

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ*)

Дж. Г. Доунт и Р. С. Смит

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	350
1. Введение. 1.1. Фазовый переход в жидком гелии	350
2. Вязкость и «нормальная» плотность. 2.1. Вязкость гелия I. 2.2. Вязкость гелия II. 2.3. Определение плотности нормальной компоненты. 2.4. Метод колеблющегося диска или цилиндра. 2.5. Течение гелия II через узкие щели. 2.6. Течение гелия II через широкие щели. 2.7. Проблема вязких сил	352
3. Теоретические основы двухкомпонентной модели. 3.1. Общие замечания. 3.2. Теория Лондона. 3.3. Теория Ландау. 3.4. Теория Грина. 3.5. Теория Пригожина и Филиппо. 3.6. Объединение моделей Ландау и Лондона по Темперли. 3.7. Экспериментальные данные о связи между существованием λ -перехода и типом статистики	374
4. Термомеханический эффект и энтропия сверхтекучей и нормальной компонент. 4.1 Термомеханический эффект. 4.2. Термомеханический эффект и определение энтропии. 4.3. Измерения теплоёмкости. Энтропия нормальной и сверхтекучей компонент. 4.4. Механокалорический эффект. 4.5. Другие вычисления энтропии сверхтекучей и нормальной компонент. 4.6. Механокалорический эффект как метод охлаждения. 4.7. Теории термомеханического эффекта	385
5. Перенос тепла. 5.1. Теплопроводность гелия I. 5.2. Перенос тепла в гелии II. 5.3. Перенос тепла через узкие щели (эксперимент). 5.4. Перенос тепла через узкие щели (теория). 5.5. Перенос тепла через широкие щели (эксперимент). 5.6. Перенос тепла через широкие щели (теория). 5.7. Пристенные слои	402
6. Поверхностные плёнки. 7. Скорость переноса гелия по плёнке. 8. Гидродинамика двухкомпонентной жидкости. 9. Первый и второй звук. Цитированная литература	

*) J. G. Daunt, R. S. Smith, Rev. of mod. phys., 26, № 2, 172 — 236 (1954).

ПРЕДИСЛОВИЕ

Прошло уже двадцать семь лет с тех пор, как было установлено существование двух различных модификаций жидкого гелия, которые В. Кеезом были названы «гелием I» и «гелием II». Поэтому сейчас можно попытаться сделать обзор современного положения проблемы жидкого гелия, особенно в виду того, что в последние годы этой проблеме уделяется большое внимание как в экспериментальных, так и в теоретических исследованиях. В нашем обзоре рассмотрены лишь работы по жидкому гелию II, поскольку сверхтекучий гелий II представляет наибольший интерес. В обзор включены лишь те свойства гелия I, которые существенны для интерпретации свойств гелия II. В обзор не включены ни старые, ни новые данные о твёрдом гелии и о He^3 . Авторы отдают себе отчёт в том, что имеется много работ, относящихся к жидкому гелию II и не комментируемых в обзоре ради краткости изложения.

I. ВВЕДЕНИЕ

1. 1. Фазовый переход в жидком гелии

Первые указания на то, что жидкий гелий переходит при температуре $2,18^\circ \text{K}^*$) в какую-то другую модификацию, были получены Камерлинг-Оннесом^{K.11 **)} в 1911 г. при измерениях плотности жидкости. Камерлинг-Оннес^{K.24} обнаружил, что коэффициент теплового расширения при этой температуре изменяет знак, т. е. плотность имеет максимум при $2,18^\circ \text{K}$ (рис. 1). Однако убедительное экспериментальное доказательство существования двух фаз жидкого гелия было получено В. Г. Кеезом и его сотрудниками, которые предприняли измерения самых различных физических величин, как, например, диэлектрической постоянной^{K.28a, K.28b} и теплоты испарения^{K.32c}, обнаруживших аномальное поведение при $2,18^\circ \text{K}$. Отсюда Кеезом заключил, что существуют два состояния жидкого гелия, переходящие друг в друга при этой температуре. Он назвал состояние жидкости в интервале температур между $2,18^\circ \text{K}$ и точкой кипения ($4,2^\circ \text{K}$) гелием I, а модификацию, существующую при температурах ниже $2,18^\circ \text{K}$, — гелием II^{K.28a, K.27}.

*) По принятой в настоящее время так называемой «согласованной шкале» λ -точка жидкого гелия лежит при $2,186^\circ \text{K}$.

**) Библиография будет помещена в УФН, LVII, вып. 0 со второй частью обзора. В ссылках на литературу указывается начальная буква фамилии автора и год выхода статьи. В ссылках для статей, опубликованных на русском языке, первая буква даётся курсивом. (Прим. перев.)

Наиболее убедительно показали всю глубину происходящих изменений произведённые Кеезом измерения теплоёмкости жидкого

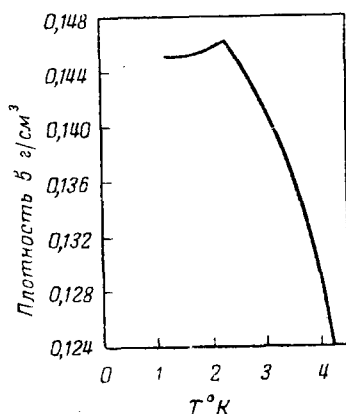


Рис. 1. Плотность жидкого гелия в г/см^3 как функция температуры по Камерлинг-Оннесу и Боксу^{К.24}

гелия^{К.32а, К.32б, К.33а, К.35} (кривая зависимости теплоёмкости от температуры, построенная по экспериментальным значениям, приведена

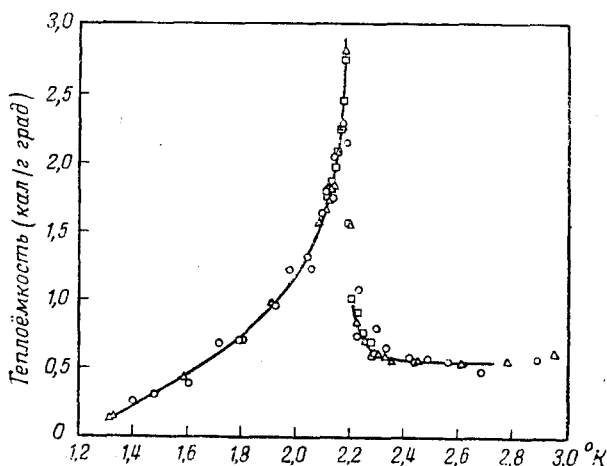


Рис. 2. Теплоёмкость кал/г·град жидкого гелия. Кружки — данные Кеезома и Клаузиуса^{К.32а}, квадраты и треугольники — данные Кеезома и Кеезом^{К.32б}.

на рис. 2). Именно в связи с видом этой кривой, похожей на букву λ , Эренфест^{Е.33} назвал точку перехода λ -точкой.

Последующая работа Кеезома^{К.33а} показала, что переход из гелия I в гелий II совершается без скрытой теплоты и что обе модификации не могут находиться в равновесии друг с другом. Подробные обзоры по этим вопросам были составлены Кеезомом^{К.42 *}), Бартоном, Грейсон-Смитом и Вильгельмом^{В.40} и Сквайром^{С.53б}.

2. ВЯЗКОСТЬ И «НОРМАЛЬНАЯ» ПЛОТНОСТЬ

2. 1. Вязкость гелия I

Первые измерения вязкости жидкого гелия I были произведены Вильгельмом и сотрудниками^{W.35} методом крутильных колебаний цилиндра, погружённого в жидкость. Результаты, однако, могут вызывать сомнение, как было указано Капицей^{К.38а}, из-за турбулентности, по всей вероятности, имевшей место при измерениях.

Более поздние измерения методом крутильных колебаний диска, погружённого в жидкость, были выполнены Кеезомом и Маквудом^{К.38а}, Кеезомом и Кеезом^{К.41а}, Смитом^{С.50а} и де Тройером и сотрудниками^{Т.51а} в Лейдене. Результаты, полученные последними авторами, являются, повидимому, наиболее надёжными и показаны графически на рис. 3.

Измерения вязкости гелия I методом перетекания (течение Пуазейля), т. е. определения скорости течения жидкости через капилляры, были произведены Джонсом и сотрудниками^{Д.39а}, а также Бауерсом и Мендельсоном^{В.49а и В.50с}. Результаты этих измерений показаны на том же рис. 3, из которого видно, что оба метода дают результаты прекрасно согласующиеся друг с другом.

Основные выводы могут быть сформулированы следующим образом:

а) Вязкость η гелия I в температурной области от 2,8° до 4,2° К практически не зависит от температуры и имеет значение около 30 микропуаз;

б) При переходе через λ -точку (2,18° К) по мере понижения температуры, разрыва в значении η не наблюдается**). Значение η , однако, заметно уменьшается при переходе через λ -точку и, например, при 1° К становится в двадцать пять раз меньше, чем при 4° К.

Для сравнения с данными для жидкости на рис. 3 приведены также значения вязкости газообразного гелия^{Д.38}. Следует отметить,

*) Кеезом, Гелий, ИЛ, М., 1949; в русском издании имеются дополнения Е. М. Лифшица и Э. Л. Андроникашвили.

**) В ранней работе Кеезома и сотрудников^{К.38а и К.41а} предполагается разрыв η в λ -точке. Однако из данных более поздних работ это не подтвердилось.

что вязкость жидкого гелия I не больше вязкости газообразного гелия при той же температуре и что значение её не возрастает с понижением температуры, как в обычных жидкостях. Последнее наводит на мысль, что даже в жидком состоянии гелий сохраняет многие свойства газов, чего и следовало ожидать для жидкости столь малой плотности. Здесь интересно обратить внимание на недавно проведённые Тьеркстарой ^{T.53a} измерения вязкости жидкого гелия I

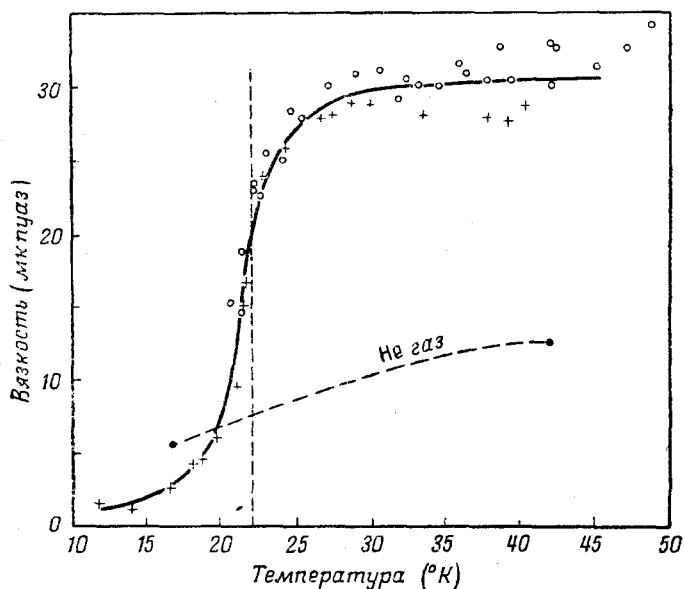


Рис. 3. Вязкость жидкого гелия в микропуазах как функция температуры. Кружки — данные Бауерса и Мендельсона ^{B.49a} и ^{B.50c}, крестики — данные де Тройера и др. ^{T.51a}. Пунктирная кривая — вязкость гелия-газа.

при повышенных давлениях. Тьеркстара работал с давлениями от 5 до 50 кг/см^2 и нашёл, что по мере повышения давления вязкость приближается к вязкости нормальной жидкости, т. е. увеличивается с понижением температуры. Наибольшая вязкость, наблюдавшаяся в этой работе, была около $120 \cdot 10^{-6}$ пуаз при плотности жидкости $0,186 \text{ г/см}^3$.

2. 2. Вязкость гелия II

Результаты измерений вязкости жидкого гелия II методом колеблющегося диска представлены кривой на рис. 3. Однако, попытки измерить вязкость жидкого гелия II методом перетекания привели к совершенно аномальным результатам. Такие эксперименты были

впервые выполнены Алленом и Майзнером^{А.38а} и Капицей^{К.38а}; они показали, что течение жидкого гелия II через узкие каналы совершенно не похоже на течение обычных жидкостей, а именно, оно является безвязкостным.

Было установлено, что течение жидкого гелия II через самые тонкие капилляры (диаметром порядка 10^{-4} — 10^{-5} см) почти не зависит от перепада давлений, вызывающего течение, и не зависит от длины капилляра. Более того, для самых тонких каналов вытекающий объём приблизительно пропорционален величине поверхности, а не площади сечения (см. раздел 2.5). Обзор этих ранних работ был дан, например, Кеезомом^{К.42}, Джонсом^{Д.35b} и Дарроу^{Д.40}. Более поздние работы обсуждены ниже, в разделе 2.5.

Наиболее современная оценка верхнего предела вязкости гелия II по измерениям скорости течения через узкие щели, сделанная Капицей^{К.41а, К.41b}, гласит, что вязкость заведомо меньше, чем 10^{-11} пуаз. Это значение следует сравнивать со значением вязкости жидкого гелия I выше λ -точки, равным $2 \cdot 10^{-5}$ пуаз.

Данные измерений по перетеканию приводят к заключению о существовании течения без всяких потерь. Это явление, названное Капицей^{К.38а} «сверхтекучестью», является основной особенностью гелия II.

Противоречивые результаты определений вязкости гелия II, приведшие к значениям, меньшим чем 10^{-11} пуаз в измерениях по перетеканию и большим чем 10^{-6} пуаз в измерениях с колеблющимся диском, были согласованы Тиссой^{Т.38а, Т.38b, Т.38c, Т.40}. Тисса выдвинул гипотезу, согласно которой при температурах, отличных от 0°K , атомы, участвующие в «сверхтекучем» движении, составляют лишь часть общего числа атомов; остальная часть атомов создаёт вязкое торможение в экспериментах с колеблющимся диском. Таким образом, для объяснения экспериментальных данных следует предположить, что жидкий гелий II состоит из двух компонент, которые могут быть названы «сверхтекучей» и «нормальной». Полная плотность жидкости может быть представлена в виде суммы

$$\rho = \rho_s + \rho_n, \quad (2.1)$$

где ρ_s и ρ_n — плотности сверхтекучей и нормальной компонент соответственно.

Однако при рассмотрении двухжидкостной модели необходимо проявлять осторожность, так как, с одной стороны, две компоненты не проявляются в виде отдельных фаз в пространстве, с другой стороны, гелий II не обнаруживает какую-либо заметную пространственную упорядоченность в структуре, отличающую его от гелия I. Последнее подтверждено, рентгенографическими исследованиями, выполненными Кеезомом и Таконисом^{К.35а} и Рикки^{Р.40, Р.47 и Р.53а}.

2. 3. Определение плотности нормальной компоненты

Гипотеза двухжидкостной модели гелия II, выдвинутая Тиссой (Т.38а, Т.38б, Т.38с, Т.40 *) для объяснения проблемы вязкости жидкого гелия II, неявно подразумевалась в более ранней теоретической работе Ф. Лондона (L.38а, L.38б, L.39а, который предположил, что

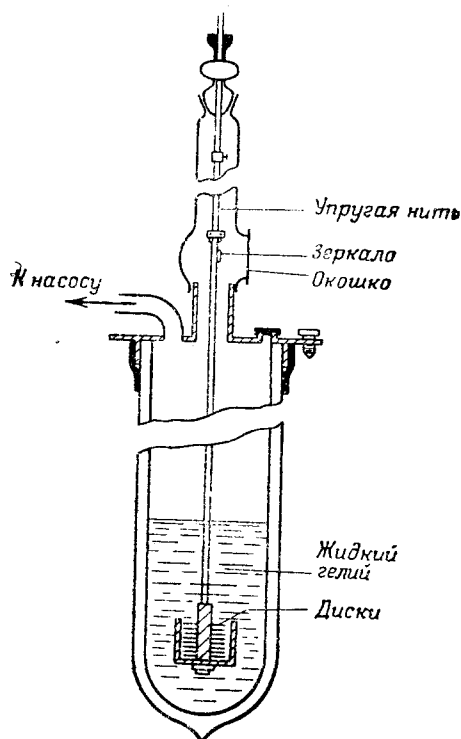


Рис. 4. Схема прибора Андроникашвили ^{A.46} для измерений ρ_n/ρ методом колебаний стопки пластинок.

λ -переход в гелии II аналогичен вырождению в бозе-эйнштейновском газе. Гипотеза выдвинула задачу экспериментального определения нормальной и сверхтекучей плотностей. В 1946 г. Андроникашвили ^{A.46} сообщил о непосредственных измерениях относительной плотности нормальной компоненты ρ_n/ρ . Эксперимент, основанный

*) Критику теории Тиссы см. Кеезом, Гелий, ИЛ, 1949, Дополнения Е. М. Лифшица, стр. 426 — 429 (прим. перев.).

на предположении, выдвинутом Ландау ^{Л.41а}, состоял в измерении момента инерции стопки близко расположенных алюминиевых дисков (диаметром 3,45 см при расстоянии между дисками 0,21 мм), подвешенной в ванне жидкого гелия II, как показано на рис. 4. Сверхтекучая компонента не влияет на движение дисков. Однако нормальная или вязкая компонента будет частично увлекаться дисками в их колебательном движении. Измеряя изменение периода колебаний в зависимости от температуры, можно вычислить измене-

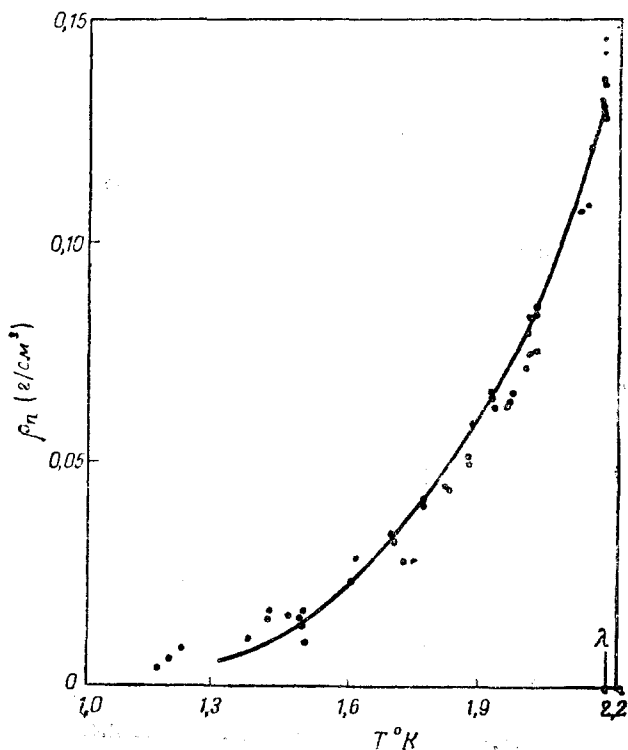


Рис. 5. Нормальная плотность ρ_n в г/см^3 . [Сплошная кривая проведена по данным Андроникашвили ^{А.48а}, точки — значения Холлис-Халлетта ^{Н.52а}.

ние полного момента инерции колеблющейся системы и отсюда получить относительную плотность нормальной компоненты при данной температуре. Подробности этих вычислений см. Холлис-Халлетт ^{Н.52а}.

Подобные эксперименты были затем произведены последовательно Андроникашвили ^{А.48а} и позднее Холлис-Халлеттом ^{Н.50а, Н.52а}.

их результаты показаны на рис. 5, из которого видно, что в пределах ошибок результаты обоих исследователей хорошо совпадают.

Приблизительно ход изменения ρ_n/ρ с температурой может быть выражен формулой

$$\frac{\rho_n}{\rho} = \left(\frac{T}{T_\lambda} \right)^\sigma, \quad (2.2)$$

где $T_\lambda = 2,18^\circ \text{K}$ (λ -точка). Результаты Андроникашвили показывают, что одно значение σ не может перекрывать всю область температур. Для $1,3^\circ < T < 1,7^\circ \text{K}$ $\sigma = 6,8$, для $1,8^\circ \text{K} < T < 2,18^\circ \text{K}$ $\sigma = 5,3$. Эти результаты, следовательно, могут казаться отчасти противоречащими утверждениям, сделанным ранее Лондоном L. 47 и L. 46a

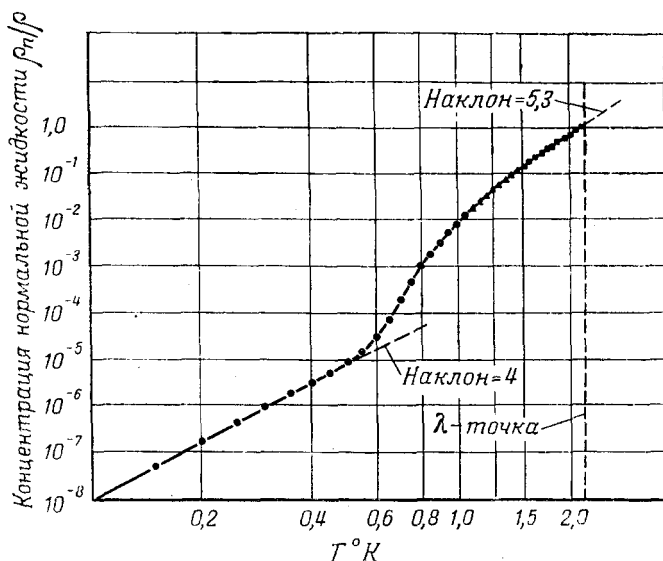


Рис. 6. Зависимость концентрации нормальной жидкости ρ_n/ρ от T ; заимствовано из работы де Клерка, Хадсона и Пеллама ^{K.53b}; ● — данные де Клерка, Хадсона и Пеллама ^{K.53a}; ▲ — данные Пешкова ^{П.46b}, ^{П.48c} и Маурера и Герлина ^{M.49d}, полученные из измерений второго звука; ■ — данные Андроникашвили ^{A.46}, полученные из измерений с колеблющимся диском. Во избежание путаницы перекрытие трёх серий измерений не показано.

и Тиссой T. 47 об единственном значении для σ , равном 5,5. Однако в измерениях при низких температурах процентное содержание нормальной компоненты мало и, следовательно, возможная относительная ошибка измерений больше, чем при высоких температурах. В области более низких температур значение ρ_n/ρ более точно определяется из опытов со вторым звуком. Значения ρ_n/ρ могут быть

вычислены по измеренной скорости второго звука (см. § 9), как это было, например, сделано Пешковым *И. 46b, И. 48c*, Бендом и Мейером *В. 48a* и недавно де Клерком, Хадсоном и Пелламом *К. 53b*. Эти значения очень хорошо согласуются с результатами, полученными описанным выше прямым методом.

Дополнительный косвенный метод определения ρ_n дают опыты с диском Рэлея во втором звуке, как сообщалось Пелламом и со-трудниками *Р. 50a* и *Р. 52b* (см. также раздел 9.6).

