

## УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС

В. Н. Лазукин

## I. ВВЕДЕНИЕ

В 1913 г. В. К. Аркадьев<sup>1</sup> наблюдал избирательное поглощение коротких радиоволн ферромагнитными проволоками. Развитие им классическое объяснение эффекта основывалось на представлении о резонансном характере колебаний элементарных магнитных диполей под действием магнитного поля **H**. Позже Я. Г. Дорфман<sup>2</sup> дал квантовую интерпретацию явления.

За время, протекшее с момента открытия Аркадьева, было обнаружено и исследовано несколько видов резонансного поглощения энергии высокочастотного электромагнитного поля намагниченными веществами. Все эти разновидности «магнитного резонанса» имеют общую природу: поглощение энергии электромагнитных волн веществом является результатом магнитных дипольных переходов между энергетическими подуровнями, на которые расщепляются основные уровни атома действующим на него магнитным полем. Эти подуровни соответствуют различным пространственным ориентациям магнитного момента атома по отношению к полю **H**; их энергия линейно зависит от поля:

$$\varepsilon = m_n g \beta H, \quad (1)$$

где  $\beta = \frac{e\hbar}{2m_0c}$  — магнетон Бора,  $m_n$  — магнитное квантовое число, правила отбора для которого имеют вид:  $\Delta m_n = 0; \pm 1$ . Следовательно, резонансное поглощение электромагнитной энергии должно происходить на частоте:

$$\omega = g \frac{eH}{2m_0c}, \quad (2)$$

совпадающей с частотой прецессии магнитного момента вокруг направления поля **H**. Фактор  $g$  спектрского расщепления равен единице, если магнитный момент атома создан орбитальным движением электронов; тогда частота (2) равна ларморовской частоте.

В общем же случае  $g \neq 1$ , поскольку магнитный момент является суммой магнитных моментов электронных орбит, спинов и ядра.

В слабом поле магнитный момент атома прецессирует вокруг  $\mathbf{H}$  как целое; в достаточно сильном поле спин-орбитальный и ядерный магнитные моменты вращаются вокруг поля независимо друг от друга, с различными частотами, определяемыми массами носителей моментов.

Магнитные дипольные переходы, ведущие к поглощению энергии, индуцируются магнитной компонентой  $\mathbf{H}$ , электромагнитного поля. Вероятность этих переходов максимальна, если  $\mathbf{H}_\perp \perp \mathbf{H}$ ; при этом условии и должен наблюдаться максимум поглощения.

В сильном поле  $\mathbf{H}$  вследствие независимости прецессии ядерного и спин-орбитального моментов следует различать два вида магнитного резонанса:

А. Ядерный (протонный) резонанс, наблюдающийся при совпадении частоты поля  $\mathbf{H}$ , с частотой прецессии магнитного момента ядра в постоянном поле  $\mathbf{H}^3, 4$ .

В. Спин-орбитальный магнитный резонанс — когда частота  $\mathbf{H}$ , совпадает с частотой прецессии спин-орбитального момента атома.

При равенстве нулю суммарного орбитального момента может иметь место чисто спиновый резонанс, распадающийся в свою очередь на две разновидности:

а) Парамагнитный спиновый резонанс, наблюдающийся в веществах, парамагнитные ионы которых слабо взаимодействуют друг с другом<sup>5</sup>, и

б) Ферромагнитный (или антиферромагнитный) резонанс — в веществах между ионами которых осуществляется сильная магнитная связь<sup>6, 7</sup>.

Экспериментальное изучение этих эффектов составляет одну из основных задач радиоспектроскопии<sup>8, 9</sup> и принесло много важных для физики и химии результатов.

Спиновый парамагнитный резонанс должен наблюдаться также на системах свободных и квазисвязанных зарядов — на электронах и дырках металлов и полупроводников, на объёмных электронных и ионных зарядах. Действительно, резонансное парамагнитное поглощение наблюдалось на электронах проводимости растворов щелочных металлов в жидком аммиаке<sup>10</sup>, в полупроводниках<sup>11</sup>, в плазме газового разряда<sup>12</sup>, на электронах в металле<sup>13</sup>.

Дорфман<sup>14</sup> впервые\*) обратил внимание на то, что в системе свободных или квазисвязанных зарядов должен иметь место ещё один резонансный эффект, принципиально отличный от парамагнитного резонанса электронов, хотя и совпадающий с ним по частоте. Природа этого эффекта, названного автором диамагнитным резонан-

---

\*) Несколько ранее Шокли<sup>25</sup>, рассматривая зонную схему кристалла, близко подошёл к похожему результату, но не сформулировал его.

сом, обусловлена теми же причинами, что и диамагнетизм электронного газа, открытый Л. Д. Ландау<sup>15</sup>. Дорфман тогда же указал на важность изучения предсказанного им эффекта для теории твёрдого тела и особенно — полупроводников. Последующие, пока впрочем, немногочисленные эксперименты, убеждают в том, что изучение нового явления имеет значение для решения некоторых вопросов зонной теории полупроводниковых кристаллов.

Хотя существование диамагнитного резонанса обусловлено причинами, родственными тем, которые обуславливают существование диамагнетизма электронного газа, в этом эффекте, в сущности, очень мало общего с перечисленными выше магнитными резонансными явлениями. Переходы между различными энергетическими состояниями носителя заряда в постоянном магнитном поле индуцируются электрическим вектором  $E$ , электромагнитного поля, действующего на заряд, при совпадении частоты этого поля с частотой обращения заряда вокруг  $H$ . В этом смысле механизм явления родственен механизму поглощения высокочастотной энергии заряженной частицей, ускоряемой в циклотроне. Поэтому новый эффект стали называть циклотронным резонансом; первоначально же данное название не прижилось.

Основные закономерности циклотронного резонанса могут быть поняты классически. Обсуждение эффекта с квантовой точки зрения применительно к газу свободных электронов было развито Динглем<sup>20</sup>. Классическая и квантовая теория резонанса в полупроводниковых кристаллах были развиты Дрессельхаузом, Кипом и Киттелем<sup>21</sup>. Несколько ранее Коном и Люттингером обсуждалась квантовая теория эффекта в дырочных полупроводниках<sup>22</sup>.

## II. ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

### 1. Электронный газ в магнитном поле

Согласно классической теории<sup>16</sup> электронный газ не обладает магнитной восприимчивостью. Это вытекает из следующих соображений. В магнитном поле  $H$  электроны движутся по винтовым линиям, причём радиусы окружностей в плоскости, перпендикулярной  $H$ , связаны с компонентой скорости  $v_{\perp}$  известным соотношением:

$$\frac{eH}{c} = \frac{mv_{\perp}}{\rho}. \quad (3)$$

В случае пространственно неограниченной системы суммарный магнитный момент зарядов должен быть отличным от нуля. Для ограниченной системы это не так: вызванный полем  $H$  магнитный момент электронов компенсируется обратным по направлению моментом электронов, испытавших соударения со стенками, ограничивающими систему. Однако квантовое рассмотрение<sup>15</sup> приводит

к другому результату\*). В плоскости, перпендикулярной намагничивающему полю, движение электронов является периодическим и энергия такого движения должна быть квантованной; распределение электронов по энергиям в магнитном поле должно меняться с изменением поля и, следовательно, суммарный магнитный момент всей системы будет неравен нулю. Электронный газ, занимающий ограниченный объем, будет, таким образом, обладать диамагнитными свойствами. Поперечник  $R$  системы является важным параметром теории: если  $R \gg \rho_{\text{макс}}$ , то практически все электроны системы способны выполнить по крайней мере один полный оборот без столкновений с границами объема. Если же  $R \ll \rho_{\text{макс}}$ , то лишь некоторые из электронов смогут совершить движение без таких соударений. Расчёты значительно проще для первого случая, чем для второго или близких к нему.

Ряд работ<sup>17</sup> был посвящён разбору возможных случаев; в частности, было показано<sup>13</sup>, что при  $R \sim \rho_{\text{макс}}$  восприимчивость зависит от размеров системы. Попытка обобщения теории была сделана Динглем<sup>19</sup>, рассмотревшим<sup>20</sup> в этой связи также и поглощение высокочастотной энергии совокупностью электронов, находящихся в поле  $\mathbf{H}$  при  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ .

Пусть на систему свободных электронов, ограниченную цилиндром радиуса  $R$ , наложено постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$ , параллельное оси цилиндра. Тогда уравнение Шредингера  $\mathcal{H}\psi = \mathcal{E}\psi$  в цилиндрических координатах запишется следующим образом:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right\} - \frac{ieH\hbar}{2mc} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \left( \frac{e^2 H^2 \rho^2}{8mc^2} - \mathcal{E} \right) \psi = 0. \quad (4)$$

Член, зависящий от  $z$ , описывает поведение волновой функции электрона при движении последнего вдоль оси цилиндра и может быть отброшен, если ограничить задачу рассмотрением энергии орбит в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{H}$ .

Заменой переменных уравнение (4) приводится к виду:

$$y \frac{d^2 M}{dy^2} + (l - y + 1) + ny = 0, \quad (5)$$

где

$$y = \frac{eH\rho^2}{2\hbar c}, \quad (6)$$

\*, Теория Л. Д. Ландау подробно изложена в книге Ф. Блох, Молекулярная теория магнетизма, СНТИ (1933); см. также Ф. Зейтц, Теория твёрдого тела, стр. 662, Гостехиздат (1949) и С. В. Вонсовский, Современное учение о магнетизме, стр. 103, Гостехиздат (1952).

