

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**ВЛИЯНИЕ ОБЪЁМНОГО ЗАРЯДА  
ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ИНТЕНСИВНЫХ ПУЧКОВ  
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ****М. Д. Габович**

В последние годы всё большее значение приобретает техника, использующая интенсивные электронные и ионные пучки, и всё более существенным оказывается учёт действия объёмного заряда в электронной оптике.

Следует отметить, что наряду с общеизвестным большим вкладом советских учёных в создание теоретической базы общей электронной оптики при развитии рассматриваемого частного её направления существенную и основополагающую роль сыграли работы Богуславского<sup>1</sup> и Бурсиана<sup>2, 3, 4</sup> по изучению влияния объёмного заряда на движение потоков заряженных частиц, Лукошкова<sup>5</sup> по исследованию распространения интенсивных пучков, ряда отечественных учёных<sup>6-11</sup>, впервые и наиболее строго разработавших вопросы нейтрализации объёмного заряда в пучках, газовой самоконцентрации пучков и т. д.

Несмотря на то, что к настоящему времени в литературе накопилось уже значительное количество работ, посвящённых интенсивным пучкам, работ обзорного характера по этому вопросу почти нет<sup>12, 13</sup>.

Поэтому в настоящей статье мы поставили своей целью свести результаты основных опубликованных работ, касающихся влияния объёмного заряда на распространение интенсивных пучков заряженных частиц, и дать одновременно сводку формул и сведений, которые могут быть полезны при работе с интенсивными пучками.

Здесь будут рассмотрены: расплывание пучков под действием собственного объёмного заряда, некоторые способы формирования интенсивных пучков, ограничение токов в пучках, нейтрализация объёмного заряда в пучках действием частиц противоположного знака и связанные со всем этим вопросы.

# 1. РАСПЛЫВАНИЕ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОБСТВЕННОГО ОБЪЁМНОГО ЗАРЯДА

При распространении пучка заряженных частиц объёмный заряд этих частиц приводит к изменению поля или, если пространство до введения пучка было эквипотенциально, к появлению некоторого электрического поля. Отыскание формы пучка при заданных граничных условиях наталкивается на известные трудности, связанные с решением уравнения Пуассона (фактически нужно решать систему — уравнение Пуассона, уравнение непрерывности, уравнение движения), и даже при решении простейших задач подобного типа приходится пользоваться существенными допущениями.

Первым интересующим нас вопросом будет решение ряда простейших задач, в которых рассматривается распыление пучков вследствие действия поля объёмных зарядов или, иначе говоря, вследствие электростатического расталкивания одноимённо заряженных частиц пучка.

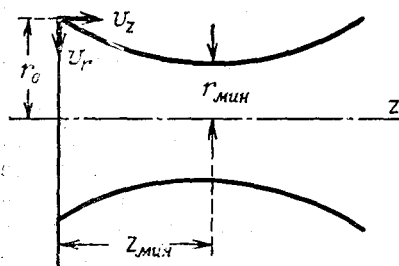


Рис. 1.

Пучок заряженных частиц, обладающий зарядом  $e$  и массой  $M$ , выходящий из плоскости  $z=0$  и имеющий круглое сечение, распространяется в направлении оси  $z$  (рис. 1) в эквипотенциальном пространстве (не считая поля, образованного зарядами пучка). В более общем случае частицы пучка, кроме скорости  $v_z$ , обладают

и начальной радиальной компонентой скорости  $v_r(r)$ , которую они могли приобрести, например, после прохождения некоторой линзы (последняя в дальнейшем будет предполагаться «тонкой»). Естественно предположить, что частицы, проходящие линзу на разных удалениях от оси, будут обладать начальными радиальными скоростями, удовлетворяющими соотношению

$$v_r(r)_i = v_z \frac{r}{f}, \quad (1)$$

т. е. что пучок гомоцентричен; в этом выражении  $r$  — удаление частиц от оси в плоскости  $z=0$ ,  $f$  — фокусное расстояние линзы. Уравнение Пуассона для аксиально-симметричной системы:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -4\pi\rho. \quad (2)$$

Если длина пучка значительно превышает его диаметр и прс-

странство при отсутствии пучка эквипотенциально, можно пренебречь вторым членом левой части и уравнение записать в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) = -4\pi\rho. \quad (3)$$

Первое интегрирование (3) при условии независимости  $\rho$  от  $r$  (постоянство плотности тока и скорости  $v_z$  по сечению пучка, что, строго говоря, не имеет места) даёт выражение для радиального поля на поверхности пучка:

$$E_r = 2\pi\rho r = \frac{2I}{rv_z}, \quad (4)$$

где  $I$  — полный ток пучка,  $r$  — радиус пучка в данном месте. Электрическая сила, действующая на периферийную частицу пучка и вызывающая распывание последнего, равна

$$F_e = eE = \frac{2Ie}{rv_z}. \quad (5)$$

Определение формы распывающегося пучка сводится к интегрированию уравнения радиального движения периферийной частицы

$$Mr'' = F_e = \frac{2Ie}{rv_z} \quad (6)$$

при начальных условиях  $t = 0$ ,  $r = r_0$ ,  $\dot{r} = -v_r$ , где  $v_r$  — начальная радиальная скорость частицы, удалённой в плоскости  $z = 0$  на расстояние  $r_0$  от оси, а  $r_0$  — начальный радиус пучка; при этом имеет место соотношение

$$v_r = v_z \frac{r_0}{f}. \quad (7)$$

Первое интегрирование (6) приводит к выражению

$$\dot{r}^2 = \frac{4Ie}{v_z M} \ln \frac{r}{r_0} + v_r^2. \quad (8)$$

Пользуясь условием  $r = r_{\min}$  при  $\dot{r} = 0$ , получаем выражение для минимального радиуса пучка

$$r_{\min} = r_0 \exp \left( - \frac{Mv_z v_r^2}{4Ie} \right). \quad (9)$$

При  $r = r_{\min}$  прекращается радиальное движение частицы к оси и начинается её движение от оси под действием сил электростатического отталкивания.

Второе интегрирование даёт форму сходящейся части пучка

$$f \left( \frac{r_0}{r_{\min}} \right) - f \left( \frac{r}{r_{\min}} \right) = \sqrt{\frac{Ie}{M}} \frac{z}{v_z^{3/2} r_{\min}} = K \frac{r_0}{r_{\min}}, \quad (10)$$

где  $z = tv_z$ ,  $f(x)$  — известная табулированная функция  $f(x) = \frac{1}{2} \int_1^x \frac{dy}{\sqrt{\ln y}}$  (см. табл. 1), а  $K$  — безразмерный параметр.

Таблица I

$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
1,01	0,1	1,9	1,01
1,04	0,203	2,25	1,22
1,09	0,309	2,72	1,46
1,17	0,422	4,22	2,14
1,28	0,545	7,10	3,24
1,43	0,681	12,9	5,17
1,63	0,833	22,5	8,86
		54,6	16,4

Изложенная выше задача была рассмотрена Лукошковым<sup>5</sup>, и её решение служит основой для решения других, более сложных задач.

В частном случае начальная радиальная компонента скорости может отсутствовать ( $r = 0$  при  $z = 0$ ), и форма расплывающегося пучка описывается уравнением

$$f\left(\frac{r}{r_0}\right) = \sqrt{\frac{Ie}{M}} \frac{z}{v_z^{3/2} r_0} = 2^{-3/2} I^{1/2} \left(\frac{M}{e}\right)^{1/4} U_0^{-3/4} r_0^{-1} z = K. \quad (11)$$

Это следует непосредственно из (10) при замене  $r_{\min} = r_0$  и перемене знака.

При переходе к практическим единицам, имея в виду, что  $v_z = \sqrt{2 \frac{e}{M} U_0}$ , где  $U_0$  — энергия частиц в вольтах, получаем:

$$f\left(\frac{r}{r_0}\right) = 88 \left(\frac{M}{m}\right)^{1/4} I^{1/2} (\text{ампер}) \cdot U_0^{-3/4} (\text{вольт}) \cdot r_0^{-1} z, \quad (12)$$

где  $\frac{M}{m}$  — отношение массы частицы к массе электрона.

Выше не было учтено то обстоятельство, что на частицу действует, кроме силы  $F_e$ , ещё и магнитная сила  $F_H$ , обусловленная существованием магнитного поля тока пучка и приводящая к стягиванию последнего к оси. Напряжённость магнитного поля вокруг пучка цилиндрической формы

$$H = \frac{2I}{rc} \quad (13)$$

и, следовательно, величина магнитной силы равна

$$F_H = \frac{2Iev_z}{rc^2}. \quad (14)$$

Таким образом, результирующая сила, действующая на частицу:

$$F = F_e - F_H = \frac{2Ie}{rv_z} \left[ 1 - \left( \frac{v_z}{c} \right)^2 \right]. \quad (15)$$

Как видно, учёт этой поправки целесообразен только при достаточно больших скоростях частиц. Например, для электронов с энергией 10 000 вольт сила притяжения, возникающая за счёт действия магнитного поля, составляет всего 4% силы взаимного отталкивания частиц.

Возвращаясь снова к тому случаю, когда частицы расплывающегося пучка не имеют начальной радиальной скорости, можно на основании (11) написать выражение, определяющее форму пучка при  $z > z_{\min}$  (рис. 1):

$$f\left(\frac{r}{r_{\min}}\right) = \sqrt{\frac{Ie}{M}} \frac{(z - z_{\min})}{v_z^{3/2} r_{\min}}. \quad (16)$$

Из (10) следует (подстановка:  $r = r_{\min}$ ,  $f(1) = 0$ )

$$z_{\min} = f\left(\frac{r_0}{r_{\min}}\right) \sqrt{\frac{M}{Ie}} v_z^{3/2} r_{\min}. \quad (17)$$

Окончательно вместо (16) получается выражение

$$f\left(\frac{r}{r_{\min}}\right) + f\left(\frac{r_0}{r_{\min}}\right) = K \frac{r_0}{r_{\min}}. \quad (18)$$

Это последнее уравнение позволяет решить следующую задачу. Пучок, имея начальный радиус  $r_0$ , выходит из плоскости  $z = 0$ , где расположена некоторая «тонкая» линза. Нужно определить, при каком фокусном расстоянии линзы или, иначе, при какой начальной радиальной скорости  $v_r$ , сечение пучка на экране, находящемся в плоскости  $z$ , будет наименьшим и какова величина этого наименьшего сечения пучка. Существование оптимального значения  $v_r$ , при котором пучок на экране имеет наименьшее сечение, было показано<sup>14</sup> вычислением, проведённым для некоторых частных случаев; при больших или меньших значениях радиальной компоненты сечение пучка на экране увеличивается (кривые 1 и 3 на рис. 2).

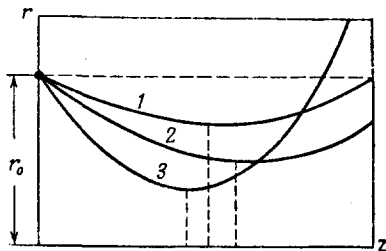


Рис. 2.

Оказалось возможным<sup>15</sup> решить эту задачу и в общем виде. Пучок характеризуется заданными значениями безразмерного параметра  $K$  (см. выше) и начального радиуса  $r_0$ . Имея в виду уравнение (18) и используя условие экстремума, которое может быть представлено в виде

$$\frac{dr}{dr_{\min}} = 0,$$

можно было определить зависимость величин  $\frac{r_{\min}}{r_0}$ ,  $\frac{z_{\min}}{z_0}$ ,  $\frac{r_k}{r_0}$  от параметра  $K$ , причём  $r_k$  означает радиус наименьшего сечения пучка в плоскости экрана при заданном значении  $K$ , а  $r_{\min}$  и  $z_{\min}$  — радиус и место локализации наименьшего сечения пучка. Все эти зависимости представлены на рис. 3. Определив значение  $r_{\min}$  и

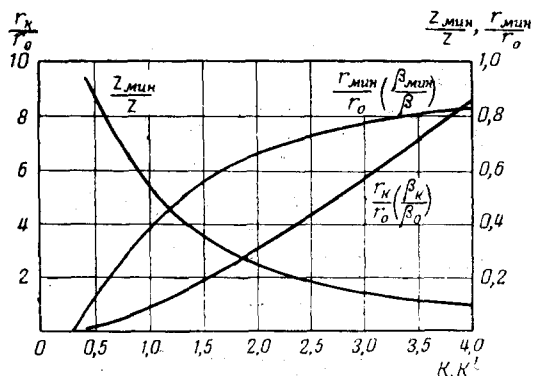


Рис. 3.

