

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ ТЯЖЁЛЫХ МАСС С УЧЁТОМ ИХ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ И ВРАЩЕНИЯ *)

В. А. Фок

Применения теории тяготения Эйнштейна (так называемой общей теории относительности) могут быть разделены на два класса: применения космологические и применения к ограниченной системе масс погружённых в галилеево пространство. В настоящем докладе рассматриваются только ограниченные системы масс.

Правильная математическая постановка физической задачи всегда должна обеспечивать единственность решения. Помимо условий, выражающих изолированность системы масс, сюда должны входить условия, фиксирующие выбор координатной системы.

В теории галилеева пространства (так называемая частная теория относительности) проблема выбора координатной системы в принципе тоже существует, но в явной форме она там обычно не ставится, так как координаты предполагаются галилеевыми. Однако требование пользоваться галилеевыми координатами является хотя и естественным, но логически независимым, и его следовало бы, строго говоря, формулировать явным образом. В эйнштейновской теории тяготения уравнения пишутся с самого начала общековариантным образом, и вопрос о выборе координатной системы возникает сам собою. Поэтому в теории тяготения необходимо явно формулировать дополнительные условия для координат. Оказывается возможным поставить такие условия, которые определяют координатную систему однозначно, с точностью до преобразования Лоренца (гармонические координаты).

Можно поставить вопрос, имеет ли гармоническая координатная система принципиальное значение или же только практическое, поскольку пользование ею упрощает вычисления. Применительно

*) Краткое изложение доклада, читанного на заседании Эйнштейновской сессии отделения физико-математических наук 1 декабря 1955 г. Поскольку все упомянутые и использованные в докладе формулы имеются в нашей книге (В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, Гостехиздат, 1955), мы их здесь не приводим.

к гелиоцентрической системе Коперника подобный вопрос был поставлен уже во времена Коперника. (Оссиандер) Вопрос о принципиальном значении гармонической координатной системы в теории Эйнштейна должен решаться так же, как такой же вопрос о значении инерциальной системы координат в теории Ньютона, причём оба эти вопроса связаны с вопросом о системе Коперника.

Если считать, что в теории Ньютона инерциальные системы координат имеют принципиальное значение, и что это их значение не подрывается возможностью общековариантной формулировки ньютоновых уравнений движения (уравнения Лагранжа 2-го рода), то необходимо признать, что и в теории Эйнштейна принципиальное значение гармонических координатных систем не может подрываться возможностью общековариантной формулировки уравнений. Эта точка зрения приводит к признанию преимущественного характера системы Коперника, тогда как отрицание принципиального значения гармонической координатной системы в теории Эйнштейна неизбежно приводит к отрицанию преимущественного характера коперниканской системы.

Принципиальное значение гармонической системы координат основано на том, что *существование такой системы отражает объективные свойства пространственно-временного континуума*. Само собою разумеется, что признание этого факта не связано с каким-либо предписанием употреблять именно гармоническую систему, а не какую-нибудь другую.

Практические преимущества гармонической системы координат, однако, несомненны. Введение ее позволяет, в частности, однозначным образом формулировать приближённые уравнения движения системы масс с учётом их внутренней структуры и вращения.

При изучении движения системы масс можно различать внешнюю и внутреннюю задачи. Внешняя задача изучает движение тел как целых (механика системы с конечным числом степеней свободы), а внутренняя задача — движение внутри каждого тела (механика сплошной среды).

Для получения уравнений движения внешней задачи в нерелятивистском приближении (ньютоновы уравнения движения тел как целых) достаточно использовать во внутренней задаче уравнение неразрывности. Для вывода релятивистских поправок к уравнениям движения тел как целых необходимо во внутренней задаче применять уже все нерелятивистские уравнения движения сплошной среды. Необходимость этого ясна в силу весомости внутренней энергии тел.

В случае вращающихся жидких тел такое рассмотрение приводит, в частности, к уравнению Лапунова, определяющему форму поверхности тела.

В рассматриваемой приближённой постановке система движущихся масс может рассматриваться как консервативная (пренебре-

жение излучением). При этом можно указать явную форму всех десяти классических интегралов движения (включая релятивистские поправки), а именно интегралов энергии (массы) и количества движения и интегралов момента количества движения и движения центра инерции тел.

Задача о движении системы масс входит в состав задачи об определении потенциалов тяготения (решение уравнений Эйнштейна). В случае сферически симметричных невращающихся масс можно указать для потенциалов тяготения явные выражения, справедливые также и внутри системы тел.

Особый интерес представляют значения потенциалов тяготения на «умеренно больших» расстояниях от системы тел (т. е. на расстояниях, которые велики по сравнению с размерами системы, но малы по сравнению с длиной излучаемых ею гравитационных волн). В общем случае вращающихся упругих тел для потенциалов тяготения существуют простые асимптотические выражения, причём в них входят в качестве постоянных значения всех десяти интегралов движения системы тел.

На предельно больших расстояниях (в волновой зоне) асимптотические выражения имеют несколько иной вид. Главные члены в них можно получить с такой точностью, когда принимается во внимание уже нелинейность уравнений Эйнштейна. В этих решениях учитываются и сферические волны, излучаемые системой масс.
