

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ π -МЕЗОНОВ С НУКЛОНАМИ *)***М. Гелл-Манн и К. М. Ватсон*

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	399
Некоторые физические соображения, относящиеся к π -мезонам	400
Рассеяние π -мезонов нуклонами	407
Фоторождение π -мезонов на нуклонах	415
Рождение π -мезонов при столкновении нуклонов	428
Мезонная теория	446
Дополнение	454

ВВЕДЕНИЕ

В течение семи лет, прошедших со времени первого наблюдения искусственно полученных π -мезонов в Беркли, мы были свидетелями очень быстрого развития физики элементарных частиц. Сейчас имеется, по крайней мере, двенадцать ускорителей, на которых можно получать π -мезоны, причём на нескольких ускорителях генерируются или ожидается, что будут генерироваться, более тяжёлые частицы. Можно сказать, что в результате работ, выполненных на этих ускорителях, мы, по крайней мере, качественно выяснили картину элементарного взаимодействия мезонов с нуклонами при малых энергиях.

С другой стороны, понимание взаимодействия π -мезонов с нуклонами в известном смысле отстаёт от фактических данных, относящихся к этим явлениям. Следует, повидимому, ожидать, что применение только полевых теорий к объяснению мезон-нуклонных процессов окажется безуспешным. Действительно, существование большого числа более тяжёлых нестабильных частиц заставляет в настоящее время сомневаться в успехе полевых теорий.

*) Annual Review of Nuclear Science 4, 219—270 (1954). Перевод А. И. Лебедева и А. М. Балдина.

Несмотря на трудности принципиального характера, оказалось возможным упростить объяснение экспериментальных фактов, применяя к мезонным реакциям различные феноменологические теории. Во многих случаях это было не больше, чем использование некоторых общих квантово-механических принципов совместно с некоторыми физическими соображениями, заимствованными из более знакомой области — ядерной физики. В некоторых случаях предлагались тщательно разработанные модели; некоторые из них оказались весьма плодотворными.

Основной задачей этой статьи является попытка собрать теоретические соображения, которые используются при изучении свойств мезона. Мы строим модель при трёх предположениях:

1) Радиус взаимодействия мезона с нуклоном конечен.

2) Рассматриваемые явления удовлетворяют требованиям зарядовой независимости (т. е. сохраняется изотопический спин I).

3) Особенно сильное взаимодействие (притяжение) существует в состоянии системы мезон — нуклон $I = 3/2$, $j = 3/2$, $l = 1$. Ниже показывается, что эта модель хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными при «низких энергиях»; затем рассматриваются место этой модели в более подробных и общих теориях и соответствующие экспериментальные данные.

Мы начнём с феноменологического рассмотрения, объединяющего общие принципы квантовой механики с простыми физическими соображениями (см. следующий раздел), и обсудим в свете этих принципов экспериментальные данные. Далее будут рассмотрены результаты более углублённых подходов к проблеме.

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ, ОТНОСЯЩИЕСЯ К π -МЕЗОНАМ

Общие принципы. Сначала мы рассмотрим проблему столкновения двух тел, включая рождение (и поглощение) и рассеяние π -мезонов на нуклонах. Наиболее изученные из этих процессов относятся на три класса:

Рассеяние (S):

$$\pi + N \rightarrow \pi + N \quad (\text{шесть}).$$

(Мы используем соответственно обозначения π и N для мезона и нуклона безотносительно к их зарядовым состояниям.)

Фоторождение (P_γ):

$$\gamma + N \rightleftharpoons \pi + N \quad (\text{четыре}).$$

Рождение при соударениях нуклона с нуклоном (P_n):

$$N + N \rightleftharpoons \pi + N + N \quad (\text{семь}).$$

Можно ожидать, что при достаточно высоких энергиях в каждой из этих реакций будет наблюдаться рождение добавочных мезонов. Кроме того, могут рождаться и другие нестабильные частицы¹. Числа в скобках справа от уравнений реакций указывают число возможных мезонных и нуклонных зарядовых состояний.

Мы займёмся этими реакциями в основном при малых энергиях. Под «малыми энергиями» подразумеваем такие энергии, при которых де-бройлевская длина волны мезона λ (в системе центра инерции) не мала по сравнению с радиусом действия сил. Вряд ли можно ожидать, кроме случая кулоновского взаимодействия, что этот радиус будет много больше комптоновской длины волны

$$\frac{\hbar}{\mu c},$$

где μ — масса покоя мезона. Отсюда вытекает естественное предположение, что орбитальный момент количества движения, больший $l\hbar$, где

$$l = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\hbar}{\mu c}, \quad (1)$$

не будет играть существенной роли в рассматриваемых реакциях.

Для иллюстрации на рис. 1 нанесено l , спределённое из формулы (1), в зависимости от энергии мезона в лабораторной системе

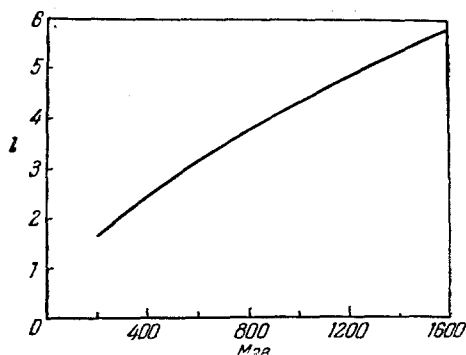


Рис. 1. Зависимость наибольшей величины орбитального момента (выраженного в единицах \hbar) при рассеянии π -мезона на нуклоне от энергии π -мезона в лабораторной системе координат.

координат для процесса рассеяния (обозначенного выше через S). Очевидно, что для многих процессов и для значительных областей энергии достаточно учитывать одно-два значения величины l , если справедливо предположение относительно величины радиуса

действия сил. Из последующего будет ясно, что это заключение оказывается правильным, причём существенную роль играет лишь одно состояние с единичным орбитальным моментом (P -состояние).

Так же, как в ядерной физике, предположение о конечности радиуса сил приводит к специфическим следствиям. Например, если для испускания (или поглощения) частицы играет существенную роль только одно состояние орбитального момента, то энергетическая зависимость сечения при малых энергиях определяется однозначно *). Энергетические зависимости интересующих нас процессов представлены в таблице I. В этой таблице q — импульс мезона в системе центра инерции.]

Таблица I

Зависимость сечения от импульса поглощаемого, испускаемого или рассеиваемого мезона при «малых энергиях» ¹⁾, ²⁾

Тип процесса	Поглощение	Испускание в состоянии двух частиц	Испускание в состоянии трех частиц	Рассеяние
Зависимость сечения от импульса	q^{2l-1}	q^{2l+1}	q^{2l+4}	q^{4l}
Зависимость «матричного элемента» от импульса	q^l	q^l	q^l	q^{2l}

¹⁾ q — импульс мезона, l — его момент.
²⁾ Если несколько испущенных частиц сильно взаимодействуют друг с другом, то зависимость от q может измениться, но обычно простым образом. (См. раздел «Рождение π -мезонов при соударениях нуклона с нуклоном».)

Когда существенны лишь одно-два собственных значения момента количества движения, то можно ожидать простой зависимости сечения от энергии. (Для более чем одного l нужно ожидать линейной комбинации соответствующих членов в таблице I.) На рис. 2

*) Покажем это. Пусть $T(r)$ — матрица рассеяния, описывающая испускание частицы с координатой r . Предположим также, что $T(r)$ исчезает для $r > R$, и что только состояния l момента количества движения играют существенную роль. Тогда амплитуда вероятности того, что испущенная частица будет описываться плоской волной $\Phi_q(r)$, где q — импульс, равна

$$A = \int \Phi_q(r) \cdot T(r) d^3r.$$

Так как l -я частичная составляющая Φ_q меняется как $\left(\frac{qr}{\hbar}\right)^l$ для $r < \frac{\hbar}{q}$, то мы имеем $A \sim q^l$ для $\frac{\hbar}{q} > R$.

сравниваются зависимости от энергии экспериментальных полных сечений с простыми степенными законами. За исключением процесса $P_\gamma(\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n)$ степенной закон, соответствующий P -состоянию,

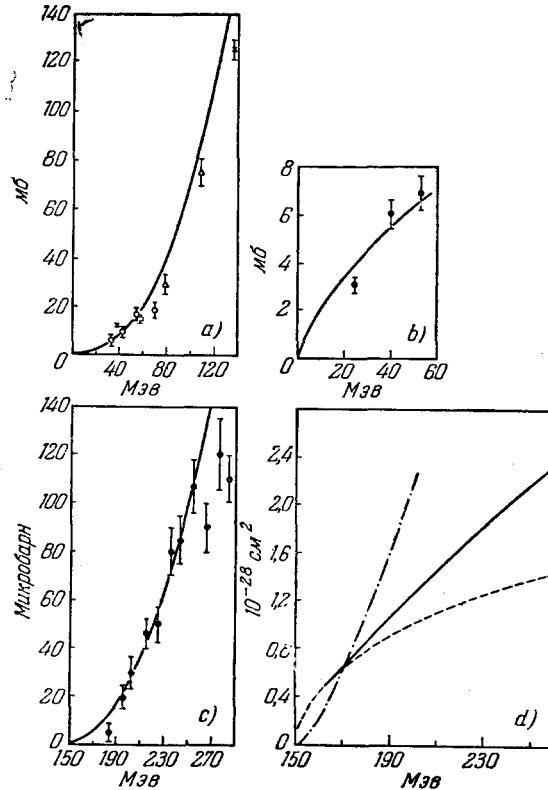


Рис. 2. а) Сравнение сечения рассеяния π^+ -мезонов на протонах с законом $\sigma \sim q^4$, где q — импульс мезона в системе центра инерции. Точки взяты из работы: \odot — Leonard S. and Stork D., Phys. Rev. 93, 568 (1954) и из работ, указанных в таблице III: \odot (d), Δ (e), \times (g).
 б) Данные измерений Дурбина Р., Лора Х. и Стейнбергера Дж. [Phys. Rev. 84, 581 (1951)] по реакции $\pi^+ + d \rightarrow p + p$ сравниваются с законом $\sigma \sim q$.
 в) $\sigma(\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p)$, измеренное Голдшмидт-Клермонтом Ю., Осборном Л. и Скоттом М. [Phys. Rev. 89, 329 (1953)], сравнивается с законом $\sigma \sim q^3$.
 г) Экспериментальное сечение процесса $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$ сравнивается с законом $\sigma \sim q$ (---) и с законом $\sigma \sim q^3$ (-·-·-·-). Подробности см. в разделе «Фоторождение π -мезонов на нуклонах».

оказывается вполне удовлетворительным. В указанном же случае требуется линейная комбинация S - и P -волн даже для довольно низких энергий γ -квантов.

Вторым следствием нашего предположения о существенной роли небольшого числа значений орбитальных моментов при низких энергиях является то, что для нашего рассмотрения будут существенны законы сохранения момента и чётности. Это обстоятельство будет развито более подробно при рассмотрении каждой реакции в отдельности.

Имеется, однако, один особенно важный аспект законов сохранения момента и чётности, на котором мы здесь остановимся. π -мезон описывается псевдоскалярной функцией^{2, 3}; это означает (по определению), что испускание единичного мезона отдельным нуклоном должно происходить в состоянии с нечётным орбитальным моментом. Полный момент должен, однако, оставаться равным $j = 1/2$, так как эту величину момента нуклон имел в начальном состоянии. Единственное нечётное состояние системы мезон-нуклон с $j = 1/2$ есть $I = 1$, т. е. P -состояние. Таким образом, простой процесс испускания (или поглощения) должен всегда происходить в (или из) P -состояния(я).

Это, естественно, не является правилом отбора для физических процессов, так как простое испускание и поглощение не могут происходить отдельно от других явлений. С другой стороны, если эти простые испускание и поглощение являются важными этапами в физической картине испускания или поглощения, то совершенно естественно, что P -состояние должно преобладать (при низких энергиях). Это явно подтверждается экспериментом (см. рис. 2 и следующие разделы) и, вообще говоря, не является несовместимым со многими следствиями полевой теории.

Теперь мы можем подвести итог содержанию этого раздела. Допуская возможность исключительных случаев, мы принимаем, что при низких энергиях мезонные реакции идут через P -состояние. Следует, конечно, ожидать незначительную примесь других состояний. Зависимость сечения от энергии при достаточно малых энергиях однозначно определяется соответствующими состояниями орбитального момента. Наконец, нужно принимать во внимание правила отбора и другие следствия законов сохранения момента и чётности. Целью большинства феноменологических анализов свойств мезонов было определение пределов применимости этой модели.

Гипотеза зарядовой независимости. Гипотеза зарядовой независимости упрощает изучение мезонных явлений. Повидимому впервые эта гипотеза была выдвинута в 1936 г. Брейтом и Финбергом⁴, которые считали, что ядерные силы $n-p$, $p-p$ и $n-n$ являются одинаковыми для состояний с равными моментами и чётностью (что, как известно, по крайней мере, приблизительно верно для малых энергий). Это предположение основывалось на близости величин энергии связи и аналогии свойств рассеяния нейтронов и протонов. Иначе говоря, если состояние системы двух тел классифицировать квантовыми числами (j, S, π, Q), где Q — заряд, S —

спин, j — полный момент, π — чётность, то гипотеза зарядовой независимости утверждает, что взаимодействие не зависит от Q .

Кеммер⁵ показал, как построить мезонную теорию, дающую ядерные силы, не зависящие от заряда. Затем Гайтлер⁶ указал, что теория Кеммера должна приводить к правилам отбора и соотношениям интенсивности в мезонных реакциях. Ввиду несовершенства мезонных теорий желательно отделить гипотезу зарядовой инвариантности от мезонных теорий. Это можно сделать способом, который даёт простую интерпретацию зарядовой независимости. В наиболее общей форме зарядовая независимость означает, что нейтроны и протоны физически совершенно эквивалентны, если отвлечься от слабых взаимодействий (например, электромагнитных взаимодействий и β -взаимодействий). Это означает, что волновая функция, которая строится как линейная комбинация нейтронной и протонной волновых функций, должна быть физически эквивалентна волновой функции нейтрона или протона.

В математической форме это означает, что общее унитарное преобразование, которое заменяет волновую функцию каждого нейтрона или протона системы линейной комбинацией нейтронных и протонных волновых функций, должно оставлять неизменными физические свойства системы. Отвлекаясь от фазового множителя, это преобразование эквивалентно (изоморфно) спинорному представлению группы вращений в пространстве трёх измерений (это пространство было названо «зарядовым пространством»). Здесь можно провести полезную аналогию. Инвариантность физической системы по отношению к вращениям в обычном пространстве приводит к сохранению момента, операторы которого производят вращения. Из инвариантности по отношению к «зарядовым вращениям» следует сохранение физических величин, описываемых операторами этого вращения. Их собственные значения называются изотопическим спином. Из аналогии с моментом ясно, что эти «операторы вращения в зарядовом пространстве» формально совпадают с операторами момента, так что можно использовать тот же математический аппарат без изменений.

В частности, можно ввести две компоненты волновой функции для нуклона, относящиеся к нейтронному и к протонному состояниям. «Вращения в зарядовом пространстве» описываются тремя двухрядными матрицами τ_1 , τ_2 и τ_3 , которые формально эквивалентны спиновым матрицам Паули. $\tau_1, 2, 3$ — являются компонентами вектора τ (по отношению к зарядовым вращениям) в трёхмерном зарядовом пространстве. Для системы нескольких нуклонов полный изотопический спин I может быть получен так же, как полный спин S в случае обычного спина. Чтобы выбрать определённое представление, мы предположим, что протон имеет изотопический спин, направленный «вверх», а нейтрон — «вниз». (Этот выбор, конечно, произволен и вместо него часто берётся обратный.)

Принцип однозначно распространяется на нестабильные частицы, которые могут однократно испускаться или поглощаться нуклонами. Например, рассмотрим испускание π^+ -мезона протоном. Зарядовая независимость утверждает, что этот процесс испускания не изменится, когда в результате «вращения» протонная волновая функция заменится линейной комбинацией протонных и нейтронных волновых функций. Очевидно, что такое «вращение» должно заменить π^+ -мезонную волновую функцию линейной комбинацией π^+ , π^- и π^0 -мезонных волновых функций, так как нейтрон не может испускать π^+ -мезон. Это есть трёхмерное (неприводимое ⁷⁾ представление группы вращений в трёх измерениях, причём мезон имеет «изотопический спин», равный единице с оператором изотопического момента \mathbf{t} . Итак, каждый мезон имеет изотопический спин 1, каждый нуклон имеет изотопический спин $1/2$. Состояния системы из нескольких нуклонов и мезонов можно разложить по состояниям полного изотопического спина I , в полной аналогии с соответствующей задачей для обычного момента. Состояние I $(2I+1)$ -кратно вырождено, причём подсостояния динамически эквивалентны.

Если третья компонента \mathbf{t} является диагональной, то мезонные волновые функции при вращениях в зарядовом пространстве преобразуются как шаровые функции первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\pi^+) &\rightarrow Y_1^1, \\ \Phi(\pi^0) &\rightarrow Y_1^0, \\ \Phi(\pi^-) &\rightarrow Y_1^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Зарядовые операторы мезона и нуклона, выраженные в единицах заряда протона, соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} Q_\pi &= t_3, \\ Q_N &= \frac{1}{2} (1 + \tau_3). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Полный спин I («изотопический спин») для некоторых простых систем из мезонов и нуклонов приведён в таблице II. Каждое из этих I -состояний является интегралом движения для соответствующих систем. $(2I+1)$ подсостояний для каждого из них эквивалентны, что означает, что общее число различных реакций сильно уменьшено. Например, в первой части этого раздела (см. «Общие принципы») указывалось, что имеются шесть реакций рассеяния (S). Из таблицы II следует, что при этом существуют только два I -состояния; поэтому надо исследовать только две, а не шесть реакций. Из таблицы II видно, что для процессов (P_n) $I = 0, 1, 1$ и, следовательно, существуют не семь, а три независимых процесса.

Таблица II

Возможные величины изотопического спина для некоторых систем из мезонов и нуклонов

Система	Один нуклон	Один π -мезон	Два нукл.	π -мезон, нуклон	π -мезон, два нукл.	Два π -мезона	Два π -мезона, один нуклон
Величина изотопического спина I	$1/2$	1	0, 1	$1/2, 3/2$	0, 1, 1, 2	0, 1, 2	$1/2, 1/2, 3/2, 3/2, 5/2$

Наконец, нужно отметить, что зарядовая независимость в её современной формулировке не является строгой из-за «слабых взаимодействий», которые её нарушают (электромагнитные взаимодействия выделяют направление в зарядовом пространстве, позволяющее различать протоны и нейтроны и т. д.). Это означает, что будут существовать переходы между различными I -состояниями; однако они, вероятно, в тех явлениях, которые мы будем рассматривать имеют второстепенную роль (за исключением специальных случаев электромагнитного взаимодействия, как, например, фоторождение мезонов).