Эти измерения позволяют определить величину ρ_n/S при низких температурах (около $1,3^\circ - 1,6^\circ \text{K}$), где S — энтропия 1 г жидкого гелия II. Используя значения энтропии, полученные ранее Капицей *К. 41a*, Пеллам и Хадсон убедились в наличии хорошего согласия между их значениями ρ_n и значениями ρ_n , найденными Андроникашвили *А. 48a*. Недавние измерения скорости второго звука ниже 1°K , выполненные де Клерком, Хадсоном и Пелламом *К. 53a*, позволяют вычислить ρ_n/ρ в этой температурной области. Значения, полученные де Клерком, Хадсоном и Пелламом *К. 53b* с помощью данных о теплоёмкости, найденных Крамерсом *К. 52a*, графически изображены на рис. 6. Если сохранить интерполяционную формулу (2.2), то видно, что для $0,7^\circ < T < 1,5^\circ$ σ изменяется от наивысшего значения 13 до 6, тогда как для интервала температур $0,3^\circ < T < 0,6^\circ \text{K}$ $\sigma = 4$. Отсюда следует, что даже при исключении области ниже $0,6^\circ \text{K}$ формула вида (2.2) совершенно непригодна (см. разделы 4.7 и 9.4).

2.4. Метод колеблющегося диска или цилиндра

Используя значения плотности нормальной компоненты ρ_n и производя измерения методом колеблющегося диска, можно сделать дальнейшие выводы относительно вязкости нормальной компоненты гелия II. Эти измерения позволяют определить лишь произведение вязкости на плотность. Как Тисса *Т. 47*, так и Ландау *Л. 41a* указывали на то, что таким способом определяется не величина $\eta\rho$, где ρ — полная плотность жидкости, как это принималось для получения значений вязкости, изображённых на рис. 3, а величина $\eta_n\rho_n$, где η_n — вязкость нормальной компоненты.

Значения η_n в гелии II, полученные описанным способом из наиболее поздних и надёжных измерений методом колеблющегося диска Андроникашвили *А. 48b*, де Тройером *Т. 51a* и Холлис-Халлеттом *Н. 52a*, приведены на рис. 7. В вычислениях, выполненных последним автором, значения ρ_n были взяты из измерений Пешкова по второму звуку. Из рисунка видно, что между результатами различных авторов существует хорошее согласие.

В последнее время Холлис-Халлеттом (см. обзор Аткинса *А. 52a* *) произведены измерения «нормальной» вязкости η_n гелия II методом

*) Более полное сообщение см. Proc. Cambr. Phil. Soc. 49, 717 (1953).

вращающегося цилиндра; при этом измерялся вращательный момент, действующий на внутренний цилиндр, в зависимости от скорости вращения внешнего концентрического цилиндра. При таком устройстве непосредственно измерялся параметр η_n вместо параметра $\eta_n^{\text{сн}}$.

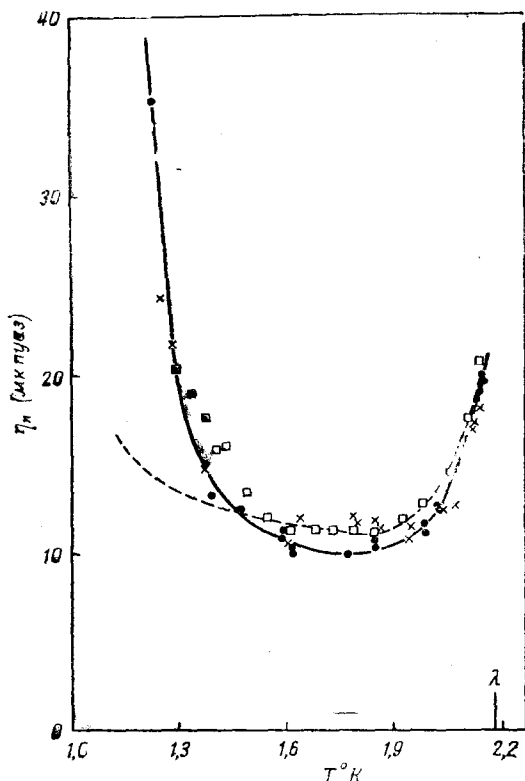


Рис. 7. «Нормальная» вязкость η_n в гелии II. Кружки — данные Холлис-Халлетта^{H.52a}, квадратики — Андроникашвили^{A.48a}, крестики — де Тройера и др. Пунктирная кривая изображает результаты Холлис-Халлетта, полученные на вискозиметре с вращающимся цилиндром, как это дано в обзоре Аткинса^{A.52a}.

получаемого в вискозиметре с колеблющимся диском. К сожалению, наблюдаемый момент сил, действовавший на внутренний цилиндр, не был прямо пропорционален скорости вращения внешнего цилиндра, как следовало бы ожидать для нормальной жидкости. Однако экстраполируя результаты к нулевой скорости вращения, можно сделать предварительную оценку η_n . Результаты такой оценки

показаны пунктиром на рис. 7, из которого видно, что значения η_n , полученные этим способом, хорошо согласуются со значениями η_n , полученными методом колеблющегося диска, для температур от T_λ до, приблизительно, $1,6^\circ \text{K}$. Ниже $1,6^\circ$ обе серии результатов расходятся: значения, найденные методом вращающегося цилиндра, меньше. Такое расхождение при низких температурах может отражать ненадёжность значений ρ_n , взятых из данных по второму звуку и использованных для вычислений η_n из данных экспериментов с колеблющимся диском.

Следует отметить, что величина вязкости η_n , найденная методом вращающегося цилиндра, мало изменяется с температурой по сравнению со значениями, полученными с колеблющимся диском и изображёнными на рис. 3. Как видно из рис. 7, η_n изменяется не более чем в 2 раза между T_λ и $1,3^\circ \text{K}$. Более того, из данных обоих методов наблюдения (как метода диска, так и метода цилиндра) следует, что при низких температурах η_n начинает обнаруживать отрицательный температурный коэффициент η_n , аналогичный коэффициентам нормальных жидкостей (ср. жидкий водород $K. 38b$), в то время как у гелия I $\frac{\partial \eta}{\partial T}$ положительно. Этот отрицательный температурный коэффициент η_n ниже $1,7^\circ \text{K}$ противоположен тому, какой следовало бы ожидать для поведения «газоподобной» нормальной компоненты.

Теория, объясняющая возрастание вязкости с уменьшением температуры ниже $1,7^\circ \text{K}$, была выдвинута Ландау и Халатниковым $L. 49a$. Теория основана главным образом на предположении о быстром уменьшении числа рассеивающих центров (ротоннов) с понижением температуры. Более полное рассмотрение этого вопроса дано в разделе 9.1.

2.5. Течение гелия II через узкие щели

Сверхтекучее движение жидкого гелия II через очень узкие каналы впервые наблюдались Капицей $K. 38a$ и Алленом и Майзнером $A. 38a$. Несмотря на то, что ранние работы были уже рассмотрены в обзорах $K. 42, 49b$ и $D. 40$, здесь приводится краткое изложение этих фундаментальных результатов, необходимых для полного обсуждения явления течения гелия II.

Аллен и Майзнер детально исследовали свойства сверхтекучего движения $A. 38b$ и $A. 39a$; другие авторы, а именно Капица $K. 41a$, Джоук, Стоут и Барно $G. 38, G. 39$ и Джонс, Вильгельм и Грэйсон-Смит $J. 39a$ также сообщали о своих измерениях течения через узкие капилляры. Интересен метод, при помощи которого Аллен и Майзнер изготавливали свои самые тонкие капилляры; он широко использовался в других экспериментах (см. Браун и Мендельсон $B. 47a$). Авторы вводили пучок тонкой проволоки из нержавеющей стали (около 1000 проволок

диаметром около $6 \cdot 10^{-2}$ см) в трубку из нейзильбера и протягивали трубку через последовательный ряд стальных фильер. Таким путём были изготовлены капилляры шириной порядка 10^{-5} см.

Основные результаты, полученные Алленом и Майзнером с лучшими капиллярами, могут быть сформулированы следующим образом *):

а) Объёмная скорость перетекания при температурах ниже 2°K становилась независимой от перепада давлений;

б) скорость истечения не была пропорциональной квадрату радиуса капилляра, как следовало бы ожидать для нормальной вязкой жидкости; вместо этого скорость возрастала пропорционально уменьшению ширины капилляра, откуда можно было заключить, что течение, в основном, является поверхностным эффектом;

с) объёмная скорость не была обратно пропорциональна длине капилляра, как следовало бы ожидать из обычной гидродинамики, а стремилась с увеличением длины к пределу, не зависящему от длины капилляра;

д) скорость течения (определённая как объём, вытекающий за секунду, делённый на поперечное сечение капилляра) зависела от температуры, как показано на рис. 8. Эта температурная зависимость очень близка как по величине, так и по форме к аналогичной зависимости для течения поверхностной плёнки (см. раздел 7.1). При такой зависимости (или независимости) от различных упомя-

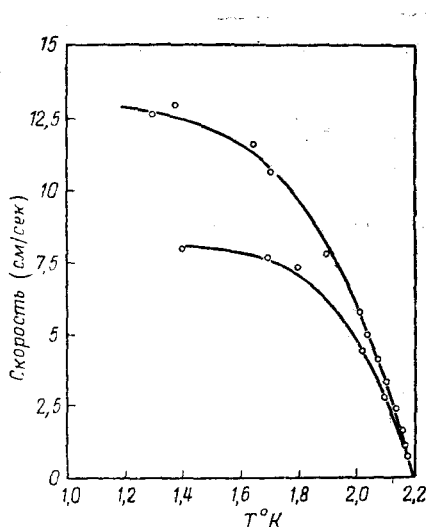


Рис. 8. Критическая (или максимальная) скорость течения гелия II в см/сек через узкие капилляры при перепаде давления в 160 дин/см^2 по измерениям Аллена и Майзнера^{A.39a}. Верхняя кривая — для капилляра диаметром $1,2 \cdot 10^{-5}$ см; нижняя для капилляра диаметром $7,9 \cdot 10^{-5}$ см.

*) Аллен и Майзнер^{A.39a} также производили эксперименты с течением гелия II через трубки, заполненные прессованным порошком с частицами размером около 10^{-5} см. Они установили заметную зависимость протекающего объёма от перепада давлений при всех температурах, откуда можно было заключить, что течение гелия II через порошок отличается от течения через капилляры. Подобные заключения были сделаны Бауерсом, Чандрасекаром и Мендельсоном^{B.50b} и С.53a из экспериментов с порошком, и Бауерсом и Уайтом^{B.51b} и Уайтом^{W.51a} из экспериментов с течением через пористые мембраны.

нутых выше параметров ясно, что уравнения обычной гидродинамики неприменимы и что вообще нельзя определять обычным способом вязкость гелия II из опытов с течением через узкие капилляры. Для течения через капилляры промежуточных размеров результаты, как можно было ожидать, обнаружили сложное соединение вязкого гидродинамического течения со «сверхтекучим» течением, свойственным узким капиллярам. Поэтому их количественная интерпретация очень трудна (см. раздел 8.1). Более того, как отмечено в разделе 4.1, теперь известно, что сверхтекучий поток сильно зависит от малых разностей температур, установившихся на концах капилляров. Следовательно, при отсутствии прямого наблюдения точных значений температур в экспериментах Аллена и Майзнера полная количественная интерпретация невозможна, хотя, по предположению, эти эксперименты и были квазиизотермическими. Заметное сходство результатов, полученных с тончайшими капиллярами и с перетеканием по поверхностной плёнке (см. раздел 7.1), привели Аллена и Майзнера к заключению о существовании двух потоков: во-первых, поверхностного сверхтекучего потока, который может быть отождествлён с потоком по поверхностной плёнке, и, во-вторых, объёмного потока, который, возможно, подчиняется обычной гидродинамике. С уменьшением ширины капилляра поверхностный или сверхтекучий поток начнёт преобладать и в результате устанавливается течение с предельной скоростью $v_{кр}$, которая является функцией температуры (см. рис. 8).

Вопрос о величине этой критической скорости для сверхтекучего потока $v_{кр}$ в узких капиллярах и её зависимости от ширины капилляра подробно исследовался рядом экспериментаторов, но, как будет видно, полученные результаты до некоторой степени противоречивы и в настоящее время невозможно дать точную картину явления. Интересно сравнить значения $v_{кр}$, полученные различными авторами при наинизших температурах, где, как это следует, например, из рис. 8, $v_{кр}$ стремится к пределу, не зависящему от температуры. Большая часть известных результатов представлена в таблице I. Из таблицы следует, что согласие между данными различных авторов имеет место только по порядку величины.

Было предположено, как это подробно рассмотрено в разделе 7.5, что для сверхтекучего потока справедливо следующее соотношение между $v_{кр}$ и диаметром капилляра d :

$$m \cdot v_{кр} \cdot d \approx \hbar, \quad (2.3)$$

где m — масса атома гелия. Численно это даёт

$$v_{кр} \cdot d \approx 10^{-4} \text{ см}^2/\text{сек}. \quad (2.4)$$

В случае поверхностной плёнки гелия это соотношение подтверждено экспериментально (см. раздел 7.5 и последнюю строку табл. I). Однако для сверхтекучего движения через очень узкие капилляры,

как видно из таблицы, наблюдаемые значения произведений $v_{кр} \cdot d$ не являются независимыми от d , чего требует уравнение (2.3). Более того, во всех случаях, кроме наблюдений Аллена и Майзнера с тончайшими капиллярами ($d = 1,2 \times 10^{-5}$ см), это произведение численно много больше, чем следует из уравнения (2.4). Недавние

Таблица I

Критические скорости сверхтекучего движения через узкие капилляры

Температура °К	$d \times 10^5$ (см)	$v_{кр}$ (см/сек)	$v_{кр} \cdot d \times 10^4$ (см ² /сек)	$v_{кр} \cdot d^{1/2} \times 10^3$ (ед. CGS)	Литературные ссылки
1,2	1,2	13	1,6	45	A.39a
1,2	7,9	8	6,3	71	A.39a
1,54	3	40	12	220	K.41b
1,54	30	14	42	240	K.41b
1,58	2	23	4,6	105	M.47a
1,52	3	20	6	110	M.47a
1,66	10	15	15	150	M.47a
1,35	12	25	30	275	B.52
Поверхностная плёнка					
1,5	0,2	40	0,8	57	см. §раздел 7.4

эксперименты Бауерса, Брюера и Мендельсона В. 51a с ненасыщенными поверхностными плёнками также привели авторов к заключению, что $v_{кр} \cdot d$ не постоянно. За неимением более точных и определённых экспериментов по этому вопросу уравнение (2.3) лишь с существенными оговорками может быть применено к сверхтекучему движению жидкости через узкие капилляры.

Мотт М. 49b предположил иной механизм для расчёта максимума средней скорости сверхтекучего движения и нашёл, что $v_{кр}$ пропорционально $d^{-1/2}$, а не d^{-1} как в уравнении (2.3). Модель Мотта предполагает наличие границы между движущейся сверхтекучей частью и сверхтекучей частью, остающейся в покое; поверхностное натяжение на этой границе будет уравновешивать разность давлений Бернулли в этих частях и, следовательно, противодействовать росту покоящегося объёма за счёт объёма, находящегося в движении. Критическая или максимальная скорость движения наступит тогда, когда силы поверхностного натяжения смогут удерживать границу в равновесии (дальнейшее рассмотрение см. раздел 2.6). Подробное описание метода измерений $v_{кр}$, использованного Капичей К. 41a и Мейером и Меллинком М. 47a, будет дано в разделе 4.2.

Серия экспериментов по перетеканию гелия II через узкие капилляры была проведена сравнительно недавно Мендельсоном и сотрудниками (Бауерс и Мендельсон В. 50а, В. 52, Бауерс, Чандрасекар и Мендельсон В. 50б, Бауерс и Уайт В. 51б), с целью исследовать градиенты давления, существующие внутри самих капилляров. Хотя полученные результаты сложны, особенно когда капилляры были получены на-

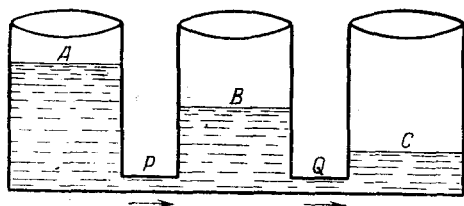


Рис. 9. Схема перетекания в экспериментах Мендельсона и сотрудников В. 50а, В. 50 в и С. 53а.

бивкой порошка, их интерпретация выдвинула интересные проблемы. Принцип экспериментального метода схематически показан на рис. 9, который изображает три резервуара A, B и C, соединённые узкими капиллярами P и Q. A, B и C помещены в одну и ту же ванну жидкого гелия и, следовательно, находятся при одной и той же температуре. Вследствие того, что уровень в A

выше, чем в C, имеет место сверхтекучий поток из A в C через B. Выбором геометрии системы можно добиться того, что при стационарном режиме критическая скорость движения будет достигнута в капилляре P, в то время как скорость v_Q в капилляре Q будет меньше $v_{кр}$ или наоборот. Было установлено, что если, например, $v_P < v_{кр}$ и $v_Q = v_{кр}$, то при стационарном режиме жидкость в сосудах A и B устанавливается на одном и том же уровне, и существует разность уровней между B и C. Это означает, что сверхтекучий поток из A в B при скорости, меньшей чем максимальная критическая скорость, происходит без наличия какого бы то ни было перепада давления на концах соединительного капилляра, и, более того, весь скачок давления сосредоточен в капилляре с наибольшим «сопротивлением» потоку. Эксперименты, приведшие к этим результатам, были выполнены с капиллярами шириной около 10^{-4} см, полученными либо спаиванием стеклянных поверхностей, либо в пористых мембранах. Другие эксперименты В. 50б, С. 53а подобного типа, с использованием капилляров, заполненных порошком, обнаружили более сложную картину. Эти результаты требуют значительной осторожности при рассмотрении перепада давления в узких капиллярах и наводят на мысль о том, что, возможно, перепад давления существует только на входе или выходе капилляра. Краткое обсуждение возможных следствий было проведено Мейером и Бандом М. 48а. Более того, так как сверхтекучий поток должен сопровождаться тепловым потоком (см. раздел 4), оказывается, что полная интерпретация явления нуждается в дальнейших экспериментах по изучению как распределения температур, так и распределения давлений.

Чтобы закончить рассмотрение движения гелия II через узкие капилляры, представляется уместным сделать здесь несколько замечаний относительно сил трения, рассмотренных ранее Аткинсом ^{А. 50b}. Из перечисленных выше фактов, а именно того, что для (а) самых узких капилляров максимальная или «критическая» (средняя) скорость движения не зависит от перепада давления и (б) для скоростей движения, меньших чем $v_{кр}$, перепад давления равен нулю или, по крайней мере, очень мал, можно заключить, что силы трения, противодействующие движению, равны нулю или близки к нему для всех скоростей, меньших $v_{кр}$, и что для скоростей, больших чем $v_{кр}$, силы трения необычайно велики.

Такое изменение силы трения со скоростью показано на рис. 10 кривой А. Почти все данные относительно свойств переноса поверхностной плёнки также указывают (см. раздел 7) на то, что силы трения, противодействующие движению поверхностной плёнки, имеют тот же характер, что и изображаемые кривой А. Существует, однако, некоторое сомнение относительно формы кривой, для скоростей, немного меньших критической скорости. Так, например, Мендельсоном и Уайтом ^{М. 50a} и Аткинсом ^{А. 50b} было

найдено, что при вытекании гелия по поверхностной плёнке из пробирки скорость течения начинает непрерывно убывать по сравнению с критической скоростью, когда перепад давления уменьшается от значений около 3 мм жидкого гелия до нуля, тогда как для перепадов давления Δp , больших чем 3 мм, скорость течения остаётся постоянной, т. е. не зависящей от дальнейшего увеличения Δp . Наблюдаемая сглаженная зависимость Δp от скорости при $\Delta p \rightarrow 0$ могла бы быть объяснена силами трения, изображёнными на рис. 10 пунктирным участком кривой В. Более того, вследствие наблюдаемого сходства между течением через узкие капилляры и течением по поверхностным плёнкам можно полагать, что изменение кривой трения от В до А (рис. 10) могло бы относиться также и к течению массивной жидкости через узкие капилляры.

Другое объяснение уменьшения скорости с уменьшением Δp можно найти в энергетическом балансе. Для свободного падения, например, с высоты 3 мм или меньшей нельзя получить скорость, превышающую 24 см/сек, и кривая зависимости скорости от Δp должна быть параболой для всех скоростей, меньших $v_{кр}$. Это объяснение, повидимому, не было подтверждено недавними наблю-

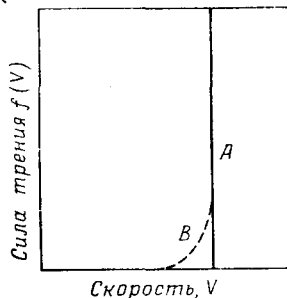


Рис. 10. Зависимость силы трения от скорости (по Аткинсу ^{А. 50b}). Кривая А — упрощенная теория критической скорости. Кривая В — изменённая теория критической скорости.

дениями Пайкуса^{Р. 53а}, который исследовал движение плёнки при малых перепадах давлений, или экспериментами Мендельсона и сотрудников В. 50а, В. 52, В. 50б, В. 51б, описанными выше. Очевидно, как это было подчеркнуто ранее, необходимы дальнейшие эксперименты, чтобы сделать окончательные выводы по этим вопросам сверхтекучести.

2.6. Течение гелия II через широкие щели

Течение гелия II через узкие капилляры и по поверхностным плёнкам характеризуется критической скоростью и почти полной независимостью скорости от перепада давления. Это можно интерпретировать как указание на то, что при скоростях, равных $v_{кр}$, вступают в действие силы трения, которые делают невозможным дальнейшее увеличение скорости.

С другой стороны, течение гелия II через широкие капилляры ($d \geq 10^{-3}$ см) не обнаруживает наличия какой-либо «критической скорости» (если критическая скорость и существует, она должна быть очень малой) и силы трения не столь велики, чтобы препятствовать непрерывному росту скорости течения с ростом перепада давления. Таким образом течение через широкие капилляры не обнаруживает полной сверхтекучести, которая характерна для течения через узкие капилляры. Следовательно, исследование течения в широких капиллярах представляет интерес для оценки характера сил трения, действующих в не-сверхтекучей части потока гелия II (более подробно см. раздел 8.1).

Подробные экспериментальные исследования течения гелия II через широкие капилляры были выполнены несколько лет тому назад Алленом и Майзнером^{А. 39а} и Джонсом, Вильгельмом и Грейсоном^{Д. 39а}. Недавно этот вопрос вновь был рассмотрен в свете последних теоретических представлений в работах Аткинса^{А. 51а} и Ханга, Ханта и Уинкля^{Н. 52с}. Все, кроме последних авторов, использовали, в основном, один и тот же экспериментальный метод, а именно наблюдение изотермического движения жидкого гелия II из цилиндрического сосуда известного внутреннего диаметра через капилляр, присоединённый ко дну резервуара. При подобной методике должны быть введены поправки на такие вторичные эффекты, как вытекание гелия из резервуара по поверхностной плёнке и существование возможных разностей температур между внутренним и внешним резервуарами. Подробности об этих поправках читатель найдёт в оригинальных работах.

