1957 г. Февраль Т. LXI, вып. 2

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

НЕЛОКАЛЬНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Д. И. Блохинцев

СОДЕРЖАНИЕ

I. ВВЕДЕНИЕ

После значительных успехов теории перенормировки наступило некоторое разочарование. Сейчас стало ясно, что этот метод не преодолевает основных трудностей современной теории, а скорее представляет собою относительно успешный путь обхода этих трудностей, пригодный в тех случаях, когда особо малые масштабы пространства и времени не играют существенной роли. Наиболее дальновидные физики никогда иначе и не оценивали значение этого метода. Тем не менее, не без пользы были потрачены большие усилия, чтобы рафинировать этот метод до наивысшей степени.

В атмосфере увлечения «перенормировкой» несколько особое место занимают работы тех физиков, которые стремились более глубоко видоизменить современную теорию, исходя из тех или иных физических идей.

Среди попыток подобного рода, имеющих уже значительную историю, особо большое место занимают нелокальные теории поля и нелинейные теории поля, которые являются определенными и в некотором отношении родственными попытками обобщения современной, квантовой теории поля.

В той трудной ситуации, в которой находится в настоящее время теория, своевременно критически рассмотреть оба эти направления. Тем самым, быть может, будет несколько видней путь к истине.

Как в нелокальной теории, так и в нелинейной теории вводится некоторая элементарная длина s_0. Видимо, Г. Ватагин [1] был первым физиком, который указал на такую возможность для обобщения теории. Однако мы увидим из дальнейшего, что в действительности корень трудностей современной теории уходит глубже и сравнительно простые модификации теории, оперирующие с понятием элементарной длины, по всей видимости, не могут быть основой новой теории.

В первой главе этой статьи мы рассмотрим нелокальные теории, во второй — нелинейные. Наконец, в третьей главе будут обсуждены границы применимости основного понятия современной теории — понятия частицы.

II. НЕЛОКАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Первая формулировка нелокальной теории поля была дана М. А. Марковым[2], который исходил из физической идеи о том, что напряженность поля на малых расстояниях, из-за атомизма заряда, не может быть измеримой величиной.

В соответствии с этой идеей Марков предположил, что потенциалы электромагнитного поля A_μ некоммутируют с координатами пробного заряда x_ν. Если через $A_\mu(\mathbf{k})$ обозначить компоненту Фурье потенциала волнового вектора $\mathbf{k}$, то было предположено, что

$$[x_\nu, A_\mu] = i r_\nu A_\mu, \tag{1}$$

где r_ν — некоторый четырехмерный вектор, пропорциональный элементарной длине s_0.

Из этого соотношения следует, что при $\Delta x_\nu \approx r_\nu \Delta A_\mu \approx A_\mu$.

Эта теория приводит к представлению о четырехмерно-протяженных частицах, что формально выражается в появлении во взаимодействии электрона и электромагнитного поля релятивистски-инвариантного обрывающего фактора.

Позднее, Юкава[3] предположил нелокальную теорию, формулировав ее таким образом, что потенциалы поля A являются недиагональными матрицами в пространстве — времени, так что

$$(x' \mid A \mid x'') \neq A(x')\,\delta(x' - x'').$$

Конкретно было предположено (для скалярного поля U), что

$$[x_\mu, [x^\mu, U]] = s_0^2 U. \tag{2}$$

Хотя этой теории пытались дать, как нам кажется, несколько уходящее в сторону толкование (через внутренние степени свободы частиц) и математически она оформлялась иначе, нежели теория Маркова, тем не менее она покоится на той же физической идее и также приводит к релятивистским обрывающим форм-факторам.

Другой подход к нелокальной теории поля был развит в работах автора[4], Мак Мануса[5], Пайерльса[6] и других. В этом подходе свободное поле считается локальным, а нелокальность вводится только во взаимодействие. Физической идеей, лежащей в основе этого направления, является предположение о том, что в малых пространственно-временных областях возможны другие виды причинной связи, нежели те, которые характерны для больших масштабов пространства и времени. В этой теории, в ее первоначальном варианте, предполагается, что взаимодействие, например, электронного поля, описываемого током $J_\mu(x)$, и электромагнитного поля, описываемого потенциалом $A_\mu(x')$, происходит не в одной и той же точке пространства — времени, а «размазано» с помощью релятивистски-инвариантного форм-фактора $F(x' - x'')$, так что взаимодействие описывается функцией W:

$$W = \int J_{\mu}(x) F(x - x') A_{\mu}(x') \, dx \, dx' \tag{3}$$

вместо обычной формы взаимодействия, когда $F(x - x') = \delta(x - x')$ («точечное» взаимодействие). Выражение (3) явно указывает на то, что взаимодействие может распространяться из точки $P(x)$ в точку $P(x')$ с любой скоростью, так как форм-фактор $F(x - x')$ из соображений лоренцевской инвариантности должен быть функцией интервала $s^2 = (t - t')^2 - (x - x')^2$. Для того чтобы не было существенного нарушения обычной причинности для больших интервалов пространства — времени необходимо, чтобы форм-фактор $F(x - x')$ исчезал с ростом модуля интервала $|s^2|$.

Например, можно принять $F \sim e^{-\frac{s^2}{s_0^2}}$, где s_0 — некоторая элементарная длина. В этом случае сигналы, распространяющиеся со скоростью, большей скорости света для больших расстояний, будут крайне слабы.

Действительно, чтобы сигнал имел заметную силу, необходимо, чтобы $|s^2| = |t^2 - x^2| \leqslant s_0^2$, но тогда для макроскопических расстояний $|x| \gg s_0$ или времени $|t| \gg s_0$ скорость сигнала $V = \left|\frac{x}{t}\right|$ будет близка к 1.

Это утверждение справедливо в любой системе координат[7].

Теория Маркова — Юкавы не дает чего-либо нового для свободных полей. Различие с обычной теорией обнаруживается лишь во взаимодействии, которое отличается от обычного наличием релятивистски-инвариантных форм-факторов.

В только что описанной теории нелокального взаимодействия эти форм-факторы вводятся наиболее простым и непосредственным образом. Поэтому различные в своих исходных физических предпосылках теория Маркова — Юкавы и теория нелокального взаимодействия практически оказываются эквивалентными и отличаются лишь способом введения форм-фактора. В той и другой концепциях остается неопределенным вид форм-фактора. Это затруднение не явилось бы, однако, препятствием к развитию теории, так как вид форм-фактора мог бы быть, в принципе, определен из опыта. Гораздо более существенные затруднения выявляются в самой принципиальной схеме теории.

М. А. Марков обратил внимание на то, что при наличии форм-фактора F уравнения для частиц во многовременном формализме Дирака — Розена — Подольского становятся несовместными.

Действительно, им было показано[8], что условие Ф. Блоха для совместности этих уравнений

$$[H(x_n, t_n), H(x_m, t_m)] = 0 \tag{4}$$

для $|x_n - x_m|^2 > |t_n - t_m|^2$ в случае нелокальной теории не выполняется. В этой формуле $H(x_n, t_n)$ означает гамильтониан n-й частицы, x_n, t_n — ее четырехмерные координаты, $H(x_m, t_m)$ имеет тот же смысл для m-й частицы. Суть условия Блоха заключается в том, что измерения, произведенные на двух частицах n и m, соединенных пространственно-подобным интервалом, не должны влиять друг на друга.

В нелокальной теории взаимодействие может распространяться и со скоростью, большей скорости света в пустоте, поэтому естественно, что скобка Пуассона в (4) оказывается в этом случае отличной от нуля также и для пространственно подобных интервалов. Это весьма общее положение. Автором[9] было отмечено, что нелокальная теория вообще несовместима с методом Гамильтона. Метод Гамильтона предполагает, что каждое последующее состояние однозначно определяется предшествующим состоянием. Именно этот факт и выражен в уравнении Шредингера для волновой функции системы Ψ:

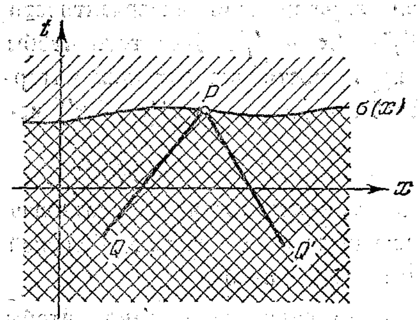

Рис. 1. Распространение сигналов в локальной и в нелокальной теориях: $\sigma(x)$ — пространственная поверхность, P — одна из точек на ней, QPQ' — конус прошедшего в этой точке. Дважды заштрихованная область — прошедшее. Одинарная штриховка — будущее.

$$ih\,\delta\Psi = H\Psi\cdot\delta t. \qquad (5)$$

Подобного уравнения, однако, не может быть в нелокальной теории, где взаимодействие распространяется со сколь угодно большой скоростью и поэтому состояние на некоторой пространственной поверхности $\sigma(x)$ (рис. 1) не может быть определено только по состояниям, лежащим в конусах прошлого (дважды заштрихованная область), а зависит также и от будущего (заштрихованная область).

