

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И СТРУКТУРА ЯДЕР\*)

R. Hofstadter

## СОДЕРЖАНИЕ

I. Введение . . . . .	693
II. Теория рассеяния . . . . .	695
III. Различные явления при рассеянии . . . . .	703
IV. Экспериментальная часть . . . . .	714
V. Результаты . . . . .	723
VI. Нейтроны . . . . .	744
VII. Применимость электродинамики . . . . .	746
VIII. Сравнение с другими измерениями размеров ядер . . . . .	748
IX. Итоги . . . . .	753
X. Выводы . . . . .	756

## I. ВВЕДЕНИЕ

Еще несколько лет тому назад основные сведения о геометрических особенностях ядерной структуры черпались из сравнения энергии зеркальных ядер, из сечения захвата (и полного сечения) для быстрых нейтронов, из энергий связи, входящих в полуэмпирическую формулу Вайцзеккера, и в случае наиболее тяжелых элементов из энергий и времен жизни для  $\alpha$ -распада. Все эти методы приводят к одним и тем же значениям ядерных радиусов для заряженной сферы, которая всегда считалась подходящей моделью ядра. Полученные результаты выражаются хорошо известной формулой для радиуса однородной сферы

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (1)$$

Дальше мы будем измерять все расстояния в единицах, равных  $10^{-13}$  см (называя эту единицу *ферми*). Эта формула дает, например, что граница ядерной сферы в случае золота находится на расстоянии 8,45 ферми от центра ядра, если для величины  $r_0$  принять хорошо согласованное значение, близкое к 1,45 ферми. Такая модель приводит к одинаковой плотности массы всех ядер, а именно:

$$\rho_M = \frac{A}{\left(\frac{4}{3}\right) \pi R^3} \frac{\text{нуклонов}}{(\text{ферми})^3} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right) \pi r_0^3} \frac{\text{нуклонов}}{(\text{ферми})^3} = 0,080 \frac{\text{нуклонов}}{(\text{ферми})^3} \quad (2)$$

и переменной плотности заряда в ядрах:

$$\rho_C = \frac{Ze}{\left(\frac{4}{3}\right) \pi R^3} = e \frac{Z}{A} \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right) \pi r_0^3} = \frac{Z}{A} \cdot 0,080 \cdot \frac{\text{зарядов протона}}{(\text{ферми})^3}. \quad (3)$$

\*) R. Hofstadter, Electron Scattering and Nuclear Structure, Phys. Rev. 28, 214 (1956).

Эти формулы, представленные на рис. 1, а и б, дают относительные размеры и форму некоторых ядер.

Выполненные в течение нескольких последних лет работы Лаймана и др.<sup>1</sup>, Хоффстадтера и др.<sup>2-4</sup>, Пайдда и др.<sup>5</sup> и Фитча и Райнвотера<sup>6</sup> по рассеянию электронов и  $\mu$ -мезоатомам показали, что определенные этими методами радиусы тяжелых элементов приблизительно на 20% меньше радиусов, следующих из формулы (1) при  $r_0 = 1,45$  ферми. Результаты, полученные с  $\mu$ -мезонами, указывают на то, что радиусы легких элементов также имеют меньшие радиусы, удовлетворяющие той же формуле (1) при  $r_0 = 1,20$  ферми.

В это же время Купер и Хенлей<sup>7</sup> показали, что данные по легким зеркальным ядрам могут быть объяснены, если также допустить меньшие значения радиусов. В дальнейшем этот вывод встретил некоторые возражения. Полученные указанными методами меньшие радиусы ядер называют «электромагнитными» радиусами.

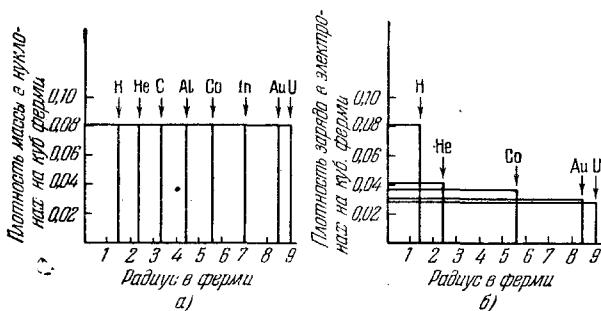


Рис. 1. а) Плотность ядерного вещества для однородной сферы (формула (2)). б) Плотность заряда в ядрах для однородной сферической модели (формула (3)).

За отсутствием лучшего названия радиусы, следующие из формулы (1), могут быть названы «нуклонными» радиусами, так как эти большие значения радиусов получены из опытов по взаимодействию нуклонов с ядрами.

Большая работа по изучению рассеяния электронов была выполнена в Станфордском университете в течение 1953—1956 гг. Эти исследования явились источником сведений о плотности заряда в ядрах от протона до урана. В настоящее время представляется своевременным произвести обзор известных данных. Такой обзор позволит объединить в одном месте разрозненные материалы, благодаря чему исследователи, имеющие дело с более общими методами определения ядерных радиусов, смогут иметь радиусы «электронного рассеяния» и плотность заряда в ядрах для сравнения с их собственными данными. Целью этого обзора является соответствующее объединение имеющихся данных, включая некоторые неопубликованные работы. Этот обзор нельзя считать окончательной сводкой данных о размерах и формах ядер, полученных методом рассеяния электронов. Запланированные работы по рассеянию электронов при больших энергиях несомненно изменят некоторые известные выводы и приведут к новым неожиданным заключениям. Однако возникновение значительных противоречий кажется маловероятным, и это делает обзор целесообразным.

В обзоре нет хронологического и всестороннего рассмотрения работ, выполненных другими лабораториями в области рассеяния электронов, но автор надеется, что предлагаемый обзор послужит стимулом для работающих в этой и близких областях физики для сбора данных о ядерных радиусах и возможно даже для поощрения новых опытов.

Недавно появившийся обзор данных о распределении ядерного заряда, принадлежащий Форду и Хиллу<sup>9</sup>, является одним из шагов в этом направлении.

## II. ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ

## а). Рассеяние точечным зарядом

В основе всех явлений упругого рассеяния заряженных частиц лежит знаменитая формула Резерфорда. Эта формула

$$\sigma(\vartheta) = \frac{z^2 Z^2 e^4}{16 E^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{1}{2} \vartheta} \quad (4)$$

дает зависимость дифференциального сечения  $\sigma(\vartheta)$  для рассеяния движущегося точечного заряда ( $ze$ ) с кинетической энергией  $E$ , неподвижным точечным заряженным центром, таким, например, как тяжелое ядро ( $Ze$ ), являющимся источником сильного электрического поля;  $\vartheta$  представляет собой полярный угол рассеяния. Было показано, что формула Резерфорда (4), полученная с помощью классической механики, остается справедливой и в квантовой механике<sup>10</sup>.

Закон рассеяния Резерфорда описывает рассеяние  $\alpha$ -частиц и протонов средних энергий. Поэтому формула (4) не является релятивистской и не учитывает ни спинов сталкивающихся частиц, ни их возможной идентичности.

Релятивистское рассеяние дираковских частиц на точечном ядре, например электронов, было рассмотрено Моттом в известной работе<sup>11</sup>. В этом случае предполагается, что рассеиваемая частица (электрон) имеет спин (и дираковский магнитный момент), тогда как рассеивающий центр (ядро) не имеет ни спина, ни магнитного момента. Мотт получил выражение для сечения упругого рассеяния в виде ряда и дал также приближенную формулу, пригодную для ядер, удовлетворяющих неравенству

$$\frac{Z}{137} = Z \frac{e^3}{\hbar c} \ll 1. \quad (5)$$

Это приближение получило название моттовского рассеяния и описывается формулой

$$\sigma_M(\vartheta) = \left( \frac{Ze^3}{2mc^2} \right)^2 \left( \frac{1 - \beta^2}{\beta^4} \right) \frac{1}{\sin^4 \frac{1}{2} \vartheta} \left( 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{1}{2} \vartheta \right), \quad (6)$$

где

$$\beta = \frac{v}{c}; z = 1; \quad (7)$$

$v$  и  $c$  — скорости рассеиваемой частицы и света соответственно;  $m$  — масса покоя электрона. Формула (6) написана для системы центра масс. В условиях опытов, описываемых в нашем обзоре,  $\beta$  всегда очень близка к 1, и соответственно в формуле (6)  $\beta^4$  можно считать равным 1, так что с большой степенью точности

$$1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \cos^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (8)$$

Полная энергия электрона равна

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (9)$$

откуда

$$1 - \beta^2 = \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2. \quad (10)$$

Сделав эти подстановки в формулу (6), получаем релятивистскую формулу Мотта \*) для упругого рассеяния электронов со спином, точечным ядром без спина с зарядом  $Ze$

$$\sigma_M(\theta) = \left(\frac{Ze^2}{2E}\right)^2 \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\theta}{\sin^4 \frac{1}{2}\theta}. \quad (11)$$

Эта формула действительно имеет весьма простой вид.

Уравнение (11) выполняется весьма точно, если выполнено условие (5). Однако для более тяжелых ядер, когда  $Z$  велико, было доказано, что формула (11), как и следовало ожидать, приводит к ошибкам. Попытка улучшения формулы (11) производилась многими исследователями; мы не будем описывать результаты этих вычислений. Мак-Кинлей и Фешбах <sup>13</sup> подытижили эти результаты и сами произвели улучшение поправок к формуле (11) для ядер с большими значениями  $Z$ . Их работа была подтверждена Далитцем <sup>15</sup>, который использовал второе Борновское приближение.

Указанные авторы <sup>13, 15</sup> рассмотрели также случай, когда  $\frac{Z}{137}$  невелико, но условие (5) не выполняется, в остальном же сохраняются условия, для которых справедлива формула (11). Полученное выражение имеет вид

$$\sigma_F(\theta) = \left(\frac{Ze^2}{2E}\right)^2 \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\theta}{\sin^4 \frac{1}{2}\theta} \left[ 1 + \frac{\pi Z}{137} \frac{\left(\sin \frac{1}{2}\theta\right)\left(1 - \sin \frac{1}{2}\theta\right)}{\cos^2 \frac{1}{2}\theta} \right]. \quad (12)$$

При малых углах формулы (11) и (12) эквивалентны и даже при больших углах расхождение мало. Относительная ошибка, возникающая от применения (12) вместо (11), лежит между 3 и 7% для Si и Zn при  $\theta = 90^\circ$  соответственно, и между 17 и 35% для Si и Zn при  $135^\circ$ . Равенство (12) не может быть применено для случая тяжелых ядер. Нельзя дать простой формулы, аналогичной (12), пригодной для всех значений  $Z$ . Численные значения рассеяния для больших  $Z$  были приведены в работе Фешбаха <sup>14</sup>. Этот автор получил также соответствующие результаты для рассеяния позитронов. Бартлетт и Ватсон <sup>16</sup> выполнили точные численные расчеты для тяжелого ядра ртути ( $Z=80$ ). Следует заметить, что угловое распределение, даваемое (11) и (12), не зависит от энергии рассеиваемой частицы. Следует, однако, иметь в виду, что эти выражения относятся к рассеянию бесконечно тяжелым центром и применимы только в координатной системе центра масс. Для реальных ядер с обычными значениями масс центр масс движется вперед со значительной скоростью, когда энергия рассеиваемых электронов превышает 100 Мэв. Это приводит к тому, что угловое распределение при больших энергиях оказывается еще больше вытянутым вперед. Мы вернемся к этому вопросу позже (см. раздел III, в).

Точные вычисления упругого рассеяния точечным зарядом в случае меди и золота были выполнены для электронов большой энергии Йенни,

\*) Изменения, необходимые для перехода к лабораторной системе координат, даны в формуле (36).

Равенхолмом и Вильсоном<sup>17, 18</sup> методом фазовых сдвигов. Авторы сравнивали свои результаты с соответствующими данными, полученными на основании первого борновского приближения (рис. 1 в работе<sup>17</sup>).

### б) Рассеяние ядром конечного размера

Впервые учет влияния конечности ядра на рассеяние электронов был, по-видимому, произведен Гутом<sup>19</sup>. Позже, и независимо, аналогичные идеи были развиты Розе<sup>20</sup>.

Элтон<sup>21</sup>, Фешбах<sup>22</sup> и Ачесон<sup>23</sup>, применив более точные методы, рассмотрели проблемы, связанные с конечными размерами в связи с опытами по рассеянию электронов при малых энергиях (до 20 МэВ), тогда как Парсон<sup>24</sup> имел дело с энергией 100 МэВ для Pb. Несколько позже Смит<sup>25</sup>, воспользовавшись первым борновским приближением, подробно рассмотрел эту задачу и впоследствии соштавил основные результаты в сводке<sup>26</sup>.

Результаты Смита достаточно точны только для легких ядер (малые  $Z$ ), однако некоторые его результаты относятся как к упругому, так и к неупругому рассеянию. Шифф<sup>27</sup> выполнил аналогичные вычисления, основанные на первом борновском приближении, для высоких энергий и получил в своей работе другие интересные результаты. Так как первое борновское приближение можно без опасений применять к легким ядрам и так как оно дает правильную качественную оценку эффектов, связанных с конечными размерами ядра, мы посвятим этому вопросу несколько следующих параграфов.

*Первое борновское приближение.* Розе<sup>20</sup>, Смит<sup>22</sup> и другие показали, что аналогично формуле (11) для точечного заряда формула для упругого рассеяния для ядра конечного размера имеет вид

$$\sigma_S(\vartheta) = \left( \frac{Ze^2}{2E} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{1}{2} \vartheta}{\sin^4 \frac{1}{2} \vartheta} \left| \int_{\text{ядерный объем}} \rho(r) e^{iqr} d\tau \right|^2, \quad (13)$$

где  $\rho(r)$  — плотность заряда в ядре как функция радиуса-вектора, прошедшего из центра ядра, а  $\hbar q$  — вектор переданного импульса. Численная величина  $q$  для упругого рассеяния равна

$$q = \frac{2E}{\hbar c} \sin \frac{1}{2} \vartheta = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{1}{2} \vartheta, \quad (14)$$

что видно из рис. 2, где  $|p_1| = |p_0|$ .  $p_0$  и  $p_1$  представляют собой импульсы до и после рассеяния соответственно (первичный и вторичный импульсы).  $\lambda$  в формуле (14) представляет собой длину волны Де-Броиля рассеивающего электрона высокой энергии

$$\lambda = \frac{\hbar}{p_0}, \quad (15)$$

$qr$  в (13) является, таким образом, безразмерным фазовым коэффициентом.

Дополнительным предположением является отсутствие отдачи у ядра; это эквивалентно тому, что рис. 2 относится к системе центра масс.

Можно показать<sup>25</sup>, что интеграл в (13) упрощается, так что

$$\sigma = \left( \frac{Ze^2}{2E} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{1}{2} \vartheta}{\sin^4 \frac{1}{2} \vartheta} \left[ \int_0^\infty \rho(r) \frac{\sin qr}{qr} 4\pi r^2 dr \right]^2. \quad (16)$$

Величина, стоящая в квадратных скобках, является коэффициентом при выражении для сечения рассеяния точечным зарядом (см. (11)). По ана-

логии с обозначениями, употребляемыми при исследовании дифракции электронов или рентгеновских лучей, величина

$$F = \frac{4\pi}{q} \int_0^{\infty} \rho(r) \sin(qr) r dr \quad (17)$$

получила название «формфактора» или «коэффициента структуры», обусловленного конечной плотностью распределения заряда ядра. Действительно, аналогия оказывается весьма близкой<sup>28</sup>, если заменить электронное облако вокруг атома протонным облаком в ядре. Если плотность заряда в (16) нормирована к единице, формфактор  $F$  представляет собой безразмерную величину.

При применении первого борновского приближения центральной идеей является следующее: для получения действительного рассеяния конечным ядром достаточно просто умножить сечение рассеяния точечным зарядом на квадрат формфактора, полученного для принятой модели ядра. Эти вычисления могут быть выполнены прямым и обычно достаточно простым способом, так как

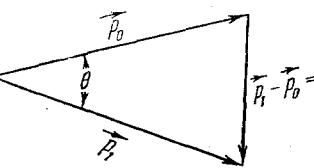


Рис. 2. Переданный импульс  $q$  при рассеянии электронов. Для упругого рассеяния в системе центра масс  $|p_1| = |p_0|$ .

задача сводится к вычислению одного интеграла (17). Для легких ядер этого достаточно. К сожалению, для средних и тяжелых ядер такой способ не является удовлетворительным. Как хорошо известно, первое борновское приближение эквивалентно рассмотрению, при котором падающая и дифрагированная волны считаются плоскими. В действительности волны возмущаются сильным электромагнитным полем ядра, так что их нельзя считать плоскими. По-видимому, это равносильно утверждению, что первое борновское приближение описывает однократное рассеяние в силовом поле, тогда как истинное рассеяние зависит от множественного рассеяния в том же поле.

В некоторых случаях применение борновского метода к упругому рассеянию дает удобный способ анализа рассеяния электронов легкими ядрами и сохраняет также свое значение при качественном рассмотрении рассеяния тяжелыми ядрами. Мы еще вернемся к вопросу о точности первого борновского приближения.

Используя (17), можно получить результаты для некоторых моделей ядра. Чтобы представить данные в наиболее сжатом виде, в таблице I приведен ряд формфакторов для различных распределений плотности заряда ядра \*). В этой таблице  $a$  соответствует среднему квадратичному радиусу, «взвешенному» в соответствии с зарядом.

$$a = \int_0^{\infty} r^2 4\pi r^2 \rho dr = 4\pi \int_0^{\infty} \rho r^4 dr, \quad (18)$$

где  $\int 4\pi r^2 \rho dr$  нормировано к единице.

Отношение  $\frac{r}{a} = y$  дает расстояние от центра ядра в единицах среднего квадратичного радиуса. Величина  $x$  в таблице равна  $qa$ .

Если величина  $qa$ , где  $a$  — средний квадратичный радиус, мала, все формфакторы могут быть представлены простым выражением

$$F = 1 - (q^2 a^2 / 6) + \dots \quad (19)$$

\* ) Эта удачная форма таблицы дана Чемберсон.

Таблица I

В этой таблице  $\rho(r)$  есть функция плотности заряда,  $a$  — корень из среднего квадрата радиуса для данного распределения заряда,  $F(qa)$  — формфактор;  $x = qa$ .

№ модели	Наименование модели	Выражение для плотности заряда $4\pi a^3 \rho(r); y = r/a$	$F(qa); x = qa$
I	Точечная	$\delta$ -функция	1
II	Равномерная	$\begin{cases} \frac{9}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ для } y \leqslant \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \\ 0 \text{ для } y \geqslant \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases}$	$5 \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} x^{-3} \left[ \sin\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} x - \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \times \right. \\ \left. \times x \cos\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} x \right]$
III	Гауссовская	$3 \left(\frac{6}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{3}{2} y^2\right)$	$\exp\left(-\frac{x^2}{6}\right)$
IV	Экспоненциальная	$12 \sqrt{3} \exp\left(-(12)^{\frac{1}{2}} y\right)$	$\left(1 + \frac{x^2}{12}\right)^{-2}$
V	Оболочечная	$\delta(y - 1)$	$x^{-1} \sin x$
VI	«Смещенная» экспоненциальная	$\frac{200}{3} y \exp\left(-\left(20\right)^{\frac{1}{2}} y\right)$	$\left(1 - \frac{x^2}{60}\right) \left(1 + \frac{x^2}{20}\right)^{-3}$
VII	—	$\frac{75}{2} (30)^{\frac{1}{2}} y^2 \exp\left(-\left(30\right)^{\frac{1}{2}} y\right)$	$\left(1 - \frac{x^2}{30}\right) \left(1 + \frac{x^2}{30}\right)^{-4}$
VIII	Юкава I	$\sqrt{2} y^{-2} \exp(-\sqrt{2} y)$	$\sqrt{2} x^{-1} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$
IX	Юкава II	$6 y^{-1} \exp(-\sqrt{6} y)$	$\left(1 + \frac{x^2}{6}\right)^{-1}$
X	«Смещенная» гауссовская	$\frac{50}{3} \left(\frac{5}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} y^2 \exp\left(-\frac{5}{2} y^2\right)$	$\left(1 - \frac{x^2}{15}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{10}\right)$
XI	Обобщенная оболочечная модель	$\frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{k^3}{(2+3\alpha)} (1 + \alpha k^2 y^2) \times \\ \times \exp(-k^2 y^2) \\ \text{где } k = \left[\frac{3(2+5\alpha)}{2(2+3\alpha)}\right]^{\frac{1}{2}}$	$\left[1 - \frac{\alpha x^2}{2k^2(2+3\alpha)}\right] \times \\ \times \exp\left(\frac{x^2}{4k^2}\right)$
XII	Видоизмененная экспоненциальная	$\frac{27}{\sqrt{2}} \left[1 + (18)^{\frac{1}{2}} y\right] \exp \times \\ \times \left[-(18)^{\frac{1}{2}} y\right]$	$\left(1 + \frac{x^2}{18}\right)^{-3}$

При больших энергиях это приближение неприменимо, так как необходимо учитывать члены высших порядков.

Почти все используемые распределения зарядов в ядре включены в таблицу I или с более или менее хорошим приближением могут быть описаны моделями этой таблицы. По-видимому, ни одно из перечисленных в таблице I распределений не является достаточно хорошим приближением для моделей с отталкивающей сердцевиной. Квадраты некоторых формфакторов показаны на рис. 3 и 4.

Обычный способ, применяемый в настоящее время авторами, использую-

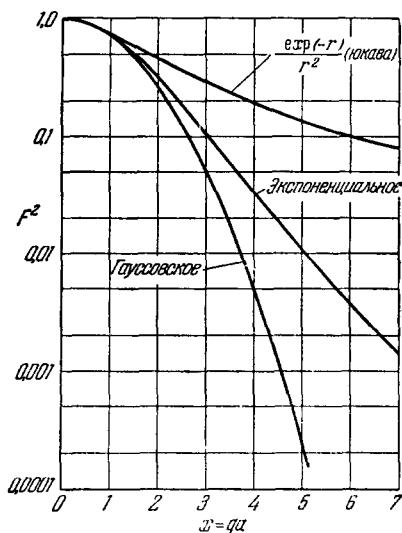


Рис. 3. Квадрат формфактора для типичных распределений заряда.

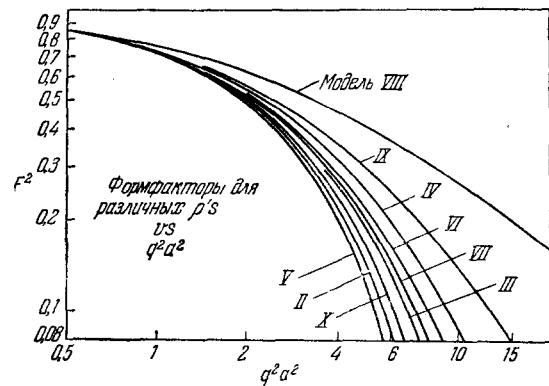


Рис. 4. Квадрат формфактора для нескольких употребительных распределений заряда при малых значениях  $qa$ . Номер модели соответствует номеру в таблице I для плотности заряда.

щими борновский метод, заключается в том, что они пытаются подогнать экспериментальные данные к одной из простых моделей. Поиски подходящей модели быстро ограничиваются одной или, быть может, двумя из приведенных в таблице I. После этого производится подбор параметров, наилучшим образом удовлетворяющих экспериментальным данным.

Можно также обратить этот процесс и вычислять распределение заряда из экспериментального формфактора. Это было сделано Равенхоллом<sup>30</sup> при анализе точных данных о  $C^{12}$ . Такой способ применим при наличии очень точных экспериментальных данных. По мнению автора, точность, доступная в настоящее время, не позволяет в большинстве случаев использовать этот метод, хотя, по-видимому, до того времени, когда применение этого метода станет возможным, ждать осталось недолго.

Обращая (17), получаем

$$\rho(r) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^\infty F(q) \sin(qr) q dq. \quad (20)$$

Шифф<sup>27</sup> дал метод обработки экспериментальных данных, заключающийся в сравнении формфактора  $F$  с определенными экспериментальными величинами, которые должны быть в согласии с величиной  $F$  при выборе правильной модели.

### в) Анализ фазовых сдвигов при рассеянии электронов

В работах Йенни, Равенхолла и Вильсона<sup>17, 18</sup>, Бреннера, Брауна и Эстона<sup>31</sup> и Елизаветы Барангир<sup>32</sup> было убедительно показано, что для большинства моделей средних и тяжелых ядер точная величина сечения упругого рассеяния сильно отличается от предсказываемого первым борновским приближением. Существуют два основных типа таких расхождений. Оба они показаны на рис. 5, взятом из работы Йенни и др.<sup>17</sup>. Этот рисунок относится к равномерному распределению заряда для золота при энергии около 150 Мэв и к аналогичному распределению для меди при энергии около 225 Мэв. Прежде всего борновское приближение трижды пре-вращает формфактор в нуль, тогда как точные вычисления дают вместо нуля минимум, а в некоторых случаях только точки перегиба. Во-вторых, размеры, даваемые борновским приближением, вообще говоря, больше того, что дают точные вычисления. Это можно понять, обратив внимание на то, что длина волны де-Бройля у первичного электрона в поле электрических сил ядра должна быть меньше, чем у свободного электрона. Это следует непосредственно из того, что эффективная кинетическая энергия будетнейшей в поле, чем вне поля благодаря потенциальной яме. Борновское приближение этого не учитывает. Так как электроны «измеряют» все длины в единицах  $\lambda$ , ядра будут казаться в борновском приближении, где  $\lambda$  не изменено действием ядерного поля, большим, чем в случае точных вычислений. Это же можно выразить иначе, сказав, что дифракционные свойства связаны с данными значениями  $qR$ , где  $R$  — параметр, характеризующий радиус. Так как  $qR \sim R/\lambda$ , то данным дифракционным свойствам при меньших  $\lambda$  соответствует меньшее значение  $R$ , чем в свободном пространстве. Такого типа довод был высказан Йенни и др.<sup>17</sup>, но позже оказалось, что гауссовское и экспоненциальное распределение заряда не дают прямого подтверждения ожидаемых свойств. По-видимому, это последнее обстоятельство объясняется тем, что гауссовское и экспоненциальное распределения заряда дают монотонное угловое распределение, не обнаруживая, таким образом, дифракционных свойств, на существовании которых основаны приведенные выше доводы. Этот вопрос имеет особое значение для понимания физических свойств явления рассеяния; можно надеяться, что он будет разъяснен.

Во всяком случае, показано, что первое борновское приближение не может быть использовано для тяжелых элементов. Из рис. 5 видно, что борновское приближение дает гораздо лучшие результаты для меди, чем для золота, хотя и в случае меди согласие не очень хорошее. Оно хуже-

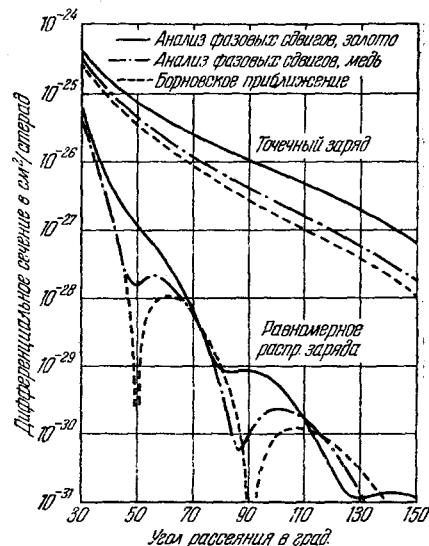


Рис. 5. Анализ фазовых сдвигов по Йенни и др.<sup>17, 18</sup> для однородной сферической модели в случае золота и меди. Показаны кривые, соответствующие точечному заряду, а также результатам борновского приближения. Экспериментальные данные относятся к энергии около 150 Мэв для золота и 225 Мэв для меди.

всего в области дифракционных минимумов, которые соответствуют трем нулевым точкам борновского приближения. Для ядер с  $Z$ , меньшим 10, борновское приближение оказывается удовлетворительным за исключением областей, близких к нулям.

Одна из причин непригодности первого борновского приближения была выяснена Йенни и др.<sup>18</sup>. Эти авторы нашли, что для золота амплитуда рассеяния (вообще говоря, комплексное число) сильно отличается от амплитуды рассеяния, даваемой борновским приближением. В борновском приближении амплитуда рассеяния вещественна и может быть положительной или отрицательной и нулевой в дифракционном минимуме. Полярная диаграмма (рис. 6), взятая из работ этих авторов, демонстрирует типичное поведение десятичного логарифма модуля амплитуды рассеяния при изменении угла  $\vartheta$  модели типа II (табл. I, стр. 699).

Так как борновское приближение не может быть использовано для средних и тяжелых элементов и так как других простых приближенных методов еще нет, в настоящее время необходимо воспользоваться точными методами фазовых сдвигов. По крайней мере до настоящего времени

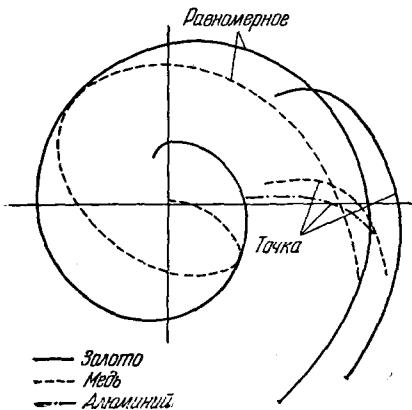


Рис. 6. Полярная диаграмма зависимости  $\lg$  модуля амплитуды рассеяния от угла  $\vartheta$  при однородной модели для золота, меди и алюминия. Данные для алюминия лучше всего совпадают с опытом, что указывает на пригодность борновского приближения для легких ядер.