Для иллюстрации заметной разницы в характере течения через широкие и узкие капилляры типичны результаты, полученные Аткинсом^{А. 51а} при $1,22^\circ$ К для цилиндрических капилляров различных диаметров, приведённые на рис. 11 и 12. На этих графиках отложена наблюдаемая скорость течения в зависимости от перепада давления Δp . Во-первых, хотя и могут быть сделаны известные предположения относительно $v_{кр}$, видно, что нельзя заключить с уверенностью, что все

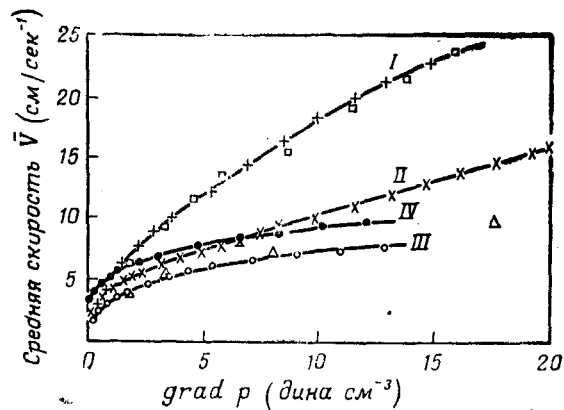


Рис. 11. Средняя скорость течения как функция перепада давления согласно Аткинсу^{A.51a}. Температура 1,22°K.

Капилляр	Диаметр	Длина
I	$4,40 \times 10^{-2}$ см	8,04 см (+), 1,75 см (□)
II	$2,03 \times 10^{-2}$ см	7,90 см
III	$0,815 \times 10^{-2}$ см	8,03 см (○) 0,83 см (Δ)
IV	$0,262 \times 10^{-2}$ см	7,76 см

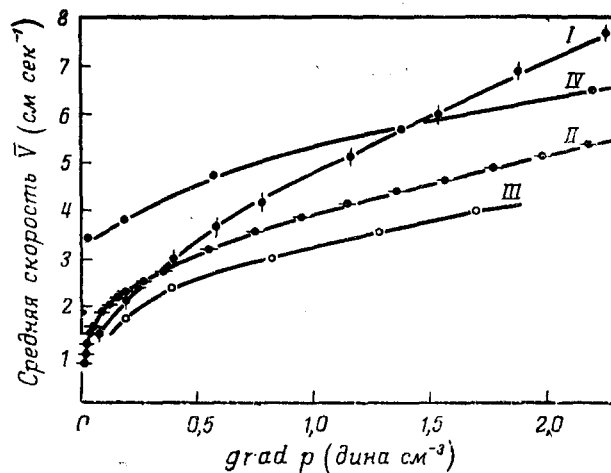


Рис. 12. Средняя скорость течения как функция перепада давления согласно Аткинсу^{A.51a}. Температура 1,22° K.

Капилляр	Диаметр	Длина
I	$4,40 \times 10^{-2}$ см	48,6 см
II	$2,03 \times 10^{-2}$ см	46,6 см
III	$0,815 \times 10^{-2}$ см	8,03 см
IV	$0,262 \times 10^{-2}$ см	7,76 см

кривые пересекают ось скоростей $\Delta p = 0$ на конечных расстояниях от нуля, как это должно быть, если существует «критическая» скорость для безвязкостного течения. Во-вторых, с увеличением перепада давления скорость непрерывно возрастает, не обнаруживая и намёка на «насыщение», как в случае движения через узкие капилляры. Наклон кривых, однако, совершенно не соответствует наклону, ожидаемому для нормального гидродинамического потока, что указывает на сложный характер участвующих здесь сил трения. Оказывается, что для объяснения результатов во всей температурной области необходима некоторая комбинация из члена, содержащего критическую скорость, и других диссипативных членов. Это заключение было сделано Джонсом^{J. 39b} в его подробном анализе результатов Аллена и Майзнера^{A. 39a}.

Аткинс^{A. 51a} сделал попытку интерпретировать свои результаты при помощи уравнения

$$v = v_1(d) + v_2(\text{grad } p) + v_3(d, \text{grad } p) \quad (2.5)$$

и нашёл, что

$$v_3 = a(d) \text{ grad } p. \quad (2.6)$$

Однако это приводит к заключению, что $a(d)$ имеет минимум при $d = 8 \cdot 10^{-3}$, что является удивительным и кажется несколько произвольным, если вспомнить, что были измерены всего лишь четыре различных капилляра. Это затруднение может быть устранено только отказом от данных для капилляра наименьшего диаметра.

Принято пытаться описывать эти сложные силы трения при помощи двухкомпонентной модели. Тогда для случая стационарного изотермического течения ускорения сверхтекучей и нормальной компонент равны нулю и можно написать в общем виде (см. раздел 8)*):

$$\begin{aligned} -\frac{\rho_s}{\rho} \text{ grad } p &= F_r + F_s, \\ -\frac{\rho_n}{\rho} \text{ grad } p &= -F_r + F_n - \eta_n \nabla^2 V_n, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где F_r — сила взаимного трения, обусловленная относительным движением сверхтекучей и нормальной жидкостей: $F_r = f(v_s - v_n)$; F_s и F_n — неопределённые силы трения, зависящие соответственно только от сверхтекучей скорости v_s и нормальной скорости v_n ; третий член правой части второго из соотношений (2.7) описывает обычный эффект вязкости.

Для описания характера сил F_r , F_s и F_n были выдвинуты различные предположения, часть из которых изложена в общих чертах ниже, в разделе 8. Наиболее широко было исследовано предположение Гортера и Меллинка^{G. 49a}, которые для объяснения данных по теплопроводности гелия II (см. раздел 5) допустили, что доми-

*) По этому вопросу см. также недавний обзор Аткинса^{A. 52a}.

нирующим членом является F_r — сила взаимного трения и что F_r пропорциональна третьей степени относительной скорости $(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$.

Согласно Горттеру и Мелинку для изотермического постоянного потока под действием градиента давления:

$$\begin{aligned}\frac{\rho_s}{\rho} \operatorname{grad} p &= A \rho_s \rho_n (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^3, \\ \frac{\rho_n}{\rho} \operatorname{grad} p &= -A \rho_s \rho_n (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^3 + \eta_n \nabla^2 \mathbf{v}_n,\end{aligned}\quad (2.8)$$

где A — постоянная, характеризующая взаимное трение. Как было показано Аткинсом^{А. 51а}, эти уравнения приводят к следующему выражению для средней скорости потока $\bar{v}$ через цилиндрический капилляр радиуса r :

$$v = \frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{-\operatorname{grad} p}{A \rho_s \rho_n} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{d^2 (-\operatorname{grad} p)}{32 \eta_n}. \quad (2.9)$$

Сравнивая свои экспериментальные результаты с теорией движения гелия II через широкие капилляры, Аткинс^{А. 51а} установил, что наблюдаемые изменения v с $\operatorname{grad} p$ происходят в соответствии с уравнением (2.9); это подтверждает гипотезу о пропорциональности силы взаимного трения третьей степени $(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)$. Делая предположение, что в капилляре III (см. подпись к рис. 11) v_3 (см. уравнение (2.5)) ничтожно мало, Аткинс оценил постоянную Горттера и Меллинка и нашёл приблизительное согласие со значениями Горттера и Меллинка. Более того, коэффициент A оказался постоянным по порядку величины. Однако наблюдаемая зависимость v от d не совпадала с теоретической. Более поздние измерения Ханга, Ханта и Уинкля^{Н. 52с} (кратко описанные в разделе 5) течения через широкие капилляры также показали, что при достаточно больших относительных скоростях $F_r \sim (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)^3$. Однако эти новые измерения показали также, что A (см. уравнение 2.8) не постоянно, а сильно зависит от ширины щели, особенно при низких температурах ($T \sim 1^\circ \text{K}$).

Аткинс предположил, что при течении через широкие щели следует учесть турбулентность, однако напомнил, что если принять основной постулат Ландау и Лондона, состоящий в том, что $\operatorname{rot} \mathbf{v}_s = 0$ (см. раздел 3), турбулентность, повидимому, не должна возникать, так как турбулентность в сверхтекучей жидкости вообще невозможна и едва ли существует в нормальной жидкости для наблюдаемых чисел Рейнольдса $\left(\text{для нормальной жидкости } R = \frac{1}{2} \bar{v} d \rho_n / \eta_n \leq 750 \right)$.

Однако несколько лет тому назад Джонс^{Д. 39b} указал, каким образом результаты Аллена и Майзнера по течению в широких капиллярах могут быть качественно интерпретированы при помощи предположения о существовании турбулентного потока в некоторых капиллярах. По нашему мнению также включение турбулентности

в число постулированных или неизвестных в настоящее время механизмов необходимо для объяснения поведения гелия II в широких капиллярах, ибо представляется очень характерным, что для своих самых широких капилляров Аллен и Майзнер нашли, что скорость течения падает по мере понижения температуры от λ -точки, в то время как для ламинарного потока второй член в уравнении (2.9) предсказывает увеличение скорости.

Более того, никаким выбором температурной зависимости постоянной Гортера—Меллинка A нельзя компенсировать поведение члена ламинарного потока в уравнении (2.9).

Для того чтобы показать возможность турбулентности, мы сравним данные Аллена и Майзнера и Аткинса при $1,2^\circ \text{K}$ с полуэмпирической формулой

$$v = \frac{a}{d^{1/2}} + bd^{1/2} (\text{grad } p)^{1/2}, \quad (2.10)$$

где a и b — постоянные. Первый член в этом уравнении соответствует выражению Мотта^{М. 49b} для критической скорости (см. (2.5)); второй член даёт приблизительное соотношение между скоростью, диаметром и давлением для классического турбулентного потока.

Постоянная a в уравнении (2.10) была определена, во-первых, из опытов Аллена и Майзнера по перетеканию по трём трубкам, набитым проволокой (предполагалось, что в столь тонких каналах течение не зависит от давления при $1,2^\circ \text{K}$) и, во-вторых, из результатов Аткинса, показанных на рис. 11 и 12 при некоторых разумных предположениях относительно критических скоростей.

Использованные данные представлены в таблице II и они дают значение $a = 0,07$ единиц CGS. Из таблицы II также ясно, что $v_{\text{кр}} d^{\frac{1}{2}}$ ближе к постоянной, чем $v_{\text{кр}} \cdot d$, что не столь заметно в таблице I.

Таблица II

Капилляр	Диаметр d , см	$v_{\text{кр}}$ при $\Delta p = 0$ (см/сек)	$v_{\text{кр}} \cdot d^{\frac{1}{2}}$ (ед. CGS)	$v_{\text{кр}} \cdot d$ (см ² /сек)	Ссылка
A	$4 \cdot 10^{-4}$	4	0,08	$16 \cdot 10^{-4}$	A.39a
B	$8 \cdot 10^{-5}$	8	0,07		
C	$1,2 \cdot 10^{-5}$	13	0,04	$1,6 \cdot 10^{-4}$	
I	$4,4 \cdot 10^{-2}$	0,5	0,10	$220 \cdot 10^{-4}$	A.51a
II	$2,03 \cdot 10^{-2}$	0,7	0,10		
III	$0,815 \cdot 10^{-2}$	1,0	0,08		
IV	$0,262 \cdot 10^{-2}$	3,1	0,15	$81 \cdot 10^{-4}$	

Чтобы проверить вид кривой, соответствующей уравнению (2.10), мы построили $\ln(v - v_{кр})$ как функцию $\ln(\text{grad } p)$ по данным Аткинса (см. рис. 11 и 12) и нашли, что наклоны этих кривых лежат между 0,43 и 0,59, так что мы могли взять показатель $\text{grad } p$ в уравнении (2.10) равным 0,5 с достаточной точностью.

При оценке b по данным Аткинса мы нашли для всех кривых при $5 < \text{grad } p < 15$, что $20 \leq b \leq 40$. Если положить $b = 30$, то уравнение (2.10) можно написать в виде

$$v = \frac{0,07}{d^{1/2}} + 30d^{1/2} (\text{grad } p)^{1/2}. \quad (2.11)$$

При сравнении этого уравнения с результатами Аллена и Майзнера^{А.39а} найдено полуколичественное согласие для зависимости

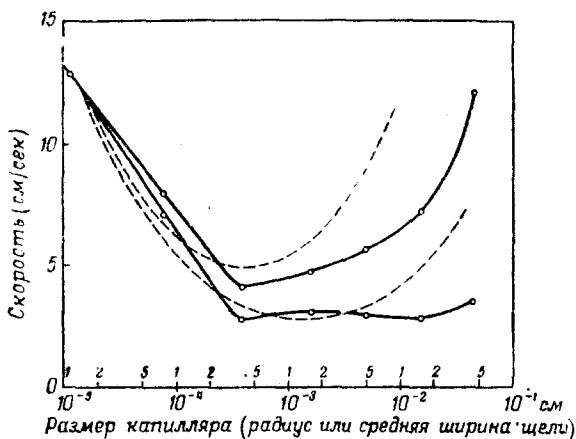


Рис. 13. Зависимость скорости от размеров капилляра для двух различных градиентов давления при $1,2^\circ \text{K}$. Сплошные кривые — экспериментальные результаты Аллена и Майзнера^{А.39а} (из рис. 6). Пунктирные кривые вычислены из уравнения (2.11), приведённого в тексте. Нижняя пара кривых соответствует $\text{grad } p = 0,75 \text{ дин} \cdot \text{см}^{-3}$, верхняя пара кривых — для $\text{grad } p = 8,0 \text{ дин} \cdot \text{см}^{-3}$.

скорости от диаметра; положение и значение минимума было предсказано с малой ошибкой. Сравнение экспериментальных результатов с уравнением (2.11) дано на рис. 13.

2.7. Проблема вязких сил

Природа сил трения, возникающих, например, при движении гелия II через широкие капилляры, была исследована экспериментально Холлис-Халлеттом^{Н.50а, Н.52а}. Эти эксперименты, вместе с

более поздними экспериментами того же автора^{Н. 52b}, в которых использовался вискозиметр с вращающимся цилиндром, были довольно подробно рассмотрены количественно в недавнем обзоре Аткинса^{А. 52a}. Поэтому мы ограничимся здесь качественным описанием основных результатов.

В своих измерениях вязкости гелия II при помощи вискозиметра с колеблющимся диском (см. раздел 2.4) Холлис-Халлетт расширил свои наблюдения до больших амплитуд колебаний, по сравнению с амплитудами, которые были использованы ранее. Если θ — амплитуда n -го колебания диска, то логарифмический декремент

$$\delta = -\frac{1}{2\pi} \frac{d \ln \theta_n}{dn} \quad (2.12)$$

является мерой тормозящих сил, действующих на диск. Для обычной вязкой жидкости δ не зависит от амплитуды, как было найдено Холлис-Халлеттом для гелия I. Однако в гелии II он нашёл, что логарифмический декремент δ не зависит от амплитуды для $\theta < 0,1$ радиана; для $\theta > 0,1$ радиана δ заметно увеличивается с амплитудой, особенно в измерениях при низких температурах.

Для того чтобы объяснить изменение δ с амплитудой, необходимо ввести силы трения более сложные, чем силы нормальной вязкости. Силы взаимного трения, вызванные относительным движением сверхтекучей и нормальной компонент жидкости, введённые Гортером и Меллинком^{Г. 49a} и равные (см. разделы 2.6 и 5.5)

$$F_r = A \rho_s \rho_n (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n), \quad (2.13)$$

могли бы объяснить результаты Холлис-Халлетта. Решение гидродинамических уравнений на основе теории взаимного трения Гортера — Меллинка для диска, колеблющегося в жидкости из двух компонент, было дано Званниконом^{З. 50b}; результаты этих вычислений представлены сплошной кривой на рис. 14. На этом рисунке разность декрементов ($\delta - \delta_0$) (δ_0 — декремент затухания при нулевой амплитуде) отложена как функция температуры. На рис. 14 отложены также результаты, полученные Холлис-Халлеттом, и пунктирная кривая, изображающая ρ_s в масштабе, соответствующем этим результатам. Видно, что силы трения Гортера — Меллинка, представленные сплошной кривой, непригодны для полного объяснения изменений δ с температурой. Более того, интересно отметить, что разность декрементов ($\delta - \delta_0$) оказывается пропорциональной плотности сверхтекучей компоненты — свойство, которое может указывать на то, что участвующие силы трения зависят только от v_s .

Эти интересные результаты, полученные на вискозиметре с колеблющимся диском для больших амплитуд, т. е. для больших периферических скоростей, были дополнены дальнейшей работой Холлис-Халлетта^{Н. 52a} по колебаниям стопки пластинок в жидком гелии II.

По существу это было повторением эксперимента Андроникашвили А. 46 (см. раздел 2.3), в котором, однако, исследовались колебания больших амплитуд. Для колебаний стопки пластинок Холлис-Халлетт нашёл, что не только логарифмический декремент δ увеличивается с увеличением амплитуды θ , как это имело место для одиночного диска, но что также и период колебаний увеличивается с увеличением θ .

Из увеличения периода следует, что сверхтекучая компонента всё более и более увлекается стопкой пластинок при больших скоростях, чего и нужно было ожидать, если бы существовала либо сила взаимного трения F_r , либо сила трения F_s между пластинкой и сверхтекучей компонентой. Подробные результаты показывают, что в то время как сила взаимного трения F_r , подобная силе, постулированной теорией Гортера — Меллинка, несомненно существует, в то же время должны существовать также и другие силы трения неустановленного характера.

Дальнейший эксперимент, указывающий на возможность вовлечения сверхтекучей компоненты во вращательное движение, был поставлен Осборном О. 50 *). В этом эксперименте цилиндрическая пробирка (внутренний диаметр 1,4 см) вращалась вокруг своей вертикальной оси с угловыми скоростями от восьми до семнадцати оборотов в секунду и наблюдалась форма мениска.

Было найдено, что во всей области температур мениск был параболическим и соответствовал мениску, который следовало ожидать, если бы вся жидкость вращалась со скоростью пробирки. Осборн заключил, что употреблявшиеся периферические скорости (от 35 до 70 см/сек) были выше «критических» скоростей сверхтекучего движения и поэтому сверхтекучая компонента увлекалась нормальной жидкостью.

Это заключение совпадает с упомянутыми выше заключениями, выведенными из экспериментов Холлис-Халлетта. Очень мало, однако, можно почерпнуть из эксперимента с периферическими скоростями, значения которых больше «критической» скорости и, в частности

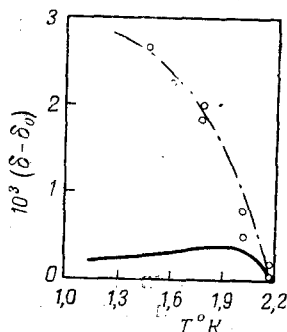


Рис. 14. Сравнение экспериментальных значений разности декрементов $(\delta - \delta_0)$, полученных для одиночного диска с амплитудой колебаний 0,215 радиан и периодом 3,78 сек. с теорией Гортера — Меллинка. Сплошная кривая — теоретическая, кружки — экспериментальные результаты, пунктирная кривая изображает ρ_s в масштабе, соответствующем этим точкам.

*) Аналогичные опыты были поставлены ранее Э. Л. Андроникашвили (Диссертация 1948); см. также Э. Л. Андроникашвили, И. П. Кавернин, ЖЭТФ, 28, 126 (1955). (Прим. перев.)

никаких заключений нельзя сделать относительно постулата Ландау *Л. 41a* и Лондона *Л. 46a*, что $\text{rot } \mathbf{V}_s = 0$ для докритических скоростей.

Недавно Андроникашвили *А. 54* также провёл эксперименты с вращающимся жидким гелием. Эти эксперименты в общих чертах подобны предложенным Лондоном *Л. 46b*. Система из стопки круглых пластинок, помещённая в медный цилиндр (аналогично тому, как это было сделано Андроникашвили *А. 46* в его измерениях ρ_n), была подвешена на упругой нити в жидком гелии II и приведена во вращение с постоянной скоростью 0,5 оборотов в секунду при $2,10^\circ \text{ K}$.

Система охлаждалась до $1,5^\circ \text{ K}$ и останавливалась электромагнитным демпфирующим устройством. Демпфирование затем убиралось и система нагревалась до $1,65^\circ \text{ K}$ за 15 сек., так что в результате нагрева ρ_n увеличивалось от 12 до 22%. Если сверхтекучая компонента находилась во вращении при низкой температуре, тогда при нагревании доля жидкости, перешедшая в нормальное состояние, должна передать свой момент сосуду. Никакого экспериментального доказательства того, что сосуд приобрёл такой момент, наблюдалось не было.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ МОДЕЛИ

3.1. Общие замечания

Как уже было указано, своеобразное положение с вязкостью гелия II разъясняется с помощью двухкомпонентной модели жидкости, в которой

$$\rho = \rho_s + \rho_n. \quad (3.1)$$

Макроскопические выводы из двухкомпонентной модели, характеризующейся этим и ещё несколькими уравнениями (которые будут приведены ниже), впервые широко обсуждались Тиссой *Т. 38a, Т. 38b, Т. 38c, Т. 40 **). Эти выводы будут описаны в разделах 4.7 и 8.1; здесь же мы кратко рассмотрим микроскопические теории, которые служат основанием этой модели и объясняют другие свойства гелия II. Наше изложение будет чисто качественным и далеко не исчерпывающим, так как в общем обзоре о свойствах гелия II нехватало бы места для подробного изложения; кроме того, такое изложение стало нецелесообразным после опубликования Динглем *Д. 52a* обзора по теориям гелия II. Будут рассмотрены четыре основные теории: теория Ф. Лондона *Л. 38a, Л. 38b*, теория Ландау *Л. 41a, Л. 41b, Л. 44a*, теория Грина *Г. 48a, Г. 48b* и теория Пригожина и Филиппо *Р. 52a, Р. 53b, Р. 53c ***). Первой по времени была теория Ф. Лондона. Она предшествовала феноменологической теории Тиссы и вызвала появление последней.

*) Независимо от Тиссы Л. Д. Ландау *Л. 41a, Л. 415* сформулировал, обосновал и подробно исследовал двухкомпонентную модель. (*Прим. перев.*)

**) Добавления авторов при корректуре. К сожалению, теория Фейнмана была опубликована после написания этого обзора. См. приложение и сноску на стр. 376.