В. Паули показал[10], что все же и для нелокальной теории можно найти интегралы движения, в том числе и аналог гамильтониана. Это позволяет также ввести и канонические переменные. Однако нельзя избежать решения уравнений, которые содержат интегралы по времени от $-\infty$ до $+\infty$, и поэтому теория в гамильтоновой форме оказывается все же невозможной[11].

Однако можно было бы думать, что эта ситуация еще не означает полной несовместности нелокальной теории с квантовой механикой. Действительно, можно допустить, что асимптотически квантовая теория остается верной. Это значит, что мы можем допустить, что для нелокальных систем существует все же для $t=-\infty$ волновая функция $\Psi(-\infty)$ и для $t=+\infty$ волновая функция $\Psi(+\infty)$.

Вместе с тем существует и матрица рассеяния $S(-\infty, +\infty)$, преобразующая $\Psi(-\infty)$ в $\Psi(+\infty)$.

С того времени, как В. Гейзенберг[12] обратил внимание на возможное значение этой матрицы, все варианты нелокальной теории так или иначе связывались с попытками определить матрицу рассеяния для нелокальной теории *).

При этом можно было руководствоваться следующими требованиями:

а) матрица рассеяния S должна быть инвариантна относительно преобразований Лоренца;

*) Следует отметить, что уже в первой работе М. А. Маркова[2], в связи с доказательством несовместности уравнений многовременного формализма, предлагалась некоторая формальная схема расчета, не связанная с уравнением Шредингера в его обычном понимании.

б) она должна удовлетворять условиям причинности в макроскопических областях пространства — времени (т. е. асимптотически, для больших интервалов времени или пространства, «аказуальные» взаимодействия должны давать исчезающий вклад в вероятности переходов);

в) она должна быть унитарной *).

Требование а) есть требование, по крайней мере, формального согласия нелокальной теории с теорией относительности; требование б) означает соответствие с обычной теорией, и, наконец, требование в) вытекает из предположения существования $\Psi(-\infty)$ и $\Psi(+\infty)$ (полная вероятность состояния должна быть одинаково нормирована как для $t=-\infty$, так и для $t=+\infty$).

При построении нелокальной теории имелось в виду, что она будет способна ликвидировать расходимости, свойственные обычной теории. Однако развитие исследований в области нелокальной теории не привело к успешным результатам. Во-первых, было показано, что нелокальная теория с двухточечным форм-фактором $F(x'-x'')$ не в состоянии ликвидировать бесконечности, связанные с поляризацией вакуума.

Это видно из того обстоятельства, что теория с форм-фактором типа $F(x'-x'')$ эквивалентна замене поля $A_\mu(x')$ на поле

$$B_\mu(x)=\int F(x-x')\,A_\mu(x')\,dx'. \tag{6}$$

Поэтому для внешнего поля A_μ^0 эффект поляризации вакуума будет тот же самый, что и в обычной локальной теории для поля B_μ^0, т. е. будет расходящимся.

В этой связи ряд авторов[14, 15, 16, 17] рассмотрели вариант нелокальной теории, в котором форм-фактор зависит не от двух, а от трех точек x', x'', x'''. Такой вариант возможен лишь в квантовой теории и означает, например, что вместо взаимодействия (3) предполагается взаимодействие вида:

$$W=ec\int\overline{\Psi}(x')\,\gamma_\mu\,\Psi(x'')\,F(x',\,x'',\,x''')\,A_\mu(x''')\,dx'\,dx''\,dx''', \tag{7}$$

т. е. ток $J_\mu=ec\overline{\Psi}(x')\,\gamma_\mu\,\Psi(x')$ заменен на величину $ec\overline{\Psi}(x')\,\gamma_\mu\,\Psi(x'')$. Этот вариант теории не является калибровочно-инвариантным и уже по этой причине должен бы быть отвергнут **).

С. Блох[17] указал, что возможно восстановить калибровочную инвариантность, если ввести в произведение $\overline{\Psi}(x')\,\Psi(x'')$ фактор типа $e^{i\chi(x',\,x'')}$, где

$$\chi(x',\,x'')\sim\int\limits_{x'}^{x''}A_\mu(x)\,dS_\mu. \tag{8}$$

---

*) Вопрос о достаточности этих требований для определения матрицы рассеяния в случае локальной теории подробно рассмотрен в статье Н. Н. Боголюбова и Д. В. Ширкова[13].

**) Для электромагнитного поля В. С. Барышенковым было показано, что нелокальная теория с таким форм-фактором приводит к возникновению продольных фотонов[11].

Один из вариантов такой теории был обследован Р. Пайерльсом и М. Кретьеном[18]. Ими было показано, что и в этом случае расходимости из теории поля полностью не устраняются.

Другие трудности были обнаружены С. Хаяши[19], который обратил внимание на то, что при применении схемы вычислений Янга — Фельдмана[20] получающаяся матрица рассеяния, начиная с четвертого приближения, становится неунитарной. В связи с этим результатом были сделаны попытки восстановить эту унитарность.

Таких попыток имеется две. Первая принадлежит С. Хаяши[19] и основана на введении дополнительных полей, изменяющих начальное поле Ψ_0. Смысл этих полей можно видеть во влиянии процессов в будущем на начальные условия[11].

Другая была предпринята Б. В. Медведевым, который исходил из работы Н. Н. Боголюбова и Д. В. Ширкова[13], в которой было показано, что перечисленные выше требования к S-матрице, вместе с некоторыми требованиями симметрии, еще не вполне определяют S-матрицу. Это обстоятельство и было использовано Медведевым[21], который несколько обобщил условие причинности и, пользуясь методом Боголюбова — Ширкова, построил унитарную матрицу рассеяния для нелокальной теории в виде

$$S(g) = T\exp\left\{i\int \Lambda(\xi,\ g)\ g(\xi)\,d\xi + \int M(\xi,\ g)\,g(\xi)\,d\xi\right., \tag{9}$$

где T — обобщенное T-произведение, Λ — лагранжиан, M — некоторый эрмитов оператор, обеспечивающий унитарность матрицы S и g — величина, указывающая степень включения взаимодействия в четырехмерной точке ξ.

Как видно из (9), оператор M может рассматриваться как антиэрмитовский «добавок» к функции Лангранжа. Матрица S в этой теории дается, как и во всех других вариантах теории, в виде ряда по степеням постоянной взаимодействия. Сходимость таких рядов никогда обоснована не была.

Рассмотренные выше трудности, связанные с отсутствием калибровочной инвариантности, в этой теории остаются.

Число работ, посвященных нелокальной теории в настоящее время, очень велико (см[11]). Но линия развития этой теории не является восходящей. Нельзя, конечно, отрицать возможности построения успешной нелокальной теории, но трудно дать благоприятный прогноз: разработка этой теории не принесла обнадеживающих результатов, напротив выяснилось много новых трудностей, которые на первых порах оставались незамеченными.

[illegible] нелок. теории ?

При таком положении дел небезынтересно рассмотреть вопрос о возможности экспериментальным путем обнаружить нелокальность в микроявлениях, если она действительно имеет место в природе. Для этого можно было бы использовать весьма общие дисперсионные соотношения. Насколько нам известно, впервые на эту возможность было обращено внимание Н. Н. Боголюбовым.

Рассмотрим суть дела на простейшей модели. Вообразим себе одномерную частицу, имеющую структуру. Представим себе, что она имеет вид гантели, состоящей из двух рассеивающих точек A и B (рис. 2). Допустим, что сигнал мгновенно распространяется из A в B так, что если падающая волна

$a_0 e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)}$ для $t \geqslant 0$ привела в движение точку A, то мгновенно возникает волна, рассеянная точкой B.