пользуясь (9), можно определить оптимальное значение  $v$ , и величину

$$\frac{f}{z} = \frac{1}{2K \sqrt{\ln \frac{r_0}{r_{\min}}}}, \quad (19)$$

где  $f$  — оптимальное фокусное расстояние линзы.

Ранее было рассмотрено расплывание гомоцентричных пучков. Однако в действительности, даже при малом объёмном заряде, имеются большие или меньшие отклонения от гомоцентричности, и вместо точечного фокуса пересечение лучей образует некоторое минимальное сечение, отстоящее от линзы на расстоянии  $L$  и имеющее радиус  $a$ . При существенном объёмном заряде расплывание приводит к увеличению минимального сечения и изменению его положения. Анализ этого случая<sup>16</sup> привёл к выводу о том, что при достаточно интенсивном объёмном заряде радиус этого увеличенного минимального сечения определяется ходом так назы-

ваемого «внешнего луча», т. е. траектории периферийного электрона и может быть вычислен по формуле

$$r_{\min} = r_0 \exp \left[ -3,3 \cdot 10^{-5} \frac{r_0^2}{L^2} U^{3/2} I^{-1} \left( \frac{a}{r_0} - 1 \right)^2 \right]. \quad (20)$$

Если здесь положить  $a \rightarrow 0$ ,  $L = f$  (гомоцентричный пучок) и иметь в виду (1), то выражение для  $r_{\min}$  как и следовало ожидать, совпадает с (9).

При сравнительно малом объёмном заряде минимальное сечение можно найти по пересечению «внешнего» луча с «внутренним», идущим от края пучка в плоскости выходного отверстия линзы до противоположной стороны минимального сечения. Для этого случая Вендт<sup>16</sup> приводит графики, позволяющие произвести подобные расчёты.

Определение формы расплывающегося пучка усложняется, если последний распространяется в неэквипотенциальном пространстве. Задача решена Моссом<sup>17</sup> для того случая, когда вдоль оси распространения пучка имеется постоянный градиент потенциала  $E$ .

Уравнение движения для этого случая имеет вид

$$M\ddot{r} = \frac{2Ie}{r \left( \frac{eE}{M} t + v_{z_0} \right)}. \quad (21)$$

Решение этого уравнения в случае, когда периферийные частицы обладают начальной радиальной компонентой скорости  $v_r$ , приводит к выражению

$$\lambda - \lambda_0 = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{d\beta}{\sqrt{\frac{\beta^2 - \beta_0^2}{4} + \frac{2B}{A^2} \ln \frac{\beta}{\beta_0} + \mu_0^2}}, \quad (22)$$

где  $\mu_0 = -\frac{v_r}{A} \sqrt{v_{z_0}} - \frac{\beta_0}{2}$ ,  $\lambda = \ln (At + v_{z_0})$ ,  $r = \beta e^{\lambda/2}$ ,  $\lambda_0 = \ln v_{z_0}$ ,

$A = \frac{eE}{M}$ ,  $B = \frac{2Ie}{M}$ ,  $\beta_0 = \frac{r_0}{\sqrt{v_{z_0}}}$ ,  $v_{z_0}$  — компонента начальной скорости, направленная вдоль оси  $z$ .

При решении конкретных задач по известным значениям  $v_{z_0}$ ,  $v_r$ ,  $r_0$ ,  $\frac{e}{M}$ ,  $E$ ,  $I$  определяются величины  $\lambda_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\mu_0$ ,  $B$ ,  $A$  и с помощью (22) определяется  $\lambda = \Phi(\beta)$ . После вычисления  $r = \varphi(\lambda) = f(t)$  при помощи соотношения  $z = \frac{At^2}{2} + v_{z_0}t$  определяется  $r = F(z)$ , что даёт форму пучка.

Если частицы не обладают начальной радиальной скоростью ( $v_r = 0$ ), выражение (22) упрощается:

$$\lambda - \lambda_0 = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{d\beta}{V \frac{\beta^2}{4} + \frac{2B}{A^2} \ln \frac{\beta}{\beta_0}}. \quad (23)$$

В работе Гуде и Гратцмюллера<sup>18</sup> рассматривалось при помощи метода электрических изображений расплывание пучка круглого сечения, распространяющегося между двумя плоскими электродами, между которыми приложена некоторая разность потенциалов.

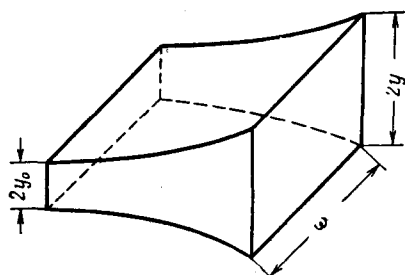


Рис. 4.

Во многих случаях используются пучки прямоугольного сечения<sup>22</sup> (ленточные пучки), у которых ширина  $\omega$  значительно больше толщины  $2y$  (рис. 4). Исходным в этом случае является уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -4\pi\rho. \quad (24)$$

Полагая на прежних основаниях величину  $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \ll \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$ , а  $\rho$  не зависящей от  $y$ , можно из (24) получить величину напряжённости поля на поверхности пучка:

$$E_y = \frac{2\pi I}{v_z \omega}. \quad (25)$$

Величина расталкивающей частицы электрической силы

$$F_e = \frac{2\pi I e}{v_z \omega}. \quad (26)$$

Здесь  $I$  — полный ток пучка, а  $\frac{I}{\omega}$  — ток, рассчитанный на единицу ширины пучка. Пренебрегая величиной магнитной силы, которая в данном случае равна

$$F_H = \frac{2\pi I e v_z}{\omega c^2}, \quad (27)$$

получаем уравнение движения частицы в виде

$$\ddot{y} = \frac{2\pi I e}{v_z \omega M}. \quad (28)$$



Интегрирование этого уравнения при начальных условиях:  $t = 0$ ,  $y = y_0$  (полутолщина),  $\dot{y} = 0$ , приводит к выражению

$$\frac{y - y_0}{y_0} = \frac{\pi I e z^2}{y_0 v_z^3 M \omega}, \quad (29)$$

или при переходе к практическим единицам

$$\frac{y - y_0}{y_0} = 2,4 \cdot 10^4 \left( \frac{M}{m} \right)^{1/2} I \text{ (ампер)} U_0^{-3/2} \text{ (вольт)} \frac{z^2}{\omega y_0}. \quad (30)$$

Если рассматриваемый ленточный пучок прошёл через линзу, имеющую фокусное расстояние  $f$ , то периферийная частица при выходе из линзы получает скорость вдоль оси, равную  $v_y = -\frac{y_0}{f} v_z$ . Интегрирование (28) при новых начальных условиях

$t = 0$ ,  $y = y_0$ ,  $\dot{y} = -\frac{y_0}{f} v_z$  приводит к выражению

$$y = y_0 - \frac{y_0}{f} z + \frac{\pi I e z^2}{v_z^3 d M}. \quad (31)$$

Полагая  $y = 0$ , можно определить условия, при которых возможна фокусировка пучка к оси  $z$ :

$$z = f' = \frac{y_0}{2\delta f} - \frac{1}{2\delta} \sqrt{\frac{y_0^2}{f^2} - 4y_0\delta}, \quad (32)$$

где  $f'$  — фокусное расстояние с учётом объёмного заряда, а  $\delta = \frac{\pi I e}{v_z^3 d M}$ . Фокусировка пучка к оси возможна только в том случае, если

$$4\delta < \frac{y_0}{f^2}. \quad (33)$$

Максимальное фокусное расстояние получается при подстановке  $\delta = \frac{y_0}{4f^2}$  в уравнение (32):  $f'_{\text{макс}} = 2f$  (см. рис. 8, б). При большем значении  $\delta$  пучок вовсе не фокусируется к оси.

Расплывание пучков рассматривалось гидродинамическим методом<sup>24</sup>.

Следует обратить внимание на принципиальное отличие в поведении пучков круглого и прямоугольного сечения. Как было показано, ленточный пучок может иметь линию пересечения даже при существенном объёмном заряде. Пучок круглого сечения не может иметь точку пересечения, если только плотность объёмного заряда (образуемого движущимися заряженными частицами) не уменьшена до такой степени, при которой существенной становится его дискретность. Это различие связано с тем, что для

пучка круглого сечения расталкивающая сила  $F_e \rightarrow \infty$  при  $r \rightarrow 0$ , в то время как при ленточном пучке сила остается конечной при  $y \rightarrow 0$ , ибо величина силы (26) не зависит от толщины пучка.

Представляет интерес также сопоставление степени расплывания этих пучков. Введённый нами ранее параметр  $K$  является функцией начальной плотности тока  $j_0$ :

$$K = \pi^{1/2} \left( \frac{e}{M} \right)^{1/2} \frac{j_0 z}{v_z^{3/2}}. \quad (34)$$

Имея в виду (29) и то, что  $J = 2y_0 \omega j_0$ , можно написать соотношение

$$\frac{S}{S_0} = \frac{y}{y_0} = 1 + 2K^2, \quad (35)$$

где  $\frac{S}{S_0}$  — отношение конечного сечения  $S$  ленточного пучка к его начальному сечению  $S_0$ . Пользуясь (11), можно вычислить анало-

$\left(\frac{S}{S_0}\right), \left(\frac{S}{S_0}\right)'$

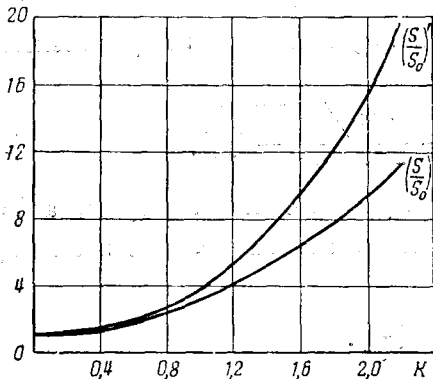


Рис. 5.

гичное отношение  $\left(\frac{S}{S_0}\right)' = \frac{r^2}{r_0^2}$  для пучка круглого

сечения, так же как функцию параметра  $K$ . На рис. 5 приведены эти две зависимости, и из их сопоставления видно, что при одинаковых начальной плотности тока и скорости частиц (одинаковых значениях  $K$ ) пучок круглого сечения расплывается сильнее, причём чем больше степень расплывания, тем больше отличается она для двух рассматриваемых пучков. В работе

Вакса<sup>19</sup> было показано, что полый пучок кольцевого сечения расплывается слабее, чем сплошной пучок круглого сечения, причём в отличие от рассмотренного выше сопоставления, здесь было учтено и распределение скоростей частиц по сечению пучка.

Приведённые выше упрощённые теории расплывания пучков основаны на ряде допущений и, несомненно, нуждаются в экспериментальной проверке.

На рис. 6 приведены зависимости<sup>20</sup> отношения конечного радиуса пучка к начальному от давления газа в том объёме, где распространяется пучок; параметром служит энергия электронов, движущихся в эквипотенциальном пространстве. Стрелками обо-

значены расчётные значения  $\frac{r}{r_0}$ . Сопоставление экспериментальных кривых с расчётными значениями показывает, что истинное рас-

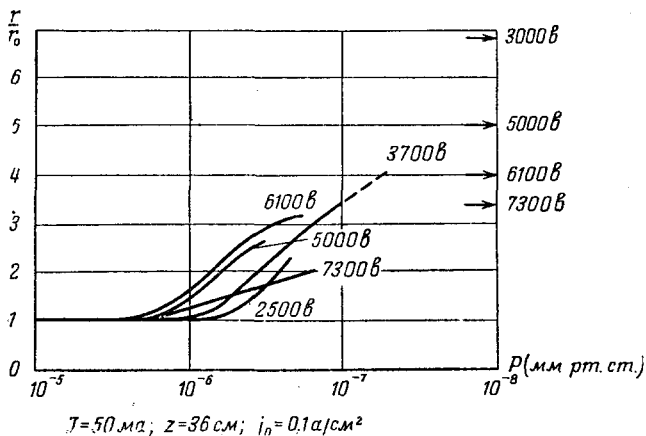


Рис. 6.

плывание меньше расчётного, но при уменьшении давления газа соответствие существенно улучшается. Зависимость от давления может быть связана с действием объёмного заряда положительных ионов, образующихся при движении электронного пучка; этот эффект будет рассмотрен ниже.