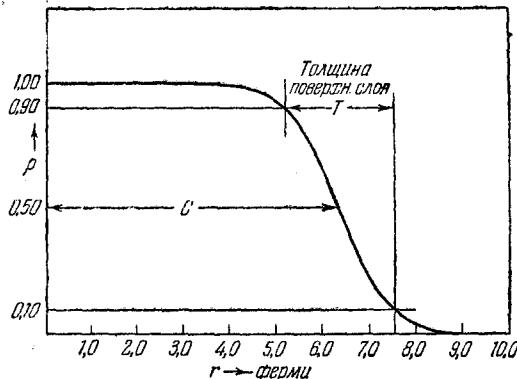


Рис. 7. Модель Ферми.  $C$  представляет собой расстояние от центра до точки, где плотность равна половине,  $T$  есть толщина поверхностного слоя (расстояние, на котором плотность изменяется от 90% до 10% от максимального значения).

не было предложено других способов сравнения экспериментальных данных с теорией, кроме выбора определенной модели и вычисления углового распределения. Если обнаруживается расхождение с опытом, модель меняют и производят новые вычисления. Последовательные попытки позволяют остановиться на одной модели или на ряде подходящих моделей. Этот способ был описан в работе Йенни и др.<sup>18</sup>, в которой была введена фермиевская сглаженная модель. Эта модель имеет форму фермиевской функции<sup>33</sup> (см. (21)), и ее вид показан на рис. 7. Как будет видно ниже, такая модель оказывается весьма близкой к действительной форме умеренно тяжелых и наиболее тяжелых ядер

$$\rho(r) = \frac{\rho_1}{\exp\left(\frac{r-c}{z_i}\right) + 1} \quad (21)$$

Сравнение опытных данных с результатами типа тех, которые показаны на рис. 8, полезно для выбора модели, наилучшим образом удовлетворяющей экспериментальным данным. В верхней части рис. 8 показаны три распределения заряда, а в нижней — три соответствующие им теоретические угловые распределения для золота при  $125 \text{ Мэв}$ , полученные методом фазовых сдвигов. Равномерно заряженная сфера (прямоугольник) дает наиболее сильно выраженные дифракционные свойства. Наиболее гладкая кривая дает, как следовало ожидать, наиболее слаженное угловое распределение. Браун и Элтон<sup>34</sup> произвели вычисления с подобными моделями и пришли к аналогичным выводам. Хилл, Фриман и Форд<sup>35</sup> выполнили сходный анализ, воспользовавшись несколько отличными моделями, и также получили близкие результаты. Упрощенные модели были рассмотрены Гласголд<sup>36</sup>.

Следует сделать краткие замечания о вычислениях Йенни и др.<sup>18</sup> и Бреннер и др.<sup>31</sup>. Эти авторы использовали уравнение Дирака, применив его к сферически симметричному статическому распределению заряда. Квадрупольные взаимодействия не рассматривались \*), а другие динамические эффекты, так же как и возможные дисперсионные поправки или корреляции, не принимались во внимание. Дисперсионные поправки были рассмотрены Шиффом<sup>38</sup>, который показал, что они малы. Вводимые в теорию предположения о том, что уравнение Дирака применимо к рассеянию, что распределение зарядов может считаться статическим, что электрон-нуклонные неэлектромагнитные силы отсутствуют, что закон Кулона справедлив на малых расстояниях и т. д., могут быть проверены согласованностью теории с экспериментальными данными о рассеянии при различных энергиях и согласованностью этих предположений с данными, полученными в других областях ядерной физики. До сих пор не было видимых причин сомневаться в пригодности выбранных простых гипотез, за исключением, возможно, случая протона (см. раздел VII).

Корреляции между протонами в ядре были недавно рассмотрены Льюисом<sup>39</sup>, который исследовал непотенциальное рассеяние и рассмотрел некоторые детали второго борновского приближения<sup>40</sup>.

### III. РАЗЛИЧНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ РАССЕЯНИИ

Рассеяние может быть разделено на две большие области упругого и неупругого рассеяния. При упругом рассеянии кинетическая энергия двух сталкивающихся частиц в системе центра масс остается постоянной. Иными словами, можно сказать, что не происходит ни возбуждения сталкивающихся частиц, ни образования новых. В нашем случае, когда одной из сталкивающихся частиц является электрон, достаточно убедиться, что

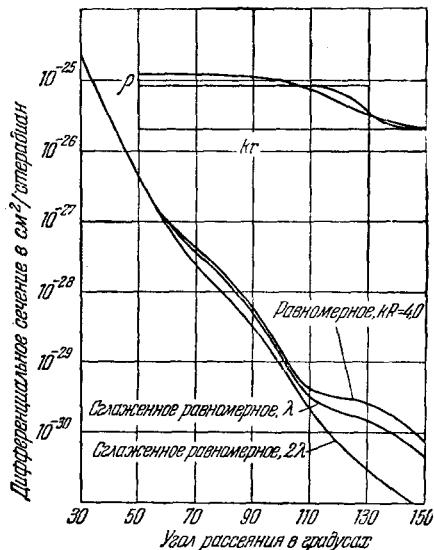


Рис. 8. Угловое распределение для трех моделей ядра, показанных сверху. Однородная модель дает наиболее заметные дифракционные явления.

\* ) Это будет обсуждено в разделе V, д.

ядро остается в основном состоянии до и после столкновения, даже если оно приобретает кинетическую энергию в лабораторной системе. При неупругом рассеянии наблюдаются явления различных типов, которые будут названы и рассмотрены ниже.

В действительности, так как в электрическом поле, окружающем ядра, электрон излучает большое число мягких квантов, следует сказать, что истинно упругого рассеяния нет. Однако если 300-Мэв электрон рассеивается тяжелым ядром и испускает последовательно три кванта с энергией 0,1, 1,0 и 3,0 эв, то энергия рассеиваемого электрона столь мало отличается от его начальной энергии, что рассеяние может называться упругим. Другими словами, если детектирующая аппаратура не может различить электрон с энергией 300 Мэв от электрона, энергия которого меньше 300 Мэв на  $1 \cdot 10^8$  часть этой величины, то столкновение является практически упругим. Мы будем употреблять термин упругое рассеяние именно в таком смысле. Поправка на излучение может быть введена, если это необходимо, при сравнении экспериментальных данных с теорией упругого рассеяния.

### а) Отдача ядра

Перед тем, как обсудить различные типы неупругого рассеяния, рассмотрим рассеяние, которое кажется неупругим в лабораторной системе отсчета, но рассматриваемое в системе центра масс является упругим. Мы имеем в виду просто изменение энергии рассеиваемого электрона, происходящее из-за передачи энергии и импульса рассеивающему ядру. Например, электрон с первоначальной энергией 400 Мэв после рассеяния на  $60^\circ$  протоном, находившимся в покое, будет иметь энергию 326 Мэв. Остаток энергии (74 Мэв) перейдет в кинетическую энергию рассеивающего протона, который получит отдачу под углом, определяемым законами сохранения энергии и импульса. Столкновение является конечно релятивистским.

Релятивистская кинематика столкновения аналогична кинематике комптон-эффекта, так как при больших энергиях, используемых в опытах по рассеянию ( $E \gg mc^2$ ), энергия электрона

$$E = (c^2 p^2 + m^2 c^4)^{1/2} \quad (22)$$

с большой степенью точности определяется приближенной формулой

$$E = cp, \quad (23)$$

идентичной с выражением для энергии рентгеновских квантов. Вместо электрона, с которым происходит столкновение в случае комптон-эффекта, мы подставляем массу рассеивающего ядра, что приводит к выражению

$$E_n = \frac{E^2}{mc^2} \frac{1 - \cos \vartheta}{1 + \left( \frac{E}{Mc^2} \right) (1 - \cos \vartheta)}, \quad (24)$$

где  $E_n$  — энергия рассеивающего ядра, а  $M$  — его масса покоя. Эта формула дает простой и точный способ вычисления энергии рассеиваемого электрона, которая равна

$$E' = E - E_n. \quad (25)$$

Точность этой формулы возрастает с увеличением энергии: при 20 Мэв ошибка меньше 1%, а при 200 Мэв она меньше 0,1%. В тех случаях, когда желательно вычислить точные значения потерь энергии, можно

воспользоваться кинематическими уравнениями столкновения, приведенными в литературе, например в книге Яноши «Космические лучи»<sup>41</sup>.

Интересный вывод из (24) следует при  $\vartheta$ , равном  $\pi$ . В этом случае мы получаем обычный результат комптон-эффекта

$$\bar{E}_n = E \frac{2\alpha}{2 + 2\alpha}, \quad (26)$$

где

$$\alpha = \frac{E}{Mc^2} \quad (27)$$

и

$$E' = E \frac{1}{1 + 2\alpha}. \quad (28)$$

Если  $2\alpha \gg 1$ , т. е. если энергия рассеиваемого электрона значительно больше  $Mc^2$ , то

$$E' \rightarrow \frac{Mc^2}{2} \quad (29)$$

и энергия электрона после рассеяния асимптотически приближается к половине энергии покоя рассеивающего ядра. При столкновении электрона с протоном предельная энергия электрона, рассеянного назад, равна, таким образом, 469 Мэв. Таким образом, даже при очень больших энергиях электронов, например при 10 Бэз и, может быть, при больших энергиях, если сечения не слишком малы, возможны важные опыты по рассеянию, в которых применяется относительно несложная аппаратура, если только изучать обратное рассеяние.

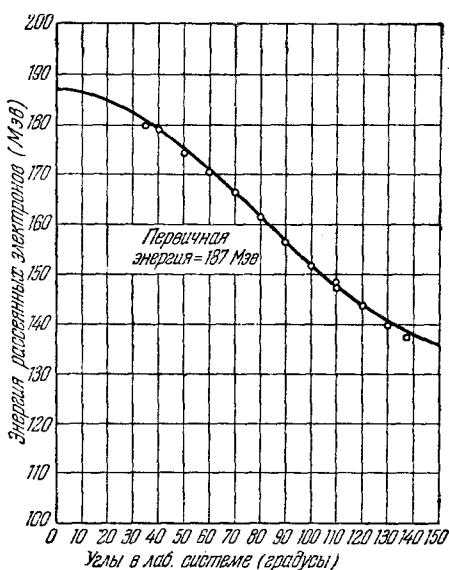


Рис. 9. Энергия электронов, рассеянных протоном, как функция угла в лабораторной системе. Энергия рассеиваемого электрона близка к 187 Мэв. Сплошная кривая вычислена по (24).

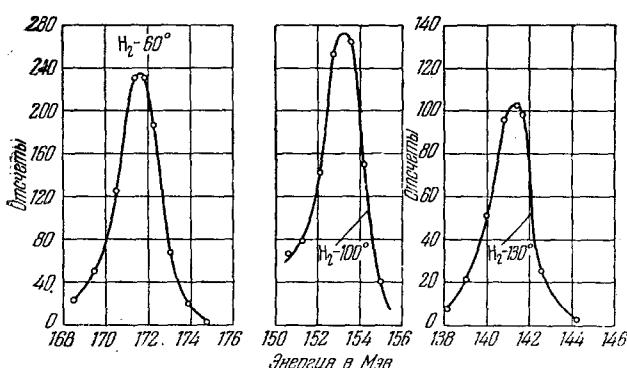


Рис. 10. Максимумы упругого рассеяния протонами электронов с первичной энергией 187 Мэв на углы 60, 100 и 130°. Сдвиги в положении максимума происходят вследствие отдачи протона.

ным данным. Небольшие отклонения при больших и малых углах происходят из-за потерь энергии, испытываемых электронами, пересекающими стенку камеры под небольшим углом к ней. Нанесенные значения энергий измерены по нескольким сериям данных, полученных с магнитным спектрометром, по максимумам упругого рассеяния, подобным приведенным на рис. 10. Первичная энергия электронов, полученная по данным

рис. 9, где приведены средние результаты нескольких серий измерений, различается в пределах 1%.

Энергии отдачи согласно (24) изменяются обратно пропорционально массовому числу ядер мишени, и поэтому оказывается возможным различить максимумы упругого рассеяния, происходящие от двух элементов в сложной мишени или даже от двух изотопов одного элемента. При исследовании рассеяния электронов протонами удобным веществом является полиэтилен, так как протонный максимум упругого рассеяния расположен далеко от углеродного максимума и задача исключения фона сильно упрощается. Этот метод имеет ряд преимуществ, но при его использовании надо быть уверенными, что неупругое рассеяние более тяжелым ядром мишени не придется на энергию максимума упругого рассеяния протона исследуемого элемента.

### б) Неупругое рассеяние

Если рассеяние упругое, ядро наблюдается в основном состоянии до и после рассеяния. При неупругом рассеянии ядро меняет свое состояние в результате рассеяния: прохождение электрона вызвало переход из основного состояния ядра в некоторое возбужденное состояние или на уровень непрерывного спектра. Мы рассмотрим следующие возможности.

1. Возбуждение ядерных уровней. Налетающий электрон может перевести ядро в определенное возбужденное состояние. Затем

электрон удаляется от ядра, имея энергию, уменьшенную на величину, затраченную на возбуждение ядра. На рис. 11 показано такое явление для углерода при первичной энергии электрона, равной 187 Мэв и при угле рассеяния 80°. Максимум, соответствующий упругому рассеянию, приходится на 185,1 Мэв. Небольшой сдвиг в сторону малых энергий объясняется отдачей ядер углерода и непосредственными потерями энергии на ионизацию мишени. Слева, вблизи 180,7 Мэв, расположен максимум неупругого рассеяния, примерно в половину менее интенсивный по сравнению с упругим максимумом. Это рассеяние возникает от возбуждения уровня 4,43 Мэв  $C^{12}$ . На рис. 11 заметны также меньшие максимумы, происходящие от рассеяния на уровнях 7,65 Мэв, 9,61 Мэв и на более высоких уровнях. Такой вид кривой рассеяния характерен

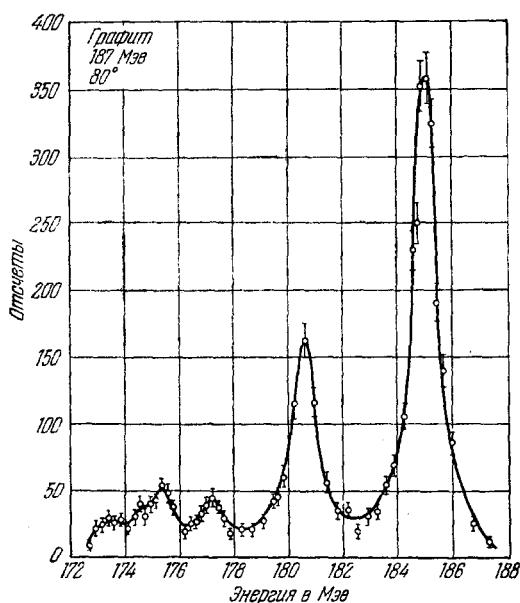


Рис. 11. Максимум упругого рассеяния от углерода вблизи 185 Мэв и максимумы неупругого рассеяния от возбужденных состояний углерода. Максимум вблизи 180,7 Мэв связан с уровнем 4,43 Мэв.

для неупругого рассеяния, наблюдаемого при возбуждении ядерных уровней. Подобные эффекты были найдены для бериллия<sup>3, 44</sup> и наблюдались также в литии<sup>45</sup>, магний, кремний, сере, кальции, стронции<sup>46</sup> и т. д.

Неупругое рассеяние описанного типа представляет большой интерес, так как позволяет переводить исследуемые ядра на высшие уровни, притом на такие, которые не могут быть получены в большинстве других методов. Из этих данных могут быть также найдены значения матричных элементов переходов и ядерные моменты количества движения и четности состояний. Выражаясь качественно, можно сказать, что при таком неупругом рассеянии проявляются статические характеристики ядра в его основном состоянии. С экспериментальной точки зрения при попытке разделить максимум упругого рассеяния от остальных максимумов, возникающих от неупругого рассеяния описанного типа, возникают некоторые трудности. Ниже вопросы неупругого рассеяния и его интерпретации будут рассмотрены более подробно.

2. Электрорасщепление (распределение импульсов нуклонов в ядре). Второй тип неупругого рассеяния возникает в том случае, если падающий электрон вызывает испускание из ядра протона или нейтрона. Этот процесс может быть назван «электрорасщеплением». Он был обнаружен в дейтерии<sup>48</sup>, а затем наблюдался также в гелии<sup>49</sup> и других элементах. На кривой BCDE рис. 12 показан непрерывный спектр неупругого рассеяния, возникший благодаря такому процессу в гелии; максимум A на этом рисунке соответствует упругому рассеянию 400 Мэв (более точно 395 Мэв) электронов  $\alpha$ -частицами при наблюдении под углом рассеяния 45°. На рисунке показан также максимум, возникающий при упругом рассеянии электронов на свободных протонах в водороде. Сравнение обоих максимумов обнаруживает различие в энергиях отдачи протона и  $\alpha$ -частицы. При рассеянии, сопровождаемом испусканием нуклона, энергия рассеявшегося электрона уменьшается по меньшей мере на энергию связи данного нуклона в ядре. В случае  $\alpha$ -частицы испускание нейтрона или протона требует приблизительно 20 Мэв и на рис. 12 видно, что непрерывный спектр неупругого рассеяния приближается к оси абсцисс со стороны больших энергий, в точке, отстоящей от максимума упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц приблизительно на эту величину.

Часть непрерывного спектра, образованная малыми энергиями, возникает в результате испускания протона или нейтрона с энергией, большей, чем та, которая соответствует положению максимума для свободного протона на рис. 12. Испущенный протон или нейтрон могут также получить энергию, меньшую, чем энергия отдачи свободного нейтрона, если этот нуклон до испускания имеет составляющую скорость, направленную противоположно скорости рассеиваемого электрона. Если компонен-

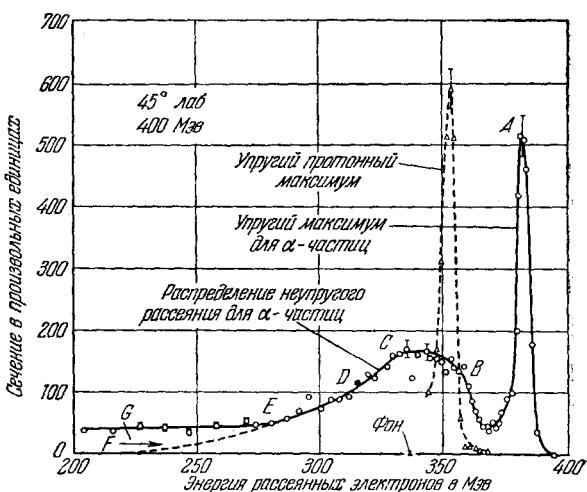


Рис. 12. Электрорасщепление  $\alpha$ -частицы при 400 Мэв и 45°. Упругий максимум обозначен A. Непрерывный спектр неупругого рассеяния BCDE связан с распределением импульсов нуклонов в альфа-частице. G указывает на образование отрицательно заряженных  $\pi$ -мезонов (см. раздел IV, в тексте).

та скорости нуклона параллельна скорости электрона, энергия отдачи будет больше и рассеянный электрон будет иметь, таким образом, меньшую энергию. Если, наконец, движение нуклона перпендикулярно траектории электрона, энергия рассеянного электрона в первом приближении будет совпадать с энергией электрона, рассеянного свободным протоном, за вычетом указанной выше поправки на энергию, необходимую для удаления нуклона из ядра, т. е. на энергию связи. Это объясняет появление максимума в непрерывном спектре упругого рассеяния при энергии, приблизительно на 20 Мэв меньшей энергии, соответствующей максимуму для свободного протона на рис. 12. Спектр с аналогичными свойствами показан на рис. 13 для угла рассеяния  $60^\circ$ ; в этом

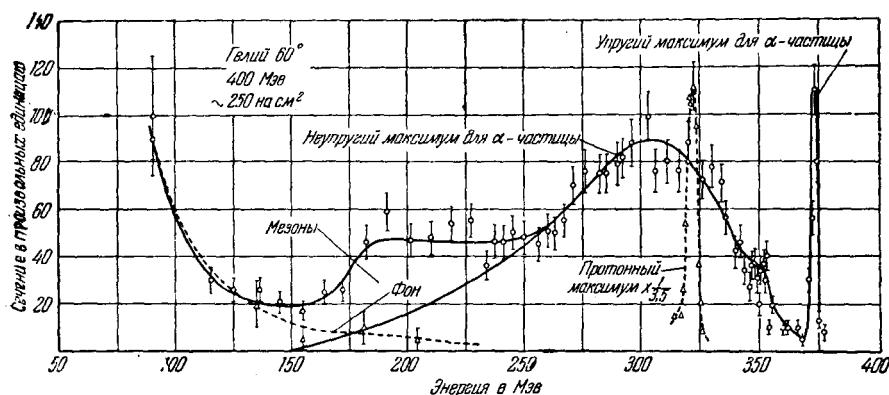


Рис. 13. Упругое и неупругое рассеяние электронов альфа-частицей при 400 Мэв и  $60^\circ$ . Площадь, обозначенная «мезоны», относится к отрицательным  $\pi$ -мезонам, образованным в мишени и покинувшим ее с тем же импульсом, что и соответствующие электроны, испытавшие рассеяние. Для сравнения показан максимум рассеяния от свободных протонов.

случае максимум упругого рассеяния для  $\alpha$ -частиц значительно меньше по сравнению с непрерывным спектром неупругого рассеяния. Это же явление наблюдается в случае неупругого рассеяния на дейтроне, где энергия связи равна только 2,23 Мэв. Исследование этого неупругого распределения может оказаться, следовательно, источником информации о распределении импульсов нуклонов в ядре.

3. Развал ядра. Кроме процессов, аналогичных только что рассмотренным, возможно также одновременное испускание более чем одной частицы. Можно ожидать испускания таких осколков, как дейтоны и  $\alpha$ -частицы. Возможно, что может произойти даже деление некоторых тяжелых ядер. Такие развалы ядер, несомненно, возникают и дают вклад в непрерывные спектры, подобные показанным на рис. 12. Экспериментальное разделение расщеплений, при которых возникают один или несколько нуклонов, затруднительно; оно может быть выполнено в опытах, использующих метод совпадений, или в специальных опытах для поиска ядерных осколков.

4. Мезонные процессы. Рассеиваемый электрон может вызвать испускание ядром или нуклоном заряженных или нейтральных мезонов различных типов. Необходимо учитывать, что за порогом, близким к 140 Мэв, энергия электрона может переходить в энергию образования таких частиц. При этом энергия рассеянных электронов, участвующих в таких процессах, будет принадлежать области малых энергий непрерывного спектра неупругого рассеяния. Возникающие  $\pi$ -мезоны могут быть

обнаружены той же аппаратурой, которая регистрирует электроны<sup>40, 50</sup>. Действительно, «хвост» спектра в области малых энергий, на рис. 13 отмеченный надписью, обязан своим происхождением π-мезонам, имеющим те же импульсы, что и электроны, регистрируемые при данной настройке спектрометра. Сами электроны, образующие мезоны, не отделены при этом от других рассеянных электронов, попадающих в область непрерывного спектра благодаря движению нуклонов, но нет сомнения, что такие электроны, образующие мезоны, в спектре присутствуют.

5. И з л у ч е н и е. Как упругое, так и неупругое рассеяние электронов сопровождается излучением фотонов. Излучение, испускаемое преимущественно вперед, представляет собой хорошо знакомое тормозное рентгеновское излучение, наблюдаемое также в бетатронах и синхротронах. Тормозное излучение может быть обнаружено под любым углом и может быть вызвано электроном, рассеянным почти на любой угол. Поэтому любой упругий или неупругий максимум имеет со стороны малых энергий «хвост», спадающий характерным для радиационных явлений образом, т. е. обратно пропорционально энергии испущенного излучения. При больших потерях энергии рассеиваемого электрона ( $> 10 \text{ МэВ}$ ) испускаются одиночные рентгеновские кванты. При малых потерях энергии, скажем, меньше 1 эв, основная часть излучения характеризуется пуассоновским распределением числа испущенных фотонов. Часто большая однократная потеря энергии может сопровождаться ливнем фотонов весьма малой энергии. Радиационные потери, по-видимому, хорошо описываются теорией Бете — Гайлера, тем не менее интересно детально исследовать справедливость спектра типа  $1/E - E_0$  при больших углах. Это еще не сделано. Для процессов, происходящих на конечном ядре, Бил и Берхоп<sup>51</sup> сформулировали теорию, основанную на борновском приближении.

Предыдущие замечания относились к испусканию реальных квантов. Хорошо известно, что в процессе рассеяния происходит также виртуальное испускание и поглощение излучения. Вычисления, включающие в себя рассмотрение этого процесса, наряду с реальным излучением, были выполнены Швингером<sup>52</sup>, а позже Суура<sup>53</sup>. Последний автор сделал применимость вычислений Швингера более общей. Для многих практических целей в экспериментальные данные о рассеянии должны быть введены поправки, компенсирующие реальные и виртуальные процессы излучения для энергий фотонов, меньших или равных  $\Delta E$ . Эти поправки даны Швингером в виде

$$I = I_0 e^{-\delta_r}, \quad (30)$$

где  $I$  — измеренная интенсивность рассеяния, а  $I_0$  — значение, сравниваемое с теорией, предполагающей только упругое рассеяние.  $\delta_r$  представляет собой швингеровскую радиационную поправку, которая достаточно хорошо описывается выражением

$$\delta_r = \frac{4\alpha}{\pi} \left\{ k \left[ \ln \left( \frac{2E}{mc^2} \sin \frac{1}{2} \theta \right) - \frac{1}{2} \right] + \frac{17}{12} \right\}, \quad (31)$$

где

$$k = \ln \frac{E}{\Delta E} - \frac{13}{12}, \quad (32)$$

а  $E$  представляет собой энергию испытавшего рассеяние электрона,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $m$  — масса покоя электрона. Практически величина  $\Delta E$  достигает значения наименьшей энергии, которую

можно отличить от основного упругого максимума. Она обычно близка к полуширине этого максимума. Швингеровская поправка не очень чувствительна к практическому значению  $\Delta E$  и, кроме того, весьма мало зависит от угла. Поэтому обычно при рассмотрении угловых распределений ее можно не учитывать, однако в тех случаях, когда необходима достаточная точность, ее нужно принимать во внимание. При исследованиях, в которых существенны абсолютные сечения, эта поправка должна быть введена. Подробного экспериментального исследования швингеровской поправки не производилось. Типичное значение швингеровской поправки изменяется от 14% при  $40^\circ$  до 17% при  $135^\circ$ , если  $E/\Delta E$  близко к 100.

Испускание реальных фотонов, т. е. тормозное излучение электронов, выходящих из мишени конечной толщины, также должно быть учтено. Это приводит к поправке типа

$$I_1 = I e^{\delta_B}, \quad (33)$$

где  $\delta_B$  дается выражением<sup>54</sup>

$$\delta_B = \frac{t}{\ln 2} \ln \frac{E}{\Delta E} \quad (34)$$

и где  $t$  есть средняя толщина проходимой электроном мишени (вдоль направления первичного или рассеянного пучка), а  $\Delta E$  — полная ширина упругого максимума на половине высоты.  $I_1$  представляет собой интенсивность с учетом поправки.

### в) Магнитное рассеяние

Для большинства ядер упругое рассеяние полностью обусловлено электрическим зарядом ядра, т. е. окружающим ядро электрическим полем сил. Однако благодаря конечным размерам ядра упругое рассеяние на большие углы при больших энергиях может оказаться уменьшенным на несколько порядков величины по сравнению с рассеянием, ожидаемым для точечного ядра и кулоновского взаимодействия. Следует выяснить, остается ли какое-либо упругое рассеяние после того, как рассеяние зарядом падает ниже экспериментально различаемого рассеяния? Другой вопрос, связанный с этим, заключается в следующем: будет ли нейtron рассеивать электроны большой энергии и рассеивают ли нейтроны ядра электроны? На оба эти вопроса следует дать утвердительный ответ: в опытах, выполненных в Станфорде<sup>42, 55</sup>, действительно наблюдалось магнитное рассеяние.

Протон. Упругое рассеяние электронов большой энергии магнитным моментом протона было предсказано Розенблутом<sup>56</sup> в 1950 г. Он показал наличие вклада в упругое рассеяние как от дираковской компоненты, так и от компоненты Паули магнитного момента протона. Момент Паули обычно обозначается как «аномальная» часть магнитного момента протона. Результаты Розенблута могут быть представлены в следующем виде: для протона с точечным зарядом и точечным магнитным моментом дифференциальное сечение  $\sigma_p$  равно \*):

$$\sigma_p(\theta) = \sigma_{NS} \left\{ 1 + \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2(1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\theta + \mu^2 \right] \right\}, \quad (35)$$

\*) Согласно обычной практике мы пишем формулу Розенблута в единицах  $\hbar = c = 1$ . В этих единицах ядерный магнетон  $\mu$  состоит из 1,79 ядерного магнетона (момент Паули) и 1,00 магнетона (момент Дирака).  $1,00 + 1,79 = 2,79$  есть полный магнитный момент протона в ядерных магнетонах.

