

ПОЛЯРИЗАЦИЯ БЫСТРЫХ НУКЛОНОВ*)

Л. Вольфенштейн

1. ВВЕДЕНИЕ

Ядерные пучки, выведенные из ускорителей различных типов, обычно неполяризованы, т. е. направления спинов частиц в таких пучках распределены случайно. В последнее время было выполнено значительное число экспериментов с поляризованными пучками, в которых спины нуклонов имеют преимущественную ориентацию в определенном направлении. Настоящая статья посвящена теоретическим методам, используемым при анализе таких экспериментов, и соответствующим результатам при высоких энергиях (нуклоны с энергией от 100 до 400 Мэв).

Определение поляризации. Спинное состояние частицы, обладающей спином $\frac{1}{2}$, характеризуется спинором Паули $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$. Для каждого такого состояния существует направление μ , по которому направлен спин так, что если мы направим ось z параллельно μ , то у спинора Паули будет $a_2 = 0$. Если единичный вектор μ определяется сферическими координатами θ_μ, φ_μ , то

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= C \cos \frac{\theta_\mu}{2} e^{-\frac{i\varphi_\mu}{2}}, \\ a_2 &= C \sin \frac{\theta_\mu}{2} e^{\frac{i\varphi_\mu}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $2|C|^2$ есть величина спинора**). Пучок частиц со спином $\frac{1}{2}$ является совокупностью многих частиц, каждая из которых находится в некотором спинном состоянии, характеризуемом спинором Паули. Если все частицы находятся в одном и том же состоянии, то пучок называется полностью поляризованным, и его поляризация может характеризоваться спинором Паули; однако в большинстве случаев это не имеет места, так как обычно метод получения пучка не обеспечивает его полной поляризации.

Поэтому мы должны выяснить, какая операция может определять поляризацию пучка в общем случае; например, должны ли мы определять спиновые состояния каждой из частиц пучка? От нашего определения мы требуем, чтобы оно полностью определяло результаты любого эксперимента, который можно произвести. (Предполагается, что известны интенсивность и энергия пучка.) Для примера мы рассмотрим опыт Штерна-Герлаха, где неоднородность поля направлена вдоль оси z . Разность между числом частиц в двух

* Annual Review of Nuclear Science 6 (1956). Перевод Ю. П. Кумекина.

** В дальнейшем она будет нормироваться на единицу не всегда.

образующихся пучках определяется выражением

$$\frac{\sum_n \{ |a_1^{(n)}|^2 - |a_2^{(n)}|^2 \}}{\sum_n \{ |a_1^{(n)}|^2 + |a_2^{(n)}|^2 \}} = \overline{\langle \sigma_z \rangle}, \quad (2a)$$

где сумма по n есть сумма по состояниям всех частиц в исходном пучке; $\langle \sigma_z \rangle$ есть математическое ожидание операторов Паули для любого из этих состояний, а черта наверху означает усреднение по этим состояниям. Этот эксперимент не определяет результаты опытов Штерна-Герлаха с полями, направленными по осям x и y (за исключением специального случая $\langle \sigma_z \rangle = 1$). Результаты этих добавочных опытов определяются выражениями

$$\frac{2\text{Re} \sum_n a_1^{(n)*} a_2^{(n)}}{\sum_n (|a_1^{(n)}|^2 + |a_2^{(n)}|^2)} = \overline{\langle \sigma_x \rangle}, \quad (2b)$$

$$\frac{2\text{Im} \sum_n a_1^{(n)*} a_2^{(n)}}{\sum_n (|a_1^{(n)}|^2 + |a_2^{(n)}|^2)} = \overline{\langle \sigma_y \rangle}. \quad (2c)$$

(Можно подумать, что один из этих экспериментов невозможен из-за того, что одна из осей направлена вдоль направления движения, но спин может быть повернут по отношению к направлению движения посредством однородного магнитного поля (см. раздел 4), находящегося перед аппаратурой Штерна-Герлаха). Эти три опыта определяют вектор $\overline{\langle \sigma \rangle}$, из которого может быть найден результат опыта Штерна-Герлаха в общем случае. Таким образом, поляризация пучка может быть определена, если даны направление $\overline{\langle \sigma \rangle}$ и величина поляризации P , где

$$P^2 = \overline{\langle \sigma \rangle} \cdot \overline{\langle \sigma \rangle} = \overline{\langle \sigma_x \rangle}^2 + \overline{\langle \sigma_y \rangle}^2 + \overline{\langle \sigma_z \rangle}^2. \quad (2d)$$

Поскольку произвольный спиновый оператор, соответствующий любому возможному спиновому состоянию, может быть представлен как линейная комбинация единичного оператора, σ_x , σ_y и σ_z , то его средняя величина может быть определена уравнениями (2). Это доказывает, что $\overline{\langle \sigma \rangle}$ действительно является полным определением поляризации, которое нам и нужно. Невозможно различить два пучка с одинаковым значением $\overline{\langle \sigma \rangle}$, даже если они получены совершенно различными путями. Неполаризованный пучок ($P=0$), таким образом, может быть представлен как равная смесь двух полностью, но противоположно поляризованных пучков, а любой частично поляризованный пучок ($1 > |P| > 0$) может быть представлен как смесь, содержащая долю $|P|$ полностью поляризованного в направлении $\overline{\langle \sigma \rangle}$ пучка и долю $(1 - |P|)$ неполяризованного пучка.

Такое рассмотрение полностью аналогично рассмотрению, проводимому при поляризации света. Три опыта Штерна-Герлаха аналогичны трем экспериментам: двум для определения плоскости поляризации и одному для определения круговой поляризации, необходимым для анализа поляризации света. Три компоненты $\overline{\langle \sigma \rangle}$ являются прямыми аналогами параметров Стокса^{1, 2}.

Можно отметить, что средняя величина спина недостаточна для определения поляризации частиц со спином 1. В этом случае в опыте Штерна-Герлаха имеется три пучка, и поэтому необходимо дополнительно определять долю неотклоненных частиц. Эта доля определяется средним значением оператора, который преобразуется как неприводимый тензор второго ранга, и поэтому для определения этой доли во всех возможных опытах Штерна-Герлаха необходимо пять параметров, что в сумме дает восемь параметров, которые требуются для полного определения поляризации частиц со спином единица³.

Опыты по двойному рассеянию. В действительности опыты Штерна-Герлаха не являются практическим методом для получения или анализа поляризации быстрых нуклонов из-за малой величины их магнитного момента; кроме того, можно показать⁴, что согласно принципу неопределенности обычное полуклассическое рассмотрение опытов Штерна-Герлаха неприменимо для пучка таких заряженных частиц, как протоны. Другим методом, впервые предложенным Моттом⁵ для электронов, является получение поляризованного пучка при рассеянии неполяризованного пучка на подходящей мишени. Если взаимодействие при рассеянии связывает спиновый и орбитальный угловой моменты, то возможно, что частицы пучка со спином вверх будут преимущественно рассеиваться налево (направо), тогда как частицы со спином вниз будут преимущественно рассеиваться направо (налево). (Отметим, что классически левое и правое рассеяние соответствует орбитальному угловому моменту вниз и вверх соответственно.)

Осуществление двух таких рассеиваний, составляющих опыт по двойному рассеянию, может быть использовано сначала для поляризации пучка и затем для анализа поляризации. Первый успешный опыт такого рода был выполнен Шаллом⁶ с электронами по предложению Мотта.

Упрощенное рассмотрение такого опыта приведено в таблице. Неполяризованный пучок из $2N$ частиц рассеивается на первой мишени так, что доля f_1 от всех частиц падает на мишень 2. Однако предполагается, что

Интенсивности при двойном рассеянии (мишень со спином нуль)

Пучок	Направление спина	Число частиц
Падающий {	Вверх	N
	Вниз	N
Рассеянный один раз налево . . . {	Вверх	$Nf_1(1 + P_1)$
	Вниз	$Nf_1(1 - P_1)$
Рассеянный один раз направо . . . {	Вверх	$Nf_1(1 - P_1)$
	Вниз	$Nf_1(1 + P_1)$
Рассеянный дважды налево (LL) {	Вверх	$Nf_1f_2(1 + P_1)(1 + P_2)$
	Вниз	$Nf_1f_2(1 - P_1)(1 - P_2)$
Рассеянный сначала налево, затем направо (LR) {	Вверх	$Nf_1f_2(1 + P_1)(1 - P_2)$
	Вниз	$Nf_1f_2(1 - P_1)(1 + P_2)$

из всех частиц, рассеянных налево, на мишень 2 попадает доля $f_1(1 + P_1)$ от частиц со спином вверх³, а доля $f_1(1 - P_1)$ попадает от частиц со спином вниз. Таким образом, пучок, падающий на мишень 2, имеет поляризацию P_1 в направлении «вверх». Второй рассеиватель аналогично характеризуется величинами f_2 и P_2 , где P_2 выражает свойство мишени 2 рассеивать спины «вверх» преимущественно налево. Отсюда следует, что пучок, рассеянный дважды налево (LL), содержит больше частиц, чем пучок, который сначала рассеивался налево, а затем направо (LR): лево-правая асимметрия при втором рассеянии определяется соотношением

$$e = \frac{(LL) - (LR)}{(LL) + (LR)} = \frac{1 + P_1 P_2 - (1 - P_1 P_2)}{1 + P_1 P_2 + (1 - P_1 P_2)} = P_1 P_2. \quad (3)$$

В частности, если два рассеяния идентичны и мы пренебрегаем потерей энергии при первом рассеянии, то мы имеем $P_1 = P_2 = P$, и из уравнения (3) следует

$$P = \pm \sqrt{e}. \quad (3a)$$

Это дает нам метод, обычно используемый при высоких энергиях, для определения параметра P мишени; однако этот метод не определяет знак P . Отметим, что символ P используется для выражения как величины поляризации пучка, так и анализирующей способности данного рассеяния.

Хотя наш результат, выраженный уравнением (3), правилен, аргументы, положенные в его основу, неполны. Было молчаливо предположено, что частицы при рассеянии не меняют направления спина. В разделе 3 будет показано, что это верно для мишеней со спином нуль, но несправедливо, вообще говоря, для других мишеней. Общий случай будет рассмотрен в разделе 4, где обсуждаются также опыты по тройному рассеянию. Нужно отметить, что попытки связать знак поляризации со знаком спин-орбитальной связи посредством квазиклассических рассуждений не очень надежны.

Обозначения

Ниже приводятся обозначения, используемые при описании однократного рассеяния.

- \mathbf{k} — единичный вектор в направлении падающего пучка в лабораторной системе,
- \mathbf{k}' — единичный вектор в направлении рассеянного пучка в лабораторной системе,
- \mathbf{p} — начальный импульс в системе центра масс,
- \mathbf{p}' — конечный импульс в системе центра масс,
- Θ, φ — сферические координаты \mathbf{k}' по отношению к \mathbf{k} как к полярной оси,
- θ, φ — сферические координаты \mathbf{p}' по отношению к \mathbf{p} как к полярной оси,
- \mathbf{n} — единичный вектор, перпендикулярный к плоскости рассеяния

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{k}'}{\sin \Theta} = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{p}'}{p^2 \sin \theta}, \quad (4a)$$

$$\mathbf{s} = \text{единичный вектор} = \mathbf{n} \times \mathbf{k}', \quad (4b)$$

$$\hbar \mathbf{x} = \text{изменение импульса} = \mathbf{p}' - \mathbf{p},$$

$$\mathbf{K} = \text{единичный вектор в направлении } \mathbf{x},$$

$$\mathbf{P} = \text{единичный вектор в направлении } (\mathbf{p}' + \mathbf{p}).$$

Индексы 1, 2, 3 будут использованы для обозначения первого, второго и третьего рассеяний соответственно, но индекс 2 может быть опущен, если это не приводит к неясности. Мы определим азимутальный угол второго рассеяния соотношениями

$$\cos \varphi_2 = \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2; \quad \sin \varphi_2 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{k}_2. \quad (4c)$$

2. ОБЗОР ОПЫТОВ ПО ПОЛЯРИЗАЦИИ

Швингер^{7,8} предложил поляризовать пучки быстрых нейтронов посредством рассеяния; этот метод основан на использовании большой спин-орбитальной связи во взаимодействии нейтрона с ядром, которая наблюдалась по большому расщеплению «тонкой структуры» ядерных уровней. Например, рассеяние нейтронов с энергией ~ 1 Мэв на He_4 может быть описано посредством широкого $J = 3/2$ резонанса, соответствующего основному состоянию He_5 ; состояние $J = 1/2$ находится, по крайней мере, на 2 Мэв выше по энергии. Расчеты показали, что нейтроны могут сильно поляризоваться в результате интерференции этого расщепленного резонансного рассеяния и потенциального рассеяния S -волны^{9,10}. Когда этот эксперимент еще не был выполнен с нейтронами, подобный же метод был применен к протонам группой авторов в Миннесоте^{11,12}, которая выполнила первые успешные эксперименты по поляризации протонов в 1951 г.; поляризация создавалась и анализировалась при двойном рассеянии на гелии. Из-за влияния кулоновских эффектов резонанс на Li_5 , соответствующий $J = 3/2$, который изучался в эксперименте, потребовал энергии протонов от 2 до 3 Мэв.

