может быть получено рассмотрением состояния, характеризуемого матрицей (I.1), из координатной системы, повернутой на угол ϑ. Отсюда следует, что утверждение «скорость и спин частицы параллельны» является инвариантным относительно вращения, Этого, конечно, и следовало ожидать.

Если состояние частицы, возникающее из преобразований $A(0, \varphi) = T(0, \varphi)$, рассматривается с точки зрения координатной системы, движущейся со скоростью u в направлении положительной оси z, частица все еще будет представляться движущейся в направлении оси z, а ее спин будет оставаться параллельным направлению движения, за исключением случаев $u > v$, когда эти два направления становятся антипараллельными, и случая $u = v$, когда утверждение становится бессмысленным, так как частица представляется покоящейся. Аналогично этому другие состояния, в которых спин и скорость параллельны, т. е. состояния, возникающие при преобразованиях $T(\vartheta, \varphi)$, сохраняют это свойство, если их рассматривать с точки зрения координатных систем, движущихся в направлении, совпадающем с направлением скорости частицы, если только координатная система движется со скоростью, меньшей, чем скорость частицы. И этого тоже следовало ожидать. Однако, если состояние, возникающее из преобразований $T(0, \varphi)$, рассматривается из системы координат, движущейся со скоростью $v' = c \operatorname{th} \varphi'$ в направлении отрицательной оси y, спин и скорость уже не представляются более параллельными, за исключением случая, когда скорость частицы приближается к скорости света. Последнее условие весьма существенно; оно означает, что состояния частицы, обладающей большой скоростью, в которых спин и скорость параллельны (т. е. состояния, получающиеся с помощью (I.4), где φ велико), являются состояниями той же самой природы, какие возникают при рассмотрении частицы с точки зрения системы координат, которая движется в направлении движения самой частицы, причем не очень быстро. В предельном случае частицы, движущейся со скоростью света, состояния, о которых идет речь, становятся инвариантными при всех преобразованиях Лоренца.

Прежде всего убедимся в том, что если состояние (I.1) рассматривается из координатной системы, движущейся в направлении отрицательной оси y, то спин и скорость больше уже не представляются параллельными. Рассматриваемое состояние получается из нормального состояния путем преобразования

$$A\left(\frac{\pi}{2}, \varphi'\right) A(0, \varphi) = \begin{Vmatrix} \operatorname{ch}\varphi' & \operatorname{sh}\varphi \operatorname{sh}\varphi' & \operatorname{ch}\varphi \operatorname{sh}\varphi' \\ 0 & \operatorname{ch}\varphi & \operatorname{sh}\varphi \\ \operatorname{sh}\varphi' & \operatorname{sh}\varphi \operatorname{sh}\varphi' & \operatorname{ch}\varphi \operatorname{ch}\varphi' \end{Vmatrix}. \tag{I.6}$$

Это преобразование не имеет вида (I.4). Для того чтобы привести к такому виду, его следует умножить справа на $R(\varepsilon)$, т. е. повернуть спин с некоторым опережением по времени. Угол ε определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\operatorname{th}\varphi'}{\operatorname{sh}\varphi} = \frac{v'}{v}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \tag{I.7}$$

и называется углом между спином и скоростью. Для случая $v \ll c$ этот угол становится равным углу, который обычная результирующая двух взаимно перпендикулярных скоростей v и v' составляет с первой из этих скоростей v. Однако угол ε становится очень малым при приближении v к c; в этом случае едва ли есть необходимость поворота спина от направления оси z, перед тем как частица получает скорость в направлении оси z. Это утверждение является содержанием тождества

$$A\left(\frac{\pi}{2}, \varphi'\right) A(0, \varphi) R(\varepsilon) = T(\vartheta, \varphi''), \tag{I.8}$$

что может быть подтверждено непосредственным вычислением. Правая часть представляет частицу с параллельными спином и скоростью; величина и направление скорости задаются хорошо известными соотношениями

$$v'' = c \operatorname{th} \varphi'' = (v^2 + v'^2 - v^2 v'^2/c^2)^{1/2} \tag{I.8a}$$

и

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\operatorname{sh} \varphi'}{\operatorname{th} \varphi} = \frac{v'}{v\,(1 - v'^2/c^2)^{1/2}}\,. \tag{I.8б}$$

Соотношение (1), приведенное в основном тексте, вытекает из (I.7) и (I.8б) дая случая $v \sim c$.