Для проверки теории расплывания ленточного пучка Клемперером<sup>21</sup> были проведены опыты, схема которых изображена на рис. 7. Электронный пучок пропущен через камеру  $A$  и мог попасть в фардеев цилиндр  $F$ , пройдя через щель  $S$  регулируемой ширины. Измерялась зависимость угла раствора щели  $\theta$ , при которой в  $F$  попадает половина тока эмиссии катода, от коэффициента объёмного заряда

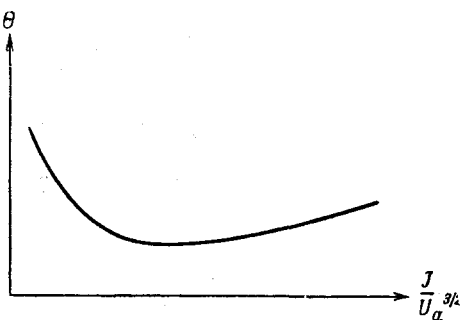
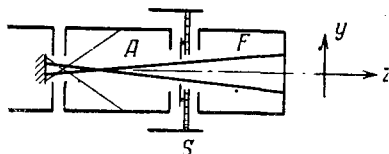


Рис. 7.

$\eta = \frac{I}{U_a^{1/2}}$ , характеризующего интенсивность пучка, последняя величина изменялась путём регулирования температуры катода.

Наблюдаемая зависимость (рис. 7) может быть объяснена с точки зрения приведенной ранее теории следующим образом. При малой величине  $\eta$  электроны примерно следуют электронно-

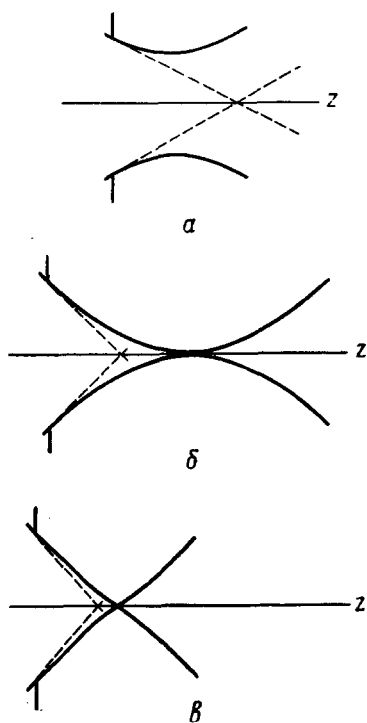


Рис. 8.

оптическим траекториям; характер поля у катода приводит к крутому перекрещиванию электронных путей. При этом наблюдается сильное расхождение пучка (большая величина  $\Theta$ ) — см. рис. 8, в.

С ростом объёмного заряда ( $\eta$ ) расталкивание электронов на катодной стороне пересечения уменьшает начальное схождение путей и, следовательно, уменьшает расхождение пучка. Левая часть кривой рис. 7 соответствует переходу от условий, характеризующих рис. 8, в, к условиям рис. 8, б. Кривая рис. 7 проходит через минимум и снова растёт, когда при росте объёмного заряда форма пучка приближается к изображённой на рис. 8, а.

Для изучения расплывания электронных пучков был применён фотোগрафический метод<sup>81</sup>.

Приведённые расчёты не являются строгими в количественном отношении, хотя правильно передают основные черты процесса расплывания пучков. Одной из

причин погрешностей приведённых выше формул является игнорирование распределения потенциала по сечению пучка.

## II. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА В ПУЧКЕ

Наличие объёмного заряда ведёт не только к общему изменению потенциала в области пучка, но и к возникновению градиентов потенциала внутри пучка. При этом существенную роль играют, естественно, граничные условия. Так, например, если пучок распространяется внутри эквипотенциальной металлической трубки (рис. 9), то действие индуцированных на её стенках зарядов противоположного знака приводит к уменьшению «провисания» потенциала в области пучка.

Распределение потенциала в трубе конечной длины рассмотрено В. Бродским<sup>25</sup>. Как и при всех подобных расчётах, здесь пред-

полагается, что расплывание пучка ограничено действием магнитного поля (см. ниже) неограниченной напряженности.

Для случая неограниченного по длине пучка (длина трубы  $l \gg R$ ) потенциал можно считать функцией одного лишь радиуса, и задача сводится к интегрированию одномерных уравнений Пуассона для области пучка и Лапласа для области между пучком и трубой.

Величина разности потенциалов ( $U_0 - U_n$ ) между трубой (потенциал по отношению к источнику частиц  $U_0$ ) и осью длинного пучка (потенциал  $U_n$ ) может быть вычислена<sup>26</sup> с помощью уравнения

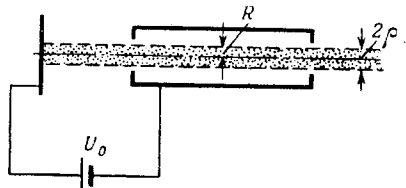


Рис. 9.

$$6,07 \cdot 10^4 \left( \frac{M}{m} \right)^{1/2} I \text{ (ампер)} U_0^{-3/2} \text{ (вольт)} = (1 - x)^{3/2} S, \quad (36)$$

где  $I$  — ток пучка,  $x = \frac{|U_0 - U_n|}{U_0}$ , а  $S = f\left(x, \frac{R}{r}\right)$ . Эта функция в первом приближении может быть представлена в виде

$$S_1 = \frac{4x}{1-x} \cdot \frac{1}{1 + 2 \ln \frac{R}{r}}. \quad (37)$$

Распределение потенциала непосредственно в пучке при  $\frac{R}{r} \gg 1$  может быть представлено формулой

$$\frac{|U(r) - U_n|}{U_0} = \frac{1-x}{4} \cdot S \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \quad (38)$$

и, следовательно, полное падение потенциала в самом пучке равно

$$|U(\rho) - U_n| = \frac{|U_0 - U_n|}{1 + 2 \ln \frac{R}{r}}. \quad (39)$$

Для очень тонкого пучка  $\left(\frac{R}{r} \gg 1\right)$  и при  $x \ll 1$ , как следует из (36) и (37),

$$|U_0 - U_n| = 3 \cdot 10^4 \left( \frac{M}{m} \right)^{1/2} I \text{ (ампер)} U_0^{-1/2} \ln \frac{R}{r}. \quad (40)$$

Эта формула может быть просто и наглядно выведена следующим способом<sup>27</sup>. Заряд, содержащийся на 1 см длины такого пучка, равен

$$q = \frac{I}{\sqrt{2 \frac{e}{M} U_n}}. \quad (41)$$

С другой стороны, заряд, индуцированный на трубе, должен быть равен

$$q = C(U_0 - U_n), \quad (42)$$

где  $C$  — ёмкость цилиндрического конденсатора, образованного пучком и трубой. Приравнявая эти два выражения, получаем формулу (40).

Величина радиального падения потенциала в свободно распространяющемся, но с ограниченным расплыванием в пучке может быть оценена весьма просто (в предположении постоянства  $j$  и  $v_z$  по сечению пучка):

$$|U(\rho) - U_n| = \int_0^\rho E dr = \int_0^\rho \frac{2I(r)}{rv_z} dr = \int_0^\rho \frac{2\pi r^2 j_0}{rv_z} dr = \frac{I}{v_z}. \quad (43)$$

Если пучок ограниченной длины  $l$  проходит перпендикулярно к двум параллельным сеткам, имеющим потенциал  $U_0$ , то потенциал в центре пучка может быть представлен формулой<sup>28</sup>

$$U_c = U_0 [1 - \mu \psi I(0, 0)], \quad (44)$$

где  $\mu = \frac{4IU_0^{-3/2}}{\sqrt{2\frac{e}{M}}}$  или  $\mu = 1,92 \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} I$  (ампер)  $U_0^{-3/2}$  (киловольт),

$\psi$  — величина, изменяющаяся в пределах от  $1 \div 3$  (для малых значений  $|U_0 - U_c|$  — величина  $\psi \rightarrow 1$ ),  $I(0, 0)$  — значение функции  $I(z, r)$  в центре пучка. В таблице II приведены значения  $I(0, 0)$  для разных величин  $L = \frac{l}{2\rho}$ .

Таблица II

$L$	$I(0, 0)$
Малò	$\frac{L^2}{2}$
0,5	0,110
1,0	0,326
2,0	0,553
4,0	0,893
10,0	1,343
20,0	1,690

Таким образом, для очень короткого пучка ( $L$  малò) разность потенциалов между сеткой и центром пучка равна

$$|U_0 - U_c| = \frac{0,5\pi j l^2}{\sqrt{2\frac{e}{M} U_0}}, \quad (45)$$

где  $j$  — плотность тока в пучке.

Как следует из приведённых формул, падение потенциала в длинном, тонком пучке определяется полным током пучка, в случае же короткого и широкого пучка падение определяется плотностью тока.

Распределение потенциала в пучках прямоугольного сечения рассматривалось Хейфом<sup>27</sup>. Для характеристики этого случая при-

ведём только рис. 10, показывающий зависимость отношения потенциала на оси пучка к потенциалу коробки, в которой пучок распространяется, от величины  $F$ . Последняя для электронов определяется формулой

$$F = 0,107 \cdot 10^6 \frac{I}{U_0^{3/2} \left( \frac{\omega}{d} \right)} \cdot \left( \frac{U_c}{U_0} \right)^{1/2} \quad (46)$$

Здесь  $U_0$  — потенциал коробки в вольтах,  $I$  — ток пучка в амперах,  $\omega$  и  $t$  соответственно — ширина и толщина пучка,  $d$  — толщина коробки. Параметром на рис. 10 служит величина отношения толщин пучка и коробки  $\frac{t}{d}$ .

Падение потенциала в пучке приводит к уменьшению скоростей частиц, а также к появлению некоторого распределения скоростей частиц в пучке. Это обстоятельство должно вызывать более

интенсивное расплывание пучков. Смит и Хартман<sup>26</sup> сопоставили расплывание пучка с учётом распределения потенциала и без него. Как показал расчёт, при максимальном токе пучка (см. ниже) в первом случае пучок расплывается в заданном отношении на пути, примерно в два раза меньшем, чем при игнорировании рассматриваемого эффекта (расчёт приведён для  $\frac{R}{\rho} = 10$ ).

Методика непосредственного экспериментального изучения распределения потенциала в пучках не разработана. Отметим, что Клемперер<sup>21</sup> предпринял попытку исследовать распределение потенциала в интенсивном электронном пучке, используя в качестве зонда тонкий электронный пучок малой интенсивности.

Вызванное действием объёмного заряда перераспределение потенциала в пучке влечёт за собой и изменение распределения плотности тока по его сечению. Начальная неоднородность плотности тока усиливается за счёт этого эффекта. Экспериментальное исследование распределения тока в пучке производилось, например, Клемперером<sup>21</sup> и Ройссе<sup>29</sup>. Метод Ройссе состоит в том, что пучок под действием переменного поля дефлекторных пластин периодически пересекает металлическую нить-коллектор. Ток в цепи этой нити усиливается и осциллографически наблюдается как функция времени; полученная картина наглядно представляет распределение плотности тока в пучке. Аномальное, немонотонное, распределение потенциала в электронном пучке с малой энергией электронов  $\sim 20$  вольт наблюдалось Кларке и Якобом<sup>30</sup>.

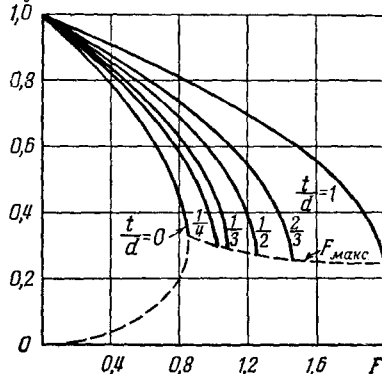


Рис. 10.

### III. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ С ОБЪЕМНЫМ ЗАРЯДОМ

Уже давно в связи с исследованием пушки электронно-лучевой трубки описан<sup>31</sup> способ учёта объёмного заряда методом последовательных приближений. Исходным было распределение потенциала в пушке заданной конструкции при отсутствии пучка. По этому заданному полю, которое может быть определено, например, с помощью электролитической ванны<sup>34</sup>, строятся электронные траектории<sup>35</sup>, исходящие из катода. Зная траектории, поле и начальные скорости электронов, можно определить скорости электронов и затем концентрацию объёмного заряда  $\rho$  как функцию координат. Зная  $\rho$ , можно получить новое распределение потенциала, учитывающее в первом приближении объёмный заряд. После этого процедура может быть повторена желательное количество раз в зависимости от необходимой точности. При этом могут оказаться полезными методы численного интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных<sup>36, 70</sup>.