Тот факт, что спин-орбитальная связь существенна в ядерных взаимодействиях, подсказывает, что продукты многих ядерных реакций могут быть поляризованы и что множество опытов по рассеянию вполне доступно для осуществления. Это было наглядно показано успешными экспериментами, включая следующие:

1) Было показано, что протоны, получаемые в $d-d$ реакции при энергии дейтронов 300 кэв, поляризованы¹³ (наблюдалась лево-правая асимметрия при их рассеянии на гелии). Аналогично наблюдалась поляризация $d-d$ нейтронов при резонансном рассеянии на углероде и кислороде, используемых в качестве анализатора¹⁴.

2) Рассеянием на кислороде в качестве анализатора было показано¹⁵, что нейтроны от реакции $\text{Li}^7(p,n)\text{Be}^7$ имеют поляризацию около 50%. Поляризованные нейтроны с энергией 400 кэв, полученные таким методом, рассеивались на разных мишенях от углерода до висмута, и во многих случаях наблюдалась лево-правая асимметрия¹⁶.

Общая формула для поляризационных эффектов в ядерных реакциях была дана Блин-Стойлом^{17a}, Сатчлером^{17b} и Саймоном и Уэлтоном¹⁸.

Было предложено использовать быстрые поляризованные пучки для изучения спиновой зависимости нуклон-нуклонного взаимодействия. Если взаимодействие является центральным, то независимо от наличия спин-спинового взаимодействия дифференциальное сечение рассеяния поляризованного пучка будет такое же, как и у неполяризованного, если, конечно, мишень неполяризована. Однако нецентральные взаимодействия, которые сильно связывают спиновый и орбитальный угловые моменты, могут дать лево-правую асимметрию при рассеянии поляризованного пучка¹⁹. Эта асимметрия не может быть велика, если рассеяние почти нацело обзано S -волне; следовательно, требуются поляризованные нуклонные пучки с энергиями, значительно большими, чем 20 Мэв.

Первая успешная попытка поляризовать протоны высокой энергии посредством рассеяния была выполнена Оксли и др. в Рочестере в 1952 г.²⁰. С тех пор внешние протонные пучки с поляризацией от 45 до 90% и с интенсивностями от 10^4 до 10^6 частиц/см² сек были получены на разных ускорителях с энергией от 130 Мэв до 570 Мэв²¹⁻²⁵. В типичной схеме эксперимента (рис. 1) внутренний неполяризованный пучок упруго рассеивается на мишени 1 из бериллия или углерода на угол Θ_1 , составляющий от 10 до 20°, затем анализируется магнитом и коллимируется перед вторым рассеянием на мишени 2. В обычных опытах по двойному рассеянию пучок, рассеянный на угол Θ_2

направо и налево, регистрируется телескопом, содержащим такой поглотитель, что остаются только упруго или почти упруго рассеянные протоны. Поскольку нас интересует только лево-правая асимметрия, то не обязательно определять эффективность регистрации телескопов, но очень важно, чтобы не было ложной асимметрии между левым и правым рассеянием. Результаты рассеяния на сложных ядрах и на водороде обсуждаются в разделах 3 и 5.

Пучки нейтронов высокой энергии обычно получают при обменном рассеянии протонов на нейтронах внутри легких ядер. Рассматривая такое соударение внутри ядра как квазиупругое $n-p$ — p -рассеяние, можно надеяться, что

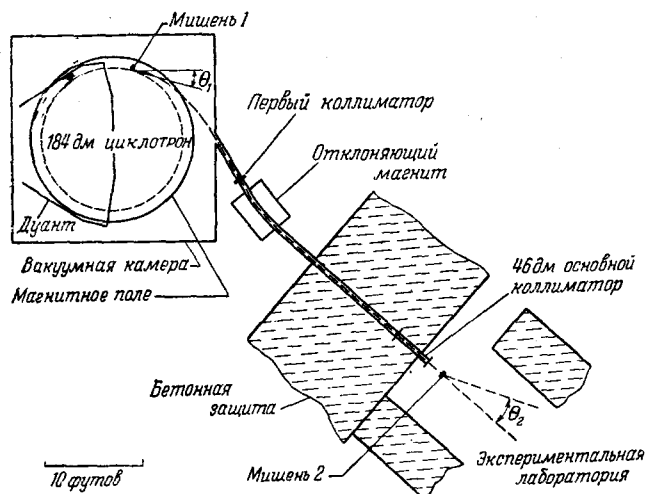


Рис. 1. План расположения циклотрона в Беркли, показывающий траекторию поляризованного пучка. Рассеяние на мишени 1 происходит налево, а спин, направленный от плоскости рисунка, есть спин, направленный «вверх».

нейтроны, вылетевшие под некоторым углом по направлению к падающим протонам, поляризованы из-за нецентрального np -взаимодействия. Первый эксперимент по обнаружению такой поляризации был поставлен Вoutersом²⁶ и показал, что величина поляризации невелика. Пучки нейтронов с поляризацией от 10 до 20% были получены таким путем при энергии от 100 до 400 Мэв²⁷⁻³⁰ и были использованы, в основном, для изучения np -рассеяния (раздел 5). Малая величина поляризации имеет следствием то, что асимметрия между левым и правым рассеянием составляет лишь несколько процентов, так что большие ошибки могут произтекать из-за малых ошибок в установке аппаратуры. Группа авторов в Харуэлле³¹ недавно преодолела эту трудность тем, что все второе рассеяние проводится с одной стороны сначала с нейтронами со спином «вверх» и затем с нейтронами со спином «вниз». Спин нейтронов поворачивается магнитным полем, вокруг которого прецессирует магнитный момент.

В настоящую статью не включена поляризация тепловых нейтронов и использование поляризованных ядер в качестве радиоактивных источников или мишеней. Эти вопросы рассмотрены в обзоре³².

3. РАССЕЯНИЕ НА БЕССПИНОВОЙ МИШЕНИ

Сначала мы рассмотрим специальный случай рассеяния нуклонов на ядрах с нулевым спином, таких как гелий или углерод. Существующие эксперименты показывают, что поляризация нуклонов при рассеянии на сложных ядрах в зависимости от атомного веса изменяется медленно и, по-видимому, не зависит от спина ядер³³. Опыты по тройному рассеянию на алюминии^{34, 35}

также показывают, что D (см. раздел 4) приблизительно равно единице, что должно иметь место для ядер с нулевым спином. Поэтому мы проведем в нерелятивистском приближении обычное рассмотрение и применим его к рассеянию на любых сложных ядрах.

Использование амплитуд матрицы рассеяния. В этом случае волновая функция стационарного состояния упругого рассеяния может быть записана как спинор с компонентами

$$\Psi_f^{(n)} = e^{\frac{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{\hbar}} a_f^{(n)} + \frac{e^{\frac{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{\hbar}}}{r} \sum_l M_{jl}(\theta, \varphi) a_l^{(n)}, \quad (5)$$

где $a_1^{(n)}$, $a_2^{(n)}$ определяют спиновое состояние падающей волны, а 2×2 -рядная матрица $M(\theta, \varphi)$, которая связывает спинор рассеянного пучка со спинором падающего, играет роль обычной амплитуды рассеяния $f(\theta)$. Под любым данным углом матрица M может быть представлена в виде разложения по матрицам Паули:

$$M = g \cdot 1 + h_1 \sigma_x + h_2 \sigma_y + h_3 \sigma_z = g + \mathbf{h} \boldsymbol{\sigma}, \quad (6)$$

где 1 есть единичная матрица, которая далее писаться не будет. x , y и z оси должны определяться физическими векторами; в процессе рассеяния таких имеется только два: \mathbf{p} и \mathbf{p}' . Так как единственный аксиальный вектор, который можно из них построить, есть \mathbf{n} , то наиболее общий вид M есть

$$M = g(\theta) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} h(\theta), \quad (7)$$

где g и h суть произвольные комплексные функции от энергии и угла рассеяния θ . Члены типа $\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}$ сюда не войдут, так как они меняют знак при пространственных отражениях.

Если исходное направление спина $\boldsymbol{\mu}$ определяется сферическими координатами θ_u , φ_u , а ось z направлена по \mathbf{n} , то спинор, умножающийся на $e^{\frac{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{\hbar}} / r$ в уравнении (5), согласно (1) и (7) есть

$$\chi = \begin{pmatrix} C(g+h) \cos \frac{\theta_u}{2} e^{-\frac{i\varphi_u}{2}} \\ C(g-h) \sin \frac{\theta_u}{2} e^{\frac{i\varphi_u}{2}} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) мы получим:

а) Дифференциальное сечение рассеяния

$$I = \frac{\chi^\dagger \chi}{2|C|^2} = |g|^2 + |h|^2 + 2\mathbf{n} \boldsymbol{\mu} \operatorname{Re}(g^* h), \quad (9)$$

где мы написали $\mathbf{n} \boldsymbol{\mu}$ вместо $\cos \theta_u$. Усредняя по двум противоположным направлениям $\boldsymbol{\mu}$, мы получаем сечение для падающего неполяризованного пучка

$$I_0 = |g|^2 + |h|^2. \quad (10a)$$

Поляризация падающего пучка добавляет в сечение член I_p , который может быть записан так:

$$I_p = I_0 P \mathbf{n} \boldsymbol{\mu}, \quad (11a)$$

$$P = \frac{2 \operatorname{Re}(g^* h)}{|g|^2 + |h|^2}. \quad (10b)$$

Видно, что для данного угла рассеяния θ поляризация падающего пучка, направленная по \mathbf{n} , дает азимутальную зависимость сечения в виде $\cos \varphi$, где

φ — обычный азимутальный угол (уравнение (4с)). Так как I_0 и P определяют величины $g + h$ и $g - h$, то мы можем написать уравнения

$$\left. \begin{aligned} g + h &= \sqrt{I_0(1+P)} e^{i\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right)}, \\ g - h &= \sqrt{I_0(1-P)} e^{i\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

определяющие фазовые факторы α и β . Именно,

$$\cos \beta = \frac{|g|^2 - |h|^2}{I_0 \sqrt{1-P^2}}; \quad \sin \beta = \frac{2 \operatorname{Im} h^* g}{I_0 \sqrt{1-P^2}}. \quad (10c)$$

б) Направление спина μ_f рассеянных частиц. Сферические координаты θ_u, φ_u , определяющие μ_f , могут быть получены подстановкой выражений (12) в уравнение (8) и сравнением полученного результата с соотношениями (1):

$$\left. \begin{aligned} a) \quad \langle \sigma \rangle_2 n_2 &= \frac{P_2 + D}{P_2 + 1} & \varphi'_u &= \varphi_u + \beta, \\ \cos \theta'_u &= \frac{\cos \theta_u + P}{1 + P \cos \theta_u}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$b) \quad \langle \sigma \rangle_2 S = R$$

$$c) \quad \langle \sigma \rangle_2 S = A$$

Отсюда следует, что при рассеянии спин частиц наклоняется к z оси (нормали \mathbf{n}) и этот наклон определяется величиной P и первоначальной z -компонентой спина, а направление проекции спина на плоскость рассеяния поворачивается на угол β . Усредняя по двум противоположным направлениям μ , мы получаем, что для неполяризованного падающего пучка

$$\langle \sigma \rangle_f = P \mathbf{n}. \quad (11b)$$

Из этих рассуждений немедленно вытекают результаты таблицы.

Для того чтобы определить β , мы должны измерить вращение проекции вектора спина на плоскость рассеяния. Такой эксперимент показан на второй диаграмме рис. 2: плоскость рассеяния выбрана так, что в ней лежит направление спина падающего пучка; а так как простые анализаторы регистрируют в конечной поляризации только компоненту, перпендикулярную направлению рассеянного пучка \mathbf{k}' , то анализатор выбирают так, чтобы регистрировать компоненту поляризации вдоль \mathbf{s} . Если падающий пучок полностью поляризован, то эта компонента называется R (см. раздел 4), и в данном случае

$$R = \sin \theta'_u \cos (\varphi'_u - 90^\circ - \Theta) = \sqrt{1-P^2} \cos (\beta - \Theta), \quad (14)$$

где мы использовали (13), причем ось x направлена по \mathbf{k} , $\theta_u = 90^\circ$; $\varphi_u = 90^\circ$. Две другие компоненты суть

$$\langle \sigma \rangle \cdot \mathbf{n} = P$$

и

$$\langle \sigma \rangle \cdot \mathbf{k}' \equiv R' = \sqrt{1-P^2} \sin (\Theta - \beta).$$

Таким образом, измерение R требует трех рассеяний, первое рассеяние поля-

Рис. 2. Три эксперимента по тройному рассеянию. Направление поляризации показано стрелочкой на пучке, падающем на второй рассеиватель (\odot есть стрелочка, направленная за плоскость чертежа). Стрелочка на рассеянном пучке означает нормаль к плоскости рассеяния и, следовательно, измеряемую компоненту поляризации. Уравнение для этой компоненты дано для случая, когда падающий пучок полностью поляризован. Диаграммы относятся к лабораторной системе координат.

диаграмме рис. 2: плоскость рассеяния выбрана так, что в ней лежит направление спина падающего пучка; а так как простые анализаторы регистрируют в конечной поляризации только компоненту, перпендикулярную направлению рассеянного пучка \mathbf{k}' , то анализатор выбирают так, чтобы регистрировать компоненту поляризации вдоль \mathbf{s} . Если падающий пучок полностью поляризован, то эта компонента называется R (см. раздел 4), и в данном случае

ризует пучок, второе — исследуется, а третье анализирует конечную поляризацию. Плоскость третьего рассеяния определяется тем, что она перпендикулярна \mathbf{S} .

Одиночное, двойное и тройное рассеяния определяют I_0 , P и β , и таким образом согласно (12) определяют для данного угла рассеяния θ комплексные амплитуды g и h , за исключением общего фазового фактора α . Этот фазовый фактор можно определить только по интерференции ядерного и кулоновского рассеяния (за исключением случая $\theta = 0$, когда он может быть определен по оптической теореме).

