

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ. ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Х. А. Тольхук *)

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Термин «поляризация электронов» можно отнести к свойствам электронных пучков, обусловленным преимущественной ориентировкой спинов электронов. Эти свойства до некоторой степени аналогичны свойствам поляризованного света. Предположение о спине электрона было выдвинуто в рамках старой квантовой теории Юленбеком и Гоудсмитом для объяснения ряда спектральных закономерностей. Основными вехами в последующем развитии теории вращающегося электрона явились нерелятивистская теория спина Паули, волновое уравнение Дирака, а также недавнее открытие аномального магнитного момента электрона и его объяснение квантовой электродинамикой. Основные факты, свидетельствующие в пользу теории, являются в известной мере косвенными, в частности факты, относящиеся к связанному электрону. Однако поляризационные свойства пучков свободных электронов являются несомненным следствием существования электронного спина, в котором он проявляется наиболее непосредственным образом.

В этой обзорной статье мы рассмотрим формальное описание поляризации электронов, различные способы ее создания и обнаружения, а также эксперименты с поляризованными электронами. Особенно подробно будут обсуждаться вопросы, представляющие наибольший интерес для современной физики. Более ранний обзор этого вопроса был написан Розенфельдом¹. Из других обзоров, выполненных Моттом и Мэсси² и Зоммерфельдом³, первый относится, в основном, к поляризации, обусловленной кулоновским рассеянием на тяжелых ядрах; к нему мы и отошлем читателя, интересующегося более подробным изложением этого вопроса, нежели проведенное в § 3 настоящей статьи.

§ 2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ. СРАВНЕНИЕ С ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ФОТОНОВ. ВЛИЯНИЕ МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩИХСЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ПОЛЯРИЗАЦИЮ ЭЛЕКТРОНОВ

В квантовой механике описание поляризации пучков электронов и фотонов в значительной мере аналогично⁴⁻¹². Поскольку мы будем касаться только вопроса поляризации волн, то будем сравнивать лишь плоские волны, соответствующие квантам с одинаковым импульсом p . Определенное состояние поляризации, даваемое волновой функцией ψ , может быть

*) Н. А. Tolhoek, *Reviews of Modern Physics* 28, 277 (1956).

записано в виде

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2, \quad (2,1)$$

где ψ_1 и ψ_2 — две ортогональные волновые функции, которые соответствуют для случая электронов двум противоположным ориентировкам спинов, либо перпендикулярным, либо параллельной и антипараллельной импульсу p , а в случае фотонов — двум плоско поляризованным волнам с взаимно-перпендикулярными направлениями поляризации, либо же двум право- и левополяризованным по кругу волнам.

Волновая функция ψ в форме (2,1) характеризует полностью поляризованный пучок. Если мы имеем некоторый идеальный детектор поляризации (регистрирующий, например, только фотоны, линейно поляризованные в определенной плоскости), то его можно описать волновой функцией квантов, регистрируемых им со стопроцентной эффективностью:

$$\psi^{\text{дет}} = c_1^{\text{дет}}\psi_1 + c_2^{\text{дет}}\psi_2. \quad (2,2)$$

Вероятность регистрации детектором кванта с волновой функцией (2,1) равна

$$W = |\langle \psi^{\text{дет}} | \psi \rangle|^2 = |c_1^{\text{дет}*}c_1 + c_2^{\text{дет}*}c_2|^2. \quad (2,3)$$

Частично поляризованный свет представляется уже не одной волновой функцией, а «ансамблем» чистых состояний, каждое из которых характеризуется одной волновой функцией. Квантовомеханическое описание такого «ансамбля» дается матрицей плотности (или статистическим оператором) ρ (см., например, ^{5, 13}), которая в нашем случае двух основных состояний является двухрядной:

$$\|\rho_{rs}\| = \begin{vmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{vmatrix}. \quad (2,4)$$

Матрица ρ эрмитова, имеет положительные или равные нулю собственные значения и нормирована так, что

$$\rho_{11} + \rho_{22} = 1. \quad (2,5)$$

Особому случаю полностью поляризованного пучка, характеризуемого волновой функцией (2,1), соответствует матрица плотности

$$\rho = \begin{vmatrix} |c_1|^2 & c_1c_2^* \\ c_1^*c_2 & |c_2|^2 \end{vmatrix}. \quad (2,6)$$

Аналогично, детектор, описываемый волновой функцией $\psi^{\text{дет}}$ (2,2), может быть охарактеризован матрицей плотности $\rho^{\text{дет}}$. Вероятность регистрации (2,3) может быть теперь записана как след произведения обеих матриц плотности:

$$W = \text{Sp}[\rho\rho^{\text{дет}}]. \quad (2,7)$$

Тождественность (2,3) и (2,7) легко проверяется. В общем случае ожидание оператора α для состояния ρ дается выражением

$$\langle \alpha \rangle = \text{Sp}[\alpha\rho]. \quad (2,8)$$

Матрицу плотности (2,6) чистого состояния всегда можно перевести унитарным преобразованием в простую форму:

$$\rho = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2,9)$$

Однако использование матрицы плотности существенно только в том случае, если мы имеем дело с квантовомеханической «смесью», представляющей «ансамбль» состояний. Матрицу ρ всегда возможно диагонализировать, и в общем случае вместо (2,9) получим

$$\rho = \begin{vmatrix} \rho' & 0 \\ 0 & \rho'' \end{vmatrix} \quad (2,10)$$

(всегда можно выбрать $\rho' \geq \rho'' \geq 0$). В то же время чистое состояние $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ можно рассматривать как «когерентную» суперпозицию ψ_1 и ψ_2 , а матрицу плотности, отвечающую квантовомеханической смеси

$$\begin{aligned} \rho = \begin{vmatrix} \rho' & 0 \\ 0 & \rho'' \end{vmatrix} &= \rho'' \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + (\rho' - \rho'') \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= (1 - P) \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} + P \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2,11)$$

($P = \rho' - \rho''$) — как «некогерентную» суперпозицию неполяризованного,

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix},$$

и полностью поляризованного,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

пучков с весами соответственно $1 - P$ и P . Мы можем назвать P ($0 \leq P \leq 1$) степенью поляризации. В общем случае матрица плотности характеризуется тремя независимыми параметрами, например P и комплексным отношением c_2/c_1 , отвечающим состоянию поляризации полностью поляризованной компоненты, смешанной с неполяризованной. Так как на практике пучок содержит большое число квантов, то для его описания надо добавить четвертый параметр — полную интенсивность, поскольку ψ и ρ относятся к состоянию только одного кванта. Можно сказать, что мы производим измерение поляризации физического пучка относительно некоторого ортогонального базиса (ψ_1, ψ_2), если определяем интенсивности I_1 и I_2 в положениях детектора $\psi^{\text{дет}} = \psi_1$ и $\psi^{\text{дет}} = \psi_2$. Результат этого измерения можно выразить в виде

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\rho_{11}}{\rho_{22}}, \quad (2,12)$$

так что

$$P(\psi_1, \psi_2) \equiv p_{11} - p_{22} = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}. \quad (2,13)$$

Для полного описания поляризации следует определить три упомянутых параметра, например, измеряя поляризацию по отношению к трем линейно независимым базисам. Для фотонов в качестве последних можно принять:

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) два состояния линейной поляризации с взаимно-} \\ \text{перпендикулярными плоскостями поляризации, б) два} \\ \text{других состояния линейной поляризации, составляю-} \\ \text{щие углы } \pi/4 \text{ с плоскостями поляризации в преды-} \\ \text{дущем случае, и в) два состояния право- и левопо-} \\ \text{ляризованного по кругу света.} \end{array} \right\} \quad (A)$$

Другой способ описания состояния поляризации дается ожиданиями матриц σ Паули. Мы будем обозначать их через ζ_1 , ζ_2 и ζ_3 . Для чистого состояния можно написать

$$\rho = \begin{vmatrix} c_1 c_1^* & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & c_2 c_2^* \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (1 + \zeta \cdot \sigma), \quad (2,14)$$

где

$$\zeta_1 = c_1 c_2^* + c_2 c_1^*, \quad \zeta_2 = i(c_1 c_2^* - c_2 c_1^*), \quad \zeta_3 = |c_1|^2 - |c_2|^2. \quad (2,15)$$

Двумерному унитарному преобразованию пары комплексных чисел (c_1 , c_2) соответствует действительное трехмерное ортогональное преобразование в пространстве векторов ζ . Для чистых состояний ζ является единичным вектором, для смесей $|\zeta| < 1$, и легко показать, что

$$P = |\zeta|. \quad (2,16)$$

Если в форме (2,14) записать также матрицу плотности, характеризующую детектор поляризации:

$$\rho^{\text{дет}} = \frac{1}{2} (1 + \zeta^{\text{дет}} \cdot \sigma), \quad (2,17)$$

то вероятность регистрации детектором примет вид

$$W = \text{Sp}[\rho \rho^{\text{дет}}] = \frac{1}{2} (1 + \zeta \cdot \zeta^{\text{дет}}), \quad (2,18)$$

который справедлив как для чистых, так и для смешанных состояний (отметим, что $\text{Sp}[\sigma_1] = \text{Sp}[\sigma_2] = \text{Sp}[\sigma_3] = 0$; $\text{Sp}[1] = 2$). Ортогональные (чистые) состояния характеризуются единичными векторами ζ , направленными в противоположные стороны.

До сих пор формальное описание было одинаково пригодным и для электронов, и для фотонов. Начиная с этого момента, мы должны рассматривать эти оба случая отдельно.

А. Формулировка для электронов

В случае электронов, разумеется, известно, что ζ представляет направление электронного спина (т. е. спинового момента количества движения) в нерелятивистской теории Паули. Часто ζ задается углами χ , ω

в полярных координатах, а именно

$$\zeta_1 = \sin \chi \cos \omega, \quad \zeta_2 = \sin \chi \sin \omega, \quad \zeta_3 = \cos \chi, \quad (2,19)$$

так что

$$\frac{c_2}{c_1} = \operatorname{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) e^{i\omega}. \quad (2,20)$$

В теории релятивистского электрона Дирака вместо двухкомпонентных волновых функций Паули мы имеем четырехкомпонентные. Однако определенное состояние поляризации характеризуется по-прежнему с помощью (2,1), где теперь ψ_1 и ψ_2 — два взаимно ортогональных решения, соответствующие положительным энергиям. С точностью до постоянного множителя спиновый момент количества движения (его пространственные компоненты) дается выражением $\psi^* \sigma \psi$, магнитный момент — величиной $\psi^* (-\beta \sigma) \psi$ (при измерениях в лабораторной системе). Направление ζ согласно (2,15) определяется выражением $\psi^* \left[\frac{1}{2} (1 - \beta) \sigma \right] \psi$, которое не является вполне релятивистски ковариантным. Однако мы будем продолжать пользоваться в теории Дирака полученным таким путем вектором ζ . ζ можно считать за направление спина, когда электрон преобразуется к покоящемуся. Иметь дело с ζ удобно по следующим соображениям: а) ζ можно вычислять только из больших компонент ψ_3 и ψ_4 дираковской волновой функции, б) направление ζ остается неизменным при ускорении электрона в электрическом поле (см. об этом ниже), в) неполяризованный пучок можно рассматривать как ансамбль электронов со спинами ζ , изотропно распределенными по всем направлениям.

Если же выбирать направления спинного момента количества движения или магнитного момента в лабораторной системе координат, то положения а), б), в) уже не будут иметь места. Мы будем говорить о поперечной поляризации пучка электронов, если направление спина перпендикулярно направлению импульса, и о продольной поляризации в случае их параллельности или антипараллельности. В качестве трех независимых базисов, относительно которых определяется $P(\psi_1, \psi_2)$ (ср. (2,13)), мы можем выбрать (ср. аналогичную ситуацию для фотонов, упоминавшуюся ранее как (A)):

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) два состояния поперечной поляризации с противоположными направлениями спина, б) два других состояния поперечной поляризации, повернутые относительно предыдущих на угол } \pi/2, \text{ и в) два противоположных состояния продольной поляризации (параллельное и антипараллельное).} \end{array} \right\} \quad (\text{Б})$$

Как мы только что видели, поляризация электронных пучков может быть в теории Дирака описана с помощью двухрядных матриц, если рассматривать исключительно состояния с положительной энергией. Однако при вычислениях некоторых эффектов поляризации на основе уравнения Дирака и теории возмущений требуется также и четырехрядное представление. Оно определяется следующим образом:

Если

$$\psi = u e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} \quad (2,21)$$

представляет волну с поляризацией ζ (нормированную к одной частице

в единице объема), то полагаем

$$P_{\lambda\mu}^{(+)}(\zeta) = u_{\lambda} u_{\mu}^* \quad (2,22)$$

$\lambda, \mu = 1, \dots, 4$ обозначают дираковские компоненты, $(+)$ указывает на выбор решений только с положительными энергиями). Явное выражение для $P_{\lambda\mu}^{(+)}(\zeta)$ может быть записано с помощью дираковских матриц ρ и σ в виде ^{11, 14, 15}

$$P^{(+)}(\zeta) = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{c\rho}{E} \zeta \rho_1 - \frac{mc^2}{E} \rho_3 + K\sigma - \right. \\ \left. - \frac{c\rho}{E} \rho_1 \sigma + \frac{c}{E} (\rho x \zeta) \rho_2 \sigma + J \rho_3 \sigma \right], \quad (2,23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{mc^2}{E} \zeta + \frac{c^2}{E(E+mc^2)} \mathbf{p}(\mathbf{p}\zeta), \\ J &= -\zeta + \frac{c^2}{E(E+mc^2)} \mathbf{p}(\mathbf{p}\zeta). \end{aligned} \right\} \quad (2,24)$$

$E = (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2}$ — энергия электрона, m — его масса покоя. $P^{(+)}(\zeta)$ может быть также записана в очевидном релятивистски ковариантном виде (см. приложение).

Б. Формулировка для фотонов

Вывод уравнений (2,1) — (2,18) равно справедлив как для фотонов так и для электронов. Волновую функцию ψ в случае фотонов можно рассматривать как комплексный векторный потенциал. Чтобы внести различие в обозначения от случая электронов, можно заменить c_1, c_2 на a_1, a_2 , ζ — на ξ и σ — на ω . Тогда для фотонов (2,1) переписывается в виде

$$A e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} = a_1 A_1 e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + a_2 A_2 e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}.$$

Чтобы установить связь с обычными оптическими обозначениями, положим

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, & \omega_3 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \\ \omega_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (2,25)$$

так что, как и для σ_1, σ_2 и σ_3 ,

$$\omega_k^2 = 1, \quad \omega_1 \omega_2 = i \omega_3 \quad \text{и т. д.} \quad (2,26)$$

Отсюда следует, что для чистого состояния

$$\rho = \left\| \begin{array}{cc} a_1 a_1^* & a_1 a_2^* \\ a_2 a_1^* & a_2 a_2^* \end{array} \right\| = \frac{1}{2} (1 + \xi \omega), \quad (2,27)$$

где

$$\xi_1 = |a_1|^2 - |a_2|^2, \quad \xi_2 = a_1 a_2^* + a_2 a_1^*, \quad \xi_3 = i(a_1 a_2^* - a_2 a_1^*). \quad (2,28)$$

Мы можем представить действительный вектор ξ с помощью двух углов α и β :

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \cos 2\beta \cos 2\alpha, \\ \xi_2 &= \cos 2\beta \sin 2\alpha, \\ \xi_3 &= \sin 2\beta. \end{aligned} \right\} \quad (2,29)$$

Эти углы определяют не что иное, как положение идеального анализатора (состоящего из четвертьволновой пластинки и призмы Николя) для света (рис. 1). Подобное описание поляризации фотонов восходит еще к Стоксу (см. ^{6,16}). Положительный и отрицательный единичные векторы

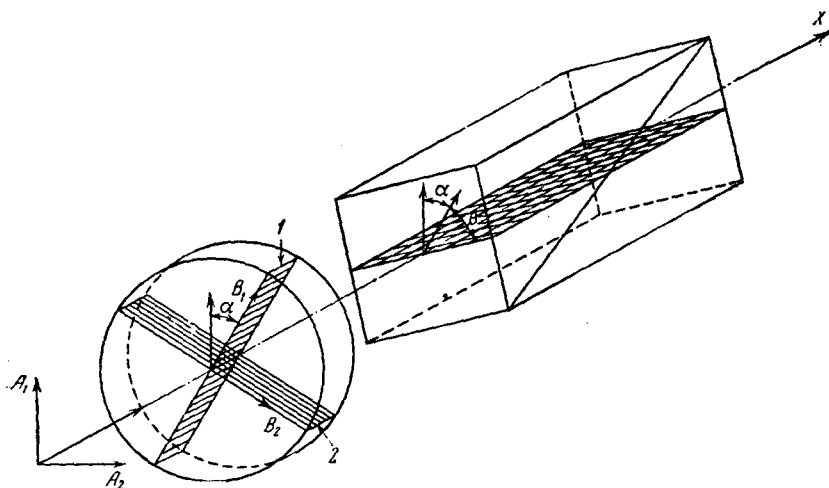


Рис. 1. Схема идеального анализатора поляризованного света, состоящего из пластинки в четверть волны и призмы Николя. Свет распространяется «медленно» через четвертьволновую пластинку, когда его электрический вектор лежит в плоскости 1, и «быстро», когда этот вектор находится в плоскости 2; свет пропускается призмой Николя, когда электрический вектор расположен в плоскости, отмеченной сетчатой штриховкой. Состояние поляризации может быть охарактеризовано углами α и β , соответствующими положению анализатора для максимального пропускания света, и интенсивностями света, прошедшими через анализатор при его максимальном и минимальном пропусканиях (взято из ⁶).