а  $l$  и  $n$  — целые положительные числа (включая нуль). Решением (5), имеющим физический смысл, является функция <sup>23</sup>:

$$M(n, l-1, y) = \frac{(-1)^l n! l!}{[(n+l)!]^2} L_{n+l}^l(y), \quad (7)$$

где

$$L_{n+l}^l(y) = \left(\frac{d}{dy}\right)^l \left\{ e^y \left(\frac{d}{dy}\right)^{l+n} (y^{l+n} e^{-y}) \right\} \quad (8)$$

есть полином Лаггера по степеням  $n+l$ .

Используя это решение, получим для волновой функции:

$$\psi = e^{il\varphi} \cdot y^{1/2} e^{1/2 y} \cdot L_{n+l}^l(y). \quad (9)$$

Для  $n$  целых и положительных волновые функции (9) стремятся к нулю при  $y \rightarrow \infty$ ; при пересечении системы, много большем  $p$ , квантовые числа  $n$  и  $l$  удовлетворяют неравенству

$$n \ll l \quad (10)$$

и практически для всех занятых состояний соответствующие волновые функции локализованы в области, определяемой значениями  $y \sim l$ . Энергия электрона есть функция квантового числа  $n$  и совпадает с энергией линейного осциллятора:

$$\varepsilon = \frac{e\hbar H}{mc} \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (11)$$

Таким образом, если в отсутствие поля электрон обладает сплошным энергетическим спектром, то при наложении магнитного поля его энергия разбивается на ряд дискретных уровней, ширина которых

$$\Delta\varepsilon = \frac{e\hbar H}{mc}, \quad (12)$$

причем каждый уровень  $\frac{e\hbar H}{mc}$ -кратно вырожден. Кроме состояний, энергия которых выражается формулой (11), есть состояния, в которых энергия электрона зависит также от  $l$ :

$$\varepsilon = \frac{e\hbar H}{mc} \left( n + l + \frac{1}{2} \right). \quad (13)$$

Однако число таких состояний весьма мало по сравнению с состояниями (11) и их вклад в общую энергию совокупности зарядов незначителен <sup>20</sup>. С полуклассической точки зрения квантование энергии электрона в магнитном поле эквивалентно квантованию радиуса его орбиты. При этом как полуклассическая, так и квантовая теории приходят к одинаковым выводам относительно влияния  $l$  на характер орбит; в частности, оказывается, что одному и тому же значению  $l$  соответствует некоторое семейство электронных траекторий.

## 2. Поглощение высокочастотной энергии в результате дипольного взаимодействия

Волновые функции (9) с разными значениями  $n$  определяют различные энергетические состояния электрона и ортогональны между собой. Эти же функции с различными значениями  $l$  определяют одинаковые энергетические состояния.

Переходы между различными состояниями  $(n, l)$  и  $(n', l')$  могут происходить спонтанно, но с исчезающе малой вероятностью. Если же на систему электронов будет действовать внешнее электромагнитное поле, то вероятность переходов резко возрастает. Каждому переходу:  $(n, l) \rightarrow (n', l - 1)$  \*) может быть сопоставлен электрический дипольный момент, пропорциональный величине:

$$D'(n, l; n', l - 1) = \int_0^\infty y^l e^{-y} L_{n+l}^l(y) L_{n'+l-1}^{l-1}(y) dy, \quad (14)$$

что после вычисления интеграла с помощью рекуррентных формул <sup>24</sup> и подстановки значений  $L(y)$  и  $y$  по формулам (6) и (8) даёт для  $D'$  два значения:

$$D(n, l; n + 1, l - 1) = \left\{ \frac{2e\hbar c(n+1)}{H} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

$$D(n, l; n, l - 1) = \left\{ \frac{2e\hbar c(n+l)}{H} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

Все другие возможные значения момента (14) оказываются тождественно равными нулю. Для большинства занятых состояний  $l \gg n$ , поэтому момент (16) много больше (15); но переходы, определяющие (16), происходят на одинаковых энергетических уровнях:  $(n - \text{одно и то же})$  и поэтому не могут сопровождаться поглощением энергии. Первый дипольный электрический момент (15) связан с переходами между различными энергетическими состояниями, сопровождаемыми резонансным поглощением энергии на частоте

$$\nu = \frac{eH}{2\pi mc}, \quad (17)$$

совпадающей с классической частотой свободного электрона, движущегося в магнитном поле  $H$ . Переходы между двумя состояниями  $(n, l)$  и  $(n', l')$  индуцируются электрической составляющей  $E_{\perp}$ , падающей на систему электронов волны; вероятность этих переходов за единицу времени зависит, в общем случае, от угла между  $E_{\perp}$  и моментом  $D$  и достигает максимума при  $E_{\perp} \perp D$ . Для момента (15) эта максимальная вероятность, пропор-

\*) Здесь взято  $l' = l - 1$  в соответствии с правилом отбора для числа  $l$ :  $\Delta l = 0; \pm 1$ .

циональная квадрату диполя, будет:

$$P(n, n+1) = \frac{2\pi}{\hbar^2} D^2(n, n+1) I = \frac{4\pi e c I}{\hbar H} (n+1), \quad (18)$$

где  $I$  — плотность падающего на систему излучения в единичном интервале частоты. Вероятность переходов в обратном направлении также выражается формулой (18), но так как при термическом равновесии число занятых состояний с квантовым числом  $n$  гораздо больше, чем с  $n+1$ , то будет наблюдаться чистая абсорбция.

В соответствии со значением вероятности (18), энергия, поглощаемая в  $1 \text{ см}^3$  за единицу времени, пропорциональна числу электронов  $N$  в этом объёме, будет:

$$\epsilon_1 = 4\pi e^2 \frac{N}{m} \cdot I \quad (19)$$

и для относительного поглощения имеем:

$$w = \frac{\epsilon}{u} = 4\pi e^2 \frac{N}{m \cdot \Delta\nu}, \quad (20)$$

где  $u = I \cdot \Delta\nu$  — полная энергия электромагнитного поля, действующего на  $1 \text{ см}^3$  объёма системы, а  $\Delta\nu$  — интервал частоты этого поля.

### 3. Поглощение в результате квадрупольного взаимодействия

Смешанные электрические квадрупольные моменты, связанные с переходами между состояниями  $(n, l)$  и  $(n', l')$ , могут быть рассчитаны с помощью общего соотношения для квадруполья:

$$Q'(n, l; n', l') = e \int \psi_{n, l} \psi_{n', l'}^* \{x^2, y^2, z^2, xy, xz, yz\} dV. \quad (21)$$

В силу независимости волновых функций от  $z$ , компоненты  $Q'$  вдоль поля  $\mathbf{H}$  отличаются от нуля лишь для  $n' = n$  и  $l' = l$ . Таким образом, при  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{H}$  не индуцируются квадрупольные переходы на разных энергетических уровнях, и, следовательно, как и для дипольных переходов при такой ориентации полей, поглощение высоко-частотной энергии не будет происходить.

Учёт угловой зависимости волновых функций позволяет получить правила отбора для  $l$  в случае квадрупольного взаимодействия:  $\Delta l = 0$  или  $2$ . С учётом значений волновых функций (9) и правила отбора для  $l$  формула (21) даёт для величины, пропорциональной квадрупольному моменту:

$$Q'(n, l; n', l-2) = \int_0^\infty y^l e^{-y} L_{n+l}^l(y) L_{n'+l-2}^{l-2}(y) dy. \quad (22)$$

Применение тех же рекуррентных формул и подстановка значений  $L(y)$  и  $y$  приводит к следующим, отличным от нуля, значениям квадрупольных моментов:

$$\left. \begin{aligned} Q(n, l; n+2, l-2) &= \frac{2\hbar c}{H} \{(n+1)(n+2)\}^{1/2}, \\ Q(n, l; n+1, l-2) &= \frac{2\hbar c}{H} \{(n+1)(n+l)\}^{1/2}, \\ Q(n, l; n+1, l) &= \frac{2\hbar c}{H} \{(n+1)(n+l+1)\}^{1/2}, \\ Q(n, l; n, l) &= \frac{2\hbar c}{H} (2n+l+1), \\ Q(n, l; n, l-2) &= \frac{2\hbar c}{H} \{(n+l)(n+l-1)\}^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

из которых первые три связаны с переходами между различными энергетическими состояниями электрона. Эти переходы обуславливают поглощение электромагнитной энергии на частоте (17) или кратной ей. Два других квадрупольных связаны с переходами на одинаковых энергетических уровнях и не ведут к поглощению.

Интенсивность квадрупольного взаимодействия много меньше интенсивности дипольного, так как вероятность квадрупольных переходов гораздо меньше, чем дипольных. В действительности роль квадрупольных переходов в резонансном поглощении будет, повидимому, ещё меньшей, в силу того, что квадрупольное взаимодействие связано своим возникновением главным образом волновыми функциями с большими значениями квантового числа  $l$ . Эти функции должны быть сильно возмущены за счёт соударений электронов. Это приводит к ещё большему уменьшению вероятности переходов и к значительному уменьшению энергии, поглощаемой в результате взаимодействия.

Кроме электронного дипольного и квадрупольного взаимодействий, можно было бы ожидать участия и магнитных дипольных переходов в поглощении высокочастотной мощности. Однако оценка<sup>20</sup> роли таких переходов убеждает, что они не сопрягаются поглощением, так как происходят на одинаковых энергетических уровнях. Точно так же роль состояний с энергией (13) оказывается ничтожно малой.