3.2. Теория Лондона

Лондон L. 38a, L. 38b указал на сходство между переходом гелия I в гелий II и явлением вырождения, происходящим при достаточно низких температурах в идеальном газе Бозе—Эйнштейна. Вырождение или «конденсация» идеального бозе-эйнштейновского газа состоит в том, что конечная часть всех частиц «опускается» на низший энергетический уровень, где частицы характеризуются равномерным распределением в конфигурационном пространстве, но одним единственным импульсом; можно сказать, что частицы упорядочены или «конденсированы» в пространстве импульсов. Эта конденсация является фазовым переходом третьего рода (разрыв производной теплоёмкости). С охлаждением ниже температуры вырождения, характеризующейся максимумом на кривой теплоёмкости, всё большее число частиц опускается на низший энергетический уровень, и энтропия газа быстро уменьшается, стремясь к нулю.

Поскольку не взаимодействующие атомы гелия подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна, Лондон предложил объяснить свойства гелия II на основе этой модели. Равномерное распределение газа в конфигурационном пространстве должно было, по его мнению, отражать тот факт, что у гелия II (как и у гелия I) не наблюдалось регулярной структуры K. 36a, R. 40, R. 47; упорядочение же в пространстве импульсов должно было соответствовать сверхтекущему потоку в гелии II. Разумеется, жидкий гелий ни в коей мере не является идеальным газом, так что модель далека до совершенства; однако температура вырождения для модели была найдена равной $3,13^\circ \text{K}$, что довольно близко к экспериментальному значению ($2,18^\circ$) λ -точки гелия II.

В других отношениях, однако, существует количественное различие между моделью идеального газа и жидким гелием. Аномальное поведение теплоёмкости у газа гораздо менее ярко выражено; изменение ρ_n и энтропии с температурой у модели идеального газа значительно медленнее, чем у жидкого гелия — σ в равенстве (2.2) для случая газа равно всего лишь $\frac{3}{2}$. Эти количественные расхождения побудили Лондона L. 39a модифицировать теорию, заменив плотность состояний свободных частиц плотностью состояний частиц, движущихся в некотором среднем потенциальном поле соседних атомов. Путём такого произвольного, сделанного ad hoc, изменения функции плотности состояний Лондон смог добиться соответствия теории с экспериментальными значениями теплоёмкости и увеличения показателя степени σ до 5. Однако при этом возникла следующая трудность: для получения желательной кривой теплоёмкости пришлось постулировать, что даже при абсолютном нуле «конденсируется» только часть (0,136) всех атомов. Такой постулат не согласуется с измерениями энтропии (раздел 4) и впоследствии был оставлен Лондоном L. 45.

Вывод Лондона о том, что необходимо усовершенствовать модель идеального бозе-эйнштейновского газа, рассматривая межмолекулярные

силы, был учтён в работах Гольдштейна^{G. 41}, Лэмба и Нордсик^{L. 41}, Беккера^{B. 50b}, Либфрида^{L. 50b} и Гальперна^{H. 52e, H. 52}, в которых рассматриваются эффекты, происходящие во внешних силовых полях.

Вслед за первой работой Лондона был выполнен целый ряд работ по теории бозе-эйнштейновского газа и её применению и применимости к проблеме жидкого гелия. Мы не будем сколько-нибудь детально разбирать эти работы. Отметим лишь некоторые усовершенствования теории. Бейль, де-Бур и Михельс^{B. 41} рассмотрели модель бозе-эйнштейновской жидкости со сглаженным потенциалом, причём предположили существование энергетической щели между основным состоянием молекул и всеми возбуждёнными состояниями. В одной из модификаций их теории ширина щели линейно зависит от заполнения основного состояния. В результате этих мер теоретическая кривая теплоёмкости приведена в лучшее соответствие с экспериментом вблизи T_λ . Тогда^{T. 51d} для обоснования существования энергетической щели предложил ввести в рассмотрение молекулы из нескольких атомов гелия, находящиеся в равновесии с основным состоянием. Его результаты сходны с результатами Бейля, де-Бура и Михельса. Гольдштейн^{G. 46} исследовал свойства бозе-эйнштейновской жидкости, обладающей некоторыми усреднёнными по объёму отклонениями от идеального газа, и рассмотрел вопрос о влиянии этих отклонений на порядок λ -перехода.

Дальнейшее, более строгое исследование бозе-эйнштейновской модели произведено Фейнманом^{F. 53a *}), показавшим, что взаимодействие между атомами гелия не исключает возможности λ -перехода, и Фридманом и Батлером^{F. 53b}, получившими приближённую функцию распределения бозе-эйнштейновского газа, обладающего взаимодействием. Рассматривая только силы отталкивания между молекулами, Фридман и Батлер получили для T_λ значение $2,4^\circ\text{K}$ и кривую теплоёмкости, лучше совпадающую с экспериментальными данными, чем кривая идеального газа.

Следует отметить, что ни одна из упомянутых выше теорий не объясняет хода теплоёмкости при температурах ниже $0,6^\circ\text{K}$. Наблюдённая теплоёмкость изменяется в этой области пропорционально T^3 (см. разделы 3.3 и 4) и, повидимому, связана с фононами в жидкости.

3.3. Теория Ландау

По мнению Ландау^{L. 41a, L. 44a}, тип статистики, которому подчиняются атомы гелия, не имеет ничего общего со сверхтекучестью гелия II. Основным же свойством гелия является то, что он остаётся жидким вплоть до абсолютного нуля. При абсолютном нуле жидкость должна находиться в основном состоянии; предполагается, что в этом

*) Полное изложение теории жидкого гелия Фейнмана появилось в печати, когда настоящий обзор был закончен. Читатель отсылается к оригинальным статьям, так как невозможно изложить эту теорию в сноске.

состоянии движение жидкости является безвихревым. Ландау пытался доказать последнее предположение, указывая на то, что возбуждение вихревого движения, которое квантуется, связано с сообщением системе конечной энергии, аналогично тому, как в атомных системах с возрастанием энергии связано увеличение момента количества движения. Приращение энергии Δ принимается положительным, т. е. предполагается, что система с единичным или большим вихревым возбуждением обладает большей энергией, чем в основном состоянии. Хотя это предположение не доказывает, что основное состояние является безвихревым, однако естественно предположить, что возбуждение вихревого движения связано с увеличением энтропии системы и, следовательно, соответствует удалению от абсолютного нуля.

Как указал Ландау, удаление от основного состояния может также происходить при возбуждении одного или нескольких квантов звуковых волн или «фононов». Ландау предложил по аналогии называть квант вихревого возбуждения «ротон»^{*)}). Таким образом, состояния, близкие к основному, характеризуются числами и энергиями возбуждённых фононов и ротонов, накладывающихся на основное состояние.

Пока такая суперпозиция справедлива, теплоёмкость и энтропия системы совпадают с теплоёмкостью и энтропией возбуждений — величинами, которые можно вычислить, если известен энергетический спектр возбуждений. Для фононов, как общепринято, $E = p u_1$, где E — энергия, p — величина импульса фонона, u_1 — скорость звука. Для ротонов Ландау предложил спектр в виде

$$E = \Delta + \frac{p^2}{2\mu}, \quad (3.2)$$

где Δ — упомянутое выше приращение энергии (или щель), p — импульс ротона, μ — его эффективная масса. Подбором параметров Δ и μ Ландау^{Л. 41а} добился совпадения кривой теплоёмкости ниже λ -точки с данными опыта. Для совпадения теплоёмкости в интервале температур от 1°K до $2,18^\circ \text{K}$ значения параметров были приняты равными $\frac{\Delta}{k} \approx 8 \div 9^\circ \text{K}$ и $\mu \approx 7 \div 8$ масс атома He^4 ^{**)} .

Ландау пришёл к заключению, что основное состояние и возбуждения играют роль, соответственно, сверхтекучей и нормальной

^{*)} Термин «ротон» был впервые предложен И. Е. Таммом. (Прим. перев.)

^{**)} Ландау^{Л. 41а} вычислил фононную теплоёмкость ($C_{\text{фон}} = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ г}^\circ \text{K} \text{ кал/г}^\circ \text{град}$) из измерений сжимаемости, произведённых Кеезом^{К. 36б}. Эту величину следует сравнивать со значением $C_{\text{фон}} = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ г}^\circ \text{K} \text{ кал/г}^\circ \text{град}$, полученным в недавних экспериментах Крамерса, Васшера и Гортера^{К. 52а}. Следует заметить, что при $1,0^\circ < T < 2,18^\circ \text{K}$ $C_{\text{фон}}$ пренебрежимо мала в сравнении с $C_{\text{рот}}$, если пользоваться выбранными значениями Δ и μ .

жидкостей. Возбуждения являются «нормальными», поскольку они могут рассеиваться и отражаться и тем самым создавать вязкость. Если по какой-то причине, например, из-за существования градиента температуры, происходит перенос возбуждения, то переносимое количество движения может быть вычислено как функция скорости переноса. Ландау установил, что отношение плотности импульса к скорости переноса равно нормальной плотности ρ_n . Если ρ_n меньше ρ , то их разность $\rho - \rho_n$ равна ρ_s — плотности основного состояния. Определённая таким образом *) нормальная плотность ρ_n растёт с повышением температуры; температура, при которой ρ_n равно ρ , является λ -точкой. Вычисленная таким образом T_λ (в предположении, что возбуждения образуют идеальный газ) оказалась равной 2,3° К, в хорошем согласии с наблюдаемой величиной.

Для того чтобы показать, что жидкость, связанная с основным состоянием, является сверхтекучей, Ландау рассмотрел течение гелия II по трубе и заключил, что гелий не может поглотить фонон со стенок трубы, пока он течёт относительно трубы со скоростью, меньшей скорости звука. Аналогично он заключил, что поглощение ротона невозможно, пока относительная скорость гелия меньше «критической скорости», равной $(2\Delta/\mu)^{1/2}$. При скоростях, меньших меньшей из этих двух скоростей (они одного порядка величины); текущий гелий не будет взаимодействовать со стенками, т. е. будет сверхтекучим, если только, как отметил Ландау, другие, ещё неизвестные причины не ограничат сверхтекучего характера течения.

С помощью подобных аргументов Ландау обосновал двухкомпонентную модель, в которой приобретают смысл уравнения (3.1) и другие уравнения макроскопической теории Тиссы. Следует, однако, подчеркнуть, что выражение «две компоненты» нельзя понимать буквально. На самом деле имеется одна жидкость, в которой благодаря низкой температуре возбуждены не все типы теплового движения. Существующие возбуждения могут переносить импульс независимо от всей жидкости и ведут себя как нормальная жидкость. Остальная, невозбуждённая часть жидкости ведёт себя как сверхтекучая жидкость.

В последней статье Ландау⁴⁷ изменил вид энергетического спектра ротонов и предположил зависимость

$$E = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu}. \quad (3.3)$$

*) Темперли^{51b} высказал предположение, что при весьма низких температурах такое «линейное» определение ρ_n не согласуется с «вращательным» определением, полученным из опытов с крутильными колебаниями стопки пластинок (см. раздел 2.3). Это различие может возникнуть, если в случае вращения некоторые возбуждённые состояния будут соответствовать нулевому угловому моменту. Дингль^{52a} не согласился с этим мнением.

Эта формула с тремя произвольными параметрами позволила привести вычисленную Ландау скорость второго звука (см. раздел 9) в лучшее соответствие с экспериментом. Ландау принял $\Delta/k = 9,6^\circ \text{K}$, $\mu = 0,77$ массы атома He^4 , $p_0/h = 1,95 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$. К сожалению, значения этих констант не могут быть проверены независимо. Можно лишь отметить, что выражение (3.3) с приведёнными значениями Δ , μ и p_0 согласуется с измерениями теплоёмкости.

Сделаем несколько замечаний по поводу этой теории. Во-первых, следует отметить, что теория почти ничего не сообщает о λ -переходе. Она может воспроизвести экспериментальную кривую теплоёмкости ниже λ -точки, но не предсказывает λ -разрыва на кривой теплоёмкости. Впрочем, вопрос о λ -разрыве и связанный с ним вопрос о порядке фазового перехода рассмотрены Гольдштейном^{Г. 53}, который подчеркнул важность роли фононов даже при температуре λ -перехода. Во-вторых, хотя вычисленные теоретически энтропия и ρ_n существенно зависят от знака и численного значения энергетической щели Δ , эту величину невозможно получить из какой-либо микроскопической модели. Например, нельзя сказать, будут ли знак и величина Δ для жидкого He^3 такими, что приведут к сверхтекучести. Наконец, неясна точная природа «ротона». Пожалуй, о ротоне можно сказать лишь одно: что он является возбуждением с энергией, определённой равенством (3.3).

В придании теории Ландау большей строгости достигнуты заметные успехи. Крониг и Теллунг^{К. 52b} дали квантовую теорию невихревого гидродинамического поля, в которой уточнено понятие о фононах. Недавно Теллунгу^{Т. 53b} удалось квантовать гидродинамическое поле, содержащее вихри. Полученный им гамильтониан содержит фононный член, ротонный член и член взаимодействия. К сожалению, энергетические уровни ротонного возбуждения определить не удалось.

3.4. Теория Грина

Теория Грина^{Г. 48a, Г. 48b} основывается на квантовой формулировке кинетической теории жидкости Борна и Грина^{В. 47b, В. 47c}.

Основной особенностью квантовой трактовки является, согласно Грину, различие между факторами интенсивности, определёнными, во-первых, термодинамически и, во-вторых, из кинетической теории. Особенно существенной является разница между термодинамическим давлением p , определённым из термодинамической формулы $p \cdot dV = dW$ (работа, произведённая при передвижении границы) и давлением p_1 — кинетическим давлением, градиент которого определяет среднее ускорение молекул. Термодинамическое давление даётся в виде ряда $p = p_1 + p_3 + p_5 + \dots$, где p_i по разному изменяются с температурой. Когда $p_3 + p_5 + \dots$ становится сравнимым с p_1 , жидкость перестаёт удовлетворять классическим термо-

динамическим формулам; в частности, первый закон термодинамики принимает различный вид в зависимости от того, покоится жидкость или она совершает поступательное, или же колебательное движение.

На этом различии между классической и квантовой жидкостями Грин строит объяснение свойств HeII. Вычисление показало, что $\pi = p_1 - p$ становится значительным, когда остаются возбуждёнными лишь энергии порядка $2h^2/mr_1^2$, т. е. перестают играть роль состояния с моментами $l=2,4$ и т. д. (r_1 — расстояние между атомами, на котором потенциальная энергия имеет минимум, равное для гелия трём атомным единицам). Это соответствует характеристической температуре

$$T_0 = \frac{2h^2}{mkr_1^2} \approx 2,3^\circ \text{ K},$$

которую Грин идентифицировал с температурой λ -перехода. Он показал, что ниже этой температуры возникают тепловые волны; эти волны переносят тепло и массу в противоположные стороны. Аномальные теплоёмкость и плотность гелия II связаны с наличием этих волн; термомеханические эффекты (см. раздел 4) объясняются с их же помощью.

Далее Грин указал, что при характеристической температуре T_0 радиальная функция распределения жидкости должна претерпевать значительные изменения; именно, при $T < T_0$ максимумы на

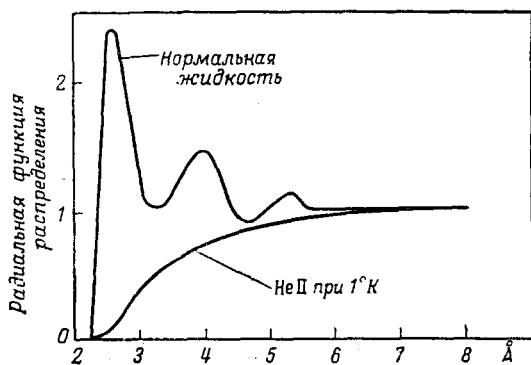


Рис. 15. Радиальная функция распределения. Верхняя кривая соответствует нормальной жидкости, нижняя для жидкого гелия II при 1° K согласно Грину^{G.48b}. (Кривые взяты из статьи Мендельсона^{M.49a}.)

радиальной функции распределения, характерные для нормальной жидкости, исчезают (рис. 15). Поскольку известно, что учёт состояний с большими угловыми моментами усиливает нормальные максимумы радиальной функции распределения, Грин заключил, что необычные свойства жидкого гелия должны исчезнуть выше T_0 .

По мнению Грина, разложение плотности согласно формуле (3.1) является искусственным. Грин заметил, что флуктуации давления можно интерпретировать как флуктуации плотности по формуле $\pi_0 = \pi + \Delta\pi = \pi_0 \frac{\rho_s}{\rho} + \pi_0 \frac{\rho_n}{\rho}$, но предупредил, что приписывание этим плотностям реального смысла может привести к неестественным и абсурдным выводам. В его теории двухкомпонентная модель, в сущности, отвергнута.

Более подробное обсуждение этой теории в пределах настоящего обзора невозможно из-за её большой математической сложности.

Переходя к критике этой теории, следует отметить, что некоторые авторы расходятся с Грином в самых основах теории; они полагают ρ_1 и ρ тождественно равными. Библиография по этому вопросу и дальнейшее его обсуждение приведены в обзоре Дингля^{D. 52a}. Другое замечание касается весьма заметного изменения радиальной функции распределения, которое, по предсказанию Грина, должно иметь место при λ -переходе (см. рис. 15). Показательно, что рентгеноструктурные исследования Кеезома и Такониса^{K. 36a} и Рики^{R. 40, R. 47, R. 53a} не обнаружили такого изменения.

3.5. Теория Пригожина и Филиппо

В недавно появившейся теории Пригожина и Филиппо^{P. 52a, P. 53b, P. 53c} даётся модель, объясняющая только тепловые свойства гелия II.

Попыток обсуждать динамические свойства жидкого гелия не делается. Предложенная модель является обобщением модели свободного объёма обыкновенной жидкости, развитой Леннард-Джонсом и Девоншайром. В теории свободного объёма функция распределения для жидкости выводится из функции распределения для одной молекулы, которая движется в ячейке или свободном объёме, ограниченном соседними молекулами. Пригожин и Филиппо обобщили эту модель, рассмотрев флуктуации числа частиц, занимающих ячейку. В случае обычных жидкостей вдалеке от их критических точек размеры ячейки таковы, что в ней содержится одна молекула; в случае же гелия, даже при низких температурах, благодаря большой нулевой энергии атомов объём ячейки (равный $V_{\text{мол}}/N_{\text{мол}}$) много больше (примерно в 3 раза), чем объём «твёрдой сферы» молекулы. Поэтому только в гелии можно ожидать, что ячейка может быть заполнена более чем одной молекулой. Авторы получили функцию распределения для случая, когда ячейку могут заполнять 0, 1 и 2 частицы, и обнаружили, что теплоёмкость этой модели больше теплоёмкости обыкновенной жидкости, причём теплоёмкость при разумном выборе энергетических констант имела максимум примерно в $1 \text{ кал/моль} \cdot \text{градус}$ при $1,5^\circ \text{ K}$. Вторая модель, в которой ячейка объёмом $2V/N$ могла заполняться 1, 2 или 3 частицами, приводила приблизительно к таким же ре-

результатам в случае бозе-эйнштейновских частиц; в случае же частиц Ферми горб на кривой теплоёмкости был смазан и точка максимума смещена к гораздо более высокой температуре (близкой к критической температуре гелия). Таким образом эта простая модель, показавшая в общих чертах, что λ -аномалия теплоёмкости возможна у He^4 и невозможна у He^3 , является в этом отношении эквивалентной гипотезе о бозе-эйнштейновской конденсации.

В двух последующих, статьях Пригожин и Филиппо показали, во-первых, что модель приводит к отрицательному коэффициенту теплового расширения ниже « λ -точки», т. е. максимуму плотности, и во-вторых, что флуктуации превращают гладкий горб теплоёмкости при T_λ в бесконечный скачок. Этот флуктуационный эффект, по мнению Пригожина и Филиппо, происходит потому, что «энергия возбуждения», связанная с появлением в ячейке двух атомов, убывает с увеличением числа флуктуаций, т. е. с повышением температуры.

3.6. Объединение моделей Ландау и Лондона по Темперли

Теория бозе-эйнштейновской жидкости Лондона довольно успешно объясняет свойства жидкого гелия вблизи T_λ . Кроме объяснения аномального хода удельной теплоёмкости, теория подводит логическую базу под объяснение вязкости жидкого гелия, являющегося в этой области температур скорее подобным газу, чем жидкости (см. раздел 2.1). Кроме того было установлено (см. раздел 3.7), что статистика частиц оказывает сильное влияние на их поведение: свойства жидкого He^3 во многом отличаются от свойств He^4 .

С другой стороны, теория Ландау находится в лучшем согласии с экспериментом при температурах ниже $0,6^\circ \text{K}$. Как уже отмечалось, теплоёмкость при низких температурах, очевидно, связана с продольными фононами. Далее, эксперименты со вторым звуком (раздел 9.4) также указывают на то, что нормальная плотность ρ_n включает эффективную плотность фононов, как это и предсказывал Ландау. Поэтому для того, чтобы теория, основанная на бозе-эйнштейновской конденсации, была бы справедлива при температурах ниже 1°K , необходимо прибавить фононную теплоёмкость и массу к теплоёмкости и массе газа Бозе.

Приняв во внимание эти результаты, Темперли^{Т. 52а} заключил, что метод Ландау, пригодный при самых низких температурах, перестаёт быть справедливым при температурах выше примерно $0,6^\circ \text{K}$, тогда как модель Лондона пригодна при температурах выше примерно $1,5^\circ \text{K}$. Между этими температурами лежит переходная область, в которой ни одна из моделей — ни фононная, ни модель почти идеального газа — не является достаточно хорошим приближением. Пытаясь примирить эти две модели, Темперли предложил недавно теорию^{Т. 52б}, в которой большие скопления частиц (со свой-

ствами решёток Дебая) в координатном пространстве находятся в статистическом равновесии с малыми скоплениями частиц в импульсном пространстве, играющими роль сверхтекучей компоненты *). λ -переход соответствует появлению скоплений в пространстве импульсов. Возможность образования таких скоплений двух типов, находящихся в равновесии друг с другом, Темперли объясняет тем известным фактом, что силы притяжения в гелии почти достаточны для образования стабильных молекул. Темперли полагает, что в He^3 образование скоплений в импульсном пространстве невозможно, ввиду различной симметрии атомов He^3 и He^4 .

3.7. Экспериментальные данные о связи между существованием λ -перехода и типом статистики

При выяснении достоинств этих теорий большой интерес имеет вопрос о важности статистики Бозе—Эйнштейна для сверхтекучести. В связи с этим большим вниманием пользуется редкий изотоп гелия с массой 3. Поскольку атомы подчиняются статистике Ферми—Дирака и, так как благодаря большому молярному объёму жидкого He^3 его можно уподобить идеальному газу Ферми—Дирака (аналогично тому, как Лондон уподобил жидкий He^4 идеальному газу Бозе—Эйнштейна), то можно ожидать, что жидкий He^3 не должен обладать свойством сверхтекучести. Этот критерий был предложен независимо Поллардом и Давидсоном^{Р. 42}, Франком^{Ф. 46} и Онсагером^{О. 48а}.