в направлениях 1, 2 могут быть приписаны состояниям поляризации, соответствующим пунктам а), б), в) в группе (А). Следует подчеркнуть, что электронный спин ζ является направлением в физическом пространстве; трехмерный же вектор ξ определяет «пространство поляризаций», которое отличается от реального физического пространства. Смысл направлений координатных осей в пространстве ξ не определяется выбором системы координат в физическом пространстве, а требует дополнительного фиксирования, например выбором некоторой плоскости (допустим, играющей роль плоскости рассеяния в каких-либо процессах) так, чтобы A_1 определял линейную поляризацию в этой плоскости. Сказанное является следствием того факта, что в инвариантные выражений для физических процессов ξ может входить только в инвариантных комбина-

циях с другими векторами физического пространства, такими, как импульс \mathbf{p} , что дает, к примеру, $\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\zeta}$ или $\mathbf{p} \times \boldsymbol{\zeta}$, тогда как компоненты $\boldsymbol{\xi}$ могут входить в них по отдельности (см., например, выражения для комптоновского рассеяния в § 4).

В. Описание вероятностей переходов с помощью матриц плотности^{10, 11, 14}

Можно сделать несколько замечаний относительно записи вероятностей переходов с помощью матриц плотности (здесь мы вновь возвращаемся к совместному формулированию для электронов и фотонов) для вычислений, в которых необходимо учитывать поляризационные эффекты. Если систему приготовить в состоянии ρ_0 в момент времени $t = 0$, то она за время t перейдет в состояние $\rho(t)$, где

$$\rho(t) = e^{-\frac{iHt}{\hbar}} \rho_0 e^{\frac{iHt}{\hbar}} \quad (2,30)$$

и H — гамильтониан. Вероятность получить регистрацию в детекторе $\rho^{\text{дет}}$ за время t тогда будет даваться выражением

$$P(0 \rightarrow \text{дет}) = \text{Sp} [\rho^{\text{дет}} \rho(t)] = \text{Sp} \left[\rho^{\text{дет}} e^{-\frac{iHt}{\hbar}} \rho_0 e^{\frac{iHt}{\hbar}} \right]. \quad (2,31)$$

В опытах по рассеянию нас интересуют скорости переходов $R(0 \rightarrow \text{дет}) = \frac{1}{t} P(0 \rightarrow \text{дет})$ (для малых времен t), определяющие эффективные сечения. При этом предполагается, что $\rho^{\text{дет}}$ является частным видом матрицы плотности, относящимся только к регистрации рассеянных состояний. Известная формула теории возмущений может быть записана с помощью матрицы плотности в виде

$$R(0 \rightarrow \text{дет}) = \frac{2\pi}{\hbar} d_f(E) \text{Sp} [\rho^{\text{дет}} \Omega \rho_0 \Omega^+]. \quad (2,32)$$

Здесь $d_f(E)$ — плотность конечных состояний, Ω — возмущенная часть гамильтониана (в первом приближении теории возмущений). Отметим симметричное положение ρ_0 и $\rho^{\text{дет}}$ в формулах.

При вычислении поляризационных эффектов в тех физических процессах, в которых участвуют фотоны и электроны, согласно (2,32) зависимость ρ_0 и $\rho^{\text{дет}}$ от поляризации задается операторами вида (2,33) и (2,27), а для получения окончательных результатов следует взять шпур по матрицам Дирака ρ и σ для электронов и по матрицам ϕ для фотонов. Удобством выражения поляризационной зависимости вероятности перехода через векторы $\boldsymbol{\zeta}$ и $\boldsymbol{\xi}$ является то, что если требуется усреднить результат по некоторым ненаблюдаемым поляризациям, это осуществляется простым опусканием члена с $\boldsymbol{\zeta}$ и $\boldsymbol{\xi}$ для соответствующего кванта; результат оказывается линейным по всем $\boldsymbol{\zeta}$ и $\boldsymbol{\xi}$ (тогда как при представлении с помощью отношений c_1/c_2 он квадратичен), и ортогональные состояния определяются противоположными направлениями $\boldsymbol{\zeta}$ и $\boldsymbol{\xi}$. Если же для поляризации использовать представление (c_1, c_2) , это получится не столь просто. Однако при получении результата для фотонов представление (a_1, a_2) обладает преимуществом перед представлением $\boldsymbol{\xi}$ в том, что первое определяет направление в физическом пространстве, которое может образовывать простые инвариантные комбинации с другими физическими векторами.

Г. Влияние медленно меняющихся электрических и магнитных полей на поляризованные пучки электронов

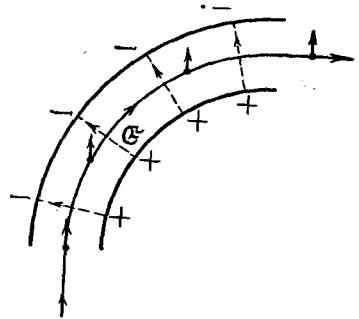
Это влияние состоит, в общем случае, в изменении вектора импульса \mathbf{p} и направления спина ζ ^{2,17-23}. Обсуждение этого эффекта, имеющее количественный квантовомеханический характер, можно провести, рассматривая влияние внешнего электромагнитного поля на решения уравнения Дирака, которые при стремлении к нулю электрического заряда e переходят в плоские волны. При этом достаточно рассмотреть только малые отклонения от плоских волн (первого порядка по e), для которых мы таким путем получим дифференциальный закон, полностью определяющий «постоянную рефракцию» и изменение поляризации в электромагнитном поле. Результаты для дираковского электрона можно получить следующим способом. Рассмотрим отдельно поперечные (т. е. перпендикулярные \mathbf{p}) и продольные (т. е. параллельные \mathbf{p}) электрические поля \mathcal{E} и магнитные поля \mathfrak{B} . Обозначим результирующее изменение в кинетическом моменте через $\Delta\pi$ (необходимо различать между кинетическим моментом π и полным моментом \mathbf{p} , связанным с π соотношением $\pi = \mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}$ в случае, когда существует векторный потенциал), через $\Delta\gamma$ — угол, на который отклоняется пучок, и через $\Delta\alpha$ — угол, на который поворачивается ζ , если проследить за ним на расстоянии x в направлении x .

а) Поперечное электрическое поле \mathcal{E} в направлении y

$$\Delta\pi_x = 0, \Delta\pi_z = 0,$$

$$\Delta\pi_y = (eE\mathcal{E}/pc^2)x, \Delta\gamma(\mathcal{E}) = (eE\mathcal{E}/p^2c^2)x, \quad (2,33)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha(\mathcal{E}_\perp) &= [e\mathcal{E}/(E + mc^2)]x, \\ \text{вращение вокруг оси } z. \end{aligned} \right\} \quad (2,34)$$



Отсюда следует, что

$$\Delta\alpha(\mathcal{E}_\perp)/\Delta\gamma(\mathcal{E}) = E_{\text{кин}}/E,$$

$$\text{где } E_{\text{кин}} = E - mc^2. \quad (2,35)$$

Следовательно, мы видим, что в нерелятивистском приближении $\left(\frac{\Delta\alpha(\mathcal{E})}{\Delta\gamma(\mathcal{E})} \rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)$ при $v \rightarrow 0$ пучок отклоняется, а направле-

ние спина остается неизменным. Это изображено на рис. 2. Таким образом, отклонение продольно поляризованного пучка электронов с низкой энергией на угол $\pi/2$ преобразует его поляризацию в поперечную. Это можно сравнить с преобразованием круговой поляризации света в линейную, осуществляемым четвертьволновой пластинкой. Перевод продольной поляризации в поперечную можно осуществить с помощью поперечного электрического поля также и в случае электронов, обладающих релятивистскими энергиями, но угол отклонения пучка тогда должен составлять $\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{E_{\text{кин}}}{E}\right)$.

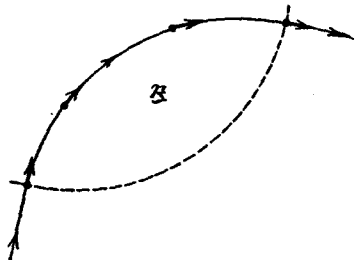
Рис. 2. Отклонение пучка электронов в электрическом поле (нерелятивистское приближение). Пунктирные линии соответствуют силовым линиям поля, короткие стрелки указывают ориентировки спина. Поляризация меняется с продольной на поперечную.

б) Продольное электрическое поле \mathcal{E}

$$\Delta\pi_y = 0, \quad \Delta\pi_z = 0, \quad \Delta\pi_x = (e\mathcal{E}/pc^2)x, \quad (2,36)$$

$$\Delta\alpha(\mathcal{E}_{\parallel}) = 0. \quad (2,37)$$

Следовательно, ускорение (или торможение) продольным электрическим полем оставляет поляризацию электрона (направление ζ) неизменным.

в) Поперечное магнитное поле \mathcal{B} в направлении z

$$\Delta\pi_x = 0, \quad \Delta\pi_z = 0, \quad \Delta\pi_y = -(e\mathcal{B}/c)x, \quad \Delta\gamma(\mathcal{B}) = -(e\mathcal{B}/pc)x, \quad (2,38)$$

$$\Delta\alpha(\mathcal{B}_{\perp}) = -(e\mathcal{B}/pc)x, \quad \left. \begin{array}{l} \text{вращение вокруг оси } z, \end{array} \right\} \quad (2,39)$$

$$\frac{\Delta\alpha(\mathcal{B}_{\perp})}{\Delta\gamma(\mathcal{B})} = 1. \quad (2,40)$$

Рис. 3. Отклонение пучка электронов в магнитном поле. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости чертежа, короткие стрелки указывают ориентировки спина. Поляризация остается продольной.

Отсюда видно, что поперечное магнитное поле вращает направление пучка с той же скоростью, что и направление спина электронов (рис. 3), так что оставляет неизменным, к примеру, состояние поперечной поляризации.

Это положение справедливо как для релятивистских, так и для нерелятивистских электронов.

г) Продольное магнитное поле \mathcal{B}

$$\Delta\pi_x = 0, \quad \Delta\pi_y = 0, \quad \Delta\pi_z = 0, \quad (2,41)$$

$$\Delta\alpha(\mathcal{B}_{\parallel}) = -(e\mathcal{B}/pc)x, \quad \text{вращение вокруг оси } x. \quad (2,42)$$

Направление и величина импульса не меняются, но спин электрона прецессирует вокруг оси x . Это аналогично вращению плоскости поляризации света кварцевой пластинкой (или раствором сахара).

Вращения спина электрона, указанные в а), б), в), были непосредственно вычислены из уравнения Дирака. Для реального электрона значение g равно не точно 2, и мы должны умножить скорость прецессии спина (являющейся следствием его магнитного момента) согласно квантовой электродинамике на $\frac{g}{2} = 1 + \frac{\alpha}{2\pi} + \dots$. Вследствие этого прецессия спина в магнитном поле происходит несколько быстрее, чем изменения в орбитальном движении, так что могут иметь место отклонения от поперечной поляризации, хотя и не раньше, чем примерно через $\frac{1}{4} \left[\frac{g}{2} - 1 \right]^{-1} \approx 250$ «циклотронных» оборотов траектории электрона. Математическое описание движения электрона, обладающего аномальным магнитным моментом, было рассмотрено подробно Менделевичем и Кэйзом²³. Соответствующее описание может быть получено также с помощью преобразования Фолди — Вутхизена²⁴.

Тот факт, что влияние электрических и магнитных (почти однородных) полей на поляризованные электронные пучки может быть представлено просто вращением вектора спина ζ вокруг некоторой оси, имеет непосредственное следствие. Если неполяризованный пучок, который

можно рассматривать как «ансамбль» электронов с ζ , изотропно распределенными по всем направлениям, проходит через такое электрическое или магнитное поле, то распределение направлений ζ остается изотропным, а потому пучок — неполяризованным.

Можно, казалось бы, пытаться получить поляризованные электроны с помощью метода, подобного использовавшемуся в опыте Штерна — Герлаха, в котором электроны, однако, проходили еще через сильно неоднородное магнитное поле (меняющееся в макроскопических масштабах). Однако известная аргументация, принадлежащая Бору и Мотту (см. ^{2, 25}, где выполнено более точное количественное рассмотрение вопроса), показывает, что расщепления электронного пучка по ориентациям спина этим путем получить нельзя: неоднородность магнитного поля вызывает столь значительное размывание заряженного электронного пучка (частицы в опыте Штерна — Герлаха были электрически нейтральны), что распределение, обязанное различным ориентациям магнитного момента в неоднородном магнитном поле, станет совершенно необнаружимым.

Можно обсудить дополнительную возможность получения поляризованных электронов отражением пучка электронов посредством внешнего изменения потенциала, по аналогии с поляризацией света при отражении от зеркала (эффект Малю). Рассмотрение этого вопроса в ряде теоретических работ также привело к несложному доказательству невозможности этого ^{21, 22, 26—31} (это доказательство воспроизведено в ³).

Таким образом, представляется, вообще говоря, что все вышеизложенные предложения, в которых электромагнитные поля варьируются в макроскопических масштабах, для создания поляризации электронов непригодны. В следующем разделе будет тщательно обсуждена возможность получения поляризованных электронов с помощью полей, меняющихся в микроскопических масштабах.

Между изменениями полей в макро- и микроскопических масштабах не существует резкого различия. Электронную поляризацию может вызвать комбинация очень сильных магнитных полей (порядка 10^4 эрст) и очень слабых электрических полей (порядка 10^{-4} в), необходимая для снятия вырождения с дискретных квантовых состояний. Это предложение было высказано Блохом и Дике (дальнейшее обсуждение см. в ⁷).