Следовательно, в результате электрического дипольного и квадрупольного взаимодействий электронный газ в магнитном поле должен поглощать энергию электромагнитных волн на частоте, равной циклотронной, т. е. частоте обращения электрона в магнитном поле. Поглощение будет максимальным при взаимно перпенди-



кулярной ориентации электрического вектора  $\mathbf{E}$ , волны и постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}$ , действующих на электрон.

В случае электронов квантовая теория циклотронного резонанса приводит к тем же результатам, что и классическая<sup>24</sup>. Это связано с тем, что приближение классической теории даёт правильные значения энергетических уровней для гармонического осциллятора. В случае резонанса дырок в полупроводниках результаты оказываются несколько иными.

#### 4. Ширина линий поглощения

Линии циклотронного резонансного поглощения должны иметь значительную ширину, складывающуюся, в основном, из двух членов: естественной ширины  $\Delta\nu_{\text{нат}}$ , обусловленной дипольными переходами, и ширины  $\Delta\nu_{\text{ст}}$ , возникающей за счёт соударений.

Первый член выражается через эйнштейновский коэффициент спонтанного излучения:

$$\Delta\lambda_{\text{нат}} = \frac{64\pi^4}{3hc^2} \sum \nu D^2, \quad (24)$$

где сумма берётся по всем возможным переходам. Подстановка значений  $D$  и  $\nu$  даёт:

$$\Delta\lambda_{\text{нат}} = \frac{32\pi^2}{3} \frac{e^2}{mc^2} (n + 1). \quad (25)$$

Таким образом, нормальная ширина линии сильно растёт с ростом энергий поглощения.

Максимальное значение  $n$  может быть получено из (11). Оценка  $\varepsilon_{\text{макс}}$  с помощью (19) и подстановка в (25) позволяет оценить первое значение  $\Delta\lambda_{\text{нат}}$ :

$$\Delta\lambda_{\text{нат}} \sim 10^{-3}/H.$$

Член, обусловленный соударениями, пропорционален времени соударений:

$$\Delta\lambda_{\text{ст}} \sim 2\tau \quad (26)$$

и полная ширина

$$\Delta\lambda = \frac{32\pi^2 e \varepsilon_{\text{макс}}}{3c\hbar H} + 2\tau. \quad (27)$$

Для полей порядка нескольких килоэрсед обычно  $\Delta\lambda_{\text{нат}} \ll \Delta\lambda_{\text{ст}}$  и ширина, в основном, определяется величиной времени соударений.

#### 5. Циклотронный резонанс в металлах

Обнаружение и исследование циклотронного резонансного поглощения в металлах, повидимому, представит большие трудности. Для существования эффекта в любой системе носителей зарядов время соударений  $\tau$  должно быть таким, чтобы носитель успел совершить в магнитном поле по меньшей мере один полный оборот,

т. е. это время должно быть не меньше периода обращения заряда. Это приводит к условию

$$\omega\tau > 1. \quad (28)$$

Для большинства металлов при комнатных температурах  $\tau \sim 10^{-14}$  сек., что требует частот порядка  $10^{14}$  гц и, следовательно, недостижимо высоких полей порядка  $10^7$  эрстед. При предельно низких температурах время  $\tau$  повышается до  $10^{11}$  сек. и соответствующее значение  $\nu$  становится равным  $10^{11}$  гц ( $\lambda = 0,3$  см). Резонанс в этом случае можно было бы наблюдать в полях около 40 килоэрстед.

Здесь, однако, имеется ещё одна трудность. Для существования циклотронного резонанса необходимо также, чтобы глубина проникновения электромагнитного поля в металл была не меньше диаметра орбиты обращения электрона в резонансном поле  $H_{рез}$ . Это не всегда может быть выполнено. Так, для меди при водородных температурах и частоте  $\nu = 10^{11}$  гц скин-глубина будет около  $2 \cdot 10^{-6}$  см, а радиус орбиты обращения в полях, соответствующих этой частоте, будет порядка  $4 \cdot 10^{-7}$  см, т. е. немногим меньше. При гелиевых температурах это соотношение будет ещё менее благоприятным.

Потери на скин-эффект равны<sup>20</sup> потерям на циклотронное резонансное поглощение, что приводит к уменьшению добротности радиочастотной схемы вдвое и тем самым к необходимости повышать чувствительность методики по крайней мере в два раза. В действительности же чувствительность метода для наблюдений эффекта в металлах нужно будет повышать гораздо больше, в связи с тем, что из-за малой мощности источников излучения миллиметрового диапазона интенсивность резонансных линий будет весьма малой. Кроме того, поляризационный эффект, повидимому, чрезвычайно осложнит наблюдения и в ряде случаев даже сделает их невозможными.

Все эти обстоятельства делают попытки<sup>25</sup> наблюдать циклотронный резонанс в металлах малособещающими, во всяком случае в настоящее время. Хотя сейчас уже известны эксперименты по парамагнитному резонансу на длинах волн порядка миллиметров и даже долей миллиметра, тем не менее современное состояние техники этих волн и, в особенности, отсутствие достаточно мощных источников излучения делают эксперименты в этом диапазоне трудными. Эти трудности значительно возрастают в случае наблюдений эффекта в металлах в условиях, когда нужно применять предельно низкие температуры и гораздо более высокие напряжённости магнитного поля. Условия будут несколько благоприятнее при экспериментах на сплавах, электропроводность которых при низких температурах не слишком велика.

Тем не менее было бы ошибочным отказываться от попыток в этом направлении в виду того, что циклотронный резонанс, повидимому, позволит получить некоторые сведения о поведении электронов в поверхностном слое металлов (в частности — об их распределении по энергиям) и тем самым о свойствах этого слоя.

### III. ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

#### 1. Эффективная масса и поверхности энергии полупроводниковых кристаллов

Условия для наблюдения циклотронного резонанса в полупроводниках гораздо благоприятнее, чем в металлах, и они явились первыми и пока что единственными представителями веществ, в которых исследовался этот эффект.

На важность изучения циклотронного резонанса в полупроводниках для их теории впервые указал Дорфман в цитированной выше работе. Позднее Шокли<sup>26</sup> показал, что монокристаллы германия являются наиболее подходящими объектами для постановки соответствующих экспериментов, и отметил, что такие эксперименты могут помочь при решении вопроса о форме поверхностей энергии в зоне Бриллюэна — вопроса, являющегося одним из основных для зонной теории твердого тела.

Свободный заряд под действием магнитного поля движется по винтовой линии, параметры которой определяются величиной поля, скоростью носителя и отношением его заряда к массе. В случае квазисвободного заряда в кристалле полупроводника его движение осложнено действием кристаллического поля.

Из рассмотрения<sup>27</sup> движения заряда в периодическом поле кристаллической решетки следует, что внешнее поле ускоряет электрон в кристалле как свободную классическую частицу с массой  $m^*$ , определяемой уравнением:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_x^2} & \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_x \partial k_y} & \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_x \partial k_z} \\ \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_x \partial k_y} & \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_y^2} & \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_y \partial k_z} \\ \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_x \partial k_z} & \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_z \partial k_y} & \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_z^2} \end{vmatrix}, \quad (29)$$

где

$$\epsilon = \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{k_1^2}{m_1^*} + \frac{k_2^2}{m_2^*} + \frac{k_3^2}{m_3^*} \right) \quad (30)$$

— энергия электрона, как функция волнового вектора  $|\mathbf{k}| = \frac{mv}{\hbar}$  волновой функции, описывающей поведение электрона в кристалле;  $m_1^*$ ,  $m_2^*$ ,  $m_3^*$  — главные компоненты тензора эффективной массы. Значения компонент тензора массы зависят от состава и структуры решетки; в кристаллах любой симметрии имеются, как минимум, три оси, вдоль которых действующая на электрон сила и ускорение его движения совпадают по направлению. Главные компоненты

тензора массы:

$$m_1^* = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial^2 k_1}}; \quad m_2^* = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial^2 k_2}}; \quad m_3^* = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial^2 k_3}} \quad (31)$$

в кристаллах при изотропной симметрии различны и только для кристаллов кубической симметрии могут совпадать между собой.

Эффективной массой учитывается взаимодействие движущегося в кристаллах заряда (электрона или дырки) с решеткой. Тензорный характер этой величины и зависимость её от направления обусловлена тем, что величина потенциальных барьеров, проходимых зарядом, различна для разных кристаллографических направлений.

Знание компонент тензора эффективной массы для различных направлений в кристалле позволяет определить форму энергетических поверхностей и проверить основные выводы зонной теории.

Теоретические расчёты<sup>28</sup>, многочисленные экспериментальные данные по магнетосопротивлению<sup>29, 30</sup>, пьезосопротивлению<sup>31</sup> и инфракрасному поглощению<sup>32</sup> к кристаллов германия приводят к выводу, что поверхности постоянной энергии в зоне Бриллюэна для этих кристаллов не имеют сферической формы, а являются более сложными. Так, для германия *n*-типа эти поверхности состоят из семейства эллипсоидов вращения с большей осью вдоль оси [111] кристалла; для кристаллов кремния *n*-типа эти поверхности изображаются семейством аналогичных эллипсоидов с осью вращения вдоль оси [100]. В случае кристаллов *p*-типа эти поверхности ещё более сложны<sup>21, 33</sup>.