Рассеяние на спин-орбитальном потенциале в борновском приближении. Для вычисления M мы можем предположить, что падающий нуклон взаимодействует с ядром посредством центрального потенциала, дополненного спин-орбитальным членом

$$H' = V(r) + W(r) \frac{\sigma}{2} \cdot \frac{\mathbf{L}}{\hbar}, \quad (15a)$$

где \mathbf{L} есть оператор орбитального углового момента. В большинстве случаев удобно выразить $W(r)$ через потенциал $Y(r)$:

$$W(r) = -\frac{1}{r} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 \frac{dY}{dr}, \quad (15b)$$

так что

$$H' = V(r) - \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{dY}{dr} \frac{\sigma}{2} \cdot \frac{\mathbf{L}}{\hbar}. \quad (15c)$$

Примеры такого потенциала:

1) Электромагнитное взаимодействие движущегося нуклона с ядром заряда Ze в нерелятивистском приближении определяется выражением типа (15), где $V(r) = \frac{zZe^2}{r}$, а

$$Y(r) = -\frac{1}{2} (2\mu - z) \frac{Ze^2}{r}, \quad (15d)$$

где μ есть магнитный момент нуклона в единицах ядерного магнетона и $Z=1$ для протонов, $Z=0$ для нейтронов.

2) Взаимодействие нуклона со статическим потенциалом $V(r)$ дополняется релятивистской спин-орбитальной связью из-за Томасовской прецессии*) по формуле $Y(r) = \frac{1}{2} V(r)$ ^{36,37,38}. Если $V(r)$ есть обычное нуклон-ядерное взаимодействие, то такая величина спин-орбитальной связи оказывается слишком малой, чтобы объяснить экспериментальные результаты, хотя последние теории, использующие эффективную массу, приводят к уменьшению этого несоответствия³⁹.

3) Оболочечная модель ядер Майер-Дженсена⁴⁰ предполагает большую спин-орбитальную связь во взаимодействии нуклонов малой энергии с ядром.

Аналогичный член спин-орбитальной связи был предложен Ферми⁴¹ для объяснения экспериментов по поляризации при высокой энергии. Ферми⁴² указал на то, что эта спин-орбитальная связь должна быть сконцентрирована на поверхности ядра, так как если нуклон окружен со всех сторон ядерным веществом, то настолько, насколько он может «чувствовать», он не «знает» своего положения относительно центра ядра и поэтому не «знает» знака \mathbf{L} . Такая концентрация вытекает из уравнения (15b), если $Y(r)$ прямо пропорционально $V(r)$. Предпринимались различные попытки связать эту спин-орбитальную связь с нецентральной частью нуклон-нуклонного взаимодействия⁴³⁻⁴⁷.

*) Можно отметить, что член $\frac{1}{2} \frac{zZe^2}{r}$ можно приписать Томасовской прецессии.

Теперь мы вычислим в Борновском приближении добавок M_{LS} к M от второго члена в уравнении (15с) для рассеяния с изменением импульса от \mathbf{p} к \mathbf{p}' :

$$\begin{aligned} M_{LS} &= \frac{m}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 \int e^{-i\mathbf{p}'\cdot\mathbf{r}} \frac{1}{r} \frac{dY}{dr} \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2} \cdot \mathbf{r} \times \frac{\mathbf{V}}{i} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \frac{1}{\hbar} d\tau = \\ &= \frac{m}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2} \cdot \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \times \int e^{-i\mathbf{x}\cdot\mathbf{r}} \nabla Y(r) d\tau. \end{aligned}$$

Интегрируя по частям, имеем:

$$\begin{aligned} M_{LS} &= \frac{m}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2} \cdot \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \times \int \nabla (e^{-i\mathbf{x}\cdot\mathbf{r}}) Y(r) d\tau = \\ &= \frac{i}{2} \left(\frac{P}{mc} \right)^2 \sin\theta Y(k) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}, \end{aligned} \quad (16)$$

где мы использовали

$$\mathbf{p} \times \hbar \mathbf{x} = \mathbf{p} \times \mathbf{p}' = p^2 \sin\theta \mathbf{n}$$

и ввели обозначение преобразования Фурье

$$x(k) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} X(r) d\tau.$$

Здесь p и k — величины \mathbf{p} и \mathbf{k} соответственно. Окончательный результат Борновского приближения имеет вид:

$$g(\theta) = v(k), \quad (17a)$$

$$h(\theta) = i\eta^2 \sin\theta \frac{Y(k)}{2}, \quad (17b)$$

$$\hbar k = 2p \sin \frac{\theta}{2}; \quad \eta = \frac{p}{mc}.$$

Физическая картина этих расчетов была дана Ферми⁴².

Интерпретация рассеяния нуклонов на ядрах посредством оптической модели^{48,49,50} использует комплексный потенциал $V(r)$ с мнимой частью, соответствующей поглощению

$$V(r) = V_0(r)(1 + i\epsilon). \quad (18)$$

Мы последуем обычному предположению, что зависящая от спина часть потенциала действительна и дается уравнением (15b), где

$$Y(r) = \gamma V_0(r), \quad (19)$$

хотя использование комплексного $Y(r)$ недавно было предложено как на основе теоретических расчетов⁴⁷, так и для согласования теории с экспериментальными результатами⁵¹. Используя (18) и (19) для потенциала, мы получаем^{41,52,53} из (10) и (17), что

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= v_0^2(k) \left[1 + \epsilon^2 + \frac{\gamma^2 \eta^4}{4} \sin^2 \theta \right], \\ P &= \frac{\eta^2 \gamma \epsilon \sin \theta}{1 + \epsilon^2 + \frac{\gamma^2 \eta^4}{4} \sin^2 \theta}, \\ \sin \beta &= - \frac{P}{\epsilon \sqrt{1 - P^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Нужно отметить, что поляризация P исчезает, если потенциалы $V(r)$ и $Y(r)$ оба действительны (т. е. если $\epsilon = 0$); в этом случае амплитуды рассеяния спинов «вверх» и «вниз» отличаются по фазе, но не по величине, так как h на 90° отстоит по фазе от g . Обращение поляризации в нуль в Борновском приближении при эрмитовском гамильтониане может быть доказано в общем случае (см. ссылку 13 в работе¹⁸). В этом случае спин-орбитальная связь еще проявляет себя в тройном рассеянии, что можно показать, подставляя уравнение для $\left(\frac{P}{\epsilon}\right)$ в уравнение для $\sin \beta$.

Более точные расчеты^{45,54-61}, большей частью основанные на методе WKB , показали, что результаты Борновского приближения могут быть совершенно неверны в районе дифференциального минимума, но тем не менее могут быть использованы для грубой оценки везде.

Сравнение теории с экспериментом. Мы сравним результаты модели с комплексным потенциалом и со спин-орбитальной связью с экспериментальными результатами в области 300 Мэв³⁴. В Борновском приближении, как видно из (20), поляризация как функция угла не зависит от $V_0(r)$ и достигает максимального значения

$$P_{\max} = \frac{\epsilon}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \quad (21a)$$

при угле θ_{\max} , который определяется из соотношения

$$\sin \theta_{\max} = \frac{2\sqrt{1 + \epsilon^2}}{\gamma\eta}. \quad (21b)$$

Применение (21a) и (21b) к данным по рассеянию протонов с энергией 313 Мэв на углероде дает для ϵ значение около 1,0 и для γ около 16;

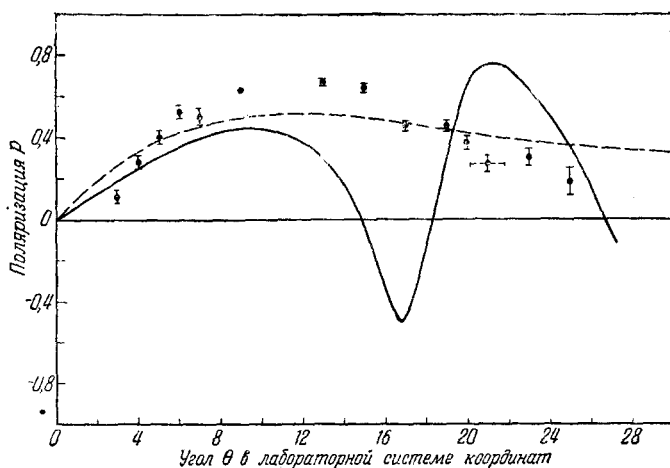


Рис. 3. Поляризация P как функция лабораторного угла рассеяния на углероде протонов с энергией 313 Мэв. Сплошная кривая представляет точные расчеты⁵⁴ (с учтенным угловым разрешением), полученные для прямоугольного потенциала; пунктирная кривая представляет расчеты в Борновском приближении⁴¹ для того же потенциала.

это значение γ более чем в 30 раз превышает величину $1/2$, даваемую Томасовской прецессией. Результаты Борновского приближения⁴¹ при $\gamma = 15$ и $\epsilon = 0,6$ приведены на рис. 3 для сравнения с экспериментальными данными.

В точных расчетах поляризация должна зависеть от потенциала $V_0(r)$. Если мы возьмем те же величины $\gamma = 15$ и $\epsilon = 0,6$ и прямоугольную яму радиуса $3,2 \times 10^{-13}$ см и глубиной 27 Мэв для $V_0(r)$, то точные вычисле-

ния дают поляризацию, показанную сплошной кривой на рис. 3⁵⁴. Для сравнения с экспериментальными данными при построении теоретической кривой было учтено экспериментальное угловое разрешение. Точные результаты характеризуются большими флуктуациями поляризации в районе ожидаемого дифференциального минимума. Легко понять, почему должны быть такие флуктуации. Рассмотрим рассеяние полностью поляризованного пучка: частицы, рассеивающиеся налево, обнаруживают совсем другой эффективный потенциал, чем те, что рассеиваются направо, и в результате дифракционный минимум налево приходится на несколько меньший угол рассеяния, чем для рассеяния направо. Если угол рассеяния соответствует дифракционному минимуму налево, то почти все частицы рассеиваются направо и мы имеем большое отрицательное значение P . При несколько большем угле рассеяния ситуация изменяется и мы имеем большое положительное значение P . Это показано на рис. 4,

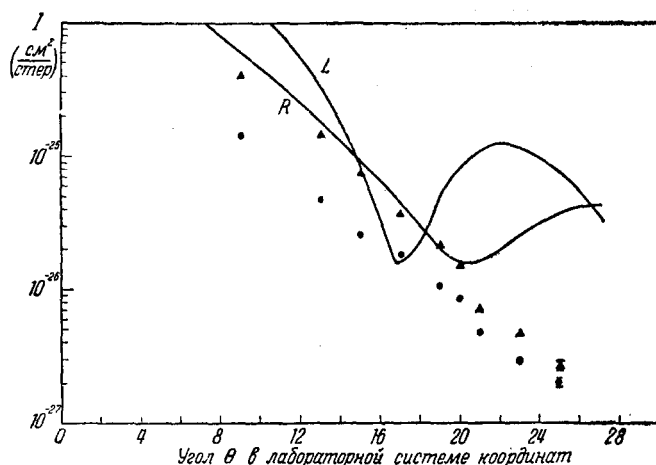


Рис. 4. Дифференциальное сечение рассеяния 76% поляризованных протонов с энергией 313 Мэв на углероде налево (треугольник) и направо (кружки)³⁵. Сплошные кривые соответствуют точным расчетам (с учтенным угловым разрешением) и получены с тем же потенциалом, что и в случае рис. 3.

где приведены сечения рассеяния налево и направо для 76% поляризованных протонов согласно точным вычислениям. И лишь в Борновском приближении при предположении (19) вычисления дают идентичные дифракционные кривые для рассеяния налево и направо.

Вопреки этим строгим теоретическим расчетам опыты на углероде не дают ни дифракционного минимума в сечении, ни большого спадания поляризации. Более хорошее согласие с данными было получено^{45,57, 61} при замене прямоугольной ямы для $V_0(r)$ на более плавную кривую, предложенную Саксоном и Вудом⁴⁹ для удовлетворения данных о сечении при 20 Мэв. При этих расчетах флуктуация поляризации уменьшается по величине и тщательный опыт на алюминии при энергии 313 Мэв³⁴ показал, что такая флуктуация действительно существует. Стернхеймер⁵⁶ получил согласие с данными на алюминии, используя потенциал Саксона — Вуда с закругленными краями для $V_0(r)$ и выражения (18) и (19) при $\epsilon = 1$ и γ около 12 (рис. 4). Нужно отметить, что теоретическое дифференциальное сечение и результаты для тройного рассеяния, полученные при таком потенциале, не удовлетворяют данным столь же хорошо. В действительности экспериментальные и теоретические результаты в районе теоретического дифракционного минимума и при больших углах надо сравнивать с большой осторожностью, даже если

учтено экспериментальное угловое разрешение (что не сделано на рис. 5). Дело в том, что в большинстве экспериментов невозможно различить упругое рассеяние от неупругого, происходящего с первых возбужденных уровней; это неупругое рассеяние может иметь максимум сечения в районе минимума упругого сечения^{62,63}. Таким образом, данные о рассеянии при этих углах в действительности могут быть в основном данными о неупругом рассеянии. В последних экспериментах по рассеянию на углероде поляризованных протонов с энергией 220 Мэв⁶⁴ неупругое рассеяние с первых возбужденных уровней было отделено и найдено, что оно значительно больше упругого рассеяния для углов, больших 25°. Оказалось, что поляризация $P(\theta)$ для чисто упругого рассеяния имеет большие флуктуации, действительно становясь слегка отрицательной между 25 и 30° и затем достигая величины,

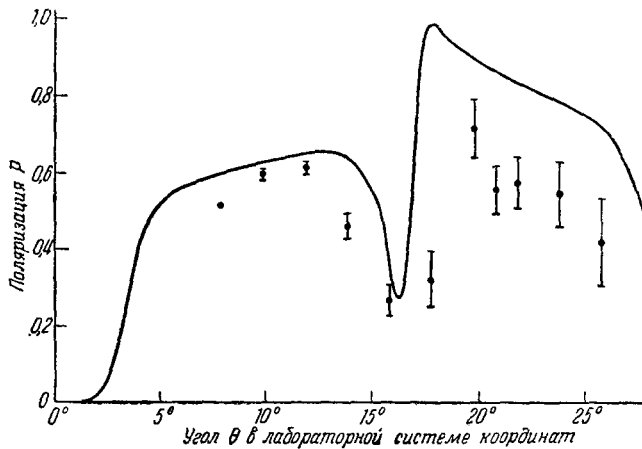


Рис. 5. Поляризация P для протонов с энергией 300 Мэв, рассеянных на Al^{24} . Сплошная кривая представляет теоретические расчеты Штернхаймера⁵⁷. Угловое разрешение порядка 1° в теоретической кривой не учтено.