Пусть $f_A(\omega)$ будет матрица рассеяния для элемента частицы A, $f_B(\omega)$ — то же для элемента B. Тогда волна, рассеянная от частицы AB, будет:

$$\Psi = \int f_A(\omega)\, a(\omega)\, e^{-i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)} d\omega + \int f_B(\omega)\, a(\omega)\, e^{-i\omega\left(t - \frac{x}{c} + \frac{\Delta}{c}\right)} d\omega, \quad (10)$$

где

$$\Delta = AB, \quad x = AP, \quad x - \Delta = BP$$

и

$$a(\omega) = \frac{a_0}{(\omega + i\varepsilon - \omega_0)}. \quad (10')$$

(Это последнее выражение обеспечивает равенство нулю падающей волны для $t < 0$.)

Из (10) следует, что матрица рассеяния для частицы в целом будет равна

$$f_{AB}(\omega) = f_A(\omega) + f_B(\omega)\, e^{-i\frac{\omega\Delta}{c}}. \quad (11)$$

Для справедливости дисперсионных соотношений типа

$$g(a) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{h(x)\, dx}{x - a} \quad (12)$$

и

$$h(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(x)\, dx}{x - a}, \quad (12')$$

где $f = g + ih$, необходимо, чтобы $f(\omega)$ была аналитической функцией в верхней полуплоскости и на действительной оси и исчезала на верхней полуокружности при $R \to \infty$.

Нетрудно видеть, что если f_A и f_B удовлетворяют этим требованиям, то f_{AB} не удовлетворяет из-за множителя $e^{-i\frac{\omega\Delta}{c}}$. Причем, как нетрудно видеть из рис. 2, знак фазы этого множителя сохраняется, если сигнал от A и B распространяется со скоростью, большей скорости света в пустоте. При скорости распространения, меньшей c, знак переменится и дисперсионные соотношения будут соблюдены. Из (11) видно, что если матрицу рассеяния домножить на $e^{i\frac{\omega\Delta}{c}}$, то для величины

$$\Phi_{AB} = f_{AB} e^{i\frac{\omega\Delta}{c}} \quad (13)$$

дисперсионные соотношения будут иметь силу.

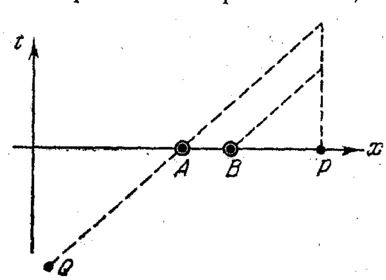

Рис. 2. Распространение сигнала от протяженной частицы. Q — источник волны; A, B — структурные элементы частицы AB; P — удаленная от AB точка наблюдения.

Таким образом, мы видим, что в рассматриваемой модели действительно возникает возможность из опыта обнаружить нелокальность и даже определить размеры области нелокальности. В самом деле, в случае локальной теории дисперсионные соотношения будут соблюдаться для матрицы рассеяния $f_{AB}(\omega)$, а в случае нелокальной теории для величины $\Phi_{AB}(\omega)$. К сожалению, действительность оказывается более сложной, и можно привести пример нелокальной теории, которая не обнаруживает себя в дисперсионных соотношениях.

Рассмотрим в качестве иллюстрации нелокальную теорию электромагнитного поля с двухточечным форм-фактором $F(P-P')$. Уравнения поля и частицы в этой теории имеют вид[4]:

$$m\frac{dU_\alpha}{d\sigma}+eU_\beta\int dx\,dt F(P-P_m)\mathcal{F}_{\beta\alpha}(P)=0, \tag{14}$$

$$\Box^2 A_\alpha+4\pi e\int d\sigma F(P-P_m)U_\alpha=0, \tag{15}$$

где m — масса частицы, $U_\alpha(\alpha=1,\ 2,\ 3,\ 4)$ компоненты ее четырехмерной скорости, σ — собственное время, $\mathcal{F}_{\beta\alpha}=\frac{\partial A_\alpha}{\partial x_\beta}-\frac{\partial A_\beta}{\partial x_\alpha}$ — компоненты электромагнитного поля, A_α — компоненты потенциала, P — точка $(x,\ t)$, P_m — точка $(x_m,\ t_m)$ (положение частицы).

Из соображений лоренцевской инвариантности

$$F(P-P_m)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int D(\omega^2-k^2)e^{i\omega(t-t_m)-i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_m)}d\omega\,dk. \tag{16}$$

Рассмотрим действие внешнего поля $\mathcal{F}^0_{\beta\alpha}$ на частицу. Это поле разлагается в ряд Фурье

$$\mathcal{F}^0_{\beta\alpha}=\int f^0_{\beta\alpha}(\mathbf{k})\,\delta(\omega^2-k^2)e^{i(\omega t-\mathbf{kx})}d\omega\,d\mathbf{k}. \tag{17}$$

Подставляя (16) и (17) в интеграл в (14) и производя интегрирование по $\mathbf{x}$ и t, найдем, что сила K^0_α, возбуждаемая внешним полем, равна

$$K^0_\alpha=eU_\beta\int d\mathbf{x}\,dt F(P-P_m)\mathcal{F}^0_{\beta\alpha}=eD(0)\mathcal{F}^0_{\beta\alpha}, \tag{18}$$

т. е. не отличается от действия локального поля, если $D(0)$ нормировать на 1.

Вычислим теперь рассеянное поле. Из уравнения (15) находим

$$A^s_\alpha=e\int dx'dt'\mathfrak{G}(P-P')d\sigma F(P'-P_m)U_\alpha, \tag{19}$$

где $\mathfrak{G}(P-P')$ — функция Грина. Эта функция Грина имеет компоненту Фурье:

$$\frac{1}{4\pi}\mathfrak{G}(\omega^2-k^2)=\frac{1}{k^2-\omega^2}-i\pi\frac{\omega}{|\omega|}\delta(k^2-\omega^2). \tag{20}$$

Подставляя в (19) разложение Фурье для $\mathfrak{G}(P-P')$ и для $F(P-P_m)$ и выполняя интегрирование по $d\mathbf{x}'$, dt', найдем, что это интегрирование сведется к вычислению интеграла

$$\sim\int\mathfrak{G}(\omega^2-k^2)D(\omega^2-k^2)e^{i\omega(t-t_m)-i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_m)}d\omega\,d\mathbf{k}. \tag{21}$$

Интеграл по $d\mathbf{k}$, как известно, имеет асимптотическое значение порядка $|\mathbf{x}-\mathbf{x}_m|^{-1}$ только за счет значений $k^2=\omega^2$, т. е. пропорционален $D(0)$. Таким образом, рассеянная волна будет та же, что и в локальной теории. Отсюда следует, что «матрица» рассеяния будет заведомо подчиняться дисперсионным соотношениям, так как она тождественна с «матрицей» рассеяния локальной теории.

На первый взгляд этот результат может показаться парадоксальным. Однако следует иметь в виду, что: а) наше доказательство справедливо лишь без учета реакции поля, т. е. приближенно; б) если рассмотреть действие ограниченной во времени волны ($A_\alpha^0=0$ в точке нахождения частицы для $t<0$), то нетрудно убедиться, что в нелокальной теории частица начнет двигаться раньше, чем ее достигнет волна, однако это движение затухнет для больших положительных t, т. е. нелокальность проявляется в моменты раскачки частицы и в дальнейшем исчезает. Поэтому она и не проявляет себя в рассеянии (для больших t и $|x|$).

Приведенный пример показывает, что, несмотря на отсутствие причинности, дисперсионные соотношения могут все же выполняться. Это обстоятельство осложняет однозначность выводов, которые могут быть сделаны из факта справедливости дисперсионных соотношений. Несомненно, было бы желательно иметь более общий анализ этого вопроса.

III. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Первая нелинейная теория электромагнитного поля была предложена М. Борном [22].

Общую схему такой теории можно сформулировать следующим образом: в основу теории кладется лагранжева функция поля $\mathcal{L}$, которая зависит от инвариантов поля K, J, ..., составленных из компонент поля и их производных:

$$\mathcal{L}=\mathcal{L}(K,\ J,\ \ldots). \tag{22}$$

Тогда из вариационного принципа

$$\delta\int\mathcal{L}(K,\ J,\ \ldots)\,dx\,dt \tag{23}$$

вытекают уравнения поля, которые в общем случае будут, очевидно, нелинейными. Из соображений размерности ясно, что в нелинейной теории поля будет существовать абсолютный масштаб поля φ_0. Если теперь учесть существование элементарного заряда e, то можно определить элементарную длину $s_0=\sqrt{\frac{e}{\varphi_0}}$. Существование этой длины роднит нелинейные теории с нелокальными.