Первое экспериментальное указание на возможную важность типа статистики было сделано Доунтом и сотрудниками^{Д. 47а, Д. 47б}, изучавшими сверхтекучесть слабых растворов He^3 в He^4 . Они обнаружили, что атомы He^3 не принимают участия в сверхтекучести как в плёнках, так и в сплошной жидкости; этот результат был подтверждён Лэйном и сотрудниками^{Л. 48**}). Более убедительные опыты с течением чистого He^3 были проведены Осборном, Вейнстоном и Абрагамом^{О. 49а}, которые установили отсутствие сверхтекучести в интервале температур $1,05\text{—}3,2^\circ\text{К}$. Последующая работа Доунта и Хира^{Д. 50а} по определению λ -точек растворов He^3 в He^4 (самый концентрированный раствор содержал 89%; его T_λ равня-

*) Термодинамические выводы из предположения о существовании ассоциаций молекул ниже T_λ были рассмотрены Райсом^{Р. 49, Р. 50}. Однако из существующих экспериментальных фактов трудно со всей определённо-стью сказать, действительно ли такие молекулярные комплексы образуются в конфигурационном пространстве; в частности, измерения электрической восприимчивости^{К. 28а, К. 28б, Г. 50с}, показателя преломления^{Л. 38} и рассеяния света^{Я. 43} не указывают на заметное различие этих свойств у гелия I и гелия II.

**) Л. Д. Ландау и И. Я. Померанчук показали (ДАН 59, 669 (1948)), что любые посторонние частицы, присутствующие в малой концентрации в гелии II, не должны участвовать в сверхтекучем движении, независимо от их статистики.

лась $0,38^\circ \text{K}$) показала, что у чистого He^3 сверхтекучесть едва ли обнаружится при температурах выше $0,25^\circ \text{K}$.

Существует, однако, один экспериментальный факт, осложняющий картину, обрисованную в предыдущем абзаце, и до сих пор не получивший удовлетворительного объяснения. Недавние опыты Хаммеля и Шуха^{Н. 52d} с растворами He^3 в He^4 указали на участие изотопа He^3 в аномальном переносе в плёнке. Было наблюдеено, что He^3 переносится ненасыщенной плёнкой, подобно изотопу He^4 , т. е. почти при отсутствии перепада давления, и только скорость переноса является меньшей. Однако авторы не обнаружили какой-либо сверхтекучести в чистом He^3 , так что их наблюдения не противоречат опытам Осборна, Вейнстока и Абрагама. Поскольку для аномального переноса He^3 в ненасыщенной плёнке очевидно необходимо присутствие He^4 и поскольку не наблюдалось аномального течения He^4 в насыщенных плёнках, из этих опытов нельзя сделать вывод о том, что жидкий He^3 является жидкостью того же рода, что и He^4 .

Существует другое, косвенное указание на то, что жидкий He^3 в какой-то мере похож на жидкий He^4 . Целый ряд свойств жидкого He^3 был превосходно предсказан де-Буром и Люнбеком^{В. 48b} на основании «квантового закона соответственных состояний» де-Бура^{В. 48c} безо всякого учёта вида статистики. В частности, уравнение упругости паров было предсказано удивительно точно. Разумеется, это не является очень веским возражением против «бозе-эйнштейновской гипотезы» Ф. Лондона; скорее это служит доказательством того, что, по крайней мере, многие свойства жидкостей при очень низких температурах перестают зависеть от природы частиц или, иными словами, что многие свойства жидкого He^4 (и He^3) можно с успехом истолковать, не используя всех сведений об их атомах. В качестве примера такой нечувствительности макроскопических свойств к выбранной микроскопической модели можно указать на обсуждение изменения λ -точки в смесях He^3 — He^4 , приведённое в обзоре Доунта^{Д. 52b} об изотопе He^3 при низких температурах. В этом обсуждении целый ряд моделей, как с учётом, так и без учёта статистики, приводил к предсказаниям настолько близким, что их едва ли возможно различить экспериментально.

Рассмотренные экспериментальные данные не свидетельствуют в пользу того, что жидкий He^3 обладает сверхтекучестью, скорее они указывают на обратное: на то, что в He^3 нет λ -перехода. Разумеется, необходимы измерения теплоёмкости He^3 или упругости его пара при более низких температурах для того, чтобы сделать последнее утверждение более убедительным*).

*) Добавление авторов при корректуре. Сообщения об измерениях теплоёмкости жидкого He^3 вплоть до $0,5^\circ \text{K}$ были сделаны Врисом и Доунтом (Phys. Rev. **91**, 631 (1954)), Робертсом и Сидориаком (Phys. Rev. **93**, 1418 (1954)) и Осборном, Абрагамом и Вейнстоком (Phys. Rev. **94**, 202 (1954)). λ -переход не обнаружен.

4. ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ И ЭНТРОПИЯ СВЕРХТЕКУЧЕЙ И НОРМАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТ

4.1. Термомеханический эффект

Основные представления о том тепловом состоянии, в котором находятся сверхтекучая и нормальная компоненты гелия II, были получены из экспериментов по изучению термомеханических эффектов в этой жидкости. Все опыты, посвящённые этим эффектам, были произведены не менее десяти лет тому назад (кроме совсем недавних измерений ниже 1°K ; см. краткие сообщения Ботса и Гортера В. 53а и Роджерса и Хёрлина R. 53b), поэтому представляется целесообразным рассмотреть здесь результаты ранних опытов, тем более,

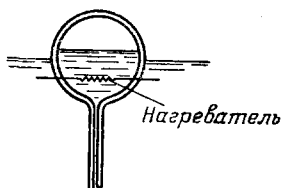


Рис. 16.

Приборы, применявшиеся для наблюдения эффекта фонтанирования Алленом и Джонсом (и Майзнером) ^{A. 38c}.

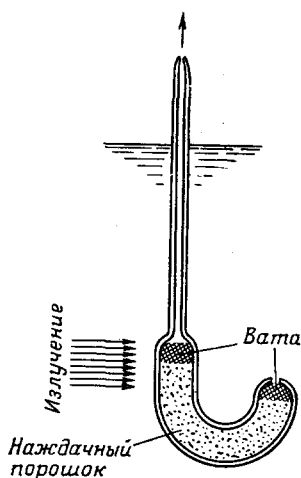


Рис. 17.

что появившиеся в последнее время многочисленные теоретические работы основываются на интерпретации этих опытов.

Впервые термомеханический эффект был экспериментально наблюден Алленом, Пейерльсом и Удлином. Эти авторы, пытаясь измерить теплопроводность гелия II, заметили, что их наблюдения искажаются удивительным течением жидкости, происходящим в сторону, противоположную направлению потока тепла. Эти наблюдения, впервые опубликованные Алленом и Джонсом ^{A. 38c}, производились с прибором (рис. 16), состоявшим из замкнутого сосуда с гелием II, соединённого с окружающим жидким гелием посредством узкого капилляра. В изотермических условиях, как и следовало ожидать, уровни жидкости в сосуде и снаружи совпадали. При выделении тепла

внутри сосуда было обнаружено, что жидкость начинала втекать в сосуд, и уровень в сосуде повышался. Это необычное поведение гелия II было особенно ярко проиллюстрировано следующим экспериментом Аллена и Джонса (и Майзнера)^{А. 38с}. Применявшийся ими прибор состоял из длинной узкой стеклянной трубки, расположенной вертикально (рис. 17). Нижняя часть трубки, погружённая в гелий II, была плотно набита тонким наждачным порошком. Тепло сообщалось освещением порошка лампой, помещённой вне криостата; было обнаружено, что при освещении жидкий гелий так быстро притекал через наждачную пробку в трубку, что он выбрасывался через верх трубки в виде фонтана. Только одна сверхтекучая компонента могла так легко протекать через узкие каналы между частицами наждачного порошка, поэтому, очевидно, сверхтекучей компоненте следовало приписать свойство двигаться в направлении к источнику тепла.

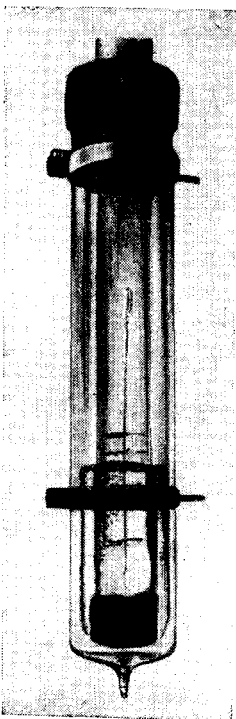


Рис. 18. Фотография фонтана гелия II.

Фотография такого гелиевого «фонтана» приведена на рис. 18. Этот термомеханический эффект в жидком гелии II позднее получил название «эффекта фонтанирования».

Вслед за этими первыми качественными наблюдениями Аллена и его сотрудников последовали количественные исследования Аллена и Рики^{А. 39б}, применявших в качестве узкого канала между резервуаром и гелиевой ванной трубку с порошком, исследования Капицы^{К. 41а}, в опытах которого узким каналом являлся зазор между оптически полированными стеклянными дисками, и исследования в Лейденском университете, а именно работы Дайкарта^{Д. 43}, Кеезома и Дайкарта^{К. 47а}, Меллинка^{М. 47б} и Мейера и Меллинка^{М. 47а}, применявших ту же аппаратуру, что и Капица.

Кроме того, Доунт и Мендельсон^{Д. 39а} показали, что эффект фонтанирования можно получить и тогда, когда резервуар с гелием связан с гелиевой ванной одной лишь поверхностной плёнкой. Этот результат был подтверждён Стрелковым^{С. 40}, а затем многими другими авторами (см. раздел 7) и был интерпретирован Доунтом и Мендельсоном^{Д. 50б}. Наконец, Лонгом и Мейером было показано^{Л. 50а и Л. 52а}, что эффект фонтанирования имеет место, когда два сосуда соединены друг с другом лишь посредством адсорбированной ненасыщенной гелиевой плёнки при температурах ниже T_λ (см. раздел 6.4).

4.2. Термомеханический эффект и определение энтропии

Капица ^{К. 41а} и Мейер и Меллинк ^{М. 47а} использовали термомеханический эффект в гелии II для измерения разности между энтропией сверхтекучей компоненты и энтропией всей жидкости. Прибор Капицы схематически изображён на рис. 19. Он состоял из дьюаровского сосуда, связанного с окружающей гелиевой ванной посредством узкой щели, щель представляла собой зазор между двумя оптически отполированными стеклянными пластинками. Среднюю ширину зазора можно было изменять в пределах от $3 \cdot 10^{-5}$ до $30 \cdot 10^{-5}$ см. Щели такой ширины были достаточно узкими для того, чтобы считать, что за время эксперимента сквозь них протекает лишь одна сверхтекучая компонента. Внутри и вне дьюара были помещены термометры сопротивления; внутри сосуда помещался также электрический нагреватель. При выделении тепла внутри дьюара сверхтекучая компонента втекала в него из ванны через узкий канал; количество втекшей жидкости измерялось непосредственно по уровню жидкости внутри дьюара. На рис. 20 изображена типичная зависимость объёмной скорости $\dot{V}$ в $\text{см}^3/\text{сек}$ и измеренной одновременно разности температур ΔT внутри и снаружи от подводимой в дьюар мощности $\dot{Q}$. Для малых подводимых мощностей объёмная скорость $\dot{V}$

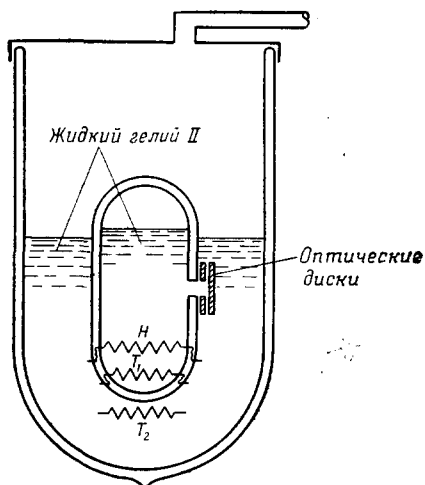


Рис. 19. Схема прибора Капицы для наблюдения термомеханического эффекта ^{К. 41а}. H — электрический нагреватель, T_1 и T_2 — термометры сопротивления.

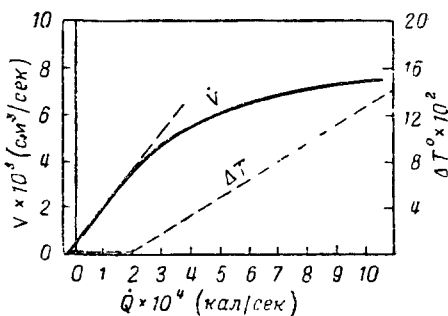


Рис. 20. График зависимости объёмной скорости $\dot{V}$ гелия II (в $\text{см}^3/\text{сек}$) и разности температур ΔT на концах узкой щели от подводимой мощности $\dot{Q}$ по наблюдениям Капицы ^{К. 41а}.

Для малых подводимых мощностей объёмная скорость $\dot{V}$

была прямо пропорциональна $\dot{Q}$, что можно записать в виде

$$\dot{Q} = \rho \dot{V} \cdot T \cdot \Delta S, \quad (4.1)$$

где ρ — плотность жидкости, ΔS — разность удельных энтропий сверхтекучей компоненты и всей жидкости; $T \cdot \Delta S$ равно количеству тепла, поглощаемому при превращении одного грамма сверхтекучей жидкости в гелий II при температуре T . Значения ΔS , полученные Капицей таким способом, хорошо ложатся на сглаженную кривую зависимости от температуры, построенную по данным таблицы III *).

Таблица III

Энтропия, вычисленная по результатам измерений механо-калорического эффекта (Капица^{K.41a})*

T °K	2,105	2,04	1,965	1,880	1,746	1,580	1,470	1,345	1,33
$\frac{\Delta S}{дж/г \cdot град}$	1,33	1,10	0,91	0,735	0,49	0,284	0,18	0,11	0,10

Мейер и Меллинк^{M. 47a} получили аналогичные результаты.

Соотношение (4.1) справедливо при выполнении следующих условий **): во-первых, подводимая мощность не должна даже частично рассеиваться в жидкости внутри дьюара, т. е. приводить к повышению температуры в дьюаре. Как видно из рис. 20, Капица наблюдал, что температура в дьюаре не повышалась ($\Delta T = 0$) для всех скоростей ниже некоторого критического значения $\dot{V}_{\text{крит}}$; это означало, что вышеупомянутое условие действительно выполняется для малых подводимых мощностей. Во-вторых, никакая доля подводимой мощности не должна рассеиваться вследствие теплопроводности щели. Как будет показано в разделе 5, истинная теплопроводность гелия II мала, перенос тепла через щель осуществляется посредством встречной конвекции сверхтекучей и нормальной компонент. В отсутствие заметного течения нормальной компоненты, как это имело место в описываемых экспериментах, рассеяние тепла вследствие теплопроводности через узкую щель мало. Подтверждением этого было то обстоятельство, что значения ΔS не зависели от ширины щели при её изменении от $3 \cdot 10^{-5}$ до $30 \cdot 10^{-5}$ см.

Как явствует из рис. 20, исследования Капицы показали, что при некоторой, довольно определённой критической скорости тече-

*) Значения ΔS , приведённые в таблице III, экспериментально получены Капицей, однако другим методом (см. раздел 4.5).

**) Разумеется, следует учитывать указанную Мейером и Меллинком^{M. 47a} поправку на тепло, которое выделяется при конденсации паров в дьюаровском сосуде, происходящей потому, что при повышении уровня жидкости в дьюаре объём пара в нём уменьшается.

ния линейная зависимость между $\dot{V}$ и Q нарушается, и одновременно с этим появляется разность температур ΔT жидкого гелия внутри и снаружи дьюара. Повидимому, при критическом значении скорости течения $\dot{V}_{\text{крит}}$ нарушается сверхтекучесть, возникает вязкое необратимое течение, в связи с чем требуется выделение избыточного тепла. Путём таких наблюдений можно было вычислить критические скорости течения. Результаты измерений этих критических скоростей Капицей, а также Мейером и Меллинком были приведены в разделе 2.5.

Мейер и Меллик ^{М. 47а} сообщили, что количества тепла, поглощаемого одним граммом жидкости при втекании её в резервуар из узкой щели в двух случаях: когда течение по каналу происходит со скоростью меньшей критической и когда скорость течения превышает критическую, оказались заметно отличающимися. Пока ещё не ясна точная природа необратимых процессов, происходящих при течении со скоростью, большей критической, неизвестно также точное местоположение возникающего при этом перепада температуры. Возможный механизм этого процесса, построенный в предположении, что градиенты температуры находятся у самого входа и выхода капилляра, был кратко обсуждён Мейером и Бандом ^{М. 48а}.

4.3. Измерения теплоёмкости.

Энтропия нормальной и сверхтекучей компонент

Из измерений термомеханического эффекта, о которых было рассказано в предыдущем разделе, можно вычислить разность удельных энтропий сверхтекучей компоненты и всего гелия ΔS . Для определения этих величин в отдельности нужно воспользоваться данными о полной энтропии всего гелия Π , полученными прямым калориметрическим методом. Такие измерения неоднократно производились за последние 20 лет.

Ранние измерения теплоёмкости жидкого гелия в интервале температур между 1 и 3° K были произведены Кеезомом и Клаузиусом ^{К. 32а}, а также Кеезомом и Кеезом ^{К. 32б, К. 35}; их результаты приведены на рис. 2. Измерения в интервале температур 0,6 ÷ 1,5° K, при которых охлаждение осуществлялось с помощью парамагнитных солей, были выполнены Кеезомом и Вестмайзе ^{К. 41б} и Хэллом, Уилкинсоном и Уилксом ^{Н. 50б}; было найдено, что в этой области температур теплоёмкость пропорциональна абсолютной температуре в шестой степени. Недавние измерения Крамерса, Вассера и Гортера ^{К. 52а} были доведены до 0,25° K; было установлено, что для

$$0,25^\circ \text{ K} < T < 0,6^\circ \text{ K} \quad C = 0,0223 \cdot T^3 \text{ кал/моль} \cdot \text{град},$$

а для

$$0,7^\circ \text{ K} < T < 1,4^\circ \text{ K} \quad C = 0,106 \cdot T^{6,7} \text{ кал/моль} \cdot \text{град}.$$

На основании этих измерений было отмечено, что при температурах выше области, в которой справедлива зависимость T^3 , теплоёмкость, повидимому, является не степенной, а экспоненциальной функцией температуры.

Очевидно, пропорциональность теплоёмкости кубу температуры свидетельствует о том, что возбуждения в жидкости являются продольными волнами сжатия (т. е. фононами). На это же указывает сравнение теоретического и экспериментального значений теплоёмкости. Абсолютная величина фононной удельной теплоёмкости даётся выражением, обсуждение которого приведено у Кронига и Теллунга^{К. 52b *)}

$$C_{\text{фон}} = \frac{16}{15} \pi^5 \frac{k^4}{h^3} \frac{1}{\rho} \frac{T^3}{u_1^3}, \quad (4.2)$$

где u_1 — продольная скорость звука. Пользуясь значением $u_1 = 237$ м/сек, полученным экстраполяцией в сторону низких темпе-

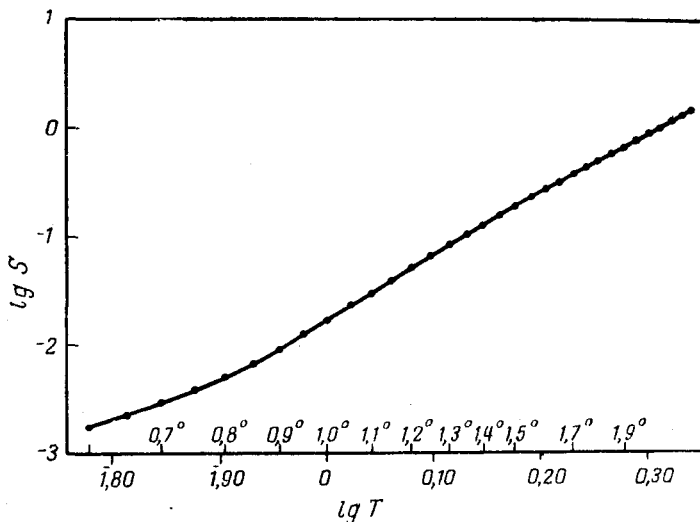


Рис. 21. Энтропия гелия II по данным Крамерса и др.^{К. 52a}.
По оси ординат отложен $\lg_{10} S$ (S в джоуль/г град).

ратур результатов недавних измерений Аткинса и Чейса^{А. 51b}, получаем $C_{\text{фон}} = 0,020 \cdot T^3$ кал/моль·градус, в превосходном согласии с экспериментальным значением теплоёмкости ниже $0,6^\circ \text{K}$.

То обстоятельство, что экспериментальная теплоёмкость при температурах выше $0,7^\circ \text{K}$ значительно превышает фононную, оче-

*) Это выражение было впервые получено Л. Д. Ландау^{Л. 41a}.

видно, означает возникновение в жидкости иных возбуждений, возможная природа которых кратко обсуждалась в разделе 3.

Пользуясь результатами ранних измерений теплоёмкости Гортер, Кастелайн и Меллинк^{Г. 50а}, а также Банд и Мейер^{В. 48а} вычислили полную энтропию S . Поскольку эти вычисления производились до недавних опытов Крамерса и других^{К. 52а}, они основывались на неправильной экстраполяции зависимости теплоёмкости типа T^6 на область $1 - 0^\circ \text{К}$. Вычисления опирались на твёрдо установленное заключение о том, что гелий остаётся жидким вплоть до 0°К *).

Эти вычисления теперь проделаны заново на основе измерений Крамера и др.^{К. 52а}; теплоёмкость при низких температурах ($0,6 \div 0^\circ \text{К}$) принималась пропорциональной T^3 . Новые результаты приведены в таблице IV и на рис. 21. Кривая построена в логариф-

Таблица IV

Сглаженные значения теплоёмкости и полной энтропии гелия II по Крамерсу, Вашеру и Гортеру^{К. 52а}

$T^\circ \text{К}$	$\frac{C}{\text{джоуль}} \cdot \frac{\text{г}}{\text{градус}}$	$\frac{S}{\text{джоуль}} \cdot \frac{\text{г}}{\text{градус}}$	$T^\circ \text{К}$	$\frac{C}{\text{джоуль}} \cdot \frac{\text{г}}{\text{градус}}$	$\frac{S}{\text{джоуль}} \cdot \frac{\text{г}}{\text{градус}}$
0,60	0,0051	0,00169	1,45	0,944	0,162
0,65	0,0068	0,00215	1,50	1,127	0,197
0,70	0,0098	0,00276	1,55	1,330	0,238
0,75	0,0146	0,00358	1,60	1,572	0,284
0,80	0,0332	0,00475	1,65	1,83	0,336
0,85	0,0343	0,00644	1,70	2,11	0,395
0,90	0,0510	0,00885	1,75	2,46	0,461
0,95	0,0743	0,0122	1,80	2,80	0,535
1,00	0,1042	0,0168	1,85	3,19	0,617
1,05	0,142	0,0227	1,90	3,63	0,709
1,10	0,191	0,0304	1,95	4,27	0,812
1,15	0,250	0,0402	2,00	4,95	0,929
1,20	0,322	0,0523	2,05	5,82	1,061
1,25	0,410	0,0672	2,10	6,92	1,215
1,30	0,516	0,0853	2,15	8,61	1,40
1,35	0,634	0,1059	2,18	11,6	1,53
1,40	0,780	0,132	2,186	14,3	1,57

мическом масштабе; видно, что даже выше $0,9^\circ \text{К}$ она не становится прямолинейной. Это означает, что если пытаться выразить зависимость в виде

$$\frac{S}{S_\lambda} = \left(\frac{T}{T_\lambda} \right)^\xi, \quad (4.3)$$

*) Недавняя работа Квилонга^{С. 52а} по измерению кривой плавления, казалось, подвергла сомнению такое заключение, но это оказалось недоразумением^{С. 52д}.