Тот факт, что состояния $T(\vartheta, \varphi)\,\psi_0$ (где ψ_0 соответствует эталонному состоянию и $\varphi \gg 1$) являются приближенно инвариантными относительно всех преобразований Лоренца, выражается в математической форме в виде равенств:

$$R(\vartheta)\,T(0, \varphi)\,\psi_0 = T(\vartheta, \varphi)\,\psi_0, \tag{I.5a}$$

$$A(0, \varphi')\,T(0, \varphi)\,\psi_0 = T(0, \varphi' + \varphi)\,\psi_0 \tag{I.9a}$$

и

$$A\left(\frac{\pi}{2}, \varphi'\right) T(0, \varphi)\,\psi_0 \to T(\vartheta, \varphi'')\,\psi_0, \tag{I.9б}$$

которые определяют волновую функцию состояния $T(0, \varphi)\,\psi_0$, рассматриваемого из других лоренцевских систем отсчета. Естественно, что подобные соотношения имеют место для всех $T(\alpha, \varphi)\,\psi_0$. В частности, (I.5a) показывает, что рассматриваемые состояния инвариантны относительно вращений координатной системы, а (I.9a) показывает, что они инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца с не очень большими скоростями в направлении движения (так что $\varphi' + \varphi \gg 0$, т. е. что φ' — не слишком большое отрицательное число). Наконец, для того чтобы доказать (I.9б), мы подсчитываем вероятность перехода между состояниями $A\left(\frac{\pi}{2}, \varphi'\right) T(0, \varphi)\,\psi_0$ и $T(\vartheta, \varphi'')\,\psi_0$, где величины ϑ и φ'' определяются (I.8a) и (I.8б). Для этой величины (I.8) дает:

$$\left(A\left(\frac{\pi}{2}, \varphi'\right) T(0, \varphi)\,\psi_0,\ T(\vartheta, \varphi'')\,\psi_0\right) = \left(T(\vartheta, \varphi'')\,R(\varepsilon)^{-1}\,\psi_0,\ T(\vartheta, \varphi'')\,\psi_0\right) =$$

$$= \left(R(\varepsilon)^{-1}\,\psi_0,\ \psi_0\right) \to (\psi_0, \psi_0).$$

Второе равенство следует потому, что $T(\vartheta, \varphi'')$ представляет преобразование координат и поэтому является унитарным. Последнее равенство вытекает из того, что $\varepsilon \to 0$ при $\varphi \to \infty$, как это можно усмотреть из (I.7) и из того, что $R(0) = 1$.

Предшествующее рассмотрение отнюдь не является чем-то фундаментально новым. Оно является просто развитием двух обстоятельств: а) того, что подгруппа группы Лоренца, оставляющая нулевой вектор инвариантным, отлична от подгруппы, оставляющей инвариантными временно-подобные векторы [4], и б) того, что представление последней подгруппы распадается на одномерные представления, если эта подгруппа «сокращается» в подгруппу, содержащую нулевой вектор в качестве инварианта [12].

ДОПОЛНЕНИЕ II

До того как была высказана гипотеза Ли и Янга[13] предполагалось обычно, что в дополнение к преобразованиям симметрии собственной группы Пуанкаре имеются еще три независимых преобразования симметрии.

Собственная группа Пуанкаре включает в себя все преобразования Лоренца, которые могут быть получены непрерывным образом из тождественного преобразования, и все трансляции во временно-подобном и пространственно-подобном направлениях; кроме того, эта группа, естественно, содержит в себе и все произведения этих преобразований. Эта группа является непрерывной; лоренцевские преобразования, входящие в нее, не изменяют направления оси времени, и их детерминант равен единице. Еще тремя независимыми преобразованиями симметрии, которые считались справедливыми вполне строго, были следующие преобразования:

а) Пространственная инверсия I. Это преобразование соответствует замене $x,y,z \to -x,-y,-z$ без замены частиц на античастицы.