Гипотетическое состояние сильного взаимодействия системы мезон—нуклон. Состояния системы, состоящей из одного мезона и одного нуклона, имеющих изотопический спин I , момент импульса j и орбитальный момент l обозначим так: (I, j, l) . Из мезонной теории вытекает, что при некоторых энергиях состояние $(3/2, 3/2, 1)$ должно быть состоянием особенно сильного взаимодействия. Брюкнер ⁸ принял эту гипотезу, предположив, что рассеяние в этом состоянии проходит через резонанс при энергии мезонов около 200 Мэв (в лабораторной системе координат). Эта гипотеза ведёт к некоторым следствиям для мезонных явлений, которые будут рассмотрены ниже. Количество данных в пользу того, что резонанс действительно существует, всё время увеличивается.

РАССЕЯНИЕ π -МЕЗОНОВ НУКЛОНАМИ

Изучены следующие элементарные процессы рассеяния:

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p \quad (S_+)$$

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p \quad (S_-)$$

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n \quad (S_e)$$

Дифференциальные сечения этих процессов обозначим соответственно σ^+ , σ^- и σ^e , а для полного сечения примем обозначения σ_T^+ , σ_T^- и σ_T^e . (Мы будем в дальнейшем употреблять обозначения σ и σ_T соответственно для дифференциального и для полного сечений.)

При рассмотрении рис. 2 было отмечено, что рассеяние P -волны при рассеянии мезонов в довольно широком интервале энергий играет преобладающую роль. Это вовсе не означает, что другие парциальные волны несущественны; к этому обстоятельству мы ещё вернёмся.

Экспериментальному изучению рассеяния мезонов на протонах посвящено много работ. Имеющиеся в настоящее время данные по

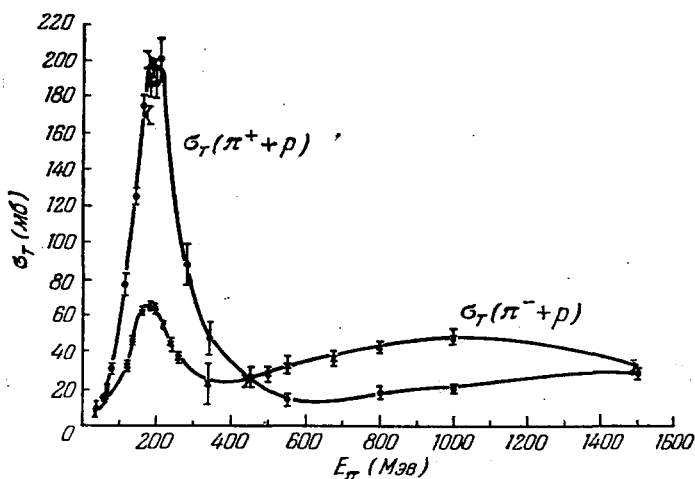


Рис. 3. Полное сечение рассеяния π^+ и π^- -мезонов на протонах, в зависимости от энергии мезонов в лабораторной системе координат. В таблице III приведены ссылки на работы, данные которых здесь использованы. Точки для π^+ -мезонов при энергиях 1,0 и 1,5 Бэв получены по формуле $\sigma(\pi^-, d) \sim \sigma(\pi^-, p)$ см. ссылку (к) таблицы III. Сплошные кривые соответствуют наилучшей аппроксимации экспериментальных данных.

полным сечениям приведены на рис. 3. (В таблице III собраны ссылки на работы, из которых взяты точки на рис. 3.)

Особый интерес представляют сечения при энергии около 200 Мэв, недавно измеренные в Технологическом институте Карнеджи (таблица III, ссылки (f) и (g)), и при энергии 300 Мэв, измеренные в Брукхавене (таблица III, ссылки (h), (j) и (k)). На рисунке изображены кривые σ_T^+ и $\sigma_T^{(-)} \equiv \sigma_T^- + \sigma_T^e$.

Следует заметить, что сечения, приведенные на рис. 3, включают и неупругое рассеяние (т. е. рассеяние, при котором рождается один или два дополнительных мезона). Это становится энергетически возможным при энергии мезонов выше 200 Мэв в лабораторной

Таблица III

Работы, из которых взяты экспериментальные данные для рис. 3

Энергия π -мезона в лабораторной системе координат в Мэв	Ссылки	Работы (в скобках отмечены измеренные сечения)
40	(a)	J. P. Perry and C. E. Angell, Phys. Rev. 91 , 1289 (1953) [σ^+ ; измерялось телескопом счётчиков, включённых на совпадение с телескопом, регистрирующим падающий пучок]
40	(b)	S. Barnes, C. Angell, J. Perry, D. Miller, J. Ring and D. Nelson, Phys. Rev. 92 , 1327 (1953) [σ^- ; измерялось телескопом счётчиков]
34	(c)	A. Roberts and J. Tintot, Phys. Rev. 90 , 951 (1953) [σ^e ; измерялось сначала только одним счётчиком γ -квантов, а затем на совпадения]
58, 65	(d)	D. Bodansky, A. Sachs and J. Steinberger, Phys. Rev. 93 , 1367 (1954) [σ^+ , σ^- , σ^e ; сцинтилляционные счётчики, мишенью служил жидкий водород]
78, 110, 120	(e)	E. Fermi, R. Martin and D. Nagle, Phys. Rev. 91 , 155 (1953) [σ^+ , σ^- , σ^e ; сцинтилляционные счётчики; мишенью служил жидкий водород]
от 135 до 250	(f)	J. Ashkin, J. Blaser, F. Feiner, J. Gorman and M. Stern, Phys. Rev. 93 , 1129 (1954) [$\sigma_T^{(-)}$; мишенью служил жидкий водород]
от 135 до 196	(g)	J. Ashkin, J. Blaser, F. Feiner, J. Gorman and M. Stern, Phys. Rev. 93 , 1129 (1954) [σ_T^+ ; то же, что выше]
28, 340, 450	(h)	S. J. Lindenbaum and L. C. Yuan, Phys. Rev. (в печати), также Proceedings of 1954 Rochester Conference [σ_T^+ ; получено с помощью вычитательной методики C—CH ₂]
340, 450	(j)	S. J. Lindenbaum and L. C. Yuan, Phys. Rev. (в печати) [$\sigma_T^{(-)}$; см. выше]
От 500 до 1000	(k)	R. Cool, L. Madansky and O. Piccioni, Phys. Rev. (будет опубликовано). [σ_T^+ и $\sigma_T^{(-)}$; получены с помощью вычитательной методики C—CH ₂ и C—CD ₂]

Эта таблица ни в какой мере не претендует на полноту, а содержит лишь последние работы. Подробный список литературы можно найти в статье Рудермана М. А., Хенли Е. М. и Стейнбергера Дж., в Ann. Rev. Nuclear Sci. **3** (1953).

системе координат. В области 1 Бэв сечение, вероятно, в значительной степени обусловлено неупругим рассеянием⁹.

Интересно разбить сечение, приведенное на рис. 3, на сечения $\sigma_{1/2}$ и $\sigma_{3/2}$, относящиеся соответственно к чистым подсостояниям $I = 1/2$ и $3/2$ изотопического спина. Это легко сделать, используя соотношения:

$$\sigma_T^+ = \sigma_{3/2}, \quad (4)$$

$$\sigma_T^- = \frac{1}{3} [\sigma_{3/2} + 2\sigma_{1/2}] \quad (5)$$

или

$$\sigma_{1/2} = \frac{1}{2} [3\sigma_T^- - \sigma_T^+]. \quad (6)$$

Отметим, что эти соотношения выполняются и для неупругого рассеяния.

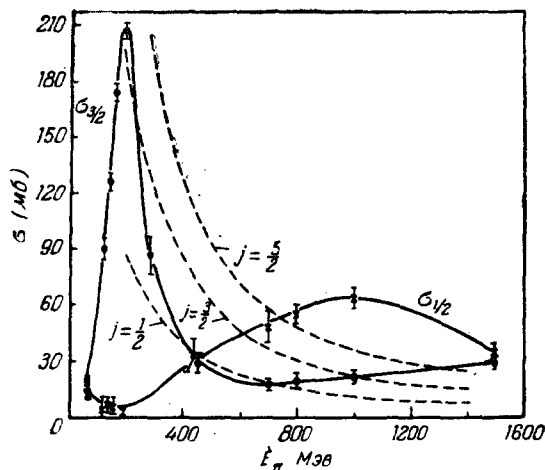


Рис. 4. Экспериментальные значения сечений рассеяния π -мезонов на нуклонах для чистых состояний изотопического спина: $1/2$ и $3/2$. Пунктирные кривые представляют пределы сечений для рассеяния в чистых состояниях (j, l) . (вычисленные по формуле (7)).

Используя экспериментальные значения для σ_T^+ и σ_T^- (рис. 3), можно получить $\sigma_{3/2}$ и $\sigma_{1/2}$, которые представлены на рис. 4. Сплошные кривые являются наилучшей аппроксимацией этих сечений. Пунктирные кривые изображают верхний предел сечений рассеяния в чистых состояниях по j и l . Они выражаются следующим образом:

$$\sigma(j, l) = 2\pi \left(\frac{\hbar}{q} \right)^2 \cdot [2j + 1], \quad (7)$$

где q — импульс мезона в системе центра инерции. Наличие резкого максимума при 200 Мэв у $\sigma_{3/2}$ и отсутствие его у $\sigma_{1/2}$ поразительно и, повидимому, прекрасно подтверждает как гипотезу зарядовой независимости, так и гипотезу Брюкнера⁸ о резонансе в состоянии ($I = 3/2$, $j = 3/2$, $l = 1$). В частности, высота максимума сравнима с величиной $\sigma(3/2, 1)$, полученной по формуле (7).

Если бы максимум у $\sigma_{1/2}$ при энергии около 1 Бэв относился к рассеянию только в одном состоянии момента импульса, то это означало бы, что $j \cong 5$ (см. также рис. 1). Это представляется мало вероятным, особенно ввиду того, что сечение здесь в основном обусловлено неупругим рассеянием. С другой стороны, этот максимум, быть может, указывает на преобладание при энергии 1 Бэв неупругого (т. е. с рождением мезона) рассеяния в состоянии $I = 1/2$. Если это верно, то зарядовая независимость даёт для дифференциальных сечений следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^- + \pi^+) + \sigma(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^+ + \pi^-) = \\ = 2\sigma(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^0 + \pi^0) + \sigma(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^- + \pi^0) \end{aligned} \quad (8)$$

и

$$\sigma(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^0 + \pi^-) = \sigma(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^- + \pi^0).$$

Для полных сечений имеем:

$$\begin{aligned} 2\sigma_T(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^- + \pi^+) = \\ = \sigma_T(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^0 + \pi^0) + \sigma_T(p + \pi^- \rightarrow p + \pi^- + \pi^0). \end{aligned} \quad (9)$$

Эти соотношения справедливы только в том случае, если сечения рождения π^+ -мезонов при столкновении π^+ -мезонов с протонами малы, как это принималось выше.

Слабое рассеяние в состоянии с $I = 1/2$ при энергиях ниже 400 Мэв отмечалось Ашкиным¹⁰. Данные, полученные в Карнеджи, показывают это довольно отчётливо, если изобразить на одном графике $3\sigma_T^{(-)}$ и σ_T^{+} , как это сделано на рис. 5.

Брюкнер⁸ предложил описывать состояние ($I = 3/2$, $j = 3/2$, $l = 1$) формулой с одним резонансным уровнем. Предположим, что полное сечение $\sigma_T^{+} = \sigma_{3/2}$, т. е. что оно целиком обусловлено только этим состоянием. Тогда

$$\sigma_T^{+} = \frac{2\pi\hbar^2}{q^2} \cdot \frac{\Gamma^2}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad (10)$$

где

$$\Gamma = \left[\frac{2 \cdot \left(\frac{qa}{\hbar} \right)^2}{1 + \left(\frac{qa}{\hbar} \right)^2} \right] \cdot \gamma_{\lambda}^2. \quad (11)$$

Здесь E_0 — «резонансная энергия» в системе центра инерции, γ_λ^2 есть приведенная ширина и a — радиус канала реакции. E — энергия мезона и нуклона в системе центра инерции. Мы выбрали

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= 159 \text{ Мэв}, \\ \gamma_\lambda^2 &= 58 \text{ Мэв}, \\ a &= 0,88 \left(\frac{\hbar}{\mu c} \right). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

На рис. 5 сечение σ_T^+ , вычисленное по формуле (10), сравнивается с экспериментальными сечениями. Согласие, как видно, прекрасное.

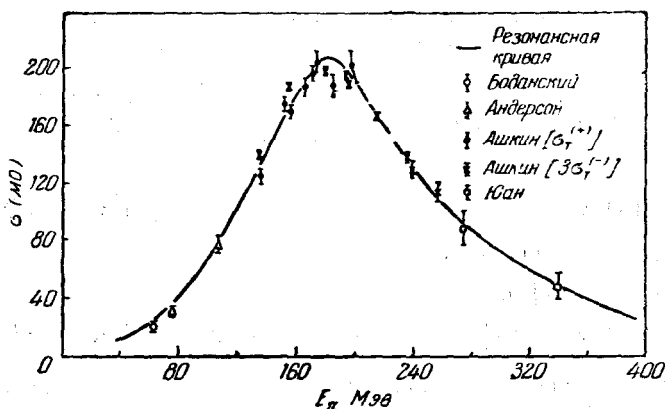


Рис. 5. Сравнение резонансной формулы (10) с одним уровнем для σ_T^+ с экспериментальными сечениями. Использованные работы указаны в таблице III. Значками \boxtimes обозначено утроенное сечение $\sigma_T^{(-)}$, полученное Ашкиным и др.¹⁰

Угловое распределение при рассеянии π -мезонов тоже известно (см. работы из таблицы III). Здесь экспериментальные данные значительно менее полны, чем для полных сечений. Если бы рассеяние происходило только в состоянии ($I = 3/2$, $j = 3/2$, $l = 1$), то угловое распределение имело бы вид:

$$1 + 3 \cos^2 \theta, \quad (13)$$

где θ — угол рассеяния в системе центра инерции. Несколько экспериментальных угловых распределений для π^+ -мезонов представлено на рис. 6. Асимметрия распределения относительно угла 90° , очевидно, несовместима с формулой (13). Однако к этой асимметрии может привести относительно малая примесь S -рассеяния. Общее

выражение для сечения рассеяния только S - и P -волн имеет вид

$$\sigma = a + b \cos \theta + c \cos^2 \theta, \quad (14)$$

который, повидимому, согласуется с наблюдаемыми угловыми распределениями рассеянных мезонов. Действительно, оказывается возможным описать известное угловое распределение с помощью рассеяния P -волн только в состоянии ($I = 3/2$, $j = 3/2$) и примеси рассеяния S -волн¹¹.

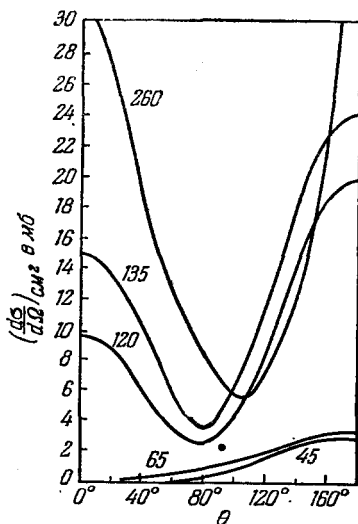


Рис. 6. Угловое распределение в системе центра инерции для процесса $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ + p$. Энергии мезонов в лабораторной системе координат приведены в Мэв. Экспериментальные ошибки на рисунке не указаны. Кривая для 45 Мэв получена на основе данных Срира Дж., Лорда Дж. и Уивера А. [Phys. Rev. **93**, 575, (1954)], для 65 Мэв — на основе данных работы (d) таблицы III, для 120 и 135 Мэв — на основе работы (e) таблицы III; данные для 260 Мэв получены Фаулером В. Б., Ли Р., Шеппардом В. Д., Шаттом Р. П., Торндайком А. М. и Уиттемором В. А. [Phys. Rev. **92**, 832 (1953).]

Большая работа была проделана для определения фазовых сдвигов рассеяния мезонов на нуклонах. Для энергий, при которых нужно принимать в расчёт только S - и P -волны, согласно гипотезе зарядовой инвариантности, имеется шесть различных фазовых сдвигов. Следуя обозначениям Андерссона*), обозначим сдвиги фаз S -волны соответственно для состояний с $I = 3/2$ и $1/2$ через α_3 и α_1 . Четыре сдвига фаз

*) См. таблицу III, ссылка (e).

P -волны обозначим α_{33} , α_{13} , α_{31} и α_{11} , где первый индекс равен удвоенному I , а второй — удвоенному j . Определение этих шести сдвигов фаз из экспериментальных данных весьма неоднозначно¹², и мы не вдаёмся в подробности.

Простейший выбор сдвигов фаз (и с точки зрения современной теории, быть может, наиболее разумный) принадлежит Бете¹¹, когда α_{13} , α_{31} и α_{11} малы, а α_{33} проходит через 90° при энергии мезона $E_\pi = 195$ Мэв (в лабораторной системе координат).

Таблица IV
Сдвиг фаз при рассеянии мезонов на нуклонах

E_π Мэв	α_{33}	α_3	α_1
120	30°	-12°	8°
217	107°	-20°	-4°
<p>Для $E_\pi < 120$ Мэв $\alpha_{33} \cong 16^\circ \left(\frac{q}{\mu c} \right)^3$</p> <p>Здесь приведены сдвиги фаз рассеяния π-мезонов на нуклонах, полученные Бете¹¹; α_{33} и α_3 могут быть линейно экстраполированы в энергетическом интервале от 120 до 217 Мэв. α_1 нужно аппроксимировать в этом энергетическом интервале параболой с производной, равной нулю при 120 Мэв.</p>			

Величины этих фаз приведены в таблице IV. В пользу такого выбора имеются следующие аргументы:

а) Очень хорошее согласие $\sigma_{\pi,1/2}$ с резонансной формулой (10) (см. рис. 5). Если бы α_{33} не проходило через 90° , вероятно, было бы необходимо, чтобы по крайней мере две фазы имели максимум при $E_\pi \cong 200$ Мэв. Для этого аргумента существенна не только зависимость сечения от энергии и угла, но также и его величина (см. рис. 4).

б) Коэффициент b в формуле (14) меняет знак в области $E_\pi \cong 180$ Мэв (см. рис. 6). Это вполне совместимо с тем фактом, что α_{33} при этой энергии проходит через 90° .

в) Такое поведение весьма определённо следует из мезонной теории и указывает причины отсутствия максимума у $\sigma_{\pi,1/2}$ при энергии 200 Мэв (см. рис. 4).

г) Энергетическая зависимость и изменение знака интерференционного члена при фоторождении π^+ -мезонов (см. раздел «Фоторождение π^+ -мезонов на нуклонах») с большой определённостью указывает на существование резонанса.

Дальнейшее обсуждение фазового анализа рассеяния и его интерпретация содержится в разделе «Мезонная теория».

ФОТОРОЖДЕНИЕ π -МЕЗОНОВ НА НУКЛОНАХ

Возможны четыре процесса фоторождения (а также обратные им процессы):

$$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n \quad (P_{\gamma+})$$

$$\gamma + n \rightarrow \pi^- + p \quad (P_{\gamma-})$$

$$\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p \quad (P_{\gamma^0})$$

$$\gamma + n \rightarrow \pi^0 + n \quad (P_{\gamma n^0})$$

Реакции $P_{\gamma-}$ и $P_{\gamma n^0}$ приходится изучать на связанных нейтронах (в основном на дейтерии), так что измерение их сечений затруднено и содержит неопределённости.