близкой к 1 при 35°; такое поведение поляризации характерно для результатов большинства теоретических расчетов.

При 300 Мэв были выполнены опыты по тройному рассеянию на углероде и алюминии для определения параметра β ³⁴. Теоретические расчеты⁵⁷ дают значение β , сильно зависящее от угла. Вопреки этому, экспериментальные результаты дают почти постоянное значение β между 8 и 22° для алюминия, однако значительные флуктуации β могли быть пропущены из-за плохого углового разрешения.

Зависимость поляризации от энергии. Аналогичные результаты для поляризации при рассеянии на сложных ядрах были получены при энергиях от 130 Мэв до 420 Мэв. На рис. 6 показаны максимальное значение поляризации P_{\max} и соответствующий угол рассеяния θ_{\max} в зависимости от энергии рассеяния на углероде. К этому рисунку нужно сделать следующие замечания:

1) Черные кружки представляют эксперименты, где поляризация измерялась только под одним или двумя углами, не обязательно при θ_{\max} , так что они дают только нижнюю границу P_{\max} .

2) Определение абсолютного значения P требует знания поляризации пучка, а она не может быть определена точно из-за трудности определения первого угла рассеяния, которое происходит внутри циклотрона (рис. 1). Учет этой ошибки включен в ошибку, указанную на рис. 6. Так как поляризация сохраняется при замедлении пучка высокой энергии⁹, то в каждой

лаборатории можно проверить определение поляризации пучка сравнением с данными других лабораторий; такие эксперименты^{65, 66, 67} дали хорошее согласие, так что сравнение результатов разных лабораторий не вызывает сомнений в правильности.

3) Величина P_{\max} может быть слишком мала из-за конечного углового разрешения (обычно $\pm 1^\circ$) эксперимента или из-за наличия неупругих процессов.

4) Ошибка в Θ_{\max} в основном происходит из-за плавного максимума кривой $P(\Theta)$, что делает трудным определение Θ_{\max} .

На рис. 6 представляют интерес следующие данные:

1) $P_{\max} = 0,8$ и почти не изменяется между 130 Мэв и 240 Мэв, тогда как Θ_{\max} изменяется приблизительно обратно пропорционально энергии. Это

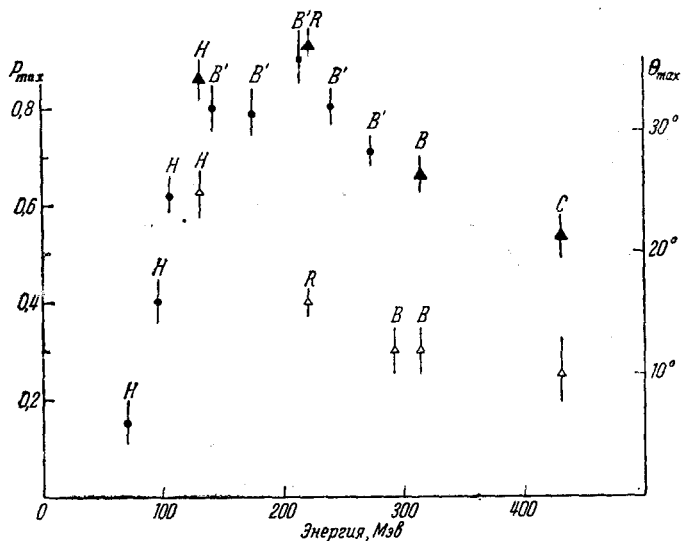


Рис. 6. Максимальная поляризация P_{\max} и угол рассеяния Θ_{\max} для максимальной поляризации при рассеянии на углероде. Черные треугольники — P_{\max} ; черные кружки — нижний предел P_{\max} ; белые треугольники — Θ_{\max} . C — Карнеги¹⁶⁵; B — Беркли³⁴; B' — Беркли⁶⁶; R — Rochester⁶⁴; H — Харуэлл³³. (Последние результаты в Харуэлле поднимают значение P_{\max} при 135 Мэв до 0,96 и при 70 Мэв до 0,3.)

находится в согласии с расчетами в Борновском приближении (см. (21)) для заданных значений оптических параметров ϵ и γ .

2) Начиная примерно с 250 Мэв P_{\max} начинает постепенно уменьшаться, по крайней мере, вплоть до 420 Мэв, а Θ_{\max} продолжает медленно убывать. Такое поведение может быть объяснено в Борновском приближении уменьшением обоих параметров ϵ и γ примерно в 2 раза. Более подробное изучение этой зависимости от энергии, по-видимому, не было сделано. Однако работа Ватсона⁴⁷ показывает, что мнимая часть $W(r)$ при этих энергиях может играть важную роль.

3) Ниже 130 Мэв поляризация быстро падает; так попытка получить поляризованный пучок при рассеянии протонов с энергией 80 Мэв⁶⁸ окончилась неудачей. Нужно, однако, подчеркнуть, что все данные ниже 130 Мэв относятся к 30° , а, по-видимому, при этих энергиях большая поляризация должна наблюдаться при больших углах рассеяния. Косвенные подтверждения этого были получены в анализе³ поляризации дейтронов с энергией 100 ÷ 200 Мэв при рассеянии на углероде⁶⁹. Стернхеймер⁵⁸ показал, что это уменьшение поляризации при энергии ниже 130 Мэв может быть количественно объяснено уменьшением оптического параметра ϵ с уменьшением энергии;

такое уменьшение было также предложено^{70, 71} для удовлетворения данным о рассеянии нейтронов. Однако даже при этом уменьшенном значении ϵ возможна при некоторых углах большая поляризация (больше 50%), что было показано в расчетах Галлера и др. для рассеяния нейтронов при энергии 14 Мэв⁷². Более того, поляризация порядка 20%, наблюдаемая при рассеянии нейтронов с энергией 0,5 Мэв, может быть объяснена очень маленьким значением ϵ в модели ядерных реакций Фешбака и др.⁵⁰.

Зависимость поляризации от мишени. Поляризованные протоны рассеивались на разнообразных мишенях от гелия до тантала при 300 Мэв³⁴ и от бериллия до висмута при 130 Мэв³³. Общий вывод из полученных результатов заключается в том, что с увеличением атомного номера от углерода до железа наблюдается постепенное уменьшение величины P_{\max} в первом поляризационном максимуме, а при несколько больших углах появляется второй максимум. Уменьшение величины P_{\max} было приписано кулоновским эффектам⁴⁵, а тот факт, что эта величина является медленно меняющейся функцией радиуса ядра, был расценен⁶⁰ как подтверждение того, что спин-орбитальное взаимодействие сконцентрировано на поверхности ядра.

Знак поляризации. Если предположить, что γ положительна в соответствии с оболочечной моделью, то отсюда следует, что поляризация P положительна, ибо знак определяется (11) и (4а); это означает, что нуклоны со спином «вверх» преимущественно рассеиваются налево. Легко показать, что этот результат получается, если использовать Борновское приближение для вычисления $h(\theta)$ для действительного потенциала спин-орбитальной связи: тогда из (17b), (10b) и (19) следует

$$I_0 P = \eta^2 \gamma \sin \theta v_0(k) \operatorname{Im} g(\theta);$$

при малых углах $\operatorname{Im} g(\theta)$ положительна, так как $\operatorname{Im} g(0)$ определяется оптической теоремой, и, таким образом, знак P при малых углах таков же, что и знак γ . Эксперименты по двойному рассеянию, рассмотренные до сих пор, определяют только произведение $P_1 P_2$ и не могут дать знак P . Для того чтобы определить знак P , поляризованные протоны замедлялись до энергий ниже 10 Мэв и рассеивались на гелии (см. раздел 1); в этом случае знак параметра P известен из фазового анализа данных¹¹. Результаты этих экспериментов показывают, что поляризация действительно положительна^{73, 74}. Интересно отметить, что тот же знак поляризации вытекает из данных о $p-p$ и $p-p$ -рассеянии под малыми углами (раздел 5).

Электромагнитное рассеяние. В дополнение к специфическому ядерному взаимодействию мы должны рассмотреть рассеяние на кулоновском поле ядра. Это должно быть особенно важным при малых углах или около дифракционного минимума. Матрица M_c рассеяния на кулоновском поле включает зависящую от спина часть, обязанную взаимодействию магнитного момента нуклона (15d), и дается для бесконечно тяжелого точечного ядра с малым атомным номером Z выражением (7), где

$$g_c(\theta) = -\frac{1}{2} \frac{n}{\eta} \left(-\frac{\hbar}{mc} \right) \left\{ z \csc^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \frac{\eta^2}{E} \mu_1 \right\} \times \\ \times \exp \left[2iz \left\{ n \ln \csc \left(\frac{\theta}{2} \right) + \eta_0 \right\} \right], \quad (22a)$$

$$h_c(\theta) = \frac{i}{2} \left(\frac{Ze^2}{\hbar c} \right) \left(\frac{\hbar}{mc} \right) \mu_1 \operatorname{ctg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \exp \left[2iz \left\{ n \ln \csc \left(\frac{\theta}{2} \right) + \eta_0 \right\} \right], \quad (22b)$$

где

$$n = \frac{Ze^2}{\hbar v} = \frac{Ze^2}{\hbar c} \cdot \frac{E}{\eta}, \quad E = \eta^2 + 1 = \frac{\text{полная энергия}}{mc^2},$$

$$\mu_1 = \mu - \frac{zeE}{E+1}, \quad \eta_0 = \arg \Gamma(1 + in).$$

Уравнение (22) может быть выведено без экспоненциального фазового фактора путем применения Борновского приближения к уравнению Дирака, включающему момент Паули. Оно было получено вместе с фазовым фактором Гарреном⁷⁵ как первый член разложения по степеням n . Аналогичный результат для малых углов и низких скоростей был получен Гекроттом⁵¹ в приближении WKB .

Простейшим случаем является поляризация нейтронов ($Z=0$), рассеянных на такой малый угол, что рассеяние магнитного момента $h_c(\theta)$ имеет такой же порядок величины, что и ядерное рассеяние. В этом случае результаты Борновского приближения должны быть справедливы даже при больших Z^8 . Из (22b) и (10b) мы получаем

$$I_0 P = \left(\frac{Ze^2}{\hbar c} \right) \mu \eta \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \cdot \operatorname{Im} \left(\frac{\hbar g_N(\theta)}{p} \right), \quad (23)$$

где ядерное рассеяние $g_N(\theta)$ предполагается не зависящим от спина для таких малых углов. Фактор $\operatorname{Im} \left(\frac{\hbar g_N(\theta)}{p} \right)$ при этих малых углах может быть заменен его значением при 0° , которое равно сечению рассеяния вперед, деленному на 4π . Таким образом, можно определить все множители в (23), т. е. произвести теоретическую калибровку анализатора поляризованных нейтронов. Этот метод был использован Воссом и Вильсоном³⁰, которые определили знак и величину поляризации пучка нейтронов с энергией 100 Мэв при рассеянии на уране на углы от $1/3^\circ$ до 1° .

В случае рассеяния протонов кулоновские эффекты были включены во многие расчеты (включая расчеты Стернхеймера, показанные на рис. 5); эти эффекты сильно влияют на флуктуацию $P(\theta)$ в районе ожидаемого дифракционного минимума. Однако влияние магнитного момента не учитывалось во всех расчетах (которые следовали методу Гатха и Ридделла⁷⁶), за исключением работы Гекротта⁵¹ о поляризации протонов с энергией 300 Мэв, рассеянных на углероде на малые углы³⁴. В этом анализе $P(\theta)$ является суммой чисто ядерного члена и положительного члена (аналогично (23)), обусловленного интерференцией $h_c(\theta)$ и $g_n(\theta)$. Было сделано заключение, что для того, чтобы удовлетворить форме экспериментальной кривой для $P(\theta)$ между 2 и 6° , эти два члена должны иметь одинаковый знак. Этот результат еще раз подтверждает то, что чисто ядерная поляризация имеет положительный знак.

4. Общий формализм. В разделе 3 мы имели дело с точно определенным начальным спиновым состоянием, которое давало точно определенное конечное спиновое состояние, после чего производилось усреднение по начальным спинам или суммирование по конечным спинам, где это было необходимо. Если мишень также имеет спин, то эта операция становится слишком неудобной и становится желательным более общий формализм, который больше имеет дело с операторами, а не с волновыми функциями.