## 2. Классическая теория для случая изотропной массы носителя

Для случая, когда масса носителя заряда изотропна, условия движения не будут зависеть от ориентации кристалла относительно внешних полей. Уравнение этого движения в пренебрежении высокочастотным магнитным полем **H**, запишется таким образом:

$$m^* \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \mathbf{v} \right) = e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{vH}] \right). \quad (32)$$

Считая, что **H** || *Oz* и электромагнитное поле плоскополяризовано с **E**, || *Ox*, (32) можно записать:

$$\left. \begin{aligned} m^* \left( i\omega + \frac{1}{\tau} \right) v_x &= eE_x + \frac{e}{c} v_y H, \\ m^* \left( i\omega + \frac{1}{\tau} \right) v_y &= \frac{e}{c} v_x H. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Находя из этих уравнений  $v_x$  и подставляя её в выражение для

высокочастотной проводимости, найдём:

$$\sigma = \frac{j\epsilon}{E_x} = \frac{Nev_x}{E_x} = \sigma_0 \left[ \frac{1 + i\omega\tau}{1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau + 2i\omega\tau} \right], \quad (34)$$

где

$$\sigma_0 = \frac{Ne^2\tau}{m^*}$$

— статическая проводимость кристалла,  $N$  — число зарядов в  $1 \text{ см}^3$ ,  $\omega_c$  — циклотронная частота, а  $\omega$  — частота действующего на кристалл высокочастотного поля.

Потери высокочастотной мощности пропорциональны действительной части проводимости; отделяя в (34) действительную часть от мнимой, получим:

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_0} = \frac{1 + \nu'^2 + \nu_c'^2}{(1 + \nu_c'^2 - \nu'^2)^2 + 4\nu^2}, \quad (35)$$

где  $\nu' = \omega\tau$  и  $\nu_c' = \omega_c\tau$ .

На рис. 1 представлена эта функция для четырёх значений  $\omega\tau$ ; резонансное поглощение становится отчётливо заметным при  $\omega\tau = 3$ .

Поглощение высокочастотной мощности, выражаемое формулой (35), различно зависит от поля  $H$  при разных соотношениях

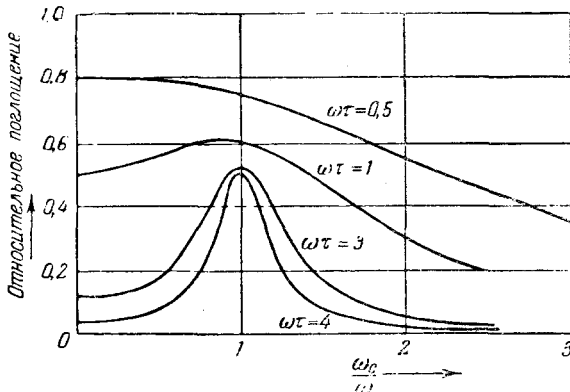


Рис. 1. Резонансное поглощение как функция магнитного поля для разных значений  $\omega\tau$ .

между частотой падающей на кристалл волны и циклотронной частотой:

а)  $\nu_c' \gg \nu'$ ; этот случай имеет место в сильных магнитных полях.

$\sigma_R$  и, следовательно, поглощение пропорциональны  $\frac{1}{H^2}$ . Радиусы орбит, определяемые формулой (3), очень малы и носители имеют слабый дрейф вдоль электрического поля.

б)  $1 \gg \nu'_c \gg \nu'$  — случай, имеющий место в слабых полях. Поглощение пропорционально  $H^2$ .

в)  $\nu' \gg 1 \gg \nu'_c$  — случай, осуществляющийся в области инфракрасных частот, при полях  $H$ , значительно меньших резонансного. Поглощение пропорционально  $\frac{1}{H^2}$ .

г)  $\nu' = \nu'_c \gg 1$  — случай, соответствующий резонансному циклотронному поглощению;  $\sigma_R = \frac{1}{2} \sigma_0$ . Таким образом, при наступлении циклотронного резонанса высокочастотная проводимость равна половине статической. Отсюда получается

$$\frac{\sigma_{R \text{ рез}}}{\sigma_R (H=0)} = \frac{1}{2} \nu_c'^2, \quad (36)$$

т. е. отношение высокочастотной проводимости при резонансе к этой же проводимости в отсутствии магнитного поля равно половине квадрата произведения циклотронной частоты на время соударений носителей.

Условие наблюдаемости циклотронного резонанса  $\omega_c \tau > 1$  можно записать через подвижность  $\mu$  носителей, воспользовавшись связью между этой величиной и временем соударений:  $\mu = \frac{e}{m^*} \tau$ . Это даёт:

$$\mu > \frac{e}{m^* \omega_c}$$

или:

$$\frac{m^*}{m_0} \mu > \frac{e}{m_0 \omega_c}. \quad (37)$$

Для частоты 24 000 Мгц  $\frac{m^*}{m_0} \cdot \mu > 11\,000 \text{ см}^2/\text{вольт} \cdot \text{сек.}$

В экспериментальном отношении представляется интересным оценить интенсивность циклотронного резонанса по сравнению со спиновым. В то время, как плотности энергии высокочастотных электрического и магнитного полей в резонансной полости величины одного порядка, вероятности дипольных электрических и магнитных переходов, определяющие соответственно интенсивности поглощения при циклотронном и спиновом резонансах, весьма разнятся друг от друга. Действительно, для свободного электрона:

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{цикл}}}{\mathcal{P}_{\text{спин}}} \cong \frac{D^2}{\beta^2} = \frac{\frac{2e\hbar c}{H} (n+1)}{\left(\frac{c\hbar}{2m_0 c}\right)^2} = \frac{8m_0^2 c^2}{e\hbar H} (n+1), \quad (38)$$

т. е.

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{цикл}}}{\mathcal{P}_{\text{спин}}} \approx 10^{11} \div 10^{12}. \quad (39)$$

К подобному же результату можно придти, сравнив добротность  $Q$  образца при циклотронном и спиновом резонансах и понимая под  $Q$  отношение энергии высокочастотного электрического поля, выделяемой в резонаторе за один период, к энергии, поглощенной в образце за то же время. Первая величина в расчёте на  $1 \text{ см}^3$  резонансной полости равна  $\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$ , а вторая, приходящаяся на такой же объём образца<sup>21</sup>, равна  $\frac{\sigma_R E^2}{\nu}$ .

Следовательно,

$$Q_{\text{цикл}} = \frac{\varepsilon \nu}{8\pi \sigma_R} = \frac{m^2 \varepsilon \nu}{4\pi N e^2 \tau}. \quad (40)$$

что даёт для случая резонанса свободных электронов в частотах сантиметрового диапазона:

$$Q_{\text{цикл}} = \frac{10^{12}}{N}.$$

Соответствующая величина для спинового резонанса оказывается равной<sup>41</sup>

$$Q_{\text{спин}} = \frac{kT}{N \beta^2 \omega \tau} \approx \frac{10^{24}}{N}.$$

Таким образом:

$$\frac{Q_{\text{цикл}}}{Q_{\text{спин}}} \approx 10^{-12}.$$

$\frac{1}{Q}$  есть мера абсорбционной способности образца и из приведённой оценки видно, что при одной и той же плотности носителей в образце интенсивность циклотронного резонансного поглощения превышает соответствующую величину спинового резонансного поглощения в  $10^{12}$  раз. Иначе говоря, циклотронный резонанс может быть обнаружен при концентрации носителей в  $10^{12}$  раз меньшей, чем это необходимо для обнаружения спинового. Учитывая чувствительность современных радиоспектроскопических методов<sup>9</sup>, можно ожидать обнаружения циклотронного резонанса в образце, содержащем  $10^4 \div 10^5$  носителей на  $1 \text{ см}^3$ .

### 3. Влияние поляризации образца

То обстоятельство, что циклотронный резонанс можно наблюдать при весьма низкой концентрации носителей, является благоприятным, особенно имея в виду эффекты, связанные с поляризацией образца.

В условиях высокой концентрации носителей на них действует дополнительная сила, обязанный своим происхождением диэлектрической поляризации образца в микроволновом электрическом поле,

вследствие этого напряжённость поля, действующего на заряды, будет:

$$E_i = E_v - D P, \quad (41)$$

где поляризация  $P$  определяется уравнением

$$P = \chi_0 E_i - \frac{i N e v}{\omega} \quad (42)$$

и фактор деполяризации  $D$  зависит от формы образца; для шара, например,  $D = \frac{4\pi}{3}$ . С учётом изменения поля уравнение движения будет:

$$m^* \left[ i \left( \omega - \frac{D_i N e^2}{m^* \omega} \right) + \frac{1}{\tau} \right] v = \frac{e}{1 + D_{i0}} E + \left[ \frac{e}{c} v H \right]. \quad (43)$$

Здесь:

$$D_i = \frac{D}{(1 + D_{i0})} \quad \text{и} \quad \chi_0 = \frac{(\epsilon - 1)}{4\pi}. \quad (44)$$

Таким образом, в уравнении движения носителей появляются добавочные члены, что приведёт к изменению резонансного уравнения (34): вместо  $\omega$  в нём будет величина

$$\omega_D = \omega \left( 1 - \frac{D_i N e^2}{m^* \omega^2} \right), \quad (45)$$

зависящая от концентрации носителей и формы образца. От этих же параметров будет зависеть сдвиг резонанса. Этот сдвиг будет тем более заметным, чем больше величина

$$\omega_p = \frac{D_i N e^2}{m^*}. \quad (46)$$

Критическая концентрация  $N_{кр}$  определится из условия  $\omega_p = \omega$ :

$$N_{кр} = \frac{m^* \omega^2}{D_i e^2}. \quad (47)$$

Подстановка значений для наиболее типичных образцов и частот даёт:

$$N_{кр} \cong 10^{12} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

Следовательно, в германии и кремнии при  $4^\circ \text{K}$ , когда концентрация носителей значительно меньше критической, влияние этого эффекта будет ничтожным, и можно пользоваться образцами любой формы.

