

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ*)

B. Гейзенберг

В первое десятилетие развития квантовой теории элементарные частицы рассматривались как нечто данное. Теория имела в виду прежде всего электроны, а также атомные ядра, рассматривая последние как целое. Заряд, масса, магнитный момент этих частиц считались известными из эксперимента и отнюдь не являлись объектом теоретического рассмотрения. Однако позже, когда наряду с электронами и протонами был обнаружен ряд других элементарных частиц (нейтроны, μ -мезоны, π -мезоны, нейтрино и многие другие частицы, надёжно обнаруженные лишь в самое последнее время), это положение совершенно переменилось. Во-первых, такое изобилие элементарных частиц указывало физикам на то, что и сами элементарные частицы, как таковые, требуют объяснения и что, во-вторых, когда-либо следует создать такую теорию, которая позволяла бы понять и чисто логическим путем получить распределение масс элементарных частиц, их зарядов, спиновых и магнитных моментов. В дальнейшем мы начинаем с исторического обзора различных попыток, предпринятых в последнее десятилетие с целью дать математическую формулировку закономерностям, присущим либо отдельным элементарным частицам, либо их определённым группам. Периоды от завершения построения квантовой механики до начала второй мировой войны и от окончания войны до настоящего времени будут рассмотрены порознь. Однако, лишь сопоставляя все работы этого времени, можно дать более или менее строгий анализ нынешнего положения дел.

Относительно давно было установлено, что для понятия элементарной частицы исходной предпосылкой является квантование её волнового поля. Уже исследования Эйнштейна по теории излучения показали, что световые кванты могут быть получены путём

*) Доклад, прочитанный 23 сентября 1955 г. на съезде физиков в Бисбадене. Naturwiss. Heft 24, 637 (1955).

квантования отдельных Фурье-компонент максвелловского поля. Далее, вскоре после возникновения квантовой механики Иордан, Клейн и Вигнер смогли доказать, что последовательное квантование нерелятивистских волн материи де Броиля с учётом электростатического взаимодействия строго приводит к уравнению Шредингера для проблемы многих тел.

Этим были заложены принципиальные основы развития теории. Именно, следовало начинать с установления общих математических методов квантования полей, испробовать их на известных полях — полях излучения и материи — и далее, двигаясь от известного к неизвестному, пытаться достичь понимания строения других полей и их элементарных частиц.

Однако осуществление этой программы сразу же натолкнулось на серьёзные трудности. Хотя математический аппарат квантования волновых полей казался несложным и однозначным, однако его приложение к взаимодействию поля электронов с электромагнитным максвелловским полем приводило к бесконечной собственной энергии электронов, а также к другим расходимостям, которые делали невозможной физическую интерпретацию полной системы уравнений. И лишь тогда, когда, используя метод возмущений, ограничивались низшим приближением, можно было получить сходящиеся и, следовательно, физически приемлемые решения.

Эта первая форма квантовой электродинамики принесла с собой значительные успехи. Теория излучения Дирака объяснила рассеяние и поглощение света атомами, а также спонтанное испускание света и резонансную флуоресценцию. С течением времени удалось даже предсказать такие явления, о которых даже не было и речи в классической теории и которые полностью принадлежат квантовой электродинамике. Речь идёт о поляризации вакуума вокруг электрического заряда и рассеянии света светом. Если перевести это на язык математики, то речь идёт о нелокальных и нелинейных отклонениях от уравнений Максвелла. Эти эффекты были впоследствии обнаружены и экспериментально. Все эти успехи, казалось, давали теории прочную математическую основу, хотя с самого начала существование квантовой электродинамики требовало обоснования, так как наличие в ней упомянутых бесконечностей делало её в конечном счёте неприемлемой. Естественно, что усилия многих были направлены на выяснение особенностей математического аппарата, вызывающих появление бесконечностей в теории. Особенно тщательно изучался вопрос о том, не появляются ли эти бесконечности благодаря использованию теории возмущений и не исчезнут ли эти бесконечности при точном решении. Однако для решения этого вопроса прежде всего не хватало математических средств.