Известны попытки применения электролитической ванны для получения распределения потенциала в присутствии непрерывно распределённого объёмного заряда<sup>32, 33, 37</sup>. Уравнение Пуассона для потока электронов имеет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = C \frac{j}{\sqrt{U}}. \quad (47)$$

Если  $h = h(x, y)$  — глубина электролита в ванне, то  $\sigma = ah$  и  $\text{div } \sigma \mathbf{E} = 0$ , откуда

$$\text{div } \mathbf{E} + \frac{\mathbf{E} \text{ grad } h}{h} = 0. \quad (48)$$

Положив

$$\frac{\mathbf{E} \text{ grad } h}{h} = \mathbf{E} \text{ grad } \ln h = -C \frac{j}{\sqrt{U}}, \quad (49)$$

получаем уравнение, идентичное (47).

Если задать распределение глубины электролита (дно ванны изготовлено из резины, что позволяет менять глубину) так, что удовлетворяется (49), распределение потенциала на поверхности электролита даёт  $U(x, y)$ . Сначала полагается  $h = \text{const}$  и определяется  $U_0(x, y)$  и  $E_0(x, y)$ . Далее пользуясь приближённым выражением

$$h = h_0 \exp \left[ -C \int_{s_0}^s \frac{j}{E_0 \sqrt{U}} ds \right], \quad (50)$$

можно численным интегрированием определить  $h(x, y)$  и затем соответственно полученному  $h(x, y)$  установить глубину электро-



лита и вновь определить  $U(x, y)$ ,  $E(x, y)$  и т. д. После каждого приближения необходимо строить траектории для того, чтобы получить новое распределение плотности тока.

Весьма интересным является метод моделирования движения заряженных частиц с учётом объёмного заряда, использующий свойства резиновой мембраны. Метод был предложен Бобыкиным, Кельманом и Каминским<sup>38</sup> и позже повторен в работе<sup>39</sup>.

Величина смещения элементов мембраны от положения равновесия  $h = h(x, y)$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = -\frac{P}{T}. \quad (51)$$

Здесь  $T$  — растягивающая сила, приложенная к единице длины края мембраны,  $P = P(x, y)$  — нормальная к мембране сила, отнесённая к единице поверхности. Приведённое уравнение по форме совпадает с уравнением (24), и если положить

$$4\pi\rho(x, y) = C \frac{P}{T} \quad (52)$$

и задать соответствующие граничные условия, то

$$U(x, y) = Ch(x, y). \quad (53)$$

Из (53) следует, что отклонение мембраны пропорционально величине потенциала в соответствующей точке поля, включая и влияние объёмного заряда.

На мембране вдоль определённых линий, соответствующих электродам, задаются отклонения, пропорциональные потенциалам электродов, а к свободной от электродов поверхности резины прикладывается распределённая нагрузка, пропорциональная в каждой точке поля плотности объёмного заряда. Сначала с помощью катящихся шариков и стробоскопического освещения определяются траектории и скорости частиц в нулевом приближении. Это даёт возможность в первом приближении вычислить распределение объёмного заряда. К мембране прилагается нагрузка, находящаяся в соответствии с этим распределением, и снова с помощью шариков определяются траектории, скорости и распределение объёмного заряда. Как следует из специально поставленных опытов<sup>38, 39</sup>, уже во втором приближении получаются результаты, близкие к действительности.

Для приближённого построения траекторий частиц в электрическом поле с учётом объёмного заряда был предложен также следующий метод<sup>71</sup>.

Исходным, как обычно, является поле данной электронно-оптической системы без учёта объёмного заряда. Истинное поле,

представленное эквипотенциальными линиями (рис. 11)  $U_1, U_2, U_3$ , заменяется полем, состоящим из скачков потенциала, локализованных на прежних эквипотенциальных линиях  $\frac{U_1}{U_2}, \frac{U_2}{U_3}, \frac{U_3}{U_4}$  и из эквипотенциальных областей, расположенных между этими линиями.

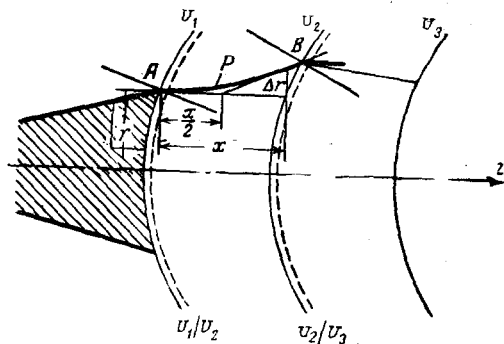


Рис. 11.

Для построения формы пучка с учётом его объёмного заряда поступают следующим образом. Начальный отрезок траектории крайней частицы пучка подходит к точке  $A$ , лежащей в области скачка потенциала. Здесь продолжение траектории строится по известным правилам преломления электронного луча. Предполагается, что в промежутке между двумя скачками пучок движется только под действием поля объёмного заряда и по известным формулам, приведённым в первом разделе, можно определить сдвиг траектории по вертикали. Так, для пучка круглого сечения этот сдвиг определяется с помощью формулы  $\Delta r = \frac{\ddot{r} t^2}{2} = \frac{I e z^2}{M r v_z^3}$ . Так

как кривая  $AB$  является параболой, касательная к кривой в конечной точке делит касательную, проведённую в точке  $A$  (расстояние  $\bar{x}$ ), пополам, и это обстоятельство позволяет упростить приближённое построение.

Графический метод построения траекторий с учётом объёмного заряда рассмотрен в работе Броера<sup>73</sup>.

#### IV. ОГРАНИЧЕНИЕ ТОКА В ПУЧКАХ

Выше рассматривалось расплывание пучков под действием собственного объёмного заряда. Однако, если даже расплывание каким-либо образом (см. ниже) ограничено, вредное действие объёмного заряда продолжает сказываться в том, что оно ограничивает величину тока в пучке.

Выяснение этого вопроса первоначально проводилось применительно к потокам частиц, неограниченным по сечению. Так, например, в простейшем случае плоской двухэлектродной системы максимальная плотность тока, ограниченного объёмным зарядом, определяется по формуле

$$j_{\text{макс}} = \frac{1}{9\pi} \sqrt{2 \frac{e}{M}} \frac{U^{3/2}}{z^2}, \quad (54)$$

где  $U$  — разность потенциалов между двумя неограниченными плоскостями, из которых одна является источником медленных частиц, а  $z$  — расстояние между плоскостями.

Приближённое выражение «закона трёх вторых» для ограниченного катода было получено Левинтовым<sup>47</sup>.

Несколько более сложный случай рассматривается в теории четырёхэлектродной лампы<sup>40, 41, 42</sup>. Источником частиц служит плоскость  $k$  (рис. 12). Изменяя расстояние  $z_1$  (при токе, ограниченном объёмным зарядом) или эмиссию  $k$ , можно при постоянной величине  $U_1$  изменить величину плотности тока в пространстве между сетками  $g_1$  и  $g_2$ . Анализ показывает, что с ростом этой плотности тока  $j$  в области  $g_1 - g_2$  появляется минимум потенциала ( $U_1 \geq 0$ ,  $U_2 \geq 0$ ). Когда  $j$  достигнет значения

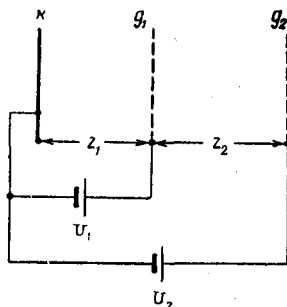


Рис. 12.

$$j_{\text{макс}} = 2,33 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(U_1^{1/2} + U_2^{1/2})^3}{z^2}, \quad (55)$$

величина минимального потенциала скачком спадает от значения

$$U'_{\text{мин}} = \frac{U_1}{\left(\sqrt{\frac{U_1}{U_2}} + 1\right)^2} \quad (56)$$

до нуля и остаётся нулём при всех больших значениях  $j$  (образуется виртуальный катод). При последующем уменьшении  $j$  нулевое значение минимума сохраняется до тех пор, пока  $j$  снизится до величины

$$j'_{\text{макс}} = 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{(U_1^{1/2} + U_2^{1/2})^2}{z^2}. \quad (57)$$

Величина максимальной плотности тока в этом и подобных случаях может быть определена<sup>41</sup> с помощью уравнения

$$\frac{\partial j}{\partial U_{\text{мин}}} = 0. \quad (58)$$

Обращаясь непосредственно к ограничению тока в пучках, рассмотрим неограниченный по длине цилиндрический пучок радиуса  $\rho$ , распространяющийся вдоль оси проводящей трубы радиуса  $R$ . Предположим, что распыление пучка ограничено, например, с помощью аксиального магнитного поля. В случае  $R \gg \rho$  приближённое решение задачи может быть осуществлено наглядно и весьма просто<sup>27</sup>.

Заряд, содержащийся в пучке на одном сантиметре его длины, равен

$$q = \frac{I}{\sqrt{2 \frac{e}{M} U_m}}, \quad (59)$$

где  $I$  — полный ток пучка,  $U_m$  — потенциал в области пучка (в действительности в пучке имеется некоторое распределение потенциала). Если потенциал трубы по отношению к источнику равен  $U_0$ , то

$$q = C(U_0 - U_m), \quad (60)$$

где  $C$  — ёмкость цилиндрического конденсатора, образованного пучком и трубой, отнесённая к единице длины. Сочетание уравнений (59) и (60) даёт

$$I = C(U_0 - U_m) \sqrt{2 \frac{e}{M} U_m}. \quad (61)$$

Пользуясь условием (58), получаем из (61) значение потенциала в области пучка, при котором ток будет максимальным:

$$U_m = \frac{U_0}{3}. \quad (62)$$

Величина максимального тока пучка, следовательно, равна

$$I_{\text{макс}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \sqrt{2 \frac{e}{M}} \frac{U_0^{3/2}}{\ln \frac{R}{\rho}} \quad (63)$$

или в практических единицах

$$I_{\text{макс}} = 1,3 \cdot 10^{-5} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} \frac{U_0^{3/2}}{\ln \frac{R}{\rho}}. \quad (64)$$

Та же задача решалась Смитом и Хартманом<sup>26</sup> с учётом распределения потенциала по сечению пучка. Это более точное решение даёт возможность рассматривать и другой крайний случай:  $\frac{R}{\rho} = 1$ .

Для  $R = r$  величина максимального тока пучка не зависит от сечения трубы и равна

$$I_{\text{макс}} = 3,2 \cdot 10^{-5} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} U_0^{3/2}. \quad (65)$$

Приведенным ранее приближенным методом может быть получено<sup>27</sup> также выражение для максимального тока ленточного пучка:

$$I_{\text{макс}} = 8,1 \cdot 10^{-6} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} U_0^{3/2} \frac{\omega}{d}. \quad (66)$$

Здесь  $\omega$  — ширина пучка,  $d$  — толщина металлической коробки, в которой проходит пучок (предполагается, что  $t \ll d$ , где  $t$  — толщина пучка).

Если ленточный пучок полностью заполняет коробку ( $t = d$ ), величина максимального тока равна

$$I_{\text{макс}} = 18,7 \cdot 10^{-6} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} U_0^{3/2} \frac{\omega}{d}. \quad (67)$$

Г. А. Гринберг и М. И. Певзнер<sup>43</sup> рассматривали прохождение электронного пучка внутри металлической сферы. Определяя потенциал внутри сферы как сумму потенциалов, создаваемых пучком и индуцированными зарядами, авторы получили ряд формул, которые позволяют определить величину максимального тока пучка.

Во всех приведенных выше случаях предполагается, что распыление ограничено. Для пучка, проходящего в области ограниченного сечения, можно вычислить величину максимального тока, ограниченного распылением. Так, если прохождение фокусируемого пучка ограничено областью длины  $z$  и радиуса  $r_0$ , то при оптимальной фокусировке пучка (см. выше) через эту область может пройти ток, не превышающий величины

$$I_{\text{макс}} = 1,5 \cdot 10^{-4} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} U_0^{3/2} \left( \frac{r_0}{z} \right)^2. \quad (68)$$

Это выражение можно получить, если по рис. 3 определить величину параметра  $K$ , при которой  $\frac{r_k}{r_0} = 1$ .