Однако экспериментально отмечались<sup>21, 34</sup> резонансные эффекты при температурах выше  $4^\circ \text{K}$ , зависящие от формы образца и температуры, что как раз отличает резонанс поляризационной природы от истинного циклотронного резонанса.

Влияние этого эффекта может быть значительно снижено (если даже  $N$  достаточно велико) выбором более выгодной формы образца и его ориентации по отношению к высокочастотному электрическому полю в резонаторе.



#### 4. Теория циклотронного резонанса в зоне проводимости Ge и Si (резонанс $n$ -типа)

В соответствии с существованием в полупроводниках двух типов проводимости — электронной и дырочной — следует различать и два типа циклотронного резонанса. В первом случае за резонансное поглощение ответственны квазисвободные электроны, находящиеся в зоне проводимости кристалла, а во втором — дырки, образовавшиеся в зоне валентных связей вследствие тех или иных причин. Экспериментально обе эти разновидности циклотронного резонанса сравнительно легко различимы.

Современное состояние зонной теории полупроводников таково, что она не позволяет теоретически вывести основные особенности энергетических зон и, в частности, вывести аналитически уравнения поверхностей энергии для различных случаев. Даже в сравнительно простом случае германия попытки, предпринимавшиеся до сих пор<sup>28</sup>, не дали надежных результатов. Всё то, что известно о форме энергетических поверхностей в зоне проводимости и в зоне валентных связей, есть результат интерпретации экспериментальных данных по магнетосопротивлению, инфракрасному поглощению и отчасти циклотронному резонансу<sup>21</sup>.

Из этих данных следует, что в зоне проводимости Ge и Si энергетические поверхности представляют собой систему сфероидов, которые можно описать уравнением вида

$$\varepsilon(k) = \hbar^2 \left( \frac{k_x^2 + k_y^2}{2m_t} + \frac{k_z^2}{2m_l} \right). \quad (48)$$

Здесь  $m_t$  и  $m_l$  — компоненты тензора эффективной массы вдоль малой и большой осей сфероида соответственно.

Эффективная масса  $m^*$ , определяющая циклотронную частоту по любому направлению, может быть получена из решения уравнения движения носителя в полях  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ :

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{vH}] \right\}, \quad (49)$$

где

$$\mathbf{P} = \mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A};$$

$\mathbf{p}$  — момент и  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал, определяющие скорость  $\mathbf{v}$  посредством уравнения

$$\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{P}} \mathcal{H}(\mathbf{P}). \quad (50)$$

Здесь

$$\mathcal{H}(\mathbf{P}) = \frac{P_x^2}{2m_t} + \frac{P_y^2}{2m_t} + \frac{P_z^2}{2m_e}. \quad (51)$$

Если поле  $\mathbf{H}$  образует угол  $\theta$  с осью  $Oz$  и лежит в плоскости  $xOz$ , то его компоненты будут:

$$H_x = H \sin \theta; H_y = 0; H_z = H \cos \theta.$$

Тогда, с учётом различий в циклотронной частоте вдоль большой оси сфероида и перпендикулярно к ней, уравнение движения даёт:

$$\left. \begin{aligned} i\omega \mathcal{P}_x - \omega_l y \cos \theta &= 0, \\ i\omega \mathcal{P}_y - \omega_l \mathcal{P}_z \sin \theta + \omega_l \mathcal{P}_x \cos \theta &= 0, \\ i\omega \mathcal{P}_z + \omega_l \mathcal{P}_y \sin \theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Соответствующее вековое уравнение имеет решение

$$\omega^2 = \omega_l^2 \cos^2 \theta + \omega_l \omega_l \sin^2 \theta, \quad (53)$$

т. е. эффективная масса, определяющая частоту циклотронного резонанса, как функция  $\theta$  будет:

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)^2 = \frac{\cos^2 \theta}{m_l^2} + \frac{\sin^2 \theta}{m_l m_t}. \quad (54)$$

Как уже отмечалось, все экспериментальные данные заставляют предполагать, что как в Ge, так и в Si энергетические поверхности в зоне проводимости вытянуты вдоль кристаллографических осей  $[111]$  для первого и  $[100]$  — для второго. Число таких поверхностей, как это следует из кратности вырождения, должно быть равно четырём. И, вообще говоря, в каждом данном направлении внутри кристалла экспериментально должны были бы наблюдаться четыре резонансных пика. Однако не всегда будут наблюдаться все четыре пика потому, что спин-орбитальное взаимодействие будет в некоторых направлениях понижать кратность вырождения<sup>33, 34</sup>, что приведёт к слиянию энергетических поверхностей в этих направлениях. Поэтому при наблюдении резонанса при соответствующих ориентациях кристалла будет наблюдаться слияние резонансных максимумов.

## 5. Циклотронный резонанс в валентной зоне Ge и Si (резонанс $p$ -типа)

Край валентной зоны кристаллов Ge и Si располагается при  $k=0$ ; энергетические поверхности в этой области имеют вид семейства искажённых сфероидов, уравнения которых, полученные методом возмущений<sup>21</sup>, в первом приближении могут быть записаны в форме

$$\varepsilon(k) = Ak^2 \pm \{B^2 k^4 + C^2(k_x^2 k_y^2 + k_y^2 k_z^2 + k_z^2 k_x^2)\}, \quad (55)$$

где  $A, B, C$  — константы, определяемые значениями матрицы воз-

мушений. Второе слагаемое в фигурной скобке уравнения (55) описывает искажения сфероидов. Эти искажения энергетических поверхностей вблизи края валентной зоны оказывают сложное влияние на частоту циклотронного резонанса. Если в случае  $n$ -резонанса каждому эллипсоиду энергии соответствует одно значение циклотронной частоты при заданном направлении поля, то в случае резонанса  $p$ -типа будет наблюдаться при тех же условиях некоторое семейство частот. Распределение этих частот в общем случае зависит от значений квантовых чисел системы<sup>22</sup>. Вследствие усложнений, вытекающих из характера вырождения при вершине валентной зоны, квантовая теория приводит к разным энергетическим уровням и правилам отбора для случая малых квантовых чисел при дырочном резонансе, в то время как для больших чисел результаты совпадают с классическими. В экспериментах, выполнявшихся до сих пор<sup>35, 36, 37, 38</sup>, значения квантовых чисел были достаточно велики ( $n \sim 5$ ) и дополнительных резонансных пиков в большинстве случаев не наблюдалось; понижая температуру до  $1 \div 1,5^\circ \text{K}$ , можно ожидать появления дополнительных резонансных максимумов. Слабые следы таких резонансных максимумов наблюдались экспериментально<sup>34</sup>.

Общее выражение для эффективной массы, как функции ориентации кристалла относительно полей, может быть получено с помощью введенного Шокли<sup>40</sup> понятия трубок массы или циклотронных трубок.

В классическом приближении магнитное поле не изменяет энергии движения носителя по энергетической поверхности и не изменяет проекции  $\mathcal{P}_H$  вектора  $\mathbf{P} = k\hbar$  на направление магнитного поля. Движение носителя под действием поля будет происходить в области, ограниченной значениями  $\mathcal{P}_H$  и  $\mathcal{P}_H + d\mathcal{P}_H$  с одной стороны и  $\varepsilon$  и  $\varepsilon + d\varepsilon$  с другой. Эта область и названа трубкой массы или циклотронной трубкой. Для сферических поверхностей энергии трубка Шокли представляет собой тороид, поперечное сечение которого имеет форму параллелограмма; для более сложных поверхностей трубки будут иметь более сложный вид.

Из уравнения (49) имеем:

$$cd\mathcal{P} = ev_{\perp} H dt,$$

где  $v_{\perp}$  — проекция скорости носителя на плоскость, перпендикулярную  $H$ . Отсюда<sup>40</sup>:

$$\oint \frac{cd\mathcal{P}}{eHv_{\perp}} = \oint dt = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (56)$$

При наступлении циклотронного резонанса  $\omega = \omega_c = \frac{eH}{m^*C}$  и (56) даёт:

$$m^* = \oint \frac{d\mathcal{P}}{2\pi v_{\perp}}. \quad (57)$$

Вводя в фазовом  $k$ -пространстве, в координатах которого записывается уравнение энергетической поверхности, вместо декартовой системы цилиндрическую и выражая  $\mathcal{E}$  через энергию, получим в такой системе:

$$m^* = \frac{\hbar}{2\pi} \oint \frac{\partial d\varphi}{\partial \varepsilon}. \quad (58)$$

Применение этого результата к конкретным случаям энергетических поверхностей в валентной зоне германия и кремния требует сложных расчётов. Такой расчёт был выполнен в <sup>21</sup> для случая **H**, параллельного плоскости [110] кристалла при нулевом значении проекции волнового вектора **k** на направление **H**, и дал следующее соотношение для  $m^*$ :

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2} \frac{1}{A \pm \left[ B^2 + \left( \frac{C}{2} \right)^2 \right]^{1/2}} \times \\ \times \left\{ 1 \pm \frac{C^2 (1 - 3 \cos^2 \theta)^2}{64 \left[ B^2 + \left( \frac{C}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \left\{ A \pm \left[ B^2 + \left( \frac{C}{2} \right)^2 \right]^{1/2} + \dots \right\}} \right\}, \quad (59)$$

где  $\theta$  — угол между **H** и осью [100] кристалла. Это можно записать в виде

$$m^* = m_0 \{ a + b (1 - 3 \cos^2 \theta)^2 \}, \quad (60)$$

где  $a$  и  $b$  — новые постоянные, зависящие от постоянных  $A$ ,  $B$  и  $C$ , определяющих форму поверхности энергии.