Когда позже наряду с электронами и световыми квантами в различных явлениях были обнаружены другие элементарные

частицы — нейтроны и нейтрино, μ -мезоны и прочие — и тем самым в поле зрения теоретической физики попали новые частицы, взаимодействие этих новых частиц со старыми рассматривалось математическими приемами квантовой теории волновых полей. Теория β -распада, предложенная Ферми в 1934 г., является особенно удачным примером такого рода применения новых методов.

Попутно в одном из более поздних исследований фермиевского взаимодействия была введена важная классификация взаимодействий различного типа, которая имела важное принципиальное значение для всего последующего развития квантовой теории волновых полей. Взаимодействие между элементарными частицами, которые однократно сталкиваются с определённой (измеренной в системе центра тяжести) кинетической энергией, может с увеличением этой энергии либо расти, либо убывать, либо оставаться постоянным. Смотря по тому, какой из этих трёх случаев имеет место, выводы относительно применимости метода теории возмущений и относительно самих физических процессов оказываются различными. Если взаимодействие мало и с возрастанием энергии убывает или остаётся постоянным, применение теории возмущений даже при больших энергиях даёт сходящиеся разложения. В этом случае при столкновениях единичное порождение новых частиц значительно более вероятно, чем одновременное порождение многих частиц — процесс, которому соответствуют высшие приближения теории возмущений. Если же с ростом энергии взаимодействие увеличивается, то при определённой энергии решение, получаемое согласно теории возмущений, начинает расходиться. В этом случае при столкновении двух очень энергичных частиц может порождаться сразу несколько новых частиц, однако для описания таких процессов теория возмущений принципиально неприемлема. Взаимодействие между электронами и световыми квантами в квантовой электродинамике принадлежит к первой группе взаимодействий; взаимодействие между электронами, нейтрино и нуклонами по теории β -распада Ферми принадлежит ко второй. Из теории Ферми также следует множественное порождение электронов и нейтрино через столкновения достаточно энергичных частиц. То, что множественное порождение элементарных частиц на самом деле может иметь заметную величину, было обнаружено впервые много позже, именно при изучении π -мезонных ливней, а в самое последнее время при изучении ливней, образованных γ -лучами. Однако уже сразу можно было установить, что константа связи в фермиевском взаимодействии при β -распаде чрезвычайно мала. Для объяснения фотонных и электронных ливней в космических лучах на первых порах оказалась достаточной каскадная теория ливней, созданная Баба и Гейтлером и Оппенгеймером и Карлсоном, в которой учитывалось только электродинамическое взаимодействие.

На этой стадии развития теории элементарных частиц произошёл во многих странах многолетний перерыв в исследованиях в этом направлении, перерыв, обусловленный второй мировой войной. Всё внимание было сосредоточено на применениях ядерной физики. Тем не менее следует упомянуть о некоторых результатах, полученных в военные годы, так как эти результаты играют определённую роль в теоретических рассмотрениях, используемых в настоящее время. Именно расходимости, возникающие в квантовой теории волновых полей, были уже детально исследованы. Из того факта, что в течение более чем десяти лет со дня возникновения теории обнаружилась невозможность устранения расходимостей, было сделано заключение, что основы квантовой теории, если она прилагается к волновым полям, нуждаются в некоторых видоизменениях. О природе этих видоизменений между тем не было известно ничего определённого. Было важно, однако, установить, какие черты ранних теорий по всей вероятности должны сохраняться, когда такие видоизменения будут внесены. Выяснилось, что математическое выражение, представляющее асимптотическое поведение волновой функции при столкновениях на достаточном удалении от места столкновения, так называемая S -матрица, должно существовать и в будущей теории, причем со свойствами, весьма сходными с теми, какие были у S -матрицы ранних теорий. В связи с этим свойства S -матрицы были весьма тщательно изучены, причём здесь особо следует указать на работы Мёллера; из этих исследований вытекали фундаментальные заключения по поводу общей структуры квантовой теории элементарных частиц. Вместе с тем были заложены прочные основы для дальнейшего развития теории. Можно было думать, что будущая теория элементарных частиц будет математически сформулирована таким образом, что локальное поведение волновой функции не будет определено, но, несмотря на это, в теории может быть получена унитарная S -матрица.