Условия, которые имеют место в пучке при максимальном токе, можно охарактеризовать следующим образом. Следуя В. Калинину<sup>44</sup>, оценим потенциальную энергию в некотором участке пучка, имеющем протяженность  $l$ :

$$\mathcal{E}_{\text{пот}} \approx \frac{q^2}{l}, \quad (69)$$

где  $q$  — заряд, содержащийся в этом объеме. С другой стороны, кинетическая энергия частиц в этом объеме

$$\mathcal{E}_{\text{кин}} \approx qU_{\text{п}}. \quad (70)$$

Отношение потенциальной энергии к кинетической

$$\frac{\mathcal{E}_{\text{пот}}}{\mathcal{E}_{\text{кин}}} \approx \frac{q}{IU_{\text{п}}} \approx \frac{I}{\sqrt{2} \frac{e}{M} U_{\text{п}}^{3/2}}. \quad (71)$$

Имея в виду соотношение (43), из (71) получаем:

$$\frac{\mathcal{E}_{\text{пот}}}{\mathcal{E}_{\text{кин}}} \approx \frac{U(p) - U_{\text{п}}}{U_{\text{п}}} = \frac{\Delta U}{U_{\text{п}}},$$

$$\left( \frac{\mathcal{E}_{\text{пот}}}{\mathcal{E}_{\text{кин}}} \right)_{\text{макс}} I \approx 1 \text{ при } I = I_{\text{макс}}. \quad (72)$$

Таким образом, при максимальном токе пучка, когда радиальное падение потенциала  $\Delta U$  стремится к величине  $U_{\text{п}}$ , потенциальная энергия частиц, связанная с их электростатическим расталкиванием делается равной по порядку величины их кинетической энергии.

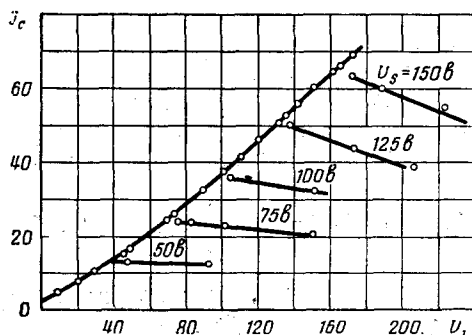
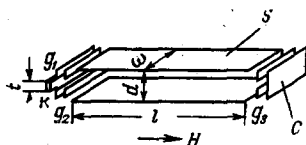


Рис. 13.

Формулы для максимального тока ленточного пучка проверялись экспериментально<sup>27</sup>. Электроны от источника  $K$  (рис. 13) ускорялись потенциалом  $U_1$  сетки  $g_1$  и проходили внутрь металлической коробки  $S$ , которая с торцов была закрыта щелевыми сетками  $g_2$  и  $g_3$  (потенциалы, соответственно,  $U_2$  и  $U_3$ ). Коллек-

тором служила пластинка  $C$  (потенциал  $U_C$ ). Вся система помещалась внутрь соленоида, и вдоль направления пучка создавалось примерно однородное магнитное поле. На рис. 13 приведена зависимость тока коллектора от потенциала  $U_1$ , полученная при следующих условиях:  $H = 500$  гс,  $U_2 = U_3 = 240$  в,  $U_C = 300$  в. Параметром для кривых, изображённых на этом рисунке, служит величина потенциала коробки  $U_S$ . Как следует из этого рисунка, с ростом инжектируемого тока (увеличение  $U_1$ ) ток сначала растёт, достигает максимального значения и затем уменьшается. В таблице III сопоставлены вычисленные и полученные экспериментально значения максимальных токов.

Таблица III

$U_1$ (в)	$I_{\text{макс}}$ (ма) для $\frac{t}{d} = 0,4$ (вычислено)	$I_{\text{макс}}$ (ма) для $\frac{t}{d} = 0,05$ (вычислено)	$I_{\text{макс}}$ (ма) (эксперимент.)
50	17,2	13,4	15,2
75	31,7	24,6	25,5
100	48,8	37,9	38,5
125	68,5	53,2	52,8
150	90,0	69,8	68,0

Вычисления проведены с помощью формулы для максимального тока:

$$I_{\text{макс}} = 9,35 \cdot 10^{-6} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} \left( \frac{\omega}{d} \right) F_{\text{макс}}, \quad (73)$$

где  $F_{\text{макс}} = f\left(\frac{t}{d}\right)$ , так что при  $\frac{t}{d} = 1$   $F_{\text{макс}} = 2$  и формула (73) переходит в (67). Так как величина  $\frac{t}{d}$  точно не известна, вычисления проведены для двух значений:  $\frac{t}{d} = 0,4$  и  $\frac{t}{d} = 0,05$  (первое значение определено из геометрических размеров). Как видно из таблицы, наблюдается удовлетворительное соответствие экспериментальных и вычисленных значений максимального тока.

## V. НЕЙТРАЛИЗАЦИЯ ОБЪЁМНОГО ЗАРЯДА ДЕЙСТВИЕМ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ОБРАТНОГО ЗНАКА

Для преодоления вредного действия объёмного заряда в пучках может быть эффективно использовано нейтрализующее действие зарядов противоположного знака. Поэтому представляет интерес рассмотреть действия зарядов противоположного знака как средства

для предотвращения расплывания пучков, улучшения их фокусировки, а также повышения максимального тока пучка.

Вопрос о подобной нейтрализации неоднократно в различных аспектах подвергался теоретическому и экспериментальному исследованию. Мы не будем здесь рассматривать работы, в которых этот вопрос разбирался применительно к газовому разряду (например, <sup>46</sup>) и лишь упомянем о работах Моргулиса <sup>10</sup>, Птицына и Цуккермана <sup>9</sup>, Гуртового и Коваленко <sup>11</sup>, посвящённых нейтрализации объёмного заряда в двухэлектродной системе, в которой один электрод служил источником частиц обоих знаков. В одной из этих работ <sup>9</sup> экспериментально, с помощью зондов, было непосредственно показано, что максимум потенциала, возникший за счёт действия ионного объёмного заряда, сглаживается под влиянием противоположно заряженных частиц — электронов.

Небезинтересным для нейтрализации в пучках ограниченного сечения является рассмотрение известной задачи о биполярном токе <sup>72</sup>.

Если две неограниченные плоскости, удалённые на расстояние  $d$ , являются источниками частиц разных знаков, движущихся навстречу друг другу, то соответствующее уравнение Пуассона может быть представлено в виде

$$\frac{d^2 U}{dz^2} = 4\pi \left( \frac{j_e}{\sqrt{2 \frac{e}{m} U}} - \frac{j_p}{\sqrt{2 \frac{e}{M} (U_0 - U)}} \right), \quad (74)$$

где  $j_e$  — плотность электронного, а  $j_p$  — плотность ионного тока. Если в качестве граничных условий принять  $x = 0$ ,  $\frac{dU}{dz} = 0$ ,  $U = 0$  и  $x = d$ ,  $U = U_0$ , т. е. считать, что ток электронов ограничен объёмным зарядом, то первое интегрирование даёт

$$\left( \frac{dU}{dz} \right)^2 = \frac{16\pi j_e}{\sqrt{2 \frac{e}{m}}} (V\bar{U} + a \sqrt{U_0 - U} - a \sqrt{U_0}), \quad (75)$$

где

$$a = \frac{j_p}{j_e} \sqrt{\frac{M}{m}}. \quad (76)$$

Интегрирование (75) приводит к следующему выражению для отношения плотности электронного тока при наличии встречного ионного потока к плотности электронного униполярного тока:

$$\frac{j_e}{j_{e_0}} = f(a),$$

где  $f(a)$  — некоторая сложная функция. В том случае, когда и ион-



ный ток ограничен объёмным зарядом ( $x = d$ ,  $\frac{dU}{dz} = 0$ ), величина  $a = 1$  и  $f(a)$  имеет максимальное значение, равное 1,85. Таким образом, встречный ионный ток, величина которого в  $\sqrt{\frac{M}{m}}$  раз меньше электронного, увеличивает электронный ток примерно в 2 раза.

Уравнение (55) даёт возможность определить максимальную плотность тока проходящего через систему, состоящую из двух параллельных сеток, при которой образуется виртуальный катод. Для частного случая, когда сетки находятся при одном потенциале  $U_0$ , величина максимальной плотности тока равна

$$j_{\text{макс}} = 18,6 \cdot 10^{-6} \frac{U_0^{3/2}}{d^2}. \quad (77)$$

Это позволяет поставить задачу определения максимальной плотности тока  $j'_{\text{макс}}$ , которая может пройти через систему, если в пространстве между сетками будет находиться ионный объёмный заряд с концентрацией, равной концентрации электронов. Рассмотрение периодических осцилляций, которые могут иметь место в электронном потоке, в этих условиях (ионы неподвижны) при использовании уравнений Пуассона непрерывности и уравнения движения привело Пирса к следующему выводу<sup>46</sup>. Если плотность электронного потока меньше некоторого предельного значения  $j'_{\text{макс}}$ , то возмущения в потоке возмущения затухают во времени, но если плотность тока превысит это значение, возмущения нарастают. Величина этой максимальной, стационарной плотности тока оказывается равной

$$j'_{\text{макс}} = 104 \cdot 10^{-6} \frac{U_0^{3/2}}{d^2}. \quad (78)$$

Сопоставление (77) и (78) показывает, что нейтрализующее действие ионов увеличивает максимальную плотность тока примерно в шесть раз.

Для максимального электронного тока, который может пройти внутри трубы (радиус которой  $R \ll l$ ), при наличии нейтрализующих ионов получается выражение

$$I'_{\text{макс}} = 190 \cdot 10^{-6} U_0^{3/2}. \quad (79)$$

Следует заметить, что эти расчёты не подтверждены пока экспериментально, и насколько уравнения (78) и (79) действительно представляют максимальную величину плотности электронного потока при нейтрализации положительными ионами, остаётся неясным.

Объёмный заряд противоположного знака уже давно был использован для фокусировки электронных пучков. Из работ, посвящённых так называемой «газовой концентрации» пучков, известно, что пучок электронов, проходящий в газе при давлении  $10^{-2} - 10^{-3}$  мм рт. ст. или даже меньшем, концентрируется и принимает форму нити или стоячей волны (узловидные пучки). Этот факт является следствием ионизации газа и образования на пути электронного пучка ионного положительного заряда. Теоретическое исследование этого явления было выполнено Френкелем и Бобковским<sup>6</sup>, Шерценом<sup>47</sup> и др., а также недавно Бредовым<sup>7</sup> и Давыдовым и Брагинским<sup>8</sup>.

Бредов разработал теорию газовой концентрации пучков прямоугольного сечения, имея в виду следующие основные представления: длина свободного пробега частиц велика по сравнению с толщиной пучка; электроны, испытавшие соударения и электроны, возникающие при ионизации, не оказывают существенного влияния на распределение потенциала в пучке; игнорируются тепловое движение и рекомбинация в пучке. В теории, рассматривающей линейный источник электронов, фигурирует параметр

$$\omega^2 = 6,9 p \epsilon (U) U^{3/4} \sqrt{\frac{A}{j}}, \quad (80)$$

где  $A$  — атомный вес,  $j$  — плотность тока в пучке в  $\text{ма/см}^2$ ,  $U$  — энергия электронов,  $p$  — давление в мм рт. ст.,  $\epsilon(U)$  — число актов ионизации, совершаемых электроном на пути в 1 см. Например, для случая  $\omega^2 \ll 1$  максимальная толщина пучка в пучности оказывается равной

$$2y_{\text{макс}} = 3 \cdot 10^{-2} \frac{\gamma_m}{p \epsilon \sqrt{A}} = \frac{4\gamma_m}{\pi} \frac{1}{p \epsilon} \sqrt{\frac{m}{M}} \quad (81)$$

и расстояние между узлами

$$a = 4,65 \cdot 10^{-2} \frac{1}{p \epsilon \sqrt{A}} = \frac{2}{p \epsilon} \sqrt{\frac{m}{M}}. \quad (82)$$

Здесь  $\gamma_m = \frac{dy}{dx}$  при  $x=0$ ,  $y=0$  ( $x$  — направление распространения пучка).

Например, при  $U=1000$  в,  $\gamma_m=0,05$  и  $p=10^{-3}$  мм рт. ст.  $2y_{\text{макс}}=0,094$  см,  $a=2,9$  см, а при  $p=10^{-4}$  мм рт. ст.  $2y_{\text{макс}}=0,94$ ,  $a=29$  см.

Автор указывает, что образование ленточного пучка является более вероятным, так как неравномерность распределения интенсивности по углам у источника, конечные размеры последнего и аберрации электронно-оптической системы содействуют образованию пучков именно этого типа. Так как пучок может превратиться

в ленточный лишь после нескольких пульсаций, то так называемый «узловидный пучок», повидимому, представляет собой несколько первых пульсаций ленточного пучка.