§ 3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ КУЛОНОВСКИМ РАССЕЯНИЕМ НА ЯДРАХ. ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

В конце предыдущего параграфа была рассмотрена невозможность получения поляризованных электронов с помощью различных устройств, в которых электрическое и магнитное поля меняются в макроскопических масштабах. Моттом ^{25, 32} впервые было показано, что поляризация электронов может быть вызвана кулоновским полем ядер. Здесь мы имеем дело с сильно неоднородным электрическим полем, варьирующимся в микроскопических масштабах. Физические причины, лежащие в основе эффекта поляризации, заключаются в том, что рассеяние на некоторый угол зависит от спин-орбитальной связи, обязанной взаимодействию магнитного момента электрона с магнитным полем, возникающим при движении электрона в электрическом поле. Этот эффект можно рассчитать количественно, рассматривая решения уравнения Дирака со сферически симметричным электрическим потенциалом, соответствующим рассеянию электронных волн. Потенциал при этом берется либо в виде невозмущенного кулоновского поля ядра, либо

исправляется на экранирование ядра атомными электронами. Соответствующие решения этого уравнения могут быть записаны в асимптотической форме (если падающие волны распространяются в направлении положительных z):

$$\psi_\lambda = b_\lambda e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} u_\lambda(\theta, \varphi) \quad (3.1)$$

($\lambda = 1, 2, 3, 4$ суть дираковские индексы). Асимптотическое поведение в случае чисто кулоновского поля несколько отличается от даваемого (3.1) в отношении радиальной зависимости (см. ³), но для дальнейшего это несущественно. Если положить для удобства $b_3 = A$ и $b_4 = B$, то в общем случае можно показать, что для сферически симметричного потенциала u_3 и u_4 имеют вид

$$\left. \begin{aligned} u_3(\theta, \varphi) &= Af(\theta) - Bg(\theta)e^{-i\varphi}, \\ u_4(\theta, \varphi) &= Bf(\theta) + Ag(\theta)e^{i\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Функции $f(\theta)$ и $g(\theta)$ должны быть определены из детального решения уравнения Дирака. Важно отметить, что (3.2) характеризует рассеяние полностью: формула содержит зависимость от направления, а также от поляризации. Можно, например, вычислить полную интенсивность $I(\theta, \varphi)$, рассеянную в направлении (θ, φ) , если задать начальную поляризацию параметрами A и B :

$$I(\theta, \varphi) = \frac{|u_3|^2 + |u_4|^2}{|A|^2 + |B|^2}. \quad (3.3)$$

Однако результат, полученный таким путем, не отражает полностью зависимость рассеяния от направления и поляризации. Мы поэтому должны ввести в рассмотрение начальную поляризацию пучка, равно как и поляризацию, наблюдаемую после рассеяния. Дифференциальное эффективное сечение, включающее зависимость от обеих этих поляризаций, может быть записано как $I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \zeta_1, \zeta_2)$, где ζ_1 и ζ_2 — начальная и конечная поляризации электрона, а \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 — соответствующие импульсы (мы далее введем \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 — единичные векторы в направлениях \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 , так что $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = \cos \theta$). Соответственно назовем ρ_1 и ρ_2 матрицами плотности для начального состояния и для детектора, чувствительного к поляризации рассеянного электрона:

$$\rho_1 = \frac{1}{2}(1 + \zeta_1 \cdot \sigma), \quad (3.4)$$

$$\rho_2 = \frac{1}{2}(1 + \zeta_2 \cdot \sigma). \quad (3.5)$$

Соотношение между (A, B) и (u_3, u_4) , даваемое (3.2), может быть выражено с помощью оператора

$$\Omega = f(\theta) + ig(\theta)[\sigma_x \sin \varphi - \sigma_y \cos \varphi], \quad (3.6)$$

с помощью которого эффективное сечение, зависящее от поляризации, можно записать в виде, аналогичном (2.32):

$$I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \zeta_1, \zeta_2) = \text{Sp}[\rho_2 \Omega \rho_1 \Omega^+]. \quad (3.7)$$

Результат, получаемый при взятии шпуров от матриц σ , можно выразить в инвариантной форме, справедливой в любой системе отсчета:

$$\begin{aligned}
I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \zeta_1, \zeta_2) = & \\
= & \frac{1}{2} \bar{I}(\theta) [1 + \zeta_1 \cdot \zeta_2] + \frac{1}{2} \frac{D(\theta)}{\sin \theta} [\zeta_1 (\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2) + \zeta_2 (\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2)] + \\
& + \frac{1}{2} \frac{F(\theta)}{\sin \theta} [-(\zeta_1 \cdot \mathbf{n}_2)(\zeta_2 \cdot \mathbf{n}_1) + (\zeta_1 \cdot \mathbf{n}_1)(\zeta_2 \cdot \mathbf{n}_2)] + \frac{1}{2} \frac{G(\theta)}{\sin \theta} \times \\
& \times \{(\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2) [(\zeta_1 \cdot \mathbf{n}_2)(\zeta_2 \cdot \mathbf{n}_1) + (\zeta_1 \cdot \mathbf{n}_1)(\zeta_2 \cdot \mathbf{n}_2)] - \\
& - [(\zeta_1 \cdot \mathbf{n}_2)(\zeta_2 \cdot \mathbf{n}_2) + (\zeta_1 \cdot \mathbf{n}_1)(\zeta_2 \cdot \mathbf{n}_1)]\}, \quad (3,8)
\end{aligned}$$

где использованы сокращения

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}(\theta) &= |f|^2 + |g|^2, \quad D(\theta) = i(fg^* - f^*g), \\ F(\theta) &= fg^* + f^*g, \quad G(\theta) = 2|g|^2. \end{aligned} \right\} \quad (3,8a)$$

Эта формула обладает в отношении зависимости от ζ_1 или ζ_2 видом, аналогичным (2,18), что позволяет легко интерпретировать любой случай частичной поляризации. Следовательно, запись в виде (3,8) представляет рассеяние и его зависимость от поляризации во вполне явном виде, так что дальнейшее рассмотрение поляризации при однократном или при двойном рассеянии можно провести, используя только (3,8) и не возвращаясь к волновой функции (3,2). Исследуя (3,8), можно прийти сразу к следующим заключениям:

1. Если рассеивается поляризованный электрон, имевший первоначально перпендикулярное плоскости рассеяния направление спина, то при рассеянии оно остается неизменным.

2. Если рассеивается первоначально неполяризованный электрон, то после рассеяния он приобретет некоторую степень поляризации

$$a(\theta) = D(\theta)/\bar{I}(\theta),$$

а направление ζ после рассеяния станет перпендикулярным плоскости рассеяния.

3. Отношение интенсивностей в обоих направлениях при некотором угле рассеяния θ для данной плоскости поляризации падающего пучка со степенью поляризации P (и с ζ , перпендикулярным плоскости рассеяния) дается выражением

$$\frac{1 + Pa(\theta)}{1 - Pa(\theta)}.$$

4. Интенсивность после двойного рассеяния неполяризованного пучка под углами θ_1 и θ_2 дается формулами

$$I(\theta_1, \theta_2, \varphi) = 1 + \delta \cos \varphi, \quad \delta(\theta_1, \theta_2) = a(\theta_1)a(\theta_2), \quad (3,9)$$

где φ — угол между плоскостями первого и второго рассеяния.

5. Опыт по неполяризующему и по обычному двойному рассеянию позволяет определить только две из четырех действительных функций (именно $\bar{I}(\theta)$ и $D(\theta)$), которые могут быть образованы согласно (3,8a) из двух комплексных функций $f(\theta)$ и $g(\theta)$. Однако из (3,8) следует, что остальные две функции принципиально не могут быть наблюдаемы. Измерение могло бы быть поставлено, например, с помощью опыта по тройному рассеянию, выполненного так, чтобы во втором рассеянии

можно было наблюдать как начальную (ζ_1), так и конечную (ζ_2) поляризации.

Мы несколько отвлеклись от следствий (3,2), чтобы осветить положение вещей при поляризации электронов кулоновским рассеянием. (Чтобы иметь более полное представление о теории вопроса, необходимо также воспользоваться работами ^{8,23}.) Для нашей цели будет полезным рассмотреть ситуацию, возникающую при двойном рассеянии (см. рис. 4; для

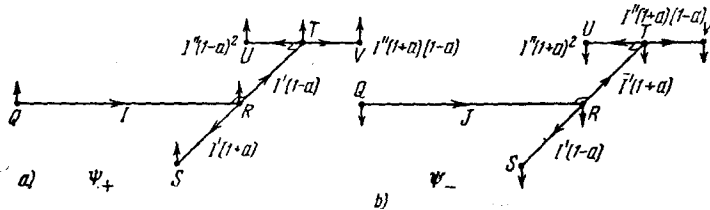


Рис. 4. Интенсивности для случая двойного рассеяния (под прямыми углами) и для ориентировок спина «вверх» и «вниз». Пучки рассеиваются в точках R и T . Интенсивности для двойного рассеяния неполяризованного пучка получаются суммированием, так что результирующие интенсивности в U и V различны.

простоты мы берем везде угол рассеяния $\pi/2$, $a = a(\theta = \frac{\pi}{2})$. Выберем точки Q, R, S, T, U и V , лежащие в одной плоскости. Пучки рассеиваются в точках R и T , интенсивности измеряются в U и V ; на рис. 4 также приведены интенсивности различных пучков; I, I' и I'' — постоянные. Относительные интенсивности, измеренные в точках U и V при работе с первоначально неполяризованным пучком, могут быть определены с помощью некогерентной суперпозиции положений a и b на рис. 4. Таким образом, имеем

$$\left. \begin{aligned} I_U &= \frac{1}{2} I'' [(1+a)^2 + (1-a)^2] = I'' (1+a^2), \\ I_V &= \frac{1}{2} I'' [(1+a)(1-a) + (1+a)(1-a)] = I'' (1-a^2), \end{aligned} \right\} \quad (3,10)$$

а следовательно,

$$\frac{I_U}{I_V} = \frac{1+a^2}{1-a^2} = \frac{1+\delta}{1-\delta}, \quad (3,11)$$

где

$$\delta = a^2,$$

что является особым случаем (3,9). Видно, что интенсивность в U больше, чем в V ; двойное рассеяние имеет согласно (3,9) минимум при $\varphi = 0$ и максимум при $\varphi = \pi$, в противоположность опыту по двойному рассеянию фотонов (опыт Баркла), в котором максимумы наблюдаются при $\varphi = 0, \pi$, а минимумы — при $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ и $\varphi = \frac{3}{2}\pi$.

Ограничимся этими результатами и сошлемся на теоретические расчеты численных значений δ и a . Мотт ²⁵ получил для δ при двойном рассеянии в условиях $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ ядром с зарядом Ze значение

$$\delta \approx (\alpha Z)^2 \beta^2 (1 - \beta^2) (2 - \beta^2)^{-2} \quad (\beta = v/c), \quad (3,12)$$

которое справедливо только при $\alpha Z \ll 1$. Из этого выражения видно, что $\delta \rightarrow 0$ при $\beta \rightarrow 0$ и при $\beta \rightarrow 1$; это остается справедливым и для больших Z . Но только в последнем случае значения δ становятся достаточно большими, чтобы их можно было измерить. Вычисления, необходимые для получения точных значений δ , были выполнены Моттом³² в 1932 г., нашедшим δ в функции v/c при $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ для золота ($Z=79$), в случае ртути ($Z=80$) — Бартлеттом и Уотсоном в 1940 г.^{33, 34} — те и другие для невозмущенного кулоновского поля. Заутер³⁵ получил результат Мотта²⁵ несколько отличным путем и произвел оценку влияния экранирования атомными электронами в первом приближении. Последнее было численно рассчитано Бартлеттом и Вельтоном³⁶, Тэсси и Мором³⁷ для случая $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$, Мором³⁸ и Мором и Тэсси³⁹. Бартлетт и Вельтон, а также Мор рассмотрели зависимость δ от угла рассеяния*). Некоторые теоретические результаты приведены в таблице I.

Таблица I

Теоретические значения асимметрии (200 δ) в опыте по двойному рассеянию для ряда углов рассеяния $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ при различных энергиях электрона $E_{кин}$.
Рассеяние золотом ($Z=79$) и ртутью ($Z=80$)

Автор	θ $E_{кин}$	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°
Бартлетт и Вельтон ³⁶ ($Z=80$)	100 кэв			1,8	9,6	19,8	22,6	24,0	17,2	5,2
Мор и Тэсси ³⁹ ($Z=79$)	121 кэв	0	1	6	16	25	33	32	25	11
Мор ³⁸ ($Z=79$)	392 кэв	10	1	0	16	70	90	140	190	10
Шерман ⁴⁰ ($Z=80$)	128 кэв	0,0	0,8	5,1	14,7	26,9	36,0	34,9	22,7	7,1
	($\beta=0,6$)									
	205 кэв	0,0	1,0	5,2	14,0	26,5	38,0	41,0	30,0	10,2
	($\beta=0,7$)									
	341 кэв	0,1	1,0	4,5	11,7	23,1	36,8	45,9	39,8	15,8
	($\beta=0,8$)									
	661 кэв	0,1	0,7	2,7	7,2	15,3	27,8	43,1	51,0	28,9
	($\beta=0,9$)									

Можно видеть, что для асимметрии при рассеянии назад и энергиях около 400 кэв предсказываются весьма высокие значения. Значения δ для позитронов были вычислены Мэсси⁴¹. Поляризационный эффект для позитронов настолько менее значителен, чем для электронов, что оказывается почти недоступным для экспериментального обнаружения. На рис. 5 и 6 приведены результаты вычислений Бартлетта и Уотсона^{33, 34} и Мэсси⁴¹; на них даны кривые δ и $a = \sqrt{\delta}$ в функции энергии электронов. Точность этих старых теоретических значений, показанных в таблице и на графиках, не следует переоценивать.

В течение долгого (до 1942 г.) времени экспериментальные результаты не давали никакого свидетельства об эффекте поляризации при двойном рассеянии электронов. Тщательно выполненные опыты Даймонда^{42, 43}, Дж. П. Томсона⁴⁴ и Рихтера⁴⁵ привели к отрицательным результатам. Это же можно сказать и о более ранних экспериментах⁴⁶⁻⁴⁹; асимметрия,

*) Подробные вычисления асимметрии поляризации были выполнены на счетной машине «Унивак» Шерманом⁴⁰ для $Z=13, 48$ и 80 и для рассеяния электронов на точечных ядрах.

наблюдавшаяся в этих опытах, ныне приписывается влиянию самого прибора. Трудность опытов заключается в отсутствии уверенности, что наблюдается действительно однократное рассеяние. Опыты в основном

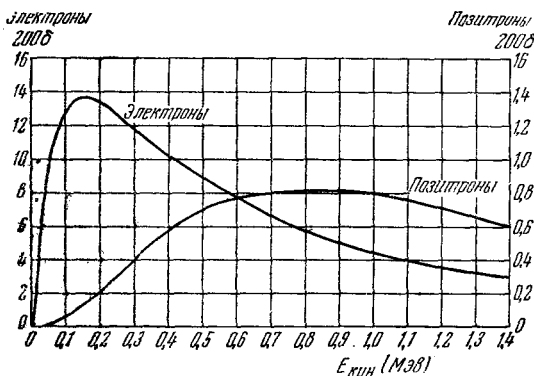


Рис. 5. Относительная асимметрия 200δ в процентах в опыте по двойному рассеянию как функция энергии для электронов и позитронов ($Z=80$) (на основе данных, рассчитанных Мэсси⁴¹, Бартлеттом и Уотсоном³⁴). Углы рассеяния 90° .

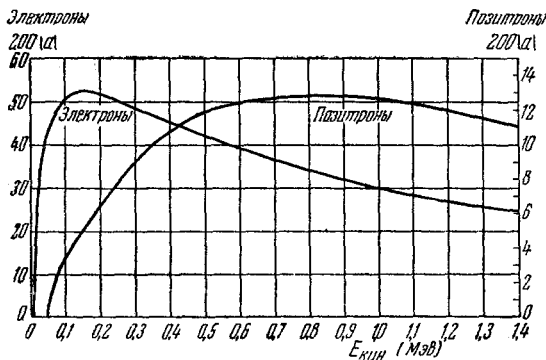


Рис. 6. Относительная асимметрия 200α в процентах в опыте по однократному рассеянию полностью поляризованного пучка как функция энергии для электронов и позитронов ($Z=80$) (на основе расчетов, цитированных под рис. 5). Угол рассеяния 90° .

ное сечение быстро растет с уменьшением угла). Влияние причин а), б), в) и вызываемая ими деполяризация обсуждались Роузом и Бете⁵⁰. Вентцелем⁵¹ еще раньше был дан критерий для толщины фольг в случае, когда множественное кулоновское рассеяние пренебрежимо по сравнению с полным. Из этого критерия можно заключить, что фольги толщиной порядка 10^{-5} см, использовавшиеся в вышеупомянутых экспериментах, были достаточно тонки, для того чтобы первыми тремя причинами деполяризации можно было пренебречь. Отрицательные результаты ранних опытов теперь считаются следствием деполяризующего влияния кратного рассеяния для фольг, находившихся в отражательном положении под углом $\pi/4$. (Кикучи⁵² получил положительные результаты, исполь-

проводились с тонкими золотыми фольгами. Величина поляризации меньшая, чем для случая однократного рассеяния, может быть вызвана следующими причинами: а) неупругим рассеянием с ионизацией или возбуждением рассеивающего атома; б) обменным рассеянием, — если рассеиваемый электрон обменивается положениями с атомным электроном, то поляризация должна отсутствовать; в) множественным рассеянием, — если конечный угол рассеяния складывается из многих малых углов рассеяния на каждом этапе, то во всех последних поляризация будет пренебрежимо малой и общего эффекта не будет существовать; г) кратным рассеянием, — мы говорим о нем, если суммарное рассеяние является результатом двух процессов, происходящих под довольно большими углами.