как это было предложено Тиссой^{Г.47} и Лондоном^{Л.45}, то одного значения ξ будет недостаточно для правильного описания результатов даже в интервале температур $1^\circ\text{K} - 2,1^\circ\text{K}$. Из рис. 21 видно, что весьма приближённо можно принять $\xi = 6,7$ для интервала $0,9^\circ\text{K} < T < 1,45^\circ\text{K}$ и $\xi = 5,4$ для $1,45^\circ < T < 2,1^\circ\text{K}$.

Если теперь сравнить значения ΔS , взятые из экспериментов Капицы^{К.41а} по термомеханическому эффекту (таблица III) и S — полную энтропию, определённую калориметрическим путём (таблица IV), то оказывается, что S и ΔS равны друг другу в пределах точности эксперимента. Поскольку ΔS является разностью энтропий всего гелия и компоненты, принимающей участие в сверхтекучем движении, то следует заключить, как это было указано Капицей^{К.41а}, что часть жидкости, принимающая участие в сверхтекучем движении, обладает энтропией, равной нулю. Этот фундаментальный вывод, как будет показано в разделе 4.5, получается также из других экспериментальных данных и его можно считать надёжно установленным. Его можно выразить иначе, сказав, что нормальная компонента гелия II переносит всю энтропию жидкости.

Здесь следует отметить, что предположение о возможности существования температурной зависимости энтропии жидкости при температурах ниже $0,7^\circ\text{K}$ типа T^3 было высказано в 1938 г. Пиккардом и Зимоном, измерявшими теплоёмкость гелия II (не опубликовано, но см. Блини и Зимон^{В.39а}); только в 1952 г. эта зависимость была твёрдо доказана экспериментом Крамерса, Вашера и Гортера^{К.52а}. Появление зависимости T^3 при низких температурах истолковывалось ранними авторами как указание на то, что при понижении температуры ниже $0,7^\circ\text{K}$ жидкий гелий попадает в некоторую «аномальную область», в которой энтропия является энтропией системы «решётчатого» типа. Такие представления, в частности, предположение о «нижней температуре перехода» примерно при $0,7^\circ\text{K}$, ниже которой исчезают термомеханический и другие эффекты, были поддержаны Тиссой^{Г.47} и Т.49а и Кюрти и Зимоном^{К.38с}. Последние авторы использовали эту гипотезу для объяснения наблюдаемой им очень малой теплопроводности жидкого гелия в области $0,2 - 0,5^\circ\text{K}$. Однако недавние измерения скорости второго звука (см. раздел 9.4), так же, как и результаты, приведённые в этом разделе и разделе 4.5, ясно показывают, что зависимость T^3 связана с «фонной энтропией», которой обладает нормальная компонента гелия II, и что энтропия сверхтекучей компоненты гелия II при всех температурах от 0°K до T_λ равна нулю.

Тут уместно вспомнить о сверхпроводниках, являющихся другим примером систем, в которых осуществляется сверхтекучее движение. Измеряя тепло Томсона у сверхпроводников, Доунт и Мендельсон^{Д.38а, Д.46а} установили, что электроны, участвующие в сверхпро-

водящем токе, энергетически лежат на низшем уровне, т. е. находятся при абсолютном нуле. В другой статье ^{M.45} Мендельсон снова подчеркнул, что в обоих случаях — гелия II и сверхпроводников — сверхтекучие частицы остаются в том же энергетическом состоянии, в котором они находились при абсолютном нуле, хотя остальное вещество может обладать конечной температурой. Очевидное сходство явлений сверхтекучего движения у гелия II и у сверхпроводников, в каждом из которых энтропия сверхтекучей компоненты равна нулю, явилось предметом рассмотрения и обсуждения со стороны многих авторов, например, Ландау ^{L.41a}, Доунта и Мендельсона ^{D.42, D.46b}, Мендельсона ^{M.45} и Ф. Лондона ^{L.45 *}).

4.4 Механокалорический эффект

Сущность термомеханического эффекта или эффекта фонтанирования заключается в том, что при выделении тепла в гелии II возникает течение сверхтекучей компоненты по направлению к источнику тепла. Если этот эффект является обратимым, то можно ожидать, как это впервые отметил Тисса ^{T.38a, T.38c}, что течение сверхтекучей компоненты должно сопровождаться выделением тепла (или холода). Этот обратный «механокалорический» эффект впервые экспериментально наблюдался Доунтом и Мендельсоном ^{D.39a} с помощью прибора, изображённого на рис. 22. Гелий II мог вытекать из замкнутого дьюаровского сосуда через пробку *P*, сделанную из спрессованного тонкого наждачного порошка; очевидно, благодаря узости каналов течение было в основном сверхтекучим. Измерение температуры в дьюаре с помощью термометра сопротивления *T* с самого начала вытекания обнаруживало возрастание температуры; это доказывало, что жидкость, уносимая сверхтекучим течением, находилась в более низком тепловом состоянии, чем вся жидкость в целом. В другом опыте дьюар погружался в гелиевую ванну и жидкость втекала в дьюар; было найдено, что температура в дьюаре при этом понижалась. Количественные результаты примерно согласовались с утверждением, что энтропия сверхтекучей компоненты равна нулю.

Подобные же опыты были произведены Капицей ^{K.41a}, наблюдавшим втекание гелия II в теплоизолированный сосуд через узкий зазор между двумя оптически отполированными стеклянными дисками. Прибор изображён на рис. 19; его описание приведено в разделе 4.2. Капица обнаружил, что если уровень гелия в дьюаре расположен выше уровня гелиевой ванны, то создаётся сверхтекучее вытекание гелия из сосуда и температура в нём возрастает. Термоизоляция

*) См. также В. Л. Гинзбург, Сверхпроводимость, Изд. АН СССР, 1946; УФН 48, 26—118. (Прим. перев.)

дьюара была достаточно хороша для поддержания постоянных разности уровней и разности температур в течение значительного времени. Поэтому можно было произвести измерения равновесных значений ΔT — разности температур гелия II в дьюаре и в ванне — и Δp — соответствующей разности давлений. Полученные результаты

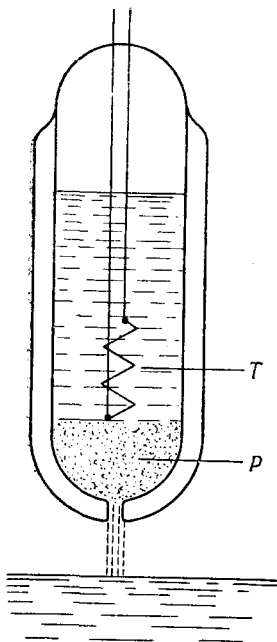


Рис. 22. Прибор Доунта и Мендельсона^{D.39a} для наблюдения механокалорического эффекта. P — пробка из спрессованного порошка, T — термометр сопротивления.

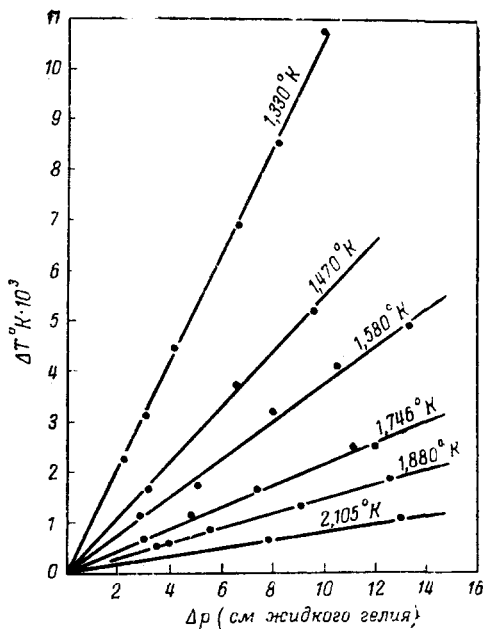


Рис. 23. Соотношение между разностью температур ΔT и давлением фонтанирования Δp при механокалорическом эффекте. По данным Капицы^{K.41a}, ΔT отложено в миллиградусах, Δp — в см жидкого гелия.

приведены на рис. 23; из них видно, что, по крайней мере, для малых разностей температуры между Δp и ΔT сохраняется линейная зависимость для всех средних температур, при которых проводились измерения.

Аналогичные измерения выполнили Мейер и Меллинк^{M.47a}. В их опытах течение осуществлялось через узкую щель ($d \leq 10^{-4}$ см). Полученные ими значения $\Delta p/\Delta T$ в зависимости от T приведены на рис. 24; они находятся в хорошем согласии с результатами Капицы и вполне удовлетворительно воспроизводят зависимость между так называемым «давлением фонтанирования» Δp и соответствующей

разностью температур, которые возникают между двумя сосудами с гелием II, соединёнными узкой щелью.

Если увеличивать ширину щели, как это было исследовано для щелей шириной от 1 микрона до 100 микрон Кеезомом и Дайкартом^{К.47а} и Меллинком^{М.47}, то связь между давлением фонтанирования Δp и разностью температур ΔT становится более сложной, чем в случае очень узких щелей. Это происходит потому, что в более широких щелях становится возможным течение нормальной (вязкой) компоненты гелия II. Естественно, это течение происходит из сосуда с большим давлением в сосуд с меньшим давлением, т. е. в направлении, противоположном движению сверхтекучей компоненты. Такая циркуляция гелия приводит к увеличению переноса тепла через щель из одного сосуда в другой,

в результате давление фонтанирования не может оставаться постоянным без непрерывного подведения тепла к сосуду с более высокой температурой. Этот процесс будет подробнее рассмотрен вместе с другими наблюдениями теплопроводности гелия II в разделе 5.

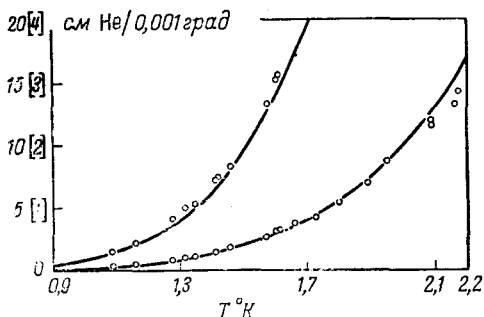


Рис. 24. Температурная зависимость давления фонтанирования (в см жидкого гелия), относённого к разности температур $0,001^\circ \text{K}$. Точки — экспериментальные данные Мейера и Меллинка^{М.47а}. Сплошные кривые — теоретические значения согласно уравнению (4.4). Для верхней кривой масштаб увеличен в 5 раз (на оси ординат цифры в скобках).

4.5. Другие вычисления энтропии сверхтекучей и нормальной компонент

В разделе 4.7 будет рассмотрена следующая формула, впервые предложенная Г. Лондоном^{Л.38с} и ^{Л.38б} и связывающая давление фонтанирования с сопутствующей ему разностью температур при течи гелия II через очень узкие каналы

$$\left(\frac{dp}{dT} \right)_{\Delta T \rightarrow 0} = \rho \cdot \Delta S. \quad (4.4)$$

Здесь ρ — плотность жидкости, а ΔS — разность удельных энтропий всего гелия S и его сверхтекучей компоненты S_s *). Если сравнить значения ΔS , полученные из формулы (4.4) с помощью наблю-

*) Гортгер приписывает величине ΔS более сложный смысл (см. раздел 4.7).

данных значений $\frac{dp}{dT}$ (в таблице III приведены значения ΔS , полученные Капицей ^{K.41a} именно таким путём), со значениями полной энтропии S , измеренной калориметрически (см. таблицу IV), то оказывается, что ΔS и S в пределах ошибок измерений совпадают. Отсюда следует, как это вытекало и из измерений, изложенных в разделе 4.2, что жидкость, принимающая участие в сверхтекучем движении, имеет энтропию, равную нулю. Это заключение недавно было снова подтверждено измерениями Роджерса и Хёрлина ^{R.53b *}).

Можно отметить, что значения ΔS , вычисленные из данных Мейера и Меллинка по термомеханическому эффекту в области от 1,0° К до 1,4° К, оказались на 10% превышающими полную энтропию, измеренную Гортером, Кастелайном и Меллинком ^{G.53a}. Однако последующие измерения S Крамерсом и другими ^{K.52a} почти полностью устранили это расхождение.

В опубликованном недавно кратком сообщении об измерениях эффекта фонтанирования ниже 1° К Ботс и Гортер ^{B.53a} указывают на наступающие при этих температурах отклонения от уравнения (4.4). Однако для обсуждения этих отклонений необходимы более подробные сведения.

4.6. Механокалорический эффект как метод охлаждения

То обстоятельство, что механокалорический эффект приводит к нагреванию и охлаждению жидкого гелия в двух сосудах, между которыми происходит сверхтекучее течение, позволяет рассматривать этот процесс как возможный метод получения низких температур. Капица ^{K.41a, K.41b} сообщил о предварительных экспериментах такого рода, в которых было установлено, что может быть легко получено понижение температуры на 0,4° К. Детали экспериментальной установки не были приведены.

Этот метод был подробно рассмотрен и подвергнут критике Зимом ^{S.50b}. Зимон не оспаривает возможности использования механокалорического эффекта для получения низких температур, но отмечает неудачность выбора жидкого гелия в качестве рабочего тела в связи с его малой энтропией, монотонно убывающей с понижением температуры до 0° К.

*) Койде, Мацудайра и Усуи ^{K.52c}, производя численный анализ изменений скорости второго звука (см. раздел 9.4) на основе термодинамической теории Усуи ^{U.51a}, сделали попытку устранить расхождения между экспериментом и теорией, приписав энтропии сверхтекучей компоненты малое конечное значение. Однако эти расхождения не превышают 3% и, по нашему мнению, могут объясняться ошибками эксперимента.

4.7. Теории термомеханического эффекта

Качественное объяснение описанных выше экспериментов дано Тиссой (Т.^{38a} и следующие). Пользуясь представлением Лондона о гелии II, как о частично сконденсированной бозе-эйнштейновской жидкости, Тисса качественно объяснил эффект. Как уже говорилось, Тисса делил гелий II на две жидкости: сверхтекучую, плотность которой является функцией только температуры, и нормальную. Сверхтекучая компонента не имеет вязкости, в ней нет давления, в нормальной жидкости есть и то и другое. Когда гелий II протекает через узкий капилляр, нормальная компонента благодаря вязкости отстаёт от сверхтекучей и увеличение концентрации сверхтекучей компоненты приводит к возникновению градиента температур (и перепада давления). Если капилляр столь узок, что нормальная компонента в нём полностью неподвижна, то течение является обратимым. Тисса указал, что процессом, обратным описанному выше, является эффект фонтанирования: градиент температуры создаёт градиент концентрации сверхтекучей компоненты и градиент давления. Учтя свойство бозе-эйнштейновской модели, что сверхтекучая компонента лишена энтропии, Тисса Т.^{38c} заметил, что при течении жидкости через узкий капилляр энтропия будет оставаться в опоражниющемся сосуде, что приведёт к нагреванию; в наполняющемся же сосуде произойдёт охлаждение. Это и есть механокалорический эффект.

Квазитермодинамическая теория этих эффектов дана Г. Лондоном L.^{38c}, L.^{39b}. Лондон применил метод, аналогичный методу, использованному Кельвином и при выводе соотношений для термоэлектрических эффектов, в котором принималось, что обратимые процессы можно рассматривать отдельно от необратимых. Лондон рассмотрел гелиевую замкнутую цепь, состоящую из двух резервуаров, соединённых двумя параллельными щелями: узким капилляром и трубкой с турбиной. Резервуары обладают различными температурами и давлениями. Аналогом термо-э.д.с. в случае гелия является $\frac{dp}{dT}$, аналогом тепла Пельтье — тепло, оставляемое сверхтекучим гелием в резервуаре при вытекании его через узкий капилляр. Был введён также аналог тепла Томсона в случае течения гелия по капилляру в направлении и навстречу градиенту температуры. Лондон принял предположение Тиссы о том, что сверхтекучие частицы находятся на низшем энергетическом уровне и поэтому их течение обратимо, т. е. происходит без взаимодействия; отсюда следовало, что при течении гелия через капилляр «тепло Томсона» равно нулю. Далее Лондон получил уравнение (4.4) для $\left(\frac{dp}{dT}\right)$ — гелиевой «термо-э.д.с.» и уравнение (4.1) для коэффициента механокалорического эффекта (гелиевого «тепла Пельтье»).

Прежде чем продолжать обсуждение теорий этих эффектов, приведём простой вывод уравнения (4.4), основанный на аргументах Тиссы^{†.47}. Поскольку эксперименты, рассмотренные в начале раздела 4, указывают на то, что в достаточно узких капиллярах и при достаточно малых скоростях течение сверхтекучего гелия является обратимым, и поскольку теории, упомянутые в разделе 3, поддерживают эту точку зрения, можно применять к рассматриваемому эффекту чисто термодинамическое рассмотрение. Представим себе два изолированных сосуда, соединённых столь тонким капилляром, что в нём может течь только сверхтекучая компонента (сосуды могут быть соединены также сверхтекучей плёнкой). Пусть один сосуд характеризуется значениями (p, T) , а другой $(p + \Delta p, T + \Delta T)$. В случае равновесия удельные термодинамические потенциалы сверхтекучей компоненты в обоих сосудах должны быть равны. Так как, кроме того, термодинамический потенциал одного грамма сверхтекучей компоненты должен быть равен термодинамическому потенциалу одного грамма нормальной компоненты, то получим:

$$G(p, T) = G(p + \Delta p, T + \Delta T)$$

или в пределе при малом ΔT

$$\text{grad } G = 0 = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p - S \text{grad } T,$$

где термодинамические величины G и S относятся к одному грамму всей жидкости. Отсюда получаем уравнение Г. Лондона

$$\frac{\text{grad } p}{\text{grad } T} = \rho S. \quad (4.5)$$

Необычным в этом условии равновесия является неравенство температур двух объёмов. Обратимое течение жидкости из одного сосуда в другой в условиях, когда температуры сосудов различны, возможно, разумеется, лишь если энтропия жидкости, участвующей в течении, равна нулю. Если текущая жидкость обладает энтропией, то возникает теплопроводность и, следовательно, возрастание энтропии; поэтому строгий расчёт эффекта фонтанирования должен вестись с помощью термодинамики необратимых процессов^{*)}.

Следует отметить, что вывод уравнения (4.5), эквивалентный вышеприведённому, был дан Темперли^{†.52a} в статье, посвящённой рассмотрению «нейтральной полосы» между теориями Лондона и Ландау. Впрочем, его вывод основан на более специальных аргументах; мы же здесь, воспользовавшись наблюдаемыми свойствами сверхтекучей компоненты, опирались на простейшие термодинамические соображения.

^{*)} Другой простой вывод соотношения (4.4) см., например, в дополнении Е. М. Лифшица к монографии В. Кеезома, Гелий, ИЛ, 1949, стр. 405—406. (Прим. перев.)

Возможная интерпретация уравнения (4.5) заключается в том, что в отсутствие гидростатического перепада давления в сверхтекучей жидкости действует «давление фонтанирования», если имеется градиент температуры.

Далее, естественно постулировать, что для получения правильных уравнений движения член с $\text{grad } p$ в уравнениях обычной гидродинамики следует в случае гелия II дополнить слагаемым, содержащим $\text{grad } T$. К этому же результату можно прийти, обобщая аргументы, приведшие к уравнению (4.5), т. е. утверждая, что в отсутствии равновесия сверхтекучая компонента, соединяющая два резервуара, будет ускоряться в направлении убывания термодинамического потенциала. Отсюда, так как $\text{grad } G$ равен силе, действующей на единицу массы,

$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = - \text{grad } G$$

или в линейном приближении

$$\rho_s \left(\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} \right) = - \left(\frac{\rho_s}{\rho} \right) \text{grad } p + \rho_s S \text{grad } T. \quad (4.6)$$

Это уравнение совпадает с линейным приближением гидродинамического уравнения Ландау ^{Л. 41а} для сверхтекучей компоненты; обоснование этого уравнения здесь по существу совпадает с обоснованием его у Ландау.

Уравнение (4.6), являющееся обобщением уравнения (4.5), можно также рассматривать как обобщение обычной гидродинамики, в которой ускорение равно градиенту термодинамического потенциала с обратным знаком и в которой полностью пренебрегают температурными эффектами. (Эти свойства гидродинамических уравнений будут обсуждены подробнее в разделе 8.1).

Уравнение (4.6), достаточно хорошо описывающее поведение жидкости в колебательном процессе, каким является второй звук (см. раздел 9), даёт не более, чем качественное описание течения сверхтекучей компоненты через капилляр или поверхностную плёнку с высокого уровня на низкий. Во-первых, такое течение характеризуется критической скоростью, учёт которой предполагает включение дополнительного слагаемого в (4.6). Во-вторых, в случае установившегося потока через капилляр $\text{grad } G$ внутри капилляра должен из соображений непрерывности равняться нулю и градиенты T или p должны, по крайний мере, существовать в сосуде перед входом в капилляр. Наконец, всякое течение с одного уровня на другой и от одной температуры к другой, более высокой, связано с диссипацией свободной энергии; уравнение (4.6) ничего не говорит ни об этом, ни о том, каким образом сверхтекучая компонента теряет свой импульс и смешивается со всей жидкостью в «нижнем» резервуаре.

Вернёмся к уравнению (4.4) и к его истории. Прежде всего ясно, что такое уравнение для давления фонтанирования можно вывести из уравнений гидродинамики при специальных статистических условиях (ср. раздел 8.1) (если отвлечься от того, что давление фонтанирования было уже использовано при выводе уравнений гидродинамики). Подобные соотношения выводятся из уравнений гидродинамики в пренебрежении всеми необратимыми эффектами. Из гидродинамических уравнений Дингля^{D.49}, в которых предполагается, что сверхтекучая компонента тоже переносит энтропию, получается соотношение

$$\frac{\text{grad } p}{\text{grad } T} = \rho (S - S_s), \quad (4.7)$$

где S_s — энтропия на единицу массы сверхтекучей компоненты.