Давыдов и Брагинский<sup>8</sup> обратили внимание на то, что форма и размеры газоконцентрированного пучка в значительной мере зависят от начального распределения скоростей электронов. Максвелловское распределение начальных скоростей накладывается на скорость конвективного движения электронов, и если продольными составляющими, связанными с начальными скоростями, можно пренебречь, то поперечные составляющие должны быть учтены, так как они могут быть одного порядка с фокусирующей разностью потенциалов в пучке.

Применение уравнений гидродинамики к движению электронов в пучке позволило рассмотреть образование нитевидных и узловых пучков и вывести формулы для вычисления радиусов и расстояний между узлами.

Для иллюстрации выведенных формул Давыдов и Брагинский<sup>8</sup> приводят следующий пример: пучок электронов с силой тока 10 мка и энергией 300 эв при эффективном угле расхождения  $\sim 2^\circ$  проходит в аргоне при давлении  $p = 5 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст. Эффективный радиус пучка на катоде  $R_0 = 1$  мм и начальная энергия электронов  $\varphi = 0,1$  эв. В этих условиях образуется узловатый пучок: равновесный радиус  $R_1 = 0,7$  мм, максимальный радиус  $R_{\text{макс}} = 1,75$  мм, отношение максимального радиуса к минимальному  $\frac{R_{\text{макс}}}{R_{\text{мин}}} = 4,4$ , расстояние между узлами 11,7 см.

Зайцев и Рейхрудель в своих опытах по фокусированию электронных пучков в импульсных рентгеновых трубках установили, что при изменении расстояния между электродами наблюдается периодическое изменение размеров светящегося пятна на аноде, покрытом люминофором. Этот факт объясняется действием положительного объемного заряда ионов, который успевает образоваться в течение нескольких микросекунд, при давлении остаточных газов  $10^{-5} - 10^{-4}$  мм рт. ст. Предполагается, что положительный объемный заряд определяет узловатую форму пучка и, таким образом, объясняются наблюдаемые экспериментальные факты. Влияние объемного заряда ионов предполагалось и в других аналогичных случаях<sup>49</sup>. Явление стягивания, наблюдаемое в условиях тлеющего разряда<sup>50</sup>, также объяснялось эффектом газовой фокусировки.

Практически важным является выяснение возможности предотвращения распыливания пучков, распространяющихся в условиях высокого вакуума, действием объемного заряда противоположного знака.

Если длинный электронный пучок распространяется вдоль оси металлической трубы<sup>51</sup>, потенциал внутри трубы понижается и

образуется некоторый потенциальный канал (рис. 14). Даже в условиях высокого вакуума будет иметь место образование ионов. На любой, образовавшийся внутри трубы ион будет действовать сила, направленная к центру пучка, и, таким образом, этот «канал»

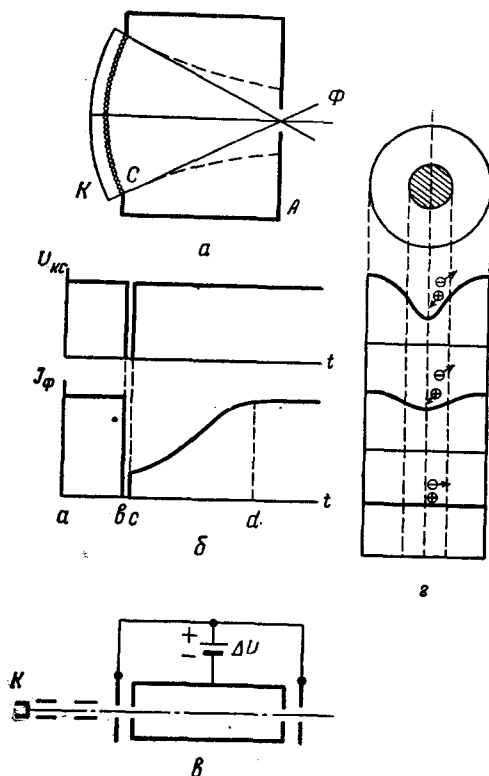


Рис. 14.

будет действовать как ловушка для ионов. Накапливающиеся здесь ионы повышают потенциал в области «канала» и ликвидируют тем самым поле, вызывающее распыление пучка.

Число ионов, образующихся в течение 1 сек. на одном сантиметре длины пучка, равно

$$\left( \frac{dN_p}{dt} \right)_1 = \pi r^2 \epsilon n_e v_e p, \quad (83)$$

где  $r$  — радиус пучка,  $n_e$  и  $v_e$  — концентрация и скорость электронов,  $\epsilon$  — удельная ионизация,  $p$  — давление остаточных газов. Предполагая, что ионы внутри «канала» образуют ионный газ

и радиальное распределение концентрации определяется формулой Больцмана, Линдер и Гернквист<sup>51</sup> записывают число уходящих на стенку ионов в виде

$$\left(\frac{dN_p}{dt}\right)_2 = 2\pi R n_{p_0} \left(\frac{kT_p}{2\pi M}\right)^{1/2} e^{\frac{e\Delta U}{kT_p}}, \quad (84)$$

где  $R$  — радиус трубы,  $n_{p_0}$  — концентрация ионов на оси,  $\Delta U$  — разность потенциалов ось — труба,  $T_p$  — «температура» ионного газа в ловушке. Из условия равновесия следует выражение

$$p = \frac{R n_{p_0}}{\sqrt{\pi} r^2 n_e} \left(\frac{mU_p}{MU_e}\right)^{1/2} e^{\frac{\Delta U}{U_p}}. \quad (85)$$

Здесь  $U_p$  — температура ионного газа, выраженная в эквивалентных вольтах, а  $U_e$  — энергия электронов в пучке. Из этого выражения, полагая  $n_{p_0} = n_e$ , можно оценить величину  $\Delta U$  или, полагая дополнительно  $\Delta U = 0$ , оценить величину давления, при котором будет иметь место полная нейтрализация объёмного заряда.

Если давление больше этой последней величины, не исключено, что  $\Delta U$  изменит свой знак и распределение потенциала станет таким, что «канал» превратится в ловушку для медленных электронов, образуемых в пучке.

Имея в виду случай импульсного включения электронного пучка, следует оценить время накопления нейтрализующего ионного заряда  $\tau$ . Скорость накопления определяется величиной  $\frac{dN_p}{dt} = \left(\frac{dN_p}{dt}\right)_1 - \left(\frac{dN_p}{dt}\right)_2$ , но для грубой оценки можно пренебречь вторым членом и тогда можно получить минимальное время, необходимое для накопления заряда  $\tau_{\min}$ . Понимая под  $\tau_{\min}$  время, в течение которого выравниваются концентрации

ионов и электронов, получаем  $\int_0^{\tau_{\min}} \left(\frac{dN_p}{dt}\right)_1 dt = \pi r^2 n_e$ , откуда, если измерять  $\tau_{\min}$  в микросекундах,  $p$  — в мм рт. ст. и  $\epsilon$  — числом ионизаций на один сантиметр (при давлении 1 мм рт. ст.),

$$\tau_{\min} = \frac{0,0169}{p\epsilon \sqrt{U_e}}. \quad (86)$$

Приведённые соображения подвергались экспериментальной проверке<sup>51</sup> при использовании импульсной методики. Система катод  $K$  — сетка  $C$  позволяла получать сходящийся пучок электронов, который через отверстие в диафрагме  $A$  мог проходить в фардеев цилиндр  $\Phi$  (см. рис. 14, а). В течение времени  $a - b$  (рис. 14, б) пространство  $C - A$  эквипотенциально, между  $K$  и  $C$  существует

ускоряющее поле; в этих условиях возможна ионизация газа в области  $C - A$  и, следовательно, нейтрализация. В момент  $b$  электрод  $C$  приобретает потенциал катода, и в течение времени  $b - c$  пучок заперт, что видно на схематически представленной осциллограмме (рис. 14, б). За время  $b - c$  ранее образовавшиеся ионы могут нейтрализоваться на стенках и электродах. В момент  $c$  потенциал  $C$  приводится к прежнему значению, но ток, как это следует из осциллограмм, не сразу возрастает до прежнего значения (время  $c - d$ ). Это объясняется тем, что за время  $c - d$  накапливаются положительные заряды, которые нейтрализуют электронный заряд, уменьшают расплывание фокусируемого пучка и увеличивают ток частиц, проникающих в фарадеев цилиндр. При токах в десятки миллиампер и напряжениях пушки в сотни вольт нейтрализация ионами увеличивает плотность тока в отверстии диафрагмы  $A$  в десятки раз. Экспериментально измеренное время для давления  $10^{-5}$  мм рт. ст. и энергии электронов 200—300 в составляло несколько микросекунд в соответствии с расчётными данными, полученными из уравнения (86).

Конечное время накопления нейтрализующих зарядов представляет собой важное обстоятельство, так как оно обуславливает отсутствие нейтрализации в приборах, работающих в импульсном режиме<sup>69</sup> с малой длительностью импульсов.

На рис. 6 показано, что в случае электронного пучка с энергией электронов  $3-7$  кэВ и плотностью тока в пучке  $\sim 0,1$  а/см<sup>2</sup> при длине пучка 36 см расплывание не имело места при давлениях остаточного газа свыше  $10^{-6}$  мм; при уменьшении давления ниже этой величины появлялось существенное расплывание. Эти экспериментальные факты также объясняются эффектом нейтрализации объёмного заряда ионами.

Эти же эффекты нейтрализации объёмного электронного заряда ионами рассматривались также применительно к другой системе (с широким потоком частиц) — к тетроду<sup>52</sup>. С помощью ранее описанной методики было найдено, каково влияние, оказываемое на анодную характеристику тетрода нейтрализацией ионами. Если снимать характеристику обычным образом, на ней наблюдается характерный для тетрода провал, свидетельствующий о динаatronном эффекте анода. Если же характеристику снимать импульсно, измеряя анодный ток в момент появления анодного потенциала, она обнаруживает монотонный рост анодного тока. Отсутствие динаatronного эффекта в последнем случае объясняется провисанием потенциала в области сетки — анод за счёт действия электронного объёмного заряда; в течение короткого времени не происходит накопления значительного количества нейтрализующих ионов. В первом случае этот потенциальный «канал» нейтрализован ионами и вторичные электроны могут уходить на экранную сетку — наблюдается динаatronный эффект.

В обоих рассмотренных случаях (пучок малого сечения и поток большого сечения) накоплению нейтрализующих ионов могут мешать неблагоприятно действующие поля.

Существенную роль для накопления нейтрализующего ионного заряда может играть поле, проникающее через выходное отверстие в эквипотенциальное пространство, внутри которого проходит пучок<sup>33</sup>. Обычно в области этого отверстия имеется градиент потенциала, уводящий ионы, и нейтрализация может быть поэтому затруднена. Изменение направления этого градиента должно благоприятствовать нейтрализации объёмного заряда. Как показал опыт, введение дополнительной разности потенциалов (рис. 14, в) приводит, действительно, к лучшей нейтрализации и уменьшению распыления пучка.

Заметим, что присутствие ионов в электронном пучке может быть одной из причин возникновения флуктуаций<sup>34</sup>. Линдер и Гернквист<sup>31</sup> наблюдали осцилляции, частота которых была близка к ионным колебаниям плазмы.

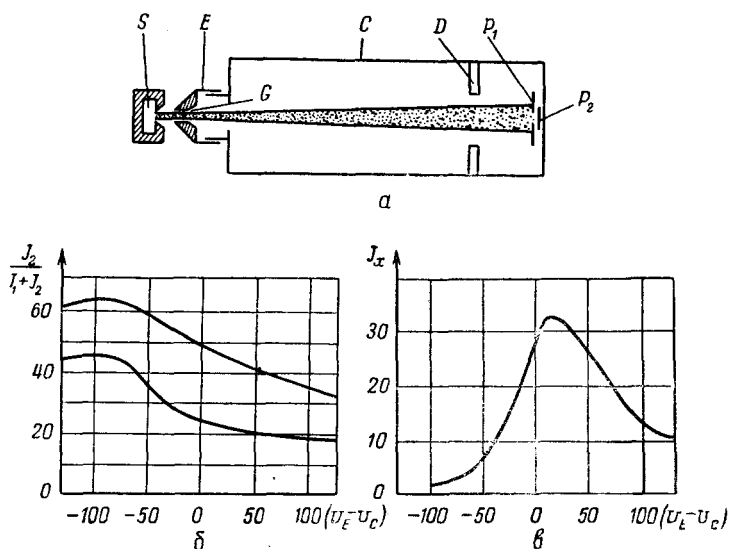


Рис. 15.