где

$$\sigma_{NS} = \frac{e^4}{4E^2} \frac{\cos^2 \frac{1}{2} \vartheta}{\sin^4 \frac{1}{2} \vartheta} \frac{1}{1 + \left( \frac{2E}{M} \right) \sin^2 \frac{1}{2} \vartheta} \quad (36)$$

и

$$q = \frac{2}{\lambda} \frac{\sin \frac{1}{2} \vartheta}{\left[ 1 + \left( \frac{2E}{M} \right) \sin^2 \frac{1}{2} \vartheta \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (37)$$

Формула (36) тождественна с (11) для  $Z=1$  (протон), если в (11) выполнить соответствующие преобразования для перехода от системы центра масс к лабораторной системе. Индексы  $NS$  указывают на то, что (36) дает сечение рассеяния для протона без магнитного момента или спина ( $NS = \text{no spin}$ ). Соответствующее « $q$ » в (14), новое значение  $q$  ( $\hbar = 1$ ) в формуле (37) означает переданный импульс в лабораторной системе и содержит новый численный множитель, связанный с переходом к новой системе координат. (Заметим, что (37) следует непосредственно из (24), если иметь в виду, что  $1 - \cos v = 2 \sin^2 \frac{1}{2} v$  и положить  $\hbar q = p_n$ , где  $E_n = p_n^2/2M$ . Формула (37) не связана, однако, с этим приближением.)

Наконец, из (35) следует, что для точечного протона, который рассеивает как моттовский протон, формула рассеяния должна быть умножена на коэффициент  $S_p$ , учитывающий магнитное рассеяние:

$$S_p = 1 + S = 1 + \frac{q^3}{4M^2} \left[ 2(1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta + \mu^2 \right]. \quad (38)$$

$S_p$  зависит от энергии, поскольку  $q$  также зависит от энергии  $\left[ \lambda \propto \left( \frac{1}{E} \right) \right]$ .  $S_p$  зависит также от угла рассеяния. Коэффициент  $S_p$  значительно больше 1 при больших энергиях ( $q$  велико) и больших углах ( $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \vartheta$  велик). При этих условиях величина  $S_p$  определяет рассеяние и основная часть рассеяния происходит из-за члена  $S_p$ , который содержит член  $\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta$ . Совместно с (36) коэффициент  $S_p$  делает ход сечения для больших углов более плоским благодаря тому, что рассеяние точечным магнитным моментом значительно более изотропно, чем моттовское рассеяние чистым зарядом.

Если протон не обладает ни точечным зарядом, ни точечным магнитным моментом (как следует ожидать из мезонной теории), то следует ввести в рассмотрение формфактор, наличие которого приведет к уменьшению эффективных значений заряда и магнитного момента. Розенблут <sup>56</sup> выполнил подобные вычисления, воспользовавшись мезонной теорией со слабой связью. Так как, однако, удовлетворительной мезонной теории до сих пор нет, предпочтительнее воспользоваться феноменологическими формфакторами для оценки эффектов, вызванных конечными размерами протона. «Размеры» протона и его «форма» приписываются виртуальному облаку мезонов, как заряженных, так и нейтральных, которые могут испускаться и вновь поглощаться протоном. Феноменологические формфакторы  $F_1$  и  $F_2$  были введены Йенни, Леви и Равенхоллом <sup>57, 42</sup> в согласии со схемой Розенблута и формализмом, данным Фолди <sup>58</sup>.  $F_1$  вводится для учета пульсации протяженного заряда и пульса-

ций момента Паули.  $F_2$  является независимой величиной, учитывающей пульсацию момента Паули. Формула (39) показывает, как меняется  $S_p$  от введения  $F_1$  и  $F_2$ :

$$\sigma(\vartheta) = \sigma_{NS} \left\{ F_1^2 + \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2(F_1 + \mu F_2)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta + \mu^2 F_2^2 \right] \right\}. \quad (39)$$

$F_1$  и  $F_2$  являются независимыми функциями переданного момента  $q$ .

Нейтрон. В случае нейтрона, заряд которого равен нулю, «наивным» приближением является  $F_1 = 0$ . Это справедливо в статическом пределе  $q \rightarrow 0$ . Однако, когда энергия рассеиваемого электрона возрастает, а длина волны соответственно уменьшается, электрон, проходящий через нейтронное облако, становится чувствительным к положительному и отрицательному заряду (эффективному заряду) облаков и может испытать отклонение, обусловленное этими зарядами. Ожидаемый эффект будет невелик, если размеры положительных и отрицательных мезонных облаков нейтрона малы. Таким образом,  $F_1$  для нейтрона достигает значения  $-\frac{1}{6} q^2 r^2$ , как это следует из (19), если первый статический член положить равным нулю. Величина  $F_2$  для нейтрона имеет более ясный смысл, так как у нейтрона есть статический магнитный момент, равный  $-1,91$  ядерного магнетона. Следовательно,

$$F_{2n} = 1 - \frac{q^2 r_{2n}^2}{6} + \dots, \quad (40)$$

если  $qr_{2n}$  мало.

Критический обзор обсуждавшихся выше представлений сделан Иенни и др.<sup>57</sup>. Отметим здесь также, что несостоятельность электродинамики, скажем, неприменимость закона Кулона на малых расстояниях, дает тот же эффект, что и конечные размеры. Мы вернемся к этому ниже (раздел VII).

Дейtron. В случае магнитного рассеяния от дейтрана ожидаемое сечение должно быть меньше, чем от протона, так как статический магнитный момент дейтрана  $\mu_D = 0,858$  ядерного магнетона, тогда как у протона он равен  $2,79$  ядерного магнетона. Так как сечение пропорционально квадрату магнитного момента, то магнитное рассеяние дейтрана будет приблизительно равно  $1/9$  рассеяния протона. Таким образом, при рассеянии электронов дейтраном следует ожидать почти чистого рассеяния зарядом. Это предположение следует из результатов Фолди<sup>59</sup>, который показал, что действительное упругое рассеяние от дейтрана (пренебрегая очень малыми квадрупольными членами) равно:

$$\sigma_D(\vartheta) = \sigma_{NS} \left\{ 1 + \frac{2}{3} \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2\mu_D^2 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta + \mu_D^2 \right] \right\} F_D^2, \quad (41)$$

где  $\sigma_{NS}$  определяется, как и ранее, по (36) (разумеется, вместо массы протона  $M$  в уравнениях (31) и (37) стоит масса дейтрана),  $\mu_D$  — статический магнитный момент дейтрана, а  $F_D$  — формфактор, полученный из плотности заряда дейтрана, определяемый волновой функцией дейтрана в его основном состоянии. Второй член в скобках является магнитным членом и его вид подтверждает сделанное выше замечание о малости магнитного рассеяния. Спин дейтрана равен 1 и это объясняет разницу в коэффициентах при члене  $q^2$  в (35) и (41).

Разумеется, если магнитный момент  $\mu_D$  является суммой протяженных моментов нейтрона и протона, то возникнет формфактор, на который нужно умножить  $\mu_D$ . Однако вопрос о том, как должно быть выпол-

нено это видоизменение (41), сложен. Он был кратко рассмотрен Джанкусом<sup>59</sup> и более детально Йенни и др.<sup>57</sup>. Во всяком случае, ясно, что рассеяние от магнитных моментов при когерентном упругом рассеянии от дейтрона будет меньше (примерно 1/9), чем соответствующее рассеяние от протона. Дальнейшие подробности будут рассмотрены в разделах Vb и VI.

Для случая неупругого рассеяния, сопровождавшегося расщеплением дейтрана, Джанкус показал также, что при больших переданных импульсах

$$\sigma_D^{in}(\vartheta) = \sigma_{NS} \left\{ 1 - F_D^2 + \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2 (\mu_p^2 + \mu_n^2 - 3F_D^2) \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta + \mu_p^2 + \mu_n^2 - 3F_D^2 \right] \right\} \quad (42)$$

или, если  $F_D$  мало,

$$\sigma_D^{in}(\vartheta) = \sigma_{NS} \left\{ 1 + \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2 (\mu_p^2 + \mu_n^2) \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta + \mu_p^2 + \mu_n^2 \right] \right\}. \quad (43)$$

В этих формулах  $\sigma$  есть сечение неупругого рассеяния,  $\mu_p$  и  $\mu_D$  — магнитные моменты протона и дейтрана соответственно, а  $F_D$  — формфактор упругого рассеяния дейтраном. При больших переданных импульсах  $F_D \approx 0$ . Мы вернемся к (43) в разделе VI, когда будем рассматривать опыты с протонами и нейтронами.

Очевидно, что другие ядра, обладающие спином, в соответствующих условиях также обнаруживают упругое магнитное рассеяние. Можно, однако, ожидать, что магнитное рассеяние будет иметь значение только для легких ядер со спином, отличным от нуля, например Li<sup>7</sup>. У средних или тяжелых ядер магнитный момент и спин определяются только несколькими непарными частицами из многих частиц, образующих заряд. Магнитные эффекты локализованы у поверхности и связаны с формфактором, убывающим, по-видимому, еще быстрее, чем формфактор для рассеяния зарядом.

### г) Несферическая форма ядер

До сих пор, рассматривая эффекты, связанные с конечными размерами ядра, мы обсуждали только радиальные изменения плотности заряда. В действительности же из спектроскопической литературы о квадрупольных моментах ядер и из других данных следует, что форма ядер, лежащих между ядрами с замкнутыми оболочками (ядра с магическими числами), искажена и не является сферической. Вероятно, что форма ядер, близких к ядрам с магическими числами, отличается от сферической незначительно. Данные, полученные в последние годы в опытах по кулоновскому возбуждению альфа-частицами и протонами, дают дальнейшие основания считать, что многие ядра в своем основном состоянии имеют эллипсоидальную форму. Модель Бора—Мотельсона<sup>60</sup> объясняет такую форму с точки зрения коллективного движения нуклонов, связанных вместе и образующих бегущую выпуклость, движущуюся вблизи поверхности ядра. Такие движения соответствуют нижним энергетическим уровням, называемым «ротационными» по аналогии с ротационными уровнями молекулы. Какой бы ни была действительная форма таких ядер, как, например, ядра редких земель, Ta, W, U и т. д., нет сомнений, что в этой форме есть что-то специфическое. Особенности таких ядер обнаруживаются также и при изучении рассеяния электронов. При этом дифракционные свойства оказываются значительно более смазанными, чем в случае сферических ядер, подобных Pb<sup>208</sup> и Au<sup>197</sup>.

При интерпретации экспериментальных данных о рассеянии электронов необходимо рассмотреть также влияние эллипсоидальной формы ядра и соответствующим образом усреднить действие несферической формы ядра на рассеяние. Такое усреднение эквивалентно вращению поверхности ядра; оно приводит к увеличению кажущейся поверхности ядра по сравнению с действительной. Этот эффект не вызывает, однако, большого изменения рассеяния главным образом потому, что поверхностный слой сам по себе достаточно велик. Во всяком случае, увеличения поверхности недостаточно, чтобы объяснить сглаженный характер рассеяния. Из факта существования низких уровней следует, что рассеяние этими уровнями также должно быть включено в рассмотрение: при рассеянии электронов происходят переходы на эти уровни. Односторонний переход из основного состояния на возбужденные ротационные уровни приводит к неупругому рассеянию. Однако из-за малости энергий переходов из основного состояния на возбужденные ротационные уровни такое неупругое рассеяние остается незамеченным при достижимых в настоящее время разрешениях в опытах по рассеянию. Для различия ротационного рассеяния от статического необходима разрешающая способность около 1 на 2000.

Теоретическое рассмотрение влияния квадрупольной формы ядра на рассеяние было дано Шиффом<sup>47</sup>, а также Даунсом, Равенхолмом и Йени<sup>61</sup> для ядер вблизи тантала. Дальнейшее обсуждение этих работ будет произведено после рассмотрения экспериментальных данных.

#### IV. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В опытах, выполненных в Станфорде, были использованы две независимые спектрометрические установки. Они будут в отдельности рассмотрены ниже.

##### а) Установка для 190 Мэв («промежуточная» станция)

Спектрометр для средних энергий (до 190 Мэв) и связанная с ним аппаратура окружены замкнутым сводом, который начинается около середины линейного ускорителя и простирается на 12 м параллельно ускорителю. На рис. 14 показано общее расположение главных частей установки. После прохождения латунного коллиматора группы ускоренных электронов, почти однородные по энергии и прошедшие через щель в урановом или латунном коллиматоре *S*, отклоняются и диспергируются «отклоняющим магнитом *C*», показанным на рис. 14<sup>3,63</sup>. Тем самым выделяется относительно монохроматический пучок электронов, который, продолжая свой путь, попадает в поле фокусирующего магнита *R*. Магнит *R* поворачивает пучок до первоначального направления и вновь фокусирует его в точку, находящуюся на расстоянии около 2,7 м от края магнита *R*. Основная идея

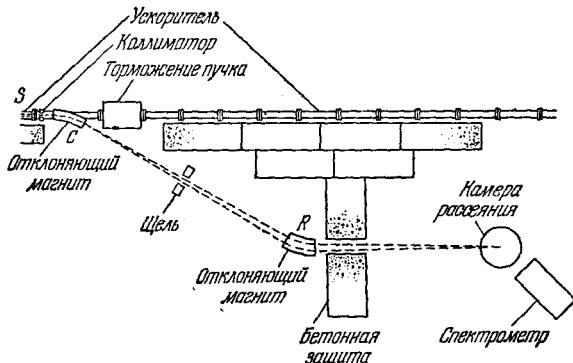


Рис. 14. Общий вид (сечение) установки в «промежуточной станции» и ускорителя. Здесь были выполнены опыты, ограниченные энергией 190 Мэв из-за устройства спектрометра.

монохроматический пучок электронов, который, продолжая свой путь, попадает в поле фокусирующего магнита *R*. Магнит *R* поворачивает пучок до первоначального направления и вновь фокусирует его в точку, находящуюся на расстоянии около 2,7 м от края магнита *R*. Основная идея

такого двойного отклонения, показанного на рис. 14, заключается в получении пучка электронов, свободного от  $\gamma$ -излучения. Второй магнит отклоняет электроны от направления, в котором пучок сильного тормозного излучения, возникшего в щели  $S$ , падает на бетонную защиту.

Аппаратура, показанная на рис. 14, производит вертикальную фокусировку пучка на мишень. Клин на выходной поверхности магнита  $R$  предназначен для изменения фокусного расстояния, что позволяет точно регулировать положение пятна. Небольшая кривизна поверхности клина также способствует уменьшению горизонтальных размеров пятна. Вся траектория электронов от пушки ускорителя до рассеивающей мишени находится в высоком вакууме. Размеры пятна на мишени зависят от размеров выходного коллиматора и приблизительно равны 1  $мм$  по высоте и 3  $мм$  по ширине при коллиматоре диаметром 1,5  $мм$  и 3  $\times$  15  $мм$  при 8-мм коллиматоре. Чтобы сделать пятно приблизительно круглым и получить максимальную интенсивность при данном диаметре, часто применялись прямоугольные коллиматоры. Наибольшие использованные размеры пятна были равны 3  $мм$  по высоте и 9  $мм$  по ширине.

Наблюдение за пятном производилось с помощью устройства из зеркала и телескопа, сфокусированного на флуоресцирующей пластине кристалла  $CsBr(Tl)$  площадью 6,25  $см^2$  и толщиной 1  $мм$ . Флуоресценция, вызванная пучком, на этой пластине была видна очень ясно и ее можно было наблюдать на расстоянии 24  $м$  даже при весьма слабой интенсивности пучка — порядка  $10^6$  электронов в импульсе (60 импульсов в секунду).  $CsBr(Tl)$  в высокой степени устойчив к действию электронного пучка, по-видимому, благодаря тому, что большая часть выделившейся энергии уходит из кристалла в виде света вместо того, чтобы, оставвшись в кристалле, нагреть его или вызвать изменение структуры.

Пучок «промежуточной станции», сфокусированный на мишени, содержит при 188  $Мэв$  от 2 до  $3 \cdot 10^9$  электронов в импульсе в полосе энергии около 2  $Мэв$ . Так как ускоритель дает 60 импульсов в секунду, это эквивалентно среднему току в несколько сотых микроампера, при используемых разрешениях пучка. (На «конечной станции» (см. ниже) получаются более интенсивные пучки.) Это весьма мощный пучок, дающий возможность измерять малые сечения рассеяния.

К сожалению, отношение длительности импульса электронов к мертвому времени для пучка не является полностью удачным: длительность пучка составляет 0,6  $мксек$  на импульс и весь счет должен быть выполнен в этот короткий промежуток времени. Обычная техника совпадений оказывается здесь бесполезной. В то же время имеется большой фон гамма-лучей и быстрых нейтропов, что предельно затрудняет работу сцинтилляционных счетчиков (антрацен,  $NaJ(Tl)$ ) и вызывает наложение импульсов. Существуют, однако, эффективные способы обойти указанные затруднения: 1) в качестве детектора может быть использован чerenковский счетчик, 2) рассеянные электроны могут быть подвергнуты магнитному отклонению и последующей фокусировке на детектор, расположенный в таком месте, где его можно окружить защитой, 3) магнитный анализ сильно уменьшает долю приходящего из мишени излучения, которое может налагаться на исследуемые явления. Все это может быть выполнено с помощью магнитного анализирующего спектрометра, который выделяет электроны определенных импульсов и отбирает тем самым явления желаемого типа, например, чисто упругое рассеяние. Можно выделить и другие явления и осуществить таким образом счет электронов любой энергии при малом фоне. С описанной экспериментальной установкой при пучке максимальной интенсивности, при положении магнита, соответствующем максимальному фону, при закрытой

входной щели спектрометра и мишени в рабочем положении наибольший фон составляет около 1 импульса в две минуты. Столь малый фон достигается со спектрометром, детектором и защитой, описанными ниже. Фотография аппаратуры приведена на рис. 15, где можно заметить, что в то время, как плоскость рассеяния горизонтальна, магнитный спектрометр расположен вертикально. Испытавшие рассеяние электроны выходят из камеры рассеяния (рис. 14) во всех направлениях. Некоторые из них оказываются в пределах угловой аппаратуры входной щели магнитного спектрометра. Входная щель сделана в свинце и может быть открыта до расстояния около 2,5 см в горизонтальной плоскости рассеяния или полностью закрыта. В типичном случае она используется при ширине около 1,25 см. Вертикальные размеры щели также можно менять, обычно они близки к 2,5 см. Управление входной щелью, которая укреплена на входной поверхности вакуумной камеры спектрометра, производится на расстоянии. Электроны проходят тонкое окно (75–150  $\mu$  алюминия) магнитной камеры, расположенной точно за щелью, и затем попадают в область магнитного поля спектрометра, где анализируются по импульсу.

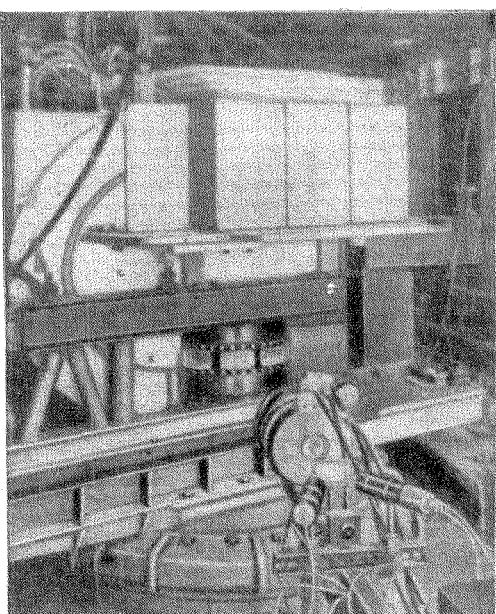


Рис. 15. Полукруговой спектрометр на 190 Мэв, смонтированный на лафете орудия, слева. Верхняя платформа несет на себе свинец и парафин, окружающие черенковский счетчик. Внизу видна латунная камера рассеяния с тонкими окошками. Спереди видны мониторы — ионизационные камеры.

магнитное поле неоднородно и спадает как  $r^{-1/2}$ , где  $r$  — длина радиуса-вектора, проведенного из центра поля к орбите. Средний радиус кривизны равен 40 см, а ширина поверхности полюсов равна 15 см; при этом полоса простирается от радиуса, равного 32,5 см, до радиуса 47,5 м. Поверхности полюсов образуют дугу в 180°, и электроны отклоняются, таким образом, на этот угол. Небольшое рассеянное поле простирается за входную (и выходную) щель, но отклонение на этих участках весьма мало. Расстояние между полюсами равно 5 см для центральной траектории, а наклон полюсов таков, что

$$\frac{dy}{y} = \frac{dr}{2r}. \quad (44)$$

Такой наклон обеспечивает требуемую зависимость магнитного поля от радиуса. Поверхности полюсов имеют, таким образом, линейное возрастающее сужение. На внутреннем и внешнем концах полюсов сделаны выступы с тем, чтобы предотвратить слишком быстрое спадание поля до нуля.

Сам магнит весит 2,5 т и лежит на четырех опорах, находящихся на лафете 40-миллиметровой сдвоенной зенитной установки устаревшей

конструкции. Она была получена от военно-морских сил США при действии отдела морских исследований. Как видно из рис. 15, на магните помещена платформа, служащая основанием для тяжелой защиты, окружающей черенковский счетчик. Защита состоит главным образом из свинца и парафина и весит около 2 т. Внутри защиты помещен небольшой черенковский счетчик из люцита в форме усеченного конуса.

После того, как в магните электроны отклоняются на  $180^\circ$  и анализируются по импульсу, они покидают вакуумную камеру через тонкое окошко (0,15 мм алюминия) и через горизонтальное отверстие проходят в щель толщиной 2,5 см, сделанную в урановом блоке. Вертикальная щель выполнена в блоке свинца и обычно фиксирована на ширине, равной 1,25 см. Горизонтальное раскрытие щели определяет пределы энергии электронов, проходящих через спектрометр в черенковский счетчик, а вертикальный зазор определяет эффективную ширину мишени. Дисперсия прибора равна 1,6% на 2,5 см горизонтального раскрытия щели.

Черенковский счетчик сделан из хорошо полированного люцита. имеет длину 10 см и диаметр 3,75 см на выходном конце, который связан с фотоумножителем Дюмонд 6292. Коническая форма счетчика позволяет свету, испытавшему внутреннее отражение, достичь фотоумножителя. Сам черенковский счетчик заключен в свинцовую оболочку. Вся эта система помещается в латунную трубу, связанную с головкой катодного повторителя фотоумножителя, и представляет собой, таким образом, единый оптически-электронный блок. Счетчик фиксируется в определенном положении за выходной щелью, а защита, платформа и магнит, жестко соединенные друг с другом, поворачиваются вместе с зенитной установкой. Управление угловым положением установки производится на расстоянии; оно измеряется с помощью комбинации сельсинных индикаторов большой и малой скорости. Фиксирование углового положения с точностью, лучшей чем  $0,1^\circ$ , не представляется трудностей.

Мишень помещена в вакууме, в камере рассеяния, показанной на рис. 14 и 15. Рамка для мишени, рассчитанная на 6 положений, сделана в виде вертикальной лестницы и дает возможность установить необходимую мишень и, будучи управляемой на расстоянии, по желанию менять мишени в процессе измерений. Угловое положение мишеней также контролируется на расстоянии.

Если необходимо работать с газом, например с водородом или гелием, камера газовой мишени, показанная на рис. 16, помещается внутри конусообразного сосуда, который описан в следующем параграфе.

Как сказано раньше, рассеивающая фольга или газовая мишень помещается в откаченной латунной камере рассеяния диаметром 50 см. Схема геометрии рассеяния показана на рис. 17. Для того чтобы на пути рассеиваемых электронов находилось как можно меньше постороннего рассеивающего вещества, стеки камеры рассеяния сделаны из пленки Mylar толщиной всего лишь 0,15 мм. Это достигается тем, что стеки из этой пленки крепятся к толстым стенкам камеры с помощью резиновой

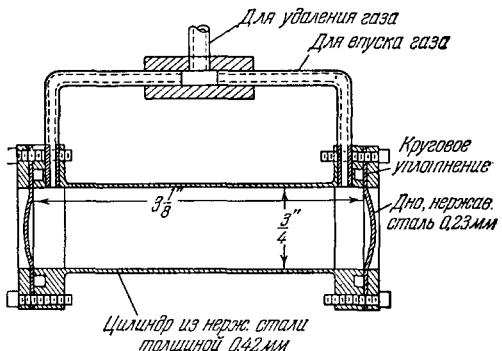


Рис. 16. Типичная камера газовой мишени, используемая при давлении до 130 атм.

прокладки. Стенки из пленки Mylar простираются от  $-150^\circ$  до  $-15^\circ$  и от  $+15^\circ$  до  $+150^\circ$  и на 3,75 см выше и ниже плоскости рассеяния, что соответствует 7,5 см свободной от посторонних рассеивателей высоты. Между  $-15$  и  $+15^\circ$  расположены две латунные опоры, предназначенные для противодействия силе атмосферного давления, сжимающей верх и низ камеры. Переднюю область между  $\sim -14$  и  $+14^\circ$  занимает алюминиевое окно толщиной 0,15 мм. Окна из пленки Mylar также употреблялись в этой части камеры, но обычно они ослабевали и разрушались после нескольких сот часов облучения пучком. Алюминиевые окошки держатся бесконечно долго.

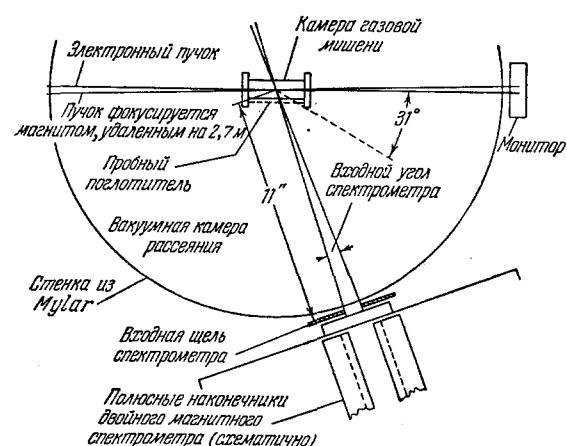


Рис. 17. Схема геометрии рассеяния, используемой при употреблении камеры газовой мишени.

Камера рассеяния, снаженная описанными окошками, выполнена в форме конусообразного сосуда и может быть просто удалена с основания. Она имеет верхнюю дверку, через которую можно сменить фольги, не удаляя конусообразный сосуд с основания. Дно камеры рассеяния содержит большое число хорошо изолированных электрических выводов. Имеются также устройства

для передвижения мониторной и счетной аппаратуры внутри конусообразного сосуда, в вакууме, с помощью большого кругового привода, управляемого на расстоянии. В настоящее время на круговом приводе смонтирован монитор, работающий по принципу вторичной электрической эмиссии, который может быть установлен либо за рассеивающей мишенью, либо перед ней. Обычно он находится за мишенью. Пластины монитора достаточно велики (4,3 см диаметром) для того, чтобы на них попал весь пучок, даже после того, как он будет расширен многократным рассеянием в мишени. Для измерения полного числа электронов, проходящих через фольгу и монитор, применяется обычный электронный интегратор, работающий по принципу накопления заряда. Преимуществом монитора со вторичной электронной эмиссией является линейность и отсутствие насыщения. К сожалению, его практическое использование ограничено интенсивностями пучков, большими  $10^6$  электронов в импульсе. Для более слабых пучков используется монитор в виде ионизационной камеры, расположенной вне камеры рассеяния, на пути пучка, испытавшего многократное рассеяние в мишени. Выходной монитор показан на рис. 17.

Счетная аппаратура проста и состоит из элморовского усилителя модели 501, импульсы от которого поступают на счетчик с «воротами», сконструированный по образцу прибора Наруда. Длительность «ворот» может изменяться и составляет обычно от 10 до 12 мксек. Величина импульса, выраженная в зависимости от дискриминирующего напряжения на счетчике с «воротами», обнаруживает хорошее плато и повторяемость в каждой серии измерений. Для получения кривых, характеризующих плато, весьма удобен двадцатиканальный дискриминатор величины импульсов. В области энергий, при которых работает черенковский счетчик (84—190 Мэв), не наблюдается зависимости величины импульса от

стремления для передвижения мониторной и счетной аппаратуры внутри конусообразного сосуда, в вакууме, с помощью большого кругового привода, управляемого на расстоянии. В настоящее время на круговом приводе смонтирован монитор, работающий по принципу вторичной электрической эмиссии, который может быть установлен либо за рассеивающей мишенью, либо перед ней. Обычно он находится за мишенью. Пластины монитора достаточно велики (4,3 см диаметром) для того, чтобы на них попал весь пучок, даже после того, как он будет расширен многократным рассеянием в мишени. Для измерения полного числа электронов, проходящих через фольгу и монитор, применяется обычный электронный интегратор, работающий по принципу накопления заряда. Преимуществом монитора со вторичной электронной эмиссией является линейность и отсутствие насыщения. К сожалению, его практическое использование ограничено интенсивностями пучков, большими  $10^6$  электронов в импульсе. Для более слабых пучков используется монитор в виде ионизационной камеры, расположенной вне камеры рассеяния, на пути пучка, испытавшего многократное рассеяние в мишени. Выходной монитор показан на рис. 17.