Предположим, что для $E_{\gamma} < 300 \div 400$ Мэв (энергия γ -квантов в лабораторной системе координат) мезоны испускаются с заметной вероятностью только в состояниях S и P по отношению к нуклону. Аргументы в пользу такой точки зрения приведены выше в разделе «Некоторые физические соображения, относящиеся к π -мезонам». Из рис. 2 мы сделали вывод, что процесс $P_{\gamma-}$ идёт в основном через испускание в P -состояние, в то время как процесс $P_{\gamma+}$ идёт при «малых энергиях» через испускание в S - и P -состояния. Тогда общее выражение для дифференциальных сечений (в системе центра инерции) запишется в виде

$$\sigma = A_0 + A_1 \cdot \cos \theta + A_2 \cdot \cos^2 \theta. \quad (15)$$

Обозначим дифференциальные сечения четырёх упомянутых реакций соответственно через

$$\sigma(\gamma^+), \sigma(\gamma^-), \sigma(\gamma^0) \text{ и } \sigma(\gamma n^0).$$

Полные сечения будем записывать как $\sigma_T(\gamma^+)$ и т. д. Коэффициент A_0 в общем случае содержит S - и P -волны и может быть записан в виде

$$A_0 = A_0(S) + A_0(P), \quad (16)$$

где $A_0(S)$ и $A_0(P)$ относятся соответственно к S - и P -состояниям. Зависимость A от энергии при «малых энергиях» (считаем, что это означает: $E_{\gamma} < 250$ Мэв; верхний предел для «малых энергий», а priori, конечно, неизвестен) может быть получена из таблицы I. Для таких энергий имеем:

$$\left. \begin{aligned} A_0(S) &= \frac{\eta}{v} g_{OS}, \\ A_0(P) &= \eta^3 v g_{OP}, \\ A_1 &= -\eta^2 g_1, \\ A_2 &= -\eta^3 v g_2, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где η — импульс мезона и ν — импульс фотона в единицах μc в системе центра инерции. Зависимость от ν принята на основе мезонной теории. При энергиях, достаточно близких к пороговым, зависимость от ν несущественна.

Сечение процесса P_{γ^0} для угла 90° в лабораторной системе координат было измерено Силверманом и Стернсом¹³ в Корнелле. (Измерялись энергия и угол вылета протонов отдачи при E_γ в интервале от 200 Мэв до 300 Мэв.) Аналогичное исследование было проделано в Массачусетском технологическом институте Осборном¹⁴. Это исследование включало анализ углового распределения; некоторые из этих данных приведены на рис. 2. В Калифорнийском технологическом институте*) сечение реакции P_{γ^0} было измерено для нескольких углов при энергиях E_γ от 270 до 450 Мэв. Эта работа была проделана Уокером, Окли и Толлеструпом¹⁵; совсем недавно эти же авторы получили дальнейшие результаты. Употреблявшийся метод был подобен методу Корнелльской группы (один из γ -квантов распада π -мезона регистрировался в совпадении с протоном отдачи).

Дифференциальное сечение для процесса P_{γ^+} было изучено Бернардини и Голдуассером¹⁶ для $E_\gamma < 200$ Мэв. Сечения при малых энергиях, очевидно, особенно важны для определения величин g в формулах (17) и для определения мультипольных моментов, о чем будет идти речь ниже (в части этого раздела «Угловые распределения»).

В КТИ реакция P_{γ^+} изучалась для E_γ от 200 до 400 Мэв. Толлеструп, Кек и Уэрлок¹⁷ использовали телескоп сцинтилляционных счётчиков для измерения ионизации в зависимости от остаточного пробега π^+ -мезонов. Уокер¹⁸ измерил те же самые сечения, определяя энергию и угол вылета мезона с помощью магнитного спектрометра. Данные КТИ¹⁹ по реакции P_{γ^+} были проанализированы по формуле (15) Бачером*).

Полные сечения. Сначала мы рассмотрим полные сечения для фоторождения мезонов. При достаточно малых энергиях мезоны должны испускаться в S -состоянии; однако, как уже было отмечено, амплитуда S -волны при рождении π^0 -мезона очень мала. Это можно качественно понять на основе простой модели. Испускание псевдоскалярных π -мезонов в S -состояние должно происходить через электрическое дипольное поглощение фотона^{20, 21}. Если предположить, что амплитуда этого процесса пропорциональна статическому дипольному моменту (в системе центра инерции)

*) Вместо полных названий Массачусетского технологического института и Калифорнийского технологического института далее пишется МТИ и КТИ. (Прим. перев.)

**) Мы подчёркиваем, что данные по π -мезонам и их анализ носят сравнительный характер.

соответствующей системы мезон — нуклон в конечном состоянии, то

$$\sigma(\gamma^-) : \sigma(\gamma^+) : \sigma(\gamma^0) : \sigma(\gamma^{\pi^0}) = \left[1 + \frac{\mu}{M}\right]^2 : 1 : \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{M}\right)^2 : 0 \quad (18)$$

в том случае, когда нужно учитывать только S -волны; здесь M — масса нуклона.

Эта формула согласуется с экспериментальным фактом малого вклада S -волны в рождение π^0 -мезона. Из формулы (18) имеем:

$$\frac{\sigma(\gamma^-)}{\sigma(\gamma^+)} = \left[1 + \frac{\mu}{M_*}\right]^2 = 1,32. \quad (19)$$

Это тоже находится в согласии с измерениями Сандса²², где

$$\frac{\sigma(\gamma^-)}{\sigma(\gamma^+)} \simeq 1,4 \quad (20)$$

для очень малых энергий π -мезонов.

Ввиду успешного применения к процессам рассеяния формулы (10) с одним резонансным уровнем (рис. 5) естественно попробовать это приближение и здесь, считая фоторождение каналом реакции рассеяния. Если преобладает испускание π -мезонов в состоянии ($I = 3/2$, $J = 3/2$), то это приближение должно быть удовлетворительным для энергий вблизи резонанса, который наблюдается при $E_\gamma \cong 340$ Мэв. Тогда^{13, 23}

$$\sigma_T(\gamma^0) = 2\pi \left(\frac{\hbar}{k}\right)^2 \frac{\Gamma_\gamma \Gamma}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad (21)$$

где k — импульс фотона в системе центра инерции, а Γ , E и E_0 обозначают то же самое, что в формуле (10). Для ширины Γ_γ имеем ($\nu = \frac{k}{\mu c}$):

$$\Gamma_\gamma = \frac{\nu^2 \cdot f_\gamma}{1 + \left(\frac{ak}{\hbar}\right)^2}, \quad (22)$$

где радиус канала a дается соотношением (12). Здесь коэффициент f_γ играет роль приведенной ширины и является единственным произвольным параметром в формуле (21). Будем считать f_γ постоянной величиной

$$f = 0,10 \text{ Мэв}. \quad (23)$$

На рис. 7 $\sigma_T(\gamma^0)$, вычисленное по формуле (21), сопоставляется с экспериментальными данными. («Экспериментальные» значения σ_T получены из наблюдаемых дифференциальных сечений в предположении, что угловое распределение имеет вид, приведённый в части «Угловые распределения».) Определённые таким образом из экспериментальных данных $\sigma_T(\gamma^0)$ хорошо согласуются с формулой (21) при $0 < E_\gamma < 450$ Мэв. Возможная справедливость формулы (21) особенно интересна, так как f_γ является единственным свободным параметром.

Теперь рассмотрим полное сечение для процесса P_{γ^+} , т. е. $\sigma_T(\gamma^+)$. Здесь поведение сечения при низких энергиях указывает на

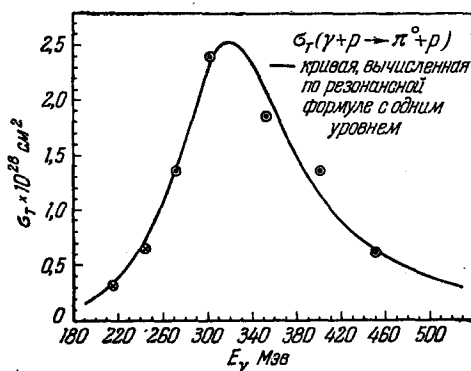


Рис. 7. Сравнение сечения $\sigma_T(\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p)$, вычисленного по формуле (21), с экспериментом. Первые две точки вычислены по формулам (17), а остальные — по формулам (19) и (20).

то, что преобладает S -волна (см. рис. 2 и работу ¹⁶). Предположим, что единственное *) изменение формулы (21) заключается в учёте S -волны, как это предсказывает псевдоскалярная мезонная теория. Тогда

$$\sigma_T(\gamma^+) = \sigma_0 \left(\frac{q}{k} \right) \cdot \left[\frac{1 - \frac{k}{M \cdot c}}{\left(1 + \frac{k}{M \cdot c} \right)^2} \right] + \frac{1}{2} \sigma_T(\gamma^0). \quad (24)$$

Как уже отмечалось, первый член имеет энергетическую зависимость, предсказываемую мезонной теорией. Выбираем σ_0 постоянным, равным

$$\sigma_0 = 2,5 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2. \quad (25)$$

*) За исключением того, что вклад P -волны в $\sigma_T(\gamma^+)$ равен половине вклада в $\sigma_T(\gamma^0)$. Последнее является следствием зарядовой независимости ²⁰.

На рис. 8 формула (24) сравнивается с экспериментальными значениями $\sigma_T(\gamma^+)$. Согласие не такое хорошее, какое было для $\sigma_T(\gamma^0)$. Вычисленная кривая падает недостаточно быстро при больших энергиях, однако это скорее всего обусловлено неудачным выбором в формуле (24) члена, учитывающего S -волну. Один этот член превышает экспериментальное сечение при энергиях выше 400 Мэв. Кроме того, максимум вычисленной кривой, повидимому, несколько смещён в сторону больших энергий. Формулы (21) и (24) упрощают картину, что выяснится при обсуждении углового распределения. С другой стороны, согласие этих формул с экспериментом, как

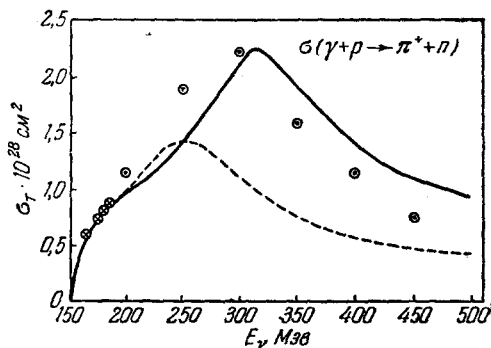


Рис. 8. Сравнение сечения $\sigma_T(\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n)$, вычисленного по формуле (24), с экспериментом. Первые три точки взяты из работы ¹⁶; остальные — из работ ^{17, 18} и ¹⁹. Пунктирная кривая представляет собой

$$\sigma_T(\gamma^+) - \frac{1}{2} \sigma_T(\gamma^0).$$

видно из рис. 7 и 8, не такое уж плохое. Следовательно, отвлекаясь от более тонких деталей, можно считать, что состояние $(I = \frac{3}{2}, j = \frac{3}{2})$ играет существенную роль в фоторождении, а формулы (21) и (24) могут служить разумным приближением к истинным сечениям.

Очевидно, что а priori нет оснований для выбора радиуса канала фоторождения (22) таким же, как и для канала рассеяния (11). Действительно, в (17) мы положили этот радиус для γ -квантов равным нулю. Конечная же его величина, использованная в (22), была нами взята для того, чтобы получить быстрое уменьшение сечения после резонансного пика. Ниоткуда, конечно, не следует, что f_γ должно оставаться постоянным на значительном интервале энергий, так что сейчас трудно сказать что-нибудь определённое о зависимости сечения от k (кроме того, что она не должна быть сильной при «малых энергиях»).

Следует также отметить, что термин «резонанс» в применении к рассеянию и фоторождению не был нами точно определён. Жела-

тельно было бы знать не только то, что фзза α_{33} проходит через 90° при $E_\pi \cong 195$ Мэв, но и её энергетическую зависимость в области таких энергий. Формулы (10) и (21) основаны на аналогии с резонансными ядерными реакциями, но вряд ли их можно обосновать для релятивистских энергий²⁴. Наиболее удовлетворительное рассмотрение процессов с релятивистскими мезонами было проведено Сансом²⁴. Полученное им выражение для «резонансного» сечения похоже на формулу (10).

Угловые распределения. Угловое распределение для процесса $P_\gamma +$ было проанализировано в форме (15) Бачером¹⁹ для энергии E_γ от 250 до 450 Мэв. Подобный же анализ был проделан Бернardini и Голдуассером²⁵ для $E_\gamma < 250$ Мэв. На рис. 9 пред-

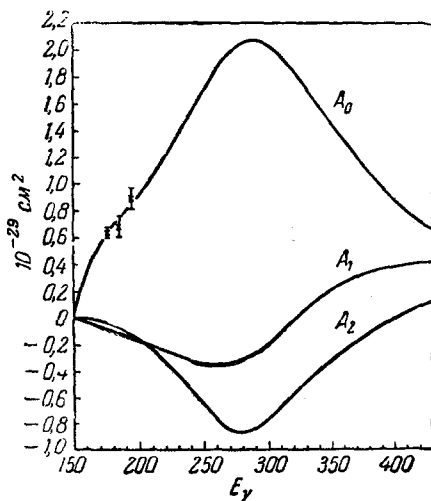


Рис. 9. Коэффициенты A_0 , A_1 и A_2 для углового распределения в реакции $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + p$ (см. формулу (21)), вычисленные по экспериментальным данным. Три отмеченные точки взяты из работы¹⁶; точки для энергии выше 250 Мэв взяты из работы¹⁹.

ставлена зависимость коэффициентов формулы (15) от энергии. Коэффициенты, приведённые на рис. 9, в действительности несколько отличаются от тех, которые были получены указанными авторами тем, что в области энергий $E_\gamma < 250$ Мэв мы воспользовались формулами (17) для зависимости этих коэффициентов от энергии. Такое изменение совместимо с экспериментальными данными из-за их неточности. Выбранные нами величины коэффициентов g в формулах (17) приведены в таблице V.

Данные по угловому распределению процесса $P(\gamma^0)$ еще более ограничены. В таблице VI приводятся величины коэффициентов форм-

Таблица V
Коэффициенты g формул (17) для углового распределения фотомезонов

Процесс	$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$	$\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p$
g_{OS}	10,5	—
g_{OP}	4,0	8,5
g_1	3,0	—
g_2	3,5	7,3

g приведены в единицах 10^{-30} см^2 . g_{OS} дано, вероятно, с точностью в пределах 10%. Остальные величины g могут иметь ошибку до 25%, хотя их относительные величины много точнее.
Данные по π^0 -мезонам взяты у Окли и Уокера ^{24a} и у Осборна ²⁶.

мулы (15), полученные Осборном ²⁶. Величины g_{OP} и g_2 , получающиеся из формул (17) и данных работы, выполненной в КТИ, приведены в таблице V.

Таблица VI
Угловое распределение для реакции $\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p$ *)

Энергия γ -квантов	от 220 до 280 Мэв	от 280 до 330 Мэв
A_0	9 ± 1	18 ± 1
A_1	$-2,5 \pm 1$	$2,3 \pm 1$
A_2	$-7,5 \pm 2$	-15 ± 3

*) Коэффициенты A_0 , A_1 и A_2 те же самые, что и в формуле (31). Они получены из предварительных данных МТИ.
Единицы — $10^{-30} \frac{\text{см}^2}{\text{стерадиан}}$.

Пожалуй, самым важным следствием таблицы V является то, что вклады P -волны в $\sigma(\gamma^0)$ и $\sigma(\gamma^+)$ имеют одинаковую угловую зависимость, а по величине относятся приблизительно как 2:1.

Это согласуется с простой «резонансной» теорией, изложенной в первой части параграфа «Полные сечения». Мы уточним эту теорию.

Количественное обсуждение углового распределения фотомезонов удобно производить, воспользовавшись разложением амплитуд поглощения γ -квантов по мультиполям^{25, 26}.

Так как π -мезон является псевдоскалярной частицей, то при испускании его в S -состояние переход должен быть электрическим дипольным (соответствующий матричный элемент обозначаем E_1). Если же мезон испускается в P -состояние с $j = 1/2$, то такой переход является магнитным дипольным (матричный элемент $M_1(1/2)$). Переход в P -состояние с $j = 3/2$ может быть либо магнитным дипольным (с матричным элементом $M_1(3/2)$), либо электрическим квадрупольным (с матричным элементом E_2). Так как возможна произвольная комбинация этих переходов, то амплитуду T фоторождения можно записать коротко следующим образом²⁰ (в системе центра инерции):

$$T = iE_1(\hat{\sigma}\hat{e}) - M_1\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left\{ ([\hat{k}\hat{e}]\mathbf{q}) - i(\sigma[[\hat{k}\hat{e}]\mathbf{q}]) \right\} k^{-1}q^{-1} - \\ - M_1\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left\{ 2([\hat{k}\hat{e}]\mathbf{q}) + i(\sigma[[\hat{k}\hat{e}]\mathbf{q}]) \right\} k^{-1}q^{-1} + \\ + i\frac{1}{2}E_2\left\{ (\hat{\sigma}\hat{k})(\hat{e}\mathbf{q}) + (\hat{\sigma}\hat{e})(\hat{k}\mathbf{q}) \right\} k^{-1}q^{-1}. \quad (26)$$

Здесь σ — спин нуклона, \mathbf{k} — импульс фотона, а \hat{e} — его вектор поляризации, \mathbf{q} — импульс мезона. Как уже было отмечено, имеется четыре процесса фоторождения, так что мы имеем четыре амплитуды T , которые обозначим

$$T^+, T^-, T^0, T^n,$$

и соответственно будет иметься четыре набора мультипольных моментов: E_1^+ , E_1^- и т. д.

Дифференциальное сечение σ получается, как обычно, путём усреднения $|T|^2$ по всем состояниям спина и поляризации:

$$\sigma = W \left\{ |E_1|^2 + \left| M_1\left(\frac{1}{2}\right) \right|^2 + \left| M_1\left(\frac{3}{2}\right) \right|^2 \frac{1}{2} [5 - 3 \cos^2 \theta] + \right. \\ \left. + |E_2|^2 \cdot \frac{1}{8} [1 + \cos^2 \theta] - \right. \\ \left. - 2 \operatorname{Re} \left[E_1^* \left(M_1\left(\frac{3}{2}\right) - M_1\left(\frac{1}{2}\right) \right) - \frac{1}{2} E_2 \right] \cos \theta - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[E_2^* \left(M_1\left(\frac{3}{2}\right) - M_1\left(\frac{1}{2}\right) \right) \right] [3 \cos^2 \theta - 1] - \right. \\ \left. - \operatorname{Re} \left[M_1^* \left(\frac{3}{2} \right) \cdot M_1 \left(\frac{1}{2} \right) \right] \cdot [3 \cos^2 \theta - 1] \right\}. \quad (27)$$

Здесь θ — угол между \mathbf{k} и \mathbf{q} (все величины берутся в системе центра инерции). « $Re(\dots)$ » означает: «действительная часть (...)»; W — статистический вес, который приближённо равен

$$W = (2\pi)^4 \frac{\eta\omega}{\left[1 + \frac{k}{Mc}\right]^2}, \quad (28)$$

где $\omega = \left[1 + \eta^2\right]^{\frac{1}{2}}$, а M — масса нуклона.