Формализм матрицы плотности^{77, 78}. Рассмотрим систему из двух частиц со спинами s и s_f и дадим определение поляризации, обобщив рассмотрение, проведенное в разделе I. Произвольное спиновое состояние (n) является линейной комбинацией $(2s+1)(2s_f+1)$ базисных состояний системы и может быть представлено вектором $a_i^{(n)}$, где i пробегает значения от 1 до $(2s+1)(2s_f+1)$. Например, если $s = s_f = \frac{1}{2}$, то четырьмя базисными состояниями могут быть три триплетные и одно синглетное состояния. Произвольный оператор может быть записан как линейная комбинация эрмитовских базисных матриц S^μ , где μ пробегает значения от 1 до $(2s+1)^2(2s_f+1)^2$. Эти матрицы удовлетворяют требованиям ортогональности:

$$\operatorname{Sp}(S^\mu S^\nu) = (2s+1)(2s_f+1)\delta_{\mu\nu}. \quad (24)$$

Например, если частицы со спином $1/2$ падают на мишень из частиц со спином $1/2$, то шестнадцатью базисными матрицами будут

$$11; \sigma_x 1; 1 \sigma_x; \sigma_x \sigma_x,$$

где первая матрица действует на спинор падающей частицы, вторая (с индексом t) действует на спинор частицы мишени, а α и β принимают значения x, y, z . Ожидаемое значение $\langle S^\mu \rangle_n$ одной из этих матриц в состоянии (n) определяется соотношением

$$\sum_j |a_j^{(n)}|^2 \langle S^\mu \rangle_n = (a_1^{(n)*} a_2^{(n)*} \dots) \begin{pmatrix} s_{11}^\mu & s_{12}^\mu & \dots \\ s_{21}^\mu & \dots & \dots \\ \vdots & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^{(n)} \\ a_2^{(n)} \\ \vdots \end{pmatrix} = \sum_k \sum_j a_j^{(n)} a_k^{(n)*} S_{kj}^\mu, \quad (25)$$

где $\sum_j |a_j^{(n)}|^2$ характеризует относительную вероятность или интенсивность состояния (n) .

Любой вектор $a_i^{(n)}$ определяет полностью поляризованное состояние, т. е. такое, где каждая частица находится во вполне определенном спиновом состоянии. Но, вообще говоря, ни одна из частиц не является полностью поляризованной, так что мы должны произвести усреднение по всем состояниям (n) составной системы, которые некогерентно смешиваются друг с другом, причем каждое входит со своим относительным весом $\sum_i |a_i^{(n)}|^2$. В частности,

из (25) мы получаем такое среднее для $\langle S^\mu \rangle$:

$$\overline{\langle S^\mu \rangle} = \frac{\sum_n \sum_k \sum_j a_j^{(n)} a_k^{(n)*} S_{kj}^\mu}{\sum_n \sum_j |a_j^{(n)}|^2}. \quad (26)$$

Средние значения $\overline{\langle S^\mu \rangle}$ для полного набора базисных матриц могут быть использованы для определения поляризации составной системы (ср. определение (2d)). Определяя матрицу плотности *)⁷⁹ соотношением

$$\rho_{jk}^{**} = \sum_n a_j^{(n)} a_k^{(n)*}, \quad (27)$$

мы получаем

$$\overline{\langle S^\mu \rangle} = \frac{\text{Sp}(\rho S^\mu)}{\text{Sp} \rho}. \quad (28)$$

Из (24) и (28) мы получаем разложение ρ по матрицам S^μ :

$$\rho = \frac{\text{Sp} \rho}{(2s+1)(2s_t+1)} \sum_\mu \overline{\langle S^\mu \rangle} S^\mu. \quad (29)$$

Матрица плотности является поэтому удобным методом для определения состояния поляризации. Одна из матриц S^μ всегда является единичной,

*) Нужно отметить, что сумма по n является суммой по всем состояниям, которые некогерентно смешиваются друг с другом в процессе получения пучка, так что эта сумма может включать неортогональные состояния, и одинаковые состояния могут входить в сумму несколько раз. В случае пучка частиц эту сумму можно рассматривать как сумму по состояниям индивидуальных частиц в пучке.

среднее значение которой равно 1, так что поляризация определяется $[(2s+1)^2(2s_t+1)^2-1]$ параметрами. Отметим для сравнения, что для определения полностью поляризованного состояния (исключая его нормировку и общую фазу) требуется $[2(2s+1)(2s_t+1)-2]$ параметров. Множитель $\text{Sp } \rho$ определяет нормировку матрицы плотности и обычно берется пропорциональным интенсивности. В случае нуклонов и бесспиновой мишени $s = \frac{1}{2}$, $s_t = 0$ и $S^u = 1$; σ_x ; σ_y ; σ_z , а матрица плотности согласно уравнению (29) есть

$$\rho = \frac{1}{2} \text{Sp } (\rho) \begin{bmatrix} 1 + \langle \sigma_z \rangle & \langle \sigma_x \rangle - i \langle \sigma_y \rangle \\ \langle \sigma_x \rangle + i \langle \sigma_y \rangle & 1 - \langle \sigma_z \rangle \end{bmatrix}.$$

Матрица плотности неполяризованной системы пропорциональна единичной матрице, а для полностью поляризованной системы можно показать, что $\text{Sp } (\rho^2) = (\text{Sp } \rho)^2$.

Волновая функция, описывающая упругое рассеяние, соответствующее любому начальному спиновому состоянию $a_j^{(n)}$, может быть выражена, как и раньше, согласно (5). Если соударяющиеся пучки являются некогерентной смесью состояний (n), то рассеянный в некотором направлении (θ, φ) пучок также будет смесью состояний, которая может быть описана матрицей плотности ρ_f , получаемой из (5) и (27):

$$\rho_{fjk} = \sum_n \left(\sum_l M_{jl} a_l^{(n)} \right) \left(\sum_r M_{kr} a_r^{(n)} \right)^* = \sum_l \sum_r M_{jl} \rho_{lir} M_{kr}^*,$$

или в матричном обозначении

$$\rho_f = M \rho_i M^+, \quad (30)$$

где ρ_i — матрица плотности исходного пучка. Подставляя (30) в (28) и используя для ρ_i (29), мы получаем

$$I \langle S^u \rangle_f = \frac{1}{(2s+1)(2s_t+1)} \sum_v \langle S^v \rangle_i \text{Sp } (M S^v M^+ S^u), \quad (31)$$

где

$$I = \frac{\text{Sp } \rho_f}{\text{Sp } \rho_i^2} \quad (31a)$$

есть дифференциальное сечение рассеяния.

Соотношение (31) может быть распространено и на процессы реакций, если сделать M матрицей (в общем случае прямоугольной), которая преобразует спиновое пространство в исходном канале в спиновое пространство конечного канала (см. специальный случай в⁸⁰).

Опыты по двойному рассеянию. Эти опыты могут быть описаны как два специальных случая для (31):

а) При втором рассеянии (анализаторе) нас интересует дифференциальное сечение I рассеяния поляризованного нуклонного пучка с $\langle \sigma \rangle_i = P_i \mu$ на неполяризованной мишени со спином s_t :

$$I = \frac{1}{2(2s_t+1)} \{ \text{Sp } (M M^+) + P_i \mu \cdot \text{Sp } (M \sigma M^+) \} = I_0 + P_i I_p. \quad (32)$$

Первый член I_0 получается при подстановке в правую часть (31) той матрицы S^v , которая равна единичной матрице; этот член есть дифференциальное сечение для неполяризованного пучка. Второй член $P_i I_p$ получается от подстановки тех S^v , которые равны трем компонентам $(\sigma \cdot 1_i)$; этот член есть

вклад в сечение от первоначальной поляризации P_i . Все другие $\langle S^y \rangle$ равны нулю, так как мишень неполяризована. Отметим, что формулы для случая бесспиновой мишени (10а), (11а) и (10б) могут быть получены подстановкой (7) в (32).

б) При первом рассеянии (поляризаторе) неполяризованный пучок падает на неполяризованную мишень. В этом случае все $\langle S^y \rangle_i$ равны нулю, за исключением единичной матрицы, и поляризация рассеянного нуклонного пучка есть

$$I_0 \langle \sigma \rangle_f = \frac{1}{2(2s_t + 1)} \text{Sp}(MM^+ \sigma). \quad (33)$$

Мы сформулируем три теоремы относительно этих величин.

Теорема 1⁹. а) Вклад I_p от первоначальной поляризации (в направлении \mathbf{p}) в дифференциальное сечение всегда имеет азимутальную зависимость, пропорциональную $\cos \varphi (= \mathbf{p} \cdot \mathbf{p})$. Отсюда следует, что поляризация в направлении движения не может быть зарегистрирована одним однократным рассеянием.

б) Поляризация $\langle \sigma \rangle_f$ (см. (33)), даваемая поляризатором, направлена по нормали \mathbf{n} к плоскости рассеяния.

Теорема 2^{77, 78}. Величины I_p и $\langle \sigma \rangle_f$, которые характеризуют анализирующую и поляризующую способности соответственно, могут быть выражены через параметр однократного рассеяния $P(\theta)$ посредством (11а) и (11б) (выведенных в разделе 3 для случая бесспиновой мишени). Сравнивая их с (32) и (33), можно записать эту теорему так:

$$\text{Sp } M \sigma M^+ = \text{Sp } MM^+ \sigma = 2(2s_t + 1) I_0 P \mathbf{n}. \quad (34)$$

Первое равенство не является очевидным, так как M , M^+ и σ не коммутируют друг с другом. Отсюда следует, что в опытах по двойному рассеянию дифференциальное сечение при втором рассеянии есть

$$I_2 = I_{02}(1 + P_1 P_2 \cos \varphi_2), \quad (35)$$

где индексы 1 и 2 означают угол рассеяния, энергию и т. д. для первого и второго рассеяний соответственно. Отсюда немедленно следует выражение (3) для асимметрии e .

Теорема 3⁹. Если L_{\max} есть максимальный орбитальный момент, который нужно учитывать, то

$$I_0 P = \sum_{n=0}^{2L_{\max}-1} a_n \cos^n \theta \cdot \sin \theta, \quad (36)$$

где θ — угол рассеяния в системе центра масс.

Доказательство этих теорем основывается на инвариантности M относительно пространственных вращений, отражений и инверсии времени. Мы можем записать матрицу M в виде (6), где g и \mathbf{h} теперь будут операторы (зависящие от \mathbf{p} и \mathbf{p}') в спиновом пространстве ядер мишени. Условия инвариантности показывают, что g преобразуется как скаляр и не изменяет знак при обращении времени, тогда как \mathbf{h} должна преобразовываться как аксиальный вектор и менять знак при обращении времени, так чтобы произведение $\mathbf{h}\sigma$ было инвариантным. Используя (6), мы получаем

$$\left. \begin{aligned} \text{Sp } M \sigma M^+ &= 2 \text{Sp}' (\mathbf{h} g^+ + g^+ \mathbf{h} - i \mathbf{h} \times \mathbf{h}^+), \\ \text{Sp } MM^+ \sigma &= 2 \text{Sp}' (\mathbf{h}^+ g + g^+ \mathbf{h} - i \mathbf{h}^+ \times \mathbf{h}). \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Здесь Sp' означает шпур в спиновом пространстве частиц мишени, поскольку

мы уже взяли шпур в нуклонном спиновом пространстве. После того, как мы возьмем идентичные шпуры в (37), у нас останутся функции от \mathbf{p} и \mathbf{p}' . Заметим, что последние члены в каждом из этих шпуров должны преобразовываться как аксиальные векторы и не должны менять знак при обращении времени (поскольку в них \mathbf{h} входит дважды). Но так как единственный аксиальный вектор, который можно образовать $(\mathbf{p} \times \mathbf{p}')$, меняет знак при обращении времени, то это означает, что последний член в каждом из шпуров должен быть равен нулю. Остающиеся члены линейны по \mathbf{h} и должны быть пропорциональны $(\mathbf{p} \times \mathbf{p}') = \mathbf{n} p^2 \sin \theta$, после чего теорема 1 вытекает из (32) и (33). Зависимость типа $\sin \theta$ в (36) также вытекает из этих аргументов*). Это означает, что если мы разложим \mathbf{h} по компонентам (37), то вклад дает только компонента $\mathbf{h} \cdot \mathbf{n}$, так что мы заменим \mathbf{h} этой компонентой. Учитывая, что шпур произведения двух операторов не зависит от порядка этого произведения, мы немедленно получаем (34), где

$$I_0 P = \text{Sp}' (g^+ \mathbf{h} \cdot \mathbf{n} + g \mathbf{h}^+ \cdot \mathbf{n}) \cdot \frac{1}{2s_t + 1}. \quad (38)$$

Нужно отметить, что справедливость (34) или теоремы 2 зависит от инвариантности относительно обращения времени, что позволило нам опустить член $\mathbf{h} \times \mathbf{h}^+$ в (37). Это означает, что теорема 2 может быть справедливой даже и не при упругом рассеянии, лишь бы поляризация и ее анализ были обратными реакциями. Но мы не можем использовать теорему 2 для поляризации при неупругом рассеянии на ядрах, ибо в этом случае обратная реакция должна начинаться на возбужденном ядре.

Тройное рассеяние^{75, 82, 83}. Дальнейшие сведения о матрице M могут быть получены из опытов по тройному рассеянию. Такие эксперименты служат для выяснения того, как второе рассеяние изменяет направление и (или) величину поляризации протонов; таким образом, первое рассеяние служит поляризатором, а третье — анализатором.