В современной канонической теории поля включение взаимодействия также ведет к нелинейным уравнениям поля, которые, однако, являются приближенными и содержат также и высшие производные. В схеме Борна нелинейные уравнения постулируются с самого начала как основа теории.

Пока подобные уравнения рассматриваются в рамках классической теории не возникает каких-либо принципиальных затруднений. В частности, можно выбрать такие варианты теории, которые устраняют бесконечность собственной энергии частиц. Например, в одном из вариантов Борна лагранжиан выбран в виде

$$\mathcal{L} = \left\{1 + \frac{\mathcal{H}^2 - \mathcal{E}^2}{\mathcal{E}_0^2} - \frac{(\mathcal{E}\mathcal{H})^2}{\mathcal{E}_0^4}\right\}^{1/2}, \tag{24}$$

где $\mathcal{E}$ — электрическое поле, $\mathcal{H}$ — индукция магнитного поля, $\mathcal{E}_0$ — некоторый масштаб поля, по порядку величины равный e/s_0^2 *). При этом напряженность электрического поля точечного заряда оказывается равной:

$$\mathcal{E} = \frac{e}{r}\left\{1 + \left(\frac{s_0}{r}\right)^4\right\}^{-1/2}, \tag{25}$$

где r — расстояние от центра заряда.

Полная собственная энергия точечного заряда оказывается при этом конечной и равной:

$$U = 1{,}236\,\frac{e^2}{s_0}. \tag{26}$$

Однако классическая нелинейная теория не может являться целью теоретика, так как гораздо раньше, чем нелинейные отступления начнут играть заметную роль (расстояния порядка s_0), на сцену выступают квантовые явления (расстояния порядка $\hbar/m_0c$, m_0 — масса электрона). Поэтому нелинейная теория должна быть квантована. Но как раз при квантовании и обнаруживаются принципиальные трудности. Однако прежде чем обращаться к этой стороне дела, рассмотрим классификацию нелинейных уравнений.

Для выяснения сущности дела мы ограничимся лагранжевыми функциями, содержащими производные поля не выше первой, и ради простоты одним измерением и скалярным полем φ [23].

В этом случае мы имеем два инварианта:

$$K = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2\right] \text{ и } J = \frac{1}{2}\varphi^2 \tag{27}$$

(скорость света $c = 1$). Функция Лагранжа будет

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(K, J). \tag{28}$$

Из соответствующего вариационного принципа нетрудно найти уравнение поля:

$$A\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + 2B\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\,\partial x} + C\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + D = 0, \tag{29}$$

где A, B, C, D — функции φ, $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$.

Это уравнение формально инвариантно относительно преобразований Лоренца. Однако причинность может быть и нарушена подобно тому, как она нарушается и в нелокальных теориях. Действительно, рассмотрим скорость

*) Указывалось, как на дефект теории, на произвол в выборе лагранжиана; однако он мог бы быть в принципе определен из опыта.

распространения взаимодействия в такой нелинейной теории (мы будем говорить «скорость сигнала»). Эту скорость правильно понимать как скорость распространения слабых разрывов (т. е. таких разрывов, когда впереди фронта сигнала $\varphi=0$, а позади него $\varphi\neq 0$, но не делает скачка).

Известно, что распространение таких сигналов происходит по характеристикам уравнения и скорость распространения сигнала дается наклоном характеристик $\xi=\frac{dx}{dt}$.

Величина ξ определяется из уравнения

$$A\xi^2-2B\xi+C=0. \tag{30}$$

В зависимости от вида функции Лагранжа и от значения поля и его производных могут возникнуть сигналы, распространяющиеся как со скоростью меньшей скорости света, так и большей скорости света (уравнение (30) может иметь решения $|\xi|>1$).

Например, при не очень больших полях имеем из (30)

$$\xi=\pm 1\mp\frac{1}{2}\,\alpha\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\ldots, \tag{31}$$

где

$$\alpha=\frac{\dfrac{\partial^2\mathscr{L}}{\partial K^2}}{\dfrac{\partial\mathscr{L}}{\partial K}}.$$

В зависимости от знака α (т. е. в зависимости от вида лагранжиана) ξ будет больше или меньше 1. Подробности в [23, 24]. Интересно отметить, что в подобных нелинейных теориях нельзя исключить и возможности такой ситуации, когда при определенных значениях $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, φ (например, вблизи частиц) характеристики сделаются мнимыми, так что уравнения поля станут уравнениями эллиптического типа. Это означало бы, что понятие причинной последовательности событий потеряет свой смысл, и мы будем иметь дело с «комком» событий, которые взаимно друг друга обусловливают, но не следуют одно за другим. Мы далеки от утверждения, что нечто подобное имеет место в действительности, и рассматриваем этот случай как чисто математическую возможность*).

Для нас сейчас более важен тот факт, что возможные нелинейные теории разбиваются на два класса. В первом классе ($\alpha>0$) скорость распространения сигнала всегда меньше скорости света в пустоте $|\xi|\leqslant 1$, во втором классе ($\alpha<0$) $|\xi|$ может быть и больше 1 **).

*) Точнее, мы думаем, что, если нечто подобное и осуществляется, например, внутри частиц, то, вероятно, осуществляется более хитрым способом.

**) Мы сейчас исключаем тот класс теорий, в котором характеристики могут становиться мнимыми, т. е. рассматриваем классификацию только гиперболических уравнений.

Теории этого последнего класса имеют много общего с нелокальными теориями и к ним также неприменим метод Гамильтона, как и к нелокальным теориям. Они никогда не были кем-либо подробно рассмотрены *).

Напротив, теории первого класса не находятся в противоречии с обычным пониманием причинности, поэтому к ним применим метод Гамильтона и, стало быть, и обычная схема квантования. К числу этих уравнений, например, относится нелинейное уравнение

$$\Box^2\varphi - \varkappa^2(\varphi)\varphi = 0, \tag{32}$$

т. е. уравнение, в котором член, определяющий массу, зависит от самого поля φ. Для этого уравнения $|\xi| = 1$.

Возможность большего числа вариантов нелинейной теории часто рассматривают как принципиальную трудность подобных теорий. На самом деле трудности лежат совсем в другом пункте. Если бы удалось построить математически стройную нелинейную теорию, то можно было бы путем согласования с опытом искать единственно верный вариант. Поэтому главный вопрос на настоящей стадии заключается в том, может ли быть найдена в принципе подобная внутренне противоречивая теория? Мы склонны сейчас ответить на этот вопрос отрицательно.

Действительно, обнадеживающим в направлении развития нелинейных уравнений явилось бы устранение расходимостей в собственной энергии частиц. И мы видели, что пока мы остаемся в рамках классической теории, такие надежды оправдываются на самом деле. Положение дел становится совсем иным, когда мы переходим к квантовой нелинейной теории. При этом мы хотим заранее ограничиться теориями, в которых скорость сигнала всегда меньше или равна скорости света. Теории второго класса или с эллиптическими уравнениями будут нести в себе, кроме тех трудностей, которые мы намерены рассмотреть в дальнейшем, и другие трудности, дополнительно осложняющие дело.

Мы сейчас покажем, что самая простейшая расходимость, которая без труда устраняется в линейных теориях, приобретает в нелинейной теории зловещий характер. Речь идет о нулевой энергии поля E_0. В линейной теории можно принять за наблюдаемую энергию поля величину

$$\varepsilon = E - E_0, \tag{33}$$

которая, по крайней мере, для свободных полей оказывается конечной величиной (здесь E_0 — бесконечная нулевая энергия поля, E — бесконечная энергия возбужденного состояния поля, ε — конечная величина).

В нелинейной теории нет подобной аддитивности. Поэтому все уровни поля оказываются бесконечными.

Рассмотрим подробно эту сторону дела на примере простого уравнения (32). Функция Гамильтона для поля, описываемого уравнением (32), имеет вид:

$$H = \frac{1}{2}\int \{\pi^2 + \nabla\varphi^2 + F(\varphi)\}\, dx. \tag{34}$$

Положим $F(\varphi) = \varkappa_0^2\varphi^2 + \alpha\varphi^4 + \ldots$

*) В одной работе В. Гейзенберга [25] фигурирует подобное уравнение.