Для четырёх сечений: $\sigma(\gamma^+)$, $\sigma(\gamma^-)$ и т. д. мы имеем выражения, аналогичные (27). Это означает, что имеется 16 амплитуд. Если использовать гипотезу зарядовой независимости⁷, то это число снизится до 12 независимых амплитуд. Хотя они являются комплексными величинами, их комплексность тривиальна. Действительно, в соответствующем представлении комплексные фазы мультипольных амплитуд можно точно выразить через шесть фаз α (см. «Рассеяние π -мезонов нуклонами»), характеризующих рассеяние π -мезонов*). Таким образом, у нас остаётся двенадцать действительных параметров для описания четырёх реакций. Эти соображения и явный вид амплитуд приведены в Дополнении.

Коэффициенты A_0 , A_1 и A_2 формулы (15) можно выразить через амплитуды мультиполей с помощью формулы (27). Мы проделаем это по методу Ферми²⁷. Введём величины

$$\left. \begin{aligned} X &\equiv \frac{3}{2} M_1 \left(\frac{3}{2} \right) + \frac{1}{4} E_2, \\ Y &\equiv \frac{1}{2} \left[M_1 \left(\frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} E_2 \right] + M_1 \left(\frac{1}{2} \right), \\ K &\equiv \left[M_1 \left(\frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} E_2 \right] - M_1 \left(\frac{1}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= W \{ |E_1|^2 + |X|^2 + |Y|^2 \}, \\ A_1 &= -W \{ 2Re [E_1^* K] \}, \\ A_2 &= W \{ |K|^2 - |X|^2 - |Y|^2 \}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Из вида матричных элементов для отдельных мультиполей (см. Дополнение) видно, что они действительны при энергии, достаточно близкой к пороговой, когда фазовые сдвиги рассеяния малы (например, для процесса P_{γ^+} при $E_\gamma < 250$ Мэв). Это

*) Этот факт был отмечен независимо К. Эйзу, Ферми (неопубликованные работы) и Ватсоном^{27a}.

соответствует области применимости (согласно нашему предположению) формул (17). Для этих энергий E_1 , X , Y и K будут действительными, и, кроме того, следует ожидать, что их зависимость от энергии будет простой. Из формул (30) сразу получается соотношение Ферми²⁷ между коэффициентами g формул (17):

$$g_1^2 = 4g_{0s}[g_{0p} - g_2]. \quad (31)$$

Так как каждый из четырёх коэффициентов g можно определить из экспериментальных данных независимо, то соотношение (31) может служить проверкой рассматриваемой модели фоторождения мезонов. В пределах экспериментальных ошибок для процесса P_{γ^+} (см. таблицу V) это соотношение выполняется.

Малость величины g_1^+ в таблице V согласно (31) показывает, что $\sigma(\gamma^+)$ зависит от угла θ примерно как $\sin^2 \theta$. Зная g_{0s}^+ , можно непосредственно определить величину электрического дипольного матричного элемента вблизи порога. Она равна

$$\sqrt{\omega} E_1^+ = \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma}} 3,3 \cdot 10^{-15} \text{ см.} \quad (32)$$

Из-за малости g_1^+ невозможно описать сечение вблизи порога только одним членом, соответствующим P -волне в противоречии с гипотезой Брюкнера—Ватсона²⁰. Согласие с экспериментальными данными можно получить только в случае учёта двух из трёх исчезающих членов $M_1(3/2)$, $M_1(1/2)$ и E_2 . Нет оснований предполагать, что все три члена одновременно отсутствуют.

Из-за малости E_1^0 у порога для процесса P_{γ^0} соотношение (31), повидимому, не будет справедливым в значительном интервале энергий. Здесь нужен более тщательный анализ (см. сноску на стр. 423).

Подводя итог рассмотрению сечений $\sigma(\gamma^+)$ и $\sigma(\gamma^0)$ при пороговых энергиях, следует отметить, что заметный вклад электрического дипольного перехода происходит только в сечение первого процесса. Вклады P -волн в сечения обоих процессов зависят от угла примерно как $\sin^2 \theta$. Отношение 2:1, даваемое «резонансной теорией» для вкладов P -волн в сечения $\sigma(\gamma^+)$ и $\sigma(\gamma^0)$, выполняется очень хорошо.

Теперь рассмотрим экспериментальные данные для резонансной области. Так как резонансное состояние ($l=3/2$, $j=3/2$, $l=1$) даёт вклад только в $M_1(3/2)$ и E_2 , то можно ожидать преобладания именно этих членов. Ожидаемое преобладание вклада этих членов в резонансной области, конечно, не означает, что отсутствуют члены, соответствующие другим мультиполям. Однако если резонансная теория справедлива, то в первом приближении остальными членами

можно пренебречь. Тогда, на основании данной в Дополнении формулы для мультипольных моментов, можно вблизи резонансной энергии записать:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{W} M_1 \left(\frac{3}{2} \right) &= e^{i\alpha_{33}} \cdot \sin \alpha_{33} \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \frac{3}{2} \\ \eta \end{array} \right] \cdot \mu_1, \\ \sqrt{W} E_2 &= e^{i\alpha_{33}} \cdot \sin \alpha_{33} \cdot \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \frac{3}{2} \\ \eta \end{array} \right] \cdot \varepsilon_2. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Здесь μ_1 и ε_2 — постоянные действительные величины. Комплексный множитель $e^{i\alpha_{33}}$ появляется на основании соображений, приведённых в дополнении. Множитель $\sin \alpha_{33}$ представляет обобщение энергетической зависимости, даваемой формулой (21). Значение этого обобщения указано в работе ²³ *). Для изучения процесса P_{γ^+} , как видно из рис. 9, E_1^+ тоже существенно. Из формулы для E_1^+ и для E_1^0 , приведённых в Дополнении, а также из того факта, что E_1^0 , повидимому, очень мало вблизи порога, следует (в обозначениях Дополнения)

$$2E_1^{(3)} = \frac{1}{2} [E_1^{(1)} - 2\delta E_1^{(1)}]. \quad (34)$$

Мы полагаем $E_1^0 = 0$ на пороге, что кажется разумным приближением. Используя (34), можно записать E_1^+ в виде

$$\sqrt{W} E_1^+ = \sqrt{\frac{\eta}{\nu}} \frac{\varepsilon_1}{3} [e^{i\alpha_3} + 2e^{i\alpha_1}]. \quad (35)$$

Здесь ε_1 определяется соотношением

$$\sqrt{2W} E_1^{(3)} = \sqrt{\frac{3}{\nu}} \varepsilon_1.$$

В дальнейшем мы предположим, что при $E_{\gamma} < 300 \text{ Мэв}$ ε_1 можно считать константой (что, конечно, может оказаться неправильным).

*) Формулы (33) дают значительно более правильное обоснование резонансной теории, чем формула (21), но они эквивалентны этой формуле, если α_{33} имеет вид, приводящий к формуле (10). Например, в более сложных теориях Сакса и Чу (см. раздел «Мезонная теория») фоторождение и расщепление в резонансной области связаны формулой (33).

Формулы (30) теперь можно записать, используя (33) и (35) в виде

$$\left. \begin{aligned} A_1^+ &= -\frac{2}{3} \frac{\sin \alpha_{33}}{\eta} \epsilon_1 \left[\mu_1 - \frac{1}{2} \epsilon_2 \right] \times \\ &\quad \times [\cos (\alpha_{33} - \alpha_3) + 2 \cos (\alpha_{33} - \alpha_1)], \\ A_2^+ &= -\frac{\sin^2 \alpha_{33}}{4} \left[\frac{\nu}{\eta^3} \right] \left\{ \left[3\mu_1 + \frac{1}{2} \epsilon_2 \right]^2 - \right. \\ &\quad \left. - 3 \left[\mu_1 - \frac{1}{2} \epsilon_2 \right]^2 \right\}, \\ A_0^+(P) &= \frac{\sin^2 \alpha_{33}}{4} \left[\frac{\nu}{\eta^3} \right] \left\{ \left[3\mu_1 + \frac{1}{2} \epsilon_2 \right]^2 + \left[\mu_1 - \frac{1}{2} \epsilon_2 \right]^2 \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Из (32) мы получим

$$\epsilon_1 = 3,3 \cdot 10^{-15} \text{ см.} \quad (37)$$

Из данных рис. 9 можно определить величины A , и, таким образом, формулы (36) при любой заданной энергии являются тремя уравнениями для определения двух параметров: μ_1 и ϵ_2 . Из рис. 8 видно, что зависимость коэффициентов A от энергии только в общих чертах согласуется с зависимостью, вычисленной на основании формул (36) *).

Интересно, что A_1^+ должно менять знак, когда $[\cos (\alpha_{33} - \alpha_3) + 2 \cos (\alpha_{33} - \alpha_1)]$ проходит через нуль. Беря фазы α из таблицы IV, можно найти, что эта скобка равна нулю для $E_\gamma = 335 \text{ Мэв}$. Из рис. 9 получено, что экспериментальное значение A_1 обращается в нуль при $E_\gamma \cong 325 \text{ Мэв}$. Совпадение, очевидно, много лучше, чем гарантированная точность экспериментальных данных. Так как ϵ_1 известно, то, чтобы определить $(\mu_1 - \frac{1}{2} \epsilon_2)$, можно использовать наклон в зависимости A_1^+ от энергии, когда эта величина проходит через нуль. Мы получаем:

$$\mu_1 - \frac{1}{2} \epsilon_2 = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ см.} \quad (38)$$

Однако здесь следует соблюдать известную осторожность ввиду ограниченной точности предварительных экспериментов, на которые мы ссылались¹⁹. Теперь можно определить μ_1 и ϵ_2 , используя либо

*) Чу и Бернардини указали, что если отказаться от энергетической зависимости α_{33} , приводящей к формуле (10), и использовать вместо неё данные табл. IV, то результаты по рассеянию и фоторождению описываются с помощью (36) значительно лучше.

A_2^+ , $A_0^+(P)$. Это приводит к следующим замечаниям μ_1 и ε_2 :

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= 2,5 \cdot 10^{-15} \text{ см}, \\ \varepsilon_2 &= 1,8 \cdot 10^{-15} \text{ см}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

К счастью, каждый из двух независимых путей даёт величины, отличающиеся от значений (39) не более чем на 10%. Это является убедительным подтверждением нашей модели (хотя, может быть, и не столь эффективной, как предсказанное этой теорией сращение в нуль A_1^+ при $E_\gamma = 335 \text{ Мэв}$).

Серьёзной проверкой резонансной модели является предсказание соотношений

$$\frac{A_2^0}{A_2^+} = \frac{A_0^0}{A_0^+(P)} = 2.$$

Эти соотношения выполняются в пределах экспериментальных ошибок (хотя полученное из эксперимента отношение может быть равно 2,5). Из рис. 9 и таблицы VI видно, что

$$\frac{A_0^+(P)}{A_2^+} \cong 1,35; \quad \frac{A_0^0}{A_2^0} \cong 1,3. \quad (40)$$

Эти соотношения могут, очевидно, содержать большие экспериментальные ошибки ($\cong 25\%$). Если бы не было вклада от электрического квадрупольного 20 , то эти отношения в обоих случаях должны были бы равняться $\frac{5}{3} \cong 1,67$. Эти соотношения, а также формулы (38) и (39) указывают, что имеется вклад от электрического квадрупольного перехода.

Если амплитуды для отдельных мультиполей уже определены в «резонансной области» для процесса P_{γ^+} , то теория однозначно предсказывает коэффициенты A_1^0 , A_0^0 и A_2^0 для процесса P_{γ^0} . В наших обозначениях (см. Дополнение и сноску на стр. 423)

$$\left. \begin{aligned} A_0^0 &\cong A_0^0(P) = \frac{1}{2} A_0^+(P), \\ A_2^0 &= \frac{1}{2} A_2^+, \\ A_1^0 &= -\frac{4}{3} \frac{\sin \alpha_{33}}{\eta} \varepsilon_1 \left[\mu_1 - \frac{1}{2} \varepsilon_2 \right] \times \\ &\quad \times [\cos(\alpha_{33} - \alpha_3) - \cos(\alpha_{33} - \alpha_1)]. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

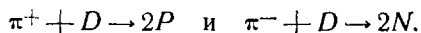
Когда появятся более подробные экспериментальные данные, то эти соотношения дадут возможность серьезной проверки «резонансной модели».

Прежде чем переходить к рассмотрению более сложного явления рождения мезонов при столкновении нуклонов, подведём итог рассмотрению явлений рассеяния и фоторождения мезонов.

Три постулата из раздела «Некоторые физические соображения, относящиеся к π -мезонам», а именно: (а) конечность радиуса сил; (б) гипотеза зарядовой независимости; (с) гипотеза существования резонанса, дают разумное основание для успешного описания имеющихся данных о мезонных явлениях при «малых энергиях». Такое рассмотрение, повидимому, выявляет присущую явлению простоту и вместе с тем уменьшает трудности, которые предстоит преодолеть более обоснованной и подробной теории.

РОЖДЕНИЕ π -МЕЗОНОВ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ НУКЛОНОВ *)

В этом разделе мы рассмотрим испускание и поглощение π -мезонов системой двух нуклонов. Экспериментально процесс испускания можно изучать путём регистрации π -мезонов, появляющихся при бомбардировке водорода нейтронами или протонами (или, что эквивалентно, вычитая результаты, получающиеся на полиэтилене и на углероде). Поглощение π -мезонов можно изучить на реакциях



Согласно гипотезе зарядовой независимости при испускании мезона изотопический спин I двух нуклонов может испытывать один из трёх переходов:

$I = 1 \rightarrow I = 0$, полное сечение обозначим σ_{10} ;

$I = 0 \rightarrow I = 1$, полное сечение обозначим σ_{01} ;

$I = 1 \rightarrow I = 1$, полное сечение обозначим σ_{11} .

Процесс $I = 0 \rightarrow I = 0$ запрещён, так как испущенный мезон уносит изотопический спин, равный единице.

Так как у дейтона $I = 0$, то только первый из перечисленных выше процессов может привести к образованию дейтона. Поэтому мы запишем $\sigma_{10} = \sigma_{10'} + \sigma_{10''}$, где $\sigma_{10'}$ относится к процессу с образованием дейтона (реакция со «связанным состоянием») и $\sigma_{10''}$ — с образованием двух свободных нуклонов с $I = 0$ (реакция с «несвязанным состоянием»).

Полные сечения для различных наблюдаемых реакций, идущих с образованием мезонов, можно выразить через $\sigma_{10'}$, $\sigma_{10''}$, σ_{01} и σ_{11}

*) Этот раздел перекрывается статьёй А. Розенфельда, Phys. Rev. **96**, 139 (1954); обозначения в этом разделе совпадают с обозначениями Розенфельда и несколько отличаются от обозначений предыдущих разделов.

следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
 P + P &\rightarrow \pi^+ + D & \sigma &= \sigma_{10'} \\
 P + P &\rightarrow \pi^+ + N + P & \sigma &= \sigma_{10''} + \sigma_{11} \\
 P + P &\rightarrow \pi^0 + P + P & \sigma &= \sigma_{11} \\
 N + P &\rightarrow \pi^0 + D & \sigma &= \frac{1}{2} \sigma_{10'} \\
 N + P &\rightarrow \pi^0 + N + P & \sigma &= \frac{1}{2} \sigma_{10''} + \frac{1}{2} \sigma_{01} \\
 N + P &\rightarrow \pi^+ + N + N & \sigma &= \frac{1}{2} \sigma_{11} + \frac{1}{2} \sigma_{01} \\
 N + P &\rightarrow \pi^- + P + P & \sigma &= \frac{1}{2} \sigma_{11} + \frac{1}{2} \sigma_{01}
 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Множитель $\frac{1}{2}$ в сечениях для процессов, в которых участвуют нейтрон и протон, получается потому, что система $N-P$ имеет равные вероятности обладать $I=1$ и $I=0$, тогда как система $P-P$ всегда имеет $I=1$.

Сечения двух наблюдаемых реакций поглощения можно выразить через $\sigma_{10'}$, используя принцип детального равновесия:

$$\left. \begin{aligned}
 \pi^+ + D &\rightarrow P + P \\
 \pi^- + D &\rightarrow N + N
 \end{aligned} \right\} \sigma = \sigma_{10'} \frac{2}{3} \frac{p^2}{\mu^2 c^2} \frac{1}{\eta^2} \quad (43)$$

Здесь μ — масса π -мезона, c — скорость света, p — конечный импульс нуклона в системе центра инерции и η — импульс π -мезона в системе центра инерции, выраженный в единицах μc .

Все соотношения, полученные на основе гипотезы зарядовой независимости, нуждаются в поправках на кулоновские силы, на различие масс нейтрона и протона, на различие масс заряженного и нейтрального π -мезонов и на другие малые, зависящие от заряда эффекты (если отвлечься от возможных существенных нарушений принципа зарядовой независимости).

При рассмотрении рождения мезона мы ограничимся такой областью энергий налетающих частиц, в которой η всегда < 1 (энергия меньше 450 Мэв). В этом энергетическом интервале энергия относительного движения E двух нуклонов в конечном состоянии всегда меньше $\mu c^2 (\sqrt{2} - 1) = 57 \text{ Мэв}$ и имеет тенденцию уменьшаться из-за того, что π -мезоны уносят преимущественно большие импульсы; мы будем считать, что в основном $E < 25 \text{ Мэв}$. Можно предположить, что рождение мезона происходит на характерном расстоянии R от центра столкновения и что R равно по порядку величины $\frac{\hbar}{\mu c}$. Таким образом, в рассматриваемом энергетическом интервале произведение R либо на конечный импульс нейтрона, либо на конечный импульс

мезона $\leq \hbar$. Поэтому можно считать, что мезон будет испускаться в S - или P -состояния по отношению к двум нуклонам и что два нуклона, получившихся в результате реакции, будут находиться в состояниях S или P по отношению друг к другу. Для нуклонов сильное притяжение в S -состоянии (в противоположность относительно слабым силам в P -состоянии при малых энергиях) приведёт к сильному увеличению роли состояния с $l=0$, а вместе с тем и к преобладанию малых значений E . Эксперимент указывает на преобладание P -состояния мезона (за исключением энергий, близких к пороговым); это указывает на то, что мезоны рождаются за счёт взаимодействия спина нуклона с импульсом мезона, как в псевдоскалярной теории.

В экспериментах с поглощением относительный момент начальной системы двух нуклонов всегда дейтонный, т. е. с преобладанием 3S_1 -состояния с небольшой ($\sim 4\%$) примесью состояния 3D_1 . Мы опять будем рассматривать только энергии, для которых $\eta < 1$, так что основной вклад в процесс будут давать S - и P -состояния мезонов.

Рассмотрим первую из (42), наиболее известную реакцию, которая идет с образованием (или расщеплением) дейтона. Сечение рождения мезона с образованием дейтона обозначено как σ_{10} . В этом процессе (если мезон испускается в S -состоянии) полный момент конечного состояния равен просто моменту дейтона, $J=1$. Чётность в конечном состоянии из-за псевдоскалярности мезонов отрицательна. Таким образом в начальном состоянии двух нуклонов должно быть $I=1$, $J=1$ и чётность отрицательная. Согласно принципу Паули волновая функция двух нуклонов, симметричная по изотопическому спину ($I=1$) и антисимметричная в пространственных координатах (отрицательная чётность), должна быть симметричной по спинам (триплетное состояние). Таким образом, единственным возможным начальным состоянием является 3P_1 .