Если мы воспользуемся (31) при втором рассеянии для того, чтобы связать поляризацию рассеянного нуклонного пучка $\langle \overline{\sigma} \rangle_f$ с поляризацией падающего пучка $\langle \overline{\sigma} \rangle_i$, то наиболее общим соотношением будет

$$I_2 \langle \overline{\sigma} \rangle_f = I_{02} \{ [P_2 + D \langle \overline{\sigma} \rangle_i \cdot \mathbf{n}_2] \mathbf{n}_2 + [A \langle \overline{\sigma} \rangle_i \cdot \mathbf{k}_2 + R \langle \overline{\sigma} \rangle_i \cdot (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{k}_2)] \mathbf{s}_2 + \\ + [A' \langle \overline{\sigma} \rangle_i \cdot \mathbf{k}_2 + R' \langle \overline{\sigma} \rangle_i \cdot (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{k}_2)] \mathbf{k}_2, \quad (39)$$

где коэффициенты P_2 , D и т. д. суть произвольные функции угла рассеяния и энергии. Член P_2 получается при подстановке S^+ , равной единичной матрице, в правую часть (31), и если падающий пучок неполяризован, то это будет единственный член, отличный от нуля, и $I_2 = I_{20}$, т. е. получаем (11b). Другие члены соответствуют S^+ , равным одной из компонент спинного оператора падающего пучка. Доказательство того, что (39) является наиболее общим соотношением, основывается на требовании того, чтобы правая часть преобразовывалась как аксиальный вектор, что запрещает члены вида $\langle \overline{\sigma} \rangle \cdot \mathbf{s}_2 \mathbf{n}_2$ и т. д. Таким образом, тройное рассеяние использует пять новых параметров D , A , R , A' и R' . Из соображений обращения времени можно показать, что из них независимы только четыре: в случае бесконечно тяжелого ядра мишени они связаны соотношением $R' = -A$, а в случае двух частиц равной массы (нере-

*) Мы не будем доказывать здесь теорему 3, которая является прямым обобщением теоремы Янга и других относительно углового распределения в неполяризованных случаях⁸¹.

лятивистских) имеет место соотношение

$$\frac{A+R'}{A-R'} = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (40)$$

Так как поляризация вдоль направления движения не может быть определена одним только рассеянием, то третье рассеяние проводят так, чтобы регистрировать либо $\langle \sigma \rangle_f \cdot \mathbf{n}_2$, либо $\langle \sigma \rangle_f \cdot \mathbf{s}_2$. Соответствующие асимметрии в тройном рассеянии обозначаются e_{3n} и e_{3s} , определяемые, как

$$\frac{I_3(+)-I_3(-)}{I_3(+)+I_3(-)},$$

где $I_3(\pm)$ соответствует $\cos \varphi_3 = \pm 1$ ($\cos \varphi_3 = \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}_3$ для e_{3n} ; $\cos \varphi_3 = \mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{n}_3$ для e_{3s}). Если пучок, падающий на второй рассеиватель, получен в результате однократного рассеяния, то начальная поляризация направлена по \mathbf{n}_1 и, таким образом, перпендикулярна \mathbf{k}_2 ($= \mathbf{k}_1'$). В этом случае I_2 дается соотношением (35). Из (39) видно, что только D и R могут быть определены при простом тройном рассеянии:

1) D -эксперимент. Если третье рассеяние измеряет e_{3n} , то из (35) и (39) мы имеем

$$e_{3n} = P_3 \langle \sigma \rangle_f \cdot \mathbf{n}_2 = \frac{P_3(P_2 + DP_1 \cos \varphi_2)}{1 + P_1 P_2 \cos \varphi_2}. \quad (41)$$

Для измерения D выбирают $\cos \varphi_2 = 1$ (или -1), что означает, что все три плоскости рассеяния параллельны (рис. 2а). В этом случае, если падающий пучок полностью поляризован, т. е. $P_1 = 1$, то

$$\langle \sigma \rangle_f = \mathbf{n}_2 \frac{P_2 + D}{1 + P_2}.$$

Видно, что параметр D определяет, насколько второе рассеяние деполяризует пучок, поскольку $D = 1$ необходимо для того, чтобы не было деполяризации. На самом деле направление поляризации может даже измениться, так как возможно, что D будет меньше ($-P_2$). Легко показать, что значение D заключено в пределах

$$-1 + 2|P_2| \leq D \leq 1.$$

В случае бесспиновой мишени из (8) при $\theta_u = 0$ следует, что $D = 1$.

2) R -эксперимент. Если третье рассеяние измеряет e_{3s} , то мы имеем

$$e_{3s} = P_3 \langle \sigma \rangle_f \cdot \mathbf{s}_2 = \frac{P_3 R P_1 \sin \varphi_2}{1 + P_1 P_2 \cos \varphi_2}. \quad (42)$$

Для измерения R выбирают $\sin \varphi_2 = 1$, что означает, что все три плоскости рассеяния последовательно перпендикулярны друг другу (рис. 2б); так, второе рассеяние должно быть вверх или вниз по отношению к плоскости первого рассеяния. Легко показать, что значение R ограничено соотношением

$$|R| \leq \sqrt{1 - P_2^2}.$$

Если магнитное поле, направленное перпендикулярно \mathbf{n}_1 и \mathbf{k}_1' , помещено между первым и вторым рассеивателями, то можно определить A . Магнитное поле отклоняет частицы (вверх или вниз относительно плоскости первого рассеяния) на угол δ и одновременно поворачивает спин на угол A , который больше δ из-за аномального магнитного момента нуклона. Таким образом, спин поворачивается относительно направления движения на угол $75,84^\circ$:

$$\Delta - \delta = (\mu - z) \frac{eH}{mc} t = (\mu - 1) E \delta \quad \text{для протонов,} \quad (43)$$

где mc^2E — полная энергия протона (включая собственную). В частности, возможно повернуть спин так, что он будет направлен вдоль направления движения перед вторым рассеянием (рис. 2). Аналогично можно измерить параметр R' , поместив магнитное поле между вторым и третьим рассеивателем. Для определения A' необходимы два магнитных отклонения. Таким образом, выполнение трех рассеиваний при наличии магнитного отклонения может полностью определить все параметры в (39), и, следовательно, из большого числа рассеиваний нельзя узнать ничего нового.

Корреляционный эксперимент. Для получения дальнейших сведений о матрице M мы должны рассмотреть такой случай, содержащийся в (31), где либо $\langle \mathbf{S}^v \rangle_i$, либо $\langle \mathbf{S}^u \rangle_f$ зависят от спина мишени так же, как и от спина падающей частицы. Это означает, что либо мишень должна быть поляризована, либо нужно измерять поляризацию частиц отдачи в корреляции с поляризацией рассеянных нуклонов. Мы рассмотрим возможный корреляционный эксперимент в случае нуклон-нуклонного рассеяния на неполяризованной мишени без использования магнитного поля^{83, 85}. Для частиц, рассеянных на угол θ , измеряется компонента $\langle \sigma \rangle$ вдоль направлений \mathbf{n} или \mathbf{s} , перпендикулярных \mathbf{k}' . Частицы отдачи (обозначаемые индексом t) имеют направление \mathbf{k}'_t , и для них измеряется поляризация $\langle \sigma \rangle$ вдоль направлений \mathbf{n} или $\mathbf{s}_t (= \mathbf{n} \times \mathbf{k}'_t)$. При нуклон-нуклонном рассеянии в нерелятивистском приближении $\mathbf{k}' = \mathbf{s}_t = \mathbf{P}$ и $\mathbf{k}_t = -\mathbf{s} = -\mathbf{K}$. В корреляционном эксперименте мы интересуемся произведением $\langle \sigma \sigma \rangle_f$, в котором мы можем измерить \mathbf{nn} ; \mathbf{KP} ; \mathbf{Kn} и \mathbf{nP} компоненты. Рассматривая только эти четыре компоненты и ограничиваясь только компонентами падающего спина $\langle \sigma \rangle_i$, перпендикулярными направлению движения падающего пучка, можно получить наиболее общее выражение

$$I_2 \langle \sigma \sigma \rangle_f = I_{02} (C_{nn} + C_{nn}^p \langle \sigma \rangle_i \cdot \mathbf{n}_2) \mathbf{n}_2 \mathbf{n}_2 + I_{02} (C_{KP} + C_{KP}^p \langle \sigma \rangle_i \cdot \mathbf{n}_2) \mathbf{K}_2 \mathbf{P}_2 + \\ + I_{02} \{ C_{Kn}^p \langle \sigma \rangle_i \cdot (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{k}_2) \} \mathbf{K}_2 \mathbf{n}_2 + I_{02} \{ C_{nP}^p \langle \sigma \rangle_i \cdot (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{k}_2) \} \mathbf{n}_2 \mathbf{P}_2,$$

где коэффициенты C_{nn} и др. суть произвольные функции θ и энергии. Члены типа $\langle \sigma \rangle_i \cdot \mathbf{n}_2 \mathbf{K}_2 \mathbf{n}_2$ сюда не войдут, так как $\langle \sigma \sigma \rangle_f$ четно относительно инверсии координат. Таким образом, имеются два разных эксперимента этого типа, которые исходят из неполяризованного пучка, и четыре — с использованием поляризованного пучка.

Релятивистские эффекты. Рассмотрение посредством спиноров Паули является нерелятивистским. Однако поляризация свободных частиц Дирака может быть определена посредством спиноров Паули в системе, где частица покоится⁴. Релятивистский формализм, развитый Стэнпом⁸⁵, сводится к уравнениям, весьма похожим на приведенные в этой статье. Стэнп показал, что нерелятивистский формализм дает правильные результаты, если мишень можно считать бесконечно тяжелой, или если все рассеяния происходят в одной плоскости. Релятивистские поправки (кроме обычной релятивистской кинематики) нужны в уравнениях для R , A , C_{KP} и т. д. при нуклон-нуклонном рассеянии.

5. НУКЛОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ

Хорошо известно, что нуклон-нуклонное взаимодействие имеет сложную спиновую зависимость, выраженную в n — p -системе при малых энергиях разницей между синглетным и триплетным основными состояниями и квадрупольным моментом дейтона. По измерению дифференциального сечения неполяризованного пучка трудно определить природу зависящего от спина взаимодействия при рассеянии, так как при этом усредняются все начальные

и конечные спиновые состояния. Различные поляризационные эксперименты, рассмотренные в разделе 4, оказываются весьма полезными при получении дальнейших сведений.

Формализм $p-p$ -рассеяния. При протон-протонном рассеянии амплитуда M является 4×4 -рядной матрицей в составном спин-пространстве. Соображения инвариантности^{77, 78} показывают, что только пять из шестнадцати матричных элементов независимы и что наиболее общий вид матрицы M есть:

$$M = BS + C(\sigma + \sigma_t) \cdot n + \frac{1}{2} G(\sigma \cdot K \sigma_t \cdot K + \sigma \cdot P \sigma_t \cdot P) T + \\ + \frac{1}{3} H(\sigma \cdot K \sigma_t \cdot K - \sigma \cdot P \sigma_t \cdot P) + N \sigma \cdot n \sigma_t \cdot n T, \quad (44)$$

где S и T — проецирующие операторы, которые выделяют синглетное или триплетное состояния соответственно. Пять амплитуд B , C , G , H и N зависят только от угла рассеяния θ для любой данной энергии; можно также показать, что вследствие тождественности протонов B , H и C являются четными функциями от $\cos \theta$, а G и N — нечетными. Для каждого угла рассеяния $\theta \leq 90^\circ$ мы можем надеяться определить экспериментально девять действительных параметров — модули пяти амплитуд и их относительные фазы. Девять экспериментов при любом данном угле дадут нам девять квадратных уравнений для этих девяти неизвестных. Остающаяся неопределенность еще очень велика; с другой стороны, может оказаться, что меньшее число экспериментов уже наложит сильные ограничения на эти амплитуды. Эти эксперименты выписаны ниже в порядке возрастающей трудности:

1. Сечение неполяризованного пучка $I_0(\theta)$.
2. Поляризация $P(\theta)$.
3. Тройное рассеяние в одной плоскости ($\theta \leq 90^\circ$): $D(\theta)$.
4. Тройное рассеяние в последовательно перпендикулярных плоскостях ($\theta \leq 90^\circ$): $R(\theta)$.
5. Тройное рассеяние с магнитным полем перед вторым рассеянием ($\theta \leq 90^\circ$): $A(\theta)$.
- 6—7. Корреляционные эксперименты с неполяризованным пучком: C_{nn} , C_{Kp} .
- 8—10. D , R , A для $\theta > 90^\circ$.
- 11—12. Тройное рассеяние с магнитным полем после второго рассеяния ($\theta \leq 90^\circ$ и $\theta \geq 90^\circ$): $R'(\theta)$.
- 13—15. Корреляционные эксперименты с поляризованным пучком.