б) Временная инверсия T (обращение времени). Это преобразование, более удачно названное Людерсом[14] обращением направления движения (Umkehr der Bewegungsrichtung), заменяет все скорости на скорости противоположного направления, так что положение частиц в момент времени $+t$ становится в точности таким же, как бы оно было без инверсии времени в момент времени $-t$. Временная инверсия T (называемая также временной инверсией первого рода, по Людерсу[15]) не ведет к обращению частиц в их античастицы и наоборот.

в) Зарядовое сопряжение C.

Это преобразование состоит в том, что положительные заряды обращаются в отрицательные заряды, а в более общем случае частицы переходят в античастицы, причем ни положения, ни скорости частиц не изменяются вовсе[16]. Квантово-механические выражения, соответствующие преобразованиям симметрии I и C являются унитарными, а для T — антиунитарными.

Три преобразования I, T, C вместе с их произведениями TC (временная инверсия второго рода, по Людерсу), IC, IT, ITC и тождественное преобразование составляют группу; произведения элементов этой группы с элементами собственной группы Пуанкаре рассматривались как преобразования симметрии, приложимые ко всем законам физики. Рассуждения, приведенные в основном тексте статьи, равнозначны исключению преобразований I и C, рассматриваемых порознь; однако их произведение IC постулируется как преобразование симметрии. Таким образом, дискретная группа симметрии сводится к тождественному преобразованию и преобразованиям

$$IC,\ T \text{ и } ICT, \tag{II.1}$$

и полная группа симметрии физических законов оказывается равной собственной группе Пуанкаре совместно со всеми произведениями элементов этой группы с преобразованиями (II. 1). Эта группа изоморфна (а в основных чертах тождественна) с неограниченной группой Пуанкаре, т. е. с группой, содержащей произведения в с е х преобразований Лоренца, со всевозможными смещениями в пространстве и времени. Квантово-механические выражения для преобразований собственной группы Лоренца и произведений ее элементов с IC являются унитарными, в то время как соответствующие выражения для T и ICT, равно как и их произведения с элементами собственной группы Лоренца, являются антиунитарными. Людерсу[15] удалось показать, что при определенных, довольно естественных, условиях произведение ICT принадлежит к группе симметрии любой л о к а л ь н о й полевой теории.

ДОПОЛНЕНИЕ III

Рассмотрим сначала столкновение двух частиц равной массы m в той системе координат, в которой среднее от суммы импульсов частиц равно нулю. Допустим, далее, что в данный момент времени волновая функция обеих частиц простирается лишь до расстояния l в направлении их средней скорости относительно друг друга. Если мы будем рассматривать только это пространственно-подобное направление и ось времени, то площадь в пространстве-времени, где две волновые функции будут заметным образом перекрываться, будет равна (см. рис. 6,*а*)

$$a = \frac{l^2}{2v_{\min}}, \tag{III.1}$$

где $v_{\min}$ есть наименьшее значение скорости, которое можно обнаружить с заметной вероятностью в волновых пакетах сталкивающихся частиц.

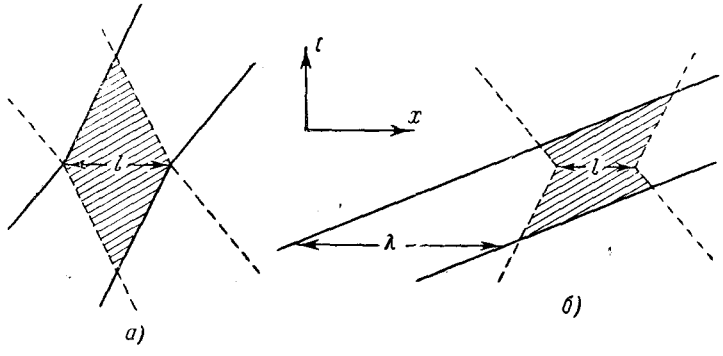

Рис. 6. а) Локализация столкновения двух частиц одинаковой массы. Сплошные линии обозначают эффективные границы волнового пакета частицы, движущейся вправо; пунктирные линии — эффективные границы волнового пакета частицы, движущейся влево. Столкновение происходит в заштрихованной области пространства-времени. б) Локализация столкновения между частицей с конечной массой и частицей с нулевой массой покоя. Сплошные линии, отстоящие на расстоянии λ по направлению x, обозначают границу частицы с нулевой массой покоя, пунктирные линии относятся к волновому пакету частицы с отличной от нуля массой покоя. Столкновение происходит в заштрихованной области.