В послевоенное время, с одной стороны, были достигнуты значительные экспериментальные успехи, которые принесли большое количество новых данных об элементарных частицах: были обнаружены π -мезоны, V -частицы и τ -мезоны; их массы и прочие свойства были определены экспериментально. Но мы не станем задерживаться здесь на достижениях экспериментаторов.

С другой стороны, совершенно независимо от этого продвижения экспериментальной физики были сделаны важные теоретические открытия. Уже исследования по квантовой электродинамике, проведённые в тридцатых годах, показали, что масса и заряд, получаемые для электрона из исходных уравнений, в конечном итоге отличаются от постоянных m_0 и e_0 , которые содержались в исходных уравнениях. Применение теории возмущений приводит даже к бесконечным значениям массы и заряда, хотя в исходных уравнениях принимались конечные значения m_0 и e_0 .

Насколько мне известно, уже сравнительно давно Крамерсом мимоходом была высказана мысль о том, что нужно исходить из неопределённых значений m_0 и e_0 и требовать далее, чтобы окончательные значения m и e соответствовали экспериментально наблюдаемым. Эта программа ренормировки констант впервые была последовательно проведена в работе Бете, выполненной в 1947 г.; в этой работе изучалось влияние интенсивности излучения на уровни энергии водородного атома. Было выяснено тогда же, что после перенормировки заряда и массы электрона упоминавшиеся выше расходимости, возникающие при применении теории возмущений, уже не возникают; кроме того, было показано, что обратное действие поля излучения на электроны приводит непосредственно к смещению уровней энергии электронов относительно уровней, определяемых формулой Зоммерфельда, что давно уже ощущалось экспериментаторами и было надёжно показано Лэмбом и Ризерфордом методом ультракоротких волн. Высокая точность, с которой теория предсказала смещение электронных уровней, не позволяла сомневаться в правдоподобности предложенного объяснения. Это было большим достижением, поскольку этим было показано ещё и то, что квантовая электродинамика содержит значительно большую долю истины, чем это можно было думать раньше. Теперь особенно оживились надежды, что с помощью процесса ренормировки теорию можно привести к математически замкнутому виду, при котором вообще не возникнут никакие расходимости. Вскоре было показано также, что процесс ренормирования допускают все теории, принадлежащие к первой группе, в которой взаимодействие с ростом энергии либо уменьшается, либо остаётся постоянным, тогда как в другой группе теорий, у которых с ростом энергии частиц взаимодействие растет, процесс ренормирования проведён быть не может. Отсюда возникло предположение, что существуют две принципиально различные формы квантовой теории поля: допускающие ренормировку и неренормируемые. В ренормируемых теориях можно избежать всех расходимостей, в неренормируемых теориях все расходимости остаются. Только ренормируемые теории оказываются математически непротиворечивыми и лишь они могут быть использованы в квантовой теории элементарных частиц, о которой всё время идёт речь. Поэтому теория π -мезонов, рассматривая взаимодействие π -мезонов с нуклонами, принадлежит к первой группе. В самом деле, эксперимент обнаружил, что спин π -мезонов равен нулю, а в этом случае ренормировка возможна. Однако в этом месте я должен подчеркнуть, что высказанные предположения, какими бы заманчивыми они ни казались, без сомнения, оказываются неверными. Ренормируемые теории не удается, вообще говоря, математически сформулировать в замкнутом виде так, чтобы удовлетворить требованиям квантовой механики, с одной стороны, а с другой — наблюдения над электромаг-

нитными явлениями больших энергий, происходящими в космических лучах, показывают, что квантовая электродинамика в области высоких энергий даёт неверные результаты и именно в смысле возрастающего влияния неренормируемого взаимодействия. Это обстоятельство было обнаружено только в самое последнее время, но всё же естественно обсуждение дальнейшего развития теории вести с учётом этих последних данных.