Измеряя эффективную массу  $m^*$  для двух значений  $\theta$ , получим систему двух уравнений, из которой легко вычислить  $a$  и  $b$ ; пользуясь затем связью между этими константами и величинами  $A$ ,  $B$  и  $C$ , легко рассчитать значения последних и тем самым определить приближённый вид энергетической поверхности.

#### IV. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

##### 1. Методика экспериментов

Методы экспериментального изучения циклотронного резонанса в полупроводниках не отличаются ничем существенным от хорошо известных <sup>9</sup> методов, применяемых при изучении парамагнитного резонанса в области низких температур. Незначительное отличие заключается в том, что исследуемый образец должен быть помещён в пучок электрического поля стоячей волны в резонаторе и постоянное магнитное поле **H** должно быть перпендикулярно вектору **E**, высокочастотного поля. Схема типичной экспериментальной установки <sup>36</sup> представлена на рис. 2. Стабилизированный клистронный гене-

ратор питает резонансную полость, в центре которой помещен исследуемый образец. Магнитное поле, перпендикулярное к вектору  $E$ , и избранному направлению в кристалле, создается электромагнитом и может меняться в пределах от нуля до некоторого максимального значения. В процессе эксперимента образец, находящийся в жидком гелии ( $T = 4,2^\circ K$ ), можно вращать, меняя угол

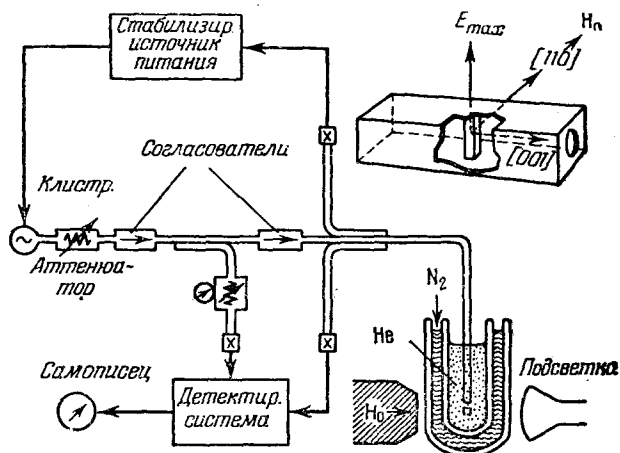


Рис. 2. Схема экспериментальной установки для наблюдения циклотронного резонанса при низких температурах. Вверху показана резонансная полость с исследуемым образцом.

между магнитным полем и заранее выбранным кристаллографическим направлением. Амплитудная модуляция микроволновой мощности или модуляция магнитного поля необходимы для записи хода поглощения, как функции  $H$ . Детектирующая система и самописец обеспечивают автоматическую запись кривой поглощения.

Для успеха эксперимента необходимо соблюдение двух следующих условий:

1. Существование в образце достаточного числа носителей зарядов для создания резонансного поглощения заметной интенсивности. Приведенная выше оценка показывает, что для обнаружения сигнала циклотронного поглощения достаточно  $10^4$  носителей на  $1 \text{ см}^3$  образца. По оценке<sup>38</sup> число носителей в кристалле германия, в зависимости от употребляемой частоты и чувствительности регистрирующей схемы, лежит в пределах  $10^5 \div 10^7$  на  $1 \text{ см}^3$ ; по оценке авторов работы<sup>36</sup> это число было равно примерно  $10^9 \text{ см}^{-3}$ .

2. Среднее время пробега  $\tau$  носителей должно быть достаточным для того, чтобы носитель дошел до конца хотя бы один оборот между двумя последовательными соударениями. Приблизительным критерием этого является соотношение (31); при значениях  $\omega\tau \ll 1$  резонанс становится ненаблюдаемым.

Требование ко времени свободного пробега, помимо необходимости проводить эксперименты при весьма низких температурах, ограничивает круг возможных объектов исследования материалами высокой химической чистоты, с тем, чтобы были сведены до минимума возможности столкновений носителей зарядов с атомами примесей.

Второе из указанных требований противоречит первому: при гелиевых температурах равновесное число носителей в зоне проводимости гораздо меньше необходимого. Поэтому для успеха эксперимента необходим какой-либо механизм возбуждения носителей из непроводящих состояний в зону проводимости. В кристаллах германия при частотах, меньших  $2,4 \cdot 10^{10}$  гц, напряженность высокочастотного поля  $E$ , в резонансной полости достаточна для того, чтобы ионизировать атомы примесей ударами имеющихся в кристалле носителей и тем самым увеличить число последних.

В первой по времени экспериментальной работе<sup>35</sup> процесс возбуждения носителей был именно таким. Сигнал циклотронного резонансного поглощения возникал скачком при достижении некоторого порогового значения высокочастотной мощности, что связано с существованием порога электрического поля волны, за которым возникает лавинный процесс ионизации доноров или акцепторов. Не во всех полупроводниках возможен такой механизм возбуждения, ибо для его осуществления необходимо, чтобы энергетический интервал между свободными и связанными носителями был невелик. В германии это условие выполняется ( $\Delta\varepsilon \approx 0,01$  эв); в кремнии же  $\Delta\varepsilon \approx 0,05$  эв и радиочастотная ионизация невозможна. В этих случаях необходимо применить иной способ возбуждения носителей в проводящую зону. Попытка<sup>38</sup> использовать для этой цели подогревание образца не удалась из-за большого снижения времени  $\tau$  при температурах, обеспечивающих достаточную концентрацию носителей.

Более удачными оказались попытки создать достаточное число носителей путём освещения образца видимым светом<sup>34</sup> и инфракрасным излучением<sup>21, 34, 36</sup>. Применённая впоследствии модуляция светового облучения<sup>38</sup> оказалась, повидимому, ещё более обнадёживающей, так как позволила получить более высокое отношение сигнала к шуму. Применяя облучение, близкое к монохроматическому, вероятно, удастся определить уровни возбуждения носителей для каждого из наблюдаемых резонансных пиков.

Подтверждение общепринятого мнения о знаках носителей в  $n$ - и  $p$ -полупроводниках было получено<sup>21, 38</sup> небольшим изменением методики эксперимента. Вместо прямоугольной резонансной полости употреблялась аксиально-симметричная, в которой с помощью эквивалента четверть-волновой пластинки возбуждались высокочастотные колебания, поляризованные по кругу с  $E$ -вектором, перпендикулярным оси (рис. 3). При наложении  $H$  параллельно оси полости поглощение должно наблюдаться только тогда, когда направление вращения носителей на орбитах будет совпадать с направлением

вращения вектора  $\mathbf{E}$ , электромагнитной волны. Повидимому, применение такой методики выгодно только для определения знака заряда и мало пригодно для измерения эффективных масс, так как в случае наличия небольшой несимметричности в расположении образца по отношению к оси резонатора наблюдаются дополнительные резонансные пики, обязанные своим возникновением высшим типам волн, появляющимся в этом случае.

## 2. Резонанс в германии и кремнии $n$ -типа

Первое экспериментальное наблюдение<sup>35</sup> в монокристаллах германия электронной ( $n$ -тип) и дырочной ( $p$ -тип) проводимости было осуществлено на частоте  $9,05 \cdot 10^9$  гц при  $T=42^\circ \text{K}$  с радиочастотным возбуждением носителей.

В кристаллах  $n$ -типа резонансное поглощение наблюдалось в поле  $370 \pm 5$  эрстед при ширине линии около 100 эрстед. Вычисленная эффективная масса электронов проводимости оказалась равной  $0,11m_0$ , где  $m_0$  — масса покоя свободного электрона; время свободного пробега, рассчитанное из ширины кривой, оказалось равным  $7 \cdot 10^{-11}$  сек.

В кристаллах  $p$ -типа наблюдались два резонансных пика при  $H_1 = 125 \pm 5$  и  $H_2 = 970 \pm 5$  эрстед при полуширине линий 50 и 100 эрстед соответственно. Эффективные массы дырок оказались равными  $0,04m_0$  и  $0,3m_0$ , а время пробега  $5 \cdot 10^{-11}$  и  $2 \cdot 10^{-11}$  сек. В кристаллах обоих типов положения резонансных пиков и, следовательно, значения эффективных масс не зависели от ориентировки кристалла по отношению к полям.

Последующие эксперименты<sup>34, 36, 37, 38</sup> с возбуждением носителей световым или инфракрасным облучением позволили значительно уточнить эти результаты.

Эксперименты Лакса с сотрудниками<sup>36, 37</sup> подтвердили теоретические соображения об анизотропии циклотронного резонансного поглощения в монокристаллах Ge и Si и о зависимости эффективной массы электронов от ориентировки кристалла. На рис. 4 представлены кривые поглощения в кристалле германия  $n$ -типа для четырёх различных направлений  $\mathbf{H}$  относительно кристаллографических осей. Отчётливо видно изменение положения максимумов при повороте кристалла и изменение числа их от одного до трёх. Четыре резонансных пика наблюдались теми же авторами на специально отгра-  
ннённом кристалле.

На рис. 5 представлены теоретически рассчитанные по уравнению (54) кривые зависимости эффективной массы электронов в Ge



Рис. 3. Резонансная полость для наблюдения резонанса в циркулярно поляризованном  $E_y$ -поле.