Обозначая среднее значение импульса через $\bar{p}$ (оно имеет одинаковое значение для обеих частиц), полуширину распределения импульсов через δ, мы получим, что

$$v_{\min} = (\bar{p} - \delta)\,[m^2 + (\bar{p} - \delta)^2/c^2]^{-1/2}.$$

Так как l не может стать меньше h/δ, то площадь (III.1) равна по крайней мере

$$\frac{h^2}{2\delta^2}\,\frac{[m^2 + (\bar{p} - \delta)^2/c^2]^{-1/2}}{\bar{p} - \delta}. \tag{III.1a}$$

(Отметим, что эта площадь делается бесконечной при $\delta > \bar{p}$). Если отвлечься от числовых коэффициентов, то минимум (III.1а) равен

$$a_{\min} \approx \frac{h^2}{\bar{p}^3}\,(m^2 + \bar{p}^2/c^2)^{1/2} \approx \frac{h^2 c}{E^{3/2}\,(E + mc^2)^{1/2}}, \tag{III.2}$$

где E — кинетическая энергия частиц (полная энергия за вычетом энергии покоя).

Кинетическая энергия E допускает сжатие волновых функций сталкивающихся частиц и в направлении, перпендикулярном к средней относительной скорости, до площади

$$\frac{h^2c^2}{E(E+2mc^2)}.$$

Следовательно, снова отвлекаясь от численных множителей, величина объема, в котором может быть ограничено столкновение частиц, в четырехмерном пространстве-времени будет равна

$$V_{\min} = \frac{h^4c^3}{E^{5/2}(E+mc^2)^{3/2}}. \qquad \text{(III.3)}$$

E — это средняя кинетическая энергия частиц в той координатной системе, в которой их центр масс в среднем покоится. Выражение (III.3) справедливо с точностью до числовой константы порядка единицы, но зависящей, однако, от отношения E/mc^2.

Рассмотрим теперь противоположный предельный случай — столкновение частицы с конечной массой покоя m с частицей, обладающей нулевой массой покоя. Столкновение снова рассматривается в системе координат, в которой средний импульс равен нулю. В этом случае желательно ограничивать волновую функцию частицы с конечной массой покоя более узкой областью l, чем область волновой функции частицы с нулевой массой покоя. Если последняя ограничена областью протяженностью λ (см. рис. 6, *б*), то неопределенности в ее импульсе и энергии будут соответственно по крайней мере h/λ и hc/λ, и эти выражения вместе с тем с точностью до численного множителя будут определять и средние значения этих величин. Следовательно, $\bar{p} \approx h/\lambda$. Кинетическая энергия частицы с конечной массой покоя будет иметь порядок величины

$$\frac{1}{2}[m^2c^4+(\bar{p}+h/l)^2c^2]^{1/2}+\frac{1}{2}[m^2c^4+(\bar{p}-h/l)^2c^2]^{1/2}-mc^2, \qquad \text{(III.4)}$$

так как величина h/l определяет неопределенность импульса. Поскольку $l \leqslant \lambda$, можно пренебречь $\bar{p}$ в (III.4), если нас интересует только порядок величин. Таким образом, мы получаем для полной кинетической энергии

$$E \approx hc/\lambda + (m^2c^4 + h^2c^2/l^2)^{1/2} - mc^2, \qquad \text{(III.5)}$$

тогда как площадь на рис. 6, *б* имеет порядок величины

$$a = (\lambda/c)(l + \Delta v\lambda/c), \qquad \text{(III.6)}$$

где Δv соответствует неопределенности в скорости второй частицы:

$$\Delta v = \frac{\bar{p}+h/l}{[m^2+(\bar{p}+h/l)^2/c^2]^{1/2}} - \frac{\bar{p}-h/l}{[m^2+(\bar{p}-h/l)^2/c^2]^{1/2}}. \qquad \text{(III.6a)}$$

Последнее выражение опять-таки может быть заменено на

$$(h/l)(m^2+h^2/l^2c^2)^{-1/2}.$$

При заданном E минимальное значение a предполагается в том случае, когда кинетические энергии обеих частиц имеют одинаковый порядок величины. Оба члена в (III.6) в этом случае становятся примерно равными и

$$l/\lambda \approx [E/(m+E)]^{1/2}.$$

Минимальное значение a, если интересоваться порядком величины, опять определяется (III.2). Аналогично сохраняет свое значение (III.3) и в том случае, когда одна из двух частиц имеет нулевую массу покоя.