Так как для протона, рассеянного в направлении (θ, φ) , имеется протон отдачи в направлении $(\pi - \theta, \pi + \varphi)$, то дифференциальное сечение $I(\theta, \varphi)$ должно быть равно $I(\pi - \theta, \pi + \varphi)$. Это дает, что $I_0(\theta) = I_0(\pi - \theta)$ и что $P(\theta) = -P(\pi - \theta)$. Знак минус возникает оттого, что вклад от поляризации в сечение пропорционален $P(\theta) \cos \varphi$ (35). Однако в случае опытов по тройному рассеянию результаты для $\theta < 90^\circ$ и $\theta > 90^\circ$ независимы, так как два испущенных протона не обязаны иметь одинаковую поляризацию. Если бы конечное состояние было чисто триплетным (или чисто синглетным) состоянием, то не было бы разницы между этими двумя поляризациями, и для тройного рассеяния существовали бы соотношения $D(\theta) = D(\pi - \theta)$; $R(\theta) = R'(\pi - \theta)$ и $A(\theta) = -A'(\pi - \theta)$. Нарушение этих равенств является мерой синглет-триплетной интерференции. Выражения большинства этих экспериментальных величин через амплитуды могут быть найдены в работах^{80, 83, 85}.

Вследствие малого радиуса действия ядерных сил возможно описать рассеяние посредством сравнительно небольшого числа фазовых сдвигов. Поэтому необязательно определять девять экспериментальных величин для

одного угла, так как эксперименты при разных углах в действительности не являются независимыми. Выражения амплитуд и экспериментальных величин через фазовые сдвиги приведены в ^{75, 85, 86, 87}.

p - p -поляризационные эксперименты. Рассеяние поляризованных протонов на водороде для определения $P(\theta)$ производилось при разных энергиях между 140 Мэв и 430 Мэв ^{20-24, 88-90}; результаты суммированы на рис. 7. Поляризация представляет особенный интерес, если она рассматривается вместе с дифференциальным сечением, которое приблизительно равно 3,7 мб/стер независимо от величины угла и энергии в этом диапазоне. Так, при 140 Мэв изотропное сечение можно объяснить синглетным рассеянием только S -волны, но наблюдаемая значительная поляризация требует, чтобы по крайней мере половина рассеяния была обязана триплетным состояниям. Более того, даже при 140 Мэв произведение поляризации на сечение I_0 не изменяется как $\sin \theta \cos \theta$, так что согласно уравнению (36) триплетное рассеяние обязано не только P -волнам, но требуется некоторый вклад от F -волн. Можно удовлетворить всем результатам, используя первые два исчезающих члена в (36):

$$I_0 P = (a_1 \cos \theta + a_3 \cos^3 \theta) \sin \theta, \quad (45)$$

• где коэффициенты в мб/стер согласно ^{89, 89, 23} есть*)

140 Мэв	$a_1 = 1,11 \pm 0,12$	$a_3 = 1,28 \pm 0,20$
310 Мэв	$a_1 = 2,0 \pm 0,3$	$a_3 = 1,16 \pm 0,4$
415 Мэв	$a_1 = 1,6 \pm 0,3$	$a_3 = 3,0 \pm 0,5$

Такая большая поляризация является первым подтверждением нецентрального характера протон-протонного взаимодействия в триплетном состоянии. Плавность дифференциального сечения так же может быть частично объяснена нецентральным триплетным взаимодействием; так, например, наличие спин-орбитальной связи в 3P -рассеянии ведет к члену $\sin^2 \theta$ в сечении вдобавок к обычному члену $\cos^2 \theta$.

В опытах по тройному рассеянию необходимо, чтобы рассеянные протоны имели энергию, большую, чем 100 Мэв, чтобы их поляризацию можно было легко анализировать (рис. 6). Поэтому до сих пор эти эксперименты не были

*) Значение для энергии 140 Мэв получено из всех данных, вплоть до марта 1956 г. ⁸⁸, и только некоторые из них показаны на рис. 7. При больших энергиях имеются указания на наличие члена a_5 ; таким образом, хотя данным можно удовлетворить и без этого члена, несколько лучшее согласие получается, если взять a_5 поменьше, а a_3 почти такое же, как a_5 . Приведенные ошибки отражают только статистику эксперимента и не включают ошибки от возможного наличия члена a_5 .

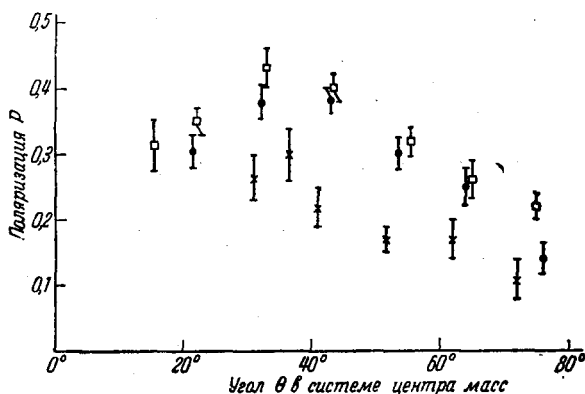


Рис. 7. Поляризация P как функция от угла p -рассеяния θ в системе центра масс: крестики — 140 Мэв ^{24, 88}; черные кружки — 310 Мэв ⁹⁰; квадратики — 415 Мэв ²³. (При использовании данных из работ ²³ и ²⁴ поляризация пучка была взята 0,53 и 0,64 соответственно, а не та, что приведена в этих работах. Новые значения были сообщены авторами.)

выполнены при энергиях ниже 300 Мэв. Наиболее полные сведения о протон-протонном рассеянии были получены в Беркли, где измерены значения D , R и A при энергии 310 Мэв для углов между 20 и 80° в системе центра масс^{90, 91, 92}. D измерялось также при энергии 420 Мэв⁹³. Дальнейшие сведения^{94, 95} о протон-протонной системе при высоких энергиях дают измерения^{96, 97} асимметрии в рождении мезонов в реакции $p + p \rightarrow \pi^+ + d$ при использовании поляризованного пучка.

Было предпринято много попыток проанализировать эксперименты по протон-протонному рассеянию. Наиболее претенциозной попыткой является попытка объяснить рассеяние статической потенциальной моделью. Было показано, что качественное согласие с наблюдаемой поляризацией может быть получено при использовании либо тензорных сил, либо непосредственно спин-орбитальной связи для нецентрального взаимодействия⁹⁸, но не было найдено никакого потенциала, который давал бы количественное согласие с данными. Последний факт может и не иметь сколько-нибудь существенного значения, так как отношение числа потенциалов, для которых проводились расчеты, к числу всех возможных потенциалов несомненно близко к нулю.

Значительно менее широкой, но все же весьма трудной задачей является попытка найти из экспериментальных данных фазовые сдвиги^{85, 88, 92, 99–104}. При энергиях порядка 100 Мэв можно надеяться, что нужно рассмотреть только четыре фазовых сдвига: синглетный S фазовый сдвиг δ_0 и три фазовых сдвига δ_1^0 , δ_1^1 , δ_1^2 для P -волны, где верхний индекс означает полный угловой момент J . Имеется четыре результата, которые могут быть использованы для получения этих фазовых сдвигов: два коэффициента в ядерном дифференциальном сечении (которое должно быть вида $a + b \cos^2 \theta$), поляризация (т. е. $a_1(36)$) и влияние кулон-ядерной интерференции на сечение. К несчастью, наименьшая энергия, при которой были проведены измерения поляризации, составляет 140 Мэв, где явно имеется F -волна. Добиваясь согласия с опытом при пренебрежении F -волнами, Тейлор⁸⁸ получил при 140 Мэв: $\delta_0 = 22^\circ$, $\delta_1^0 = -40^\circ$, $\delta_1^1 = 10^\circ$, $\delta_1^2 = 7^\circ$. Ломон и Фешбак¹⁰³ получили весьма близкие результаты при несколько другом подходе, но они приняли $\delta_1^1 = 0^\circ$. Эти результаты могут существенно измениться, если учесть D - и F -волны¹⁰². При энергии 310 Мэв фазовый анализ был проведен при учете 1S_0 -, 3P_0 -, 1D - и 3F -волн; это дает восемь фазовых сдвигов и еще параметр смешивания между 3P_2 - и 3F_2 -состояниями. Большое количество данных сделало попытку найти все эти девять параметров возможной; были получены четыре набора фазовых сдвигов, которые дают хорошее согласие с данными⁹². Все эти наборы имеют малые значения для F фазовых сдвигов, что, быть может, указывает на то, что пренебрегать большими парциальными волнами при этих энергиях правильно. Интересным результатом является отрицательное значение синглетной фазы, что находится в качественном согласии с моделью отталкивающей сердцевинки для ядерного потенциала.

Уравнение (45) нельзя применять при малых углах, где может наблюдаться влияние кулоновской интерференции. Это влияние было рассчитано Гарреном¹⁰⁵, который указал, что дальнейшие сведения для определения фазовых сдвигов могут быть получены из аккуратных измерений поляризации под малыми углами. Интересно отметить, что в этом эффекте важную роль играет взаимодействие с магнитным моментом протона.

p — p -поляризационные эксперименты. В случае нейтрон-протонного рассеяния наиболее общий вид $M(\theta, \varphi)$ дается в виде (44) дополненным членом типа $(\sigma - \sigma_f) \mathbf{n}$, который отсутствует для тождественных частиц. Мы условимся, что σ_f — протонный спин, а σ — нейтронный спин. Число различных поляризационных экспериментов для p — p -рассеяния больше, чем для p — p -рассеяния, так как мы должны различать опыты с поляризован-

ными нейтронами и опыты с поляризованными протонами. Таким образом, в этом случае имеются два разных опыта по двойному рассеянию:

1) рассеяние поляризованных нейтронов на водороде и

2) рассеяние поляризованных протонов на нейтронах. Сечение в первом случае дается (32), а во втором случае в (32) нужно переставить σ и σ_f . Очевидно, что эти два случая будут различаться только в том случае, если M не симметрична относительно σ и σ_f ; таким образом, разница целиком объясняется членом $(\sigma - \sigma_f) \cdot \mathbf{n}$ в M . Согласно гипотезе зарядовой симметрии амплитуда рассеяния M не должна меняться при перестановке протона и нейтрона; таким образом, этот член должен быть равным нулю и эти два опыта по двойному рассеянию становятся идентичными. Оба эти эксперимента были выполнены примерно при одинаковой энергии:

1) В Карнеги¹⁰⁶ измерялась лево-правая асимметрия протонов отдачи при использовании 16% поляризованного пучка нейтронов с эффективной энергией 350 Мэв.

2) В Беркли^{90, 107} рассеивались поляризованные протоны с энергией 310 Мэв на дейтерии и измерялась лево-правая асимметрия нейтронов отдачи (или рассеянных протонов, считаемых на совпадение с нейтронами отдачи). Одинаковые результаты в этих двух экспериментах можно рассматривать как подтверждение зарядовой симметрии.

Воспользовавшись далее зарядовой независимостью, мы можем написать, что матрица M при рассеянии есть

$$M_{\text{пр}} = \frac{1}{2} (M_0 + M_T),$$

где M_T есть рассеяние двухнуклонной системы с полным изотопическим спином T , и каждое M_T может быть отдельно записано в виде (44). Для $p-p$ рассеяния мы имеем просто $M_{\text{пр}} = M_1$. Если мы возьмем какой-нибудь результат для $n-p$ рассеяния, например $(I_0 P)_{\text{пр}}$, то его можно рассматривать как сумму трех членов:

1) член, обязанный только $T=1$ состоянию;

2) член, обязанный только $T=0$ состоянию, и

3) интерференция между $T=1$ и $T=0$ состояниями. Первый из этих членов можно определить непосредственно из $p-p$ рассеяния. Последние два члена различаются тем, что второй член включает интерференцию между состояниями с одинаковой четностью (например 3S и 3D), а третий — интерференцию между состояниями с противоположной четностью (например 3S и 3P). Вследствие этого второй член дает нечетный относительно 90° вклад в $I_0 P$, а третий — четный. Таким образом, мы можем выделить $I_0 P$ для чистого $T=0$ рассеяния¹⁰⁸:

$$(I_0 P)_{00}(\theta) = 2(I_0 P)_{\text{пр}}(\theta) - 2(I_0 P)_{\text{пр}}(\pi - \theta) - (I_0 P)_{\text{пр}}(\theta). \quad (46)$$

Результаты для $n-p$ рассеяния при энергии 310 Мэв были представлены¹⁰⁷ в виде (36)

$$(I_0 P)_{\text{пр}} = \sin \theta \{-0,34 + 0,45 \cos \theta + 1,30 \cos^2 \theta + 2,93 \cos^3 \theta\} \text{ мб/стер},$$

где коэффициенты имеют большую (неуказанную) ошибку. Сопоставляя этот результат с (46) и (45) при энергии 310 Мэв, мы получаем

$$(I_0 P)_{00} = 10 \sin \theta \cos^3 \theta \text{ мб/стер}. \quad (47)$$

Хотя и этот результат содержит значительную ошибку, следующие утверждения, по-видимому, справедливы:

1) Определенно имеется наличие значительного нецентрального взаимодействия, действующего в $T=0$ состояниях при энергии 300 Мэв; можно

ожидать, что это взаимодействие связано с тензорными силами, которые проявляются в $T=0$ состояниях при нулевых энергиях.

2) В $p-p$ -рассеяние при энергии 310 Мэв значительный вклад дают D -состояния и, может быть, высшие; если мы пренебрежем высшими состояниями, то 3D_3 -состояние весьма важно. Отметим, что (47) не может быть получено от ${}^3D-{}^3S$ -интерференции или от ${}^3D_1-{}^3D_2$ -интерференции.