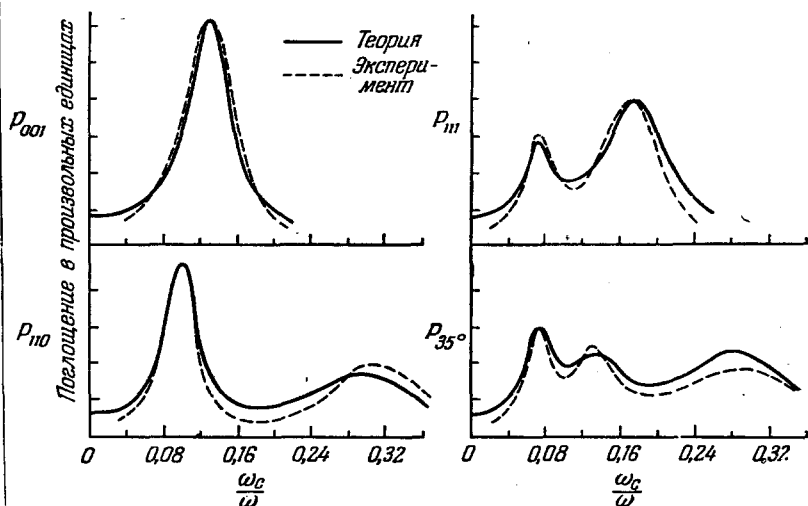


Рис. 4. Циклотронное поглощение в германии  $n$ -типа для четырёх различных направлений  $H$  в плоскости  $[110]$ ; индексы при  $P$  означают направление поля. Температура  $4^\circ K$ , частота  $8,9 \cdot 10^9$  гц.

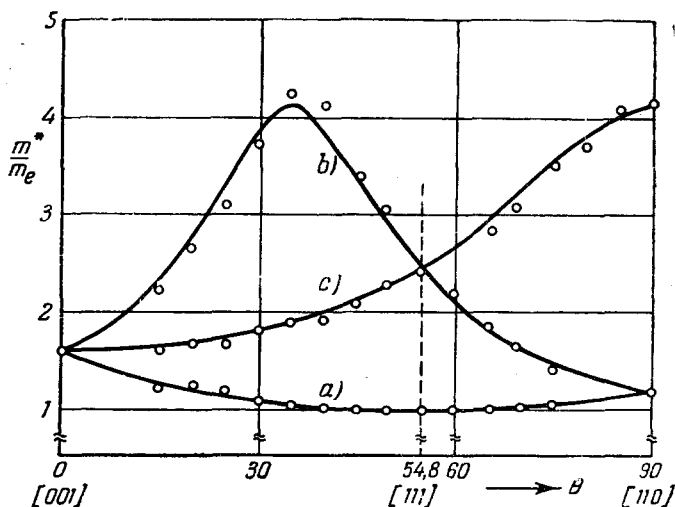


Рис. 5. Эффективная масса электронов в германии  $n$ -типа как функция угла между  $H$ , лежащим в плоскости  $(110)$ , и осью  $[001]$ .



*n*-типа, как функции угла между **H** и осью [001] для трёх поверхностей энергии и экспериментальные точки, полученные в тех же экспериментах. Из этих наблюдений были получены значения продольной и поперечной масс для германия:  $m_l = 1,4m_0$  и  $m_t = 0,083m_0$ . Измерения Дрессельхауза<sup>21, 34, 35</sup> с сотрудниками дали для этого же случая близкие результаты:  $m_l = 1,58m_0$  и  $m_t = 0,082m_0$ .

Анизотропия эффективной массы электронов в кремнии из тех же измерений оказалась в хорошем согласии с теорией. На рис. 6 представлены кривые зависимости  $m^*$  кристалла кремния от угла между **H** и осью [001] кристалла для частоты  $2,4 \cdot 10^{10}$  гц и температуры  $4^\circ \text{K}$ . Кривые рассчитаны по формуле (54) с использованием экспериментально полученных значений  $m_l = 0,98m_0$  и  $m_t = 0,19m_0$ .

Для времени соударений эксперименты<sup>36, 37</sup> дали величину порядка  $6 \cdot 10^{-11} \div 7 \cdot 10^{-11}$  сек.

Таким образом, измерения эффективных масс с помощью циклотронного резонанса удовлетворительно согласуются с интерпретацией<sup>42, 43</sup> измерений магнетосопротивления<sup>29, 30</sup> и делают более оправданными соображения о форме энергетических поверхностей в зоне проводимости Ge и Si, высказывавшиеся на основании этих работ.

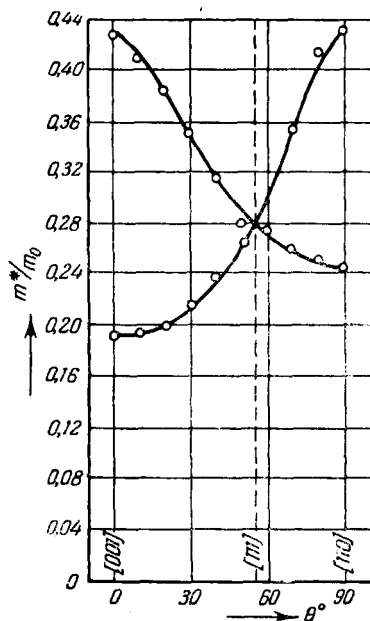


Рис. 6. Эффективная масса электронов в *n*-кремнии как функция угла между **H**, лежащим в плоскости (110), и осью [001].

### 3. Резонанс в германии и кремнии *p*-типа

Применение к германию *p*-типа инфракрасного облучения для возбуждения носителей дало возможность наблюдать анизотропию резонансного поглощения дырок<sup>37</sup>. Измерения дали для дырок два значения эффективной массы, причём резонанс, связанный с дырками большей массы, оказался сильно анизотропным, в то время как для дырок меньших масс анизотропия обнаруживалась в гораздо меньшей степени. На рис. 7 изображены резонансные кривые для Ge на частоте  $8,9 \cdot 10^9$  гц для трёх направлений поля **H** в кристалле: вдоль осей [001] (а), [111] (b), [110] (с). Рисунки 8 и 9 представляют зависимости эффективных масс дырок в кристаллах германия<sup>37</sup>

и кремния <sup>21</sup> в сравнении с теоретическими кривыми, полученными из уравнения (59) с использованием значений констант  $A$ ,  $B$  и  $C$ , вычисленных из тех же измерений при двух, произвольно выбранных углах  $\theta$  с осью  $[001]$  кристалла.

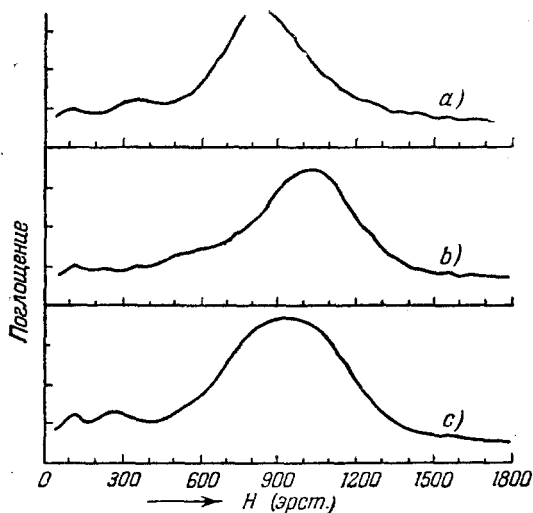


Рис. 7. Циклотронное поглощение в германии  $p$ -типа как функция направления  $H$  вдоль осей:  $[001]$  (a);  $[111]$  (b) и  $[110]$  (c). Температура  $4^\circ K$ , частота  $8,9 \cdot 10^9$  цу.

Расчёты констант, выполненные разными исследователями и на разных кристаллах дали, в общем, совпадающие значения.

Измерения <sup>21</sup>

Измерения <sup>36</sup>

а) Для германия:

$$A = -(13,0 \pm 0,2) \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$A = -13,6 \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$B = (8,9 \pm 0,1) \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$B = 9,1 \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$C = (10,3 \pm 0,2) \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$C = 11,2 \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

б) Для кремния:

$$A = -(4,1 \pm 0,2) \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$A = -4 \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$B = (1,6 \pm 0,2) \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$B = 1,3 \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$C = (3,3 \pm 0,5) \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$C = 3,6 \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

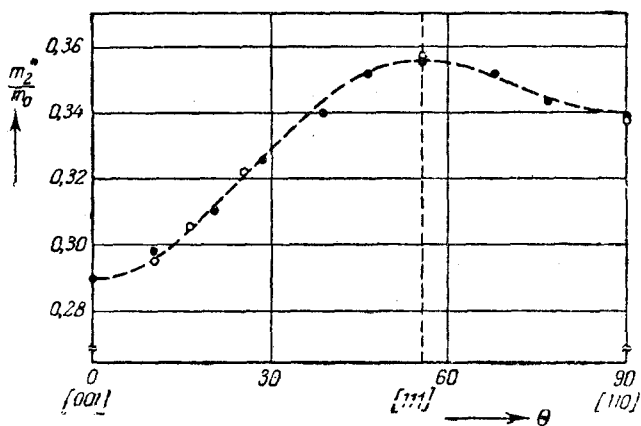


Рис. 8. Эффективная масса дырок в германии  $p$ -типа как функция угла между  $\mathbf{H}$ , лежащим в плоскости (110) и осью [001]. Температура  $4^\circ \text{K}$ , частоты:  $\nu_1 = 8,9 \cdot 10^9$  гц (точки) и  $\nu_2 = 23 \cdot 10^9$  гц (кружки).