Примеры геометрии, имеющей место при кратном рассеянии, показаны на рис. 7. Вклад последнего в суммарное рассеяние особенно существен, если первое рассеяние происходит в направлении фольги и если оба угла рассеяния меньше полного угла рассеяния (поскольку дифференциальное эффектив-

зую поляризующую фольгу толщиной 10^{-3} см; в настоящее время считается доказанным, что обнаруженная им асимметрия имела инструментальное происхождение.)

Еще до установления роли кратного рассеяния были осуществлены поиски вида ядерного потенциала, который позволил бы объяснить отрицательные результаты эксперимента по двойному рассеянию^{53, 54}. Было найдено, что необходимый для этого объяснения вид ядерного потенциала довольно маловероятен. Ландау подчеркнул важность деполаризующего множественного рассеяния⁵⁵; ныне, однако, представляется, что большее значение имеет кратное рассеяние.

Важность кратного рассеяния и заметные отклонения отношения коэффициентов отражения и пропускания от единицы впервые исследовались и были открыты Чейзом, Коксом и Герцелем^{56, 57} и Петуховым и

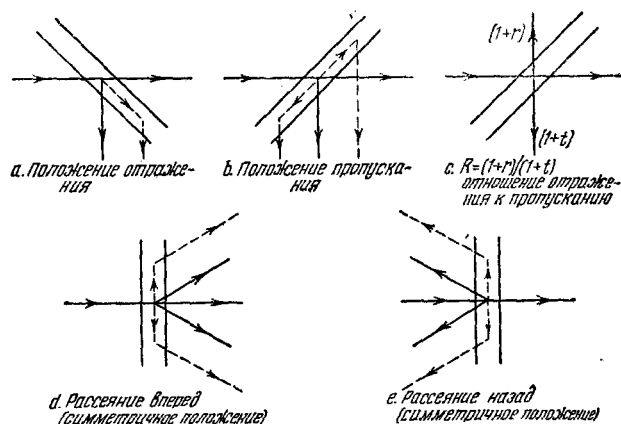


Рис. 7. Геометрия кратного рассеяния при различных расположениях. Сплошные линии — падающие и однократно рассеянные электроны, пунктирные линии — многократно рассеянные при том же полном угле рассеяния. Наиболее важен случай, когда первое рассеяние происходит в плоскости рассеивающей фольги.

Вышинским⁵⁸. Дальнейшие исследования были выполнены Ри^{59, 60} (рассмотрение вопроса в⁶¹ содержит ошибку). Отношение действительных интенсивностей рассеяния (включая кратное рассеяние) к интенсивности для случая только однократного рассеяния можно положить равным $1+r$ и $1+t$ соответственно в положениях отражения и пропускания. Если рассеяние на угол $\pi/4$ обнаруживает эффект поляризации, пренебрежимый по сравнению с рассеянием на угол $\pi/2$, то величина δ , характеризующая асимметрию в двойном рассеянии, очевидно, уменьшается до значений $\delta/(1+r)^2$, $\delta/(1+t)^2$.

Отношение $R = \frac{1+r}{1+t}$ было при некоторых условиях определено на опыте. Шулл, Чейз и Майерс⁶² получили для фольги толщиной $4,1 \cdot 10^{-5}$ см при энергии электронов 400 кэв значение $R = 1,55$, Ри, Хашимото и Нонака⁶⁰ — для фольги толщиной $5 \cdot 10^{-6}$ см при 100 кэв $R = 1,4$ (прочие результаты см. в ссылках). Теоретические расчеты дают грубое объяснение полученным значениям. Учитывая возможность кратного рассеяния, Шулл, Чейз и Майерс поставили в 1942 г.⁶² первый опыт по двойному рассеянию, который закончился успешно. Чтобы избежать деполаризации в кратном рассеянии, в более поздних опытах фольги

устанавливались в положениях b , d или e (рис. 7). Из чертежа видно, что кратно рассеянный электрон при этих положениях должен испытывать рассеяние по крайней мере на угол $\pi/2$ или более, так что для него также следует ожидать существенного эффекта поляризации. Какова бы ни была асимметрия, вносимая прибором, в опытах исключить ее нелегко. В этом отношении преимуществами обладает симметричное положение фольги детектора поляризации и двух счетчиков (см. рис. 7, положения d , e).

Наиболее важные результаты по асимметрии при двойном рассеянии суммированы в таблице II. Сравнивая теоретические и экспериментальные

Таблица II

Экспериментальные значения асимметрии в опытах по двойному рассеянию на углы ϑ_1 и ϑ_2 в зависимости от энергии E электронов

Автор	Рассеивающие фольги, элемент и положение фольги	Толщина фольги	Энергия электрона (кэв)	Углы рассеяния		Наблюдаемая асимметрия 200 δ
				ϑ_1	ϑ_2	
Шулл, Чейз и Майерс	Au — Au полож. пропуск. под 45°	$4,1 \cdot 10^{-5}$ см	400	90°	90°	12 ± 2
Шинохара и Ри ⁶³ Ри *) ^{59, 60, 64–66}	Au — Au (a) (б)	$5 \cdot 10^{-6}$ см	90	90°	78°	$9,0 \pm 0,6$
			60	105°	105°	$7,9 \pm 2,2$
			80			$9,9 \pm 1,6$
			100			$13,2 \pm 2,2$
	Au — Au (a) (б)	$5 \cdot 10^{-6}$ см	120			$14,7 \pm 1,7$
			60	120°	120°	$9,1 \pm 2,2$
			80			$11,8 \pm 2,0$
			100			$14,0 \pm 1,3$
			120			$17,8 \pm 0,8$
			60	135°	135°	$7,3 \pm 1,0$
			80			$13,5 \pm 1,0$
			100			$14,3 \pm 1,1$
			120			$16,2 \pm 2,1$
Луизелль, Пидд и Крейн ^{67, 68}	Au — Au (a) (б)	$0,135$ мг/см ²	420	90°	78°	$8,9 \pm 1$
	Au — Au (a) (б)	$0,135$ мг/см ²	420	90°	78°	$5,5 \pm 1$
	Au — Au (a) (б)	$0,23$ мг/см ²				$5,5 \pm 1$

(a) Положение пропускания находится под углом $90^\circ - \frac{1}{2} \vartheta$ к пучку.

(б) Перпендикулярно к пучку.

*) Ри измерил значительно большее число значений 200 δ ; однако приведенные здесь значения перекрывают почти всю использовавшуюся им область изменения параметров; золото $Z=79$, серебро $Z=47$.

результаты, приведенные в таблицах I и II, можно видеть следующее. Значение δ , полученное Шуллом и сотрудниками при 400 кэв для случая $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 90^\circ$, хорошо объясняется теорией. Опыты Ри с сотрудниками показывают качественное согласие с теорией в следующих отношениях: δ в измеренной области ϑ и $E_{\text{кин}}$ возрастает с энергией и с увеличением угла рассеяния. При вычислении δ из значений ϑ и $E_{\text{кин}}$ во всех случаях полученные результаты не исправлялись на теоретически рассчитанное экранирование; ясно, однако, что количественно рост δ с увеличением ϑ ,

обнаруженный R_i , много менее заметен, чем предсказываемый теоретически; кроме того, полученные им экспериментальные значения гораздо ниже теоретических, иногда даже почти в два раза. Влияние кратного рассеяния в этих опытах снижалось путем выбора упомянутого выше благоприятного геометрического расположения. Не исключена возможность, что некоторая доля расхождений может все же быть приписана остаточному кратному рассеянию. Однако очевидно, что полностью объяснить наблюдаемое расхождение оно не в состоянии⁶⁰. Результаты, приведенные в таблице II под $\theta_2 = 78^\circ$, представляются слишком высокими сравнительно с теоретическими данными таблицы I. Приблизительная пропорциональность a и Z , следующая из теории, результатами Луизелля, Пидда и Крейна подтверждается в пределах экспериментальных ошибок.

Обсуждение этих результатов указывает на желательность проведения дальнейших теоретических и экспериментальных исследований эффекта. В частности, особенно важны были бы: экспериментальное определение δ при $\theta = 90^\circ, \dots, 150^\circ$ и при энергиях 400 кэв для проверки высоких значений δ , полученных при этих значениях параметров, более точная теоретическая оценка значений δ в функции E и θ и, наконец, тщательное теоретическое исследование зависимости δ от экранирующего поля.

Для обнаружения поляризации электронов, созданной иным методом, нежели рассеяние, можно использовать рассеяние золотой фольгой (см. § 5). В других аналогичных случаях достижимая интенсивность поляризованных электронных пучков зачастую будет в значительной мере ограниченной, вследствие чего может встать проблема интенсивности при измерениях рассеянных электронов. В последнем случае наиболее предпочтительной может явиться геометрия d (рис. 7), использовавшаяся в экспериментах Луизелля, Пидда и Крейна. Однократное рассеяние при таком расположении имеет место отчасти в направлении вперед (большие эффективные сечения), что может позволить применять даже сравнительно толстые фольги, поскольку кратно рассеянные электроны в этом случае также должны совершенно отчетливо выявить эффект поляризации. С другой стороны, обратное рассеяние (положение e , рис. 7) может обладать преимуществом большей величины эффекта поляризации, но зато приводит к меньшим интенсивностям (см. табл. I). Поэтому выбор положения d или e должен делаться лишь после весьма тщательного теоретического и экспериментального исследования. Таким путем можно сосчитать количество электронов вплоть до $10^{-3} - 10^{-4}$ от полного их числа, падающего на фольгу детектора, разумеется, в случае высокого качества последнего.

Здесь можно указать на отрицательные результаты большого числа экспериментов, поставленных в 1929—1935 гг. с целью обнаружения эффекта поляризации электронов при двойном отражении от зеркал или при двойном рассеянии посредством дифракции Дебая — Шеррера⁷¹⁻⁷⁹ *). Эти результаты были объяснены теоретически при исследовании рассеяния электронов периодическим электрическим полем (кристаллической решетки) в ряде работ^{29, 31, 80-83}. В этом случае эффект поляризации возникал только во втором приближении теории возмущений, но при этом зависел от размеров кристалла и являлся исчезающе малым, за исключением кристаллов, состоящих из столь малого числа атомов, что фактически речь могла идти лишь о кулоновском рассеянии на атомах.

*) Уместно указать, что в число цитировавшихся работ нами не включены результаты Руппа, поскольку последующая проверка выявила их несостоятельность. См. ^{69,70}.

§ 4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В СЛУЧАЕ КОМПТОНОВСКОГО
РАССЕЯНИЯ. СВЯЗЬ МЕЖДУ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ И КРУГОВОЙ
ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ФОТОНОВ ^{6, 10, 11, 84, 95}

В явлениях, в которых участвуют и фотоны и электроны, следует, в общем, ожидать тесной связи между поляризацией электронов и круговой поляризацией фотонов, поскольку обе они связаны со спиновым моментом количества движения. Это положение очень хорошо иллюстрируется поляризационными эффектами при комптоновском рассеянии. Дифференциальное эффективное сечение комптоновского рассеяния, включающее все эффекты поляризации, можно выразить в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k^2}{k_0^2} r_0^2 \Phi(k_0, k, \xi^0, \xi, \zeta^0, \zeta), \quad (4,1)$$

где $r_0 = e^2/mc^2$ — классический радиус электрона, k_0 — начальный импульс фотона, $\mathbf{n}_0 = \mathbf{k}_0/|\mathbf{k}_0|$, \mathbf{k} — конечный импульс фотона, $\mathbf{n} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, ξ^0 — вектор поляризации начального, а ξ — конечного фотона, ζ^0 и ζ — соответственно векторы поляризации начального и конечного электронов.

Чтобы фиксировать смысл ξ^0 и ξ , определим значение состояний 1 и 2 для начального и конечного фотонов. Мы выберем

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_1^0 &= \mathbf{A}_1 = \frac{\mathbf{k}_0 \times \mathbf{k}}{|\mathbf{k}_0 \times \mathbf{k}|}, \\ \mathbf{A}_2^0 &= \frac{\mathbf{k}_0 \times \mathbf{A}_1^0}{|\mathbf{k}_0|}, \quad \mathbf{A}_2 = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{A}_1}{|\mathbf{k}|}. \end{aligned} \right\} \quad (4,2)$$

Таким путем мы определим направления 1 и 2 как соответствующие фотонам, линейно поляризованным в плоскости рассеяния и перпендикулярно ей.

Полное выражение для эффективного сечения является сложным, так как в него входит весьма большое количество независимых векторов. $\Phi(k_0, k, \xi^0, \xi, \zeta^0, \zeta)$ является линейной функцией векторов поляризации и может быть разбита на 16 членов, согласно 16 различным способам выбора совокупностей поляризационных векторов. Мы запишем:

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4, \quad (4,3)$$

где Φ_0 не зависит от поляризаций, а

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_1(\zeta) + \Phi_1(\zeta^0) + \Phi_1(\xi^0) + \Phi_1(\xi), \\ \Phi_2 &= \Phi_2(\xi^0, \xi) + \Phi_2(\zeta^0, \zeta) + \Phi_2(\zeta^0, \xi^0) + \\ &\quad + \Phi_2(\xi, \zeta) + \Phi_2(\xi^0, \zeta) + \Phi_2(\xi, \zeta^0). \end{aligned} \right\} \quad (4,4)$$

Φ_3 и Φ_4 зависят соответственно от трех и четырех векторов поляризации. В реальном эксперименте будут наблюдаться не все поляризации: к настоящему времени поставлены опыты, в которых наблюдалось не более двух поляризаций. Для получения эффективных сечений в некотором определенном эксперименте следует усреднить по ненаблюдаемым начальным поляризациям и взять сумму по ненаблюдаемым конечным поляризациям. Так как $-\xi$ и $-\zeta$ соответствуют состояниям, ортогональным ξ и ζ , то усреднение и суммирование просто аннулирует ненаблюдаемые члены.