Уже в первые послевоенные годы математический аппарат квантовой теории поля был весьма успешно продвинут вперёд серией важных работ Томонага, Швингера, Фейнмена и Дайсона и других. В этом новом представлении релятивистская инвариантность теории могла быть полностью использована, и это обстоятельство позволило весьма отчетливо выявить структуру теории. Новые методы дали также возможность строго рассмотреть вопросы о том, при каких условиях квантовые теории поля такого типа удовлетворяют требованиям причинности специальной теории относительности. В этом направлении значительный прогресс был достигнут Штюкельбергом и Фирцем. Они сумели показать, что теория, в которой определена S -матрица рассеянной волны и которая удовлетворяет в известном смысле условиям квантовой теории, вообще говоря, не удовлетворяет требованиям причинности в смысле специальной теории относительности. Более того, оказалось, что должны соблюдаться ещё некоторые дополнительные условия, по поводу которых мы не будем здесь входить в подробности. Продолжались также попытки развития так называемой нелокальной теории, в которой принимается релятивистски инвариантное далёкое взаимодействие; однако до настоящего времени эти исследования не дали обнадёживающих результатов.

Теория π -мезонов и взаимодействие π -мезонов с нуклонами были также рассмотрены с помощью новых методов. Правда, здесь результаты были значительно менее удовлетворительные, чем в квантовой электродинамике. Если в квантовой электродинамике разложение в теории возмущений ведётся в основном по степеням $e^2/\hbar c$ и разложение хорошо сходится, то в теории π -мезонов соответствующая константа связи представляет собой большую величину. Хотя теория допускает перенормировку, первое приближение по теории возмущений неприемлемо, что указывает на необходимость применения иных приближённых методов. Я напоминаю работы Бенцеля по сильной связи и работы Томонага по промежуточной связи. Результаты, полученные там, имеют весьма отдалённое отношение к опыту. Во всяком случае о количественном соответствии, как это было для смещения уровней тонкой структуры в квантовой электродинамике, здесь не может быть и речи.

Однако более серьёзные возражения против неограниченного применения ренормируемых теорий появились лишь в последние годы и совсем с другой стороны. Ли удалось развить один случай

ренормируемой квантовой теории поля, который имел то преимущество перед квантовой электродинамикой, что уравнения могли быть проинтегрированы без применения теории возмущений, а сама теория была весьма сходна с квантовой электродинамикой. Анализ ренормируемой теории поля Ли, проведённый Челеном и Паули*), показал, что вследствие ренормировки гамильтониан исходной системы уже не является эрмитовым. Это приводит к тому, что в качестве стационарных состояний этой гамильтоновской функции появляются состояния, названные Челеном и Паули «призрачными состояниями», влекущими за собой то, что метрика в гильбертовом пространстве делается уже не положительной; а S -матрица становится неунитарной. Физически это означает, что следует допустить отрицательные вероятности, что логически бессмысленно. Другими словами, ренормируемая теория как квантовая теория не имеет физической интерпретации.

Я могу несколько подробнее изложить это положение вещей в квантовой электродинамике, хотя, быть может, приводимое математическое доказательство отнюдь не безупречно. Если мы в исходных уравнениях квантовой электродинамики принимаем за заряд величину e_0 , то после проведения выкладок истинный заряд электрона e будет некоторой функцией e_0 . Для того чтобы избежать различных расходимостей, сходимость в теории достигается введением максимального импульса P (P — импульс обрезания; предполагается, что в конце вычислений будет совершён предельный переход $P \rightarrow \infty$). В этом случае связь между e и e_0 может быть представлена в виде