Если же мезон испускается в P -состоянии, то в конечном состоянии момент может быть равен $J=0$, 1 или 2, и чётность положительна. Начальное состояние с $I=1$ и положительной чётностью должно быть синглетом и тогда возможны только состояния 1S_0 и 1D_2 .

Таким образом, при малых энергиях имеются три возможности:

$$(a') \quad 2N(^3P_1) \rightarrow D(^3S_1) + \text{мезон в } S\text{-состоянии,}$$

$$(b') \quad 2N(^1D_2) \rightarrow D(^3S_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,}$$

$$(c') \quad 2N(^1S_0) \rightarrow D(^3S_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии.}$$

Обозначим через δ_0 отношение комплексной амплитуды для процесса (с') к комплексной амплитуде процесса (b'), индекс 0 отмечает тот факт, что для (с') $J=0$. Аналогично обозначим через δ_1 отношение амплитуд процессов (a') и (b'). Эти отношения комплексных амплитуд связаны с обычными матричными элементами S матрицы u_0 , u_1 и u_2

соответственно для $J=0$, $J=1$ и $J=2$ формулами:

$$\left. \begin{aligned} \delta_0 &= -\frac{u_0}{\sqrt{5} u_2}, \\ \delta_1 &= -i \sqrt{\frac{3}{5}} \frac{u_1}{u_2}. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Ни в дифференциальное, ни в полное сечение не войдут интерференционные члены процесса (a') с процессами (b') и (c'), так как начальным состоянием процесса (a') является триплетное состояние, а процессов (b') и (c') — синглетное состояние. Следовательно, мы можем отдельно рассматривать рождение мезонов в S -состоянии и в P -состоянии.

Реакция, идущая с испусканием мезона в S -состояние, характеризуется изотропным угловым распределением и её сечение (вблизи порога) должно быть пропорционально импульсу мезона. Для малых энергий можно записать:

$$4\pi \frac{d\sigma_{10'}}{d\Omega} (S\text{-волна}) = \alpha \eta, \quad (45)$$

где α не зависит ни от угла, ни от энергии. Используя экспериментальные данные и проведя теоретическое вычисление, Брюкнер, Сербер и Ватсон³ определили величину постоянной α . Приведём их рассуждение.

Пановский, Амодт и Хадли² измерили отношение выходов двух процессов $\pi^- + D \rightarrow 2N$ и $\pi^- + D \rightarrow 2N + \gamma$, идущих в результате поглощения π -мезонов в дейтерии. π -мезоны, повидимому, поглощаются с S орбиты мезоатома дейтерия. Отношение, полученное Пановским, примерно равно отношению соответствующих сечений для поглощения медленных π -мезонов. Используя его величину $\frac{7}{3}$, имеем для медленных мезонов:

$$\sigma(\pi^- + D \rightarrow 2N) = \frac{7}{3} \sigma(\pi^- + D \rightarrow 2N + \gamma). \quad (46)$$

Если воспользоваться формулой (43) и тем, что для медленных мезонов $p^2 = \mu c^2 \cdot M$, где M — масса нуклона, то

$$\sigma_{10'} = \sigma(P + P \rightarrow \pi^+ + D) = \frac{3}{2} \eta^2 \frac{\mu}{M} \sigma(\pi^- + D \rightarrow 2N). \quad (47)$$

Брюкнер, Сербер и Ватсон, сделав оценку, нашли, что

$$\sigma(\pi^- + D \rightarrow 2N + \gamma) = \frac{2}{3} \sigma(\gamma + N \rightarrow \pi^- + P). \quad (48)$$

Из принципа детального равновесия получается соотношение

$$\sigma(\pi^- + P \rightarrow N + \gamma) = \frac{2}{\eta^2} \sigma(\gamma + N \rightarrow \pi^- + P). \quad (49)$$

Отношение сечения фоторождения π^- -мезона к сечению фоторождения π^+ -мезона на дейтерии оказывается²² равным 1,4. Это означает

$$\sigma(\gamma_d^+ + N \rightarrow \pi^- + P) = 1,4\sigma(\gamma + P \rightarrow \pi^+ + N). \quad (50)$$

Объединяя (46), (47), (48), (49) и (50), мы получаем:

$$\sigma_{10'} = \frac{14}{3} \frac{1,4\mu}{M} \sigma(\gamma + P \rightarrow \pi^+ + N) \approx \sigma(\gamma + P \rightarrow \pi^+ + N). \quad (51)$$

Используя полученную Бернардини¹⁶ величину $\eta(0,14 \text{ мб})$ для сечения $\sigma(\gamma + P \rightarrow \pi^+ + N)$ в области пороговых энергий и учитывая возможные ошибки из-за неопределенностей при переходах от (46) к (50), мы получим примерно:

$$\sigma_{10'}(S\text{-волна}) = \eta \cdot (0,14 \pm 0,05) \text{ мб} \quad (52)$$

или

$$\alpha = (0,14 \pm 0,05) \text{ мб}. \quad (53)$$

В отличие от S -волны вклад P -волны в $\sigma_{10'}$ вблизи порога характеризуется зависимостью η^3 . Угловое распределение зависит от комплексного числа δ_0 , которое равно отношению амплитуды процесса (c') к амплитуде процесса (b'). Для случая P -волны оно имеет вид $X + \cos^2 \theta$, где X выражается формулой

$$X = \left[\left| \frac{2 - \sqrt{2} \cdot \delta_0}{1 + \sqrt{2} \delta_0} \right|^2 - 1 \right]^{-1}. \quad (54)$$

Таким образом, вблизи порога зависимость сечения от энергии и от угла в случае P -волны выражается формулой

$$4\pi \frac{d\sigma_{10'}}{d\Omega}(P\text{-волна}) = \beta \cdot \eta^3 \frac{X + \cos^2 \theta}{X + \frac{1}{3}}. \quad (55)$$

Объединяя вклады от S - и P -волн, получим для полного сечения

$$\sigma_{10'} = \alpha\eta + \beta\eta^3, \quad (56)$$

и для углового распределения

$$A + \cos^2 \theta,$$

где

$$A = X + \frac{X + \frac{1}{3}}{\eta^2} \cdot \frac{\alpha}{\beta}. \quad (57)$$

Начиная с некоторой энергии выше порога, все параметры α , β и X будут зависеть от η . Однако разумно считать, что пока длина волны мезона больше критического расстояния R (т. е. $\eta < 1$), эта зависимость является слабой. Мы попытаемся интерпретировать экспериментальные данные, предполагая, что в рассматриваемом энергетическом интервале эти параметры являются постоянными.

Теперь можно определить β и X , сравнивая при определенной энергии полные сечения и угловые распределения, даваемые формулами (56) и (57) с экспериментальными. Воспользуемся данными Крофорда и Стивенсона²⁸ (см. таблицу VII), которые получили для η , равного 0,58:

$$\sigma_{\text{total}} = (0,269 \pm 0,026) \text{ мб},$$

$$A = 0,29 \pm 0,08.$$

Если мы возьмём согласно (53) $\alpha = 0,14 \text{ мб}$, то получим:

$$\beta = 1,0 \text{ мб} \quad (58)$$

и

$$X = 0,1. \quad (59)$$

Теперь мы сравним нашу полуэмпирическую формулу, включающую три параметра

$$4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left\{ 0,14\eta + 1,0 \eta^3 \frac{(0,1 + \cos^2 \theta)}{\left(0,1 + \frac{1}{3}\right)} \right\} \text{ мб}, \quad (60)$$

с известными в настоящее время экспериментальными данными по реакциям $P + P \rightarrow \pi^+ + D$ и $\pi^+ + D \rightarrow P + P$. Такое сравнение сделано в таблице VII. Заметим, что сечение поглощения π -мезонов пересчитано на соответствующее сечение обратного процесса. Соответственно этому энергии переведены в эквивалентные энергии бомбардирующих протонов.

Результаты Картрайта и др. (таблица VII, работа (с)) и Дербина и др. (таблица VII, работа (е)) при энергиях около 340 Мэв являются единственными данными, серьёзно расходящимися с полуэмпирической формулой и, повидимому, должны быть заменены результатами Крофорда и Стивенсона.

Имеется два экспериментальных результата по реакции $N + P \rightarrow \pi^0 + D$, которая, в соответствии с гипотезой зарядовой независимости, должна быть тождественна реакции $P + P \rightarrow \pi^+ + D$, за исключением множителя $\frac{1}{2}$ в абсолютной величине сечения. Гилдебранд²⁹ приводит угловое распределение (для этой реакции) в виде $0,21 \pm 0,06 + \cos^2 \theta$ при $\eta = 0,96$, а Шлютер³⁰ — полное сечение,

Таблица VII

Экспериментальные данные по рождению мезонов
при столкновении нуклонов

Рассматриваемая реакция	Энергия падающих протонов в Мэв	η	Измеренная величина σ_{10} (мб)	Вычисленная величина σ_{10} (мб)	Измеренная величина A	Вычисленная величина A	Литература
$P + P \rightarrow \pi^+ D$	311	0,39	$0,100 \pm 0,013$	0,11	—	0,49	(a); (b)
	315	0,42	$0,133 \pm 0,016$	0,13	—	0,44	(a); (b)
	321	0,46	$0,168 \pm 0,018$	0,16	—	0,38	(a); (b)
	324	0,48	$0,178 \pm 0,016$	0,17	$0,28 \pm 0,07$	0,36	(a); (b)
	330	0,52	$0,228 \pm 0,017$	0,21	—	0,32	(a); (b)
	332	0,54	$0,245 \pm 0,013$	0,23	$0,32 \pm 0,05$	0,31	(b)
	336	0,56	$0,264 \pm 0,019$	0,25	—	0,29	(a); (b)
	338	0,58	$0,269 \pm 0,026$	0,28	$0,29 \pm 0,08$	0,28	(b)
	340	0,59	$0,18 \pm 0,06$	0,29	$0,11 \pm 0,06$	0,27	(c)
$\pi^+ + D \rightarrow P + P$	341	0,59	$0,284 \pm 0,050$	0,29	—	0,27	(d)
	346	0,62	$0,22 \pm 0,02$	0,33	$0,19 \pm 0,09$	0,26	(e)
	382	0,82	$0,66 \pm 0,07$	0,67	$0,26 \pm 0,14$	0,19	(e)
	413	0,96	$0,97 \pm 0,10$	1,02	$0,18 \pm 0,15$	0,17	(e)
$P + P \rightarrow \pi^+ + D$	437	1,05	$1,15 \pm 0,13$	1,30	$0,20 \pm 0,02$	0,15	(f)

(a): A. G. Schulz, U. S. Atomic Energy Commission Document UCRL — 1756 (1952).

(b): F. S. Crawford and M. L. Stevenson, U.S. Atomic Energy Commission Document UCRL — 2187—2188 (1953).

(c): W. F. Cartwright, C. Richman, M. N. Whitehead and H. A. Wilcox, Phys. Rev. **91**, 677 (1953).

(d): D. L. Clark, A. Roberts and R. Wilson, Phys. Rev. **83**, 649 (1951).

(e): R. Durbin, H. Loar and J. Steinberger, Phys. Rev. **84**, 581 (1951).

(f): T. H. Fields, J. G. Fox, J. A. Kane, R. A. Stallwood and R. B. Sutton, Bull. Am. Phys. Soc. **29** (4) (1954).

равное $0,6 \pm 0,2$ миллибарна для $0,85 < \eta < 1,05$. Сравнение с (60) показывает, что эти данные в пределах экспериментальных ошибок не противоречат гипотезе зарядовой независимости.

Определение параметра X в угловом распределении P -волны не фиксирует величины комплексного числа δ_0 , равного отношению вкладов $J=0$ и $J=2$ в рождение мезонов в P -состоянии. Величина δ_0 ограничена лишь тем, что она лежит в определённом круге на комплексной плоскости. Действительно

$$\delta_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + 3X) + \frac{3}{\sqrt{2}}X(X+1)e^{i\omega_0}. \quad (61)$$

Для $X=0,1$ мы имеем:

$$\delta_0 = -0,92 + 0,70e^{i\omega_0}. \quad (62)$$

Величину фазового угла нельзя определить по данным рассмотренных экспериментов. Однако её можно найти, измеряя поляризацию дейтонов в реакции $P + P \rightarrow \pi^+ + D$ или асимметрию в угловом распределении реакции $\pi^+ + D \rightarrow P + P$, когда дейтоны мишени поляризованы. В случае реакции $P + P \rightarrow \pi^+ + D$ дейтоны, получающиеся за счёт P -волновой части сечения, поляризованы перпендикулярно плоскости рассеяния со степенью поляризации P_p , определённой Ватсоном и Ричманом ³¹:

$$P_p = \frac{2\sqrt{X(X+1)} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{X + \cos^2 \theta} \cdot \frac{\sin \omega_0}{1 + 2X - 2\sqrt{X(X+1)} \cos \omega_0}, \quad (63)$$

где $-1 \leq P_p \leq 1$. Дейтоны, обусловленные S -волновой частью сечения, не обладают такой поляризацией.

Мы ещё не рассматривали относительную фазу амплитуд для рождения мезонов в S -состоянии и в P -состоянии. Комплексный параметр δ_1 даёт отношение амплитуды S -волны ($J=1$) к амплитуде P -волны ($J=2$) мезонов. Абсолютная величина δ_1 определяется соотношением

$$\frac{|\delta_1|^2}{1 + |\delta_0|^2} = \frac{\alpha}{\beta \cdot \eta^2}, \quad (64)$$

а фаза δ_1 в наши рассуждения не вошла. Она может быть найдена путём измерения углового распределения реакции $P + P \rightarrow \pi^+ + D$ с поляризованными протонами или путём измерения поляризации протонов в реакции $\pi^+ + D \rightarrow P + P$. Первый эксперимент, очевидно, проще. Если пучок падающих протонов (летящих в направлении оси z) характеризуется степенью поляризации P_1 по направлению оси X , то угловое распределение мезонов и дейтонов даётся следующей формулой ³²:

$$\frac{d\sigma_{10r}}{d\Omega} \approx A + \cos^2 \theta - P_1 \cdot Q_A \cdot \sin \theta \sin \Phi, \quad (65)$$

где

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2b}{1+b^2} \sin(\psi - \tau_1), \quad (66)$$

причём

$$\delta_1 = |\delta_1| \cdot e^{i\tau_1}, \quad (67)$$

$$b = \frac{\left| \delta_0 + \sqrt{\frac{1}{2}} \right|}{|\delta_1|}, \quad (68)$$

и

$$\psi = \arg \left(\delta_0 + \sqrt{\frac{1}{2}} \right). \quad (69)$$

Мы предполагаем, что параметры не зависят существенно от энергии. При этом условии следовало бы ожидать, что в то время как $|\delta_1|$ обратно пропорционален η [как это видно из (64)], фаза τ_1 приблизительно постоянна для $\eta \leq 1$. Далее, параметр асимметрии Q достигает своей максимальной величины

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(\psi - \tau_1),$$

когда

$$|\delta_1| = \left| \delta_0 + \sqrt{\frac{1}{2}} \right|, \quad (70)$$

или, согласно (64), когда

$$\eta = \eta_c \equiv \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \cdot \frac{\sqrt{1 + |\delta_0|^2}}{\left| \delta_0 + \sqrt{\frac{1}{2}} \right|}. \quad (71)$$

Используя (64), (66) и (71), получим зависимость асимметрии от энергии

$$\frac{Q}{Q_{\max}} = \frac{2\eta \cdot \eta_c}{\eta^2 + \eta_c^2}. \quad (72)$$

Энергия, при которой асимметрия максимальна, соответствует $\eta_c \approx 0,77$ независимо от величины фазы ω_0 .] Мы полагаем $\frac{\alpha}{\beta} = 0,14$ как в (60) и используем (62) для δ_0]. Максимальная величина $|Q|$ может меняться в пределах от 0 до 0,71 в зависимости от фазы $\psi - \tau_1$. Если бы эта фаза приводила к значительной асимметрии, то изучение реакций с поляризованными протонами могло бы дать сведения о вкладе S -волны и способствовало бы определению фаз*).

*) Предварительные результаты Маршалла Дж., Маршалла Л. и де-Карвалью (частное сообщение) указывают на очень малую асимметрию ($Q = 4 \pm 6$ процентов) при $\eta = 1$; фаза $\psi - \tau_1$ должна быть очень малой и, следовательно, таким путём нельзя сделать оценки вклада S -волны.

Определение фаз весьма существенно, так как они тесно связаны со сдвигами фаз рассеяния протона на протоне. Мы ввели:

$$\delta_1 = |\delta_1| e^{i\tau_1}, \quad (67)$$

аналогично запишем:

$$\delta_0 = |\delta_0| e^{i\tau_0}. \quad (73)$$

Можно показать, что вблизи порога рождения π -мезона τ_1 и τ_0 могут быть выражены через фазы P — P -рассеяния $\alpha(^1S_0)$, $\alpha(^1D_2)$ и $\alpha(^3P_1)$ с помощью соотношений (где n и n' — целые числа):

$$\tau_0 = \alpha(^1S_0) - \alpha(^1D_2) + n\pi \quad (74)$$

и

$$\tau_1 = \alpha(^3P_1) - \alpha(^1D_2) + \left(n' + \frac{1}{2}\right)\pi. \quad (75)$$

Формулы (74) и (75) получаются из соображений, аналогичных используемым в Дополнении для определения фаз матричных элементов фоторождения π -мезонов через фазовые сдвиги рассеяния мезонов на нуклонах. Формулы (74) и (75) теряют силу при энергиях, для которых имеется заметное упругое или неупругое рассеяние мезонов на дейтонах. Если характер такого рассеяния выяснен, то формулы (74) и (75) можно соответственно исправить.

Теперь перейдем от процесса рождения мезона с образованием дейтона к соответствующей реакции, в которой два конечных нуклона оказываются несвязанными; в обозначениях (42) мы переходим от $\sigma_{10'}$ к $\sigma_{10''}$. Конечные нуклоны снова имеют $I=0$ и относительный орбитальный момент, равный нулю; они находятся в 3S_1 -состоянии, как и нуклоны дейтона. Так же, как в случае дейтона возможны три процесса:

$$(a'') \quad 2N(^3P_1) \rightarrow 2N(^3S_1) + \text{мезон в } S\text{-состоянии,}$$

$$(b'') \quad 2N(^1D_2) \rightarrow 2N(^3S_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,}$$

$$(c'') \quad 2N(^1S_0) \rightarrow 2N(^3S_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии.}$$

Можно предположить, в соответствии с принятой точкой зрения, что основной матричный элемент для каждого из этих процессов при заданном импульсе мезона слабо зависит от энергии конечных нуклонов, и его можно считать примерно постоянным в рассматриваемом интервале энергий. В этом смысле можно считать, что матричный элемент для процесса (a'') должен быть таким же, как для (a') при том же импульсе мезона, и т. д. Тогда из полуэмпирической формулы для $\sigma_{10'}$ можно получить величину $\sigma_{10''}$ и энергетический спектр мезонов, образовавшихся в «реакции с несвязанным состоянием». Единственные факторы, которые нужно учесть, это плотность конечных состояний и эффект взаимодействия нуклонов в конечном состоянии.