Экспериментальное подтверждение нейтрализации объёмного заряда ионами позволило лучше понять процессы, происходящие в ряде электронных приборов, в частности приборов с. в. ч.<sup>35</sup>. Оказалось, что аналогичные явления имеют место и в ионных приборах, например в масс-спектрографах. Здесь в ионном пучке образуется потенциальная ловушка для электронов; последние могут быть введены путём ионизации атомов ионами или при помощи

соответственно расположенных источников электронов<sup>56</sup>. И в этом случае необходимо создать такие условия, чтобы нейтрализующие частицы (в данном случае электроны) не могли беспрепятственно уходить из потенциальной ловушки. В одном случае<sup>57</sup> (рис. 15, а) пучок ионов  $A^+$  с силой тока 10  $ма$  и энергией до 30 000 эв проходил из источника  $S$  сквозь отверстие в ускоряющем электроде  $E$  и попадал в эквипотенциальную камеру  $C$ . Отношение числа ионов, попадающих на коллектор  $P_2$ , к общему числу ионов, попадающих на  $P_1$  и  $P_2$ , характеризует степень расхождения ионного пучка. Рис. 15, б показывает, что, прикладывая соответствующую разность потенциалов между  $E$  и  $C$ , можно предотвратить выход электронов из ионного пучка и уменьшить расхождение последнего. Опыт показал, что в этих условиях, действительно, уменьшается интенсивность рентгеновых лучей, образуемых быстрыми электронами (см. рис. 15). Время, необходимое для нейтрализации интенсивного ионного пучка электронами, определялось в работе<sup>77</sup> и равно  $\tau = \frac{1}{N\sigma} \left( \frac{M}{2eU} \right)^{1/2}$ , где  $\frac{1}{2}U$  — энергия ионов,  $N$  — число молекул 1  $см^3$  и  $\sigma$  — эффективное сечение ионизации.

## VI. ФОРМИРОВАНИЕ ПУЧКА И ОГРАНИЧЕНИЕ ЕГО ДАЛЬНЕЙШЕГО РАСПЛЫВАНИЯ

Одним из возможных способов формирования прямолинейно распространяющегося пучка является образование на его пути определенного распределения потенциала. Пусть пучок круглого сечения имеет своим началом плоскость  $z = 0$ , где расположен плоский источник частиц, обладающих малой начальной энергией. Для того чтобы пучок сохранял своё сечение, потенциал должен быть функцией только координаты  $z$  и не должен зависеть от  $r$ . Из уравнения (2) следует условие, при котором потенциал не является функцией радиуса и, следовательно, пучок не будет расплываться:

$$\frac{d^2U}{dz^2} + 4\pi\rho = \frac{d^2U}{dz^2} + \frac{4\pi j_0}{\sqrt{2 \frac{e}{M} U}} = 0, \quad (87)$$

где  $j$  — плотность тока в пучке.

Для частного случая, когда пучок имеет началом поверхность  $z = 0$ , где  $U = 0$  и  $\frac{dU}{dz} = 0$  (ток источника ограничен объёмным зарядом), искомое распределение потенциала вдоль оси можно получить, интегрируя (87):

$$U(z) = 5680 j^{2/3} (a/c.m^2) \left( \frac{M}{m} \right)^{1/3} z^{4/3}. \quad (88)$$

Такое распределение потенциала приближённо может быть осуществлено, например<sup>61</sup>, пропусканием пучка через ряд диафрагм, потенциал которых возрастает соответственно (88).



Вместо применения многоэлектродной системы, которая позволяет создать лишь грубое подобие необходимого распределения потенциала и конструктивно сложна, оказалось возможным использовать с большим успехом более простую, двухэлектродную систему. Метод отыскания формы электродов такой двухэлектродной системы был дан Пирсом<sup>60</sup>. Случай ленточного пучка решается аналитически.

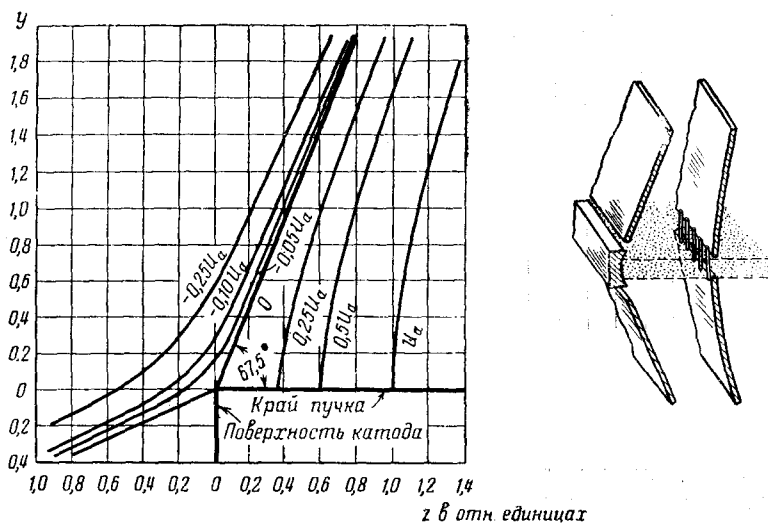


Рис. 16.

В области вне пучка (рис. 16) действительно уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \quad (89)$$

В области пучка справедливо уравнение (87). Если ток ограничен объёмным зарядом, решение этого уравнения имеет вид  $U = Az^{1/3}$ , где  $A = \left( \frac{9\pi j}{2 \frac{e}{M}} \right)^{1/3}$ . Для того чтобы пучок не расплывался,

поле на его границе должно быть равно нулю  $\left( \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \right)$ . Так как реальная и мнимая части произвольной аналитической функции являются решениями уравнения Лапласа и решение последнего при  $y = 0$  должно иметь вид  $U = Az^{1/3}$ , то

$$A(z + iy)^{1/3} = U + iV = Ar^{1/3} e^{i \frac{1}{3} \theta} = Ar^{1/3} \left( \cos \frac{1}{3} \theta + i \sin \frac{1}{3} \theta \right)$$

и, следовательно, уравнение

$$U = Ar^{1/3} \cos \frac{4}{3} \theta \quad (90)$$

представляет необходимое распределение потенциала вне пучка. Располагая электроды на эквипотенциальных поверхностях  $U=0$

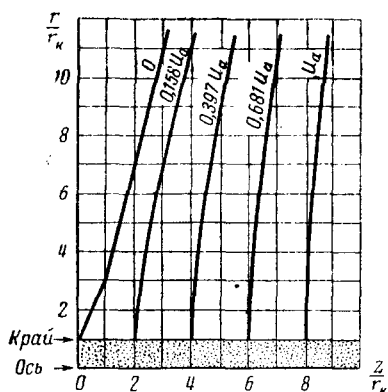
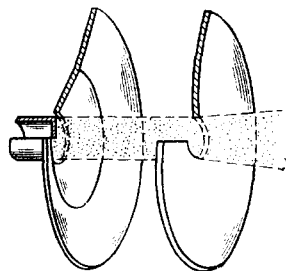


Рис. 17.



и  $U = U_a$ , получаем двухэлектродную систему (рис. 16, справа), обеспечивающую прямолинейность распространения пучка между этими двумя электродами при любых значениях потенциала  $U_a$ , если только ток ограничен объемным зарядом. Электрод с потенциалом  $U=0$  оказывается плоскостью, угол  $\theta$  определяется из условия  $\cos \frac{4}{3} \theta = 0$  и равен  $\theta = 67,5^\circ$ .

Эта величина угла сохраняется и для других «пушек» подобного типа, которые служат для формирования прямолинейного пучка круглого сечения, конического сходящегося пучка.

Форма электродов пушки, предназначенной для образования прямолинейно распространяющегося пучка круглого сечения (рис. 17), определяется с помощью специальной электролитической ванны

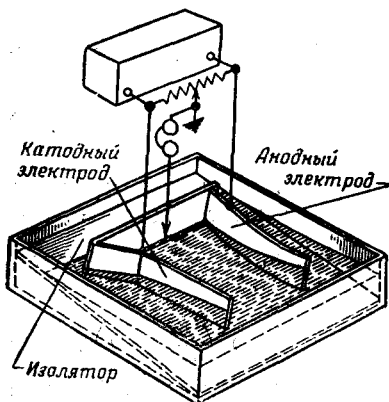


Рис. 18.

(рис. 18). Электролит в ванне находится в виде клина, ребро которого представляет ось симметрии пучка. Два электрода являются

частями фигур вращения. Граница пучка симулируется диэлектрической пластинкой, параллельной оси пучка и находящейся на соответствующем расстоянии (радиус пучка) от ребра ванны. При этом автоматически обеспечивается соблюдение условия  $\frac{\partial U}{\partial n}$  на границе пучка (отсутствие тока в пластинке).

Экспериментально определяется распределение потенциала  $U(z)$  вдоль диэлектрической пластинки и подыскивается такая форма электродов, при которой  $U(z) = \text{const } z^{1/2}$ .

Гаррисоном<sup>38</sup> с помощью некоторых приближений получено простое уравнение для формы электродов этой системы.

Форма электродов пушки, предназначенной для образования конического, сходящегося пучка, также определяется с помощью электролитической ванны. Ток пучка определяется с помощью формулы

$$I_0 = 14,67 \cdot 10^{-6} \frac{1 - \cos \theta}{\alpha^2} U_a^{3/2}, \quad (91)$$

где  $\theta$  — половина угла конуса,  $U_a$  — потенциал анода (радиус кривизны  $r_a$ ) по отношению к катоду (радиус кривизны  $r_k$ ),  $\alpha^2$  — некоторая функция отношения  $\frac{r_k}{r_a}$  (см. таблицу IV).

Таблица IV

$\frac{r_k}{r_a}$	$\alpha^2$	$\frac{r_k}{r_a}$	$\alpha^2$	$\frac{r_k}{r_a}$	$\alpha^2$
1,0	0,0000	1,6	0,2968	2,6	1,712
1,05	0,0024	1,7	0,394	2,7	1,901
1,1	0,0096	1,8	0,502	2,8	2,098
1,15	0,0213	1,9	0,691	2,9	2,302
1,2	0,0372	2,0	0,750	3,0	2,512
1,25	0,0571	2,1	0,888	3,2	2,954
1,3	0,0809	2,2	1,036	3,4	3,421
1,35	0,1084	2,3	1,193	3,6	3,913
1,4	0,1396	2,4	1,358	3,8	4,429
1,45	0,1740	2,5	1,131	4,0	4,968
1,5	0,2118				

Формула (91) является следствием решения уравнения Пуассона для сферической системы электродов.

В случае пушек подобного типа неучтённым является действие анодного отверстия<sup>62</sup>. Когда последнее достаточно велико (по сравнению с  $d = r_k - r_a$ ), поле становится существенно отличным от

предполагаемого в теории, и фактический ток будет меньше следующей из уравнения (91) величины. Кроме того, это отверстие представляет собой линзу, действующую дефокусирующим образом на выходящий из пушки пучок. Дефокусировка пучка на выходе из пушки будет иметь место и за счёт объёмного заряда самого пучка. Если положить, что за пределами пушки нет электрического поля, за исключением полей, образованных объёмными зарядами,

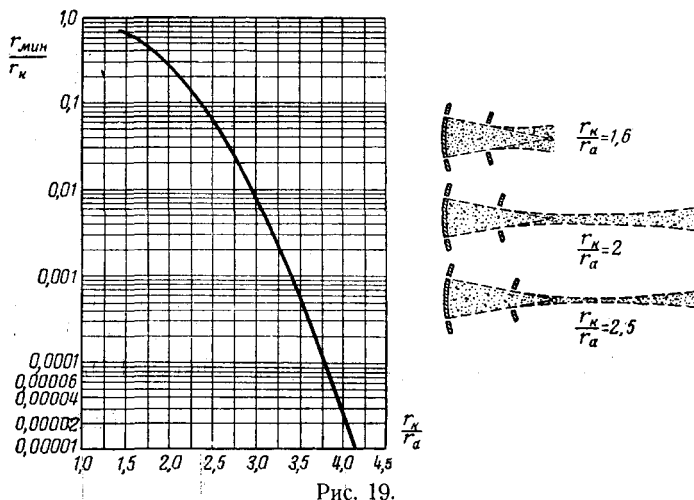


Рис. 19.