$$e^2 = \frac{e_0^2}{1 + e_0^2 F(P, e_0^2)}.$$

Можно показать, что

$$F(P, e_0^2) > 0.$$

Согласно рассуждениям Паули и Челена, а также последним работам Ландау и Тирринга, повидимому, доказано, что для функции F можно указать нижнюю границу в виде соотношения

$$F(P, e_0^2) > \text{const} \cdot \lg P \quad \text{для всякого } e_0^2.$$

Но это означает, что для всякого конечного e_0 величина $e^2 \rightarrow 0$ при $P \rightarrow \infty$, а это в свою очередь означает, что всякому исходному заряду конечной величины соответствует истинный заряд, равный нулю; другими словами, никакого электромагнитного взаимодействия не существует. Если ввести произвольно в качестве величины e истинное значение заряда электрона, то для конечных значений P , превышающих некоторое определённое значение, величина e_0^2

*.) См. следующую статью.

дляется отрицательной, что означает, что константа связи e_0 становится мнимой, а гамильтоновская функция — неэрмитовской. Как следствие мнимой константы связи появляются уже упомянутые «призрачные состояния», которые в гильбертовом пространстве образуют неопределенную метрику. Энергия этих состояний E , если соблюдаются высказанные предположения, весьма высока; именно $\log(E/mc^2) \approx 137$. Практически при малых энергиях эти состояния не играют никакой роли, а когда принимается конечный и не слишком большой импульс обрезания, то «призрачные состояния» вовсе отпадают. Квантовая электродинамика не может быть сделана замкнутой, релятивистски инвариантной математической теорией, если не вводить произвольного правила «обрезания».

Эти важные положения, лишающие оснований надежды на принципиальное значение ренормируемых теорий, имеют всё же не очень большое практическое значение для квантовой электродинамики. Однако для теорий с сильной связью, например для взаимодействия π -мезонов с нуклонами, они имеют фундаментальное значение. В этом случае согласно мезонной теории «призрачные состояния» находятся в области энергий, вполне достижимых экспериментально, скажем, порядка 1 $Бэв$. В теории π -мезонов можно получить физически интерпретируемые результаты лишь тогда, когда введением относительно малого импульса обрезания теория видоизменяется столь сильно, что весьма грубо напоминает действительность при малых энергиях и вовсе далека от неё — при больших.

Таким образом, если обобщить результаты новейших исследований, можно сказать, что процесс ренормирования в общем явно недостаточен, чтобы сделать из квантовой теории поля с её известными расходимостями математически приемлемую теорию. В квантовую теорию волновых полей следует внести принципиальные изменения для того, чтобы она могла служить надёжной основой теории элементарных частиц.

При таком положении вещей вовсе не является странным, что в последнее время и эксперимент указывает на недостаточность старой квантовой электродинамики. Так, за последние годы наблюдения Шейна, Каплона и Ритсона и туринской группы показали, что электромагнитные каскадные процессы высоких энергий, идущие в космических лучах, ведут себя совсем иначе, чем этого следовало бы ожидать согласно старой квантовой электродинамике. Были отмечены ливни с неожиданно большим числом пар, вызываемых электронами, а также довольно часто имело место множественное порождение, вызванное γ -лучами; речь идёт о том, что в результате единичного соударения появляется до двадцати γ -квантов. Обнаруживаются также некоторые частицы, излучающие при высоких энергиях значительно энергичнее, чем это должны делать электроны согласно старой квантовой электродинамике; однако эти частицы ведут себя, повидимому, в остальном так же, как элек-

троны. Эти эксперименты оставляют открытыми две возможности истолкования опытных данных. Либо эти сильно излучающие частицы просто электроны и тогда следует заключить, что при высоких энергиях электронов, порядка 10 ГэВ, квантовая электродинамика несправедлива и что при таких энергиях в игру вступает такое взаимодействие, которое убывает с ростом энергии и, следовательно, является неренормируемым. Или же следует считать, что эти сильно излучающие частицы не электроны. Тогда это могут быть, например, частицы спина единица, которые, как известно, при высоких энергиях излучают энергичнее электронов. Но и это предположение равным образом подразумевает существование неренормируемого электромагнитного взаимодействия. Имеющийся в нашем распоряжении экспериментальный материал не позволяет сделать уверенный выбор между этими альтернативами.