Счетная аппаратура проста и состоит из элморовского усилителя модели 501, импульсы от которого поступают на счетчик с «воротами», сконструированный по образцу прибора Наруда. Длительность «ворот» может изменяться и составляет обычно от 10 до 12 мксек. Величина импульса, выраженная в зависимости от дискриминирующего напряжения на счетчике с «воротами», обнаруживает хорошее плато и повторяемость в каждой серии измерений. Для получения кривых, характеризующих плато, весьма удобен двадцатиканальный дискриминатор величины импульсов. В области энергий, при которых работает черенковский счетчик (84—190 Мэв), не наблюдается зависимости величины импульса от

энергии, и таким образом в этой области энергий эффективность постоянна.

Ток в магните с помощью усилителя с обратной связью поддерживается с точностью, лучшей чем 0,1 %. В этом усилителе входное напряжение снимается с сопротивления, включенного последовательно с обмоткой магнита. Обмотка магнита выполнена из полой медной шины квадратного сечения, со стороной, равной 1,25 см, охлаждаемой водой. Обмотка может пропустить ток в 800 ампер; максимальное магнитное поле для центральной траектории равно 16 500 гаусс. Такое поле соответствует приблизительно 192 Мэв. Фокусировка при этой максимальной энергии не столь хороша, как при меньших энергиях (150 Мэв), но все еще достаточна. Энергетическая калибровка магнита была выполнена: а) по известной энергии приходящих электронов, когда магнит был выставлен в направлении вперед, б) при известной энергии приходящих электронов, по энергии отдачи ядер водорода, определяемой (24), в) по известным энергиям неупругого рассеяния на возбужденных уровнях углерода, г) с помощью флюксметра с поворачивающейся катушкой и, наконец, д) с помощью прибора, регистрирующего магнитный протонный резонанс. Эти методы дают некоторое различие в результатах, но до сих пор опыты не требовали калибровки с точностью, которая превышала бы существующее различие ( $\sim 1\%$ ). Измерение поля методом магнитной индукции в настоящее время осуществляется непрерывно.

Практически для получения данных, относящихся к определенному углу, необходимо 1) установить ток в магните, 2) сосчитать с помощью черенковского счетчика число электронов при данном значении заряда, накопленного на конденсаторе калибровочного монитора, 3) найти отношение этих двух величин. Точки, соответствующие этим величинам, наносятся на график в зависимости от тока в магните, измеренного по показаниям потенциометра, дающим падение потенциала на сопротивлении в цепи магнита. На рис. 11 показаны типичные, полученные таким образом данные. По упругому максимуму на этом графике можно видеть, что полная ширина на половине максимума составляет 0,8 Мэв, т. е. около 0,4 %. Обычно при соответствующей потере в скорости счета можно получить полную ширину в 0,2 %.

Абсолютный счет может быть выполнен приближенно, если произвести абсолютную калибровку монитора<sup>66</sup> и вычислить эффективный телесный угол по Джадду<sup>67</sup>. Точный абсолютный счет в настоящее время невозможен, но можно произвести полуабсолютную стандартизацию, измеряя неизвестное рассеяние и одновременно сравнивая эти результаты с интенсивностью рассеяния электронов протонами. Эффективное сечение рассеяния протонами может быть взято из теории, исправленной в соответствии с результатами Мак-Алистера и Хофтадтера<sup>42</sup>. В настоящее время делаются, однако, шаги для непосредственного измерения абсолютных сечений.

#### б) Спектрометр на 550 Мэв («конечная» станция)

Размеры большого спектрометра (550 Мэв) значительно превосходят размеры установки на 180 Мэв. С другой стороны, основные узлы большой установки аналогичны рассматривавшимся нами выше в разделе IVa). Здесь необходимо рассмотреть лишь те части установки, где имеется существенное различие или где используются новые устройства, как, например, сам спектрометр.

На рис. 18<sup>68</sup> показано общее размещение оборудования при исследовании рассеяния электронов. Большие подробности о «конечной станции» и об ускорителе могут быть почерпнуты из работы<sup>62</sup>. На рис. 18 дана схема частей спектрометра, платформы с мишенью, монитора, детектора и т. д. На рис. 19 приведена фотография.

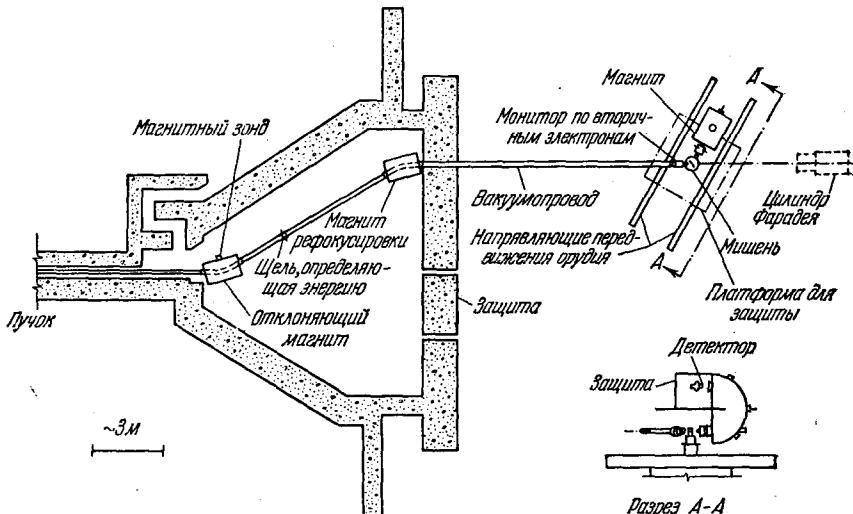


Рис. 18. Экспериментальная площадка 550-Мэв спектрометра.

Здесь будет уместно рассмотреть некоторые подробности о большом магните. Схема магнита и вакуумной камеры приведена на рис. 20. Спектрометр, подобно малому спектрометру, представляет собой видоизменение спектрометра Зигбана — Свартолма с двойной фокусировкой на  $180^\circ$ . Этот прибор, который весит около 30 т, не является увеличенной моделью 40-сантиметрового спектрометра. Максимальная используемая апертура близка к 0,001 полного телесного угла. Радиус кривизны центральной орбиты равен 90 см, а межполюсный зазор для этой орбиты равен 7,5 см. Полюса имеют линейный наклон, определяемый (44), и каждый край полюсов снабжен выступом. Ширина поверхности полюсов равна 37,5 см. Дисперсия этого спектрометра составляет 0,30 % на 1 см.

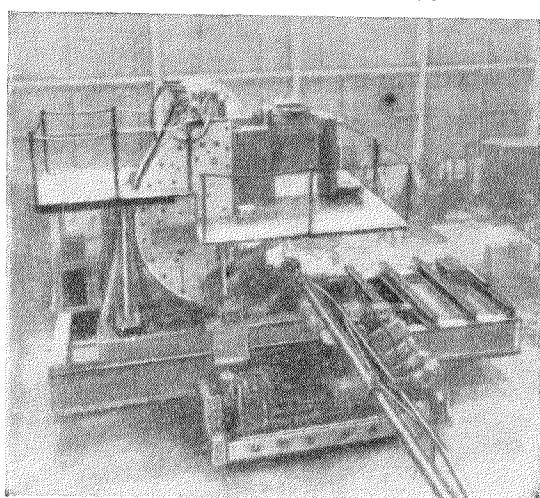


Рис. 19. Фотография 550-Мэв спектрометра, орудийного лафета и защиты. Электронный пучок падает на мишень, расположенную под платформой, проходя через вакуумную трубу, видную на переднем плане.

Для центральной траектории максимальное значение поля равно 20 000 гаусс, но из-за насыщения краев полюсов и других мест в зазоре

магнит редко используется при таком высоком значении поля. Площадь сечения поверхности между полюсами равна  $3,5 \times 5 \text{ см}^2$ , но она не используется полностью из-за наличия толстостенной бронзовой вакуумной камеры. Эта камера уменьшает свободные внутренние размеры до  $35 \times 5 \text{ см}$ .

На рис. 20 показаны три радиальных канала, проходящих через внешнее ярмо, диаметром по 10 см. Аналогичные каналы, но меньших размеров, имеются и в вакуумной камере. Они используются для ввода радиальных пробников при магнитных измерениях. Поле, измеренное в

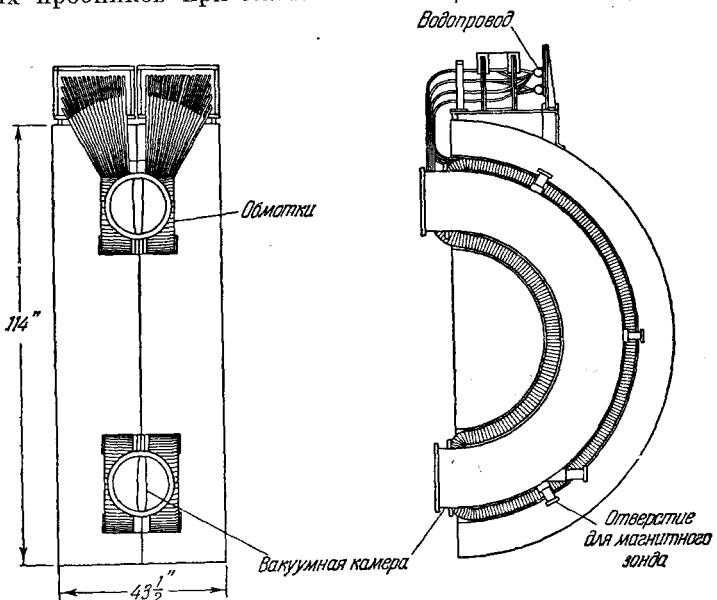


Рис. 20. Эскиз 550-Мэв, 90-см спектрометра и вакуумной камеры.

каналах  $30$  и  $120^\circ$ , оказывается на  $2\%$  меньше поля в  $90^\circ$  канале в центре магнита. Кривая намагничивания спектрометра, приведенная на рис. 21, показывает, что поле пропорционально току вплоть до 14 000 гаусс (т. е. до 400 Мэв). Область, в которой поле спадает как корень из  $r$ , лежит между радиусами 83,6 и 96,2 см и при больших полях сокращается таким образом, что для энергии 550 Мэв ширина составляет только 5 см. Поэтому при больших полях вертикальная апертура уменьшается с помощью входной щели, чтобы воспрепятствовать электронам проникнуть в область насыщения в зазоре. Рассеянное поле было промерено и оказалось пренебрежимо малым для всех энергий. Четвертый канал, показанный на рис. 20, позволяет тормозному излучению из мишени выйти из вакуумной камеры через тонкое окошко, тогда как все электроны и позитроны отклоняются магнитным полем. Дальнейшие подробности конструкции приведены в <sup>68</sup>. Малая продолжитель-

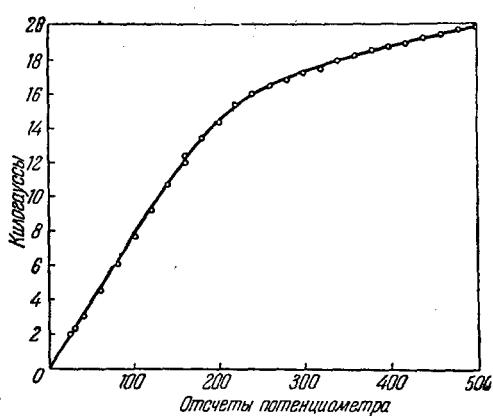


Рис. 21. Кривая намагничивания 550-Мэв спектрометра. Показания потенциометра пропорциональны току в обмотках магнита.

ность импульсов делает необходимым использование массивной десятитонной защиты для предохранения черенковского счетчика от излучения фона. Эта защита поддерживается платформой, расположенной на самом магните, высоко над уровнем пола. Магнит, платформа и защита могут перемещаться по радиусу на двух рельсах, показанных на рис. 18. Магнит лежит на лафете сдвоенного пятидюймового зенитного орудия, любезно предоставленного Морскими силами США. Дистанционное управление угловым преломлением орудия осуществляется с точностью  $0,05^\circ$  с помощью стандартных орудийных сельсиновых индикаторов.

Черенковский счетчик аналогичен описанному выше, но размеры его увеличены. Входной диаметр счетчика равен 6,9 см, выходной — 9,4 см, а длина — 12,5 см. Усеченный люцитовый конус соединяется с пятидюймовым дюмондовским фотоумножителем. Устройство щели для этого детектора повторяет соответствующее устройство малого спектрометра.

Обычные размеры пятна пучка на мишени равны 9,3 мм по ширине и 3—6 мм по высоте. При определенных условиях они могут быть существенно уменьшены. В этой установке используется камера газовой ми-

шени, схема которой приведена на рис. 16. Длина газовой мишени увеличена с таким расчетом, чтобы при изучении рассеяния на малые углы влияние концевых окон было меньше, чем в малой камере. Для мишени из фольг и пластинок в большом спектрометре используется держатель на десять положений. Отросток вакуумной камеры спектрометра подходит к самой мишени, так что между рассеивателем и тонкостенным окном входной части спектрометра имеется лишь несколько сантиметров воздуха. (Некоторые подробности видны из

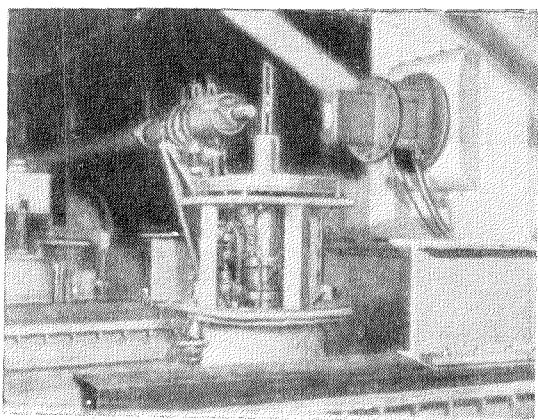


Рис. 22. Детали монитора, держателя мишени и входа магнитного спектрометра.

рис. 22.) Несмотря на это, прибор чувствует электроны, рассеянные в таком воздушном слое, и вскоре все опыты на «конечной станции» будут выполняться в вакууме, подобно тому как это делается на «промежуточной станции».

Наконец, на рис. 18 показан большой цилиндр Фарадея, установленный недавно и используемый для абсолютных измерений сечения.

### в) Свойства черенковского счетчика

При исследовании нейтронов<sup>50</sup> (см. ниже, раздел VI), когда использовались рассеивающие мишени  $\text{CH}_2$  и  $\text{CD}_2$ , были отмечены странные, имевшие место при больших энергиях и больших углах. На рис. 23 приведены типичные данные, относящиеся к  $120^\circ$  и  $550 \text{ Мэв}$ . Обратим внимание на обычный резкий максимум рассеяния на свободных протонах при делении потенциометра, равном 127. Кроме этого максимума, в энергетическом спектре  $\text{CH}_2$  и  $\text{CD}_2$  наблюдаются весьма большие максимумы, центр которых приходится на деление 90. Далее, вблизи максимума для свободного протона на кривой  $\text{CD}_2$  имеется небольшая выпуклость. Этот

всплеск интенсивности является объектом изучения, но он почти полностью маскируется отмеченными выше большими максимумами. Исследования, которые здесь не будут рассматриваться, показывают, что большие максимумы связаны с отрицательными  $\pi$ -мезонами, образованными в мишени и имеющими те же импульсы, что и исследуемые рассеянные электроны. При тщательном исследовании оказывается, что левая часть максимумов точно соответствует пороговой скорости  $\pi$ -мезонов, необходимой для возбуждения светового импульса в люпите (показатель преломления 1,50) черенковского счетчика. Если заменить люпит жидким  $C_8F_{16}O$  (показатель 1,276),  $\pi$ -мезонный максимум почти полностью исчезает и дейтронный всплеск интенсивности может быть хорошо наблюдан. Таким образом, если нужно выделить электроны, необходимо использовать черенковский счетчик с возможно меньшим показателем преломления. При этом, разумеется, показатель должен быть больше 1, иначе световой вспышки вообще не будет. Газовый черенковский счетчик является весьма подходящим для этой цели.

На рис. 13 уступ вблизи 175 Мэв соответствует фону  $\pi$ -мезонов, наблюдавшему в данном случае даже для меньшей энергии первичных электронов, равной 400 Мэв.

## V. РЕЗУЛЬТАТЫ

Полученные с помощью двух описанных выше установок результаты будут рассмотрены ниже в порядке возрастающих атомных номеров.

**Замечание.** Часто применяемый в тексте термин «средний квадрат радиуса» для «эквивалентной однородной модели» соответствует величине  $r_0$ , определяемой (52).

### a) Протон

Рассеяние электронов протоном исследовано для энергий от 100 Мэв до 550 Мэв. Мак-Алистер и Хофтадтер<sup>42</sup> изучали рассеяние в газообразном водороде под большим давлением 128 atm для энергий 100, 188, 210 и 236 Мэв. Первые же экспериментальные данные показали отклонение от вычисленного Розенблутом<sup>56</sup> по (35) рассеяния точечным зарядом с магнитным моментом. Данные для 188 Мэв приведены на рис. 24. Верхняя кривая с) есть кривая Розенблута для точечного заряда и точечного магнитного момента, имеющего полное аномальное значение  $1 + \mu = 2,79$  ядерного магнетона. Нижняя кривая a) соответствует отсутствию магнитного момента и представляет собой, таким образом, моттовскую кривую (формула (36)) для лабораторной системы координат.

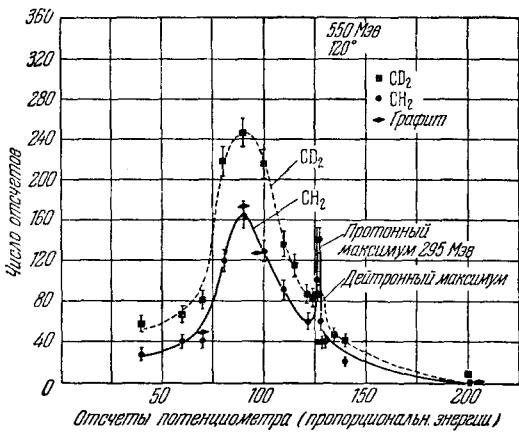


Рис. 23. Максимум рассеяния на свободных протонах, некогерентный дейтронный максимум и максимумы отрицательных  $\pi$ -мезонов. Первые два максимума связаны с рассеянием электронов, остальные три ( $CH_2, CO_2, C$ ) связаны отрицательными  $\pi$ -мезонами, имеющими те же импульсы, что и электроны неупругого рассеяния в этом интервале импульсов. См. также раздел VI.

Большое расстояние между кривыми *a*) и *c*) дает теоретическую величину вклада магнитного точечного рассеяния. Кривая *b*) дает сечение по Розенблуту для случая, если магнитный момент протона есть чисто дираковский магнитный момент, т. е. равен одному ядерному магнетону. Экспериментальные точки, показанные на рис. 24, лежат между дираковской кривой и кривой для точечных заряда и момента. Это означает, что магнитный момент протона не является точечным и что протону должен быть приписан некоторый формфактор.

Без дальнейших исследований нет возможности указать a priori, какой из двух факторов Дирака  $F_1$  или Паули  $F_2$  (см. (39)), или оба они, ответственны за небольшую величину обратного рассеяния на рис. 24. Из (39) следует, однако, что  $F_1$  и  $F_2$  дают различные угловые распределения. Можно, например, показать, что точечный заряд ( $F_1=1$ ) и протяженный момент Паули ( $F_2<1$ ) приводят к формфактору, который близок к 1 при малом переданном импульсе ( $q < 1$ ) и начинает быстро спадать при больших значениях переданного импульса. С другой стороны, протяженный заряд ( $F_1<1$ ) и точечный момент Паули ( $F_2=1$ ) дают меньшее рассеяние для малых значений  $q$  и почти полную величину розенблутовского точечного рассеяния при больших переданных импульсах. Это другой способ качественного утверждения, что заряд при малых энергиях, а магнитный момент — при больших энергиях. Следует помнить, что даже если  $F_2=0$ ,  $F_1$  дает вклад в магнитное рассеяние, обусловленный дираковским магнитным моментом. Однако действие  $F_2$  больше. Протяженный заряд ( $F_1<1$ ) и протяженный момент ( $F_2<1$ ) ослабляют рассеяние как при малых, так и при больших значениях  $q$ . Таким образом, в принципе, изучая рассеяние в большом интервале энергий и углов, можно разделить вклады в рассеяние от  $F_1$  и  $F_2$ .

Результаты для протонов, полученные при энергиях 100, 188, 210 и 236 Мэв, анализировались в предположении: 1) точечный заряд ( $F_1=1$ ), протяженный момент ( $F<1$ ), 2) точечный момент ( $F_2=1$ ), протяженный заряд ( $F_2<1$ ) и 3) протяженный заряд и момент ( $F_1<1$ ,  $F_2<1$ ). Экспериментальные точки лежат ниже кривой Розенблута для точечных зарядов и магнитного момента, что является следствием конечных размеров.

Заметим, что при малых энергиях ( $q$  мало) на формфактор может влиять только средний квадратичный радиус, как следует из (19). Следовательно, определение  $F_1$  и  $F_2$  при энергиях, меньших 200 Мэв, дает радиус  $r_e$  для дираковского облака и радиус  $r_m$  для мезонного облака Паули, но не форму каждого из этих распределений в зависимости от радиуса. Анализ дает далее, что  $r_e=r_m=0,74 \pm 0,24$  ферми, где  $r_e$  и  $r_m$  — радиусы, связанные с дираковской и паулиевской частями распределения плотности протонного заряда и магнитного момента. Эти значения  $r_e$  и  $r_m$  хорошо удовлетворяют экспериментальным данным при всех энергиях. Сплошная кривая на рис. 24 представляет собой теоретическую зависимость для  $r_e=r_m=0,70$  ферми, что отвечает приведенному выше

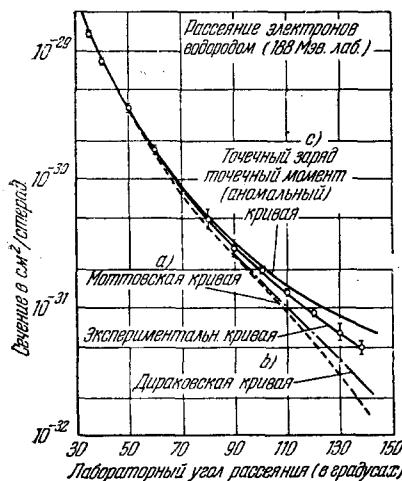


Рис. 24. Рассеяние электронов протонами при энергии 188 Мэв. Экспериментальные точки лежат ниже кривой Розенблута для точечных зарядов и магнитного момента, что является следствием конечных размеров.

предположению (3) и является характерным примером согласования теории с экспериментальными данными. Точность экспериментальных данных недостаточно велика для того, чтобы с определенностью утверждать, что предположения 1) и 2) могут быть исключены.

Опыты такого типа были продолжены Чэмберсон и Хофтадтером<sup>68</sup> в области энергий от 200 до 500 Мэв в лабораторной системе. В этих условиях опыт проводился с полиэтиленом ( $\text{CH}_2$ ). При 400 Мэв были произведены также короткие контрольные опыты с газообразным водородом. На рис. 25 показан максимум, соответствующий упругому рассеянию электронов с энергией 400 Мэв на протонах в полиэтилене на угол  $60^\circ$ . Благодаря отдаче протона электрон при угле  $60^\circ$  уносит энергию, равную 326 Мэв.

Измеряемой в этом опыте величиной является площадь под протонным максимумом; она пропорциональна дифференциальному сечению\*) рассеяния на данный угол в лабораторной системе. Для получения этой площади следует вычесть фон, образованный рассеянием в углероде, и продлить спадающую ветвь максимума со стороны малых энергий, как это показано на рис. 25 пунктиром  $AC$ . Если площади под протонным максимумом нормировать по показаниям монитора к одному рассеиваемому электрону, оказывается возможным сравнение сечений для различных углов. Типичная кривая показана на рис. 26; экспериментальные точки для 400 Мэв приведены с соответствующими пределами ошибок. Сплошная кривая, проведенная выше экспериментальной кривой, отвечает теоретическим вычислениям Розенблута (см. (35)) для точечно-заряда и точечного магнитного момента. Это показано обозначениями  $r_e = 0$  и  $r_m = 0$  для среднего квадратичного значения радиуса заряда (Дирак) и радиуса момента (Паули) соответственно.

При больших энергиях, использованных в этих опытах (200, 300, 400, 500, 550 Мэв), в (19) начинают играть роль степени  $qa$  большие, чем вторая, и форма распределений заряда и магнитного момента становится существенной. Далее, одно и то же распределение может удовлетворить экспериментальным данным для всех энергий, если частная модель и интерпретация, даваемые (39), правильны. Не входя в подробности этой проблемы, мы приводим на рис. 26 кривую, соответствующую одной частной модели и удовлетворяющую экспериментальным данным. Эта модель представляет собой в данном случае экспоненциальное распределение как для плотности заряда, так и для плотности магнитного момента. Средний квадратичный радиус каждого распределения принят

\*) Во всех этих опытах используется щель постоянной ширины. Поэтому в величины площадей следует ввести хорошо известную в бета-спектроскопии поправку, учитывающую дисперсию прибора ( $\text{постоянное } \frac{dp}{p}$ ). Эта поправка введена обычным образом во все сечения.

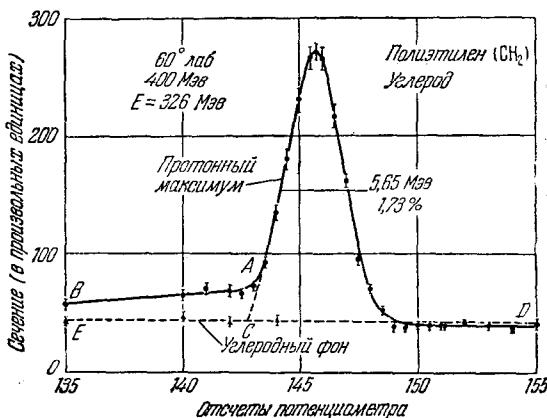


Рис. 25. Упругое рассеяние 400-Мэв электронов протонами в полиэтилене на угол  $60^\circ$  в лабораторной системе.

равным 0,80 ферми. Для этой модели по (39) и по значениям  $F_1$  и  $F_2$ , полученным из столбца 4 таблицы I, может быть построена теоретическая кривая. Она показана сплошной линией, проходящей через экспериментальные точки на рис. 26. Для получения наилучшего согласия все экспериментальные точки могут быть подняты вверх или опущены вниз. Никакие другие попытки улучшения согласия не применялись. Указанная процедура необходима ввиду того, что абсолютные величины сечений неизвестны. Отношение экспериментальных значений (нормированных наилучшим согласием с теоретической кривой при малых углах) к теоретическим значениям для точечных заряда и момента, дает величину  $F^2$  (формфактор) <sup>2</sup>. При всех энергиях от 200 до 500 Мэв была проделана процедура наилучшего согласования с экспериментальными данными. Полученные результаты показаны на рис. 27. Ординатами этого графика является величина  $F^2$ , определенная указанным выше способом.

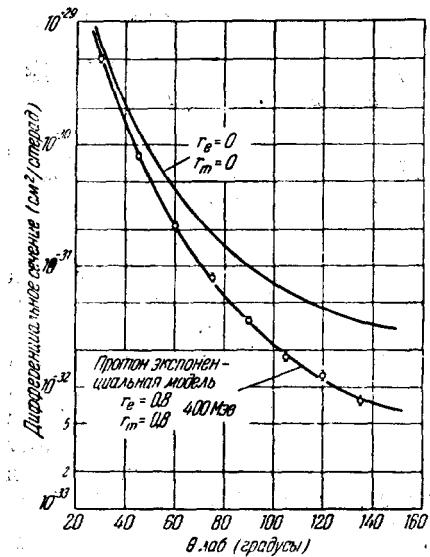


Рис. 26. Типичное угловое распределение для упругого рассеяния 400-Мэв электронов протонами. Сплошная кривая, проходящая через экспериментальные точки, дает теоретическое распределение для протонов при экспоненциальной модели со средним квадратичным радиусом  $0,80 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ .

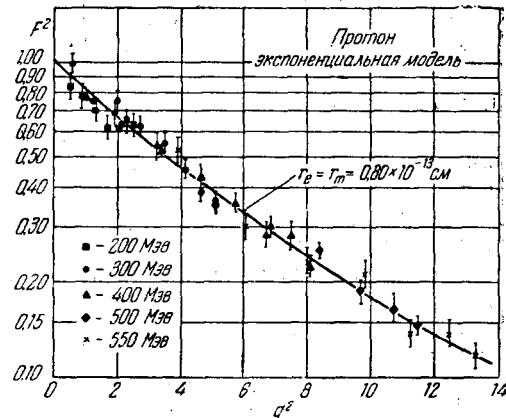


Рис. 27. Квадрат формфактора в зависимости от  $q^2$ .  $q^2$  дано в единицах  $10^{-36} \text{ см}^2$ . Сплошная кривая вычислена для экспоненциальной модели со средним квадратичным радиусом  $0,80 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ .

бом, абсциссами — квадрат переданного импульса  $10^{-26} \text{ см}^2$ . Данные для всех энергий и углов хорошо удовлетворяют рассмотренной частной модели.

Взаимная согласованность данных для всех энергий и углов оправдывает использование (39) и феноменологическое введение формфакторов  $F_1$  и  $F_2$ . Однако хорошее согласие с экспериментальными данными не является характерной чертой именно этой модели. Гауссовская модель с  $r_e = r_m = 0,72$  ферми также хорошо удовлетворяет экспериментальным данным при всех углах и энергиях. Таким способом были изучены многие другие модели, среди которых находятся модели II—X из таблицы I. Для всех этих моделей было принято, что  $r_e = r_m$  и что форма облачков заряда и магнитного момента совпадают. Модели, дающие наилучшее

согласие с опытом, приведены в таблице II. Все другие модели недостаточно хорошо удовлетворяют экспериментальным данным, чтобы их следовало рассматривать.

Таблица II

Эта таблица дает сводку протонных моделей и соответствующих значений среднего квадратичного радиуса, дающих наилучшее согласие с опытом. Предполагается, что облака Дирака и Паули имеют одинаковые радиусы

Не входя в детали, можно подвести итог исследованию моделей, сказав, что если выбирать различные радиусы для облаков Дирака и Паули,

то независимые пределы радиусов для каждого облака лежат приблизительно между 0,6 и 1,5 ферми. Увеличение точности экспериментальных данных может уменьшить эти пределы и дать возможность выбора между указанными на рис. 28 моделями. В настоящее время эксперимент дает наименьшую точность для определения размеров области вблизи нулевого радиуса, простирающейся до 0,3 ферми. Среди всех рассмотренных моделей квазиэкспоненциальная модель при  $r_e = r_m = 0,78$  ферми лучше всего удовлетворяет экспериментальным данным. Это не означает, что  $q=0$  при  $r=0$ , ибо, как было уже отмечено, точность при  $r=0$  весьма невелика.

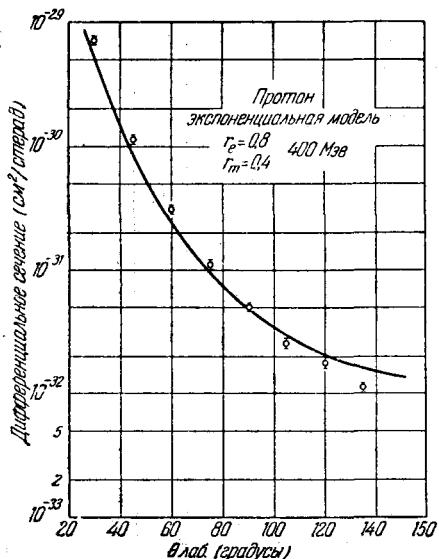
Интерпретация этих опытов с протонами будет продолжена в разделах VII и VIII. Интересно отметить, однако, что «дираковский радиус» протона ( $r_e$ ) имеет те же размеры, что и «радиус Паули» ( $r_m$ ) и очень велик. Действительно, он в три раза больше комптоновской дли-

Рис. 29. Пример модели, не удовлетворяющей экспериментальным данным. Эта модель имеет недостаточно протяженное распределение магнитного момента.

ны волн для нуклона. Мы обращаем еще раз внимание на то, что явления, связанные с конечными размерами, могут быть с равным успехом объяснены предположением о точечных частицах и о нарушении законов электродинамики.

### б) Дейтон

Упругое рассеяние дейтоном при больших энергиях (192 Мэв) было исследовано Мак-Интайром и Хоффстадтером<sup>70</sup> и недавно значительно более подробно для 198 Мэв и 400 Мэв Мак-Интайром<sup>71</sup>. Рассеяние дейтона представляет большой интерес, так как это единственная стабильная система, состоящая только из двух нуклонов. Для проблемы ядерных сил дейтон занимает положение, соответствующее водородному атому в атомной физике. Благодаря этой простоте волновая функция основного состояния дейтона может быть вычислена для многих возможных ядерных потенциалов, действующих между нейтроном и протоном. Среди них следует отметить прямоугольную яму, потенциалы Гультен, Блат-Калос, Гартенхауз и отталкивательный потенциал сердцевины. Хорошо известно, что все эти потенциалы приводят к одинаковым результатам, если задаться правильным значением энергии связи дейтона  $\varepsilon = -2,226$  Мэв и тройплетной длиной рассеяния. Все, что можно извлечь из ядерных экспериментов, это эффективный радиус, величину существенно независимую от формы дейтонного потенциала при тех энергиях рассеяния, с которыми приходится иметь дело. Можно надеяться, что при исследовании рассеяния электронов от дейтона удастся получить новые и независимые данные о нейтронно-протонном потенциале.



По волновой функции дейтона  $\psi(r_{12})$ , где  $r_{12}$  — расстояние между нуклонами, и принятому значению эффективного радиуса, равного 1,70 ферми, можно по формуле  $\rho = e |\psi|^2$  вычислить плотность заряда в дейтоне. Для данного потенциала и тем самым для заданной плотности заряда  $\rho$  можно вычислить формфактор дейтона  $F_D$  (см. (41)). Метод рассеяния электронов дает независимое от теории экспериментальное значение формфактора. Таким образом, предсказания теории могут быть сравнены с результатами исследования рассеяния электронов. Такое сравнение выполнено на рис. 30 для трех различных потенциалов.

Эксперимент дает возможность нормировать дейтоные данные по отношению к водороду. Для этого газовая мишень наполняется попаременно дейтерием и водородом. Это обстоятельство весьма существенно, так как опыты с протонами дают данные, имеющие решающее значение для калибровки.

Из графика следует, что наблюдаемое рассеяние не согласуется ни с одной из теоретических кривых и кажется, что для получения согласия необходимо ввести дополнительный формфактор. Плохое согласие с экспериментом нельзя считать неожиданным (рис. 30), если плотность заряда в дейтоне  $e |\psi|^2$  вычисляется таким образом, как если бы нейtron и протон были точками. Как было указано в разделе III, введение этого формфактора требует большой осторожности и связано с рассмотрением мезонных облаков, окружающих нейtron и протон, а также дираковского «ядра» этих частиц.

Согласие с опытом на графиках рис. 30 может быть, вообще говоря, достигнуто увеличением размеров эффективной области. Для этого ее необходимо увеличить от 1,70 по меньшей мере до 2,20 ферми, что, по-видимому, находится за пределами возможных ошибок ( $\pm 0,03$  ферми) для эффективного радиуса. С другой стороны, Мак-Интайр получил прекрасное согласие с экспериментом, воспользовавшись для протона моделью конечного гауссовского распределения со средним квадратичным радиусом  $r_e = 0,80$  ферми с отталкивательным потенциалом в сердцевине по Джанкусу<sup>59</sup>. На рис. 31 произведено сравнение с опытными данными для трех протонных размеров. Согласие этого анализа с анализом данных для протона является замечательным. Аналогичное согласие получается с другими потенциалами, например потенциалом типа Хультена, если принять немногого большее значение радиуса протона.

Мы уже указывали, что введение нуклонного формфактора, обусловленного конечными размерами нейтрона и протона, требует осторожности с точки зрения мезонной теории. Можно было бы ожидать простого умень-

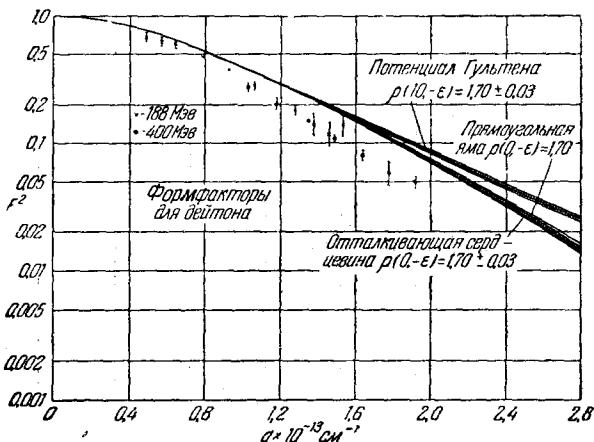


Рис. 30. Экспериментальные данные Мак-Интайра для 400 MeV. По оси ординат отложен квадрат формфактора. Угловые формфакторы, полученные из хорошо известных ядерных потенциалов, не удовлетворяют экспериментальным данным.

шения формфактора дейтона  $F_D$  на формфактор конечного размера протона. В действительности же сказываются также и конечные размеры нейтрона. Так как известно, что специфическое взаимодействие между электроном и нейтроном весьма мало, кажущийся размер нейтрона можно предполагать очень малым (см. раздел VI и<sup>90</sup>). В этом случае будет

иметь значение только конечный размер протона. В действительности ситуация более сложна; она была исследована в работе Йенни и др.<sup>57</sup>. Эти авторы показали, что у дейтона отрицательное мезонное облако нейтрона будет нейтрализовать положительное мезонное облако протона, в результате чего останется только действие сердцевины в протоне и нейтроне. Можно было ожидать, что размеры сердцевины весьма малы, но для объяснения опытов с дейтонами кажется необходимым ввести заметные размеры нуклонов. Это является

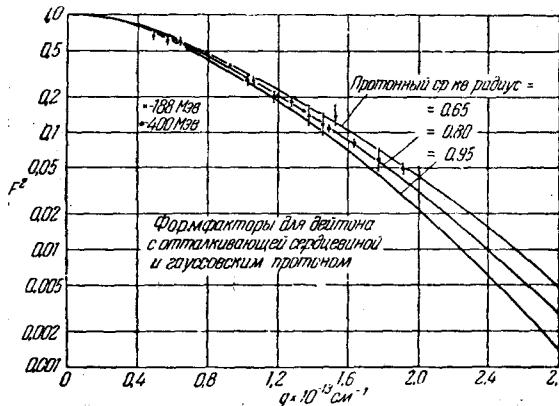
Рис. 31. Введение конечной протонной сердцевины дает возможность удовлетворить экспериментальным данным с помощью условных формфакторов (Мак-Интайр).

указанием на весьма большие размеры сердцевины (0,7 ферми). Неупругое рассеяние дейтоном было рассмотрено в разделе IIIв, и мы вернемся к этому вопросу при рассмотрении размера нейтрона (раздел VI).

### в) Альфа-частица

Рассеяние альфа-частицами (газообразный гелий) изучалось Мак-Алистером и Хоффстадтером<sup>42</sup> при 188 Мэв и Бланкенбеклером и Хоффстадтером<sup>49</sup> при 400 Мэв. Оба опыта находятся в хорошем согласии друг с другом и указывают на существование весьма заметных эффектов конечного размера альфа-частицы. Так как и спин и магнитный момент альфа-частицы равны нулю, упругое рассеяние вызвано действием одного только заряда. Однако неупругое рассеяние на большие углы существенно зависит от магнитных моментов нуклонов.

На рис. 32 приведены экспериментальные данные для гелия при давлении около 96 atm. Камера газовой мишени пополнялась гелием и водородом при каждом данном значении угла. Интенсивность рассеяния измерялась в одних и тех же экспериментальных условиях. Это позволило нормировать данные для гелия к рассеянию протоном и сравнить эти данные с моттской кривой (36), вычисленной для гелия, обозначенной на рис. 32 «теоретическая кривая Мотта». Из рис. 33 видно, что при углах, больших  $70^\circ$ , упругое рассеяние в сто с лишним раз меньше рассеяния, ожидаемого для точечной альфа-частицы. На этом графике представлена зависимость квадрата формфактора от угла рассеяния в лабораторной системе, полученная по данным рис. 32. Точки с указанными на них пределами ошибок представляют собой экспериментальные данные, а три сплошные кривые соответствуют трем теоретическим формфакторам для возможных моделей альфа-частиц с указанными на графи-



ке величинами радиуса. Из этих трех кривых, очевидно, наилучшим образом удовлетворяет экспериментальным данным кривая для гауссовой модели со средним квадратичным радиусом, равным 1,61 ферми. Эта величина находится в хорошем согласии с полученной ранее<sup>42</sup>. Здесь не было попытки ввести конечные размеры нуклонов, однако при окончательном сравнении данных со значением формфактора, вычисленным из ядерной теории альфа-частицы, необходимо учесть влияние конечных размеров нуклонов.

Бланкенбеклер и Хоффстадтер<sup>49</sup> произвели нуждающееся в повторении беглое исследование непрерывного спектра неупругого рассеяния в гелии для больших значений  $q$ : 400 Мэв, 60°. Результаты, приведенные на рис. 13, были кратко обсуждены в разделах III62 и III64. Некогерентное рассеяние от протонов и нейтронов в альфа-частице дает пол-

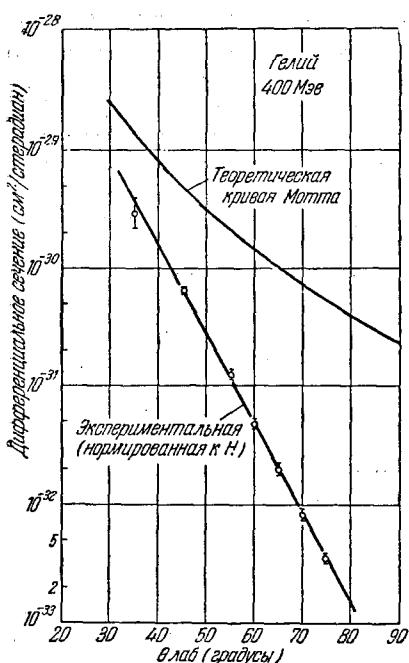


Рис. 32. Экспериментальное угловое распределение 400-Мэв электронов, рассеянных в гелии. Сверху показана кривая, соответствующая точечному заряду.

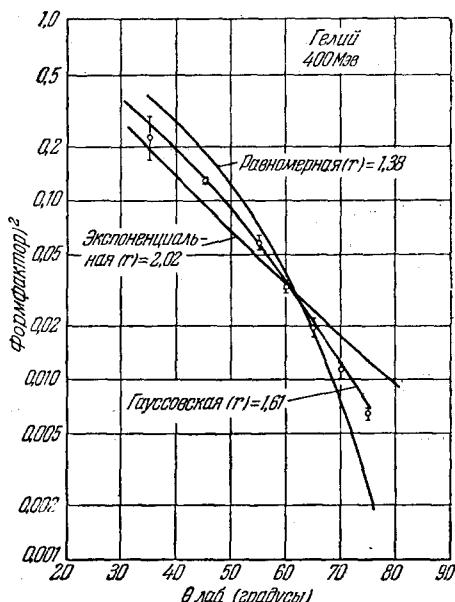


Рис. 33. Квадрат формфактора альфа-частицы для трех возможных моделей. Гауссовская модель со средним квадратичным радиусом  $1,61 \cdot 10^{-12}$  см наилучшим образом согласуется с экспериментальными данными, обозначенными точками.

ное сечение, значительно превосходящее когерентное рассеяние, которому соответствует упругий максимум при 373 Мэв. Несколько известно автору, в настоящее время нет ясной теории, которая давала бы распределение импульсов в альфа-частице, с которой можно было бы сравнить непрерывный спектр неупругого рассеяния рис. 13.

Размер альфа-частицы может быть сравнен с радиусом 1,61 ферми, полученным из феноменологического анализа данных рис. 33, выполненного с помощью «наилучшей» гауссовой модели. Чтобы произвести такое сравнение, Далитц и Равенхолл<sup>72</sup> вычислили средний квадратичный радиус для волновой функции Кларка<sup>73</sup>, который применил вариационный метод для получения верного значения энергии связи альфа-частицы. Полученный радиус составляет всего лишь  $2/3$  требуемого значения. По-

видимому, это расхождение связано с тем, что в вычислениях Кларка используются только два  $D$  состояния.

Следует заметить, что на рис. 13 при 352 Мэв имеется явный максимум и в непосредственной близости от непрерывного спектра неупругого рассеяния со стороны больших энергий, возможно, имеются другие нерегулярности. Имея в виду слабость полученных доказательств, трудно сказать, в какой мере это является указанием на возбужденное состояние альфа-частицы. Для решения этого вопроса необходимо повторение исследования.

### г) Литий и бериллий

Разделенные протоны  $\text{Li}^6$  и  $\text{Li}^7$  были исследованы Штрайбом<sup>74</sup>, который нашел, что оба ядра имеют совпадающие, в пределах нескольких процентов, средние квадратичные радиусы. Плотности зарядов в обоих изотопах достаточно хорошо описываются моделью XII таблицы I. Штрайб<sup>75</sup> нашел, что наилучшим образом удовлетворяет экспериментальным данным по упругому рассеянию модель XII со средним квадратичным радиусом « $a$ » ( $\text{Li}^6$ ) = 2,78 ферми и « $a$ » ( $\text{Li}^7$ ) = 2,71 ферми при точности  $\pm 2\%$ . Отношение  $a(\text{Li}^6)/a(\text{Li}^7)$ , которое может быть измерено значительно точнее, чем сами радиусы, равно  $1,026 \pm 0,008$ . Влияние магнитного момента  $\text{Li}^7$  было вычислено по формуле, подобной формуле Розенблута (35), и учтено при получении указанных выше значений ядерных радиусов. Интересно, что  $\text{Li}^7$  имеет меньшие размеры, чем  $\text{Li}^6$ . Это можно объяснить тем, что ядро  $\text{Li}^6$  во многих отношениях ведет себя так, как если бы оно имело дейтон за пределами своей замкнутой оболочки. Значение  $r_0$  для  $\text{Li}^6$  равно 1,98 ферми, а для  $\text{Li}^7$  1,83 ферми для эквивалентной равномерной модели (см. (1)).

В случае  $\text{Be}^9$  ранние исследования показали, что неупругое рассеяние ядерными уровнями весьма велико. Упругое и неупругое рассеяние было вновь весьма интенсивно исследовано Штрайбом<sup>75</sup>, который нашел хорошее согласие со старыми данными. Он произвел анализ данных для бериллия, воспользовавшись моделью XII таблицы I, которая представляет собой модификацию экспоненциального распределения заряда, и получил для среднего квадратичного радиуса значение  $3,04 \pm 0,07$  ферми. Это соответствует значению 1,89 ферми в эквивалентной равномерной модели.

Вычисления по оболочечной модели для ядер с  $p$ -оболочкой были выполнены Феррелл и Вишер<sup>76</sup>, которые нашли, что средний квадратичный радиус  $\text{Li}^6$  равен 2,8 ферми. Это находится в хорошем согласии со значением 2,78 ферми, полученным Штрайбом. Экспериментальное значение для  $\text{Li}^7$  (2,71 ферми) выше теоретического значения  $2,3 \pm 0,2$  ферми и экспериментальный радиус  $\text{Be}^9$  (3,04 ферми) также больше теоретического значения  $2,3 \pm 0,2$  ферми.

### д) Углерод

$\text{C}^{12}$  является относительно простым ядром, которое должно быть поэтому тщательно исследовано. Оно изучалось Фрежо и Хоффстадтером<sup>43</sup>, а затем значительно более подробно Фрежо<sup>77</sup>. В разделе IIIв1 мы привели типичные результаты, полученные для данного угла рассеяния для ядер углерода. Из этих результатов следовало не только существование упругого максимума, но и рассеяние от различных уровней  $\text{C}^{12}$ . Сводка полученных к настоящему времени данных для энергии 187 Мэв показа-

на рис. 34. График показывает поведение упругого максимума, величина которого изменяется при изменении угла рассеяния от  $35^\circ$  до  $138^\circ$  приблизительно в  $2 \times 10^6$  раз. На рис. 34 показана также угловая зависимость сечения рассеяния на возбужденных уровнях  $C^{12}$ : 4,43, 7,55 и 9,61 Мэв. При больших углах рассеяние от каждого возбужденного ядерного уровня начинает превосходить упругое рассеяние. Угловые распределения при рассеянии от уровней 4,43 и 9,61 Мэв имеют близкий характер и менее круты, чем угловые распределения для уровня 7,65 Мэв или для упругого рассеяния. Так как 4,43-Мэв уровню соответствует  $0^+ - 2^+$ -переход, а 7,65 Мэв —  $0^+ - 0^+$ -переход, различие угловых распределений может быть

связано с радиальными колебаниями при  $0 - 0$ -переходах. На основании того, что уровень 9,61 Мэв дает угловое распределение, аналогичное уровню 4,43 Мэв, уровню 9,61 Мэв может быть приписан переход  $0^+ - 2^+$ .

Упругое рассеяние дает возможность определить радиальную плотность заряда в основном состоянии  $C^{12}$ . Оказывается возможным сравнить непосредственно в опыте рассеяние от углерода с рассеянием протона и выполнить таким образом «абсолютное» определение экспериментального формфактора. В первой работе<sup>43</sup> сравнение «абсолютного» формфактора с формфактором, полученным для трех подобраных моделей, т. е. для гауссовского, равномерного и экспоненциального распределений, показало, что кривая, наилучшим образом удовлетворяющая данным, лежит между гауссовским распределением со средним квадратичным радиусом 2,47 ферми и равномерным распределением со средним квадратичным радиусом 2,20 ферми. Это дает «лучшее» значение ср. кв. радиуса, равное 2,40 ферми. Значительно лучшее определение было получено недавно Фрежо<sup>77</sup>, оно оказалось в прекрасном согласии с этим выводом.

Результаты Фрежо даны на рис. 35, где приведена зависимость  $F^2$  от угла для трех моделей, предложенных Равенхоллом<sup>78</sup> и для недавно предложенной модели Морпурго<sup>79</sup>, основанной на модели осциллирующей оболочки. (См. также модель XI, табл. I.) Для этой модели плотность заряда  $\rho$  одинакова для  $JJ$  и  $LS$  связи и выражается формулой

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \alpha \frac{r^2}{a_0^2} \right) \exp \left[ - \left( \frac{r^2}{a_0^2} \right) \right], \quad (45)$$

где

$$\alpha = 4/3 \quad (46)$$

для оболочечной модели, а  $a_0$  — параметр, пропорциональный среднему

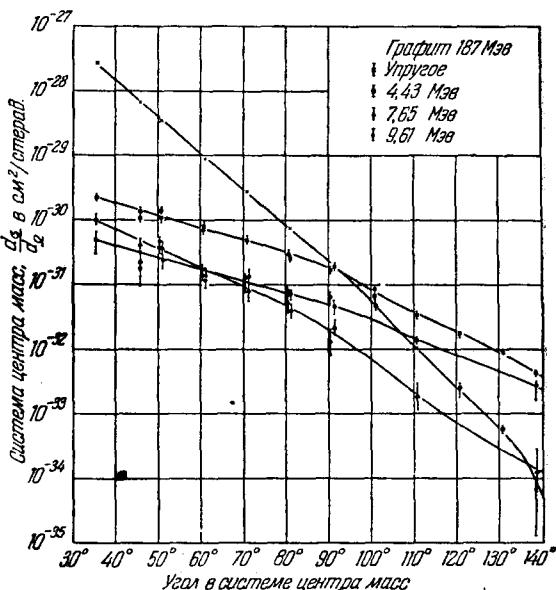


Рис. 34. Данные Фрежо по зависимости сечения упругого и неупругого рассеяния 187-Мэв-электронов от угла в системе центра масс.

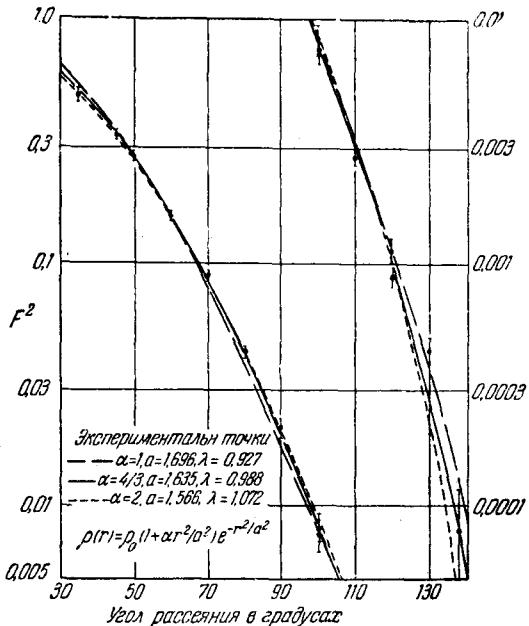


Рис. 35. Квадрат фармфактора для  $C^{12}$ . На рис. показаны теоретические кривые для модели XI таблицы I (соответствующие (45)). Параметр  $\lambda$  является нормировочным коэффициентом, который должен быть равен единице, если теория и опыт точно совпадают. Значение  $\lambda = 0,988$  при  $\alpha = 4/3$  является весьма удовлетворительным.

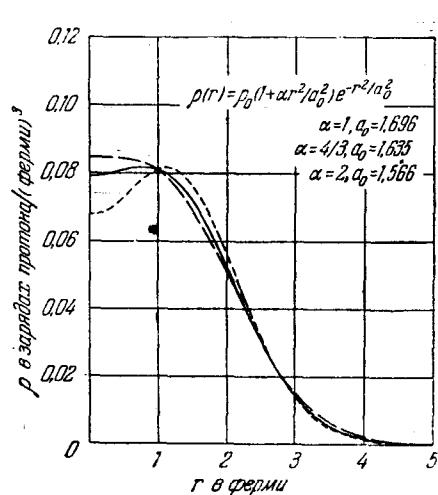


Рис. 36. Распределение заряда в модели XI при трех значениях  $\alpha$ . Все три распределения зарядов одинаково хорошо удовлетворяют экспериментальным данным.  $\alpha = 4/3$  имеет некоторое преимущество с точки зрения теории.

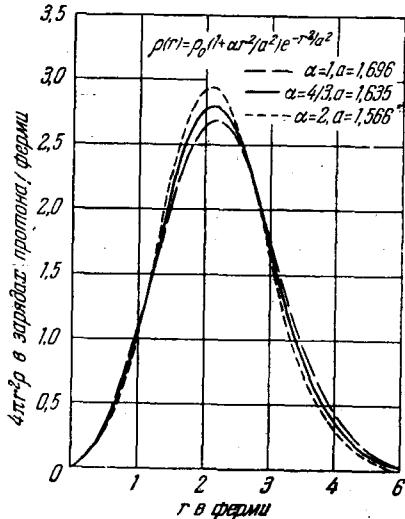


Рис. 37. Распределения заряда рис. 36, помноженные на  $4\pi r^3$ . Следует отметить, что полученные распределения весьма близки друг к другу.

квадратичному значению радиуса. Для получения «наилучшего» согласия следует варьировать  $\alpha$ , как это показано на рис. 35, из которого следует, что значение  $\alpha = 4/3$  дает наилучшее согласие с опытом. На рис. 36 и 37 даны соответственно распределения заряда  $\rho$ , полученные из (45) для трех значений  $\alpha$ , и величина  $4\pi r^2 \rho$  для тех же значений. Сплошные кривые соответствуют  $\alpha = 4/3$ . При существующей точности измерений нет возможности точно определить поведение  $\rho$  вблизи  $r = 0$ , но плотность заряда при больших значениях радиуса определена очень хорошо. Фреко исследовал также и другие модели, причем оказалось, что все подходящие модели дают кривые  $4\pi r^2 \rho$ , близкие к кривым рис. 37. Для модели, дающей «наилучшее» согласие, средний квадратичный радиус равен  $2,40 \pm 0,05$  ферми. Значение  $r_0$  для эквивалентной равномерной модели (см. (1)) равно 1,36 ферми.

Свойства кривых неупругого рассеяния были изучены Равенхоллом и Морпурго. В случае уровня 4,43 Мэв оба автора нашли, что схема LS связи дает лучшее согласие с опытом, чем схема JJ связи. Морпурго сумел также объяснить энергетический ход отношения сечений неупругого и упругого рассеяний. Он дал также удовлетворительное объяснение постоянству сечения неупругого рассеяния (4,43 Мэв) на  $90^\circ$  в области энергий 80—187 Мэв. Ни схема связи LS, ни схема JJ не дает точного количественного согласия с наблюдаемым отношением сечений неупругого (4,43 Мэв) и упругого рассеяний для всех исследованных энергий. Экспериментальные значения больше теоретических в среднем в два раза, как это было показано ранее Равенхоллом. Имея в виду предварительный характер модели осциллирующей оболочки, это расхождение не кажется серьезным. Угловое распределение для (4,43 Мэв) неупругого рассеяния хорошо описывается теорией.

Следует заметить, что борновское приближение вводит ошибку в рассмотрение упругого и неупругого рассеяния. Мы указывали на это раньше (разделы IIб и IIв). Для случая упругого рассеяния коэффициент уменьшения ( $\gamma$ ) среднего квадратичного радиуса, дающий отношение точного значения к значению, получаемому из борновского приближения, был оценен Равенхоллом:

$$\gamma = \frac{r_{\text{точное}}}{r_{\text{Борн}}} = \frac{1}{1 + \left( \frac{3Z\alpha}{2kR} \right)} \quad (47)$$

для заряда, равномерно распределенного в сфере радиуса  $R$ . Здесь  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры, а  $k$  — волновое число рассеиваемого электрона. В случае углерода точное значение среднего квадратичного радиуса равно, таким образом,  $2,37 \pm 0,05$  ферми вместо  $2,40 \pm 0,05$ . Исправленное  $r_0$  в (1) равно 1,34 ферми в случае углерода C<sup>12</sup>.