Будем считать α малым параметром. Тогда величину $\alpha\varphi^2$ можно рассматривать как добавок к $\varkappa_0^2$, модулирующий массу частицы:

$$\varkappa^2(\varphi) = \varkappa_0^2 + \alpha\varphi^2 + \ldots$$

Вычислим теперь коэффициент $\varkappa^2(\varphi)$ приближенно из линейной теории, заменяя его истинное значение средним. Таким образом, надо вычислить $\overline{\varkappa^2(\varphi)}$. Для этого представим поле в виде ряда Фурье

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_k}} \left(a_k e^{ikx} + a_k^+ e^{-ikx}\right), \tag{35}$$

где V — наименьший объем, в котором e^{ikx} периодично, $\omega_k = \sqrt{k^2 + \varkappa_0^2}$ — частота в нулевом приближении, a_k, a_k^* — операторы рождения и уничтожения квант поля, подчиняющиеся обычному правилу квантования

$$[a_k, a_{k'}^*] = \delta_{kk'}. \tag{36}$$

Простое вычисление дает

$$\overline{\varphi^2} = \frac{1}{V} \sum_k \frac{\hbar}{\omega_k} (2N_k + 1), \tag{37}$$

где N — число квант сорта k.

Переходя от сумм к интегралам, имеем

$$\overline{\varphi^2} = 4\pi \int_0^\infty \frac{\hbar k^2 dk}{\omega_k} + 2\pi \int_0^\infty \frac{\hbar \rho_k k^2 dk}{\omega_k}, \tag{38}$$

где ρ_k — плотность квант $\left(\rho_k = \frac{N_k}{V}\right)$. Из (38) видно, что $\overline{\varphi^2} = \infty$. Поэтому $\overline{\varkappa^2(\varphi)} = \infty$.

Иными словами, в следующем приближении, частоты $\omega_k' = \sqrt{k^2 + \overline{\varkappa^2}} = \infty$ для всех k.

Таким образом, если обозначить собственные значения H через E, то разность $E - E_0 = \sum N_k \hbar \omega_k' = \infty$. Это и следовало ожидать. Не исключено, что применение специальных перенормировок могло бы позволить избавиться от этой расходимости. Как бы то ни было надежда на нелинейную теорию в смысле автоматического устранения бесконечностей полностью разрушена*).

*) Шиф[26] пытался проквантовать нелинейную теорию, определяя φ не для точки пространства, а для дискретной пространственной решетки с шагом l. При $l \to 0$ все энергетические уровни в соответствии с нашим простым расчетом стремятся к ∞. При $l \neq 0$ они конечны. Но нетрудно показать, что в теории Шифа имеет место распространение сигнала со скоростью, большей скорости света, так что его теория является нелокальной и поэтому несовместима с методом Гамильтона, которым он пользуется.

IV. ФИЗИКА СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Предыдущий анализ теории нелокального поля и нелинейной теории поля, конечно, не может рассматриваться как исчерпывающее доказательство невозможности построения внутренне-непротиворечивых теорий рассмотренного типа. Но этот анализ приводит к пессимистическому прогнозу. Создается впечатление, что эти оба направления в развитии теории поля бьют мимо цели. Они имеют то общее, что в обоих направлениях сохраняются основные черты современной квантовой теории и теории относительности; это лишь модификации современных представлений.

Сейчас стало общепринятым утверждение, что на малых расстояниях современная теория становится непригодной. Вместе с тем успех теории перенормировки показывает, что специально для электромагнитного поля и электронов эта непригодность выступает лишь в очень далеких приближениях по константе $e^2/\hbar c$. Напротив, для мезонной теории вообще нет никакой области применимости, так как константа $g^2/\hbar c$ очень велика. Эта ситуация указывает на то, что малые расстояния и малые промежутки времени сами по себе не являются катастрофическими для современной теории, а основную роль играют большие взаимодействия.

Рассмотрим теперь несколько простых примеров, относящихся к случаю сильного взаимодействия.

Хорошо известно, что задача о движении электрона в поле точечного заряда $Z > 137$ не имеет решения. Этот вывод неприменим, однако, к заряду конечных размеров. В этом случае, формально, получается решение[27], приводящее к уровню, лежащему ниже $-2m_0c^2$ (m_0 — масса электрона). Трудность заключается в интерпретации этого уровня, так как он смешивается с отрицательными уровнями дираковского фона. Обычная интерпретация этого уровня как позитронного, видимо, несостоятельна. Действительно, из этой интерпретации следует, что при адиабатическом сближении зарядов для получения ядра с большим Z при переходе заряда через некоторое критическое значение Z_0 сам собою возникает дополнительный заряд $+e$, без соответствующей компенсации. Возможно ли другое толкование — вопрос открытый и затемненный тем обстоятельством, что при $Z \sim 137$ необходимо учитывать поляризацию вакуума. Между тем расчет поляризации при таких значениях Z лежит за пределами возможностей современной теории. Таким образом, при энергии связи порядка m_0c^2 теория встречается с принципиальными затруднениями.

Рассмотрим другой формальный пример, относящийся к скалярному полю φ. Пусть скалярная частица движется во внешнем мезонном поле φ_0. Уравнение может быть записано в виде *)

$$\Box^2\varphi - \varkappa^2\varphi + \alpha\varphi_0^2\varphi = 0. \tag{39}$$

Из этого уравнения непосредственно видно, что внутри области, где $\alpha\varphi_0^2 > \varkappa^2$, его можно переписать в виде

$$\Box^2\varphi + \varkappa'^2\varphi = 0, \tag{39'}$$

*) Это уравнение можно рассматривать как обычное уравнение с дополнительным членом типа $\alpha\varphi^3$.

где

$$\varkappa'^2 = \alpha\varphi_0^2 - \varkappa^2.$$

Отсюда видно, что собственные частоты такого поля, внутри потенциальной ямы, будут равны $\omega = \sqrt{k^2 - \varkappa'^2}$. Для $\alpha\varphi_0^2 > \varkappa^2$ групповая скорость частиц внутри этой ямы оказывается большей скорости света. Это следует рассматривать как противоречие, возникающее опять-таки в том случае, когда энергия связи превышает собственную энергию частицы μc^2. ?

Третий пример был рассмотрен нами ранее[28] *) и представляет собой случай простого линейного взаимодействия двух скалярных полей φ и ψ. Гамильтониан в этом случае записывается в виде

$$H = \frac{1}{2}\int\{\dot{\varphi}^2 + \nabla\varphi^2 + a^2\varphi^2 + \dot{\psi}^2 + \nabla\psi^2 + b^2\psi^2 + g\varphi\psi\}\, dx. \tag{40}$$

Величины a^2 и b^2 определяют массы частиц, относящихся к полям φ и ψ, а g — есть константа связи этих полей. Собственные значения этого гамильтониана равны

$$E = \sum \varepsilon_k N_k + \sum \varepsilon_q M_q + E_0, \tag{41}$$

где

$$\varepsilon_k = \hbar\sqrt{k^2 + A^2}$$

и

$$\varepsilon_q = \hbar\sqrt{q^2 + B^2},$$

а N_k и M_q — целые положительные числа (или нули); E_0 — нулевая энергия, равная $\frac{1}{2}\sum\varepsilon_k + \frac{1}{2}\sum\varepsilon_q$, k, q — импульсы частиц.

A и B — величины, определяющие массы частиц, причем

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} + \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)^2}{4} + g^2},$$

$$B^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)^2}{4} + g^2}. \tag{42}$$

Из формулы (42) видно, что при $g^2 > a^2b^2$ одна из масс (B) становится мнимой. Эта принципиальная трудность, как мы видим, возникает при большой энергии связи **).

Мы отдаем себе отчет в крайней схематичности приведенных примеров. Они искусственны в том отношении, что в них идет речь о движении частицы во внешнем поле, а не о взаимодействии частиц, но они все же ставят под серьезное сомнение пригодность понятия частицы в тех случаях, когда энергия взаимодействия становится сравнимой с собственной энергией

*) Этот пример был рассмотрен как иллюстрация к той физической идее, что «природа» частиц может зависеть от рода аппарата-анализатора. Эта идея сейчас получила свое подтверждение в существовании двух сортов θ-частиц. ?

**) Физический случай $g^2 > a^2b^2$ означает в терминах теории колебаний, что «фокус» превращается в «седло» (потеря устойчивости).

частицы. Вместе с тем подвергается сомнению и обычная схема канонического квантования, глубочайшим образом связанная с представлением о частицах.