Недостаточность ренормируемых теорий и необходимость изменений в основах квантовой теории поля вытекают равным образом из теоретического рассмотрения и наблюдений за электромагнитными ливнями. В этой ситуации, имея в виду только что упомянутые затруднения, следует еще раз поставить вопрос о том, можно ли надеяться на то, что ренормируемые теории смогут удовлетворительно описывать элементарные частицы. Здесь сразу же бросается в глаза принципиальный недостаток общего характера. Ренормируемые теории в их прежней форме относятся к определённой группе элементарных частиц, которые рассматриваются как данное, например к электронам и фотонам или нуклонам и π -мезонам. Как можно, исходя из таких данных, прийти к теории, которая давала бы объяснение распределению масс и всем остальным свойствам любых элементарных частиц? В связи с этим высказывались совсем неопределённые надежды, что впоследствии можно будет свести массы и взаимодействия всех элементарных частиц в одну гигантскую гамильтоновскую функцию, собрав тем самым все элементарные частицы воедино, и при этом доказать, что полученное уравнение может быть сделано ренормируемым только для определённых значений масс и констант связи, причём в этих случаях можно будет получить сходящиеся решения. Тем самым будет определено и реальное распределение масс и остальные свойства. Когда припоминаешь всё богатейшее многообразие известных элементарных частиц с их разнообразными свойствами, то сразу отдаёшь себе отчёт в том, что такая программа может быть реализована только через чудовищный математический аппарат. Когда в качестве утешения добавляют, что, возможно, эта специальная математика приведёт нас к некоторым простым основаниям совсем иной структуры, то тут во всяком случае следует согласиться лишь на то, что этими простыми основаниями окажутся отнюдь не ренормируемые уравнения какой-либо определённой группы известных в настоящее время элементарных частиц.

Главную задачу исследований в области теории элементарных частиц следует сформулировать следующим образом: такая теория должна оперировать с основными уравнениями, написанными для материи вообще, а не для отдельных элементарных частиц. Из этих основных уравнений для материи должно вытекать существование всех элементарных частиц, скажем, в виде собственных решений. Отсюда, разумеется, немедленно следует, что в такой теории элементарные частицы играют примерно такую же роль, как стационарные состояния для сложной атомной системы в квантовой механике, а не такую, какую имели в старой теории электроны. Далее, элементарные частицы появляются, если так можно выражаться, одновременно со всеми их взаимодействиями; представление о свободных частицах без взаимодействия станет бессмысленным. Все попытки определить массу элементарных частиц из системы уравнений, которая не содержит взаимодействия частиц, обречены с самого начала на неудачу. Тогда как раньше в исследованиях S -матриц, в особенности в исследованиях Дайсона, связанные состояния для сходящихся и расходящихся волн по большей части не принимались во внимание, в будущем, напротив, интересы всех исследователей должны будут концентрироваться именно на этих связанных состояниях, так как в правильно сформулированной теории сами элементарные частицы и являются, так сказать, связанными состояниями. Зачатки развития теории в этом направлении мы находим у японских авторов, в частности у Нишима. Основная трудность, возникающая при этом, состоит в том, чтобы сформулировать какую-либо квантовую теорию поля, не содержащую расходимостей или других математических противоречий, с тем чтобы рассмотреть её в качестве примера.