Для ядер углерода было выполнено значительное количество теоретических работ. Оценка ср. кв. радиуса, произведенная Феррелл и Вишер<sup>76</sup> для основного состояния C<sup>12</sup> ( $\alpha = 2,3 \pm 0,2$  ферми), находится в хорошем согласии с экспериментальным значением 2,37 ферми. Кроме вычислений рассеяния на уровне 4,43 Мэв<sup>78,79</sup> было вычислено рассеяние на уровнях 7,65<sup>81</sup> и 9,61<sup>82</sup> Мэв. Шифф<sup>81</sup> нашел, что как альфа-частичная модель C<sup>12</sup>, так и модель упругой жидкости дают слишком большие значения матричных элементов перехода от уровня 7,65 Мэв к основному состоянию. Он воспользовался также моделью независимых частиц и схемой JJ связи для изучения двухнуклонных переходов между  $p_{3/2}$  и  $p_{1/2}$  оболочками. Вычисленные в этом случае матричные элементы перехода оказываются примерно в шесть раз меньшими. Шифф пришел к выводу

о необходимости модели промежуточного типа, т. е. модели более колективного характера, чем модель независимых частиц (только с парными взаимодействиями), и менее коллективной, чем альфа-частичная модель упругой жидкости. Гласгольд и Галонский<sup>83</sup> показали, что альфа-частичная модель ядра  $C^{12}$  согласуется с величиной радиуса распределения заряда в основном состоянии. Однако эта модель, оказавшаяся удачной для  $O^{16}$ , в случае  $C^{12}$  предсказывает состояния 5,54 Мэв, на самом деле не наблюдавшиеся.

### е) Магний, кремний, сера, аргон и стронций

Гельм<sup>46</sup> изучал рассеяние электронов четно-четными ядрами  $^{12}Mg^{24}$ ,  $^{14}Si^{28}$ ,  $^{16}S^{32}$ ,  $^{18}A^{40}$  и  $^{38}Sr^{88}$ , имея в виду, кроме упругого рассеяния, исследовать также 0—2-переходы между основным и первым возбужденным состояниями. Первые возбужденные уровни достаточно далеко удалены от основного уровня, так что неупругое рассеяние может быть отделено от упругого.

Экспериментальные данные Гельма для упругого рассеяния показаны на рис. 38; там же приведена кривая Фрежо и Хоффстадтера для  $C^{12}$ . Эти кривые, ординаты которых равны квадрату формфактора, обнаруживают

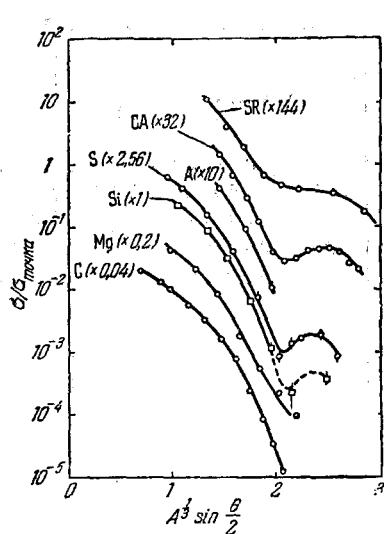


Рис. 38. Квадрат формфактора для упругого рассеяния 187-Мэв электронов четно-четными ядрами. Дифракционные спады приходятся на одно и то же значение абсциссы. Отсюда следует, что радиальный параметр пропорционален  $A^{1/3}$ . График взят из работы Гельма<sup>46</sup>.

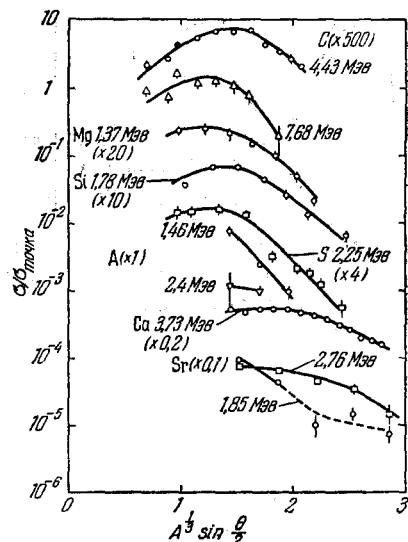


Рис. 39. Данные по неупругому рассеянию для четно-четных ядер. Потоки ординат отложены квадратом формфактора для неупругих процессов.

типичные дифференциальные свойства. Данные Гельма для неупругого рассеяния, а также некоторые данные для углерода показаны на рис. 39. Здесь действительное сечение опять поделено на сечение для точечного заряда с целью получения эффективного значения (формфактора)<sup>2</sup> для неупругого рассеяния.

Гельм ввел новые распределения заряда, представляющие интерес, например,

$$\rho(r) = \int \rho_0(r) \rho_1(r - r') d^3r', \quad (48)$$

где  $\rho_0(r)$  — равномерное распределение заряда для расстояний до  $r = R$ , т. е.

$$\rho_0(r) = \begin{cases} \frac{3}{4}/\pi R^3 & r \leq R, \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (49)$$

и

$$\rho_1(r) = \frac{1}{(2\pi g^2)^{3/2}} \exp \left[ \left( -\frac{r^2}{2g^2} \right) \right]. \quad (50)$$

Эту частную модель Гельм назвал «гауссовским равномерным» или  $gU$ -распределением. Такая формулировка имеет то преимущество, что результирующий формфактор является произведением двух индивидуальных формфакторов

$$F(q) = F_0(q) F_1(q), \quad (51)$$

где  $F_0$  и  $F_1$  определяются, как обычно, по (17). Гельм использовал также и  $uU$ -модель, т. е. равномерно-равномерное распределение. Этот метод дает удовлетворительные результаты только в пределах применимости борновского приближения.

Результаты, полученные применением  $gU$ -модели к экспериментальным данным, приведены в таблице III. В полученные значения радиусов введены поправки на ошибки, возникающие от применения борновского приближения (формула (47)). Для сравнения результатов с другими опытами можно вычислить средний квадратичный радиус для  $gU$ -распределения и приравнять его среднему квадратичному радиусу «эквивалентного» равномерного распределения заряда, даваемого (1). Таким образом, можно получить эквивалент  $r_0$  в (1). Эта величина приведена в столбце  $r_0$  таблицы III. Полученное таким образом значение  $r_0$  имеет вид

$$r_0 = \left( \frac{5}{3} \right)^{\frac{1}{2}} a A^{-\frac{1}{3}}, \quad (52)$$

где  $a$  — средний квадратичный радиус любого распределения заряда. Столбцы  $r_1$  и  $t$  относятся к параметрам, данным Ганом и др.<sup>33</sup>, представляющим собой расстояние «половинной плотности»  $s$  и толщину поверхностного слоя  $t$  распределения заряда, определенного в этой работе (см. также раздел Vд). Величина  $r_1$  определяется как

$$r_1 = c A^{-\frac{1}{3}}, \quad (53)$$

а  $t$  равно толщине поверхностного слоя, на которой плотность меняется от 90 до 10% своего максимального значения. Данные, полученные Гельмом, приведены в таблице III и будут обсуждены ниже в разделе о ядерных радиусах. Гельмовские  $uU$ -результаты аналогичны  $gU$ -результатам.

Таблица III

$gU$ -распределение. В эту таблицу включены данные Гельма для радиусов четно-четных ядер и данные Фрежо и Хоффстадтера для  $C^{12}$ . Точность приведенных цифр составляет 2–3%. Длина в ферми

Элемент	$r_0$	$r_1 = c A^{-\frac{1}{3}}$	$t$
$C^{12}$	1,35	0,95	2,2
$Mg^{24}$	1,33	0,99	2,6
$Si^{38}$	1,29	0,97	2,8
$S^{32}$	1,30	1,03	2,6
$Ca^{40}$	1,28	1,08	2,4
$Sr^{88}$	1,20	1,08	2,3

Наиболее интересный результат по неупругому рассеянию показан на рис. 40. Из приведенных там графиков видно, что если величину экспериментального сечения поделить на сечение для точечного заряда и нормировать совместно относительно максимального значения формфактора, то таким образом можно получить несколько «универсальных» кривых. Это приводит к предположению, что каждому электрическому мультипольному переходу соответствует своя собственная универсальная кривая для каждого значения  $J=0, 2, 3$  и т. д. Это, вообще говоря, может не представлять собой общего правила, но в данном случае такое правило имеет место. В результате<sup>84</sup> можно присоединить  $S^{32}$  ( $2,25 \text{ Мэв}$ )  $J=2^+$  и  $\text{Ca}^{40}$  ( $3,73 \text{ Мэв}$ )  $J=3$ . Гельм<sup>46</sup> объяснил также относительные интенсивности неупругих переходов с точки зрения теории Равенхолла, основанной на идеях Шиффа<sup>47</sup>, который дал значения радиационной ширины уровней.

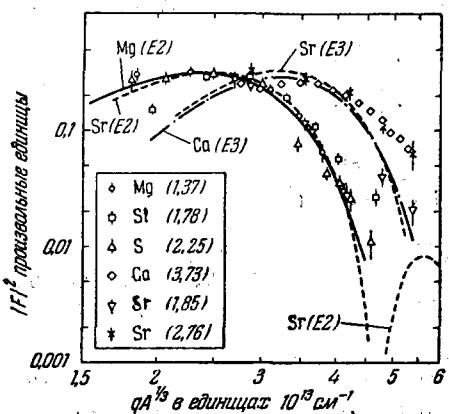


Рис. 40. Зависимость квадрата формфактора при неупругом рассеянии от переменной пропорциональной  $A^{1/3} \sin \frac{\theta}{r}$ .

После нормировки максимумов Гельм<sup>46</sup> получил «универсальные» кривые для переходов различной мультипольности.

#### ж) Умеренно-тяжелые и тяжелые элементы

Ган, Равенхолл и Хоффстадтер<sup>33</sup> исследовали элементы Ca, V, Co, Sb, Hf, Ta, W, Au, Bi, Th и U при энергии 183 Мэв и In, Au и Bi при

153 Мэв. Специальное внимание было уделено серебру в связи с полученными ранее данными об этом элементе. Первые результаты с Au<sup>197</sup> и Pb<sup>208</sup> показали<sup>4, 85</sup>, что опыты при этих энергиях позволяют определить два основных параметра, описывающих распределение заряда. Эти два параметра, обозначенные  $c$  и  $t$ , были рассмотрены выше. Они показаны на рис. 7 для специальной модели, называемой моделью Ферми. Вообще говоря, эти величины относятся к параметру, характеризующему радиус, и к толщине поверхностного слоя. Целью исследования Гана и др. было изучение изменений этих двух параметров в области ядер от Ca до Bi. При этом были исследованы только сферические ядра. Желательно также знать, насколько широко можно менять значения обоих параметров, чтобы они еще давали хорошее согласие с экспериментальными данными при выбранной модели. Некоторые несферические ядра (Hf, Ta, W, Th и U) также были экспериментально изучены, но без подробной интерпретации результатов.

Основные экспериментальные данные приведены на рис. 41, где ординаты для лучшего проявления дифракционных явлений поделены на моттовское сечение. Так как борновское приближение дает очень плохие результаты для многих исследованных элементов, в этом случае был использован метод фазовых сдвигов по Йенни и др.<sup>17, 18</sup>. Тем не менее угловые положения дифракционных спадов на рис. 41 приходятся на приблизительно те же значения  $A^{1/3} \sin \frac{\theta}{2}$ . Согласно борновскому приближению этот факт говорит о том, что некоторый параметр, имеющий отношение к радиусу, изменяется приблизительно как  $A^{1/3}$ . Такой величиной, как мы видим, является параметр  $c$ . Некоторые из ядер были

выбраны для исследования потому, что они расположены вблизи магических чисел, как, например, Ca, In, Sb, Au, Bi и, по-видимому, являются сферическими. Другие ядра были взяты потому, что они представлены не более чем одним изотопом (Ca, V, Co, In, Ta, Au, Bi). Основные результаты приводятся ниже.

## 1.

Au было изучено весьма подробно. Экспериментальные результаты представлены на рис. 42, для двух энергий, 153 и 183 Мэв. Дифракцион-

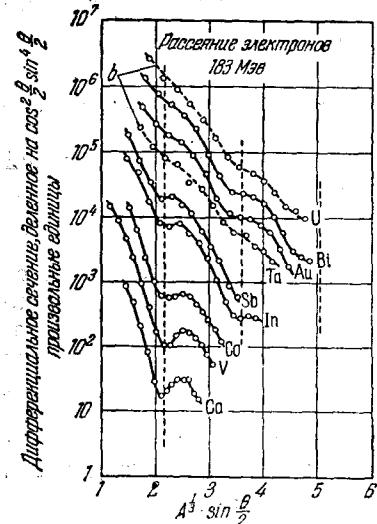


Рис. 41. Экспериментальные данные Гана и др.<sup>33</sup>, показывающие, что радиальный параметр при различных распределениях заряда меняется по закону  $A^{1/3}$ . Дифракционные явления хорошо наблюдаются и возрастают при уменьшении атомного номера.

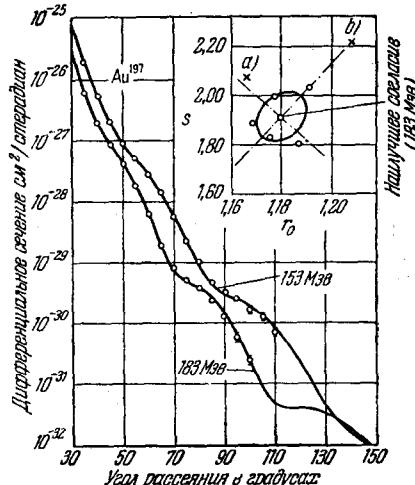


Рис. 42. Сравнение экспериментальных данных для золота при 153 и 183 Мэв с теоретическими кривыми Гана и др.<sup>33</sup>, полученным методом фазовых сдвигов. Верхняя часть графика относится к нахождению наилучшего статистического согласия.

ные спады видны особенно хорошо, если кривые рассматривать вдоль их длины. Ординаты этих кривых не разделены на моттовский коэффициент, в отличие от рис. 41. График в верхней части фигуры относится к параметрам, использованным Ганом и др. для нахождения наилучшего согласия с опытом. Параметры  $s$  и  $r_0$  связаны с  $t$  и  $c$ .  $r_0$  представляет собой коэффициент в (1) для эквивалентной равномерной сферы.

Чтобы удовлетворить экспериментальным данным, были выбраны<sup>87</sup> три пробные модели \*). Они имели следующий вид:

фермиевская:

$$\rho(r) = \frac{\rho_1}{\exp\left(\frac{r-c}{z_1}\right) + 1}; \quad (54)$$

модифицированная гауссовская:

$$\rho(r) = \frac{\rho_2}{\exp\left(\frac{r^2 - c^2}{z_2^2}\right) + 1}; \quad (55)$$

\*) Здесь используется терминология Гана и др.<sup>33</sup>.

трапецидальная:

$$\left. \begin{aligned} \rho(r) &= \rho_3; \quad 0 < r < c - z_3, \\ \rho(r) &= \rho_3 \frac{c + z_3 - r}{2z_3}; \quad c - z_3 < r < c + z_3, \\ \rho(r) &= 0; \quad r > c + z_3. \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

Параметры этих распределений определяются самими уравнениями.

Удобно ввести параметр  $c$ , пригодный для различных моделей:

$$c = \frac{1}{\rho(0)} \int_0^\infty \rho(r) dr. \quad (57)$$

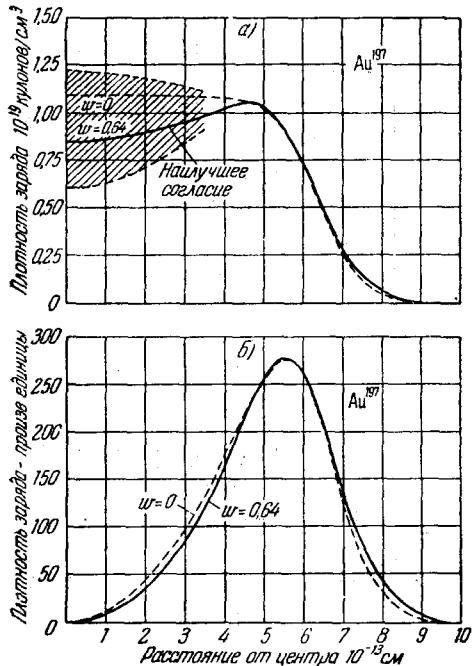
Для моделей с симметричной поверхностью  $c$  представляет собой расстояние от центра ядра до радиуса, при котором плотность заряда  $\rho$  спадает до половины ее значения в центре. Для фермиевской модели поверхностный параметр  $t$ , который дает расстояние между 90% и 10% значениями  $\rho$ , равен  $4,40 z_1$ . Для модифицированной гауссовой модели  $t = 2,20 z_2^2/c$  и для трапецидальной модели  $t = 1,60 z_3$ .

Плотность заряда в центре изменилась в согласии с моделью

$$\rho(r) = \frac{\rho_s \left( 1 + \frac{wr^2}{c^2} \right)}{\exp \left( \frac{r-c}{z_3} \right) + 1} \quad (58)$$

с целью обнаружить влияние малой и большой плотности в центре. Во всех случаях для нахождения модели, дающей минимальные ошибки, использовался метод наименьших квадратов. На рис. 43, а и 43, б показаны попытки удовлетворить экспериментальным точкам для Au из рис. 42. Наилучшее согласие получено для  $w=0,64$ . Однако из рис. 43, б видно, что фермиевская модель  $w=0$ , выраженная в  $4\pi r^2 \rho$  так мало отличается от кривой, дающей наилучшее согласие, что усложнение, возникающее от введения третьего параметра  $w$ , не является необходимым при существующей в настоящее время точности эксперимента.

Рис. 43. Различные модели плотности заряда в золоте, которые приводят к теоретическим кривым рассеяния, очень близким к кривым, дающим «наилучшее согласие» на рис. 42. Распределение «наилучшего согласия» на рис. 43, а имеет небольшой спад к центру, но разница между имеющимся спадом ( $w=0,64$ ) и моделью Ферми ( $w=0,0$ ) лежит в пределах вероятных ошибок измерения. Это становится понятным из рассмотрения рис. 43, б. Показанные здесь кривые дают  $4\pi r^2 \rho$ , т. е. величину заряда в единичной оболочке. Вблизи центра заряд очень невелик и величины заряда в оболочке при  $w=0,64$  и  $w=0,0$  очень близки.



Далее, на рис. 44 показаны три модели, дающие «наилучшее согласие» в пределах своего типа. При существующей точности измерений опыт не в состоянии различить эти три возможности. Следует отметить,

что три показанные кривые плотности заряда пересекают друг друга приблизительно в одних и тех же местах, на спаде у поверхности. Из этих результатов следует, что в настоящее время могут быть определены только два параметра, а именно  $s$  и  $t$ , или некоторые параметры, близкие к этим двум. Эти два параметра представ-

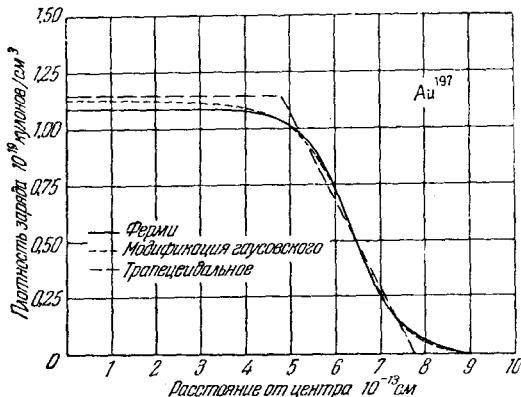


Рис. 44. Три модели, одинаково хорошо удовлетворяющие экспериментальным данным для золота.

ляют общие свойства всех моделей, удовлетворяющих экспериментальным данным.

Одна и та же модель (фермиевская) с теми же численными значениями параметров удовлетворяет данным для  $Au$  как при 153, так и при 183 Мэв, как показано сплошными кривыми рис. 42. С другой стороны, на рис. 45 видны определенные различия. Две теоретические кривые  $a$  и  $b$ , обнаруживающие различие, соответствуют фермиевской модели с параметрами, несколько отличающимися от параметров, дающих наилучшее согласие. Как  $a$ , так и  $b$  относятся к 183 Мэв. Различие между моделями  $a$  и  $b$  приблизительно то же, что и между моделями рис. 44.

## 2.

Данные для других элементов сравнивались с теорией только с помощью фермиевской модели. Точность соответствующих опытов не так велика, как в случае золота, и различные модели в настоящее время не могут быть разрешены. На рис. 46 показаны как экспериментальные данные для индия, так и соответствующие теоретические кривые. Согласие оказывается весьма хорошим.

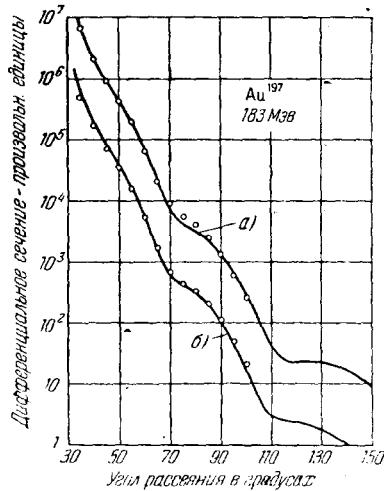


Рис. 45. Теоретические кривые, недостаточно хорошо удовлетворяющие экспериментальным данным.

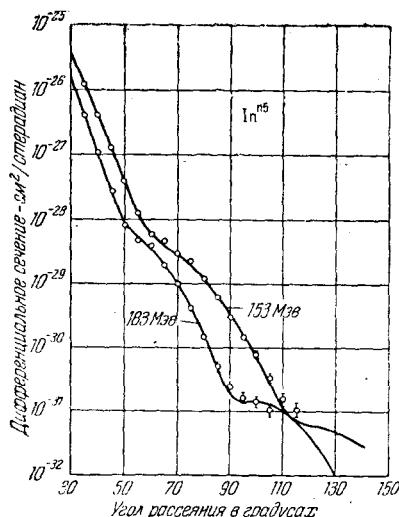


Рис. 46. Теоретические и экспериментальные кривые для  $In^{115}$  при двух энергиях.

Исследования с моделью Ферми показывают, что параметр  $c$  определяет главным образом угловое положение дифракционных спадов, тогда как параметр  $t$  связан с глубиной спадов. Таким образом, свойства кривых, показанные на рис. 41, могут быть коррелированы с изменениями  $c$ , как  $A$  в степени  $1/3$ . Этот вывод подтверждается ниже.

### 3.

Данные для различных ядер суммированы на рис. 47. Все эти результаты основаны на модели Ферми. В таблице IV приведены соответствующие численные данные. Из табл. IV и рис. 47 следует несколько ин-

Таблица IV

Результаты анализа ядер с точки зрения фермиевского стяженного равномерного распределения. Все длины в *ферми*. Плотность заряда в  $10^{19}$  кулонов/ $\text{см}^3$ . Точность этих данных: радиальные параметры  $\pm 2\%$ ; параметры толщины поверхностного слоя  $\pm 10\%$ . Для легких элементов ошибка, вероятно, больше. В случае золота точность выше.  $R$  — радиус равномерного распределения заряда, имеющего то же значение среднего квадратичного радиуса, что и распределение Ферми.

Ядро	$c$	$t$	$R$	$c/A^{1/3} = r_1$	$R/A^{1/3} = r_0$
$^{40}\text{Ca}^{40}$	3,64	2,5	4,54	1,06	1,32
$^{51}\text{V}^{51}$	3,98	2,2	4,63	1,07	1,25
$^{59}\text{Co}^{59}$	4,09	2,5	4,94	1,05	1,27
$^{115}\text{In}^{115}$	5,24	2,3	5,80	1,08	1,19
$^{122}\text{Sb}^{122}$	5,32	2,5	5,97	1,07	1,20
$^{197}\text{Au}^{197}$	6,38	2,32	6,87	1,096	1,180
$^{209}\text{Bi}^{209}$	6,47	2,7	7,13	1,09	1,20

тересных выводов: а) Толщина поверхностного слоя для всех исследованных ядер постоянна и близка к  $\approx 2,4$  *ферми*. б) Параметр  $c$  меняется как

1,08  $A^{1/3}$ , как предполагалось на рис. 41. Поэтому плоская часть кривых удаляется от центра по мере увеличения атомного номера. В случае очень легких ядер ( $Z \leq 6$ ) она исчезает. Величина  $r_0$  (формула (1)) изменяется от  $\sim 1,19$  для тяжелых элементов до 1,32 для Са. Это смещение  $r_0$  продолжается в сторону более легких элементов, как можно видеть из табл. III (1,33 для  $\text{Mg}^{24}$  и 1,35 для  $\text{C}^{12}$ ). Разница между гельмовским значением 1,28 для  $\text{Ca}^{40}$  (табл. III) и значением Гана и др. объясняется использованием разных моделей.

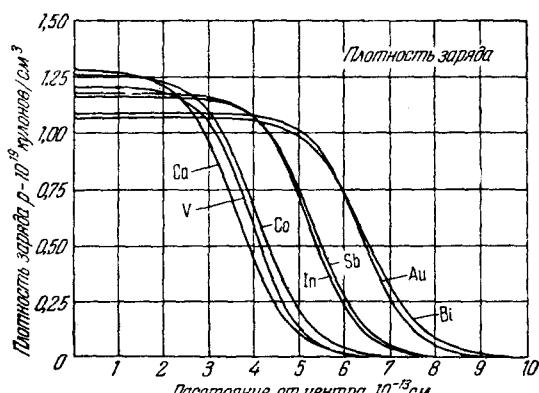


Рис. 47. Модели Ферми для различных ядер. С уменьшением  $Z$  возрастает средняя плотность заряда в центре.

Для легких ядер, у которых центральная плоская часть кривых не смещается и для которых, как, например, в случае углерода, модифицированное гауссовское распределение наилучшим образом удовлетворяет экспериментальным данным (Фрежо), можно ожидать уменьшения

значения  $t$ . В совсем легких элементах размеры всего ядра еще не пре-  
восходят размеров поверхностного слоя  $\sim 2,4$  ферми.

Таким образом, предположение о постоянстве  $r_0$  в (1) не выдержи-  
вает сравнения с приведенными результатами. Эти модели не дают по-  
стоянного значения  $r_0$ . Тенденции изменения  $r_0$  таковы: малые  $r_0$  при  
больших  $A$ , большие  $r_0$  при малых  $A$ . Для того чтобы этот вывод мог быть  
распространен на все ядра, необходимы дальнейшие исследования с новы-  
ми ядрами. Возможно, что при этом будут обнаружены локальные изме-  
нения  $r_0$ , являющиеся исключениями из этого правила.

#### 4.

Для несферических ядер Ган и другие получили результаты, показан-  
ные на рис. 48. Эти ядра обнаруживают более слаженные, менее резко  
выраженные дифракционные свойства, чем, например, золото на рис. 42. Это по-  
лучило качественное объяснение, как ука-  
зание на квадрупольное (эллипсоидаль-  
ное) искажение формы ядер.

Из других опытов хорошо известно,  
что ядра рис. 48 имеют долгоживущие  
уровни, возникающие при кулоновском  
возбуждении, что указывает на большие  
внутренние квадрупольные моменты. Это  
заставляет предполагать большие откло-  
нения от сферической симметрии, которые  
связаны с коллективным движением  
внешних нуклонов<sup>60</sup>.

Даунс и Даунс с сотр.<sup>88</sup> выполнили  
подробные расчеты с помощью улучшен-  
ного борновского приближения с целью  
определить влияние квадрупольного рас-  
сеяния на заполнение дифракционных  
спадов, наблюдаемое при рассеянии от не-  
сферических ядер.

Квадрупольные эффекты дают три  
вклада в рассеяние: а) Эллипсоидальные  
искажения формы должны быть усредне-  
ны по всем направлениям, что приводит к  
ядерной плотности  $\rho_s$ , имеющей большую  
эффективную толщину поверхностного  
слоя, чем ядра без искажения формы.  
Упругое рассеяние при квадрупольном  
сглаживании такого типа показано на кривой  $\sigma_s$  (рис. 49) по Даунс.  
б) Второй тип упругого рассеяния соответствует изменению ориентации  
оси ядерного спина, т. е. «переворачиванию спина». Для несферического  
ядра переход такого типа возможен.

Такое рассеяние, усредненное по всем ориентациям ядер, является  
независимой добавкой к упругому рассеянию. а) Для ориентированных  
ядер могут наблюдаться интерференционные эффекты. в) Неупругое рас-  
сеяние, соответствующее переходам от основного состояния к нижним  
возбужденным состояниям, дает вклад в рассеяние, обычно называемое  
упругим. Этот вклад расположен так близко к упругому рассеянию  
( $\sim 1$  часть на 2000), что в настоящее время практически такое рассеяние  
может рассматриваться как упругое.