Например, если наблюдаются ξ^0 и ζ^0 , то опытное эффективное сечение равно

$$\frac{d\sigma_{\text{эксп}}}{d\Omega} = \frac{1}{2} \frac{k^2}{k_0^2} r_0^2 [\Phi(\xi^0, \xi, \zeta^0, \zeta) + \Phi(\xi^0, -\xi, \zeta^0, \zeta) + \\ + \Phi(\xi^0, \xi, -\zeta^0, \zeta) + \Phi(\xi^0, -\xi, -\zeta^0, \zeta)], \quad (4,5)$$

или же

$$\frac{d\sigma_{\text{эксп}}}{d\Omega} = 2 \frac{k^2}{k_0^2} r_0^2 [\Phi_0 + \Phi_1(\xi^0) + \Phi_1(\zeta) + \Phi_2(\xi^0, \zeta)]. \quad (4,6)$$

Результаты, получаемые для Φ_0, \dots, Φ_2 (в единицах, в которых $mc^2 = 1$, $\hbar = 1$, $c = 1$; предполагается, что электрон вначале покоится), следующие:

$$\Phi_0 = \frac{1}{8} [(1 + \cos^2 \theta) + (k_0 - k)(1 - \cos \theta)], \quad (4,7)$$

$$\Phi_1(\xi^0) = \frac{1}{8} \xi_1^0 \sin^2 \theta, \quad (4,8)$$

$$\Phi_1(\xi) = \frac{1}{8} \xi_1 \sin^2 \theta, \quad (4,9)$$

$$\Phi_1(\zeta^0) = \Phi_1(\zeta) = 0, \quad (4,10)$$

$$\Phi_2(\xi^0, \xi) = \frac{1}{8} [(1 + \cos^2 \theta) \xi_1^0 \xi_1 + 2 \cos \theta (\xi_2^0 \xi_2 + \xi_3^0 \xi_3) + \\ + (k_0 - k) \cos \theta (1 - \cos \theta) \xi_3^0 \xi_3], \quad (4,11)$$

$$\Phi_2(\xi^0, \zeta^0) = -\frac{1}{8} \xi_3^0 (1 - \cos \theta) \zeta^0 \cdot (\mathbf{k}_0 \cos \theta + \mathbf{k}), \quad (4,12)$$

$$\Phi_2(\xi, \zeta^0) = -\frac{1}{8} \xi_3 (1 - \cos \theta) \zeta^0 \cdot (\mathbf{k}_0 + \mathbf{k} \cos \theta), \quad (4,13)$$

$$\Phi_2(\xi^0, \zeta) = -\frac{1}{8} \xi_3^0 (1 - \cos \theta) [\zeta \cdot (\mathbf{k}_0 \cos \theta + \mathbf{k}) - \\ - \frac{(1 + \cos \theta)(k_0 + k)}{k_0 - k + 2} \zeta \cdot (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})], \quad (4,14)$$

$$\Phi_2(\xi, \zeta) = -\frac{1}{8} \xi_3 (1 - \cos \theta) [\zeta \cdot (\mathbf{k}_0 + \mathbf{k} \cos \theta) - \\ - \frac{(1 + \cos \theta)(k_0 + k)}{k_0 - k + 2} \zeta \cdot (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})], \quad (4,15)$$

$$\Phi_2(\zeta^0, \zeta) = \frac{1}{8} \left\{ (\zeta^0 \cdot \zeta) \left[(1 + \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} (k_0 - k) \sin^2 \theta \right] - \right. \\ - \frac{1}{2} (k_0 - k) [\zeta^0 (\mathbf{n}_0 + \mathbf{n}) \zeta (\mathbf{n}_0 + \mathbf{n}) + \\ + \zeta^0 (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{n}) \zeta (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{n})] + \frac{1}{2} (k_0 + k) (1 + \cos \theta) (\zeta^0 \times \zeta) (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{n}) + \\ + \frac{(1 + \cos \theta)(k_0 - k)}{k_0 - k + 2} \times \zeta (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) \zeta^0 (\mathbf{n}_0 + \mathbf{n}) - \\ \left. - \frac{1 + 2 \cos \theta - \cos^2 \theta}{k_0 - k + 2} \zeta (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) \zeta^0 (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) \right\}. \quad (4,16)$$

Мы обсудим три поляризационных эффекта в комптоновском рассеянии, в которых участвуют поляризованные электроны, — эти эффекты представляются наиболее доступными экспериментальной проверке.

А. Получение и обнаружение круговой поляризации гамма-квантов с помощью комптоновского рассеяния поляризованных электронов

Нас будут интересовать эффективные сечения $d\sigma(\xi^0, \zeta^0)$ и $d\sigma(\xi, \zeta^0)$. Зададимся, например,

$$\frac{d\sigma(\xi^0, \zeta^0)}{d\Omega} = \frac{1}{2} \frac{k^2}{k_0^2} r_0^2 [(1 + \cos^2 \theta) + (k_0 - k)(1 - \cos \theta) + \\ + \xi_1^0 \sin^2 \theta - \xi_3^0 (1 - \cos \theta) \zeta^0 (k_0 \cos \theta + k)]. \quad (4,17)$$

В том случае, когда определяется эффективное сечение поляризованных по кругу фотонов (без линейной поляризации), а вектор поляризации фотонов параллелен (или антипараллелен) k_0 , выражение для него упрощается:

$$\frac{d\sigma(\xi^0, \zeta^0)}{d\Omega} = \frac{1}{2} \frac{k^2}{k_0^2} [(1 + \cos^2 \theta) + \\ + (k_0 - k)(1 - \cos \theta) - \\ - P(1 - \cos \theta) \cos \theta (k_0 + k)]. \quad (4,18)$$

Здесь P — произведение степеней поляризации фотона и электрона (P положительно для левополяризованного фотона и в случае спина электрона, параллельного k_0). Это эффективное сечение можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} + P \frac{d\sigma_1}{d\Omega}, \quad (4,19)$$

где $d\sigma_0$ дается формулой Клейна — Нишины без поляризационных членов, а $d\sigma_1$ представляет собой член, чувствительный к спину и к круговой поляризации. Интегрирование по $d\Omega$

дает для зависящей от поляризации части полного эффективного сечения:

$$\frac{\sigma_1}{2\pi r_0^2} = \frac{1 + 4k_0 + 5k_0^4}{k_0(1 + 2k_0)^2} - \frac{1 + k_0}{2k_0^2} \ln(1 + 2k_0). \quad (4,20)$$

Представленное на рис. 8 отношение $(d\sigma_1/d\Omega):(d\sigma_0/d\Omega)$ в функции угла показывает изменение знака эффекта поляризации в дифференциальном эффективном сечении для рассеяния вперед и назад. На рис. 9 изображена зависящая от поляризации часть σ_1 полного эффективного сечения для комптоновского рассеяния. Изменение знака σ_1 , имеющее место при $1,25 mc^2 = 0,65 \text{ Мэв}$, может быть объяснено различием знаков $d\sigma_1/d\Omega$ для рассеяния вперед и назад, а также тем, что при повышении

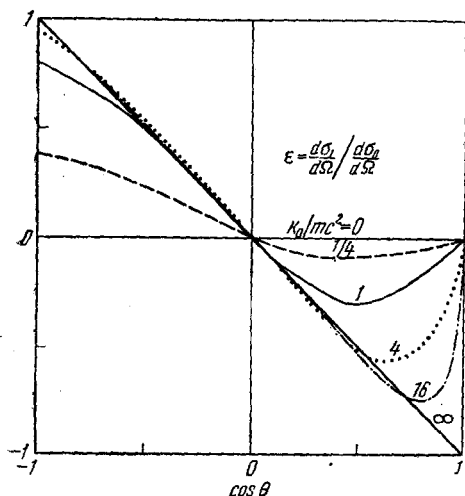


Рис. 8. Относительное изменение в дифференциальном эффективном сечении кулоновского рассеяния, обусловленное полностью поляризованными начальными электронами со спином, направленным по налетающему поляризованному по кругу фотону. Это изменение изображено в функции угла θ рассеяния фотона (взято из ⁸⁶).

энергии все более преобладающим становится комптоновское рассеяние вперед.

Возможность экспериментального обнаружения зависящих от ζ^0 эффектов в комптоновском рассеянии предполагает наличие в начальном состоянии поляризованных покоящихся электронов. Последние имеются в намагниченных ферромагнитных материалах. Связанность этих электронов не играет существенной роли при энергиях, которые чаще всего используются при изучении комптон-эффекта. К сожалению, степень поляризации P , усредненная по всем атомным электронам, никогда не бывает очень высокой. Для железа при насыщающем намагничении $P \approx 2/26 \approx 8\%$. Эффект круговой поляризации в комптоновском рассеянии поляризованного электрона был впервые обнаружен Гунстом и Пейджем⁸⁶ в 1953 г.*). Эти авторы определяли разницу в пропусканиях T железного стержня длиной 30 см и диаметром 3,8 см для гамма-лучей с энергией 2,62 Мэв (ThC'') в случаях намагниченного и ненамагниченного железа. Для

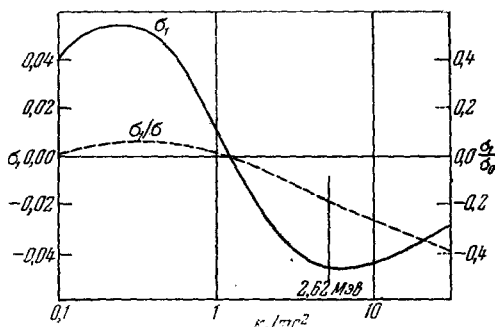


Рис. 9. Чувствительная к поляризации часть σ_1 полного эффективного сечения комптоновского рассеяния для тех же значений поляризации, что и рис. 8 (в единицах $2\pi r_0$). σ_0 — часть сечения, не зависящая от поляризации (взято из⁸⁶).

стержня, длиной L была обнаружена соответствующая разница при первоначально неполяризованных фотонах, которая может быть объяснена следующим образом: принимая пропускательность ненамагниченного образца за единицу, имеем, что лево- и правополяризованные компоненты неполяризованного пучка дают экспоненциальные множители в выражении для пропускательности намагниченного стержня, сумма которых равна

$$\frac{1}{2} e^{-NL\nu\sigma_1} + \frac{1}{2} e^{+NL\nu\sigma_1} = \text{ch } NL\nu\sigma_1 \approx 1 + \frac{1}{2} (NL\nu\sigma_1)^2, \quad (4,21)$$

где N — число атомов в 1 см^3 , а ν — число поляризованных электронов на атом (рис. 10). Из (4,21) следует, что для относительного изменения пропускательности T при намагничивании можно приближенно записать

$$\frac{T(\nu) - T(0)}{T(0)} = \frac{1}{2} (NL\nu\sigma_1)^2. \quad (4,22)$$

Далее, отсюда следует, что отношение пропускательностей для лево- и правополяризованных фотонов дается выражением

$$R = e^{2NL\nu\sigma_1}. \quad (4,23)$$

*) Положительный результат в опыте по обнаружению круговой поляризации при комптоновском рассеянии, сообщенный ранее Кляем и Хирфордом⁸⁷, теперь считается обязанным самому прибору (частное сообщение).

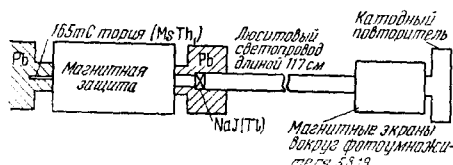


Рис. 10. Расположение установки для поляризационного эксперимента Гунста и Пейджа. Измеряется изменение пропускания гамма-лучей от сильного источника через намагниченный железный стержень (изменение полного эффективного сечения комптоновского рассеяния) (взято из⁸⁶).

Измеренное изменение в скорости счета импульсов доходило до $0,59 \pm \pm 0,09\%$, что совместно со значением $\nu = 2,06$ дает экспериментальное значение $\sigma_1/2\pi r_0^2 = 0,089 \pm 0,007$, находящееся в хорошем согласии с теоретическим значением 0,093. Из (4,23) вытекает, что гамма-лучи, прошедшие через стержень, должны обладать степенью круговой поляризации $P \approx 10\%$ (при интенсивности около 10 имп/сек).

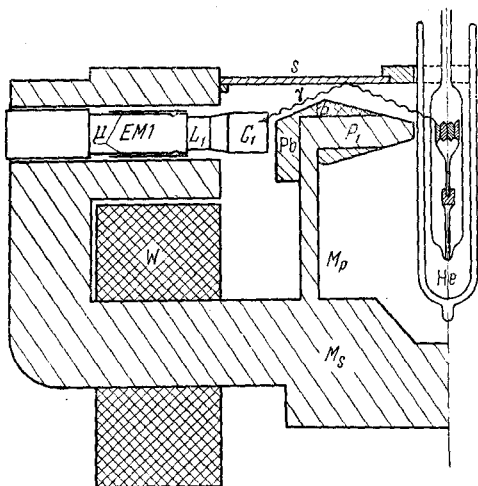


Рис. 11. Схема установки, используемой в Лаборатории Камерлинг-Оннеса в Лейдене для создания и измерения поляризованных по кругу гамма-лучей. Изменение дифференциального эффективного сечения комптоновского рассеяния определяется с помощью варьирования относительной ориентировки направления круговой поляризации гамма-лучей, испускаемых поляризованными ядрами в криостате, и направлением намагничивания рассеивающего железа S . Магнит M_p (с катушкой B) определяет направление поляризации ядер; магнит M_s (с катушкой W) фиксирует направление намагничивания S . Гамма-лучи регистрируются кристаллом $C_1NaJ(Tl)$, связанным с фотоумножителем EMI (взято из ⁸⁸).

Этот же эффект использовался в Лаборатории Камерлинг-Оннеса в Лейдене в 1955 г. ⁸⁹ для обнаружения круговой поляризации 1,17 и 1,33 Мэв гамма-лучей от поляризованных ядер Co^{60} (рис. 11). Источник Co^{60} активностью 110 мкюри вносился в кристалл, охлаждавшийся адиабатическим размагничиванием до температуры ниже $0,006^\circ K$. Этим способом была получена степень поляризации, достигающая 75%. Она обнаруживалась с помощью поляризационного эффекта в дифференциальном эффективном сечении для комптоновского рассеяния вперед. Определенные на опыте изменения в скорости счета, связанные с изменением относительной ориентировки круговой поляризации фотонов и поляризации электронов, доходили до 3%. Согласие рассчитанного теоретического значения (с учетом также механизма поляризации ядер в кристалле) и экспериментального было удовлетворительным. В 1955 г. Траппи также сообщил об обнаружении круговой поляризации гамма-лучей от захвата поляризованных нейтронов, осуществленном посредством измерений пропускемости, аналогичных выполненным в опытах Гунста и Пейджа ⁸⁸.

Б. Получение поляризованных электронов с помощью комптоновского рассеяния поляризованных по кругу фотонов

Соответствующее этому процессу эффективное сечение равно

$$\frac{d\sigma'(\xi^0, \zeta)}{d\Omega} = \frac{1}{4} \frac{k^3}{k_0^2} r_0^2 \left\{ (1 + \cos^2 \theta) + (k_0 - k)(1 - \cos \theta) + \right. \\ \left. + \xi_1^0 \sin^2 \theta - \xi_3^0 (1 - \cos \theta) \left[\zeta(k_0 \cos \theta + k) - \frac{(1 + \cos \theta)(k_0 + k)}{k_0 - k + 2} \zeta(k_0 - k) \right] \right\}. \quad (4,24)$$

Если записать его в виде

$$\frac{d\sigma(\xi^0, \xi)}{d\Omega} = S[1 + \xi \cdot \xi_{\text{расс}}], \quad (4,25)$$

то можно говорить, что $\xi_{\text{расс}}$ представляет состояние поляризации комптоновски рассеянного электрона. Мы пишем:

$$\xi_{\text{расс}} = P_{\text{расс}}^p \mathbf{e}_p + P_{\text{расс}}^q \mathbf{e}_q, \quad (4,26)$$

где \mathbf{e}_p и \mathbf{e}_q — единичные векторы в направлениях перпендикулярных векторов

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{p} &= \mathbf{k}_0 - \mathbf{k} \\ \mathbf{q} &= \mathbf{k} - \frac{1}{p^2} \mathbf{p} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (4,27)$$

За диаграммами $P_{\text{расс}}^p$ и $P_{\text{расс}}^q$ (которые могут быть названы степенями поперечной и продольной поляризации) мы отсылаем читателя к работе⁸⁵. Полная степень поляризации $P_{\text{расс}} = [(P_{\text{расс}}^p)^2 + (P_{\text{расс}}^q)^2]^{1/2}$ приведена на рис. 12. Все данные рассчитаны при $\xi_1^0 = 0$ и $\xi_3^0 = 1$ (полной круговой поляризации) для начального фотона.

В. Корреляция направлений между начальным и конечным электронами

Если наблюдаются поляризации начального и конечного электронов, то для соответствующего эффективного сечения можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(\xi^0, \xi)}{d\Omega} &= 2 \frac{k^2}{k_0^2} r_0^2 [\Phi_0 + \Phi_2(\xi^0, \xi)] = \\ &= F(1 + \xi \cdot \xi_{\text{расс}}). \end{aligned} \quad (4,28)$$

Оно определяет вектор поляризации $\xi_{\text{расс}}$ рассеянного электрона и его степень поляризации $P_{\text{расс}} = |\xi_{\text{расс}}|$. Отметим следствия общих формул:

а) в классическом пределе $k_0 \approx 0$, $P_{\text{расс}} \approx 1$ и $\xi_{\text{расс}} \approx \xi^0$; б) для рассеяния фотона вперед $\cos \theta = 1$, $P_{\text{расс}} = 1$ и $\xi_{\text{расс}} = \xi^0$; в) если ξ^0 перпендикулярно плоскости рассеяния, то

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{расс}} &= \frac{1 + \cos^3 \theta}{(1 + \cos^3 \theta) + (k_0 - k)(1 - \cos \theta)} \xi_{\perp}^0, \\ \xi_{\text{расс}} &= P_{\text{расс}} \xi^0, \end{aligned} \right\} \quad (4,29)$$

где ξ_{\perp}^0 — абсолютное значение ξ^0 .