Пусть энергия налетающих частиц такова, что полная кинетическая энергия частиц в системе центра инерции после соударения равна T_0 . Часть её $T = \mu c^2 (\sqrt{1 + \eta^2} - 1)$ уносит мезон и часть $E = T_0 - T$ идёт на относительное движение системы двух нуклонов (пренебрегая отдачей этой системы). Дифференциальное сечение для «реакции с несвязанным состоянием» запишется²³ в виде:

$$d\sigma_{10'} = (\alpha\eta + \beta\eta^3) \frac{\rho_E dE}{1} \cdot \frac{|\psi(R)|^2}{|\psi_D(R)|^2}, \quad (76)$$

где $\alpha\eta + \beta\eta^3$ есть сечение рождения мезонов, имеющих тот же импульс η , который получается при образовании дейтона; $\frac{\rho_E dE}{1}$ — отношение числа конечных состояний в реакциях «с несвязанным состоянием» и «со связанным состоянием»; $\frac{|\psi(R)|^2}{|\psi_D(R)|^2}$ есть отношение квадратов волновых функций в конечном состоянии двух нуклонов при критическом расстоянии для рождения мезонов. Последний фактор выражает эффект увеличения сечения рождения мезона, обусловленный силами притяжения между нуклонами в конечном состоянии. Если принять простую модель с нулевым радиусом действия ядерных сил в 3S_1 -состоянии с длиной рассеяния a , выражающейся через энергию связи дейтона B формулой

$$B = \frac{\hbar^2}{Ma^2}, \quad (77)$$

и если взять $R \approx 0$, то получится

$$\left| \frac{\psi(R)}{\psi_D(R)} \right|^2 = \frac{2\pi a \hbar^2}{M(B+E)V}, \quad (78)$$

где V — нормировочный объём. Плотность состояний даётся формулой

$$\rho_E = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \cdot 2\pi M^{\frac{3}{2}} \cdot E^{\frac{1}{2}}. \quad (79)$$

Тогда получим²³:

$$\frac{d\sigma_{10'}}{dE} = (\alpha\eta + \beta\eta^3) \cdot \frac{1}{2\pi} \left(\frac{E}{B} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{E+B}, \quad (80)$$

в то время как сечение образования дейтона при тех же энергиях налетающих частиц имеет вид

$$\sigma_{10'} = \alpha\eta_D + \beta \cdot \eta_D^3, \quad (81)$$

где η_D — импульс мезона, образующегося вместе с дейтоном, выраженный в единицах μc .

Интегрирование по энергетическому спектру мезонов (80) и использование (81) даёт величину отношения

$$\frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10}} = \frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10'} + \sigma_{10''}},$$

которая представлена в таблице VIII в зависимости от энергии бомбардирующих частиц.

Таблица VIII

Величина отношения $\frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10}}$

Измеренная величина	Величина отношения *)	Предсказанное отношение	Энергия налетающих частиц в Мэв	Литература
$\frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10}} (P + P)$	35 ± 10	20	341	W. F. Cartwright (частное сообщение А. Розенфельду)
$\frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10}} (P + P)$	45 ± 10	20	341	V. Peterson, E. Iloff, D. Sherman, Phys. Rev. 84 , 372, (1951)
$\sigma_{10} (P + P)$	40 ± 30	21	345	S. Passman, M. M. Block and W. W. Havens, Phys. Rev. 88 , 1239 (1952)
$\sigma_{10} (P + P)$	40 ± 30	28	365	S. Passman, M. M. Block and W. W. Havens, Phys. Rev. 88 , 1239 (1952)
$\sigma_{10} (P + P)$	55 ± 30	29	381	S. Passman, M. M. Block and W. W. Havens, Phys. Rev. 88 , 1239 (1952)
$\frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10}} (N + P)$	60 ± 15	32	400	R. H. Hildebrand and A. H. Rosenfeld (частное сообщение)
$\sigma_{10} (P + P)$	73 ± 40	36	440	A. H. Rosenfeld (частное сообщение)

*) Отношение указано в процентах.

Чтобы найти экспериментальный спектр мезонов и величину $\frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10}}$, необходимо исследовать реакцию $P + P \rightarrow \pi^+ + N + P$ или $N + P \rightarrow \pi^0 + N + P$ и принять во внимание, что сечение для первой реакции равно $\sigma_{10} + \sigma_{11}$, а не просто $\sigma_{10''}$ и для второй

реакции равно $\frac{\sigma_{10''}}{2} + \frac{\sigma_{01}}{2}$, а не просто $\frac{\sigma_{10''}}{2}$. К счастью, и σ_{11} и σ_{01} малы в нашей области энергий (см. ниже); поэтому в таблице VIII экспериментальные значения отношений нужно исправить, не более чем на 10%. В тех случаях, когда измерялась величина σ_{10} , а не $\frac{\sigma_{10''}}{\sigma_{10}}$, то последняя вычислялась с использованием полумпирической формулы (60) для $\sigma_{10'}$. Согласие между измеренными и вычисленными отношениями хорошее, но предсказываемые величины обычно меньше, если только большие экспериментальные ошибки допускают такое заключение.

Результаты измерений непрерывного мезонного спектра, даваемого формулой (72), недостаточно точны, чтобы имело смысл сравнивать их с теорией. Во всяком случае они не противоречат теории явно. Вместе с тем существующий экспериментальный материал по реакциям, дающим непрерывный спектр, не исключает возможность того, что нуклоны остаются в P -состоянии в значительной доле от общего числа случаев рождения мезонов (по крайней мере в верхней части рассматриваемого энергетического интервала). Наиболее вероятными из этих процессов, повидимому, являются те, в которых мезон испускается в P -состоянии:

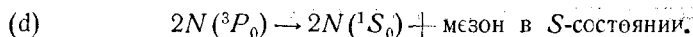
$$\left. \begin{aligned} 2N(^3P_0) &\rightarrow 2N(^1P_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,} \\ 2N(^3P_1) &\rightarrow 2N(^1P_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,} \\ 2N(^3P_2) &\rightarrow 2N(^1P_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,} \\ 2N(F_2) &\rightarrow 2N(^1P_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии.} \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Для таких реакций сечение на единицу энергии пропорционально $\eta^3 E^{\frac{3}{2}}$ и не описывается (80), если в нём пренебречь эффектом ядерных сил в конечном состоянии. (Природа ядерных сил в P -состоянии не очень понята, но они, вероятно, относительно слабы). При тех же самых предположениях полная функция возбуждения для реакций (82) должна быть пропорциональной η_{max}^8 , где η_{max} — максимальная величина η для данной энергии налетающих частиц.

До сих пор мы исследовали только процесс $I=1 \rightarrow I=0$. Рассмотрим следующий процесс $I=1 \rightarrow I=1$, который полностью включает реакцию $P + P \rightarrow P + P + \pi^0$. В процессе, который мы изучали до сих пор, преобладали случаи, когда мезон испускался в P -состоянии и нуклоны оставались в S -состоянии. В рассматриваемом процессе $I=1 \rightarrow I=1$ это запрещено. Если нуклоны остаются в S -состоянии, то это может быть только синглет. Следовательно, для того чтобы мезон испускался в P -состояние, полный момент должен быть равен 1 и чётность системы должна быть положительной. Однако начальные состояния положительной чётности суть

1S_0 , 1D_2 , 1G_4 и т. п., и ни одно из них не имеет момента, равного единице.

Единственным разрешённым процессом, в котором конечные нуклоны находятся в S -состоянии, является



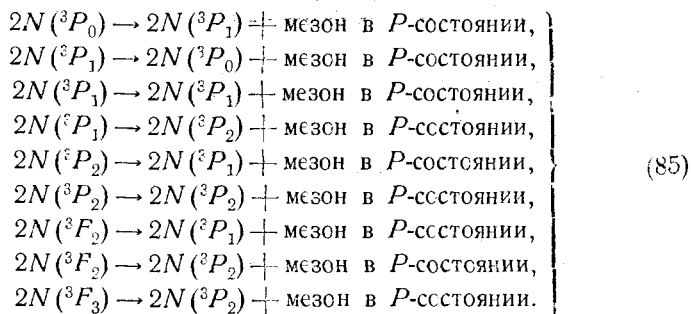
Процесс (d) характеризуется, конечно, изотропным угловым распределением. У порога сечение на единицу энергии должно иметь вид

$$\frac{d\sigma_{11}(\text{процесс (d)})}{dE} = \text{const } \eta \frac{E^{-\frac{1}{2}}}{E+B'} \quad (83)$$

Это соответствует той части формулы (80), которая описывает S -состояние, причём энергия связи B действительно заменена энергией B' виртуального уровня 1S_0 двух нейтронов. Так как B' очень мала ($\approx 60 \text{ Кэв}$), мы отбросим её. Тогда полное сечение у порога будет иметь вид:

$$\sigma_{11}(\text{процесс (d)}) = \text{const } \eta_{\text{max}}^2. \quad (84)$$

Как и в случае $\sigma_{10''}$, не следует пренебрегать возможностью того, что нуклоны могут оставаться в P -состоянии. Это в особенности относится к σ_{11} , так как процесс, дающий основной вклад в $\sigma_{10''}$ (мезоны испускаются в P -состояние, нуклоны остаются в S -состоянии), не даёт никакого вклада в σ_{11} . Если конечное состояние нуклонов есть P -состояние и мезоны испускаются в P -состояние, то имеются следующие возможные процессы, аналогичные (82):



Для этих процессов, как и для процессов, перечисленных в (82), сечение на единичный энергетический интервал пропорционально

$\eta^3 E^{\frac{3}{2}}$ и полное сечение пропорционально η_{max}^8 . В то время как в случае $\sigma_{10''}$ член η_{max}^8 в полном сечении не был выявлен экспериментально (он, очевидно, подавлен господствующими процессами), то в случае σ_{11} имеются убедительные экспериментальные основания для существования этого члена. Реакция $P + P \rightarrow \pi^0 + P + P$ была

исследована Матером и Мартинелли³³ при энергии 341 Мэв ($\eta_{\max} = 0,66$), а также Маршаллом Дж. и Маршаллом Л.³⁴ при энергии 440 Мэв ($\eta_{\max} = 1,11$). Величины полных сечений получились равными соответственно $(0,010 \pm 0,003)$ мб и $(0,45 \pm 0,15)$ мб. Эти результаты согласуются со степенным законом

$$\sigma_{11} = (0,2 \text{ мб}) \eta_{\max}^8. \quad (86)$$

В (86) мы совершенно игнорировали процесс (d), в котором нуклоны остаются в S -состоянии и сечение изменяется как η_{\max}^2 . Как мы увидим ниже, вероятно, нельзя считать, что этот процесс отсутствует. Однако он будет давать существенный вклад в полное сечение только при малых энергиях, где сечение очень мало и измерения трудны.

Перейдем к реакции $I = 0 \rightarrow I = 1$. В такой реакции, когда нуклоны остаются в S -состоянии, единственными возможными процессами будут

$$(e) \quad 2N(^3S_1) \rightarrow 2N(^1S_0) + \text{мезон в } P\text{-состоянии и}$$

$$(f) \quad 2N(^3D_1) \rightarrow 2N(^1S_0) + \text{мезон в } P\text{-состоянии.}$$

Для этих процессов следует ожидать, что у порога сечение на единичный интервал энергии имеет вид

$$\frac{d\sigma_{01}(\text{процессы (e) и (f)})}{dE} = \text{const } \eta^3 \frac{E^{\frac{1}{2}}}{E + B'}. \quad (87)$$

Как в (83), здесь можно опустить B' , и мы получаем следующий закон изменения сечения:

$$\sigma_{01}(\text{процессы (e) и (f)}) = \gamma \eta_{\max}^4. \quad (88)$$

Если конечные нуклоны находятся в P -состоянии и мезоны испускаются в P -состояние, то имеются следующие возможности:

$$\left. \begin{aligned} 2N(^1P_1) &\rightarrow 2N(^3P_0) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,} \\ 2N(^1P_1) &\rightarrow 2N(^3P_1) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,} \\ 2N(^1P_1) &\rightarrow 2N(^3P_2) + \text{мезон в } P\text{-состоянии,} \\ 2N(^1F_3) &\rightarrow 2N(^3P_2) + \text{мезон в } P\text{-состоянии.} \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

Для этих реакций, как обычно, следует ожидать, что сечение будет пропорционально η_{\max}^8 .

К сожалению, σ_{01} измерено только для одной энергии. Из формулы (42) видно, что σ_{01} всегда измеряется в комбинации с σ_{10} .

или с σ_{11} . Действительно:

$$\begin{aligned}\sigma(N + P \rightarrow \pi^+ + N + N) &= \sigma(N + P \rightarrow \pi^- + P + P) = \\ &= \frac{1}{2} \sigma_{11} + \frac{1}{2} \sigma_{01}\end{aligned}\quad (90)$$

и

$$\sigma(N + P \rightarrow \pi^0 + N + P) = \frac{1}{2} \sigma_{10''} + \frac{1}{2} \sigma_{01}. \quad (91)$$

Полное сечение процесса $N + P \rightarrow \pi^+ + N + N$ (или $N + P \rightarrow \pi^- + P + P$) для 405 Мэв ($\eta = 0,915$) было измерено Йодхом³⁵, который нашёл сечение $(0,22 \pm 0,07)$ мб (см. также³⁶). Если теперь оценить σ_{11} при этой энергии путём интерполяции формулы типа (86), и затем из (90) найти σ_{01} , то для σ_{01} при $\eta = 0,915$ мы получим в качестве грубой оценки величину 0,3 мб. Несмотря на возможные большие ошибки, которые следует приписать этой величине σ_{01} , её малость по сравнению с величиной $\sigma_{10''}$ при той же самой энергии ($\sigma_{10''} \gg 1$ мб) очевидна.

Поскольку нам неизвестно σ_{01} при других энергиях, то мы не можем проверить, являются ли процессы (е) и (f) доминирующими процессами в (89). Предположим, однако, что конечные нуклоны преимущественно появляются в S-состоянии; в этом случае константа в формуле (88) равна

$$\gamma \approx 0,5 \text{ мб}. \quad (92)$$

Следует заметить, что соотношения (90) и (91) относятся к полным сечениям. В случае реакции (91) гипотеза зарядовой независимости делает невозможной интерференцию состояний с двумя различными изотопическими спинами, поэтому подобная формула справедлива и для дифференциальных сечений. Более того, в угловом распределении отсутствует асимметрия вперёд-назад. (При данном состоянии изотопического спина нейтрон и протон ведут себя как неразличимые частицы.) Однако в реакции, описываемой (90), интерференция между двумя процессами возможна и может привести к асимметрии вперёд-назад.

Угловое распределение реакции $N + P \rightarrow \pi^- + P + P$ было исследовано Йодхом³⁵ и Райтом с Шлутером³⁶. В их работах была обнаружена асимметрия вперёд-назад. Если в реакции $I = 0 \rightarrow I = 1$ конечные нуклоны находятся главным образом в S-состоянии, то для образования такой интерференции необходимо, чтобы это имело место хотя бы частично и для реакций $I = 1 \rightarrow I = 1$. Таким образом, процесс (d), повидимому, идёт с заметной вероятностью. Однако на основании существующих экспериментальных фактов трудно сделать какие-либо количественные заключения.

Теперь подведём итог экспериментальным данным. В свете рассмотренной интерпретации. Выясняется, что рождение мезонов с малыми энергиями имеет следующие свойства:

Случай, когда конечные нуклоны находятся в S -состоянии:

$I=1 \rightarrow I=0$: много мезонов рождается в P -состоянии и мало в S -состоянии. Угловое распределение, обусловленное P -волной, имеет вид $\approx 0,1 + \cos^2 \theta$;

$I=0 \rightarrow I=1$: рождение мезона в P -состоянии маловероятно, в S -состоянии — запрещено;

$I=1 \rightarrow I=1$: рождение мезона в P -состоянии запрещено, в S -состоянии — маловероятно.

Случай, когда конечные нуклоны находятся в P -состоянии:

Это состояние приходится привлекать только в случае $I=1 \rightarrow I=1$. Его роль не особенно ясна.

В настоящее время имеется четыре экспериментально определяемые величины, которые должны предсказываться теорией, выходящей за рамки простых соображений, использованных выше:

(А) Отношение вкладов S - и P -волн при рождении мезонов в реакции $I=1 \rightarrow I=0$.

$$\frac{\alpha}{\beta} \cong \frac{1}{7} \quad [\text{см. формулы (45), (53), (55) и (58)}].$$

(В) Параметр углового распределения в реакции $I=1 \rightarrow I=0$.

$$X \cong 0,1 \quad [\text{см. формулы (55) и (59)}].$$

(С) Отношение вклада P -волны при рождении мезона в реакции $I=0 \rightarrow I=1$ к вкладу P -волны в реакции $I=1 \rightarrow I=0$.

$$\frac{\sigma_{01}}{\sigma_{10''}} \leq 0,3 \quad (\text{см. обсуждение, предшествующее формуле (92)}).$$

(D) Абсолютная величина сечения рождения мезона

$$\beta \cong 1 \text{ мб} \quad [\text{см. формулы (55) и (58)}].$$

Если мы попытаемся предсказать эти числа на основании псевдоскалярной мезонной теории, то мы увидим, что четвёртое из них непосредственно связано с константой взаимодействия, т. е. с деталями теории³⁷. Три других тоже связаны с деталями теории, однако их можно довольно просто осмыслить.

Что касается (А), то во введении отмечалось, что псевдоскалярные мезоны должны сильно взаимодействовать с нуклонами в P -состоянии, в то время как взаимодействие в S -состоянии по своей природе является поправкой на отдачу. Для рождения мезона у по-

рога основной матричный элемент для испускания псевдоскалярного мезона в P -состоянии пропорционален $(\sigma \mathbf{k})$, где σ — спин нуклона отдачи и $\mathbf{k} = \mu \mathbf{v}$ — импульс мезона. Если ввести поправку на движение нуклона, то нужно заменить \mathbf{v} на $\mathbf{v} - \langle \mathbf{v} \rangle_n$, где $\langle \mathbf{v} \rangle_n$ есть среднее значение начальных и конечных скоростей нуклона. (Принцип инвариантности относительно галилеевских преобразований координат требует, чтобы матричные элементы зависели от относительных, а не от абсолютных скоростей.) Далее, конечная скорость нуклона близка к нулю, в то время как начальная \mathbf{V}_0 (в системе центра инерции) удовлетворяет соотношению

$$Mv_0^2 \cong \mu c^2, \quad (93)$$

так как кинетическая энергия сталкивающихся нуклонов преобразуется в энергию гока мезона. Таким образом, поправка на отдачу добавляет к члену $(\sigma \mathbf{k})$ (представляющему рождение мезона в P -состоянии) член $-\left(\sigma \frac{\mu \mathbf{v}_0}{2}\right)$, представляющий рождение мезона в S -состоянии, и отношение интенсивностей имеет порядок величины $\frac{\mu^2 v_0^2}{4k^2} = \frac{\mu}{4M} \frac{1}{v_1^2}$, которая должна примерно соответствовать $\frac{\alpha}{\beta^4}$. Отсюда видно, что $\frac{\alpha}{\beta}$ должно иметь порядок $\frac{\mu}{M}$. Это заключение подтверждается расчётами по мезонной теории.