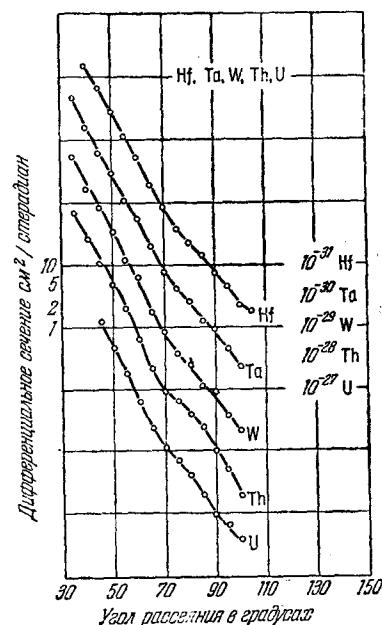


Рис. 48. Экспериментальные дан-  
ные для ядер, обладающих зна-  
чительной несферичностью. По  
сравнению с золотом дифракцион-  
ные явления сглажены.

В результате б) и в) вклад в рассеяние (рис. 49), обозначенный  $\sigma_T$ , прибавляется к упругому рассеянию  $\sigma_S$ , образуя кривую полного рассеяния  $\sigma_S + \sigma_T$ . Последняя кривая может быть сравнена с опытом. Кривая  $\sigma_T$  отвечает, таким образом, квадрупольному рассеянию. Кривая  $\sigma_T^{(2)}$  является приближением, полученным из борновского приближения  $\sigma_T^{(1)}$  для чистого квадруполя и из приближений более высокого порядка, которые не исчезают в цулях борновского квадрупольного рассеяния. Кривая  $\sigma_T^{(2)}$  получена таким образом, а не вычислена, за исключением двух точек, указанных кружками.

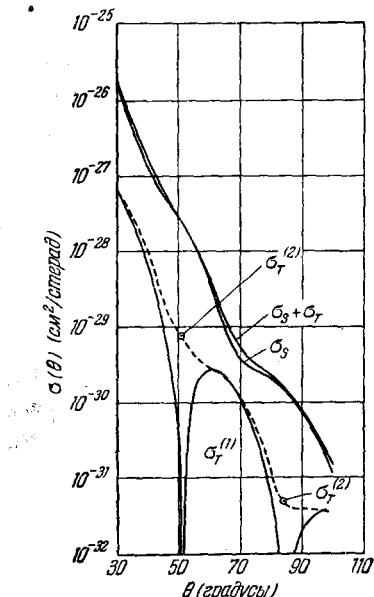


Рис. 49. Теоретические кривые Даунса с сотр.<sup>88</sup> для ядер тантала, вычисленные при рассмотренных в тексте предположениях относительно квадрупольного рассеяния.

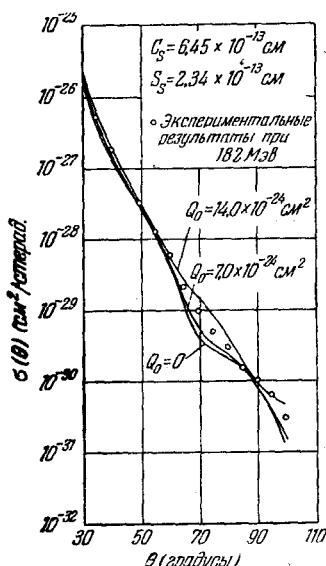


Рис. 50. Сравнение вычислений Даунса и др.<sup>88</sup> с опытами Гана и Хоффстадтера<sup>89</sup> для тантала.

На рис. 50 показаны результаты аналогичных вычислений для тантала, при которых использованы три значения внутреннего квадрупольного момента  $Q_0$ , что соответствует трем состояниям с увеличивающейся степенью искажения формы ядра. На рис. 50 приведены экспериментальные точки Гана и Хоффстадтера<sup>89</sup>. Очевидно, что экспериментальным данным удовлетворяет промежуточное значение  $Q_0$  между 7 и 14 барнами. Однако Даунс не считает эти расчеты достаточно надежными для выделения действительного значения квадрупольного момента. Вероятной причиной сглаживания кривых рис. 48 являются рассмотренные нами квадрупольные вклады в рассеяние.

## VI. НЕЙТРОНЫ

Определение внутренней структуры нейтрона или, по крайней мере, получение таких данных об этой частице, которые соответствовали бы уровню наших знаний о структуре протона, представляет большой интерес. Исследование взаимодействия между электроном и нейтроном, про-

изводившееся Ферми, Раби, Юзом и их сотрудниками<sup>90</sup>, указало на неожиданно малый эффективный радиус распределения заряда. Эти опыты не дали, однако, никаких данных о размере или форме магнитного момента нейтрона. Можно ожидать, что метод рассеяния электронов сможет дать существенный вклад в эту проблему.

Доступные в настоящее время сведения могут быть получены на основе следующих соображений. Если при неупругом рассеянии электрона дейтоном (или Be<sup>9</sup>, у которого на периферии ядра находится слабо связанный нейтрон) происходит большая передача импульса, нейтрон и протон могут рассматриваться как существенно свободные частицы, так как в дейтоне они связаны слабо. Далее, при больших углах и больших энергиях рассеяние электронов почти полностью определяется магнитным моментом нуклона (Розенблут). В соответствии с этим, так как магнитный момент нейтрона равен — 1,91, а магнитный момент протона 2,79 ядерных магнетонов, рассеяние электронов протоном в  $[(2,79/1,91)^2 \approx 2]$  приблизительно в два раза больше рассеяния нейтроном. При этом предполагается, что частицы представляют собой точки или что облака их магнитных моментов имеют одинаковые размеры. Однако если нейтрон имеет размеры меньшие, чем протон, магнитное рассеяние нейтроном может достичь или даже превзойти магнитное рассеяние протоном. Если размеры одинаковы, рассеяние нейтроном будет равно примерно половине от рассеяния протоном. Сравнивая неупругое рассеяние электронов дейтерием с рассеянием электронов свободными протонами в водороде, можно по разности дейтерий — протон получить сечение рассеяния нейтрона и тем самым его размеры.

Эти рассуждения основаны на подробной теории, развитой Джанскус<sup>59</sup>. Действительно, если  $F_D$  мало, (43) может быть написана следующим образом:

$$\sigma_D^{in}(\vartheta) = \sigma_{NS} \left[ 1 + \frac{q^2}{4M^2} \left( 2\mu_p^2 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta + \mu_p^2 \right) + \right. \\ \left. + \sigma_{NS} \cdot \frac{q^2}{4M^2} \left( 2\mu_n^2 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \vartheta + \mu_n^2 \right) \right], \quad (59)$$

$$\sigma_D^{in}(\vartheta) = \sigma_p + \sigma_n. \quad (60)$$

Формула (60) выражает сделанные выше качественные утверждения более точным образом. В соответствии с этим метод разности дейтерий — водород позволяет найти значение  $\sigma_n$ . Зная  $\sigma_n$  и вычислив формфактор и зная  $\sigma_p$  и формфактор протона, можно получить сведения о размерах нейтрона.

В действительности, подобные опыты затруднены размазыванием непрерывного спектра неупругого рассеяния, происходящим от движения нейтронов и протонов в дейтоне. На рис. 51 показана приблизительная форма распределения импульсов в дейтоне, полученная Бланкенбеклером, Хоффстадтером и Ярианом<sup>50</sup> в плававших предварительных опытах. Протонный максимум имеет резкую форму и спад со стороны малых энергий, обусловленный тормозным излучением. Элементарное рассеяние от движущихся в дейтоне протона и нейтрона обнаруживает тот же спад из-за тормозного излучения, но это радиационное сечение лежит в области непрерывного спектра неупругого рассеяния. Для того чтобы выполнить вычитание, необходима правильная оценка соответствующих поправок.

В настоящее время известны только предварительные данные. Первое предположение, вытекающее из этих данных, заключается в том, что рассеяние магнитным моментом нейтрона, по-видимому, меньше, чем рас-

сияние протоном на угол  $135^\circ$  электронов с энергией 500 Мэв, но точность этого вывода мала. Если этот результат сохранится при возрастшей точности опыта, это будет означать, что облако магнитного момента нейтрона имеет те же или возможно несколько меньшие размеры, чем у протона.

Недавние опыты более определенно указывают на то, что магнитное облако нейтрона не так мало, как это следует из статических опытов.

Недавно Чемберсон и Хофтадтером<sup>91</sup> были получены предварительные данные о  $\text{Be}^9$ , из которых следует, что этот метод применим и к бериллию и возможно к некоторым другим ядрам, имеющим изотоны, различающиеся на один нейтрон.

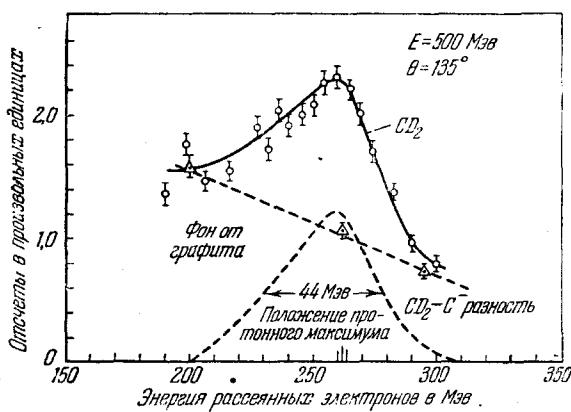


Рис. 51. Неупругое рассеяние электронов дейтонами на угол  $135^\circ$ <sup>90</sup> при энергии приходящих электронов 500 Мэв. Верхняя кривая дает рассеяние в дейтериевом полизтилене ( $CD_2$ ), а точки в треугольниках дают соответствующий вклад от рассеяния в чистом углероде. Разность данных для  $CD_2$  и  $C$  показана нижней пунктирной кривой. Эти данные поправлены на дисперсию спектрометра. Пунктирная кривая является предварительным указанием на распределение импульсов в дейтоне и соответствует  $\sigma_D^{in}(135^\circ) = \sigma_p + \sigma_n$  в (59). Остаток после вычитания из площади под пунктиром максимума  $\sigma_p$  для свободного протона соответствует  $\sigma_n$ .

на электрического взаимодействия зарядов, которые были объяснены влиянием конечных размеров ядра, могут быть связаны с нарушением законов электродинамики, при этом сами частицы могут быть точками. В настоящее время существует слишком много независимых указаний противоположного характера, чтобы можно было надеяться, что такая точка зрения окажется справедливой для ядер. Можно еще, однако, предполагать, что такое происхождение могут иметь «разности» между электромагнитными и нуклонными размерами, но и это кажется невероятным, так как по мере улучшения экспериментов и их интерпретации эти разности все уменьшаются.

В случае протона и нейтрона мы стоим перед другой ситуацией, для которой характерно, что современные опыты по рассеянию электронов не дают возможности определить размеры этих частиц. Мезонные теории предсказывают, что мезонные облака вокруг нуклонов имеют размеры, лежащие где-то между комитоновскими длинами для нуклона и  $\pi$ -мезона, т. е. между 0,2 и 1,4 ферми соответственно, и, вероятно, ближе к меньшему числу. Хотя методы мезонной теории плодотворны в смысле получения качественных результатов, в количественном отношении они недостаточны, и в настоящее время трудно приобрести уверенность, опираясь на предсказания любой мезонной теории. Поэтому можно, в согласии с известными фактами, приписать радиальные размеры, измеренные Мак-

## VII. ПРИМЕНИМОСТЬ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Как было указано, наблюдаемое в опытах по рассеянию электронов различие между действительным сечением рассеяния и сечением, ожидающимся для точечного заряда, может быть полностью или частично приписано нарушению, для малых расстояний, кулоновского зако-

Другими словами, отклонения,

Алистером, Чемберсон и Хофтадтером и равные 0,77 *ферми* для протона, нарушению электродинамики и предположить, что в действительности мезонные облака весьма малы по сравнению с 0,77 *ферми*. Что касается опытов по рассеянию электронов протоном, то здесьгодны оба объяснения, и в действительно здесе могут одновременно играть роль как эффекты конечных размеров, так и непригодность электродинамики. Окончательное объяснение результатов опытов по рассеянию должно быть одинаково в обоих случаях. Существуют даже некоторые подозрения, что конечные размеры и непригодность электродинамики являются двумя аспектами одного и того же явления.

Простым примером, показывающим, как близки обе эти возможности, является следующее. Для объяснения опытов по рассеянию облаку протонного заряда надо приписать конечные размеры и определенную модель, например гауссовскую. Функция кулоновского потенциала при этом остается конечной при радиусе, равном нулю, тогда как для точечного протона потенциал при нуле обращается в минус бесконечность. Алгебраическая разность этих двух потенциальных функций может рассматриваться как закон отклонения от кулоновского взаимодействия на малых расстояниях. Новый потенциал, учитывающий это отклонение, соответствует «исправленному закону Кулона». Мы имеем, таким образом, специальную модель, указывающую, насколько нарушаются законы электродинамики при малых расстояниях, т. е. новый закон сил, пригодный для всех обычных расстояний, но с новыми свойствами при очень малых расстояниях. Аналогичная ситуация имеет место для плотности магнитного заряда протона. Одно и то же нарушение законов электродинамики одновременно описывает оба случая.

Существуют некоторые возможные пути установления различия между конечными размерами и непригодностью электродинамики: одним из таких способов является рассеяние электронов на электронах при достаточно больших энергиях ( $\sim 20$  *Бэв*), когда длина волны де-Бройля в системе центра масс становится сравнимой с небольшими расстояниями, в пределах которых можно ожидать нарушения закона Кулона. Другой метод, более доступный при современной экспериментальной технике, заключается в определении размеров нейтрона, что обсуждалось в разделе VI. Если размеры нейтрона окажутся идентичными с размерами протона, это укажет на то, что электродинамика нарушается при определенных небольших расстояниях, и все объекты, имеющие меньшие размеры, включая нейtron и протон, кажутся имеющими одинаковые размеры. С другой стороны, если размеры (или форма) нейтрона отличаются от размеров протона, то кажется разумным утверждение, что размеры, по крайней мере частично, соответствуют реальному структурному эффекту и что законы электродинамики, вероятно, еще сохраняют силу даже при малых расстояниях. Третий метод заключается в наблюдении за тем, сощпадают ли радиусы очень легких ядер, измеренные, например, методом зеркальных ядер с радиусами, измеренными по рассеянию электронов. Если оба способа измерений дают согласующиеся результаты, это является доводом в пользу справедливости закона Кулона. К сожалению, оба метода определения радиусов имеют точность на один порядок меньшую, чем та, которая необходима для выяснения ситуации. Другие методы, предъявляющие только слабые требования к ядерной теории, также могут оказаться пригодными для таких исследований. Возможно также, что опыты по тормозному излучению или образованию пар под большими углами, по-видимому, в водороде или других ядрах, могут помочь в решении этой неразрешенной проблемы. Возможно, что здесь поможет исследование мезоатомов.

В связи с этим уместно рассмотреть вопрос о размере электрона. Можно думать, что многие факты, относящиеся к размеру нуклона, имеют отношение и к радиусу электрона. В настоящее время нет возможности удовлетворительного разрешения этого вопроса, ибо, если конечный электрон и дает возможность объяснить явление, то теория Дирака, основа вычислений с электронами, не может быть в данном случае применена без колебаний. Другими словами, при современном состоянии наших знаний точечный электрон и теория Дирака находятся в согласии друг с другом. Вообще благодаря отдаче, которую приобретает электрон при виртуальном испускании и поглощении фотонов из поля излучения, он должен иметь размеры и не является строго говоря, точкой. Но этот размер эквивалентен, в сущности, действию швингеровских радиационных поправок. Эти эффекты невелики и на порядок величины меньше, чем протонный радиус. Таким образом, в настоящий момент вопрос о размере электрона остается без ответа. Чтобы получить ясный ответ на вопрос о размере электрона, необходимы согласованные исследования рассеяния электронов и другие методы измерений.

### VIII. СРАВНЕНИЕ С ДРУГИМИ ИЗМЕРЕНИЯМИ РАЗМЕРОВ ЯДЕР

Существует много возможностей измерения размера ядер и распределения заряда в них. Недавний обзор Форда и Хилла<sup>9</sup> дает хорошую сводку доступных методов. Кроме рассеяния электронов, были использованы также следующие возможные методы:

#### I. Методы, чувствительные к заряду

- а) Кулоновские эффекты в зеркальных ядрах.
- б) Мезоатомы и рассеяние  $\mu$ -мезонов.
- в) Тонкая структура рентгеновских спектров.
- г) Изотопические сдвиги.
- д) Сверхтонкая структура водорода.

#### II. Методы, чувствительные к радиусу действия ядерных сил

- е) Опыты по рассеянию нейтронов при средних энергиях (14—25 Мэв).
- ж) Рассеяние нейтронов при больших энергиях (90 Мэв).
- з) Рассеяние нейтронов при сверхбольших энергиях (1,4 Бэв).
- и) Опыты по рассеянию протонов (20 Мэв — 340 Мэв).
- к) Опыты по рассеянию  $\alpha$ -частиц (13—42 Мэв).

#### Комбинации методов I и II

- л) Полуэмпирическая формула Вейцзеккера для энергии связи.
- м) Альфа-распад.

Вероятно, существует много других методов, для которых существенные размеры ядра и которые соответственно дают возможность измерять эти размеры<sup>92</sup>.

Целью этого обзора не является детальное обсуждение результатов, полученных различными перечисленными выше методами. Это прекрасно сделано в обзоре Форда и Хилла. Необходимо, однако, указать, что современное положение не позволяет выполнить точное сравнение данных различных методов, главным образом из-за скудности как экспериментальных данных, так и правильной их интерпретации. Такое положение можно понять, если принять во внимание наше недостаточное знание законов ядерных сил. Тем не менее даже сейчас желательно произвести краткое сравнение данных для нескольких случаев, когда сами данные и их интерпретация являются удовлетворительными. Это будет выполнено ниже.

а) На основе ядерной модели, включающей в себя обменные эффекты для пар зеркальных ядер, Джанкович<sup>8</sup> вычислил величину, определенную им как отношение кулоновского и мезонного размеров для  $O^{17}$  и  $N^{15}$ . Эти отношения равны 1,18 для  $O^{17}$  и 1,08 для  $N^{15}$ . Экспериментально найденное отношение для этих радиусов равно 1,27 и 1,17 в предположении, что мезонный радиус легких ядер описывается (1) при  $r_0 = 1,20$  ферми. Это обнаруживает расхождение между мезонным радиусом и радиусом зеркальных ядер. С другой стороны, если действительные значения мезонных радиусов лежат вблизи  $r_0 = 1,30$  ферми, вместо 1,20 ферми, расхождение устраивается. Интересно, что рассеяние электронов для ядер в этой области дает значения, лежащие близко к  $r_0 = 1,32$ .

Карлсон и Тальми<sup>93</sup> также вычисляли влияние парных эффектов на кулоновскую энергию и воспользовались этими эффектами для определения радиусов ядер. Значения  $r_0$ , полученные этими авторами, приведены в таблице V. Для ядер с  $A < 11$  и  $A > 28$  эти вычисления менее надежны, чем для ядер с  $A$  между 11 и 28. Таблица демонстрирует плавное уменьшение радиуса между  $C^{13}$  и  $Al^{27}$  от значения  $r_0 = 1,34$  до 1,20 ферми. Результаты для  $A > 28$  обнаруживают новое возрастание  $r_0$  до значений, близких к 1,32 ферми. Если эти результаты не являются иллюзорными, из них следует, что локальных изменений  $r_0$  можно ожидать и в других местах и что вряд ли можно ожидать плавного изменения  $r_0$  вдоль всей периодической системы.

Эти данные показывают, что из нескольких случаев еще нельзя делать обобщений о ядерных радиусах. Более того, как следует из работ по рассеянию электронов, для описания распределения заряда мало одного единственного параметра и простой средний квадратичный радиус недостатчен для этой цели. Таким образом, при сравнении результатов, полученных различными методами, следует иметь в виду часто высказываемое соображение о том, что различные методы могут измерять разные величины, представляющие радиусы. Это, вообще говоря, особенно существенно в том случае, когда происходит сравнение зарядового или электромагнитного радиуса с нуклонным радиусом, полученным методом, чувствующим радиус действия ядерных сил.

б) Результаты по  $\mu$ -мезоатомам кажутся в прекрасном согласии с результатами по рассеянию электронов тяжелыми ядрами. В случае свинца согласие находится в пределах 1%. Для более легких ядер могут возникнуть некоторые расхождения с результатами рассеяния электронов, однако до сих пор выводы, полученные при исследовании мезоатомов, имели в этой области меньшую точность, чем в случае тяжелых ядер. Имеют место также расхождения между мезоатомными данными и данными по зеркальным ядрам<sup>8</sup>. С другой стороны, как сказано выше, радиусы зеркальных ядер находятся в согласии с радиусами рассеяния электронов.

$\pi$ -мезоатомные данные ( $2P - 1S$ -переходы) в настоящее время дают только один параметр, который для легких ядер представляет собой средний квадратичный радиус. Для тяжелых ядер измеряемый параметр не является точно средним квадратичным радиусом и несколько зависит от распределения плотности. Более высокие переходы также не-

Таблица V

В эту таблицу включены данные Карлсона и Тальми<sup>93</sup> для  $r_0$  в случае зеркальных ядер

Ядро	$r_0$	Ядро	$r_0$
$Li^7$	1,489	$F^{19}$	1,259
$Be^9$	1,543	$Ne^{21}$	1,248
$B^{11}$	1,283	$Na^{23}$	1,217
$C^{13}$	1,340	$Mg^{25}$	1,230
$N^{15}$	1,305	$Al^{27}$	1,197
$O^{17}$	1,262		

сколько (слабо) чувствительны к распределению заряда. Метод  $\mu$ -мезонов является, таким образом, многообещающим методом, который помогает выяснить проблему ядерных радиусов.

в) Тонкая структура расщепления рентгеновских линий в  $L$ -сериях была подробно исследована в недавних опытах Шаклетт и Дюмонд<sup>95, 96</sup>, которые, однако, еще не получили определенной интерпретации. Доступная в настоящее время теоретическая интерпретация этих данных дает радиусы большие, чем радиусы, получаемые любыми другими методами. Соответствующая теория представляет, однако, значительные трудности, и интерпретация этих данных, по-видимому, еще находится в своей ранней стадии.

г) Изотопические сдвиги, по-видимому, дают хороший способ определения степени концентрации ядерного вещества, но в настоящее время этот метод не добавил много нового к вопросу о ядерных размерах<sup>97, 98</sup>.

д) Точные измерения сверхтонкой структуры водорода и очень точное определение постоянной тонкой структуры дает возможность определить протяженность заряда и магнитного момента протона. Вычисления верхнего предела среднего радиуса (но не среднего квадратичного радиуса) были выполнены Моллерингом и др.<sup>99</sup> на основании анализа сверхтонкой структуры. Полученное значение  $R_m < 2,5 \hbar/MC = 0,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$  и находится в пределах значений, даваемых рассеянием электронов. Желательно дальнейшее изучение этого важного источника данных о размерах ядер.

е) Опыты с нейтронами 14—25 Мэв делятся на два типа: 1) Сечение захвата (или поглощения); 2) Сечение рассеяния

1) Опыты по определению сечения поглощения были выполнены довольно давно Шерром<sup>100</sup> и Амальди и др.<sup>101</sup>. Экспериментальное сечение описывается асимптотической формулой

$$\sigma_T = 2\pi R^2, \quad (61)$$

из которой находится радиус. Вообще говоря, здесь  $R$  означает радиус, при котором начинается действие ядерных сил, и включает в себя «радиус» нейтрона. Справедливость интерпретации, выражаемой (61), не вполне очевидна и в области нейтронных энергий 14—25 Мэв для средне-тяжелых ядер весьма вероятно, что множитель 2 в (61) следует заменить на 2,5. Подстановка этого множителя в (1) приводит к радиусу  $r_0 \approx 1,30 \text{ ферми}$ , тогда как обработка данных<sup>122</sup> Шерра и Амальди дает  $r_0$ , близкое к 1,40 ферми. Шерр выразил свои результаты в форме

$$R = b + r'_0 A^{1/3}, \quad (62)$$

где  $b = 1,7 \text{ ферми}$  и  $r'_0 = 1,22 \text{ ферми}$ . Но это эквивалентно  $r_0 = 1,37 - 1,40 \text{ ферми}$ , в пределах экспериментальных ошибок. Сечение поглощения указывает, таким образом, на то, что значения  $r_0$  близки к  $\approx 1,3$ , если равенство (61) поправлено.

2) Сечение рассеяния нейтронов при 14 Мэв было измерено Кун<sup>103</sup> и интерпретировано Каллер, Фернбах и Шерман<sup>104</sup> с помощью приближения оптической модели Фернбах, Сербер и Тейлор<sup>105</sup>. Каллер и др. была применена двухчленная потенциальная функция, эквивалентная сглаженной яме. Потенциал содержит мнимую часть, ответственную за поглощение. Радиус реальной части ямы был найден равным  $1,22 A^{1/3} + 0,74 \text{ ферми}$ , что эквивалентно  $1,4 A^{1/3}$  для средних ядер. Эллиот<sup>106</sup> также произвел опыты с 14 Мэв нейтронами для ряда элементов и интерпретировал свои результаты с помощью простой потенциаль-

ной модели

$$V = -V_0(1 + \zeta) \text{ для } r < R_0, \quad (63)$$

где  $V_0 = 42 \text{ Мэв}$ ,  $\zeta = 0,15$ , и

$$R_0 = 1,32 A^{1/3} \text{ ферми}. \quad (64)$$

Этот радиус является радиусом взаимодействия и включает в себя как «радиус» нейтрона, так и радиус ядерных сил. Такой анализ дает, следовательно, малые значения радиусов, лежащие недалеко от электромагнитных радиусов (если принять во внимание радиус ядерных сил).

ж) Фернбах и др.<sup>105</sup> развили оптическую модель ядра, согласно которой ядро частично прозрачно при больших энергиях и рассматривается как однородная среда, характеризуемая комплексным показателем преломления. Не приводя здесь подробности, укажем, что авторы интерпретировали тщательные опыты Кука и др.<sup>107</sup> по рассеянию 90 Мэв нейтронов в большом числе элементов и показали, что все рассмотренные данные могут быть согласованы удовлетворены сферической моделью ядра с радиусом  $R$ , где

$$R = 1,37 A^{1/3}. \quad (65)$$

Это весьма близко к зависимости  $R_0 = 1,3 r^{1/3}$ , полученной Эллиот<sup>106</sup>, хотя обе модели несколько отличаются друг от друга. Тем не менее, если радиус ядерных сил считать близким к 1,0 ферми, полученные значения радиуса близко совпадут с электромагнитными радиусами.

з) Недавно, с помощью оптической модели, были интерпретированы важные опыты Кур и др.<sup>108</sup> по поглощению 1,4 Бэв нейтронов различными элементами. Это привело к значению радиуса сферы  $R = 1,28 A^{1/3}$  ферми. Таким образом, эти опыты указывают на небольшие радиусы. Эти же опыты были анализированы Вильямсом<sup>109</sup>, который показал, что экспериментальные данные находятся в согласии с распределением заряда, полученным из рассеяния электронов и с небольшими электромагнитными размерами.

и) Опыты по рассеянию протонов в области 20 Мэв были выполнены Коэн и Нейдиг<sup>110</sup> и Дайтон<sup>111</sup> и другими<sup>112</sup>. Сечение рассеяния обнаруживает прекрасные дифракционные минимумы и максимумы, что открывает великолепные возможности для изучения этим методом многих вопросов структуры ядра. Если воспользоваться потенциалом в виде прямоугольной ямы, то удовлетворить полученным данным с помощью оптической модели оказывается невозможным. Однако Вудс и Саксон<sup>114</sup> «закруглили» край ямы, воспользовавшись потенциалом

$$V(r) = \frac{V + iW}{1 + \exp\left(\frac{r - r_2}{a_1}\right)}, \quad (66)$$

где  $r_2$  — параметр, характеризующий ядерные размеры, а  $a_1$  определяет диффузный характер поверхности, иными словами, толщину «поверхностного» слоя. Эта формула аналогична фермиевской модели, использованной Ган и др.<sup>33</sup> и Йенни и др.<sup>18</sup>. Кулоновская часть взаимодействия с приходящим протоном приписывается равномерно заряженной сфере радиуса  $r_0$ , который согласуется с электромагнитными значениями. Для платины параметрами, дающими хорошее согласие с экспериментальной кривой, являются  $V = 38 \text{ Мэв}$ ,  $W = 9 \text{ Мэв}$ ,  $r_2 = 8,24 \text{ ферми}$  и  $a_1 = 0,49 \text{ ферми}$ . Вспоминая, что для модели Ферми  $t = 4,40 a_1$ , получаем  $t = 2,16 \text{ ферми}$ , в хорошем согласии со значением, полученным Ганом и др.<sup>33</sup> при изучении рассеяния электронов. Модель Вудс и Саксон

недостаточно хорошо удовлетворяет опыту при малых  $Z$  (например, Ni), но согласие улучшается, если принять во внимание спин-орбитальное взаимодействие. Однако радиус  $r_2$  все же оказывается больше электромагнитного радиуса. Это, возможно, является отражением того факта, что радиус действия ядерных сил проявляется как эффективный «радиус» нуклона в тех случаях, когда радиус измеряется методом, чувствительным к ядерным силам.