Кривые для $P_{\text{расс}}$, рассчитанные по формуле (4,29), приведены на рис. 13. По аналогии с комптоновским рассеянием следует ожидать корреляцию

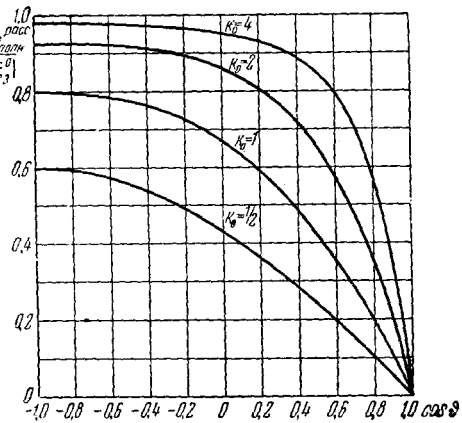


Рис. 12. Получение поляризованных электронов с помощью комптоновского рассеяния поляризованных по кругу (полностью) фотонов на неполяризованных электронах. Дана полная степень поляризации конечных электронов в функции угла рассеяния фотонов.

между поляризацией электрона и круговой поляризацией фотона гамма-излучения также в других квантовых процессах с участием фотонов и электронов, таких, как тормозное излучение, рождение пар и аннигиляция позитронов.

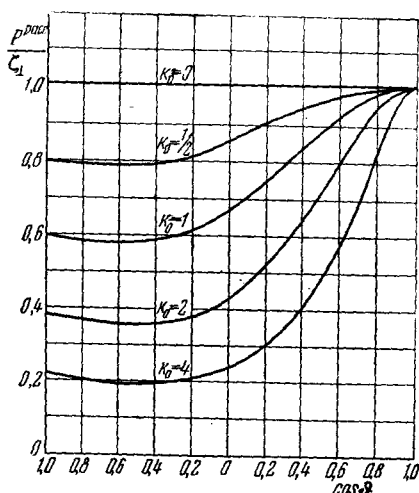


Рис. 13. Получение поляризованных электронов с помощью комптоновского рассеяния неполяризованных фотонов на первоначально полностью поляризованных перпендикулярно плоскости рассеяния электронах. Степень поляризации конечных электронов дана в функции угла рассеяния фотонов.

§ 5. МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ СВОБОДНЫХ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Мы сейчас перечислим и вкратце обсудим принципиальные возможности получения свободных поляризованных электронов:

а) Единственным экспериментально подтвержденным до настоящего времени методом получения поляризованных электронов является кулоновское рассеяние на тяжелых ядрах, рассмотренное в § 3.

б) Комптоновские электроны, выбитые поляризованными по кругу фотонами, в общем, будут обладать значительной поляризацией (см. § 4). Эти фотоны могут быть созданы пропусканием гамма-квантов от очень сильного источника через намагниченный железный стержень или же с помощью поляризованных радиоактивных ядер, испускающих гамма-лучи (см. также

§ 4). Можно получить численные теоретические оценки этого эффекта. Основная проблема заключается в достижении на опыте таких интенсивностей, которые позволили бы измерения поляризации электронов.

в) Комптоновские электроны, выбитые фотонами, прошедшими намагниченное железо (или другой ферромагнитный материал; теорию вопроса см. в § 4). Трудностью в наблюдении этого эффекта также является проблема интенсивности. Более того, степень поляризации должна при этом составлять по меньшей мере около 8% (средняя степень поляризации электронов в железе, намагниченном до насыщения), так что измерение будет не очень легким делом даже при достаточных интенсивностях.

г) Выбивание связанных поляризованных электронов из намагниченного железа может быть осуществлено иными методами, нежели комптоновское рассеяние. Для этого можно использовать фотоэффект (см. ²¹), холодную эмиссию и вторичную эмиссию или рассеяние электронов в намагниченном железе. Эти методы, как известно автору, подробно теоретически не рассматривались. Привлекательным свойством фотоэффекта является, по-видимому, возможность получить степень поляризации выбиваемых фотоэлектронов, превышающую среднюю степень поляризации по всем электронам. При соответствующем выборе энергии фотона можно сделать невозможной эмиссию неполяризованных фотоэлектронов из более глубоких оболочек атома, что значительно повысит усредненную поляризацию фотоэлектронов.

В сказанном неявно предполагалось, что три вышеуказанных метода не должны слишком сильно изменять поляризацию связанных электронов в процессе выбивания. Мы можем оценить порядок величины вероятности спинфлипа в фотоэффекте согласно вычислениям Мотта².

Допустим, что связанный электрон находится в основном состоянии в кулоновском поле ядра с зарядом Ze . Он имеет скорость порядка

$$v \approx \alpha Zc. \quad (5,1)$$

Действие, оказываемое электрическим полем \mathcal{E} на магнитный момент $\mu = e\hbar/2mc$ электрона, движущегося с этой скоростью, имеет порядок величины

$$M = \frac{v}{c} \mathcal{E} \mu = \alpha Z \mathcal{E} \frac{e\hbar}{2mc} = \frac{e^3}{2mc^2} \mathcal{E} Z. \quad (5,2)$$

При спинфлипе спиновый момент количества движения претерпевает изменение на величину \hbar , которое происходит за время T , имеющее порядок \hbar/M :

$$T \approx \frac{\hbar}{M} = \frac{2\hbar mc^2}{Z\mathcal{E}e^3}. \quad (5,3)$$

Сравним это время со временем t , за которое действие поля приводит к освобождению связанного электрона из основного состояния в кулоновском поле с энергией связи $Z^2(me^4/\hbar^2)$, соответствующей импульсу $p \approx me^2Z/\hbar$. Время t , необходимое для того, чтобы сила $e\mathcal{E}$ вызвала изменение импульса p , имеет порядок

$$t \approx \frac{p}{e\mathcal{E}} = \frac{Zem}{\mathcal{E}\hbar}. \quad (5,4)$$

Сравнивая T и t , видим, что

$$\frac{T}{t} \approx \frac{1}{(\alpha Z)^2}. \quad (5,5)$$

Следовательно, в случае малых Z можно заключить, что $T \gg t$, так что в течение эмиссии фотоэлектрона спинфлип не успевает произойти. Допустимо говорить, что фотоэффект связан с электрическим вектором и что влияние момента количества движения фотона (поляризации) на поляризацию электрона является пренебрежимым. Это положение выполняется, например, для видимого света, вызывающего фотоэмиссию внешних электронов в атоме. Оценка (5,5) показывает, что T может стать одного порядка с t при высоких значениях Z и для электронов в низших связанных состояниях. Следовательно, может оказаться, что некоторые фотоэлектроны, освобожденные из атомов с высокими атомными номерами гамма-лучами, поляризованными по кругу, являются поляризованными.

д) Кроме намагниченного стержня из железа, другим источником связанных поляризованных электронов может явиться оптический процесс, указанный Кастлером⁹⁰ и осуществленный им же с сотрудниками⁹¹, а также Дике и Хаукинсом^{12, 92}. Если, например, внести в магнитное поле пары натрия, то зеemanовское расщепление снимет вырождение с уровней, имеющих различные магнитные квантовые числа. Возбуждая значительное количество атомов облучением паров светом резонансной частоты, направленным вдоль магнитного поля, можно вызвать заметную «поляризацию» атомов. В этом методе осуще-

ствляется поляризация связанных электронов и ядер. Поляризованные электроны, находящиеся в возбужденных состояниях, могут быть выбиты при поглощении атомом второго фотона. Если выбрать энергию последнего достаточно низкой, так чтобы могли выбиваться только возбужденные электроны, то можно будет получить даже полностью поляризованные электроны (малой энергии). Однако, так как оба фотона должны быть поглощены одним и тем же атомом, то вновь возникает затруднение в связи с получением достаточной интенсивности электронов. На это обстоятельство было указано Дике (1950 г., частное сообщение), который реализовал метод и получил с его помощью токи в 10^5 электронов/сек., обладающие вычисленной степенью поляризации 20—30%. Однако обнаружить на опыте поляризацию ему не удалось. Поскольку кулоновское рассеяние на тяжелых ядрах в качестве детектора поляризации оказывается возможным при энергиях электронов несколько выше 50 кэв, становится необходимым либо ускорение поляризованных электронов малой энергии до входа в детектор, либо же использование детекторов поляризации, чувствительных к электронам, обладающим малыми энергиями.

е) Бета-излучение, испущенное поляризованными β -радиоактивными ядрами, должно быть в общем случае поляризованным¹⁴. Некоторые из ядер могут быть поляризованы в кристаллах, охлажденных адиабатическим размагничиванием до температур в несколько сотых градуса (см., например,⁹³). Если β -радиоактивное ядро при бета-распаде изменяет значение спина (имевшего определенное направление до эмиссии), то этот момент количества движения передается электрону и нейтрину, испускаемым в процессе распада. Это вызывает преимущественную ориентировку спинов испущенных электронов. Следуя общим принципам, указанным в § 2, и исходя из основных положений теории β -распада, можно провести вычисление степени поляризации с использованием теории возмущений и дираковских волновых функций. В частности, используются четырехрядные матрицы (2,23). В качестве примера мы дадим выражение для вероятности перехода с испусканием β -электрона, имеющего энергию E (включающую массу покоя) и импульс \mathbf{p} при использовании детектора для обнаружения направления спина $\zeta_{\text{дет}}$ (приводимая формула справедлива для чистого взаимодействия Гамова—Теллера; в ней использованы единицы, в которых $\hbar, c, m = 1$):

$$P(E, \mathbf{p}, \zeta_{\text{дет}}) = \frac{G^2}{16\pi^4} pEq^2 \left| \int \sigma |^2 \left[1 + \frac{A}{E} (\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\zeta}_{\text{дет}}) \right] + \right. \\ \left. + \frac{A}{E(E+1)} (\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{p}) (\boldsymbol{\zeta}_{\text{дет}} \cdot \mathbf{p}) \right]. \quad (5,6)$$

Здесь G — константа взаимодействия Ферми, $\int \sigma$ — ядерный матричный элемент, q — момент нейтрину; единичный вектор $\boldsymbol{\eta}$ является осью поляризации ядер (осью вращательной симметрии их ориентировки); A пропорционально поляризации ядер. Если I_i и I_f суть начальный и конечный спины ядра; то имеем

$$A = \begin{cases} I_i, & \text{если } I_i = I_f + 1 \quad (I_i \geq 1), \\ I_i / (I_i + 1), & \text{если } I_i = I_f \quad \left(I_i \geq \frac{1}{2} \right), \\ -I_i I_i / (I_i + 1), & \text{если } I_i = I_f - 1 \quad (I_i \geq 0), \end{cases} \quad (5,7)$$

где

$$f_1 = \sum_{M=-I_i}^{I_i} \frac{M}{I_i} a_M \quad (-1 \leq f_1 \leq 1), \quad (5,8)$$

и где a_M — вероятность того, что начальное ядро имеет магнитное квантовое число M относительно оси η . (Нормировка произведена так, что мы можем записать результат (5,6), как это было сделано в § 2, в форме $\frac{1}{2} [1 + \zeta \cdot \zeta^{\text{дет}}]$.) Значение ζ для спина электронов, испущенных с импульсом p , в этой записи равно

$$\zeta = A \left[\frac{1}{E} \eta + \frac{1}{E(E+1)} (\eta \cdot p) p \right]. \quad (5,9)$$

Поэтому мы, в частности, имеем:

1) $p \perp \eta$ (испускание электронов перпендикулярно оси поляризации ядер; $E \approx 1$ в наших единицах для электронов малой энергии)

$$\zeta = \frac{A}{E} \eta \left(\begin{array}{l} \text{поперечная поляризация,} \\ \text{степень поляризации } P = A/E \end{array} \right), \quad (5,10)$$

2) $p \parallel \eta$ (электроны испускаются в направлении оси поляризации ядер)

$$\zeta = A \eta \left(\begin{array}{l} \text{продольная поляризация,} \\ \text{степень поляризации } P = A \end{array} \right). \quad (5,11)$$

Экспериментальное положение таково, что могут быть достигнуты значения f_1 и A порядка единицы, например для ядер Co^{60} . Поэтому можно сказать, что электроны, испущенные в опытах по поляризации этими ядрами, будут значительно поляризованными. Пока еще не делалось попыток обнаружения указанной поляризации электронов; это затруднительно в силу следующих причин: а) испускаемые источником β -частицы выходят только с поверхности кристалла; б) так как в этих опытах источник помещен в криостат, обнаружение поляризации должно также производиться внутри криостата, либо же β -частицы необходимо вывести из него — и то и другое весьма трудно осуществить на опыте; в) представляется весьма сложным делом получить интенсивности электронов, достаточные для обнаружения их поляризации.

ж) При комбинированном использовании очень сильных магнитных (от 10^3 до 10^4 эрстед) и очень слабых электрических полей (от 10^{-5} до 10^{-4} вольт) можно «захватить» электроны с определенной поляризацией. Последние затем могут быть освобождены из потенциальной ямы с сохранением их поляризации. Хотя пространственный заряд жестко лимитирует число электронов, которые могут быть захвачены полем, одновременно быстрое чередование захватывания и освобождения их может позволить получить токи поляризованных электронов, достаточные для многих опытов: например, за каждый цикл может быть захвачено 30 электронов, и если эта операция повторяется 3000 раз в секунду, то в результате возникнет ток около 10^5 электронов в секунду. Этот метод существенно ограничен электронами малой энергии, но, разумеется, затем они могут быть ускорены без потери поляризации. Подробности механизма захвата электронов комбинированным полем были описаны Блохом⁹⁴ и Дике (см. об этом § 7).

§ 6. МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Поскольку в любом эксперименте по поляризации электронов необходимы как поляризующее устройство, так и анализатор, следует также перечислить возможные принципы действия последнего.

а) Как уже указывалось в § 3, до настоящего времени существует только один применяемый с успехом метод обнаружения поляризации электрона — это кулоновское рассеяние на тяжелых ядрах.

б) Другим явлением, зависящим до некоторой степени от поляризации падающих электронов, является рассеяние на намагниченном железе. Этот эффект можно попытаться обнаружить либо в полном эффективном сечении (пропуская электроны через фольгу намагниченного железа), либо в дифференциальном эффективном сечении при углах рассеяния, которые позволяют получить достаточную чувствительность детектора поляризации. Можно ожидать, что при малых энергиях более эффективным, нежели метод а), явится квантовомеханическое обменное рассеяние, предполагающее зависимость относительных ориентировок спина падающего и связанного электронов. Попытка использовать последний эффект была сделана Дике в 1950 г. (частное сообщение), который получал поляризованные электроны, методом e (§ 5) и пытался обнаружить поляризацию, пропуская электроны (после ускорения) через тонкую ($\approx 10^{-6}$ см) намагниченную железную фольгу. Теоретическая оценка эффекта поляризации позволяла ожидать хотя и малую, но измеримую его величину; однако эффект обнаружен не был. Более ранняя попытка такого рода была сделана Майерсом и Коксом в 1929 г. Они пропускали β -лучи радия через две фольги намагниченного железа с варьирующимися направлениями намагничивания⁹⁵. Обнаружить какой-либо наблюдаемый эффект поляризации в пропускемости им не удалось.

в) Может оказаться возможным измерение спинового момента количества движения, уносимого электронами с продольной поляризацией, с помощью механических средств (Л. Мартон — частное сообщение). Если направить эти электроны на свободно подвешенный диск, то можно измерять его закручивание в функции поляризации. Однако при этом следует исключить возможности того, чтобы закручивание было обязано линейному моменту падающих на диск электронов, либо же асимметрии геометрии. Этот метод может оказаться доступным для электронов малой энергии.

г) Когда атомы возбуждаются за счет обменного рассеяния с поляризованными электронами малой энергии, то возбужденное состояние может оказаться поляризованным (т. е. приобретет ориентацию полного момента количества движения). Такие атомы можно внести в магнитное поле, в котором они перейдут в низшие состояния с испусканием поляризованного по кругу света (Э. С. Дэйофф — частное сообщение). Если эта круговая поляризация будет зарегистрирована, то отсюда будет однозначно следовать поляризация падающих электронов.

Интересно, что легче создать поляризацию электронов, нежели придумать опыт для ее обнаружения. Кроме упомянутых четырех предложений, других почти нет. В резонансных опытах, предложенных Блохом и Дике (см. § 7), обнаружение (равно как и создание) поляризации предусматривает совместное использование сильного магнитного и слабого электрического полей; однако этот метод регистрации зависит от удельных энергий, с которыми создаются поляризованные электроны, и поэтому его нельзя рассматривать как общий метод обнаружения поляризации электронов.