Двумерный случай сильно упрощается для двух частиц с нулевыми массами покоя. В этом случае волновой пакет не распространяется вовсе и непосредственно ясно, что (III.2) справедливо. В четырехмерном случае (III.3) по-прежнему справедливо. Однако доказательство этого положения с помощью строго подобранных волновых пакетов, а не использованием соотношения неопределенности, является делом отнюдь не простым. Требуется построить волновые пакеты, ограниченные во всех направлениях, распространяющиеся не слишком быстро и движущиеся только в одно полупространство (одна частица идет направо, а другая — налево). Построение таких волновых пакетов не было еще проведено детально. Эти пакеты необходимы для более строгого доказательства (III.2) и (III.3) также и в случае конечных масс; приведенные доказательства, опирающиеся на соотношения неопределенности, показывают только, что a и v не могут быть меньше, чем правые части соответствующих соотношений. Ясно, однако, что фактически осуществить те пределы, которые указаны в (III.2) и (III.3), очень трудно, за исключением случая двух измерений и столкновения двух частиц с нулевой массой. Во всех других случаях относительно малые значения $a_{\min}$ и $v_{\min}$ были предсказаны при предположении, что волновые пакеты сталкивающихся частиц сконструированы таким образом, что можно принять, что в момент столкновения они имеют минимальный размер. Во всяком случае, выражения (III.2) и (III.3) показывают, что только столкновения с относительно высокой энергией соударения и с большой неопределенностью в значениях энергии, могут быть строго локализованы в пространстве-времени.

ДОПОЛНЕНИЕ IV

Обозначим компоненты вектора, направленного от события *1* к событию *2*, через x_i, компоненты единичного вектора вдоль мировой линии первых часов в событии *1* — через e_i. Компонентами первого светового сигнала будут $x_i + te_i$ и второго светового сигнала $x_i - t^1 e_i$. Следовательно,

$$g^{ik}(x_i + te_i)(x_k + te_k) = 0, \tag{IV.1}$$

$$g^{ik}(x_i - t'e_i)(x_k - t'e_k) = 0. \tag{IV.2}$$

Исключение членов, линейных по t и t', производится умножением (IV.1) на t' и (IV.2) на t и последующим сложением:

$$2g^{ik}x_i x_k + 2tt'g^{ik}e_i e_k = 0. \tag{IV.3}$$

Поскольку вектор e является единичным, т. е. $g^{ik}e_i e_k = 1$, то (IV.3) показывает, что пространственно-подобное расстояние между событиями *1* и *2* определяется выражением $(tt')^{1/2}$.

ДОПОЛНЕНИЕ V

Так как измерение кривизны, описанное в основном тексте, предполагает заранее постоянную кривизну по всей области пространства-времени, где производятся измерения, мы используем для проведения вычислений пространство с постоянной кривизной или, скорее, часть пространства, где кривизна постоянна. Мы рассматриваем

только одно пространственное направление, другими словами, двумерное пространство де Ситтера. Оно может быть включено обычным образом в трехмерное пространство [17] с координатами x, y, τ. Точки пространства де Ситтера образуют в этом случае гиперболоид

$$x^2 + y^2 - \tau^2 = a^2, \tag{V.1}$$

где a является «радиусом вселенной». В качестве координат точки мы используем x и y или лучше соответствующие полярные координаты r, φ. В этих координатах метрическая форма имеет вид

$$ds^2 = \frac{a^2}{r^2 - a^2} dr^2 - r^2 d\varphi^2. \tag{V.2}$$

Каждой паре r и φ в пространстве де Ситтера соответствуют две точки (за исключением случая $r = a$); это будут точки с положительным и отрицательным $\tau = (r^2 - a^2)^{1/2}$. Это обстоятельство не приводит ни к каким недоразумениям, так как все события происходят при положительном τ. Нулевыми линиями (путями световых сигналов) служат касательные к окружностям $r = a$.