Что же касается (B) и (C), то объяснение малости $\frac{\sigma_{01}}{\sigma_{10}}$ и близости X к $1/3$ (она могла бы, в принципе, иметь любое значение между 0 и ∞ !) было предложено Эйкенем и др.³⁷ Они использовали то, что между мезоном и нуклоном имеется сильное притяжение в состоянии $(3/2, 3/2)$, рассматривавшееся в предыдущих разделах. Основная идея заключалась в том, что это сильное притяжение между π -мезоном и одним из нуклонов в состоянии $(3/2, 3/2)$ увеличивает матричный элемент перехода в это состояние. (Подобным же образом мы видели, что нуклон-нуклонные силы увеличивают сечения реакций, в которых конечные нуклоны находятся в S -состоянии.)

Далее имеются четыре процесса, которые дают вклад в сечения рождения мезона в P -состоянии (причём нуклоны остаются в несвязанном S -состоянии); мы обозначили их (b'') , (c'') , (e) и (f) . Из них (b'') и (c'') дают вклад в σ_{10} , в то время как (e) и (f) дают вклад в σ_{01} . Процессы (e) и (f) не могут быть усилены эффектом резонансного состояния $(3/2, 3/2)$, так как полный изотопический спин системы в этих случаях равен 0, тогда как система из нуклона и π -мезона в состоянии $I = 3/2$ и ещё одного нуклона может иметь только I , равное 1 или 2. Сечение процесса c'' не увеличивается при условии, что нуклоны при образовании мезона сближаются на расстояния, малые по сравнению с длиной волны мезона. (Мы использовали это

условие раньше, когда учитывали только низшие значения орбитальных моментов испускаемых частиц.) При этом состояние $J=0$ не может перейти в состояние системы из π -мезона и нуклона с моментом $J=3/2$ и ещё одного нуклона в S -состоянии. Те же самые соображения применимы и к процессу (c') , в котором образуется дейтон. В случае же процессов (b'') и (b') увеличение сечения будет иметь место, и поэтому можно считать, что $\sigma_{01} \ll \sigma_{10}$ и что угловое распределение процесса $I=1 \rightarrow I=0$ имеет примерно тот же вид, что и угловое распределение процесса (b'') или (b') , т. е. $1/3 + \cos^2 \theta$. Заметим, что если принять это объяснение углового распределения, то фазовый угол ω_0 в (62) должен быть близким к 0° . Эйткен³⁷ сформулировал эти соображения более строго, используя мезонную теорию.

МЕЗОННАЯ ТЕОРИЯ *)

Мезонная теория в виде, предложенном Юкава, была построена по аналогии с квантовой электродинамикой. Как в электродинамике первичным процессом является виртуальное испускание или поглощение одного фотона электроном, так в мезонной теории таким процессом является виртуальное испускание или поглощение одного π -мезона нуклоном. Предполагается, что «голый» нуклон (не взаимодействующий с π -мезонным полем) описывается, как и электрон, уравнением Дирака. Оператор $\Phi(\mathbf{x}, t)$ псевдоскалярного π -мезонного поля аналогичен векторному (спин 1) оператору поля $A_\mu(\mathbf{x}, t)$, представляющему квантованный вектор-потенциал электромагнитного поля. Как $A_\mu(\mathbf{x}, t)$ свёртывается с векторным оператором Дирака γ_μ для электрона, так и $\Phi(\mathbf{x}, t)$ можно свернуть с псевдоскалярным оператором Дирака γ_5 для нуклона (PS или псевдоскалярная связь) или градиент $\Phi(\mathbf{x}, t)$, $\frac{\partial \Phi}{\partial x_\mu}(\mathbf{x}, t)$ можно свернуть с псевдовекторным оператором Дирака $\gamma_5 \gamma_\mu$ для нуклона (PV или псевдовекторная связь). Других простых связей π -мезонного поля с нуклонным, кроме этих, не предполагается. (Следует заметить, что для описания трёх зарядовых состояний π -мезона требуется трёхкомпонентное поле Φ_i , три компоненты которого образуют вектор в пространстве изотопического спина. Для того чтобы выполнялось требование зарядовой независимости, используется «симметрическая» теория⁵, в которой вектор Φ_i свёртывается с вектором τ_i изотопического спина нуклона.)

Для каждого из двух типов связи можно построить и изучить методом теории возмущений, т. е. методом разложения наблюдаемых величин по степеням константы связи $\frac{g^2}{4\pi\hbar c}$ (для PS) или $\frac{f^2}{4\pi\hbar c}$.

*) В этом разделе обычно будем считать $\hbar = c = 1$.

(для PV), полную релятивистскую теорию взаимодействия π -мезона с нуклоном. Как и в квантовой электродинамике, коэффициенты в таком разложении оказываются бесконечными (за исключением низшего порядка). В электродинамике эти бесконечности пропадают, если результаты переформулировать в терминах наблюдаемых массы и заряда электрона (так называемые перенормировки заряда и массы). Как было показано, аналогичное положение имеет место для PS теории π -мезонов^{38*}). Однако в PV теории бесконечности остаются, и, чтобы получить конечные результаты, нужно изменить релятивистскую теорию. Удобным изменением является введение конечного радиуса «голого» нуклона, по порядку величины равного комптоновской длине волны нуклона $\frac{\hbar}{M \cdot c}$. Тогда все интегралы по импульсам виртуального мезона обрезаются при импульсе $\frac{\hbar}{a}$ или при энергии

$$\omega_{\max} = \sqrt{\mu^2 c^2 + \frac{\hbar^2}{a^2}}.$$

Когда применяют PV теорию с обрезанием, то для вычислений обычно используют статическое приближение, т. е. нуклоны считают закрепленными и не учитывают всех (или большинство) эффектов отдачи нуклона. Такое приближение не абсолютно необходимо, так как в PV теории в принципе можно ввести релятивистски-инвариантное обрезание и учесть эффекты движения нуклонов. Однако обычно при использовании срезания отдача так или иначе учитывается плохо и её лучше вообще не рассматривать.

Статическая PV теория с срезанием исследовалась в приближениях слабой и сильной связи несколькими авторами (ссылки на ранние работы см. в³⁹ и на последние — в⁴⁰). Было получено, что в то время как сба приближения очень слабой и очень сильной связи не согласуются с экспериментальными данными по π -мезонным явлениям, случай не очень слабой и не очень сильной связи — сба дают результаты, в пользу которых свидетельствуют все эксперименты. Последнее особенно относится к существованию сильного притяжения между π -мезонами и нуклонами в состоянии $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$. Случай не очень слабой связи был очень подробно изучен Чу⁴⁰, причём результаты вычислений сравнивались с экспериментом⁴¹. Он нашёл, что с константой связи $\frac{f^2}{4\pi\hbar c} = 0,058$ и энергией обрезания $\omega_{\max} = 0,84M$ можно получить грубое количественное согласие с экспериментальными данными по рассеянию π -мезонов, по фотомезонным эффектам при энергии мезонов $< 250 \text{ Мэв}$ и по аномальным магнитным моментам нейтрона и протона, т. е. по всем

*) В случае PS мезонной теории фактически необходимо ввести и перенормировать ещё один параметр, описывающий рассеяние мезонов мезонами (см. ⁴⁷).

явлениям, включающим один нуклон. Рассмотрим в общих чертах теорию Чу.

Гамильтониан в теории Чу имеет вид:

$$H = H_\pi + \frac{f}{\mu} \sum_i \tau_i \left(\sigma \int \rho(x) \nabla \Phi_i(x) d^3x \right) + M. \quad (94)$$

Здесь H_π есть гамильтониан мезонного поля и $\rho(x)$ есть функция, описывающая нуклон, как источник конечных размеров; ρ характеризуется энергией обрезания ω_c и условием

$$\int \rho(x) d^3x = 1. \quad (95)$$

Нуклон находится в начале координат.

Не следует думать, что этот гамильтониан является приближённым по отношению к гамильтониану релятивистской PV теории. Если мы зададимся целью построить симметрическую теорию взаимодействия псевдоскалярных мезонов с закреплённым нуклоном и если примем, что взаимодействие должно быть линейным по мезонному полю, так что в элементарном акте рождается или поглощается только один мезон, то мы почти однозначно придём к выражению (94).

Если нужно учесть взаимодействие с полем фотонов, то в гамильтониан следует ввести добавочный член

$$H_{add} = H_{ph} - \int (jA) d^3x + \frac{fe}{\mu} \int d^3x \rho(x) (\tau A) (\Phi_1 \tau_2 - \Phi_2 \tau_1). \quad (96)$$

Здесь первый член есть гамильтониан поля фотонов, второй — взаимодействие мезонного тока с электромагнитным полем, третий описывает прямой процесс фоторождения мезонов (он появляется из требования градиентной инвариантности). Мы пренебрегли всеми кулоновскими взаимодействиями, взаимодействием дираковского магнитного момента протона с полем фотона и членами, обусловленными требованиями градиентной инвариантности для нуклона.

Константу связи удобно определить из экспериментальных данных по эффекту фоторождения π -мезонов вблизи порога. В теории Чу этот эффект при малых энергиях целиком обусловлен третьим членом в (96); кроме того, в нём очень удобно провести перенормировку заряда, при этом формула, полученная в низшем приближении теории возмущений, даёт точное решение:

$$\sigma(\gamma^\pm) = 8\pi \left(\frac{e^2}{4\pi\hbar c} \right) \left(\frac{f^2}{4\pi\hbar c} \right) \left(\frac{\hbar}{\mu c} \right)^2 \frac{\eta}{\nu} \quad (\eta \ll 1). \quad (97)$$

Здесь η и ν так же, как в разделе «Фоторождение π -мезонов на нуклонах», являются соответственно импульсом мезона и фотона в единицах μc . Сравнение с экспериментальными результатами Бер-

нардини и Голдуассера¹⁶ даёт для константы связи величину $\frac{f^2}{4\pi\hbar c} = 0,038$. Чу указал, однако, что формулу (97) можно подправить на некоторые кинематические эффекты движения нуклонов, которые не включаются сами по себе в теорию. В результате получается формула

$$\sigma(\gamma^\pm) = 8\pi \left(\frac{e^2}{4\pi\hbar c} \right) \cdot \left(\frac{f^2}{4\pi\hbar c} \right) \cdot \left(\frac{\hbar}{\mu c} \right)^2 \frac{\eta}{v} \left(1 \mp \frac{\omega}{2Mc^2} \right)^2 \left(1 + \frac{\gamma_\mu}{M} \right)^{-1} \times \\ \times \left(1 + \frac{\omega}{Mc^2} \right)^{-1} \quad (\eta \ll 1), \quad (98)$$

где ω есть энергия π -мезона: $\mu c^2 \sqrt{1 + v^2}$. Если с данными Бернардини и Голдуассера сравнивать формулу (98), то константа связи получается равной $0,058 \pm 0,015$. Формула (98) даёт для $\frac{\sigma(\gamma^-)}{\sigma(\gamma^+)}$ вблизи порога величину 1,3, что находится в хорошем согласии с экспериментальной величиной, указанной в формуле (20).

Используя найденную величину константы связи, Чу^{40, 41} вычислил сдвиги фаз P -волны для рассеяния π -мезонов на нуклонах. (Следует заметить, что теория Чу предсказывает существование рассеяния только в P -состояниях. Это довольно серьёзная трудность, особенно ввиду того, что невозможно интерпретировать наблюдаемое S -рассеяние как эффект отдачи; в настоящее время мы фактически не имеем теоретического объяснения существования S -волны в рассеянии π -мезона на нуклоне.)

При вычислении сдвигов фаз P -волны было обнаружено, что теория возмущений не адекватна, особенно для описания состояния $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$. Хотя связь не очень слаба и второй и четвёртый порядок теории возмущений так или иначе влияют на результаты вычислений «эффективного потенциала» для рассеяния π -мезона на нуклоне, сам по себе этот «потенциал» не настолько мал во всех состояниях, чтобы его можно было рассматривать в борновском приближении. Слово «потенциал» заключено в кавычки, потому что вычисленный оператор не является статическим потенциалом $V(r)$, а сильно зависит от импульса и энергии. Тамм⁴² и Данков⁴³ первые предложили вычислять в проблемах такого типа нестатический «потенциал» методом теории возмущений и затем находить фазы рассеяния точно, вместо того чтобы получать сдвиги фаз в виде разложения по степеням константы связи. Этот метод теперь называют методом Тамма—Данкова или Т—Д методом. Он неприменим, когда сила связи так велика, что даже «потенциал» нельзя корректно рассматривать по теории возмущений.

Используя слегка модифицированный Т—Д метод и отыскивая сдвиги фаз численными методами, Чу⁴⁰, Гаммел⁴⁴ и Сользман с Снайдером⁴⁵ нашли при $\omega_{\max} \cong 0,84M$ величины сдвигов фаз,

которые находятся в удовлетворительном согласии с современными экспериментальными данными. Сдвиги фаз, полученные Чу, представлены в табл. IX.

Таблица IX

Сдвиги фаз P -волны при рассеянии π -мезонов на нуклонах, вычисленные Чу

$E_{\text{лаб}} (Mэв)$	η	α_{33}	$\alpha_{31} = \alpha_{13}$	α_{11}
38	0,67	3,7°	—	—
57	0,83	8,0°	—1,0°	— 2,3°
78	0,98	14,7°	—	—
99	1,12	24,9°	—2,0°	— 4,3°
122	1,25	39,4°	—	—
144	1,38	56,9°	—3,3°	— 6,4°
167	1,50	73,2°	—	—
190	1,62	85,8°	—4,8°	— 8,4°
215	1,73	94,6°	—	—
240	1,85	99,5°	—6,3°	—10,3°

Из таблицы видно, что рассеяние в состоянии $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ обусловлено притяжением и является «резонансным»; в других состояниях оно очень слабо и обусловлено отталкиванием. Повидимому, было бы неразумно сравнивать с экспериментом статическую теорию с срезанием при энергиях, много больших, чем взятые в таблице, так как при больших энергиях эффекты отдачи и конкретный вид фактора начинают играть существенную роль.

Теперь вернёмся к эффектам фоторождения π -мезонов и рассмотрим результаты теории Чу для энергий, при которых формула (98) неприменима. К сожалению, соответствующие расчёты ещё не полностью приведены к удовлетворительному виду; кроме того, статическая теория неизбежно неудовлетворительна по отношению к учёту дираковского магнитного момента протона. Чу ⁴¹ *) сообщает, однако, что предварительные расчёты, повидимому, довольно хорошо согласуются с экспериментальными данными в области «резонанса». Тот факт, что «резонанс» $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ содержится в теории, определённо подтверждает применимость соображений, использованных нами в разделе «Фоторождение π -мезонов на нуклонах».

Вклады мезонных токов в магнитные моменты протона и нейтрона (равные и противоположные по знаку) были вычислены в приближении теории возмущений Чу ⁴¹. В результате при тех же самых параметрах, что были использованы выше, было получено во втором порядке $\pm 1,15$ ядерных магнетона Бора и $\pm 1,48$, когда были учтены

*) Сравнение результатов теории с экспериментом опубликовано в Phys. Rev. 95, 1669 (1954). (Прим. перев.)

поправки четвертого порядка. Экспериментальные значения аномальных магнитных моментов равны соответственно для протона и нейтрона $+1,79$ и $-1,91$.

В дополнение к программе Чу по исследованию проблемы одного нуклона, статическая PV теория была применена к проблеме двух нуклонов, т. е. к мезонной теории ядерных сил. Статические потенциалы второго и четвертого порядков между парой нуклонов были вычислены Такетани и др.⁴⁶, Фейнманом с Лопесом⁴⁷, Брюкнером и Ватсоном⁴⁸ и другими. Эти потенциалы имеют сильную сингулярность в начале координат и, чтобы решить уравнение Шредингера, нужно вводить граничное условие на малых расстояниях. Обычно выбирают волновую функцию двух нуклонов, исчезающую на расстояниях порядка $\frac{1}{2} \frac{\hbar}{\mu c}$ (так называемая «модель твердой сердцевины», впервые рассмотренная Ястровым⁴⁹.) Было найдено, что при этом предположении и при константе связи, не сильно отличающейся от константы Чу, все экспериментальные параметры, относящиеся к проблеме двух тел при малых энергиях, определяются довольно точно. Более того, несколько позже Брюкнером⁵¹ и Такетани⁵⁰ было показано, что качественные особенности рассеяния нуклона на нуклоне при энергиях до 90 Мэв можно хорошо объяснить с помощью того же самого потенциала. Конечно, очень существенно показать, что эффекты высшего порядка не нарушают согласия с экспериментом. Имеющиеся данные^{48,50} указывают, что потенциалы шестого и высшего порядков, хотя они очень сильные, являются короткодействующими и не могут иметь существенного значения вне «сердцевины». То же самое может быть справедливо и для эффектов, связанных с «новыми частицами».

Теперь перейдем от статической PV теории с обрезанием к полностью релятивистской PS теории, которая даёт конечные результаты без обрезания. Результаты PS теории не так прозрачны, как результаты теории, которую мы только что обсуждали. Совершенно ясно, что если константа связи так мала, что можно применить обычную теорию возмущений, то PS теория не согласуется с экспериментом. Приближение сильной связи тоже не удаётся развить так, чтобы получить хотя бы отдалённое сходство с экспериментальными данными. Предлагались различные варианты приближения промежуточной связи. Однако в настоящее время сомнительно, чтобы хоть один из них отражал точную картину результатов PS теории. Что касается согласия этих приближений с экспериментом, то, вероятно, это согласие имеет место лишь постольку, поскольку они похожи на статическую теорию Чу с обрезанием. Может быть, на самом деле теория Чу и является хорошим приближением к PS теории с промежуточной связью, однако это предположение отнюдь не доказано.

Константу связи, так же как и в теории Чу, можно определить по сравнению сечения фоторождения π -мезонов вблизи порога с

экспериментом. Теория возмущений в низшем порядке даёт для PS теории формулу (98), если в последней заменить $\frac{f^2}{4\pi\hbar c}$ на $\left(\frac{\mu}{2M}\right)^2 \frac{g^2}{4\pi\hbar c}$, где $\frac{g^2}{4\pi\hbar c}$ есть константа связи PS теории. В PS теории эта формула не справедлива для всех порядков в противоположность формуле (97) в теории Чу. Однако Кролл и Рудерман⁵² показали, что формула (98) справедлива с точностью до членов $\frac{\mu}{M}$ для всех порядков; они также привели соображения в пользу того, что такие члены действительно малы*). Если мы таким образом определим $\frac{g^2}{4\pi\hbar c}$, то найдём величину, примерно равную 10. Отсюда ясно, почему теория возмущений не даёт удовлетворительных результатов для других процессов!