§ 7. ОПЫТЫ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ g -ФАКТОРА СВОБОДНОГО ЭЛЕКТРОНА

В предыдущих разделах обсуждались различные возможности получения и регистрации поляризованных свободных электронов. Дополнительно к ним можно ставить также и другие эксперименты с поляризованными электронами. Различные достижимые цели соответствующих экспериментов можно суммировать следующим образом: 1) Проверка теории поляризации электронов (см., например, § 3). 2) Определение g -фактора свободного электрона (см. ниже). 3) Косвенное определение степени поляризации связанных электронов — величины, знание которой может быть полезным для физики твердого тела. (Опыты по круговой поляризации при комптоновском рассеянии, описанные в § 4, позволяют в принципе определить усредненную степень поляризации связанных электронов. Аналогичные сведения могли бы быть получены, если бы можно было, например, измерить степень поляризации электронов, выбитых в результате фотоэффекта из намагниченного железа — см. § 5.) 4) Обнаружение поляризации β -частиц, испускаемых β -радиоактивными ядрами, может дать полезные сведения о механизме поляризации ядер (см. § 5).

Выполненные до настоящего времени эксперименты преследовали только первые две из названных целей. В остальной части этого параграфа мы рассмотрим более подробно постановку опытов, осуществленных или пока лишь только предложенных для определения значения g -фактора свободного электрона. Это определение представляет особый интерес в связи с экспериментальной проверкой значения $g = 2 \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} + \dots \right)$, даваемого квантовой электродинамикой и отличающегося от $g = 2$, следующего из теории Дирака, всего лишь на одну тысячную. Это значение было найдено согласующимся с значением g для связанных электронов в атоме, но может иметь смысл его независимое определение для свободного электрона, являющееся еще одной и притом, возможно, более точной проверкой.

Опыты, предложенные для измерения значения g свободного электрона, можно разбить на две группы:

А. Приложение постоянного магнитного поля между стадиями создания и обнаружения поляризации электронов; в опыте измеряется угол прецессии магнитного момента в магнитном поле.

Б. Определение частоты, при которой имеет место спин-флип, с помощью резонансного опыта в постоянном магнитном поле. Для этой цели после создания определенного состояния движения и поляризации электронов и до достижения ими детектора для обнаружения спин-флипа прикладывается радиочастотное поле.

А1. Такого рода опыт был осуществлен Луизеллем, Пиддом и Крейном⁹⁶⁻⁹⁸ следующим путем. Был поставлен эксперимент по двойному рассеянию электронов с энергией 420 кэв золотой фольгой толщиной $0,135 \text{ мг/см}^2$ в качестве поляризатора и анализатора (рис. 14). Поляризация получалась за счет рассеяния на угол 90° ; поляризатор устанавливался в положении пропускания под углом 45° . Рассеянный пучок падал перпендикулярно на фольгу анализатора; два счетчика электронов располагались так, чтобы охватить угол рассеяния 78° . Детекторы представляли собой сцинтилляционные счетчики, состоявшие из кристалла антрацена, люцитового светопровода и фотоумножителя. Фольги поляризатора и анализатора были разнесены на расстояние 725 см; электроны проходили в латунной трубе диаметром 15 см; слой меди, покрывающий латунную трубу, играл роль соленоида, через который пропусклся ток

в котором он совершает от 1000 до 10 000 оборотов перед вторым рассеянием. Число оборотов пульсирующего пучка может быть найдено из времени пролета τ . Как было указано в § 2, аномальный магнитный момент электрона может вызвать изменение поперечной поляризации электронов на продольную (и наоборот) спустя примерно 250 оборотов. Если соответствующим образом подобрать магнитное поле, то можно рассчитывать измерить результирующую асимметрию в функции числа оборотов, как показано на рис. 15. Величина $1/N_0$ будет давать отклонение $g/2$ от единицы. Так, если величина τ может быть измерена с точностью до 1%, то g -фактор может быть определен с точностью до 10^{-5} .

Основательное теоретическое исследование различных аспектов опыта по двойному рассеянию в магнитном поле было произведено Кейзом и Менделевичем^{23, 100, 101}. В частности, они рассмотрели деполяризацию, которая может возникнуть для поляризованных электронов по прошествии многих циклотронных оборотов. Они пришли к заключению, что тщательно поставленный эксперимент сможет позволить определение g -фактора с точностью по крайней мере $1 \cdot 10^{-5}$.

Б1. Если электроны в эксперименте по двойному рассеянию могли бы быть захвачены магнитным полем так, чтобы совершить в нем достаточное число циклотронных оборотов до второго рассеяния, то мог бы стать возможным опыт резонансного характера (см. ^{1, 17}). Чтобы получить точность определения значения g в $1 \cdot 10^{-5}$, представляется необходимым совершение по крайней мере 10^5 циклотронных оборотов. При этом нет нужды использовать пульсирующий пучок электронов, поскольку не требуется измерения времени пролета. Однако в связи с задачей захватывания представляется более привлекательным использование некоторого периодического поля, поскольку из вышесказанного ясно, что резонансные частоты для циклотронного движения ω_c и для спинфлипа ω_s должны быть очень близки друг к другу. Относительное измерение обеих частот и дает непосредственное значение g . Для осуществления точного измерения ω_s , однако, необходимо, чтобы это измерение не искажалось близко расположенным сильным резонансом при ω_c . Поскольку это требует весьма мало возмущенного циклотронного движения, осуществление подобного опыта может быть сопряжено с большими трудностями.

Б2. Другой резонансный эксперимент с электронами малой энергии был предложен Блохом^{94 *}). Как и в предыдущем предложении, значение g должно определяться с помощью измерения отношения ω_c/ω_s . Однако этот метод основывается на

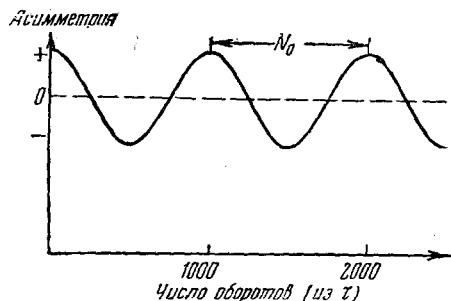


Рис. 15. Ожидаемая асимметрия в другом опыте по двойному рассеянию, предложенном Кейзом для измерения аномального магнитного момента электрона. Электрон совершает много оборотов в магнитном поле, которое меняет его поляризацию с поперечной на продольную спустя примерно 250 оборотов. Поэтому наблюдаемая асимметрия должна изменяться с периодом примерно 1000 оборотов; период N_0 явится прямым указанием изменения отклонения g от дираковского значения.

*) В последующем изложении мы пользуемся материалом частного сообщения д-ра О. Фриша, который также рассмотрел этот эксперимент.

использовании основных состояний электрона в однородном магнитном поле. Если прикладывается поле величиной \mathfrak{B} в направлении z , то собственные энергии, входящие в гамильтониан, характеризуются двумя квантовыми числами l и m_s (мы даем результат в нерелятивистском приближении):

$$E_{l, m_s} = \frac{p_z^2}{2m} + (2l + 1 + gm_s)\mu_0\mathfrak{B}, \quad (7,1)$$

где $l = 0, 1, 2, \dots$ суть квантовые числа, соответствующие орбитальному движению электрона в направлениях x, y ; $m_s = \pm \frac{1}{2}$ — квантовое число для спинового момента количества движения в направлении z ; μ_0 — боровский магнетон.

Волновые функции ограничены в направлениях x и y , но не z . Движение в последнем направлении, однако, может ограничиваться некоторой областью при введении электрического захватывающего потенциала (см. далее), так что p окажется пренебрежимым. Решения, полученные для больших l , соответствуют круговому движению электронов в магнитном поле. Для малых же l , например, для $l = 0, 1$, получаются размазанные волновые пакеты.

Для $l = 0$ мы имеем волновой пакет, жестко ограниченный областью радиуса $r_0 = 0,8 \cdot 10^{-5}$ см при $\mathfrak{B} = 1000$ эрстед. Пренебрегая в (7,1) членом $p_z^2/2m$, получаем систему уровней энергии, вырождающуюся при $g = 2$:

$$E_{l, m_s} = \begin{cases} 0 & \text{при } l = 0, \quad m_s = -\frac{1}{2}, \\ 2\mu_0\mathfrak{B} & \text{при } l = 0, \quad m_s = +\frac{1}{2} \text{ и } l = 1, \quad m_s = -\frac{1}{2}, \\ 4\mu_0\mathfrak{B} & \text{при } l = 1, \quad m_s = +\frac{1}{2} \text{ и } l = 2, \quad m_s = -\frac{1}{2}. \end{cases} \quad (7,2)$$

Для $\mathfrak{B} = 1000$ эрстед $\omega_c \approx \omega_s \approx 1,8 \cdot 10^{10}$ сек $^{-1}$, $\hbar\omega = 2\mu_0\mathfrak{B} = 10^{-5}$ эв. Вырождение снимается аномалией в магнитном моменте. Если магнитное поле медленно меняется вдоль z , то энергия начинает играть роль магнитной потенциальной энергии, перемещающей электрон к значению z , соответствующему наименьшей возможной энергии

$$V_m^{l, m_s} = [2l + 1 + gm_s]\mu_0\mathfrak{B}(z). \quad (7,3)$$

Допустим, что дополнительно наложен электрический захватывающий потенциал

$$V_e = -e\varphi(z), \quad (7,4)$$

где $\varphi(z)$ может быть записано приближенно возле начала координат в виде

$$\varphi(z) \approx az^2 - \frac{1}{2}\alpha(x^2 + y^2), \quad (7,5)$$

или же, для более протяженной области вблизи оси z , в виде выражения

$$\varphi(z) \approx az^2 - \beta z^4 - \frac{1}{2}\alpha(x^2 + y^2) + 3\beta z^2(x^2 + y^2) + \frac{3}{8}\beta(x^2 + y^2)^2, \quad (7,6)$$

которое описывает потенциал, повторяющийся вновь спустя некоторое расстояние от начала координат, так что V_e имеет известную глубину

(рис. 16). Если существуют одновременно оба потенциала V_m и V_e , и если установить значительный градиент $\partial\mathfrak{B}/\partial z$, то часть электронов будет освобождена из электрического поля градиентом магнитного поля (это может иметь место даже тогда, когда отсутствуют все состояния, кроме $l=0$, $m_s = 1/2$; рис. 16).

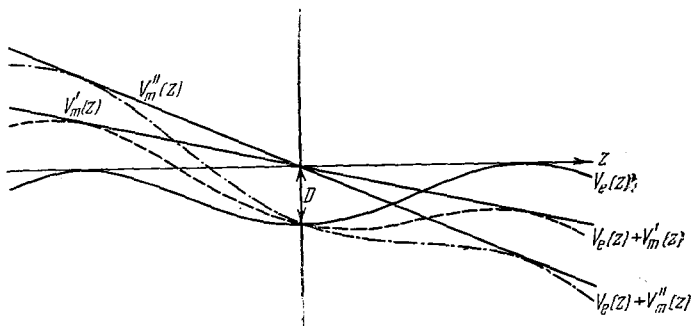


Рис. 16. Электрический захватывающий потенциал V_e и «выбрасывающие» магнитные потенциалы V'_m и V''_m в эксперименте, предложенном Блохом для измерения магнитного момента электрона. Магнитный выбрасывающий потенциал V''_m , являющийся следствием наложенного градиента магнитного поля (и зависящий от состояния движения электрона), будет выбрасывать все электроны из электрической «ловушки» V_e ; магнитный потенциал V'_m должен задерживать часть электронов в «ловушке».

Опыт заключается в повторениях следующего цикла (в течение всего опыта поддерживаются однородность и постоянство поля):

1. Стадия захватывания: электрический захватывающий потенциал (который сохраняется и на этапах 2—4) и градиент $\partial\mathfrak{B}/\partial z$ устанавливаются так, чтобы были уловлены электроны, находящиеся в состояниях вплоть до некоторого l' , $m_s = +\frac{1}{2}$ и $l'' = l' + 1$, $m_s = -\frac{1}{2}$.

2. Снятие градиента $\partial\mathfrak{B}/\partial z$; электроны по-прежнему остаются в состоянии захвата.

3. Наложение радиочастотного поля, которое будет вызывать переходы $l' \rightarrow l' + 1$, $l'' \rightarrow l'' + 1$ при резонансной частоте ω_c и переходы $m_s = -\frac{1}{2} \rightarrow m_s = +\frac{1}{2}$ при резонансной частоте ω_s .

4. Вторичное включение градиента $\partial\mathfrak{B}/\partial z$; в случае резонанса при ω_c из поля «выбрасываются» состояния $l' + 1$, $m_s = +\frac{1}{2}$ и $l'' + 1$, $m_s = -\frac{1}{2}$; для резонанса при ω_s «выбрасываются» состояния l'' , $m_s = +\frac{1}{2}$. Наблюдая при помощи фотоумножителя освобождение электронов из поля после соответствующего их ускорения, можно установить значения резонансных частот ω_c и ω_s .

Осуществление подобного эксперимента связано со многими трудностями: глубина захватывающего потенциала должна быть очень малой (порядка 10^{-5} e); такие потенциалы могут быть получены по оси цилиндра (радиуса, например, 5 см), состоящего из изолированных колец, каждое из которых находится под потенциалом 0,02 e относительно сосед-

него. За каждый цикл может быть захвачено только весьма небольшое количество электронов (скажем, от 5 до 10), при этом одним из ограничивающих факторов является пространственный заряд. Однако, если повторение циклов захвата и выбрасывания производить с большой скоростью, например 180 и более раз в секунду, то может быть создано достаточное для наблюдения резонанса число выбрасываемых электронов. Для этой цели также необходимо, чтобы состояния движения захваченных электронов имели значительные времена жизни, поэтому должен быть создан достаточно высокий вакуум (10^{-7} мм рт. ст.), так чтобы столкновения были редки и можно было бы учитывать обмен энергией со средой только путем излучения. Однако, несмотря на все эти трудности, эксперимент все же вполне осуществим.

БЗ. Резонансный эксперимент, весьма аналогичный описанному в Б2, был предложен в 1947—1949 гг. Дике, который также сделал попытку его практического осуществления (частное сообщение). В этом опыте также существуют стадии захвата электронов, приложения радиочастотного поля и выбрасывания электронов из поля. Однако детали первой стадии (для которой так же, как и в опыте Блоха, используются тщательно подогнанные электрические и магнитные поля) несколько иные. В эксперименте Дике получил острые циклотронные резонансы, но попытка получения спиновых резонансов окончилась неудачей. Этот последний факт можно понять, лишь привлекая в рассмотрение тонкие подробности эксперимента.

§ 8. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ПОЗИТРОНОВ

Позитроны могут поляризоваться аналогично электронам. Кулоновское рассеяние тяжелыми ядрами является средством создания и обнаружения поляризации равно электронов и позитронов. Эффект для позитронов был рассчитан Мэсси (⁴¹, см. также § 3) и был найден для них значительно меньшим, чем для электронов. Это можно качественно объяснить, вспоминая, что наиболее эффективная область поляризационных эффектов расположена вблизи ядер, куда позитроны, вследствие своего положительного заряда, проникают в гораздо меньшей степени, нежели электроны. Прочие методы получения и обнаружения поляризации электронов, изложенные в §§ 5 и 6, к позитронам применены быть не могут, за исключением метода исследования β -лучей от поляризованных радиоактивных ядер (например, достаточно хорошо известны методы поляризации β^+ -эмиттеров: Mn^{52} , Co^{56} и Co^{58}).

Можно поставить вопрос, не позволит ли создать методы обнаружения поляризованных позитронов процесс их аннигиляции. Если поляризованные позитроны образуют атомы позитрония, то состояние 3S последних должно обладать преимущественной пространственной ориентировкой (состояние 1S сферически симметрично). Аннигиляция останавливающихся в веществе поляризованных позитронов с поляризованными атомными электронами может выявить эффекты, зависящие от относительной ориентации спинов. Однако практическое использование какой-либо из этих возможностей обнаружения поляризации позитрона представляется весьма затруднительным.