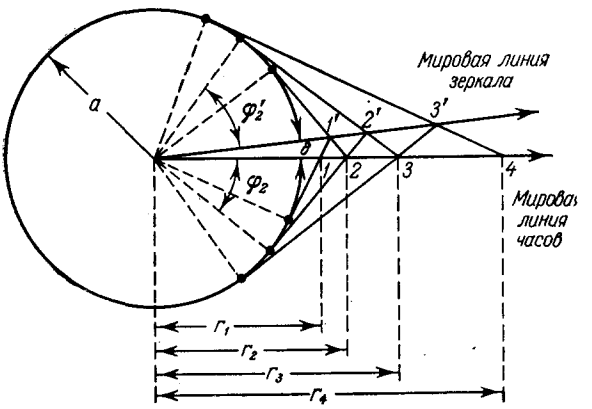

Рис. 7. Анализ эксперимента, изображенного на рис. 5. На рисунке изображен вид гиперболоида, соответствующего пространству де Ситтера, каким он представляется при рассмотрении его вдоль оси. Каждая точка плоскости вне круга соответствует двум точкам мира де Ситтера с одним пространственным измерением, причем эти точки имеют равные, но противоположные по знаку времена. Первый световой сигнал испускается в *1*, достигает зеркала в *1'* и возвращается к часам в *2*. Пути второго и третьего световых сигналов *22'3* и *33'4* соответственно.

Эксперимент, описанный в основном тексте, может быть проанализирован с помощью рис. 7. Ради простоты принято, что часы и зеркало находятся в покое, т. е. что их мировые линии имеют постоянные полярные углы, которые мы будем считать равными соответственно 0 и δ. Первый световой сигнал идет от *1* к *1'* и затем снова к *2*; второй — от *2* к *2'* и обратно к *3*; третий—от *3* к *3'* и обратно к *4*. Полярный угол радиуса-вектора, перпендикулярного к первой части *22'* мировой линии второго светового сигнала, обозначен как φ_2. Построение, приведенное на рис. 7, показывает, что угол φ_2', который мировая линия зеркала составляет с радиусом-вектором, перпендикулярным второй части *2'3* мировой линии второго светового сигнала, равен

$$\varphi_2' = \varphi_2 + \delta. \tag{V.3}$$

Углы φ_1, φ_1', φ_3, φ_3' имеют аналогичный смысл; они не отмечены на рисунке, чтобы его не перегружать. По соображениям, сходным с теми, которые привели нас к (V.3), мы имеем:

$$\varphi_3 = \varphi_2' + \delta = \varphi_2 + 2\delta, \tag{V.3а}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 - 2\delta, \tag{V.3б}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + 2\delta = \varphi_2 + 4\delta. \tag{V.3в}$$

Радиальные компоненты точек *1*, *2*, *3*, *4* обозначены как r_1, r_2, r_3, r_4, причем

$$r_i = a/\cos\varphi_i. \tag{V.4}$$

Собственное время t, отмечаемое часами, может быть получено интегрированием метрической формы (V.2) вдоль мировой линии часов $\varphi = 0$:

$$t = a \ln [r + (r^2 - a^2)^{1/2}]. \tag{V.5}$$

Следовательно, время движения t_2 второго светового сигнала оказывается равным

$$t_2 = a \ln \frac{r_3 + (r_3^2 - a^2)^{1/2}}{r_2 + (r_2^2 - a^2)^{1/2}} = a \ln \frac{\cos\varphi_2 (1 + \sin\varphi_3)}{\cos\varphi_3 (1 + \sin\varphi_3)}. \tag{V.6}$$