Гортер^{G.49b} предложил модификацию уравнения Г. Лондона, основанную на квази-термодинамическом рассмотрении обратимого течения обеих компонент в широком капилляре. Он получил аналог уравнения (4.5):

$$\frac{\text{grad } p}{\text{grad } T} = \rho x \frac{\partial S}{\partial x}; \quad x = \frac{\rho_n}{\rho}. \quad (4.8)$$

Это уравнение сводится к уравнению Г. Лондона лишь при условии

$$S = x \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{p, T}. \quad (4.9)$$

Уравнение (4.9) приводит к соотношению

$$S = x S_0(p, T), \quad (4.10)$$

являющемуся обобщением предположения Тиссы^{T.47}, что $S = x \cdot f(p)$. Заметим, что согласно (4.10) S и x не обязаны изменяться с температурой по одному и тому же закону (хотя в действительности это приближённо имеет место для большей части области сверхтекучести).

Усуи^{U.51a} также вывел уравнения (4.8), (4.9) и (4.10) и подчеркнул различие между $\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{p, T}$ и $\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_p$.

Дингль^{D.51} подверг резкой критике работу Гортера. Он не считает правильными ни результаты, ни трактовку Гортера. Дингль утверждает, что Гортер неявно принял концентрацию нормальной компоненты x равной её эффективной массе, тогда как, если эти величины определить и вывести по Ландау, то окажется, что они не равны. В связи с этим уместно упомянуть о замечании Ф. Лондона, что если выводить энтропию из термодинамического потенциала обычным путём, то сразу получается уравнение (4.9), если только принять энтропию сверхтекучей компоненты S_s равной нулю; этот результат можно получить, не при-

бегая к какой-либо микроскопической модели или мысленному эксперименту.

Некоторые авторы возражали против использования термодинамики или квазитермодинамики при выводе уравнений, описывающих эффект фонтанирования или механокалорический эффект. Например, Мейкснер^{М. 38} в интересной статье, в которой подчёркивается аналогия между эффектом фонтанирования в гелии и термоэлектрическими эффектами в проводниках, задаётся вопросом о законности использования Г. Лондоном в его выводах второго закона термодинамики. Мейкснер вычисляет увеличение энтропии в гелиевом цикле, состоящем из двух резервуаров при различных температурах, соединённых двумя капиллярами. Он предполагает, что никакими усовершенствованиями эксперимента нельзя сделать эффект необратимых процессов (теплопроводности и вязкости) малым по сравнению с «теплом Пельтье», и поэтому методы термодинамики принципиально не могут дать правильные результаты.

Применительно к обычным системам эти возражения, несомненно, основательны: строгая трактовка должна основываться на методах термодинамики необратимых процессов. Это было осуществлено для случая гелия II де-Гроотом и сотрудниками^{Г. 47а, Г. 50б, Г. 51а, Г. 51б} (см. особенно^{Г. 50б} и^{Г. 51б}).

Де-Гроот получил выражение для давления фонтанирования и механокалорического эффекта в общем случае двух жидкостей, которые могут переходить друг в друга по химической реакции $1 \rightleftharpoons 2$. Он сделал частные предположения, обычные при рассмотрении гелия II: 1) что обе жидкости реагируют бесконечно быстро, 2) что только сверхтекучая компонента движется через капилляр и 3) что сверхтекучая компонента не взаимодействует со стенками капилляра, т. е. движется как целое. В этом случае получились уравнения, совпадающие с уравнениями Гортера, именно, уравнение (4.8) и соответствующий аналог уравнения (4.1)

$$\dot{Q} = \rho \dot{V} T x \frac{\partial S}{\partial x}. \quad (4.11)$$

Противоречия между термодинамическим и необратимо-термодинамическим подходами к проблеме гелия II, разумеется, не существует. (Например, указанные Мейкснером необратимые процессы, повидимому, не возникают при течении гелия II по узким капиллярам, так что уравнения Г. Лондона вполне применимы). Более поздние авторы предпочитали рассматривать проблемы в самом общем виде, применяя свои результаты к гелию II, как частному случаю. Более ранние авторы, напротив, предпочитали подчёркивать удивительные свойства гелия II — исчезновение энтропии и вязкости у сверхтекучей компоненты — и уверенно пользовались простыми термодинамическими соображениями.

5. ПЕРЕНОС ТЕПЛА

5.1 Теплопроводность гелия I

Теплопроводность жидкого гелия I измерялась в интервале температур между T_λ и 4,2° К Гренье^{G. 51c} и Бауэрсом и Мендельсоном^{B. 51c}; отдельные наблюдения, относящиеся к температуре 3,3° К, сделаны также Кеезом и Кеезом^{K. 36c}. Результаты всех указанных авторов хорошо согласуются между собой. Они свидетельствуют, что гелий I ведёт себя обычным образом, обладая сравнительно низким значением теплопроводности. Результаты, полу-

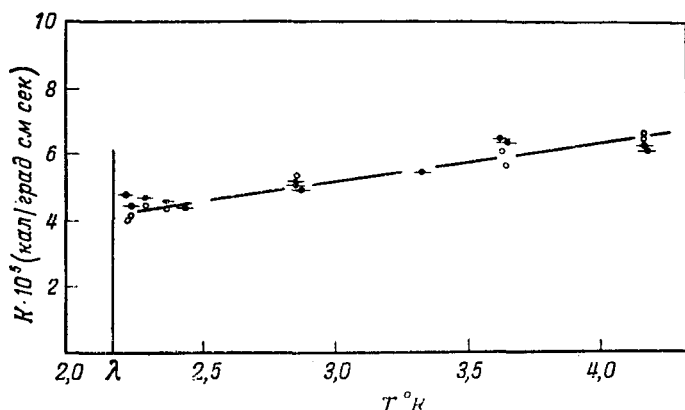


Рис. 25. Теплопроводность гелия I по Гренье^{G. 51c}.

ченные Гренье, пользовавшимся видеоизменённым методом диска Ли, показаны на рис. 25, из рассмотрения которого видно, что теплопроводность возрастает приблизительно линейно от значения $4,5 \cdot 10^{-5}$ кал/град · см · сек при температуре 2,24° К до $6,3 \cdot 10^{-5}$ кал/град · см · сек при 4,2° К.

Интересно отметить, что не наблюдается никаких признаков аномально высоких значений теплопроводности в области температур, немного превышающих T_λ . Отсутствие какого-либо явного предвращения λ -перехода при подходе к T_λ со стороны более высоких температур при измерениях теплопроводности находится в заметном контрасте с определёнными признаками такого предвращения, проявляющимися в измерениях вязкости (см. раздел 2.1), в затухании первого звука (см. раздел 9.1) и в наблюдениях теплоёмкости (см. рис. 2).

Следует также отметить, что если для теоретического вычисления теплопроводности воспользоваться простой формулой кинети-

ческой теории газов, а именно:

$$K = 2,5\eta C_v, \quad (5.1)$$

получается значение того же порядка величины, что и наблюдаемое. При $4,2^\circ \text{K}$ газокинетическое значение составляет $4,4 \cdot 10^{-5} \text{ кал/град. см. сек.}$, и температурная зависимость в общих чертах совпадает с наблюдаемой температурной зависимостью теплопроводности, ещё раз показывая, что гелий I в первом приближении можно с успехом рассматривать как газ.

5.2. Перенос тепла в гелии II

Ещё давно Кеезомом^{К. 35} и Кюрти, Роллином и Зимоном^{К. 36a} было замечено, что теплопроводность жидкого гелия II заметно больше, чем теплопроводность гелия I, а Кеезомом и Кеезом^{К. 36c} были опубликованы первые прямые наблюдения кажущейся теплопроводности. Последние нашли, что для капилляров диаметром 0,6 мм теплопроводность гелия II достигала значений, приблизительно в 200 раз больших теплопроводности меди при комнатной температуре и примерно в $5 \cdot 10^6$ раз больших теплопроводности гелия I.

Ранние измерения теплопроводности гелия II, выполненные с широкими капиллярами (диаметром от 0,2 до 1,6 мм), были опубликованы Алленом, Пейерлсом и Уддином^{А. 37}, Кеезомом, Кеезом и Сарисом^{К. 38b}, Алленом и Ганцом^{А. 39c}, Капицей^{К. 41c}, Кеезомом и Сарисом^{К. 40a} и Кеезомом, Сарисом и Мейером^{К. 40b}; обзор части этих результатов был дан Кеезомом^{К. 42} и Дарроу^{Д. 40}. Все эти измерения показали невозможность описать перенос тепла в капиллярах, содержащих гелий II, при помощи обычного уравнения теплопроводности, а именно, уравнения

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = K \cdot \frac{\Delta T}{l}, \quad (5.2)$$

где $\dot{q}$ — плотность теплового потока, $\dot{Q}$ — общий поток тепла, A — поперечное сечение капилляра, K — теплопроводность, ΔT — разность температур между концами капилляра, l — длина капилляра. Взамен были найдены следующие общие закономерности:

а) поток тепла $\dot{Q}$ пропорционален общему поперечному сечению капилляра, как и следует ожидать согласно уравнению (5.2),

б) теплопроводность K не зависит от длины капилляра, как и следует ожидать согласно уравнению (5.2),

в) плотность теплового потока $\dot{q}$ пропорциональна кубическому корню из градиента температуры, т. е. $\dot{q} \sim \left(\frac{dT}{dl}\right)^{1/3}$ — результат, совершенно неожиданный с точки зрения уравнения (5.2) и делающий бессмысленным численные значения «теплопроводности» в общем

понимании. Для интервала температур $1-1,6^\circ \text{K}$,

$$\dot{q} = 0,623 T^3 \left(\frac{dT}{dt} \right)^{1/3} \text{ вт} \cdot \text{см}^{-2}. \quad (5.3)$$

Результаты некоторых измерений представлены на рис. 26. Эти результаты ясно показывают, что перенос тепла в гелии II является необычным процессом, который не может быть

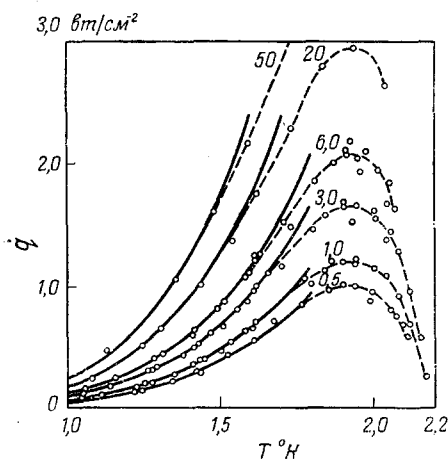


Рис. 26. Зависимость плотности теплового потока (в $\text{вт}/\text{см}^2$) в гелии II для широких капилляров по Кеезому, Сарису и Мейеру^{К. 45b}. Числа при кривых означают градиент температуры $\times 10^3$ (в $\text{см}/\text{град}$). Сплошные кривые соответствуют значениям, вычисленным по уравнению (5.3); пунктирные кривые — экспериментальные данные.

объяснен в рамках обычной теории теплопроводности. Напротив, теория, основанная на предложенной Тиссой^{Т. 38a} двухкомпонентной модели, дала возможность проникнуть в суть механизма, с которым связан процесс переноса тепла. Рассматривая два объема гелия II, соединенные капилляром (система, обычно используемая при измерениях переноса тепла), Тисса предположил, что в этих условиях имеет место циркуляция массы между сосудами, происходящая таким образом, что сверхтекучая часть жидкости движется без вязких потерь в сторону источника тепла (как при термомеханическом эффекте), а «нормальная» компонента движется в противоположном направлении со скоростью, определяемой силами трения. Такая циркуляция массы, как впервые было ясно сформулировано Лондоном^{Л. 38c}, объяснила бы существование очень больших тепловых потоков, аналогичных по своему характеру эффекту Пельтье. При таком переносе сверхтекучая компонента, поступающая в объем, находящийся при более высокой температуре, «возбуждается» и поглощает энергию в количестве, определяемом уравнением (4.1), поскольку для превращения сверхтекучей компоненты в жидкость обычного «состава» требуется количество тепла, равное $T \cdot \Delta S$ на 1 г; аналогичным образом при входе в капилляр в более холодном сосуде выделяется соответствующее количество тепла. Общий перенос тепла $\dot{Q}$ поэтому для этого процесса составил бы

$$\dot{Q} = \dot{M} \cdot T \Delta S, \quad (5.4)$$

где $\dot{M}$ — поток массы для любой из компонент. В дополнение к этому существует тепло, переносимое вместе с нормальной компонентой и равное $\dot{M} \cdot C_v \Delta T$, но это количество тепла, очевидно, ничтожно мало в сравнении со значением, определяемым из уравнения (5.4)*). Это качественное объяснение затем было развито дальше и количественно разработано многими авторами (см. разделы 5.4 и 5.6). Сейчас оно является общепринятым**).

Представляет интерес попутно изложить некоторые из ранних экспериментов Капицы ^{К.41с}, в которых он с изяществом продемонстрировал существование циркулирующих потоков массы, сопутствующих переносу тепла. В одной серии экспериментов он соединил закрытый сосуд, в котором находился нагреватель, с ванной жидкого гелия II при помощи горизонтального капилляра диаметром 0,55 мм и подвесил прямо напротив выхода капилляра на крутильных весах (как это показано на рис. 27) плоский вертикальный диск (листок). Было найдено, что при нагревании жидкости в сосуде диск испытывает силу, действующую в направлении от выхода капилляра, как если бы из последнего вытекала струя жидкости. При помощи относительного перемещения диска Капица изучил геометрию струи и нашёл, что её диаметр близок к диаметру капилляра. Кроме того, измеряя силу реакции, он нашёл, что скорость струи имела величину порядка 5 см/сек. Интересно заметить, что Капица нашёл метод крутильных весов более чувствительным для

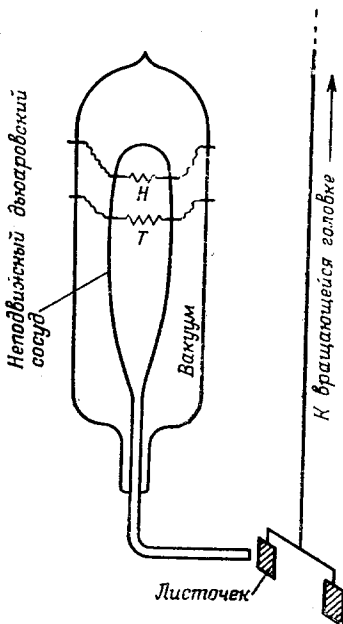


Рис. 27. Схема прибора Капицы ^{К.41с} для изучения гелиевой струи. Сосуд и система с листочком погружены в гелий II. H — нагреватель, T — термометр.

*) Поток тепла, определяемый выражением $\dot{M} \cdot C_v \Delta T$, это поток, который связан с обычной конвекцией. Если не постулировать фантастически больших скоростей течения (10^4 — 10^5 см/сек) через капилляры, невозможно объяснить наблюдающиеся тепловые потоки при помощи одного лишь этого конвекционного процесса. В действительности должен происходить процесс, связанный с уравнением (5.4), то-есть своего рода процесс Пельтье; чтобы отличить его от обычной конвекции, мы будем называть его здесь, следуя Лондону, «внутренней конвекцией».

**) Этот принципиальный вывод был получен П. Л. Капицей ^{К.41с}. (Прим. перев.).

обнаружения притока тепла к сосуду, чем прямое измерение изменений температуры внутри сосуда при помощи термометра сопротивления из фосфористой бронзы.

В другой серии экспериментов Капица укрепил сосуд и капилляр на подвесе крутильных весов и непосредственно измерил силу реакции струи. Он нашёл, как и можно было ожидать, что струя гелия, выходящая из капилляра, обладает такими же свойствами, как и найденные ранее. На основании этих экспериментов было сделано заключение, что «струя» связана с движением нормальной компоненты по капилляру в сторону от источника тепла. Сверхтекучее же движение по капилляру в сторону источника тепла не обнаруживается.

5.3. Перенос тепла через узкие щели (эксперимент)

Рассматривая процесс переноса тепла в жидком гелии II более детально, необходимо, как и в случае задачи о потоке массы, делать различие между (а) эффектами, имеющими место при переносе тепла через узкие щели, и (б) эффектами, имеющими место при переносе тепла через широкие щели. Процесс «внутренней конвекции», рассмотренный выше в разделе 5.2, с необходимостью предполагает существование «нормального» потока массы, направленного от источника тепла и равного по величине сверхтекучему потоку массы в направлении к источнику тепла. Поэтому в случае крайне узких щелей можно предполагать, что поток нормальной компоненты будет (вследствие её конечной вязкости) ничтожно мал, а вместе с тем будет мал также и перенос тепла, связанный с процессом внутренней конвекции. По мере возрастания ширины щели через неё сможет протекать всё большее и большее количество нормальной компоненты и нужно ожидать, что этот поток и связанный с ним перенос тепла будут лимитироваться граничными условиями, налагаемыми на нормальный поток. Этими граничными условиями для случая так называемых узких щелей (шириной 0,1—10 μ), повидимому, за немногими исключениями, являются условия, связанные с паузейлевым ламинарным течением нормальной компоненты через щели, т. е. условия, определяемые, в основном, поверхностными вязкими силами. В случае (б), т. е. в случае так называемых широких щелей (от 10 микрон до 2 мм), граничные условия определены менее ясно. Однако представляется, как это будет рассмотрено в разделе 5.6, что главные силы, лимитирующие величину нормального потока, связаны в этом случае со взаимным трением между сверхтекучим и нормальным потоками по всему поперечному сечению щели. Практически резкое различие между случаем (а) и случаем (б) состоит в том, что в первом случае тепловой поток точно пропорционален разности температур на концах капилляра, тогда как в случае (б) поток тепла приблизительно пропорционален кубическому корню из гра-

диента температуры (об этой особенности уже упоминалось в разделе 5.2).

Первые наблюдения течения тепла через узкие щели были произведены Алленом и Рики^{А. 39b}, использовавшими каналы, образующиеся между частицами плотно спрессованного тонкого порошка. Они заметили, что при самой низкой температуре, при которой производились измерения ($1,24^\circ\text{K}$), поток тепла $\dot{Q}$ был пропорционален разности температуры ΔT между концами трубки, заполненной порошком. Все более поздние измерения с узкими щелями, выполненные Кеезом и Дайкартом^{К. 47a}, Меллинком^{М. 47b}, Мейером и Меллинком^{М. 47a} и Хангом, Хантом и Уинклем^{Н. 52c}, использовавшими приборы, по существу совпадающие с прибором Капицы^{К. 41a}, изображенным на рис. 19, также показали, что для достаточно низких температур и достаточно узких щелей $\dot{Q}$ изменяется прямо пропорционально ΔT . Однако из них также следовало, что переход от области, в которой $\dot{Q} \sim \Delta T$ (случай (а)), к области, в которой $\dot{Q} \sim (\Delta T)^{1/2}$ (случай (б)), зависит и от температуры. В таблице V, заимствованной из работы Мейера и Меллинка, приведены темпера-

Таблица V

Температуры, выше которых линейное соотношение между тепловым потоком $\dot{Q}$ и разностью температур ΔT несправедливо: (по Мейеру и Меллинку^{М. 47a})

Ширина щели в микронах	Температура $^\circ\text{K}$
10	1,3
5	1,6
2	1,9
1	2,1
0,3	2,16

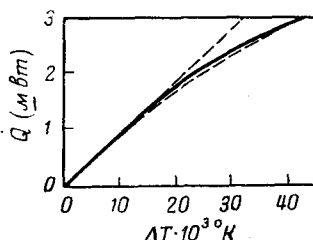


Рис. 28. Экспериментальная зависимость (сплошная кривая) потока тепла $\dot{Q}$ от разности температур ΔT на концах щели шириной 5 м по Хангу, Ханту и Уинклу^{Н. 52c}. Верхняя пунктирная кривая соответствует линейной зависимости $\dot{Q}$ от ΔT , нижняя — зависимости типа

$$\dot{Q} \sim (\Delta T)^{1/2}.$$

туры, выше которых более не наблюдается линейной зависимости между $\dot{Q}$ и ΔT для щелей различной ширины. Переход от одного механизма переноса тепла к другому иллюстрируется рис. 28, заимствованным из работы Ханга, Ханта и Уинкля^{Н. 52c}.

Рассмотренные выше работы, посвященные наблюдению потока тепла через узкие щели, привели к следующим заключениям:

(1) При достаточно низких температурах (см. таблицу V) плотность теплового потока $\dot{q}$ пропорциональна разности температур ΔT .

(2) До сих пор, однако, нет достаточных данных для того, чтобы сформулировать закон изменения теплового потока q с изменением длины щели.

(3) Плотность теплового потока q зависит от ширины щели. Повидимому, q изменяется с шириной щели d по степенному закону с показателем, лежащим между 1 и 2. (К сожалению, отсутствуют точные данные о ширине щелей.) Кроме того, величина изменения q с d , повидимому, сама является функцией температуры.

(4) Плотность теплового потока сильно зависит от температуры при постоянной разности температур. Для щели шириной 5μ по данным Меллинка^{М. 47б} q пропорционально T^{13} ; как сообщают Мейер и Меллинка^{М. 47а}, для щели шириной 1μ $q \sim T^9$, и зависимость от T ослабевает с уменьшением ширины щели.

(5) Численные значения наблюдаемой «теплопроводности», вычисленные с использованием уравнения (5.2), приведены в таблице VI,

Таблица VI

Экспериментальные и теоретические значения $K_{\text{эксп}}$ и $K_{\text{теор}}$ кажущейся теплопроводности гелия II в узких щелях. Ширина щели — d , длина щели — l . Данные взяты из работ Лондона и Зилсела^{Л. 48б}

d микроны	l см	T °К	$K_{\text{эксп}}$	$\frac{K_{\text{теор}}}{\text{кал}}$ град·см·сек	$\frac{K_{\text{эксп}}}{K_{\text{теор}}}$	Авторы
1,75	0,275	1,960	17,2	10,2	1,69	К. 47а
		1,705	3,5	1,86	1,88	
		1,476	0,61	0,32	1,92	
		1,223	0,066	0,032	2,05	
1,15	0,275	2,170	24	15,5	1,55	К. 47а
		1,989	17,1	5,28	3,25	
		1,799	5,35	1,55	3,45	
1,0	0,1	2,159	31	10,8	2,9	М. 47а
		1,948	21,4	3,06	7,0	
		1,802	12,4	1,19	10,4	
0,75	0,275	1,411	1,05	0,060	17,5	К. 47а
		2,097	30,2	4,3	7,0	
		1,600	1,85	0,156	11,8	
		1,403	0,39	0,031	12,5	
0,5	0,1	1,659	2,48	0,108	23	М. 47а
		1,315	0,354	0,0064	55	
		1,274	0,277	0,0043	64	
		1,086	0,124	0,0006	202	
0,3	0,1	1,652	1,92	0,0365	54	М. 47а
		1,558	1,35	0,018	75	
		1,358	0,48	0,0034	140	
		1,226	0,25	0,00097	260	

заимствованной из работы Лондона и Зилсела ^{L. 48b}. Данные таблицы VI показывают, что даже в случае самых тонких щелей кажущаяся теплопроводность на много порядков величины больше теплопроводности гелия I.