§ 9. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Вопрос поляризации свободных электронов связан с весьма фундаментальным свойством вещества, которое формулируется как наличие спина у электрона. Хотя теория ряда важных следствий этого вопроса была разработана еще около 1930 г., качественное согласие между тео-

рией и экспериментом в этой области было достигнуто лишь к 1942 г. Это во многом обязано тому, что, наконец, удалось удовлетворительно объяснить причины отрицательных результатов, преследовавших ряд ранних опытов. Вообще говоря, эксперименты с поляризованными электронами отнюдь не легки, и многие теоретические предсказания не проверены на опыте вплоть до сегодняшнего дня. Несмотря на значительный самостоятельный интерес, эта область исследования всегда лежала несколько в стороне от основных направлений экспериментальной работы, возможно потому, что физики уже обладали свидетельствами, подтверждающими квантовое явление вращающегося электрона, полученными из иных экспериментальных данных. Мы надеемся, что в течение ближайших лет удастся успешно осуществить эксперименты по определению g -фактора свободного электрона с высокой точностью, что свяжет эту область исследования с новейшими разработками квантовой электродинамики.

ПРИЛОЖЕНИЕ

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЗАПИСЬ ОПЕРАТОРА ПРОЕКЦИИ
ЭЛЕКТРОННОГО СПИНА

Оператор проекции спина $P^{(+)}(\zeta)$ может быть записан в явной релятивистски ковариантной форме с помощью дираковских матриц γ . Возьмем вместо u_λ решение с положительной энергией ω_λ и с тем же направлением спина, но нормированное на одну частицу в единице объема в покоеющейся системе. Если записать

$$\bar{P}_{\lambda\mu}^{(+)}(\zeta) = -\omega_\lambda \bar{w}_\mu \quad (\bar{w}_\mu = w_\mu^* \rho_3), \quad (1)$$

то будем иметь соотношение

$$\bar{P}^{(+)}(\zeta) = -P^{(+)}(\zeta) \rho_3 \frac{E}{mc^2}; \quad (2)$$

$\bar{P}^{(+)}(\zeta)$ может быть записано в виде

$$\bar{P}^{(+)}(\zeta) = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{i}{mc} (p_\mu \gamma^\mu) - s_\mu \gamma^{(\mu)} - m_{\mu\nu} \gamma^{(\mu\nu)} \right], \quad (3)$$

где

$$p_\mu = \left[\mathbf{p}, \frac{i}{c} E \right], \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} s_\mu &= \left(\mathbf{s}', \frac{i}{mc} (\mathbf{p} \cdot \zeta) \right), \\ \mathbf{s}' &= \zeta + \frac{1}{m(E + mc^2)} (\mathbf{p} \cdot \zeta) \mathbf{p}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\gamma^{(\mu)} = (i\gamma^2\gamma^3\gamma^4, \quad i\gamma^3\gamma^1\gamma^4, \quad i\gamma^1\gamma^2\gamma^4, \quad -i\gamma^1\gamma^2\gamma^3) \quad (6)$$

и где p_μ — 4-вектор, а s_μ — 4-(псевдо) вектор. Выражения для $\bar{\psi}\gamma^{(\mu)}\psi$ и для $\bar{\psi}\gamma^{(\mu\nu)}\psi$ суть 4-(псевдо) вектор и 4-тензор. Произведение двух антисимметрических 4-тензоров $T_{\mu\nu}$ и $S_{\mu\nu}$ можно с помощью двух пар 3-векторов (\mathbf{F} , \mathbf{G}) и (\mathbf{F}' , \mathbf{G}') записать в виде

$$T_{\mu\nu} S_{\mu\nu} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}' - \mathbf{G} \cdot \mathbf{G}'. \quad (7)$$

Для $m_{\mu\nu}$ эти векторы суть

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F} = \mathbf{m}' &= \frac{E}{mc^2} \boldsymbol{\zeta} - \frac{1}{m(E + mc^2)} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\zeta}) \mathbf{p}, \\ \mathbf{G} &= -\frac{1}{mc} (\mathbf{p} \times \boldsymbol{\zeta}). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Соответствующие члены в $\gamma^{(\mu\nu)}$ даются выражениями

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}' &= (i\gamma^2\gamma^3, i\gamma^3\gamma^1, i\gamma^1\gamma^2), \\ \mathbf{G}' &= (-\gamma^1\gamma^4, -\gamma^2\gamma^4, -\gamma^3\gamma^4). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Векторы \mathbf{s}' и \mathbf{m}' определяют соответственно направления спинового момента количества движения и магнитного момента электрона с импульсом \mathbf{p} (при $\mathbf{p} = 0$ имеем $\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{s} = \mathbf{m}$), для которого $\boldsymbol{\zeta}$ дает направление спина в координатной системе, в которой электрон покоится. Если волновая функция преобразуется согласно

$$\psi' = S\psi \quad (10)$$

при преобразовании Лоренца, то соответствующее преобразование для $\bar{P}^{(+)}(\boldsymbol{\zeta})$ будет даваться выражением

$$\bar{P}^{(+)\prime}(\boldsymbol{\zeta}) = S \bar{P}^{(+)}(\boldsymbol{\zeta}) S^{-1}. \quad (11)$$

$\bar{P}^{(+)}(\boldsymbol{\zeta})$ можно рассматривать как оператор проекции спина $\boldsymbol{\zeta}$ для положительных значений энергии и спина; его можно записать в виде произведения

$$\bar{P}^{(+)}(\boldsymbol{\zeta}) = \bar{P}^{(+)} \bar{P}(\boldsymbol{\zeta}) = \bar{P}(\boldsymbol{\zeta}) \bar{P}^{(+)}, \quad (12)$$

где $\bar{P}^{(+)}$ является оператором проекции для положительных энергий, а $\bar{P}(\boldsymbol{\zeta})$ — оператор проекции на направление спина $\boldsymbol{\zeta}$. Эти операторы могут быть выражены в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}^{(+)} &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{i}{mc} p_{\mu} \gamma^{\mu} \right], \\ \bar{P}(\boldsymbol{\zeta}) &= \frac{1}{2} [1 - s_{\mu} \gamma^{(\mu)}]. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. L. Rosenfeld, Ned. Tijdschr. Natuurk. **10**, 53 (1943).
2. N. F. Mott and H. S. Massey, The theory of atomic collisions, Oxf. Univ. Press, 1949, 57—87. (Имеется русский перевод с первого издания: Н. Мотт и Г. Мэсси, Теория атомных столкновений, ИЛ, 1951.)
3. A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, Braunschweig, 1939; т. II, 330—341. (Имеется русский перевод. А. Зоммерфельд, Строение атома и спектры, Гостехиздат, 1956.)
4. P. Jordan, Zeits. f. Phys. **44**, 292 (1927).
5. F. London, E. Bauer, La théorie de l'observation en mécanique quantique, Paris, 1939.
6. U. Fano, J. Opt. Soc. Amer. **39**, 859 (1949).
7. D. L. Falkoff and J. E. McDonald, J. Opt. Soc. Amer. **41**, 862 (1951).
8. H. A. Tolhoek and S. R. de Groot, Physica **17**, 1 (1951).
9. H. A. Tolhoek and J. A. M. Cox, Physica **19**, 101 (1953).
10. U. Fano, Phys. Rev. **93**, 121 (1954).
11. F. W. Lipps and H. A. Tolhoek, Physica **20**, 85 (1954).

12. W. B. Hawkins, *Phys. Rev.* **98**, 478 (1955).
13. R. C. Tolman, *The principles of statistical mechanics*, N.Y., 1938, 325 и далее.
14. H. A. Tolhoek and S. R. de Groot, *Physica* **17**, 81 (1951).
15. H. A. Tolhoek and F. W. Lipps, *Transformations of vectors, antisymmetric tensors, and spinors for arbitrary Lorenz transformations; spin and energy projection operators for electrons*, Report, John Hopkins Univ., 1953 (отпечатано на мимеографе).
16. G. G. Stokes, *Trans. Cambridge Phil. Soc.* **9**, 399 (1852).
17. H. A. Tolhoek and S. R. de Groot, *Physica* **17**, 17 (1951).
18. I. I. Rabi, *Zeits. f. Phys.* **49**, 507 (1928).
19. W. Alexandrow, *Zeits. f. Phys.* **56**, 818 (1929); *Ann. Physik* **2**, 477 (1929).
20. A. Landé, *Naturwiss.* **17**, 634 (1929).
21. E. Fues und H. Hellmann, *Phys. Zeits.* **31**, 465 (1930).
22. M. Hatoyama and M. Kimura, *Nature* **135**, 914 (1935).
23. H. Mendelowitz and K. M. Case, *Phys. Rev.* **97**, 33 (1955).
24. K. M. Case, *Phys. Rev.* **95**, 1323 (1954).
25. N. F. Mott, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A124**, 425 (1929).
26. W. Alexandrow, *Zeits. f. Phys.* **60**, 387 (1929).
27. J. Frenkel, *Compt. Rend.* **188**, 153 (1929).
28. W. Pauli, *Rapp. Conf. Phys. Solway*, 1930; 217—235, 275—280.
29. H. Hellmann, *Zeits. f. Phys.* **69**, 495; **70**, 695 (1931).
30. T. Förster, *Zeits. f. Phys.* **85**, 514 (1933).
31. V. Weisskopf, *Zeits. f. Phys.* **93**, 561 (1935).
32. N. F. Mott, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A135**, 429 (1932).
33. J. H. Bartlett and R. E. Watson, *Phys. Rev.* **56**, 612 (1939).
34. J. H. Bartlett and R. E. Watson, *Proc. Amer. Acad. Arts. Sci.* **74**, 53 (1940).
35. F. Sauter, *Ann. Physik* **18**, 61 (1933).
36. J. H. Bartlett and T. A. Welton, *Phys. Rev.* **59**, 281 (1941).
37. H. S. W. Massey and C. B. O. Mohr, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A177**, 341 (1941).
38. C. B. O. Mohr, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A182**, 189 (1943).
39. C. B. O. Mohr and L. J. Tassie, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A67**, 711 (1954).
40. N. Sherman, *Bull. Amer. Phys. Soc., Ser. II*, **1**, 37 (1956); *Rep. UCRL 4664* (1956).
41. H. S. W. Massey, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A181**, 14 (1943).
42. E. G. Dymond, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A136**, 638 (1932).
43. E. G. Dymond, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A145**, 657 (1934).
44. G. P. Thomson, *Phil. Mag.* **17**, 1058 (1934).
45. H. Richter, *Ann. Physik* **28**, 533 (1937).
46. R. T. Cox, C. G. McIlwraith and B. Kunelkeymer, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **14**, 544 (1928).
47. C. T. Chase, *Phys. Rev.* **34**, 1069 (1929).
48. C. T. Chase, *Phys. Rev.* **36**, 1060 (1930).
49. G. O. Langstroth, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A136**, 558 (1932).
50. M. E. Rose and H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **55**, 277 (1939).
51. G. Wentzel, *Ann. Physik* **69**, 335 (1922).
52. K. Kikuchi, *Proc. Phys.—Math. Soc. Japan* **21**, 524 (1939); **22**, 805 (1940).
53. O. Halpern and J. Schwinger, *Phys. Rev.* **48**, 109 (1935).
54. M. E. Rose, *Phys. Rev.* **57**, 280 (1940).
55. L. Landau, *Phys. Rev.* **57**, 548 (1940).
56. C. T. Chase and R. T. Cox, *Phys. Rev.* **58**, 243 (1940).
57. G. Goertzel and R. T. Cox, *Phys. Rev.* **63**, 37 (1943).
58. V. A. Petukhov and I. A. Vyshinsky, *J. Phys. USSR* **5**, 137 (1941).
59. N. Ryu, *J. Phys. Soc. Japan* **5**, 423 (1950).
60. N. Ryu, K. Hashimoto and I. Nonaka, *J. Phys. Soc. Japan* **8**, 575 (1953).
61. L. J. F. Broer, *Phys. Rev.* **74**, 1887 (1948).
62. C. G. Shull, C. T. Chase and F. E. Myers, *Phys. Rev.* **63**, 29 (1943).
63. K. Shinohara and N. Ryu, *Phys. Rev.* **75**, 1762 (1949); *J. Phys. Soc. Japan* **5**, 119 (1950).
64. N. Ryu, *J. Phys. Soc. Japan* **7**, 125 (1952).
65. N. Ryu, *J. Phys. Soc. Japan* **7**, 130 (1952).
66. N. Ryu, *J. Phys. Soc. Japan* **8**, 804 (1953).
67. W. H. Louisell, *Диссертация*, Ann. Arbor, 1953.
68. W. H. Louisell, R. W. Pidd and H. R. Crane, *Phys. Rev.* **94**, 7 (1954).
69. F. Rupp, *Zeits. f. Phys.* **95**, 801 (1935).
70. C. Ramsauer, *Zeits. f. Phys.* **96**, 278 (1935).
71. C. J. Davisson and L. H. Germer, *Phys. Rev.* **33**, 760 (1929).
72. A. F. Joffe, A. N. Arsenieva, *Compt. Rend.* **188**, 152 (1929).

73. F. Kirchner, *Phys. Zeits.* **31**, 772 (1930).
 74. G. P. Thomson, *Nature* **126**, 842 (1930).
 75. J. Thibaud, J. Trillat, T. von Hirsch, *J. de Phys.* **3**, 314 (1932).
 76. G. P. Thomson, *Nature* **132**, 1006 (1933).
 77. F. E. Myers, J. F. Byrne and R. T. Cox, *Phys. Rev.* **46**, 777 (1934).
 78. G. P. Thomson, *Phil. Mag.* **17**, 1058 (1934).
 79. M. Hatoyama and M. Kimura, *Nature* **135**, 914 (1935).
 80. C. G. Darwin, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A120**, 631 (1928).
 81. O. Halpern, *Zeits. f. Phys.* **67**, 320 (1931).
 82. W. M. Elsasser, *Compt. Rend.* **197**, 1186 (1933).
 83. F. Sauter, *Ann. Physik* **18**, 61 (1933).
 84. W. Franz, *Ann. Physik* **33**, 689 (1938).
 85. F. W. Lipps and H. A. Tolhoek, *Physica* **20**, 395 (1954).
 86. S. B. Gunst and L. A. Page, *Phys. Rev.* **92**, 270 (1953).
 87. F. P. Clay and F. L. Hereford, *Phys. Rev.* **85**, 675 (1952).
 88. G. Trumpp, *Nature* **176**, 507 (1955).
 89. J. C. Wheatley, W. J. Huiskamp, A. N. Diddens, M. J. Steenland and H. A. Tolhoek, *Physica* **21**, 841 (1955).
 90. A. Kastler, *J. de Phys.* **11**, 255 (1950).
 91. J. Brosse, A. Kastler et J. Winter, *J. de Phys.* **13**, 668 (1952).
 92. W. B. Hawkins and R. H. Dicke, *Phys. Rev.* **91**, 1008 (1953).
 93. *Beta and Gamma Spectroscopy*, ed. by K. Siegbahn, Amsterdam, 1955, гл. XIX (2, 3).
 94. F. Bloch, *Physica* **19**, 821 (1953).
 95. F. E. Myers and R. T. Cox, *Phys. Rev.* **34**, 1067 (1929).
 96. W. H. Louisell, R. W. Pidd and H. R. Crane, *Phys. Rev.* **94**, 7 (1954).
 97. W. H. Louisell, R. W. Pidd and H. R. Crane, *Phys. Rev.* **91**, 1008 (1953).
 98. W. H. Louisell, Диссертация, Ann. Arbor., 1953.
 99. H. R. Crane, R. W. Pidd and W. H. Louisell, *Phys. Rev.* **91**, 475 (1953).
 100. K. M. Case and H. Mendelowitz, *Phys. Rev.* **91**, 475 (1953).
 101. C. G. Shull, *Phys. Rev.* **61**, 198 (1942).
 102. E. Trownson and J. A. Simpson, *Phys. Rev.* **63**, 55 (1943).
 103. J. M. Jauch and F. Rohrlich, *The theory of photons and electrons*, Cambridge, 1955, ср. 40—47.
 104. H. M. Mendelowitz and K. M. Case, *Phys. Rev.* **98**, 1190 (1955).
 105. L. Michel and A. S. Wightman, *Phys. Rev.* **100**, 1551 (1955).
-