Гата и Ридделл<sup>116</sup> отметили раньше, что для получения согласия с экспериментальными данными<sup>117</sup> о рассеянии протонов высокой энергии ( $340 \text{ Мэв}$ ) необходимо плавное спадение плотности на краю ядерной сферы (оптическая модель). Они нашли также, что  $r_0 = 1,25 \text{ ферми}$  дает лучшее согласие с опытом, чем старое, большее значение радиуса.

к) Упругое рассеяние ( $13-42 \text{ Мэв}$ ) альфа-частиц тяжелыми ядрами изучалось Фаруэллом и Вагнером<sup>118</sup>. Интерпретация наблюдавшегося резкого сброса энергии была дана Блайром<sup>119</sup>. Теория этих опытов сложна и полученные оценки радиусов должны, по-видимому, рассматриваться как верхние пределы. Принимая во внимание радиус а-частицы получают оценку  $r_0 = 1,5 \text{ ферми}$ . Неясно, насколько такая оценка реальна.

л) В полуэмпирической формуле Вайцзеккера для энергии связи ядер имеется электростатический член для равномерно заряженной сферы, пропорциональный

$$E_{\text{эл}} = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{r_0 A^{1/3}}, \quad (67)$$

и таким образом в принципе из кривой упаковочного множителя может быть найдено значение  $r_0$ . К сожалению, оценки  $r_0$  от 1,2 до 1,5 ферми в равной мере согласуются с имеющимися данными. Если ввести неравномерно заряженную модель, проблема становится более сложной, но если известна форма модели, может быть найдено новое значение  $r_0$ .

м) Мы не будем рассматривать многочисленные работы, в которых радиусы ядер определялись по естественной и искусственной альфа-радиоактивности. Эта проблема имеет большую историю, и ее исследование дало первые доказательства существования квантово-механического туннельного эффекта. Имеет смысл, однако, обратить внимание на недавние работы, которые ввели некоторые изменения в старые теории. Тольхук и Бруссар<sup>120</sup> воспользовались ядерной моделью с поверх-

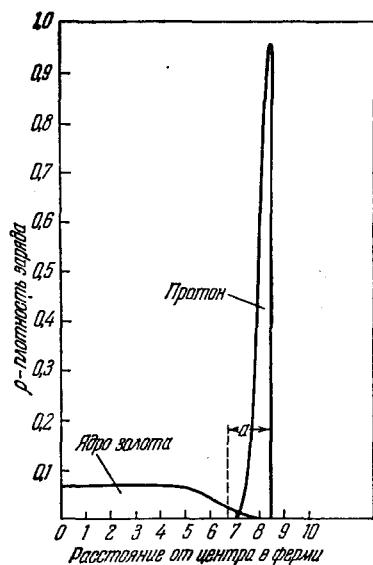


Рис. 52. Протон, взаимодействующий с ядром золота, при старом значении радиуса золота  $8,45 \times 10^{-13} \text{ см}$ . Вследствие конечного размера нуклона уже на этом расстоянии имеет место некоторое взаимодействие, а соответствует радиусу ядерных сил. Следует отметить большую плотность заряда в протоне по сравнению с ядром золота.

ностным слоем конечной толщины, подобной модели Гана и др.<sup>33</sup>. Эта теория дает значение  $r_0 = 1,13 \text{ ферми}$  в противоположность старым определениям, которые в большей части случаев давали  $r_0$  от 1,4 до 1,5<sup>102</sup>. В настоящее время еще неизвестно, насколько модель Тольхука и Бруссара может быть хороша на практике. Наконец, рис. 52 напоминает нам, что, говоря о радиусах ядер, следует принимать во внимание конечные размеры нуклона. Этот график дает плотность заряда в ядре золота

(в заряде протона на кубический сантиметр) в зависимости от расстояния от центра. В правой части графика показана плотность заряда в конечной гауссовой модели для протона (средний квадратичный радиус 0,70 ферми) при расстоянии 8,45 ферми между центрами протона и ядра золота. Это расстояние соответствует условному радиусу золота  $r_0 = 1,45$  по (1). На графике  $a$  означает приближенную величину радиуса ядерных сил. Следует отметить заметное перекрытие как зарядов, так и областей, где действуют ядерные силы. Поэтому существование сильного взаимодействия на таком расстоянии не является неожиданным. Этот график, в противоположность рис. 1, ясно указывает на то, что облако протонного заряда имеет высокую среднюю плотность по сравнению с притяженными ядрами, подобными ядру золота.

В заключение этого раздела отметим, что многие из новых и некоторые старые определения радиусов согласуются с малыми значениями электромагнитных радиусов. Некоторые другие определения упорно дают большие и различающиеся значения. До тех пор, пока природа ядерных сил не выяснена, невозможно разумное сравнение многих из этих «радиусов». Следует надеяться, что постоянные ссылки на величину  $r_0$  в этой главе не заставят обратить на нее слишком преувеличенно большое внимание. В действительности для характеристики размеров и формы ядра необходимо иметь более чем один единственный параметр (подобный  $r_0$ ).

## IX. ИТОГИ

Перечисление выводов из этого обзора потребовало бы много места. Приведенный материал может быть разделен на новые данные, еще нуждающиеся в проверке, и на более старые данные, которые подтверждены лучше. Некоторые из старых результатов не нуждаются в повторении. Вместо повторения новых и старых выводов имеет смысл представить большую часть явлений в форме простых графиков и таблиц. Несмотря на неполноту такого метода он может помочь появлению новых экспериментальных и теоретических идей. Приводимые ниже замечания поясняют графики и таблицы.

На рис. 53 представлена большая часть различных явлений, наблюдавшихся в опытах по рассеянию электронов. Эти графики, имеющие схематический характер, демонстрируют явления в протяженных ядрах, подобных углероду, при относительно больших углах рассеяния и умеренно высоких энергиях, например  $70^\circ$  и  $400$  Мэв. Относительные масштабы на рис. 53 не являются точными.

Первичная энергия электрона обозначена через  $E_0$ .  $A$  — максимум упругого рассеяния, а неупругие максимумы, возникающие от рассеяния на ядерных уровнях, показаны буквами  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Левый спад упругого максимума обусловлен тормозным излучением. Заметим, что упругие и неупругие максимумы благодаря явлениям отдачи смешены к энергиям, меньшим  $E_0$ . Непрерывный спектр неупругого рассеяния при меньших энергиях обозначен через  $F$ . Отдельные пуклоны производят некогерентное рассеяние электронов, и все эти индивидуальные сечения, подобные показанному для протона  $P$ , складываются вместе, образуя большой максимум  $F$ . Этот широкий максимум расположен вблизи максимума рассеяния свободным протоном  $H$ , приведенного для сравнения, но лежит ниже этого максимума благодаря энергии связи протонов и нейтронов в ядре. Заметная часть рассеяния в этом некогерентном максимуме связана с магнитными процессами переворачивания спина.

Таблица VI

В этой таблице приведены радиальные параметры ядер, указанных в первом столбце и соответствующие распределению зарядов (и магнитных моментов). Определение всех величин, входящих в таблицу, дано в тексте, кроме параметров модели Хилла (используемой только для  $^{82}\text{Pb}^{208}$ ). Все расстояния даны в  $10^{-13}$  см (ферми). Точность определения параметров толщины поверхностного слоя близка к  $\pm 10\%$  и может быть несколько хуже в случае легких ядер. Точность определения радиальных параметров ближе к  $\pm 2\%$ , за исключением, быть может, случая Та. Для золота точность лучше, чем  $\pm 2\%$ .  $\rho U$  есть плотность заряда (в единицах заряда протона на кубический ферми) для эквивалентной равномерной модели. Она может быть сравнена с рис. 1, б. Результаты для лития и бериллия следует считать предварительными

Ядро	Тип распределения заряда (см. табл. I)	Средний кв. радиус	Радиус эквивалентн. равномерн. модели ( $R$ )	$r_0 = \frac{R}{A^{1/3}}$	Толщина поверхности, слоя	Радиус половинной плотности	$r_1 = \frac{c}{A^{1/3}}$	$\rho U$	$A^{1/3}$	Примечание	Номер ссылки
$^1\text{H}^1$	III, IV, V, VII, магнитный момент имеет то же распределение	$0,77 \pm 0,10$	1,00	1,00	...	...	...	0,239	1,00	Распределение зарядов в столбце 2 эквивалентно одному другому. Ср. кв. радиус дает среднее значение для всех моделей. Магнитн. распределение совпадает с зарядовым. То, что $R=1,00$ (столбец 4), представляет собой случайное совпадение	42, 55, 68
$^1\text{D}^2$	Распределение заряда, вычисленное по волновой функции дейтона при потенциалах, данных Гультеном и др.	1,96	2,53	2,04	...	...	...	0,0147	1,26	...	71
$^2\text{He}^4$	III	1,61	2,08	1,31	...	...	...	0,053	1,59	...	42, 49
$^3\text{Li}^6$	XII	2,78	3,59	1,98	...	...	...	0,0153	1,82	...	75
$^3\text{Li}^7$	XII	2,71	3,50	1,83	...	...	...	0,0167	1,19	...	75
$^4\text{Be}^9$	XII	3,04	3,92	1,89	...	...	...	0,0157	2,08	...	75
$^6\text{C}^{12}$	XI	2,37	3,04	1,33	$\sim 2,0$	$\sim 2,3$	1,00	0,051	2,29	$\alpha = 4/3$	77

Продолжение табл. VI

Ядро	Тип распределения заряда (см. табл. I)	Средний кв. радиус	Радиус эквивалентн. равномерн. модели (R)	$r_0 = \frac{R}{A^{1/3}}$	Толщина поверхн. слоя	Радиус половинной плотности	$r_1 = \frac{c}{A^{1/3}}$	$\rho U$	$A^{1/3}$	Примечание	Номер ссылки
$^{12}\text{Mg}^{24}$	$gU$	2,98	3,84	1,33	2,6	2,85	0,99	0,051	2,88	...	46
$^{14}\text{Si}^{24}$	$gU$	3,04	3,92	1,29	2,8	2,95	0,97	0,056	3,04	...	46
$^{16}\text{S}^{32}$	$gU$	3,19	4,12	1,30	2,6	3,28	1,03	0,055	3,18	...	46
$^{20}\text{Ca}^{40}$	Ферми	3,52	4,54	1,32	2,5	3,64	1,06	0,052	3,42	...	33
$^{23}\text{V}^{51}$	Ферми	3,59	4,63	1,25	2,2	3,98	1,07	0,055	3,71	...	33
$^{27}\text{Co}^{59}$	Ферми	3,83	4,94	1,27	2,5	4,09	1,05	0,0662	3,89	...	33
$^{49}\text{In}^{115}$	Ферми	4,50	5,80	1,19	2,3	5,24	1,08	0,0605	4,87	...	33
$^{51}\text{Sb}^{123}$	Ферми	4,63	5,97	1,20	2,5	5,32	1,07	0,0572	4,96	...	33
$^{73}\text{Ta}^{181}$	Ферми плюс квадруполь	5,50	$\sim 7,10$	$\sim 1,25$	$\sim 2,8$	$\sim 6,45$	$\sim 1,14$	0,0491	5,65		
										В связи с квадрупольными эффектами радиальные расстояния имеют смысл «эффективных» радиусов	61,88
$^{77}\text{Au}^{197}$	Ферми	5,32	6,87	1,180	2,32	6,38	1,096	0,0581	5,82	...	33
$^{82}\text{Pb}^{203}$	Хилл и др. (ссылка 9)										
	$n = 10, s = 0$	$\sim 5,42$	$\sim 7,0$	1,18	$\sim 2,3$	$\sim 6,5$	$\sim 1,09$	0,057	5,93	Модель Хилла и др. аналогична модели Ферми	9
$^{83}\text{Bi}^{209}$	Ферми	5,52	7,13	1,20	2,7	6,47	1,09	0,054	5,935	...	33

В этом отношении нейtron и протон почти эквивалентны. Изучение вопроса о том, каким образом складываются индивидуальные максимумы протонов и нейтронов, образуя непрерывный спектр для различных углов рассеяния, представляет большой интерес. Если поставить опыты с легкими ядрами, такими, как, например, D, H<sup>3</sup>, He<sup>3</sup>, He<sup>4</sup>, Li<sup>6</sup>, Li<sup>7</sup>, Be<sup>9</sup> и т. д., и переходить к более тяжелым ядрам, можно изучить взаимодействие исчезающих частиц с окружающими их частицами. Эти исследования должны дать сведения о распределении импульсов в ядре.

При еще меньших энергиях происходит образование π-мезонов и область спектра, обозначенная на рис. 53 через M и проведенная пунктиром, соответствует электронам, рассеянным в процессах рождения π-мезонов. Мы видим, что на рис. 53 отмечено большинство процессов, рассмотренных в нашем обзоре.

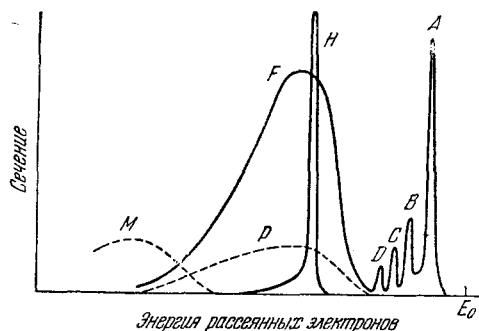


Рис. 53. Этот график дает представление о различных явлениях, наблюдаемых при рассеянии электронов в условиях передачи большого импульса. A соответствует максимуму упругого рассеяния, а B, C и D относятся к неупругому рассеянию от ядерных уровней. H относится к максимуму от рассеяния на свободных протонах, наблюдавшемуся при рассеянии в воздухе. F дает сумму таких максимумов по всем A нуклонам ядра. M соответствует электронам, образовавшимся при рассеянии π-мезонов. Заметим, что благодаря отдаче ядра все электроны находятся со стороны малых энергий от  $E_0$ . В этом графике ни по вертикальной, ни по горизонтальной осям масштаб не выдержан.

максимума на протоне. Величина  $U_p$  в таблице дает плотность заряда для эквивалентной равномерной модели.

Представляет интерес рассмотреть статистическое приближение Дженсен и Латтингера<sup>121</sup>, которые применили к ядру модель Томаса — Ферми и вычислили средний квадрат момента количества движения. Они показали, что толщина поверхностного слоя в 1,8 ферми дает согласие с предсказаниями модели оболочек. Этот результат вытекает и из данных, представленных в табл. VI. Дальнейшая работа с этой моделью может оказаться успешной. Весьма желательны также добавочные теоретические приближения. Несколько таких попыток было произведено различными авторами<sup>122—129</sup>. Можно надеяться, что некоторые из этих моделей окажутся удачными.

На рис. 53 невозможно было привести угловые распределения, соответствующие каждому из показанных на схеме процессов. Это потребовало бы графика в пространстве нескольких измерений. Вместо этого мы отсылаем читателя к рис. 38, рис. 41 и к табл. VI.

Анализ этих данных приведен в табл. VI. В тех случаях, когда это возможно, в таблице приведены значения параметров, характеризующих распределение заряда. В других случаях распределение заряда описывается средним квадратичным радиусом и величиной  $r_0$ . Наиболее важными особенностями табл. VI являются приблизительное постоянство толщины поверхностного слоя и сокращение плоской области по мере перехода к более легким элементам. Самые легкие ядра и протон не могут быть описаны простым образом. В общем средняя плотность заряда в центре ядер возрастает по мере уменьшения атомного номера, достигая

## Х. ВЫВОДЫ

В этом кратком разделе мы отметим, что метод рассеяния электронов открыл большие возможности для исследования проблем размеров и формы ядер и внутренней ядерной динамики. Но следует иметь в виду, что в настоящее время мы не имеем еще полной информации об этих проблемах, произведенные опыты являются лишь «царапанием» поверхности». Необходимо исследовать большое число ядер, увеличить точность измерений и получить абсолютные значения сечений. Улучшение разрешения между упругим и неупругим рассеянием представляет собой серьезную и еще нерешенную задачу. Необходимо иметь хорошие счетчики электронов, которые отличали бы электроны высоких энергий от других частиц с тем же импульсом. Эти замечания можно подытожить следующим образом: нужны более обширные и лучшие данные. Необходимо время для того, чтобы данные, полученные по рассеянию электронов, можно было сравнить и проверить данными других методов. Только таким путем можно проверить опыты и сделанные из них выводы. Пригодность электродинамики желательно проверить несколькими независимыми методами, но это, по-видимому, требует аппаратуры, которой еще нет. Нужно также время для улучшения экспериментальной техники. Необходимо дальнейшее развитие теоретических представлений для получения ясной картины в отношении многих подробностей. Кроме развития теории элементарных частиц, необходимо иметь методы анализа задач многих тел. В этой связи надо надеяться на развитие успешной количественной мезонной теории. Можно надеяться, что в течение нескольких следующих лет некоторые из этих задач будут решены.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Lyman, Hansen and Scott, Phys. Rev. **84**, 626 (1951).
2. Hofstadter, Fechter and McIntyre, Phys. Rev. **91**, 422 (1953).
3. Hofstadter, Fechter and McIntyre, Phys. Rev. **92**, 978 (1953). (Теоретическая интерпретация данных была выполнена Yennie et al. See Secs. IIc and Vg.)
4. Hofstadter, Hahn, Knudsen and McIntyre, Phys. Rev. **95**, 512 (1954).
5. Pidd, Hammer and Raka, Phys. Rev. **92**, 436 (1953).
6. V. L. Fitch and J. Rainwater, Phys. Rev. **92**, 789 (1953).
7. L. N. Cooper and E. M. Henley, Phys. Rev. **92**, 801 (1953).
8. B. G. Jancovici, Phys. Rev. **95**, 389 (1954).
9. K. W. Ford and D. L. Hill, The Distribution of Charge in the Nucleus, Ann. Revs. Nuclear Sci. A, 25–72 (1956).
10. N. F. Mott and H. S. W. Massey, The Theory of Atomic Collisions (Clarendon Press, Oxford, 1949); русский перевод Мотт Н. и Месси Г., Теория атомных столкновений, ИЛ, 1951.
11. N. F. Mott, Proc. Roy. Soc. (London) **A124**, 426 (1929).
12. N. F. Mott, Proc. Roy. Soc. (London) **A135**, 429 (1932).
13. W. A. McKinley, Jr. and H. Feshbach, Phys. Rev. **74**, 1759 (1948). Эти авторы указывают, что формула (12) была получена также Швингером.
14. H. Feshbach, Phys. Rev. **88**, 295 (1952).
15. R. H. Dalitz, Proc. Roy. Soc. (London) **A206**, 509 (1951). См. также G. Parzen and T. Wainright, Phys. Rev. **96**, 188 (1954).
16. J. H. Bartlett and R. E. Watson, Proc. Am. Acad. Arts Sci. **74**, 53 (1940).
17. Yennie, Ravenhall and Wilson, Phys. Rev. **92**, 1325 (1953).
18. Yennie, Ravenhall and Wilson, Phys. Rev. **95**, 500 (1954).
19. E. Guth, Wiener Anz. Akad. Wiss. № 24, 299 (1934).
20. M. E. Rose, Phys. Rev. **73**, 279 (1948).
21. L. R. B. Elton, Proc. Phys. Soc. (London) **A63**, 1115 (1950); **65**, 481 (1952); Phys. Rev. **79**, 412 (1950).
22. H. Feshbach, Phys. Rev. **84**, 1206 (1951).

23. L. K. Acheson, Phys. Rev. **82**, 488 (1951).
24. G. Parzen, Phys. Rev. **80**, 261 (1950); **80**, 355 (1950). В последней работе имеются ошибки, приведенная в ней кривая рассеяния (рис. 1) неверна.
25. J. H. Smith, Ph. D., thesis, Cornell University, February, 1951 (не опубликовано).
26. J. H. Smith, Phys. Rev. **95**, 271 (1954).
27. L. I. Schiff, Phys. Rev. **92**, 988 (1953).
28. См., например, Z. G. Pinsker, Electron Diffraction (Butterworth Scientific Publications, London, 1953), стр. 148, ур-ке. (7, 25).
29. D. G. Ravenhall (не опубликовано).
30. Brenner, Brown and Elton, Phil. Mag. (7) **45**, 524 (1954).
31. Elizabeth Baranger, Phys. Rev. **93**, 1127 (1954).
32. Hahn, Ravenhall and Hofstadter, Phys. Rev. **101**, 1131 (1956); Терминология этой работы использована для модели Ферми.
33. G. E. Brown and L. R. B. Elton, Phil. Mag. **46**, 164 (1955).
34. Hill, Freeman and Ford (частное сообщение). (См. также раздел 28 в ссылке 9.)
35. A. E. Glassgold, Phys. Rev. **98**, 1360 (1955).
36. L. I. Schiff, Phys. Rev. **98**, 756 (1955).
37. R. R. Lewis, Jr., Phys. Rev. **102**, 544 (1956).
38. R. R. Lewis, Jr., Phys. Rev. **102**, 537 (1956).
39. L. Janossy, Cosmic Rays (Clarendon Press, Osford, 1950), стр. 82—83, русский перевод Л. Яноши. Космические лучи, ИЛ, 1949.
40. R. W. McAllister and R. Hofstadter, Phys. Rev. **102**, 851 (1956).
41. J. H. Fregeau and R. Hofstadter, Phys. Rev. **99**, 1503 (1955).
42. McIntyre, Hahn and Hofstadter, Phys. Rev. **94**, 1084 (1954).
43. W. Hutchinson and J. F. Streib (не опубликовано).
44. R. H. Helm, Ph. D. thesis, Stanford University, February, 1956.
45. L. I. Schiff, Phys. Rev. **93**, 765 (1954).
46. J. A. McIntyre and R. Hofstadter, Phys. Rev. **93**, 158 (1955).
47. R. Blankenbecler and R. Hofstadter, Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II, **1**, 10 (1956).
48. S. J. Biel and E. H. S. Burhop, Proc. Phys. Soc. (London) **A68**, 165 (1955).
49. H. Suura, Phys. Rev. **99**, 1020 (1955).
50. H. A. Bethe and J. A. Sjöstrand, Experimental Nuclear Physics, edited by E. Segré (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1953), т. I, часть II, стр. 272. Этот результат следует из теории Бете — Гейтлера. Русский перевод «Экспериментальная ядерная физика», ИЛ, 1955.
51. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. **98**, 217 (1955).
52. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. **79**, 615 (1950). См. также ссылку на Шиффа в этой работе.
53. Yennie, Levy and Ravenhall (будет опубликовано).
54. L. L. Foldy, Phys. Rev. **87**, 688 (1952); **87**, 693 (1952).
55. V. Z. Janakus, Phys. Rev. (будет опубликовано).
56. A. Bohr and B. R. Mottelson, Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat.-fys. Medd. **27**, № 16 (1953).
57. Downs, Ravenhall and Yennie (будет опубликовано).
58. Chodorow, Ginzton, Hansen, Kyhl, Neal, Panofsky and Staff, Rev. Sci. Instr. **26**, 134 (1955).
59. W. K. H. Panofsky and J. A. McIntyre, Rev. Sci. Instr. **25**, 287 (1954).
60. K. Siegbahn and N. Svartholm, Arkiv Mat. Astron. Fysik **33A**, № 21 (1946); N. Svartholm, Arkiv Mat. Astron. Fysik **33A**, № 24 (1946).
61. Shyder, Rubin, Fowler and Lauritsen, Rev. Sci. Instr. **21**, 852 (1950).
62. G. W. Tautfest and H. R. Fechter, Phys. Rev. **96**, 35 (1954).
63. D. L. Judd, Rev. Sci. Instr. **21**, 213 (1950).
64. E. E. Chambers and R. Hofstadter (будет опубликовано).
65. J. A. McIntyre and R. Hofstadter, Phys. Rev. **98**, 158 (1955).
66. J. A. McIntyre (будет опубликовано).
67. R. H. Dalitz and D. G. Ravenhall (частное сообщение).
68. A. C. Clark, Proc. Phys. Soc. (London) **A67**, 323 (1954).
69. J. F. Streib, Phys. Rev. **100**, 1797 (A) (1955).
70. J. F. Streib (частное сообщение). Здесь даны результаты более новые, чем приведенные в 74. Размеры получены сравнением с рассеянием от протона.
71. R. A. Ferrell and W. M. Viesscher, Bull. Am. Phys. Soc., Ser. II, **1**, 17 (1956).

77. J. H. Fregeau, Ph. D. thesis, Stanford University, June, 1956.
78. D. G. Ravenhall (будет опубликовано).
79. G. Morpurgo, Nuovo cimento III, № 2, 430 (1956).
80. D. G. Ravenhall (частное сообщение).
81. L. I. Schiff, Phys. Rev. 98, 1281 (1955).
82. D. G. Ravenhall, Phys. Rev. 100, 1797 (1955).
83. A. E. Glassgold and A. Galonsky (будет опубликовано).
84. D. G. Ravenhall and B. Hahn также указали на то, что такие значения спина и четности кажутся разумными (не опубликовано).
85. D. G. Ravenhall (будет опубликовано).
86. D. G. Ravenhall and D. R. Yennie, Phys. Rev. 96, 239 (1954).
88. B. W. Downs, Ph. D. thesis, Stanford University, October, 1955; Downs, Ravenhall and Yennie, Phys. Rev. 98, 277 (A) (1955); Yennie, Ravenhall and Downs, Phys. Rev. 98, 277 (A) (1955).
89. B. Hahn and R. Hofstadter, Phys. Rev. 98, 278 (A) (1955).
90. Сводку данных см. B. T. Feld, Experimental Nuclear Physics, edited by E. Segre (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1953), том II, стр. 208.
91. E. E. Chambers and R. Hofstadter (не опубликовано).
92. Один из возможных примеров дан Millburn, Birnbaum, Crandall, Schechter, Phys. Rev. 95, 1268 (1954).
93. B. C. Carlson and I. Talmi, Phys. Rev. 96, 436 (1954).
94. Hill, Freeman and Ford; см. ссылка 9, п. 36.
95. R. L. Shacklett and J. W. M. DuMond, Bull. Am. Phys. Soc., Ser. II 1 219 (1956).
96. J. W. M. DuMond (частное сообщение).
97. A. L. Schawlow and C. H. Townes, Science 115, 284 (1952); Phys. Rev. 100, 1273 (1955).
98. Wilets, Hill and Ford, Phys. Rev. 91, 1488 (1953).
99. Moellerling, Zemach, Klein and Low, Phys. Rev. 100, 441 (1955). Also, A. C. Zemach (частное сообщение).
100. R. Sherr, Phys. Rev. 68, 240 (1945).
101. A maldi, Bocciarelli, Caccia puto, Trabachi, Nuovo cimento 3, 203 (1946).
102. J. M. Blatt and V. W. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1952), стр. 356, 482. Русский перевод Блатт и Вейскопф, Теоретическая ядерная физика, Издат, 1954.
103. J. H. Coon, см. в ссылке 104.
104. Culler, Fernbach and Sherman, AEC DUCRL—4436 (January, 1955), см. также Phys. Rev. 98, 273 (1955).
105. Fernbach, Serber and Taylor, Phys. Rev. 75, 1352 (1949).
106. J. O. Elliott, Naval Research Laboratory Report № 4640 (October, 1955).
107. Cook, McMillan, Peterson and Sewell, Phys. Rev. 75, 7 (1949).
108. Coor, Hill, Hornyak, Smith and Snow, Phys. Rev. 98, 1369 (1955).
109. R. W. Williams, Phys. Rev. 98, 1387 (1955).
110. B. L. Cohen and R. V. Neidigh, Phys. Rev. 93, 282 (1954).
111. I. E. Dayton, Phys. Rev. 95, 754 (1954).
112. J. W. Burkig and B. T. Wright, Phys. Rev. 82, 451 (1951).
113. D. M. Chase and F. Rohrlich, Phys. Rev. 94, 81 (1954).
114. R. D. Woods and D. S. Saxon, Phys. Rev. 95, 577 (1954).
115. D. S. Saxon, Brookhaven Report on Statistical Aspects of the Nucleus, BNL 331 (C-21) Brookhaven (January, 1955).
116. K. L. Gatha and R. J. Riddell, Jr., Phys. Rev. 86, 1035 (1952).
117. Richardson, Ball, Leith and Moyer, Phys. Rev. 83, 859 (1951).
118. G. W. Farwell and H. E. Wegener, Phys. Rev. 93, 356 (1954); 95, 1212 (1954).
119. J. S. Blair, Phys. Rev. 95, 1218 (1954).
120. H. A. Tolhoek and P. J. Brussard, Physica XXI, 449 (1955).
121. J. H. D. Jensen and J. M. Luttinger, Phys. Rev. 86, 95 (1952).
122. M. Born and L. M. Yang, Nature 166, 399 (1950).
123. L. M. Yang, Proc. Phys. Soc. (London) A64, 632 (1951).
124. D. Ivanenko and W. Rodichev, ДАН СССР 70, 605 (1954).
125. P. Gombas, Acta. Phys. Acad. Sci. Hung. 1, 329 (1952); 223 (1952).
126. S. D. Drell, Phys. Rev. 100, 97 (1955).
127. M. Rotenberg, MIT Technical Report, Project D. I. C. 6915, стр. 6 (1955).
128. M. H. Johnson and E. Teller, Phys. Rev. 93, 357 (1954).
129. L. Wilets, Phys. Rev. 101, 1805 (1956).