Мы не имеем возможности последовательно произвести расчеты тех случаев, когда частицы оказываются очень сильно взаимодействующими друг с другом. Однако мы можем получить представление о том, когда это может быть. При этом мы будем подразумевать под сильным взаимодействием такое взаимодействие частиц, когда энергия их взаимодействия W превосходит собственную энергию частиц E. Состояния такого сильного взаимодействия могут длиться очень короткое время, например в течение времени соударения. Но понятно, что только это малое время и имеет значение для всего процесса.

Рассмотрим сперва электромагнитное взаимодействие двух электронов. Из сравнения $W=\frac{e^2}{r}$ с энергией электронов E найдем, что $W>E>m_0c^2$ при

$$r<\frac{e^2}{\hbar c}\,\lambda\!\!\!^{-}, \tag{43}$$

где $\lambda\!\!\!^{-}\sim\frac{\hbar c}{E}$, есть длина волны электрона.

Размер области локализации электрона с длиной волны $\lambda\!\!\!^{-}$ не может быть меньше $\lambda\!\!\!^{-}$. Поэтому мы видим, что из-за малости константы $\frac{e^2}{\hbar c}$ электрон редко бывает в той области пространства, где $W>m_0c^2$. В случае взаимодействия электрона и заряда eZ мы имели бы $r<\frac{Ze^2}{\hbar c}\lambda\!\!\!^{-}$ и при $Z>137$ $r\sim\lambda\!\!\!^{-}$. Таким образом, сильное взаимодействие электрических зарядов наступает при $Z\sim 137$.

В случае взаимодействия нуклонов положение совсем иное. Для энергии взаимодействия вида *) $W\sim g^2\frac{e^{-\varkappa r}}{r}$ мы получим условие $W>E>Mc^2$ (M — масса нуклона) в виде

$$r<\frac{g^2}{\hbar c}\,\lambda\!\!\!^{-}. \tag{43$'$}$$

Но в этом случае $\frac{g^2}{\hbar c}>1$ и состояние сильного взаимодействия возникает при $r>\lambda\!\!\!^{-}$, т. е. во всех случаях, когда $\lambda\!\!\!^{-}<\frac{\hbar}{Mc}$.

Поэтому кажется весьма вероятным, что в процессе столкновения энергичных нуклонов нуклоны на время столкновения полностью теряют свою индивидуальность как частицы, образуя состояния, которые можно назвать «компаунд-частицами».

---

*) Если взять взаимодействие с большей степенью сингулярности $W=\frac{g^2}{r}\times\left(\frac{a}{r}\right)^n e^{-\varkappa r}$, то условие (43′) гласит: $r<\left(\frac{g^2}{\hbar c}\right)^{\frac{1}{n+1}}\left(\frac{a}{\lambda\!\!\!^{-}}\right)^{\frac{n}{n+1}}\lambda\!\!\!^{-}$ и дает прежний результат при $a>\lambda\!\!\!^{-}$. Здесь a — некоторая длина.

Признаком такого состояния «компаунд-частицы» является то обстоятельство, что **энергия частиц сосредоточивается в энергии взаимодействия, а не в собственной энергии частиц** *).

Исследуем теперь подробнее условия для возникновения таких состояний. Рассмотрим для этой цели плотность энергии ε системы взаимодействующих нуклонов и мезонов:

$$\varepsilon = \bar{\psi} D\psi + \frac{1}{2}\left(\dot{\varphi}^2 + \nabla\varphi^2 + \omega_0^2\varphi^2\right) + gc\bar{\psi}\gamma_5\psi\varphi. \qquad (44)$$

Здесь первый член есть плотность энергии свободных нуклонов, $D = c\sigma\mathbf{p} + \beta Mc^2$ — гамильтониан Дирака, $\bar{\psi}$, ψ — нуклонное поле; второй член есть плотность энергии мезонного поля φ, $\omega_0^2 = c^2\varkappa_0^2$; наконец — третий член есть энергия взаимодействия, которое предположено псевдоскалярным.

Пусть при заданной полной плотности ε плотность энергии свободного нуклонного поля будет ε_1, а плотность энергии свободного мезонного поля ε_2. В том случае, когда энергия взаимодействия не существенна, $\varepsilon \approx \varepsilon_1 + \varepsilon_2$. Выясним, когда будет осуществляться этот случай. Для этого воспользуемся соображениями размерности и введем некоторый масштаб длины l, определяющий величину градиентов так, что $\frac{\partial}{\partial x} \sim \frac{1}{l}$ и $\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \sim \frac{1}{l}$. Тогда получим:

$$\varepsilon_1 = \bar{\psi} D\psi \sim \bar{\psi}\left(\frac{\hbar c}{l} + Mc^2\right)\psi, \text{ т. е. } \bar{\psi}\psi \sim \frac{\varepsilon_1 l}{\hbar c}\left(1 + \frac{Mcl}{\hbar}\right)^{-1}, \qquad (45)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\left(\dot{\varphi} + \nabla\varphi^2 + \omega_0^2\varphi^2\right) \sim \frac{1}{2}\left(\frac{c^2}{l^2} + \omega_0^2\right)\varphi^2,$$

т. е.

$$\varphi \sim \frac{\varepsilon_2^{1/2}\, l}{c}\left(1 + \frac{\mu^2 c^2 l^2}{\hbar^2}\right)^{-1/2} \qquad (45')$$

(здесь μ — масса мезона, M — масса нуклона).

---

*) Если рассмотреть, например, во втором приближении метода Тамма — Данкова взаимодействие двух нуклонов, то для их энергии получим

$$E = g^2\frac{e^{-\varkappa r_{11}}}{r_{11}} + g^2\frac{e^{-\varkappa r_{22}}}{r_{22}} + 2Mc^2 + \frac{g^2 e^{-\varkappa r_{12}}}{r_{12}}.$$

Первые два члена бесконечны, так как $r_{11} = r_{22} = 0$, и представляют собой вклад в собственную энергию частиц, т. е.

$$g^2\frac{e^{-\varkappa r_{11}}}{r_{11}} + g^2\frac{e^{-\varkappa r_{22}}}{r_{22}} + 2Mc^2 = 2M_{\text{эксп}}c^2;$$

последний же член — энергия взаимодействия $ge^{-\varkappa r_{12}}/r_{12}$ при $r_{12} \to 0$ имеет не меньшее значение, чем первые два. Стало быть, в тех случаях, когда он существенно велик, он должен рассматриваться наравне с первыми двумя, как вклад в собственную энергию двух частиц.

Взаимодействие будет несущественно, если

$$W = gc\bar{\psi}\gamma_5\psi\varphi \ll \varepsilon_1 \text{ и } \varepsilon_2. \tag{46}$$

Заимствуя из (45) и (45′) $\bar{\psi}\psi$ и φ, найдем, что (46) будет соблюдено, если:

$$\varepsilon_2 \ll \frac{\hbar^2c^2}{g^2l^4}\left(1+\frac{Mcl}{\hbar}\right)\left(1+\frac{\mu^2c^2l^2}{\hbar^2}\right), \tag{47}$$

$$\varepsilon_1 \ll \frac{\hbar c}{gl^2}\varepsilon_2^{1/2}\left(1+\frac{Mcl}{\hbar}\right)\left(1+\frac{\mu^2c\varphi^2}{\hbar^2}\right)^{1/2}; \tag{47′}$$

объединяя оба неравенства, мы можем написать:

$$\varepsilon \ll \varepsilon_{\text{кр}} = \frac{\hbar^2c^2}{g^2l^4}\left(1+\frac{Mcl}{\hbar}\right)^2\left(1+\frac{\mu^2c^2l^2}{\hbar^2}\right). \tag{48}$$

Напротив, если ε_1 и $\varepsilon_2 \gg \varepsilon_{\text{кр}}$, то энергия взаимодействия будет более существенна, чем энергия свободных полей. Действительно, по (45) и (45′ можно представить ε в виде

$$\varepsilon \approx \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \frac{gl^2}{\hbar c}\beta\varepsilon_1\varepsilon_2^{1/2}, \tag{49}$$

где

$$\beta = \left(1+\frac{Mcl}{\hbar}\right)^{-1}\left(1+\frac{\mu^2c^2l^2}{\hbar^2}\right)^{-1/2}.$$

Потребуем теперь, чтобы сумма $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ была много меньше ε, а

$$W = \frac{gl^2}{\hbar c}\beta\varepsilon_1\varepsilon_2^{1/2} \approx \varepsilon.$$

Прямой подстановкой нетрудно убедиться, что это получится при ε_1 и $\varepsilon_2 \gg \varepsilon_{\text{кр}}$.