5.4. Перенос тепла через узкие щели (теория)

Теория переноса тепла гелием II через узкие щели была подробно рассмотрена Лондоном и Зилселем ^{L. 48b}, которые использовали механизм «внутренней конвекции» и учли ограничение переноса массы при циркуляции, обусловленное ламинарным (пуазейлевым) течением нормальной компоненты в щели. В дальнейшем эта проблема обсуждалась Андроникашвили ^{A. 49}, Гортером и Меллинком ^{G. 49a} и Аткинсом ^{A. 52a}.

Формула для переноса тепла получается следующим образом: во-первых, если единственным ограничением потока является вязкость η_n нормальной компоненты, текущей ламинарно по капилляру, то вдоль канала должен возникнуть градиент давления

$$\text{grad } p = \eta_n \nabla^2 \mathbf{v}_n, \quad (5.5)$$

где $\mathbf{v}_n$ — скорость нормальной компоненты. Далее, следует отметить, что это давление является, в сущности, давлением «фонтанирования» и связано с градиентом температуры вдоль канала. Связь между градиентами давления и температуры обсуждалась ранее в разделе 4.5; она дается формулой (4.4). Пользуясь уравнением полного потока тепла (5.4) и комбинируя (4.4) и (5.5), получаем для плоскопараллельной щели с зазором d на единицу ширины

$$\dot{Q} = -K_{\text{теор}} d \cdot \text{grad } T = -\frac{\rho^2 S^2 T \cdot d^3}{12\eta_n} \text{grad } T, \quad (5.6)$$

где S — энтропия на единицу массы жидкости, совпадающая с ΔS , и $K_{\text{теор}}$ — коэффициент теплопроводности.

Значения $K_{\text{теор}}$ были вычислены из уравнения (5.6) Лондоном и Зилселем ^{L. 48b} по экспериментально определенным значениям S и η_n . Они пользовались для сравнения значениями d и $\text{grad } T$ из измерений Кеезома и Дайкарта ^{K. 47a} и Мейера и Меллинка ^{M. 47a}; результаты их вычислений приведены в таблице VI, из которой видно, что $K_{\text{теор}}$ имеет тот же порядок величины, что и $K_{\text{эксп}}$, для щелей с зазором больше 1 μ . Для щелей уже одного микрона теоретическая теплопроводность получается слишком малой. Для одной из самых узких щелей Мейера и Меллинка (с зазором 0,3 μ) отношение $K_{\text{эксп}}/K_{\text{теор}}$ при 1,23° K равно 260.

Если соответствие $K_{\text{теор}}$ и $K_{\text{эксп}}$ для щелей от 1 до 10 μ является удовлетворительным, то огромное расхождение для более узких щелей внушает беспокойство. Гортер и Меллинка ^{G. 49a}, обратившие внимание на это расхождение, приписывают его тому факту, что для самых узких щелей зазор становится сравнимым с длиной свободного пробега, обуславливающей вязкость, и что при этом течение нормальной

компоненты нужно рассматривать как аналогичное кнудсеновскому течению разреженных газов. Однако никакого удовлетворительного количественного объяснения аномально большой теплопроводности в щелях с зазором меньше 1μ не получено и можно полагать, что на разъяснение этого вопроса придётся затратить ещё много труда.

Поскольку зависимость энтропии гелия II от температуры весьма сильная (см. раздел 4.3) и поскольку η_n не изменяется заметно в этой области температур (см. рис. 7), из уравнения (5.6) следует, что теплопроводность $K_{\text{теор}}$ должна быть приблизительно пропорциональна T^n , где n , в соответствии с данными эксперимента, лежит между 10 и 15. Лондон и Зилсел^{L. 48b} предположили, что $n = 12,2$, однако в свете более поздних измерений S и η_n это значение следует пересмотреть. Уменьшение наблюденного значения n , отмеченное Мейером и Меллинком^{M. 47a}, повидимому, связано с аномально большой теплопроводностью в самых узких щелях и ещё нуждается в объяснении.

5.5. Перенос тепла через широкие щели (эксперимент)

Ранние измерения переноса тепла через широкие щели (диаметром от 0,2 до 1,6 мм) и результаты этих измерений уже были обсуждены в разделе 5.2. Более поздние работы по переносу тепла в области, где поток тепла $\dot{Q}$ не является прямо пропорциональным разности температур ΔT , были выполнены Кеезомом и Дайкартом^{K. 47a}, Меллинком^{M. 47b} и Хангом, Хантом и Уинклем^{H. 52c}. Ценность этих работ заключается в содержащихся в них сведениях, касающихся сил сопротивления, действующих по всему поперечному сечению щели, т. е. по всему объёму жидкости.

Аппаратура, использованная в этих работах, была такой же, как в работах названных авторов по изучению переноса тепла через узкие щели (см. рис. 19). Ширина щелей изменялась в пределах от 1 до 15 μ ; для этих щелей нелинейная зависимость теплового потока $\dot{Q}$ от ΔT наблюдалась при достаточно высоких температурах (см. таблицу V).

Полученные результаты по своему характеру совпали с результатами для случая намного более широких щелей (см. раздел 5.2), а именно: (а) общий поток тепла $\dot{Q}$ оказался приблизительно пропорциональным поперечному сечению A щели и (б) плотность теплового потока $\dot{q}$ ($\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A}$) менялась с ΔT как $(\Delta T)^{1/3}$. Измерения, однако, не были проведены в достаточно широкой области, чтобы можно было определить влияние длины щели на получаемые результаты.

Новейшие результаты Ханга, Ханта и Уинкля^{H. 52c} показывают, что область нелинейности, т. е. область, в которой $\dot{Q} \sim (\Delta T)^{1/3}$, может не простирается вплоть до нулевого потока тепла. Для щелей шириной 1—5 μ , использованных названными авторами, линейная связь между $\dot{Q}$ и ΔT наблюдается даже при температурах, превы-

шающих критические значения, приведённые в таблице V. Такой переход от области $(\Delta T)^{1/2}$ к линейной области уже был проиллюстрирован на рис. 28.

Во многих измерениях переноса тепла, опубликованных указанными выше авторами, а также в ранних измерениях Аллена и Рики^{A. 39b} наряду с параметрами $\dot{Q}$ и ΔT измерялась разность давлений на концах щели, соединяющей два объёма жидкого гелия II. Эта разность давлений представляет собой так называемое давление фонтанирования, возникающее вследствие выделения тепла в более нагретом объёме гелия II и в своей основе связанное, согласно двухкомпонентной модели, с движением сверхтекучей компоненты в направлении источника тепла. Однако в случае использования широких щелей давление фонтанирования не может сохраняться без непрерывного подвода тепла в более нагретый сосуд, в связи с тем фактом, что возникает «нормальный» поток вдоль направления градиента давления фонтанирования и тепло переносится в более холодный объём путём процесса «внутренней конвекции». В случае же крайне узких щелей оказывается возможным, как обсуждалось в разделе 4.4, поддерживать однажды созданное давление фонтанирования в течение значительных промежутков времени без дополнительного подвода тепла. Можно предположить, что в идеальном случае эти промежутки времени могли бы быть сделаны неопределённо большими, если рассматривать щели, вовсе непроницаемые для течения нормальной компоненты.

Основные результаты этих измерений потока тепла и давления фонтанирования в случае широких щелей состоят в следующем:

а) При постоянной температуре наблюдается строгая пропорциональность между потоком тепла $\dot{Q}$ и наблюдаемым давлением фонтанирования $\Delta p_{\text{набл}}$ независимо от того, имеет место прямая пропорциональность $\dot{Q}$ и ΔT или не имеет. Этот факт был впервые замечен Алленом и Рики^{A. 39b}; данные, собранные

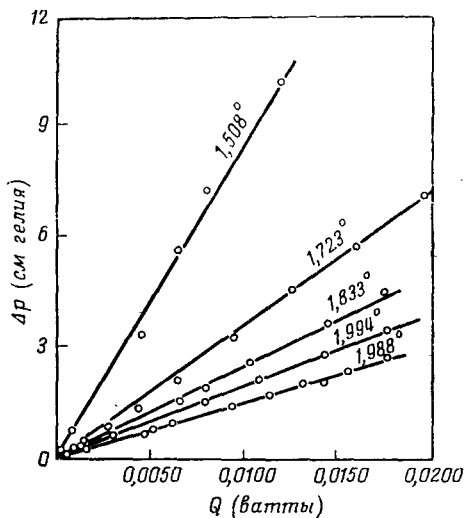


Рис. 29. Зависимость давления фонтанирования $\Delta p_{\text{набл}}$ (в см жидкого гелия) от потока тепла $\dot{Q}$ для щели шириной 10,5 микрона при различных постоянных температурах. Данные Меллинка^{M. 48b}.

Меллинком^{М. 48b} и ясно иллюстрирующие этот результат, приведены на рис. 29.

б) Отношение наблюдаемого давления фонтанирования к разности температур $\left(\frac{\Delta p_{\text{набл}}}{\Delta T}\right)$ в общем случае не равно $\rho \Delta S$, как было най-

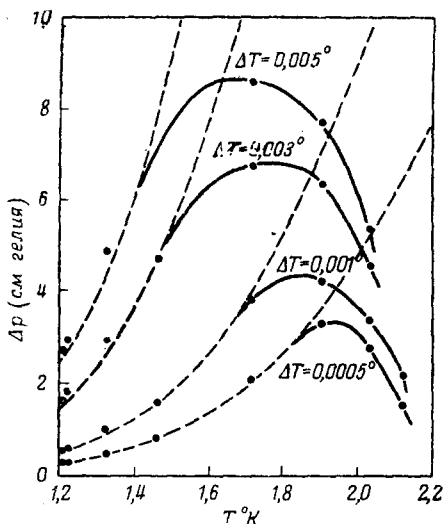


Рис. 30. Температурная зависимость давления фонтанирования (в см жидкого гелия) для различных постоянных значений ΔT по Меллинку^{М. 48b}. Измерения проводились на щели шириной 5 микрон. Пунктирные линии соответствуют максимальным теоретическим значениям давления фонтанирования согласно уравнению (4.4).

Меллинком^{Г. 49a} и Гортером, Кастелайном и Меллинком^{Г. 50a}. Объяснение основывается на предположении о том, что существует сила взаимного трения между сверхтекучей и нормальной компонентами при их движении друг относительно друга, равная

$$F_r = A \rho_s \rho_n (v_s - v_n)^3, \quad (5.7)$$

где F_r — сила, рассчитанная на единицу объема, а коэффициент A зависит от температуры. Влияние взаимной силы трения, пропорциональной кубу относительной скорости, на изотермическое течение гелия II уже рассматривалось в разделах 2.6 и 2.7.

При учёте такой силы трения, действующей как на сверхтекучую, так и на нормальную компоненты, простое выражение (4.4) для давления фонтанирования перестаёт быть справедливым, так как оно выведено в предположении, что необратимые силы, подобные F_r ,

делено в случае узких щелей (см. раздел 4.5). Установлено, что $\frac{\Delta p_{\text{набл}}}{\Delta T}$ является сложной функцией температуры, ширины щели и ΔT ; типичная кривая, показывающая, по Меллинку^{М. 48b}, зависимость $\Delta p_{\text{набл}}$ от T для различных постоянных значений ΔT в случае щели шириной 5 μ , приведена на рис. 30. На этом рисунке пунктирными кривыми показаны вычисленные значения $\rho \Delta S \cdot \Delta T$ или, скорее, $\rho S \cdot \Delta T$.

5.6. Перенос тепла через широкие щели (теория)

Возможное объяснение нелинейности изменения теплового потока Q через широкие капилляры в гелии II с изменением разности температур ΔT было предложено Гортером^{Г. 48c} и подробно обсуждалось Гортером и

отсутствуют. В этом случае при течении сверхтекучей компоненты теоретический градиент давления $\rho S \text{ grad } T$ больше наблюдаемого $\text{grad } p_{\text{набл}}$ благодаря наличию взаимного трения. Следовательно, в стационарном случае мы имеем:

$$\rho S \text{ grad } T = \text{grad } p_{\text{набл}} + A \rho_s \rho_n (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)^2. \quad (5.8)$$

Из измерений $\text{grad } T$ и $\text{grad } p_{\text{набл}}$, проведённых Хангом, Хантом и Уинклем^{Н. 52с} для стационарного течения или течения с незначительным ускорением, можно с помощью (5.8) вычислить силу взаимного трения F_r .

Для объяснения переноса тепла «внутренней конвекцией» с учётом взаимного трения необходимо объединить уравнение (5.8) с уравнением, связывающим плотность потока тепла q с $\text{grad } p$. Забегая вперёд (см. раздел 8.1), объединим уравнения гидродинамики для движения сверхтекучей и нормальной компонент, как это делали Гортер и Меллиник, и получим

$$\text{grad } p_{\text{набл}} = \eta_n \nabla^2 \mathbf{v}_n, \quad (5.9)$$

что, вместе с основным уравнением для процесса внутренней конвекции (5.4) даёт:

$$\dot{q} = - \frac{\rho S T d^2}{12 \eta_n} \text{grad } p_{\text{набл}} \quad (5.10)$$

для течения в плоскопараллельной щели с расстоянием между стенками d . Уравнение (5.10) указывает на то интересное обстоятельство, что движение нормальной компоненты полностью определяется граничными условиями на стенках щели даже при наличии взаимного трения. Кроме того, оно показывает, что существует точная пропорциональность между $\dot{q}$ и наблюдаемым градиентом давления вдоль канала $\text{grad } p_{\text{набл}}$ независимо от того, удовлетворяет ли $\text{grad } p_{\text{набл}}$ простому соотношению (4.4) или более сложному (5.8). Последний результат хорошо согласуется с наблюдениями, впервые произведёнными Алленом и Рики^{А. 39б}, согласно которым $\dot{q} = \text{const} \cdot \Delta p_{\text{набл}}$ (см. рис. 29). Следует отметить, что линейная зависимость между $\dot{q}$ и $\text{grad } p_{\text{набл}}$, существующая согласно уравнению (5.10), будет нарушена, если на сверхтекучее движение будут действовать иные необратимые силы, нежели взаимное трение.

Комбинируя (5.8) и (5.10), получим:

$$\text{grad } T = - \frac{12 \eta_n}{\rho^2 S^2 T d^2} \dot{q} - \frac{A \rho_n}{S (\rho S T)^3} \dot{q}^3. \quad (5.11)$$

Для узких щелей первый член в правой части (5.11) является преобладающим и определяющим тепловой поток; легко видеть, что пренебрежение вторым членом снова приводит к линейному уравнению (5.6). При увеличении ширины щели d первый член в правой части (5.11) будет уменьшаться и $\text{grad } T$ станет пропорционален $\dot{q}^3$. Пропорциональ-

ность q кубическому корню из градиента температуры действительно наблюдалось на опыте. В сущности, исходя из этих наблюдений Гортер и Меллинк и предположили, что сила взаимного трения F_r пропорциональна кубу относительной скорости.

Как было объяснено более подробно в разделах 2.6 и 2.7, ещё не ясно, насколько хорошо сила взаимного трения, введённая Гортером и Меллинком, сможет объяснить нормальную вязкость, теплопроводность и т. д., несмотря на некоторый начальный успех этой гипотезы, отмеченный также Накаджимой, Томитой и Усуи^{Н. 50а}, которые провели обширные вычисления с учётом взаимного трения. Более того, Ханг, Хант и Уинкл^{Н. 52с} ясно показали (см., в частности, рис. 28), что взаимного трения не существует, пока скорость потока не достигнет некоторого критического значения. Этот вывод о том, что движение со скоростью ниже критической лишено трения, был сделан ранее Чандрасекаром и Мендельсоном^{С. 51} и Аткинсом^{А. 51а} из наблюдений течения в поверхностной плёнке и в широких щелях. Было высказано предположение, что

$$F_r = A \rho_s \rho_n [(v_s - v_n) - v_{\text{крит}}]^3. \quad (5.12)$$

Недавно Касуя^{К. 53е} опубликовал короткую заметку, в которой результаты Ханга, Ханта и Уинкля^{Н. 52с} интерпретируются с учётом силы взаимного трения типа (5.12), а также с учётом силы трения, действующей на сверхтекущую компоненту и пропорциональной v_s^3 . Он вычислил критические скорости для обоих вариантов. Для более подробного обсуждения необходимы дальнейшие сообщения.

В заключение можно сказать (см. также раздел 8.1), что имеется целый ряд вариантов необратимых членов в уравнениях гидродинамики, и их теоретическое и экспериментальное изучение только начинается.

5.7. Пристенные слои

Наряду с проблемой переноса тепла в самом жидком гелии II интересны исследования переноса тепла через границу твёрдого тела с жидким гелием II. Первые исследования этого вопроса были произведены Капицей^{К. 41с}. Его прибор состоял из металлического параллелепипеда, внутри которого помещались термометр сопротивления и нагреватель, свободно подвешенного на тонких нитях в термостатируемой ванне жидкого гелия II. Выделение тепла в таком параллелепипеде приводило к повышению его температуры по сравнению с температурой гелиевой ванны благодаря конечному теплосопротивлению границы твёрдое тело — жидкость. Капица нашёл, что это граничное теплосопротивление в первом приближении не зависит от природы твёрдого тела и что скачок температуры у поверхности локализован в жидком слое вблизи поверхности толщиной менее 10^{-3} см. Более того, он измерил коэффициент теплопередачи, т. е. мощность в ваттах, рассеиваемую 1 см^2 поверхности, делённую на

разность температур:

$$n = \frac{w}{\Delta T}, \quad (5.13)$$

и нашёл, что для малых разностей температур ($\Delta T < 0,01^\circ \text{K}$) n приблизительно пропорционально T^3 . Результаты Капицы изображены на рис. 31.

Подобные измерения, впрочем, менее прямым методом были произведены впоследствии Уайтом, Гонзалесом и Джонстоном^{W. 53a}, подтвердившими величины и температурную зависимость, полученные Капицей. Осборн^{O. 51}, производя эксперименты со вторым звуком, пришёл к подобным же заключениям.

Гортер, Таконис и Беенакер^{G. 51d} дали формальную теорию явления теплопередачи через границу твёрдое тело — гелий II. Они рассмотрели движение сверхтекучей и нормальной компонент перпендикулярно к твёрдой поверхности (вдоль оси z), предположив, что температура изменяется непрерывно. При этом вблизи границы нормальная компонента превращается в сверхтекучую или наоборот. Предполагается, что это превращение происходит при конечной разности температур, поэтому температура T вблизи границы отличается от температуры T_0 в глубине

жидкости. Далее предполагается, что возрастание x , т. е. доли нормальной компоненты ($x = \frac{\rho_n}{\rho}$), прямо пропорционально $(T - T_0)$.

Тогда уравнение непрерывности имеет вид

$$\operatorname{div} x v_n + a(T - T_0) = 0, \quad (5.13')$$

и тепло, протекшее через единицу поверхности, даётся формулой *)

$$w = v_n \rho T S^* - \lambda \operatorname{grad} T = \text{const}, \quad (5.14)$$

где λ — нормальный классический коэффициент теплопроводности жидкости, а первый член описывает перенос тепла посредством внутренней конвекции.

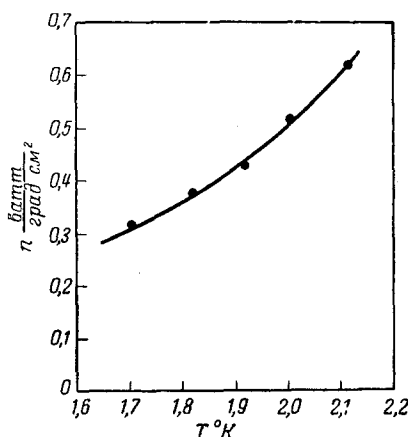


Рис. 31. Температурная зависимость коэффициента теплопередачи n через границу твёрдое тело — гелий II; Капица^{K. 41f}.

) Здесь S^ , равное $x \left(\frac{\partial^2 G}{\partial x \partial T} \right)$ или $x \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)$, — величина, введённая Гортером^{G. 49b}. Повсюду в настоящем обзоре S^* полагается равным S .

Уравнения (5.13') и (5.14) приводят к экспоненциальной зависимости T от z

$$T - T_0 = \Delta T \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right), \quad (5.15)$$

откуда

$$n = \frac{\omega}{\Delta T} = \frac{\lambda}{\delta} = \left[\frac{\lambda_p T a S^*}{x} \right]^{1/2}. \quad (5.16)$$

Здесь δ — эффективная толщина слоя жидкости, в котором происходит скачок температуры:

$$\delta^2 = \frac{x\lambda}{\rho T a S^*}. \quad (5.17)$$

Следует отметить, что коэффициент a связан со временем релаксации превращения сверхтекучей компоненты в нормальную, введенным Гортером и др.^{G. 50a} в теорию поглощения второго звука (см. раздел 9.7). Пользуясь этим соотношением между a и результатами измерения второго звука, Гортер и сотрудники^{G. 51d} пришли к выводу, что формула (5.16) не противоречит опыту.

Дальнейшее исследование этой проблемы было произведено Кронигом и сотрудниками. Развивая теорию распространения и затухания второго звука в гелии II (см. раздел 9.1), Крониг и Теллунг^{K. 50} пришли к выводу, что возможно существование третьего типа волнового движения, обладающего почти чисто мнимым волновым вектором, и, следовательно, быстро затухающего в пространстве. Они связали это движение с поверхностными эффектами возле границы жидкость—твёрдое тело и пришли к заключению, что толщина слоя жидкости, в котором эти эффекты заметны, меньше или равна 10^{-5} см. Крониг, Теллунг и Вольдринг^{K. 52e}, развивая эту теорию, записали эффективную толщину δ в виде

$$\delta = \delta' + \delta'', \quad (5.18)$$

где δ' связана с волновым движением третьего типа, введенным ими ранее (для предела $\omega = 0$), а δ'' обусловлена релаксацией согласно представлениям Гортера, Такониса и Беенаккера. Для δ' приведено выражение

$$\delta'^2 = \frac{\eta\lambda}{\rho^2 S^{*2} T}. \quad (5.19)$$

(Здесь S^* имеет смысл, указанный выше.)

Недавно Халатников^{X. 52a} высказал предположение, что тепловое сопротивление границы в основном объясняется излучением звука, обусловленным тепловыми колебаниями твёрдого тела. К моменту написания настоящего обзора подробности этой работы не были известны.

(Окончание см. т. LVII, вып. 1, сентябрь 1955 г.)