Аналогичные выражения получаются для времени движения первого и третьего световых сигналов; все φ могут быть выражены с помощью (V.3а), (V.3б), (V.3в) через φ_2 и δ. Это позволяет произвести вычисление выражения (3). Можно получить для малых δ

$$\frac{t_1 - 2t_2 + t_3}{ct_2^2} \approx \frac{11}{a}, \tag{V.7}$$

а инвариант Римана $R = 2/a^2$ пропорционален квадрату (V.7). В частности, он обращается в нуль, если выражение (3) равно нулю.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. См., например, J. M. Jauch and F. Rohrlich, The Theory of Protons and Electrons (Addison-Wesley Press, Cambridge, Massachusetts, 1955).
2. L. Bass and E. Schrödinger, Proc. Roy. Soc. (London) **A 232**, 1 (1955).
3. Основные моменты приведенной аргументации содержатся в работе автора, Ann. Math. **40**, 149 (1939), и более подробно в его адресе к юбилею теории относительности, Bern. 1955 (Birkhauser Verlag, Basel, 1956).
4. Lee, Yang and Oehme, Phys. Rev. **106**, 340 (1957).

4а. Изложенная интерпретация была предложена независимо многими авторами, среди которых были A. Salam, Nuovo Cim. 5, 229 (1957); Л. Ландау, Nuclear Phys. **3**, 127 (1957); H. D. Smyth and L. Biedenharn (частное сообщение). Dr. S. Deser обнаружил, что «беспокоящая возможность» была указана уже в работе Wick, Wightman and Wigner **88**, 101 (1952), но была признана «маловероятной в настоящее время». Конечно, очевидное единодушие отнюдь не является доказательством справедливости утверждения.

5. O. Laporte, Zs. Phys. **23**, 135 (1924). Интерпретация правила Лапорта с помощью квантовомеханических операторов инверсии содержится в книге автора «Gruppentheorie und ihre Anwendungen auf die Quantenmechanik der Atomspektren» (Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1931), гл. XVIII.
6. О роли операций пространственной и временной инверсии в классической физике смотри H. Zocher and C. Török, Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. **39**, 681 (1953) и приведенную там литературу.
7. Смотри A. Farkas, Orthohydrogen, Parahydrogen and Heavy Hydrogen (Cambridge University Press., New York, 1935).
8. Wu, Ambler, Hayward, Hoppes and Hudson, Phys. Rev. **105**, 1413 (L) (1957); русский перевод в сборнике «Новые свойства симметрии элементарных частиц», ИЛ, 1957.
9. Garwin, Lederman and Weinrich, Phys. Rev. **105**, 1415 (L) (1957); русский перевод в сборнике, цитированном в пункте 8; см. также J. L. Friedman and V. L. Telegdi, Phys. Rev. **105**, 1681 (L) (1957).
10. E. Schrödinger, Ber. Preuss. Akad. Wiss. phys.-math. Kl. 1931, 238.
11. N. Bohr and L. Rosenfeld, Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat.-fys. Medd. **12**, № 8 (1933). Позднейшая литература приведена в статье Розенфельда в сборнике «Niels Bohr and the Development of Physics» (Pergamon Press, London, 1955).
12. E. Inonu and E. P. Wiegner, Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. **39**, 510 (1953).

13. T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956); русский перевод в сборнике, цитированном в пункте 8. См. также E. M. Purcell and N. F. Ramsey, Phys. Rev. **78**, 807 (1950).
14. G. Lüders, Zs Phys. **133**, 325 (1952).
15. G. Luders, Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat.-fys. Medd. **28**, № 5 (1954).
16. Все три операции симметрии были впервые подробно рассмотрены в работе J. Schwinger, Phys. Rev. **74**, 1439 (1948). См. также H. A. Kramers, Proc. Acad. Sci. Amsterdam **40**, 814 (1937), и статью W. Pauli в сборнике «Niels Bohr and the Development of Physics» (Pergamon Press, London, 1955). Значение первых двух операций симметрии (и их связь с представлениями о четности и крамерсовским вырождением) были выясены автором статьи, Zs Phys. **43**, 624 (1927), а также Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, math.-phys. **1932**, 546. См. также T. D. Newton and E. P. Wiegner Rev. Mod. Phys. **21**, 400 (1949); S. Watanabe, Rev. Mod. Phys. **27**, 26 (1945). Представление о зарядовом сопряжении основано на наблюдениях W. Furry, Phys. Rev. **51**, 125 (1937).
17. Смотри, например, H. P. Robertson, Rev. Mod. Phys. 5, 62 (1933).