В этом случае основной вклад в энергию системы вносит энергия взаимодействия, а не энергия свободных нуклонного и мезонного полей $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$. Таким образом, $\varepsilon_{\text{кр}}$ (48) действительно разделяет два физически совершенно различных случая взаимодействия: при $\varepsilon \ll \varepsilon_{\text{кр}}$ взаимодействие несущественно и частицы сохраняют свое значение; при $\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{кр}}$ взаимодействие более существенно, чем сами частицы.

Разумеется, что выражение для критической энергии зависит от предположенного нами типа взаимодействия. Например, для псевдовекторного взаимодействия

$$W = gca\,\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu} \tag{50}$$

(здесь a — некоторая длина) значение критической энергии будет

$$\varepsilon_{\text{кр}} = \frac{\hbar^2c^2}{g^2a^2l^2}\left(1+\frac{Mcl}{\hbar}\right)^2\left(1+\frac{\mu^2c^2l^2}{\hbar^2}\right), \tag{51}$$

т. е. в этом случае, с уменьшением l, критическая энергия растет более медленно.

Для электромагнитного взаимодействия

$$W = ec\bar{\psi}\gamma_\mu \psi A_\mu \tag{52}$$

и аналогичным путем найдем

$$\varepsilon_{кр} = \frac{\hbar^2 c^2}{l^2 l^4}\left(1 + \frac{mcl}{\hbar}\right)^2. \tag{53}$$

Наконец, для распадного взаимодействия

$$W = g^* \bar{\psi}_N \varphi_\nu \varphi_э \psi_N. \tag{54}$$

(здесь g^* — константа Ферми, $\bar{\psi}_N$, ψ_N — нуклонные функции, φ_ν — функции нейтрино, $\varphi_э$ — функция электронов) критическая энергия равна

$$\varepsilon_{кр} = \frac{\hbar^2 c^2}{g^* l^2}\left(1 + \frac{Mcl}{\hbar}\right)\left(1 + \frac{mcl}{\hbar}\right)^{1/2}. \tag{55}$$

Существование критической энергии взаимодействия ясно из того обстоятельства, что энергия свободных полей квадратична относительно этих полей, а энергия взаимодействия, по крайней мере, кубична. При большой плотности энергии кубичные члены будут превосходить квадратичные. Во всех случаях критическая энергия растет с уменьшением масштаба l, т. е. с ростом градиентов. Рост градиентов означает возрастание относительного вклада свободных частиц, так как плотность энергии свободных полей пропорциональна $1/l$ (для фермионов) и $1/l^2$ (для бозонов).

Рассмотрим теперь, когда на самом деле будут образовываться компаунд-частицы. Обратимся сперва к случаю псевдоскалярного взаимодействия нуклонов и мезонов в нерелятивистской области. Обозначим полную энергию сталкивающихся частиц через $E = T + 2Mc^2$. Масштаб области взаимодействия будет $l \approx \frac{\hbar}{\mu c}$ (μ — масса мезона). Плотность энергии $\varepsilon = T/l^3$. Сравнивая это значение ε с $\varepsilon_{кр}$ (48), получим условие для возникновения в момент соударения компаунд-частицы

$$T > \frac{\hbar c}{g^2} 2\mu c^2 \left(1 + \frac{M}{\mu}\right)^2, \tag{56}$$

что при $\frac{g^2}{4\pi\hbar c} \sim 15$ дает $T \sim 0{,}9 \cdot 10^8$ *эв* *).

В крайнем релятивистском случае нужно учесть лоренцевское сжатие так, что наибольшие градиенты будут определяться не величиной l, а величиной $l^* = \frac{\hbar}{\mu c}\sqrt{\frac{2Mc^2}{E}}$. Объем области взаимодействия будет $l^2 l^*$, критическая энергия определяется из (48) также величиной l^*; плотность энергии ε в этом случае равна

$$\varepsilon = \frac{Mc^2 \sqrt{\frac{E}{2Mc^2}}}{l^2 l^*}.$$

*) Если область сильного взаимодействия предположить равной не $\frac{\hbar}{\mu c}$, а $\frac{\hbar}{Mc}$, то результат будет $T \sim 0{,}2 \cdot 10^8$ *эв*.

Сравнивая эту величину с критической энергией, получим, что состояние компаунд-частицы возникает при

$$E < \frac{g^2}{\hbar c} \frac{M}{\mu} 2Mc^2, \qquad (56')$$

т. е. при $E < 10^{12}$ *эв*. То, что в этом случае получилась не нижняя, а верхняя граница, объясняется тем, что с ростом энергии нуклонов E из-за лоренцевского сжатия крайне возрастают градиенты, и относительная роль свободных полей возрастает *). Для псевдовекторного взаимодействия (50) в нерелятивистском случае вместо (56) получим

$$T > \frac{\hbar c}{g^2} \left(\frac{\hbar}{\mu c a}\right)^2 2\mu c^2 \left(1 + \frac{M}{\mu}\right)^2, \qquad (57)$$

т. е. при $a \sim \frac{\hbar}{\mu c}$ то же значение T, что и для псевдоскалярного взаимодействия. В крайнем же релятивистском случае вместо (56) найдем

$$\frac{g^2}{\hbar c} > \frac{\hbar}{\mu c} \frac{\hbar}{Mc} a^2, \qquad (57')$$

т. е. при $\frac{g^2}{4\pi\hbar c} \sim 15$ и $\frac{\hbar}{Mc} < a < \frac{\hbar}{\mu c}$ всегда будут компаунд-состояния. Это связано с тем, что в случае псевдовекторного взаимодействия относительная роль энергии взаимодействия растет не только с возрастанием плотности энергии, но и с возрастанием градиентов. Таким образом для псевдовекторного взаимодействия область компаунд-частиц простирается от $T = 10^8$ *эв* неограниченно в сторону больших энергий **).

Обратимся теперь к электромагнитным взаимодействиям. Здесь возникает некоторая неопределенность с определением размеров области взаимодействия. Из выражения для критической энергии (53) в нерелятивистском случае найдем

$$T > \frac{\hbar c}{e^2} mc^2 \frac{\hbar}{mcl} \left(1 + \frac{mcl}{\hbar}\right)^2. \qquad (58)$$

Здесь m — масса электрона. Мы видим, что при любом $l < \frac{\hbar}{mc}$ величина T попадает в область релятивистской энергии. В крайнем релятивистском случае мы получаем

$$E < \frac{e^2}{\hbar c} 2mc^2 \frac{mcl}{\hbar}, \qquad (58')$$

---

*) Если верить в псевдоскалярное взаимодействие, то это означало бы, что при гидродинамическом рассмотрении столкновения нуклонов [34] мезонно-нуклонную жидкость можно было бы рассматривать как газ.

**) Существование компаунд-частиц может быть также ответственным за образование надбарьерных осколков He, Li, Be, возникающих при соударении энергичного нуклона с атомным ядром. Такие компаунд-состояния могут возникать в ядре в результате флуктуаций (конечно, на очень короткое время). Тогда столкновение нуклона с таким кратковременным компаунд-состоянием и может повести к выбрасыванию тяжелого осколка.

т. е. при $l < \frac{\hbar}{mc}$ значение E попадает в область нерелятивистских энергий. Поэтому в случае электромагнитных взаимодействий из-за малости константы связи компаунд-частиц не возникает. Такой же результат получается и для распадного взаимодействия (54) из-за малости $g^* = 10^{-48}$ *эрг·см*^{3}.

Из приведенных расчетов мы видим, что энергия $\varepsilon_{кр}$ является физическим критерием для решения вопроса о возникновении состояний сильного взаимодействия «компаунд-частиц». Понятие «компаунд-частицы» не является совершенно новым —мы даем ему лишь физическое определение, основанное на относительной роли энергии взаимодействия и собственной энергии частиц. Оно, в той или иной форме, встречалось в различных современных работах и в этой связи мы хотели бы добавить еще несколько замечаний.

Предположим, что речь идет о столкновении двух частиц P и N, описываемых в свободном состоянии волновыми полями Ψ_p и Ψ_N, и о рождении при этом столкновении новой частицы π, описываемой в свободном (или в почти свободном) состоянии волновым полем Φ_π.