Чтобы несколько глубже понять структуру PS теории, мы применим к ней метод Фолди и Ваутхейсена⁵³. Эти авторы исключили из гамильтониана с помощью последовательных канонических преобразований чётные матрицы Дирака (антикоммутирующие с β) в последовательных приближениях по $\frac{1}{M}$. Исходный PS гамильтониан, который мы для простоты записываем для одной частицы, имеет вид:

$$H_{PS} = H_\pi + (\alpha p) + \beta M + ig\beta\gamma_5 \sum_i \tau_i \Phi_i(x), \quad (99)$$

где x и p — соответственно координата и импульс нуклона. После преобразования, оставляющего члены первого порядка по $\frac{1}{M}$, мы получим:

$$H'_{PS} = H_\pi + \frac{g}{2M} (\sigma \nabla) \sum_i \tau_i \Phi_i(x) + M + \frac{g^2}{2M} \sum_i \Phi_i^2(x) + \frac{p^2}{2M}. \quad (100)$$

Если сравнить (100) с формулой (94) для теории Чу, то, полагая $f = \frac{g\mu}{2M}$, мы видим, что первые три члена в (100) точно соответствуют гамильтониану Чу; нет только введённого там обрезания. Однако член, описывающий кинетическую энергию отдачи $\frac{p^2}{2M}$, даёт после перенормировки обрезание того же типа. Основное различие заключается в члене $\frac{g^2}{2M} \sum_i \Phi_i^2(x)$, который соответствует

*) Заметим, что справедливость результата теории возмущений при $\frac{\mu}{M} \rightarrow 0$ зависит от выбора рецепта перенормировки заряда.

взаимодействию мезонов в S -состоянии с нуклоном через рассеяние и через рождение и уничтожение пар мезонов. На первый взгляд кажется, что формула (100) является обобщением (94), так как оно даёт прежние результаты для мезонов в P -состоянии и, кроме того, содержит описание рассеяния мезонов в S -состоянии, отсутствие которого было слабым пунктом теории Чу. Однако если вычислить S -рассеяние, используя формулу (100), то согласия с экспериментом не получится. Прежде всего, теория возмущения даёт очень сильное S -рассеяние, которое совершенно не согласуется с экспериментом. Уточнённое рассмотрение Вентцеля⁵⁴, правда, показывает, что этот эффект очень сильно подавляется процессами высших порядков; величина S -рассеяния при этом получается близкой к наблюдаемой. Однако зависимости S -рассеяния от изотопического спина и от энергии всё равно будут находиться в противоречии с экспериментом. Таким образом, теория, берущая за основу гамильтониан (100), практически не имеет преимуществ по сравнению с теорией Чу.

Однако (100) является только приближением к PS теории. Поэтому можно надеяться, что точное рассмотрение полного PS гамильтониана даст, по крайней мере, лучшее согласие с известными свойствами π -мезонов в P -состояниях и, кроме того, объяснит такие эффекты, как слабое и зависящее от изотопического спина S -рассеяние. Для того чтобы проверить справедливость этого предположения, в Корнелле Бете, Дайсоном и другими⁵⁵ были предприняты исследования. Они пользуются методом Тамма — Данкова, законность которого для PS теории с константой связи 10, к сожалению, не доказана. Вычисления ведутся для сечений рассеяния и фоторождения мезонов, и предварительные результаты кажутся ободряющими в смысле согласия с экспериментальными данными в P -волне.

Если точная PS теория окажется справедливой, то одна особенность приближённого гамильтониана (100) должна сохраниться; речь идёт о подавлении S -волны. Некоторые указания, что это могло иметь место в релятивистской PS теории, были получены в результате очень грубых вычислений Брюкнера, Гелл-Манна и Голдбергера⁵⁶.

Бете⁵⁵ выразил уверенность, что PS теория даст верное описание π -мезонных явлений при достаточно низких энергиях. Он придаёт большое значение тому факту, что PS теория является единственной известной релятивистски инвариантной теорией псевдоскалярных мезонов, которая даёт конечные результаты после перенормировки без обрезания. Чу⁴¹, с другой стороны, склонен считать, что попытки усовершенствовать статическую теорию с обрезанием должны быть более продуктивными, чем использование PS теории, и должны в конечном счёте дать описание «новых нестабильных частиц». Однако трудно поверить, что такое описание возможно в рамках какой-нибудь из существующих теорий.

ДОПОЛНЕНИЕ

Вычисление комплексных фаз матричных
элементов фоторождения

Мы кратко изложим метод, используемый в работах, указанных в сноске на стр. 423 для определения фаз в формулах (19) и (20). Рассмотрим переходы между собственными состояниями гамильтониана H_0 , вызванные взаимодействием V .

Интегральное уравнение, которому удовлетворяет матрица реакции K , имеет вид *):

$$K = V + V \frac{1}{E - H_0} K, \quad (D-1)$$

где E — энергия системы. Если V и H_0 инвариантны по отношению к действию Вигнеровского оператора инверсии времени \mathcal{K} , то то же имеет место и для K , т. е.

$$\mathcal{K} K \mathcal{K}^{-1} = K. \quad (D-2)$$

Интегральное уравнение, устанавливающее соотношение между K и амплитудой перехода T , имеет вид:

$$T = K + iKT, \quad (D-3)$$

где все величины заданы на поверхности энергии (в противоположность величинам уравнения (D-1)). Обозначим собственные функции оператора H_0 через

$$\Phi_{rj}^m,$$

где r обозначает параметр канала реакции (т. е. номерует состояния, в которые система может перейти в результате рассеяния) и j есть полный момент с проекцией на ось z , равной m . (В общем случае будут и другие степени свободы, которые мы для краткости игнорируем.) Мы можем разложить K по функциям Φ :

$$K = \sum_{r, r'} \sum_{j, m} (r | K | r') \Phi_{rj}^m \Phi_{r'j}^{*m}. \quad (D-4)$$

Здесь $(r | K | r')$ является функцией только энергии и r, r' . Если

*) См., например, общую теорию рассеяния — М. Gell-Mann, М. L. Goldberger, Phys. Rev. 91, 398 (1953).

выбрать обычное представление, то *):

$$\mathcal{K}\Phi_{rj}^m = (i)^{2m}\Phi_{rj}^{-m} \quad (D-5)$$

и (так как \mathcal{K} заключает в себе комплексное сопряжение)

$$\mathcal{K}K\mathcal{K}^{-1} = \sum_{r, r'} \sum_{j, m} (r|K|r')^* (i)^{2m} (-i)^{2m} \Phi_{rj}^{-m} \Phi_{r'j}^{* -m}. \quad (D-6)$$

Используя формулу (D-2), мы получаем, что

$$(r|K|r')^* = (r|K|r') \equiv K_0. \quad (D-7)$$

Таким образом, матрица $(r|K|r')$ действительна и симметрична (так как она эрмитовская), что является результатом, зависящим от выбора функций Φ , которые удовлетворяют уравнению (D-5).

Для иллюстрации значения формулы (D-7) рассмотрим мезон-нуклонное рассеяние для чистого (j, l) состояния и фоторождение в том же самом состоянии мезона и нуклона. Тогда:

$$K_0 = \begin{pmatrix} 0 & \gamma \\ \gamma \operatorname{tg} \delta & \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{(состояние: } \gamma\text{-квант — нуклон),} \\ \text{(состояние: } \pi\text{-мезон — нуклон),} \end{matrix} \quad (D-8)$$

где δ — фазовый сдвиг рассеяния и γ — величина, характеризующая фотонный канал реакции. Мы считаем γ малым (так как оно включает электромагнитное взаимодействие) и пренебрегаем рассеянием фотонов на нуклоне. (Поэтому элемент в верхнем левом углу K_0 положен равным нулю.)

Возвращаясь к уравнению (D-3), мы разложим T по аналогии с (D-4), записывая

$$T_0 \equiv (r|T|r').$$

Формула (D-3), представленная через T_0 и K_0 , запишется как

$$T_0 = K_0 + iK_0T_0,$$

или

$$T_0 = (1 - iK_0)^{-1}K_0. \quad (D-9)$$

Произведение матриц легко вычисляется, и мы находим

$$T_0 = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\delta}\gamma \cos \delta \\ e^{i\delta}\gamma \cos \delta & e^{i\delta} \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (D-10)$$

*) Здесь авторы допускают неточность, считая, что (D-5) соответствует общепринятому представлению. Обычное тресвание действительности коэффициентов Клебша — Жордана приводит к следующему определению операции инверсии времени: $K\Phi_{rj}^m = (-1)^{j-m}\Phi_{rj}^{*m}$; использование (D-5) может привести к ошибкам, см. R. H u b y, Proc. Phys. Soc. 67A, 1103 (1954). (Иприм. перев.)

Здесь недиагональные матричные элементы являются матричными элементами фоторождения, относящимися к отдельным мультиполям. Так как δ и γ действительны, то матрица T_0 имеет вид:

$e^{i\alpha}$, умноженное на действительную величину.

Этот результат имеет ряд применений к фоторождению мезонов. Они были детально рассмотрены (см. сноску на стр. 423). Мы здесь приведём только результат этих работ. Амплитуды переходов для отдельных мультиполей формулы (26) выражаются через амплитуды для переходов в чистое I состояние. Тогда (здесь α суть сдвиги фаз рассеяния, вычисленные для энергии π -мезона и нуклона в конечном состоянии)

$$\begin{aligned}
 E_1^+ &= e^{i\alpha_3} \sqrt{2} E_1^{(3)} + e^{i\alpha_1} \frac{1}{\sqrt{2}} [E_1^{(1)} - 2\delta E_1^{(1)}], \\
 E_1^0 &= e^{i\alpha_3} 2E_1^{(3)} - e^{i\alpha_1} \frac{1}{2} [E_1^{(1)} - 2\delta E_1^{(1)}], \\
 M_1\left(\frac{1}{2}\right)^+ &= e^{i\alpha_3} \sqrt{2} M_1\left(\frac{1}{2}\right)^{(3)} + \\
 &\quad + e^{i\alpha_1} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[M_1\left(\frac{1}{2}\right)^{(1)} - 2\delta M_1\left(\frac{1}{2}\right)^{(1)} \right], \\
 M_1\left(\frac{1}{2}\right)^0 &= e^{i\alpha_3} 2M_1\left(\frac{1}{2}\right)^{(3)} - \\
 &\quad - e^{i\alpha_1} \frac{1}{2} \left[M_1\left(\frac{1}{2}\right)^{(1)} - 2\delta M_1\left(\frac{1}{2}\right)^{(1)} \right], \\
 M_1\left(\frac{3}{2}\right)^+ &= e^{i\alpha_3} \sqrt{2} M_1\left(\frac{3}{2}\right)^{(3)} + \\
 &\quad + e^{i\alpha_1} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[M_1\left(\frac{3}{2}\right)^{(1)} - 2\delta M_1\left(\frac{3}{2}\right)^{(1)} \right], \\
 M_1\left(\frac{3}{2}\right)^0 &= e^{i\alpha_3} 2M_1\left(\frac{3}{2}\right)^{(3)} - \\
 &\quad - e^{i\alpha_1} \frac{1}{2} \left[M_1\left(\frac{3}{2}\right)^{(1)} - 2\delta M_1\left(\frac{3}{2}\right)^{(1)} \right], \\
 E_2^+ &= e^{i\alpha_3} \sqrt{2} E_2^{(3)} + e^{i\alpha_{13}} \frac{1}{\sqrt{2}} [E_2^{(1)} - 2\delta E_2^{(1)}], \\
 E_2^0 &= e^{i\alpha_3} 2E_2^{(3)} - e^{i\alpha_{13}} \frac{1}{2} [E_2^{(1)} - 2\delta E_2^{(1)}].
 \end{aligned}
 \tag{D-11}$$

Двенадцать величин $E_1^{(3)}$, $M_1\left(\frac{1}{2}\right)^{(1)}$, $\delta E_2^{(1)}$ и т. д. представляют амплитуды перехода в чистые I -состояния системы π -мезон — нуклон. Верхний индекс равен удвоенной величине изотопического спина I . Основное значение этих формул заключается в том, что 12 величин $E_1^{(3)}$ и т. д. являются действительными функциями только энергии γ -квантов.

Амплитуды, соответствующие отдельным мультиполям для $P_{\gamma-}$, получаются из амплитуд для $P_{\gamma+}$ и для P_{γ^0} — из амплитуд для P_{γ} простой заменой знака у $\Re E_1^{(1)}$, $\Im M_1 \left(\frac{1}{2} \right)^{(1)}$, $\Re M_1 \left(\frac{3}{2} \right)^{(1)}$ и $\Re E_2^{(1)}$ в формулах (D-11). Таким образом, 16 комплексных амплитуд для мультиполей выражаются через 12 действительных чисел. Дальнейшие подробности см. в работе, цитированной в сноске на стр. 423. В резонансное состояние дают вклад только $E_2^{(3)}$ и $M_1 \left(\frac{3}{2} \right)^{(3)}$. Ожидается, что для $E_{\gamma} \cong 320$ Мэв они будут иметь вид ²³

$M_1 \left(\frac{3}{2} \right)^{(3)}$ и $E_2^{(3)} = \frac{\sin \alpha_{33}}{\eta^2} \times (\text{действительная константа})$, как и указано в формуле (33).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. C. Dilworth, G. P. S. Occhialini and L. Scarsi, Ann. Rev. Nuclear Sci. **4**, 271—314 (1954).
2. W. Panofsky, L. Aamodt and J. Hadley, Phys. Rev. **81**, 656 (1951).
3. K. Brueckner, R. Serber and K. Watson, Phys. Rev. **81**, 575 (1951).
4. G. Breit and E. Feenberg, Phys. Rev. **50**, 850 (1936).
5. N. Kemmer, Proc. Cambridge Phil. Soc. **34**, 354 (1938).
6. W. Heitler, Proc. Roy. Irish Acad. **51**, 33. (1946).
7. K. Watson, Phys. Rev. **85**, 852 (1952); K. Watson and K. Brueckner, Phys. Rev. **83**, 1 (1951).
8. K. A. Brueckner, Phys. Rev. **86**, 206 (1952).
9. J. Crussard, Proc. Conf. on High Energy Physics (Rochester, New York, 1954).
10. J. Ashkin, Proc. Conf. on High Energy Physics (Rochester, New York, 1954).
11. F. de Hoffman, N. Metropolis, E. Aloi and H. A. Bethe, Phys. Rev. (будет опубликовано).
12. H. Anderson, E. Fermi, R. Martin and D. Nagle, Phys. Rev. **91**, 155 (1953); E. Fermi and N. Metropolis (неопубликованная работа); R. L. Martin, Bull. Am. Phys. Soc. **29**, Abstr. KA2 (1954); H. Bethe and M. Glicksman, Proc. Conf. High Energy Physics (Rochester, New York, 1954).
13. A. Silverman and M. Stearns, Phys. Rev. **88**, 1225 (1952).
14. Y. Goldschmidt-Clermont, L. S. Osborne and M. B. Scott, Phys. Rev. **89**, 329 (1953).
15. R. Walker, D. Oakley and A. Tollestrup, Phys. Rev. **89**, 1301 (1953).
16. G. Bernardini and E. L. Goldwasser, Phys. Rev. **94**, 729 (1954).
17. A. Tollestrup, J. Keck and R. Worlock, Phys. Rev. **92**, 1090(A) (1953); и (частное сообщение, январь 1954).
18. R. Walker, J. Teasdale, V. Peterson and J. Vette, Phys. Rev. **92**, 1690 (1953); и (частное сообщение, январь 1954).
19. R. F. Bacher, J. Keck, V. Peterson, J. Teasdale, A. Tollestrup, R. Walker and R. Worlock, Phys. Rev. **92**, 1090 (1953).
20. K. A. Brueckner and K. M. Watson, Phys. Rev. **86**, 923 (1952).

21. B. T. Feld, Phys. Rev. **89**, 330 (1953).
22. M. Sands, J. Teasdale and R. Walker, Phys. Rev. **95**, 592 (1954).
23. K. Watson, Phys. Rev. **88**, 1163 (1952).
24. R. G. Sachs, Phys. Rev. (будет опубликовано) [см. Phys. Rev. **95**, 1065 (1954) (*прим. перев.*)].
- 24a. D. Oakley and R. D. Walker, Phys. Rev. (будет опубликовано) [см. Phys. Rev. **97**, 1283 (1955) (*прим. перев.*)].
25. G. Bernardini and E. Goldwasser (частное сообщение).
26. L. S. Osborne, Y. Goldschmidt-Clermont and M. Scott (неопубликованная работа).
27. E. Fermi (частное сообщение, апрель 1954).
- 27a. K. Watson, Phys. Rev. **95**, 228 (1954).
28. F. S. Crawford and M. L. Stevenson, U. S. Atomic Energy Commission Document UCRL-2187-88 (1953).
29. R. H. Hildebrand, Phys. Rev. **89**, 1090 (1953).
30. R. A. Schluter, Bull. Am. Phys. Soc. **29** (4) (1954).
31. K. M. Watson and C. Richman, Phys. Rev. **83**, 1257 (1951).
32. R. E. Marshak and A. M. Messiah, Nuovo Cimento **11**, 337 (1954).
33. J. W. Mather and E. A. Martinelli, Phys. Rev. **92**, 780 (1953).
34. J. Marshall and L. Marshall, Phys. Rev. **88**, 632 (1952).
35. G. B. Yodh (частное сообщение).
36. C. Wright and R. A. Schluter, Bull. Am. Phys. Soc. **29** (4) (1954); (частное сообщение, май 1954).
37. A. L. Aitken, H. M. Mahmoud, E. M. Henley, M. A. Ruderman and K. M. Watson, Phys. Rev. **93**, 1349 (1954).
38. J. C. Ward, Phys. Rev. **84**, 897 (1951).
39. W. Pauli, Meson Theory of Nuclear Forces (Interscience Publishers, New York, 1946).
40. G. F. Chew, Phys. Rev. **89**, 591 (1953); J. S. Blair and G. F. Chew, Phys. Rev. **90**, 1065 (1953).
41. G. F. Chew, Phys. Rev. **95**, 285 (1954).
42. I. Tamm, J. Phys. U. S. S. R. **9**, 449 (1945).
43. S. Dancoff, Phys. Rev. **78**, 382 (1950).
44. J. Gammel, Phys. Rev. **95**, 209 (1954).
45. F. Salzman and J. Snyder, Phys. Rev. **95**, 286 (1954).
46. M. Taketani и др., Progr. Theor. Phys. (Japan) **6**, 581 (1951); M. Taketani и др., Progr. Theor. Phys. (Japan) **7**, 45 (1952).
47. R. P. Feynman and J. Leite Lopes, Notas de Fisica, № 2 (1954).
48. K. A. Brueckner and K. M. Watson, Phys. Rev. **92**, 1023 (1953).
49. R. Jastrow, Phys. Rev. **81**, 165 (1951).
50. S. Fujii, J. Iwadare, S. Otsuki, M. Taketani, S. Tani and W. Watari, Progr. Theor. Phys. (Japan) **11**, 11 (1954).
51. K. A. Brueckner (частное сообщение, май 1954).
52. N. Kroll and M. Ruderman, Phys. Rev. **93**, 233 (1954).
53. L. L. Foldy and S. A. Wouthuysen, Phys. Rev. **78**, 29 (1950); F. J. Dyson, Phys. Rev. **73**, 929 (1948).
54. G. Wentzel, Phys. Rev. **86**, 802 (1952).
55. F. J. Dyson, S. S. Schweber and W. M. Visscher, Phys. Rev. **90**, 372 (1953); M. Ross, Phys. Rev. **92**, 454 (1954); H. A. Bethe and F. de Hoffman, Meson Physics, N. P. (1954).
56. K. A. Brueckner, M. Gell-Mann and M. Goldberger, Phys. Rev. **90**, 476 (1953),