Очень интересный предварительный результат по $p-p$ -поляризации был получен при 100 Мэв^{88, 109}, который может быть записан как

$$(I_c P)_{pp} = \sin \theta [1,1 \pm 0,2 + (3,5 \pm 0,7) \cos \theta] \text{ мб/стер.} \quad (48)$$

Если мы предположим, что $(I_c P)_{pp}$ при энергии 100 Мэв меньше, чем при 140 Мэв, то оно дает малый вклад в (46), так что мы удовлетворимся разумной оценкой этой величины. При этом мы получаем, что при энергии 100 Мэв

$$(I_c P)_{00} = 13 \sin \theta \cos \theta \text{ мб/стер.}$$

этот результат, по-видимому, слишком велик и, конечно, очень неточен, но он указывает на значительное нецентральное взаимодействие при $T=0$ рассеянии при 100 Мэв. По-видимому, наиболее разумно приписать его, главным образом, ${}^3S-{}^3D$ -интерференции^{103, 104}.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. U. Fano, J. Opt. Soc. Amer. **39**, 859 (1949); Phys. Rev. **93**, 121 (1954).
2. D. L. Falkoff and J. E. MacDonald, J. Opt. Soc. Am. **41**, 861 (1951).
3. W. Lakin, Phys. Rev. **93**, 139 (1955).
4. Н. Мотт и Г. Месси, Теория атомных столкновений, Издательство иностранной литературы, Москва, 1951 г.
5. N. F. Mott, Proc. Roy. Soc. **A124**, 425 (1929); **A135**, 429 (1932).
6. C. G. Shull, C. T. Chase and F. E. Myers, Phys. Rev. **63**, 29 (1943).
7. J. Schwinger, Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
8. J. Schwinger, Phys. Rev. **73**, 437 (1948).
9. L. Wolfenstein, Phys. Rev. **75**, 1664 (1943).
10. J. V. Lefore, Phys. Rev. **79**, 137 (1950).
11. C. L. Critchfield and D. C. Dodder, Phys. Rev. **76**, 602 (1949).
12. M. Heusinkveld and G. Freier, Phys. Rev. **85**, 80 (1952).
13. G. R. Bishop, G. Preston, J. M. Westhead and H. H. Halban, Nature **170**, 113 (1952).
14. R. W. Meier, P. Scherrer and G. Trumphy, Helv. Phys. Acta **27**, 577 (1954).
15. H. B. Willard, J. K. Bair and J. D. Kington, Phys. Rev. **95**, 1359 (1954).
16. R. K. Adair, S. E. Darden and R. E. Fields, Phys. Rev. **93**, 503 (1954).
17. (a) R. J. Blin-Stoyle, Proc. Phys. Soc., London, **A64**, 700 (1951); (b) G. R. Satchler, Proc. Phys. Soc. London **A68**, 1037 (1955).
18. (a) A. Simon and T. Welton, Phys. Rev. **90**, 1036 (1953); (b) A. Simon, Phys. Rev. **92**, 1050 (1953).
19. L. Wolfenstein, Phys. Rev. **76**, 541 (1949).
20. (a) C. L. Oxley, W. F. Cartwright, J. Rouvina, E. Baskir, D. Klein, J. Ring and W. Skillman, Phys. Rev. **91**, 419 (1954); (b) C. L. Oxley, W. F. Cartwright and J. Rouvina, Phys. Rev. **93**, 836 (1954).
21. O. Chamberlain, E. Segrè, R. Tripp, C. Wiegand, T. Ypsilantis, Phys. Rev. **93**, 1430 (1954).
22. H. G. De Carvalho, E. Heiberg, J. Marshall and L. Marshall, Phys. Rev. **94**, 1796 (1954).
23. J. A. Kane, R. A. Stallwood, R. B. Sutton, T. H. Fields and J. G. Fox, Phys. Rev. **95**, 1694 (1954).
24. J. A. Dickson and D. C. Salter, Nature **173**, 946 (1954).
25. Е. И. Григорьев, ЖЭТФ **28**, 761 (1955).
26. L. F. Wouters, Phys. Rev. **84**, 1069 (1951).
27. A. Roberts, J. Tinlot and E. M. Hafner, Phys. Rev. **95**, 1099 (1954).
28. H. Bradner and R. E. Donaldson, Phys. Rev. **99**, 890 (1955).
29. R. T. Siegel, Phys. Rev. **100**, 437 (1955).
30. R. G. P. Voss and R. Wilson, Phil. Mag. (8) **1**, 175 (1956).

31. R. Hillman, G. H. Stafford and C. Whitehead (частное сообщение).
32. R. J. Blin-Stoyle, M. A. Grace and H. H. Halban, *Progress in Nuclear Physics* **3**, 63 (1953).
33. J. M. Dickson, B. Rose and D. C. Salter, *Proc. Phys. Soc., London*, **68**, 361 (1955).
34. O. Chamberlain, E. Segrè, R. Tripp, C. Wiegand and T. Ypsilantis, *Phys. Rev.* **102**, 1659 (1956); предварительные сообщения опубликованы в *Phys. Rev.* **95**, 1105 (1954); **96**, 807 (1954).
35. R. Tripp, Atomic Energy Commission Document, UCRL-2975 (1955).
36. D. Inglis, *Phys. Rev.* **50**, 783 (1936).
37. L. Rosenfeld, *Nuclear Forces*, Chap. 15 (North-Holland Publishing, Amsterdam, Netherlands), 543 (1948).
38. C. Møller, *The theory of Relativity*, 53 (Oxford University Press, London, England, 386 (1952)).
39. M. H. Johnson and E. Teller, *Phys. Rev.* **98**, 783 (1955).
40. M. G. Mayer and J. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (John Wiley and Sons, New York, 269 стр., 1955).
41. E. Fermi, *Nuovo Cimento* (9) **11**, 407 (1954).
42. E. Fermi, *Nuovo Cimento Supplemento* (10) **2**, 84 (1955).
43. S. Sack, L. C. Biedenharm and G. Breit, *Phys. Rev.* **93**, 321 (1954).
44. A. M. Feingold, *Phys. Rev.* **101**, 258 (1956).
45. S. Fernbach, W. Heckrotte and J. V. Lepore, *Phys. Rev.* **97**, 1059 (1955).
46. S. Tamor, *Phys. Rev.* **97**, 1077 (1955).
47. (a) G. Takeda and K. M. Watson, *Phys. Rev.* **94**, 1087 (1954); **97**, 1336 (1955); (b) W. B. Riesenfeld, K. M. Watson, *Phys. Rev.* **102**, 1157 (1956).
48. S. Fernbach, R. Serber and T. B. Taylor, *Phys. Rev.* **75**, 1352 (1949).
49. R. D. Woods and D. S. Saxon, *Phys. Rev.* **95**, 577 (1954).
50. H. Feshbach, C. E. Porter and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.* **96**, 448 (1954).
51. W. Heckrotte, *Phys. Rev.* **101**, 1406 (1956).
52. B. J. Malenka, *Phys. Rev.* **95**, 522 (1954).
53. W. Heckrotte, *Phys. Rev.* **94**, 1797 (1954).
54. E. Fermi (частное сообщение).
55. E. Bosco and T. Regge, *Nuovo Cimento* **12**, 285 (1954).
56. G. Snow, R. Sternheimer and C. N. Yang, *Phys. Rev.* **94**, 1073 (1954).
57. R. Sternheimer, *Phys. Rev.* **95**, 587 (1954); **97**, 1314 (1955) (частное сообщение).
58. R. Sternheimer, *Phys. Rev.* **100**, 886 (1955).
59. И. И. Левинтов, *ДАН СССР* **98**, 373 (1954).
60. R. Wilson, *Phil. Mag.* **46**, 769 (1955).
61. (a) T. Eriksson, *Nuovo Cimento* (10) **2**, 907 (1955); (b) S. Köhler, *Nuovo Cimento* (10) **2**, 911 (1955); (c) T. Eriksson and W. J. Swiatecki, *Arkiv Fysik* **9**, 28 (1955).
62. M. Ruderman (частное сообщение).
63. N. Austern, S. Butler and H. McManus, *Phys. Rev.* **92**, 350 (1953).
64. W. Chesnut, *Phys. Rev.* (в печати).
65. R. Sutton, T. Fields and J. Kane (частное сообщение).
66. K. Strauch, U. S. Atomic Energy Commission Document, UCRL-3211, 10 стр., November 1955.
67. E. Heiberg, U. Kruse, J. Marshall, L. Marshall and F. Solmitz, *Phys. Rev.* **97**, 250 (1955).
68. K. Strauch, *Phys. Rev.* **98**, 234 (1955).
69. J. Baldwin, O. Chamberlain, E. Segrè, R. Tripp, C. Wiegand and T. Ypsilantis, *Phys. Rev.* **95**, 1104 (1954); *Phys. Rev.* (в печати).
70. T. B. Taylor, *Phys. Rev.* **92**, 831 (1953).
71. F. Mandl and T. H. R. Skyrme, *Phil. Mag.* **44**, 1028 (1953).
72. G. Culler, S. Fernbach and N. Sherman, *Phys. Rev.* **101**, 1047 (1956).
73. L. Marshall and J. Marshall, *Phys. Rev.* **98**, 1398 (1955).
74. M. Brinkworth and B. Rose, *Nuovo Cimento* (10) **3**, 195 (1956).
75. A. Garren, Phase Shifts and Coulomb Interference Effects for High-Energy Proton-Proton Scattering, Report NYO-7102 (Carnegie Institute of Technology, 97 стр., 1955).
76. K. M. Gatha and R. J. Riddell, *Phys. Rev.* **86**, 1035 (1952).
77. L. Wolfenstein and J. Ashkin, *Phys. Rev.* **85**, 947 (1952).
78. R. Dalitz, *Proc. Phys. Soc., London*, **A65**, 175 (1952).
79. R. Tolman, *Principles of Statistical Mechanics*, Chap. 9 (Oxford University Press, London, England, 660 стр., 1938).
80. L. Wolfenstein, *Phys. Rev.* **98**, 766 (1955).
81. Дж. Блатти В. Вайскопф, Теоретическая ядерная физика, Издательство иностранной литературы, Москва, 1954 г.

82. L. Wolfenstein, Phys. Rev. **96**, 1654 (1954) (E) **98**, 1870 (1955).
83. R. Oehme, Phys. Rev. **98**, 147, 216 (1955).
84. H. Mendlowitz and K. M. Case, Phys. Rev. **97**, 33 (1954).
85. H. Stapp, Theory and Interpretation of Polarization Phenomena in Nuclear Scattering, U. S. Atomic Energy Commission Document UCRL-3098, 127 стр. (August 1955), Phys. Rev. **103**, 425 (1956).
86. S. C. Wright, Phys. Rev. **99**, 996 (1955).
87. (a) G. Breit and M. H. Hull, Phys. Rev. **97**, 1047 (1955); (b) G. Breit, J. B. Ehrman and M. H. Hull, Phys. Rev. **97**, 1051 (1955).
88. A. E. Taylor, Report (Доклад, представленный на Рочестерскую конференцию по физике частиц высокой энергии, апрель, 1956).
89. D. Fischer and J. Baldwin, Phys. Rev. **100**, 1445 (1955).
90. T. Ypsilantis, Experiments on Polarization in Nucleon-Nucleon Scattering at 310 Mev, UCRL-3047, U. S. Atomic Energy Commission Document, June, 74 стр., 1955.
91. T. Ypsilantis, C. Wiegand, R. Tripp, E. Segrè and O. Chamberlain, Phys. Rev. **98**, 840 (1955).
92. T. Ypsilantis, Report (Доклад, представленный на Рочестерскую конференцию по физике частиц высокой энергии, апрель, 1956).
93. J. A. Kane, R. A. Stallwood, R. B. Sutton and J. G. Fox, Bull. Am. Phys. Soc. (II) **1**, 9 (1956).
94. R. Marshak and A. Messiah, Nuovo Cimento **11**, 337 (1954).
95. M. Gell-Mann and K. Watson, Ann. Rev. Nuclear Sci. **4**, 219 (1954).
96. F. S. Crawford and M. L. Stevenson, Phys. Rev. **95**, 1112 (1954); **97**, 1305 (1955).
97. T. Fields, J. G. Fox, J. A. Kane, R. A. Stallwood and R. B. Sutton, Phys. Rev. **96**, 812 (1954).
98. L. J. B. Goldfarb and D. Feldman, Phys. Rev. **88**, 1099 (1952).
99. A. Garren, Phys. Rev. **92**, 213, 1587 (1953); **96**, 1709 (1954).
100. (a) C. A. Klein, Nuovo Cimento **1**, 581 (1955); **2**, 38 (1955); (b) L. Beretta, E. Clementel and C. Villi, Phys. Rev. **98**, 1526 (1955).
101. (a) R. M. Thaler, J. Bengston, Phys. Rev. **94**, 679 (1954); (b) R. M. Thaler, J. Bengston and G. Breit, Phys. Rev. **94**, 683 (1954); (c) M. H. Hull, J. B. Ehrman, R. D. Hatcher and L. Durand, Phys. Rev. (в печати).
102. S. Ohnuma and D. Feldman, Phys. Rev. **102**, 1641 (1956).
103. H. Feshbach and E. Lomon, Phys. Rev. **102**, 891 (1956).
104. R. J. N. Phillips, Report (Доклад, представленный на Рочестерскую конференцию по физике частиц высокой энергии, апрель, 1956).
105. A. Garren, Phys. Rev. **101**, 419 (1956).
106. R. T. Siegel, A. J. Hartzler and W. A. Love, Phys. Rev. **101**, 838 (1956).
107. O. Chamberlain, R. Donaldson, E. Segrè, R. Tripp, C. Wiegand and T. Ypsilantis, Phys. Rev. **95**, 850 (1954).
108. L. Wolfenstein, Phys. Rev. **101**, 427 (1956).
109. P. Hillman and G. H. Stafford, Nuovo Cimento (10) **3**, 633 (1953).