Из предыдущих работ в этом направлении следует упомянуть достаточно подробно проведенное исследование автора совместно с Кортелем и Миттером. В этой работе исходят из простого волнового уравнения

$$\gamma_v \frac{\partial \psi}{\partial x_v} + l^2 \psi (\psi + \phi) = 0,$$

где ψ обозначает волновое поле материи, но не поле элементарных частиц какого-либо определённого сорта. Правила квантования изменены по сравнению с правилами квантования обычной квантовой теории поля, так что ренормировка здесь невозможна; обычное квантование приводит также к нелепым математическим результатам. Эти изменения ведут к тому, что наряду с обычным гильбертовым пространством возникает «второе гильбертово пространство» или «гильбертово пространство частиц» с состояниями, которые физически не реализуются. Это второе гильбертово пространство имеет значение только для виртуальных промежуточных состояний и приводит к тому, что δ -функция в перестановочной функции на свето-

вом конусе, являющаяся причиной всех расходимостей, обращается в нуль. В качестве входящих или исходящих волн состояния второго гильбертова пространства не появляются. Это второе гильбертово пространство, как было несколько позже показано, находится в тесной связи с пространством «призрачных состояний» Челена — Паули в ренормируемой теории. Состояния второго гильбертова пространства также делают метрику общего пространства Гильbertа неопределенной и ведут формально к отрицательным вероятностям, которые не могут быть истолкованы с физической точки зрения. Далее они подобны «призрачным состояниям» ещё и потому, что они также устраняют сильнейшие особенности в перестановочной функции. Однако они не являются математически тождественными с «призрачными состояниями» Челена — Паули и отличаются от них в существенном пункте. Состояния второго гильбертова пространства имеют примерно такое же отношение к «призрачным состояниям», как относятся между собой диполь и полюс. Мы не можем здесь входить в детали теории, однако заметим, что это различие имеет своим следствием то, что, во-первых, в противоположность ренормируемым теориям в S -матрице не происходят переходы из нормальных состояний к призрачным диполям и, во-вторых, что для нормальных состояний S -матрица остаётся унитарной. Отрицательные вероятности не имеют значения для S -матрицы и не оказывают влияния на физическую интерпретацию. Это означает, по крайней мере в каждом конечном приближении, что теория качественно соответствует нашим сегодняшним знаниям об элементарных частицах. Конечно, отсюда вовсе не следует, что эта теория математически вполне состоятельна, поскольку ещё не доказано, что вся совокупность последовательных приближений ведёт в конце концов к конечному предельному значению. В низших приближениях спектр элементарных частиц, получаемый из так называемого простого волнового уравнения, обнаруживает удивительное сходство с экспериментально известным спектром элементарных частиц. Особенно интересно, что в этих приближениях содержится значительная часть электродинамики. Но это может иметь чисто случайный характер.

Эту теорию следовало упомянуть здесь лишь потому, что она может дать представление о принципиальных основах теории элементарных частиц. Она является также примером теорий, в которой, с одной стороны, так же как и в обычной квантовой теории, может быть определена унитарная S -матрица, но, с другой, —локальное поведение волновой функции не имеет физической интерпретации вследствие появления отрицательных вероятностей. Теория показывает к тому же, как масса элементарных частиц может быть получена как следствие взаимодействия материи, содержащейся уже в основных уравнениях, и как элементарные частицы могут уже с самого начала находиться во взаимодействии друг с другом.

В заключение можно следующим образом охарактеризовать нынешнее состояние теории элементарных частиц. Ренормируемые теории типа квантовой электродинамики могут быть весьма полезны в качестве приближённого описания определённой группы элементарных частиц и их взаимодействия. Для формулировки всеобъемлющей теории элементарных частиц ренормируемые теории непригодны. Чтобы получить общую замкнутую теорию элементарных частиц, требуется дальнейшее развитие известных методов квантования полей. Будущий математический аппарат должен дать дискретные собственные значения для массы, а для процессов соударений — унитарную и релятивистски инвариантную S -матрицу. Повидимому, существенную роль в развитии квантовой теории поля сыграет расширение гильбертова пространства в рассмотренном выше смысле. Такое расширение, быть может, откроет возможность, сохранив унитарность S -матрицы, отказаться от локального описания волновой функции, что в принципе достаточно для истолкования экспериментальных данных. Следует надеяться, что со временем из простого основного уравнения можно будет получить — как собственные решения этого уравнения — все элементарные частицы.