По аналогии с ядерными реакциями можно говорить о входных каналах реакции Ψ_p и Ψ_N, о ее выходных каналах, Ψ'_p, Ψ'_N и Ψ'_π и об области сильного взаимодействия.

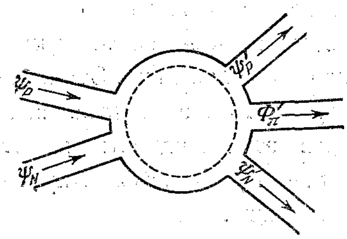

Рис. 3. Схема столкновения с большим взаимодействием. Пунктиром обведена область сильного взаимодействия. Ψ_p, Ψ_N — входные каналы, Ψ'_p, Ψ'_N, Φ'_π — выходные каналы.

На рис. 3 изображена схема такого столкновения.

Область, обведенная пунктиром, есть область сильного взаимодействия. Вне этой области, во входных каналах, мы имеем дело с почти свободными полями Ψ_p и Ψ_N; в выходных каналах поля Ψ'_p, Ψ'_N и Φ'_π также почти свободны. Во внутренней же области из-за сильного взаимодействия нет ни поля Ψ, ни поля Φ, но есть нечто другое, что при ослаблении вырождается в линейные поля Ψ и Φ. Мы почти ничего не знаем сейчас об этом «нечто другом».

В различных современных попытках рассмотреть эти состояния применяются самые схематические наброски. Так, например, можно рассматривать сталкивающиеся частицы как «черные», абсолютно поглощающие шарики[29, 30]. Такой подход позволяет выделить диффракционное рассеяние и может дать некоторое представление о вероятности образования «компаунд-частицы» («вероятность прилипания»). В случае, если длительность «компаунд-состояния» заметно превышает время столкновения $\tau = \frac{a}{v}$ (здесь a — радиус сферы сильного взаимодействия, v — относительная скорость частиц), то можно говорить об изобарном состоянии и рассматривать его как истинную, новую частицу[31, 32]. ?
Такие представления во многих отношениях оказываются плодотворными, так как заведомо известно, что особо сильные взаимодействия характеризуются вполне определенными интегралами движения. Например, для столкновения пары нуклонов в этом отношении существенно состояние с $J = 0$ (полный момент) и $T = 1$ (изотопический спин). Для столкновения π-мезона с нуклоном

важно состояние с $J = \frac{3}{2}$ и $T = \frac{3}{2}$. Однако время жизни изобарных состояний, видимо, мало отличается от времени столкновения.

Другой подход связан с применением статистических [33] или гидродинамических методов [34]. В статистическом методе оперируют с отношениями фазовых объемов, «занимаемых» каждым из возможных процессов распада «компаунд-частицы». Ясно, что по самому своему существу этот метод может описать лишь самые грубые черты этого распада. В сущности, речь идет о сравнении фазовых объемов выходных каналов, сам же процесс образования частиц (или, что то же, линейных полей Ψ, Φ) выпадает из этого рассмотрения.

В гидродинамическом рассмотрении [34] была сделана попытка исправить этот недостаток теории Ферми таким образом, что «компаунд-состояние» рассматривается как сильно возбужденная жидкость, которая только в процессе своего расширения превращается в газ, состоящий из частиц. При этом сама жидкость рассматривается как классическая, подчиняющаяся законам релятивистской гидродинамики. Это несомненно шаг вперед по сравнению со статистической теорией. Но и эта картина является лишь грубой схемой. На первых парах расширения этой жидкости имеют место значительные квантовые флуктуации [35] и поэтому остается открытым вопрос об описании этой существенной фазы расширения.

Рассматривая «компаунд-состояние», мы начали с аналогии с ядерными реакциями. Однако эта аналогия является чисто внешней. «Компаунд-ядро» есть лишь особое состояние частиц, участвующих в ядерной реакции. В «компаунд-частице» частицы, из которых она образовалась, а также и другие, внутри нее возникающие частицы, взаимодействуют столь сильно, что само понятие о структуре «компаунд-частицы», как состоящей из взаимодействующих частиц, теряет свой смысл. Это, однако, не противоречит тому, что «компаунд-частица» может быть охарактеризована интегральными величинами (спин, заряд, масса и т. п.) и что ее центр тяжести будет двигаться в согласии с законами квантовой механики. Речь идет о ее внутренности. Из того факта, что частицы как самостоятельные объекты из-за сильного взаимодействия перестают существовать, менее всего можно предполагать, что подобные состояния могут быть описаны какими-либо классическими методами. Классическая теория не знает постоянной Планка и поэтому трудно представить себе, каким бы способом из образования, подчиняющегося законам классической теории, могло бы возникнуть нечто, подчиняющееся законам квантовой теории.

Напротив, более естественно думать, что «компаунд-частицы» представляют собой сущности, управляемые законами более общими, нежели законы квантовой теории.

Так как весь аппарат современной теории основан на понятии частицы, то нет никакой надежды на то, что он будет эффективен в проблемах, связанных с сильным взаимодействием. В этом, на наш взгляд, и лежит глубочайшая причина того, что нелокальные и нелинейные теории, базирующиеся на современной методике квантования, принципиально связанной с понятием частицы, не оправдывают возлагавшихся на них надежд.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. Watagin, Zs. Phys. **88**, 92 (1934).
2. М. А. Марков, ЖЭТФ **10**, 1311 (1940); Journ. of Phys. USSR **2**, 461 (1940).
3. H. Yukawa, Phys. Rev. **77**, 219 (1950); **80**, 1047 (1950).
4. Д. Блохинцев, Вестник МГУ (физика) № **3**, **77** (1946); № 1, 83 (1948); ЖЭТФ **16**, 480 (1946).
5. H. McManus, Proc. Roy. Soc. (A) **195**, 323 (1948).
6. R. Peierls, Proc. Roy. Soc. (A) **214**, 143 (1952).
7. Д. Блохинцев, ЖЭТФ **22**, 254 (1952).
8. М. А. Марков, ЖЭТФ **16**, 790 (1946).
9. Д. Блохинцев, ЖЭТФ **17**, 267 (1947).
10. W. Pauli, Nuovo Cimento **10**, 648 (1953).
11. В. С. Барышенков, Диссертация, 1955; ЖЭТФ **28**, 579 (1955).
12. W. Heisenberg, Zs. f. Phys. **120**, 513, 673 (1943).
13. Н. Н. Боголюбов и Д. В. Ширков, УФН **LV**, 149 (1955).
14. J. Rzewuski, Act. Phys. Polon. **11**, 1, 9 (1951).
15. J. Rayski, Phil. Mag. **42**, 1289 (1951).
16. P. Kristinsen a. C. Møller, Mat. Fys. Medd. **27**, 7 (1952).
17. C. Bloch, Mat. Fys. Medd. **27**, 8 (1952).
18. M. Chretien a. R. Peierls, Proc. Roy. Soc. (A) **223**, 468 (1954).
19. C. Hayashi, Progr. Theor. Phys. **10**, 533 (1953).
20. C. N. Yang a. D. Feldman, Phys. Rev. **79**, 972 (1950).
21. Б. В. Медведев, ДАН **103**, 37 (1955).
22. M. Born, Proc. Roy. Soc. (A) **143**, 410 (1934).
23. Д. Блохинцев, ДАН, LXXXII, 553 (1952); Nuovo Cimento, Suppl. № 4, сер. X, 629 (1956).
24. Д. Блохинцев и В. В. Орлов, ЖЭТФ **25**, 5Б (1953).
25. W. Heisenberg, Zs. f. Phys. **133**, 65 (1952).
26. L. Shiff, Phys. Rev. **92**, 766 (1952).
27. И. Я. Померанчук, Я. А. Смородинский, Journ. of Phys., USSR IX 97 (1045).
28. Д. Блохинцев, УФН, XLII, 76 (1950).
29. Я. А. Смородинский, Сб. «Проблемы современной физики» № 7, 7 (1954).
30. С. З. Беленький, ЖЭТФ **30**, 983 (1956).
31. K. Brueckner, Phys. Rev. **86**, 106 (1952).
32. И. Е. Тамм, Ю. А. Гольфанд, В. Я. Фейнберг, ЖЭТФ **26**, 649 (1954).
33. E. Fermi, Phys. Rev. **81**, 683 (1951).
34. С. З. Беленький и Л. Д. Ландау, УФН, LVI, 309 (1955).
35. Д. Блохинцев, ЖЭТФ (в печати).