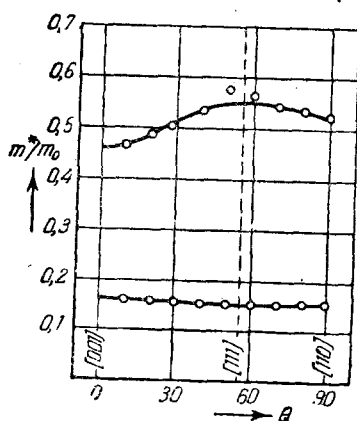


Рис. 9. Эффективная масса дырок в кремнии  $p$ -типа как функция угла между  $\mathbf{H}$  и осью [001].

Эти константы дают уравнения поверхностей энергии в валентной зоне, хорошо согласующиеся с теоретическими расчетами<sup>28</sup>.

Анализ ширины кривой<sup>21</sup> позволил определить времена соударений, оказавшиеся равными:

$$\text{Ge} \begin{cases} \tau \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ сек.} \\ \tau \approx 7 \cdot 10^{-11} \text{ сек.} \end{cases} \quad \text{Si} \begin{cases} \tau \geq 6 \cdot 10^{-11} \text{ сек. (для больших масс),} \\ \tau \approx 7 \cdot 10^{-11} \text{ сек. (для меньших масс).} \end{cases}$$

Форма кривых поглощения оказалась близкой к гауссовской, хотя из элементарной теории следует ожидать лорентцовских кривых.

Резонансные кривые выглядят различно при разных типах применяемого возбуждения. Так, при инфракрасном возбуждении носи-

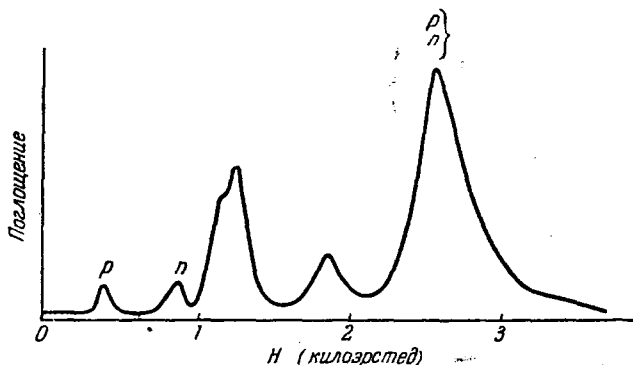


Рис. 10. Кривая поглощения, полученная при возбуждении носителей модулированным световым облучением кристалла  $p$  — Ge. Видны пики, не наблюдающиеся при других способах возбуждения. Температура  $4^\circ \text{K}$ , частота  $23 \cdot 10^9 \text{ гц}$ .

телей в  $p$  — Ge, резонансные пики, соответствующие большим массам ( $m_2^* = 0,3m_0$ ), интенсивнее пиков, соответствующих меньшим массам ( $m_1^* = 0,04m_0$ ), примерно в 8 раз. Между тем при радиочастотном возбуждении более интенсивны пики, соответствующие  $m_1^*$ . Это обстоятельство связано с тем, что поглощение обратно пропорционально эффективной массе, следствием чего является усиление ионизации при высоких электромагнитных полях. Указанное отношение интенсивностей удовлетворительно согласуется с теоретически рассчитанным<sup>21</sup>.

Возбуждение носителей модулированной подсветкой даёт дополнительные резонансные пики, не обнаруживаемые при других способах. На рис. 10 представлена кривая поглощения, полученная<sup>38</sup> с применением такой подсветки; на ней видны пики, не возникающие при других способах возбуждения носителей. Объяснение этих результатов пока отсутствует.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из приведённых результатов, исследование циклотронного резонанса в полупроводниках оказывается полезным для теории последних; дальнейшая работа в этом направлении с другими представителями полупроводниковых веществ, несомненно, позволит получить ряд новых данных.

Принципиально возможно наблюдать циклотронное поглощение в плазме газового разряда и на ионных пучках. Исследования в этом направлении могут доставить ряд полезных сведений о составе и свойствах плазмы.

Несомненно, эксперименты такого рода встретят ряд методических трудностей, связанных как с диэлектрическими, так и с колебательными свойствами плазмы и с получением интенсивных пучков малой энергии. Если эти трудности окажутся преодолимыми, то, повидимому, представится возможным использовать обсуждаемый эффект в газовом анализе и масс-спектрометрии атомных ядер.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Аркадьев, Ж. Р. Ф.-Х. О. **45**, 103 (1913).
2. Я. Г. Дорфман, Zeits. f. Phys. **17**, 98 (1923).
3. F. Bloch, W. W. Hansen and M. Packard, Phys. Rev. **69**, 37 (1946).
4. E. M. Purcell, H. C. Torrey and R. V. Pound, Phys. Rev. **69**, 37 (1946).
5. Е. К. Завойский, Докт. дисс., ФИАН, 1944; J. Phys. USSR **9**, 211 (1945).
6. Е. К. Завойский, ЖЭТФ **17**, 883 (1947).
7. J. Griffiths, Nature **158**, 670 (1946).
8. М. Е. Ельяшевич, УФН **54**, 513 (1954).
9. В. Горди, В. Смит, Р. Трамбаруло, Радиоспектроскопия, ГТТИ, 1955; B. Bleaney and K. Stevens, Rep. Progr. Phys. **16**, 108 (1953).
10. C. Hutchison and Pastor, Phys. Rev. **81**, 282 (1951); M. Harstens and Ryan, Phys. Rev. **81**, 888 (1951).
11. A. M. Portis, A. F. Kip and C. Kittel, Phys. Rev. **90**, 988 (1953).
12. Goldstein, Phys. Rev. **82**, 956 (1951); Phys. Rev. **83**, 1255 (1951).
13. Griswold, A. F. Kip and C. Kittel, Phys. Rev. **88**, 951 (1952).
14. Я. Г. Дорфман, ДАН **81**, 765 (1951).
15. Л. Д. Ландау, Zeits. f. Phys. **64**, 629 (1930).
16. J. H. Van-Vleck, Theory of electric and magnetic susceptibility, Oxford, 1932; Я. П. Терлецкий, ЖЭТФ **9**, 796 (1939).
17. C. G. Darwin, Proc. Cambr. Phil. Soc. **27**, 86 (1930); E. Teller, Zeits. f. Phys. **67**, 311 (1931); M. Blackman, Proc. Roy. Soc., A **166**, 1 (1938); H. Welker, S. B. Bayer, Akad. Wiss. **14**, 115 (1938); F. Hund, Ann. Phys. Leipzig. **32**, 102 (1938); M. F. M. Osborn, Phys. Rev. **81**, 147 (1951).
18. A. Papapetrou, Zeits. f. Phys. **112**, 587 (1939).
19. R. B. Dingle, Proc. Roy. Soc. A **211**, 500 (1952).
20. R. B. Dingle, Proc. Roy. Soc. A **212**, 38 (1952).
21. G. Dresselhaus, A. F. Kip and C. Kittel, Phys. Rev. **98**, 368 (1955).
22. W. Kohn and J. M. Luttinger, Phys. Rev. **96**, 529 (1954).

23. В. С. Смирнов, Курс высшей математики, III, 2, 422, ГТТИ, 1951.
  24. Е. Янке и Ф. Эмде, Таблицы функций, 373, ГТТИ, 1949.
  25. С. А. Альтшулер, Б. М. Козырев, С. Г. Салихов, ЖЭТФ **24**, 503 (1953).
  26. W. Shockley, Phys. Rev. **79**, 191 (1950); Phys. Rev. **90**, 491 (1953).
  27. Э. И. Адирович, Некоторые вопросы теории люминесцентных кристаллов, гл. 3, ГТТИ, 1951; В. Шокли, Теория электронных полупроводников, гл. 7, ГТТИ, 1953.
  28. F. Herman and J. Calloway, Phys. Rev. **89**, 518 (1953); F. Herman, Phys. Rev. **95**, 847 (1954).
  29. F. Esterman and A. Foner, Phys. Rev. **79**, 365 (1950).
  30. G. L. Pearson and H. Suhl, Phys. Rev. **83**, 768 (1951).
  31. C. S. Smith, Phys. Rev. **94**, 42 (1954).
  32. H. B. Briggs and R. C. Fletcher, Phys. Rev. **91**, 1342 (1953).
  33. R. J. Elliot, Phys. Rev. **96**, 266 (1954); Phys. Rev. **96**, 280 (1954).
  34. G. Dresselhaus, A. F. Kip and C. Kittel, Phys. Rev. **95**, 568 (1954).
  35. G. Dresselhaus, A. F. Kip and C. Kittel, Phys. Rev. **92**, 827 (1953).
  36. B. Lax, H. J. Zeiger and R. H. Dexter, Physica **20**, 818 (1954).
  37. H. J. Zeiger, R. H. Dexter and B. Lax, Phys. Rev. **95**, 557 (1954).
  38. A. F. Kip, Physica **20**, 813 (1954).
  39. C. Kittel, Physica **20**, 810 (1954).
  40. W. Shockley, Phys. Rev. **79**, 191 (1950).
  41. C. Kittel and J. M. Luttinger, Phys. Rev. **73**, 162 (1948).
  42. S. Meiboom and B. Abeles, Phys. Rev. **95**, 31 (1954).
  43. M. Shibuya, Phys. Rev. **95**, 1385 (1954).
-