можно учесть это обстоятельство и определить<sup>12</sup> величину минимального сечения пучка (рис. 19) и место его нахождения. Это даёт возможность вычислить максимальную плотность тока

$$j_{\max} = j_0 \left( \frac{r_k}{r_{\min}} \right)^2, \quad (92)$$

предполагая, например, что весь ток, забираемый с катода, проходит через анодное отверстие.

Известно<sup>12</sup>, что при пренебрежимо малом объёмном заряде и при идеальной электронно-оптической системе максимальная плотность тока, которая может быть получена в пучке, зависит от величины начальных скоростей частиц и определяется формулой

$$j'_{\max} = j_0 \left( 1 + \frac{eU}{kT} \right) \sin^2 \theta, \quad (93)$$

где  $j_0$  — плотность тока на источнике (катоде),  $T$  — температура катода,  $U$  — потенциал в рассматриваемом месте. При увеличении потенциала анода  $U_a$  рассматриваемой пушки влияние начальных скоростей делается всё менее и менее существенным, и при доста-

точно больших  $U_a$  максимально достижимая плотность тока определяется влиянием объёмного заряда. При малых потенциалах, наоборот, влияние начальных скоростей преобладает над влиянием объёмного заряда и максимально достижимая плотность тока определяется уравнением (93).

Наряду с пушками подобного типа существуют различные эмпирические системы<sup>12, 21</sup>, которые для конкретных применений оказываются более удобными или устраняют недостатки теоретически обоснованных систем, связанные с отступлениями от граничных условий, предусмотренных теорией.

Ограничение распыливания представляется возможным не только при применении электрического, но и магнитного поля<sup>12</sup>. Известно, что электронный пучок имеет тенденцию следовать магнитным силовым линиям. Если, например, пучок помещён в однородное магнитное поле, линии которого параллельны направлению распространения пучка, то при распылиании последнего электроны будут пересекать магнитный поток и магнитное поле будет возвращать электроны к исходной силовой линии. Чем сильнее магнитное поле, тем меньше отклонение электрона от исходной силовой линии. В подобном случае движение частицы происходит в комбинированном поле — радиальном электрическом поле объёмного заряда пучка и магнитном поле.

Поскольку, за исключением движения вдоль оси, условия здесь такие же, как в магнетроне, можно было<sup>56</sup> использовать известное решение магнетронной задачи и получить уравнение, позволяющее определить максимальный радиус пучка  $r_{\text{макс}}$ :

$$\frac{2Ic^2}{v_z} \ln \frac{r_{\text{макс}}}{r_0} = \frac{H_z^2 e r_0^2}{2M} \text{sh}^2 \left( \ln \frac{r_{\text{макс}}}{r_0} \right) - \frac{M v_r^2}{2e}. \quad (94)$$

Здесь  $I$  — полный ток пучка,  $r_0$  — начальный радиус его,  $v_r$  — начальная радиальная скорость частиц,  $v_z$  — скорость частиц вдоль оси  $z$ . Если пренебречь величиной  $v_r$  и искать значение  $H$ , при котором  $\frac{r_{\text{макс}} - r_0}{r_0} = \alpha \ll 1$ , то из (94) следует

$$H = \left( 2 \frac{M}{e} \right)^{3/4} \frac{I^{1/2} c}{U_0^{1/4} r_0 \sqrt{\alpha}}, \quad (95)$$

где  $eU_0 = \frac{M v_z^2}{2}$ .

Пирсом<sup>12</sup> был произведён следующий опыт. Электронный пучок с силой тока 10 ма проходил через отверстие ускоряющей диафрагмы и попадал в длинную трубу (длина 50 мм, диаметр 1,2 мм), которая имела потенциал 150 в по отношению к источнику частиц.

При наличии продольного магнитного поля (300 гс) на коллектор шёл электронный ток 7 ма, на стенки трубы попадал ток 3 ма. Если по формуле (12) оценить расплывание пучка, которое имело бы место при свободном движении ( $d_0 = 1,2$  мм,  $I = 10$  ма,  $U_0 = 150$  в) в отсутствии магнитного поля, то ток на коллектор оказывается незначительным ( $\frac{r}{r_0} \approx 7$ ). Следовательно, в указанном опыте магнитное поле существенно ограничило расплывание пучка. Необходимая величина напряжённости магнитного поля в этих опытах соответствует величине, следуемой из формулы (95).

Рассматривая вопрос о формировании пучка в магнитном поле, следует обратить внимание на характер распределения магнитного потока. Уравнение движения частицы при наличии радиального электрического поля объёмных зарядов и продольного магнитного поля  $H = H_z$  имеет вид

$$M\ddot{r} = e \frac{dU}{dr} - er\dot{\theta}H_z + Mr\dot{\theta}^2 = F + e \frac{dU}{dr}. \quad (96)$$

В этом выражении величину  $F$  можно трактовать<sup>64</sup> как силу, противодействующую расплыванию пучка, обусловленному радиальным полем  $\frac{dU}{dr}$ . Из (96) следует

$$\frac{F}{Mr\omega_H^2} = -\frac{2\dot{\theta}}{\omega_H} + \left(\frac{\dot{\theta}}{\omega_H}\right)^2, \quad (97)$$

где  $\omega_H = \frac{1}{2} \frac{e}{M} H_z$ .

Максимальное отрицательное значение  $F$  для заданной величины  $\omega_H$  имеет место при  $\dot{\theta} = \omega_H$  и, следовательно, последнее представляет условие существования заданного значения силы  $F$  при минимальной величине  $H_z$ .

Рассматривая движение заряженной частицы в аксиально-симметричном поле (не имеющем компоненты в  $\theta$ -направлении), можно получить выражение

$$\ddot{\theta} = \frac{e}{2\pi r^2 M} (\psi - \psi_0). \quad (98)$$

Здесь  $\psi$  и  $\psi_0$  соответственно — поток, проходящий внутри поверхности вращения, содержащей траекторию частицы, в точке  $z$  и на катоде, где  $\dot{\theta} = 0$ . Если, на время, положить поле однородным, то из (98) можно получить выражение

$$\ddot{\theta} = \omega_H^2 \left[ 1 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right], \quad (99)$$

из которого следует, что  $\ddot{\theta} = \omega_H^2$  при  $r_0 = 0$ , т. е. при таких условиях, когда поток через катод равен нулю.

Это положение имеет место<sup>65</sup> и в более общем случае, когда магнитное поле неоднородно, а также для пучков разной формы. На рис. 20 показано, каково должно быть пространственное распределение магнитного потока в случае полого пучка. Это является одним из условий, при которых возможно уравнивание сил электростатического расталкивания и магнитной фокусировки, так что пучок может проходить большой путь без изменения поперечного сечения.

Примером использования этих соображений для получения параллельного пучка является устройство<sup>66</sup>, в котором электронный пучок после выхода из пушки попадал в резко нарастающее, а затем однородное магнитное поле.

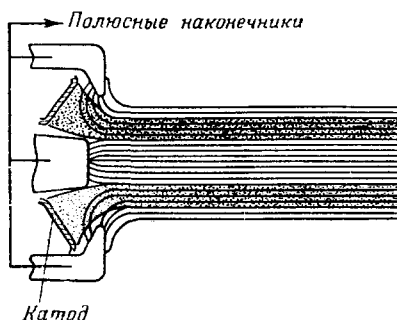


Рис. 20.

На рис. 21 приведена схема основанного на аналогичном принципе устройства для получения конического сходящегося пучка<sup>67</sup>. Здесь обычная Пирсова система, заэкранированная от влияния магнитного поля, даёт электронный пучок, проникающий через

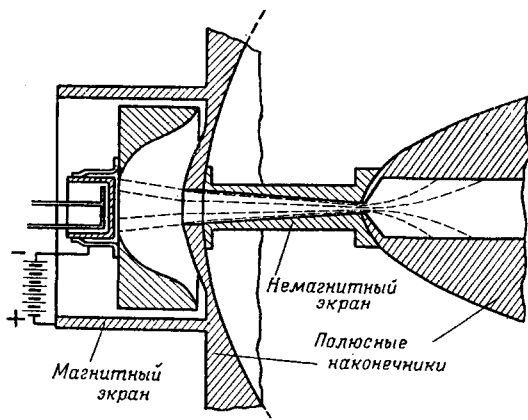


Рис. 21.

анодное отверстие в область параболоидального магнитного поля. В области резкого нарастания магнитного поля частицы получают необходимое вращение, и в дальнейшем силы, связанные с влиянием объёмного заряда, оказываются уравновешенными действием магнитного поля. Как и в предыдущем случае, зона нарастания

магнитного поля должно иметь минимальную длину, так как здесь силы не сбалансированы и расплывание имеет место.

В случае ионных пучков магнитные поля вследствие большой массы ионов делаются мало эффективными, но при этом появляется другая возможность<sup>56</sup>. Если в ионный пучок ввести электроны, то магнитное поле может эффективно действовать на них, а они полем своего объёмного заряда смогут воздействовать на ионы. Этот принцип использован, например, для создания линзы для фокусировки ионов больших энергий<sup>68</sup>.

На пути ионного пучка ставится устройство, представляющее собой магнетрон особой конструкции. Плотность объёмного заряда в магнетроне и, следовательно, радиальное поле соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{eH^2}{8\pi mc^2}, \\ E_r &= -2\pi\rho r = -\frac{eH^2 r}{4mc^2} = -0,044 H^2 r \text{ в/см.} \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

Это поле, растущее с радиусом, является фокусирующим для ионов. При помощи катушки длиной 20 см с полем 500 гс эта магнетронная линза позволяет получить фокусное расстояние для 100-Мэв протонов, порядка 9 м. Если применить подобную катушку непосредственно как фокусирующую линзу для 100-Мэв электронов, фокусное расстояние будет 900 м.

Как видно из изложенного выше, в настоящее время разработаны основные принципы формирования и сохранения интенсивных пучков заряженных частиц, представляющие собой существенную составную часть электронной и ионной оптики.

Практическая важность вопроса и необходимость учёта объёмного заряда при самых разнообразных физических исследованиях, связанных с использованием интенсивных пучков, свидетельствуют о необходимости как дальнейших экспериментальных исследований в этой области, так и создания более строгой теории формирования и распространения подобных пучков.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Богуславский, Труды Гос. эксп. эл.-техн. ин-та, вып. 3, 18 (1924).
2. В. Р. Бурсиан, ЖРФХО 51, 289 (1921).
3. В. Р. Бурсиан, В. И. Павлов, ЖРФХО 55, 71 (1923).
4. Л. Н. Добрецов, Электронная и ионная эмиссия.
5. В. С. Лукошков, ЖТФ 6, 26 (1936).
6. Я. И. Френкель, С. А. Бобковский, ЖЭТФ 2, 353 (1932).
7. М. М. Бредов, Сборник, посв. 70-летию академика А. Ф. Иоффе, Изд. АН СССР 1950 г., 155 стр.



8. В. И. Давыдов, С. И. Брагинский, Сборник, посв. 70-летию академика А. Ф. Иоффе, Изд. АН СССР 1950 г., 72 стр.
9. С. В. Птицын, И. И. Цуккерман, Сборник, посв. 70-летию академика А. Ф. Иоффе, Изд. АН СССР 1950 г., 172 стр.
10. Н. Д. Моргулис, ЖЭТФ 4, 489 (1934).
11. М. Е. Гуртовой, Г. И. Коваленко, Фізичні записки Ін-та фізики АН УССР 9, 240 (1941).
12. J. R. Pearce, Theory and Design of Electron Beams, 1949.
13. В. М. Лопухин, Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками, Гостехиздат, 1953.
14. B. Tompson, L. Headrick, PIRE 28, 318 (1940).
15. М. Д. Габович, ЖТФ 21, 363 (1951).
16. G. Wendt, Ann. d. Phys. 2, 256 (1948).
17. H. Moss, Wireless. Eng. 22, 316 (1945).
18. M. Goudet, A. Gratzmuller, J. phys. et rad. 6, 153 (1945).
19. N. Wax, J. Appl. Phys. 20, 242 (1949).
20. L. Field, K. Spangenberg, R. Helm, El. Communication 24, 108 (1947).
21. O. Klemperer, Proc. Phys. Soc. 59, 302 (1947).
22. A. Bowers, Physica 2, 145 (1935).
23. E. Watson, Phil. Mag. 3, 849 (1927).
24. J. Aharoni, Phil. Mag. 35, 36 (1944).
25. В. Бродский, ЖТФ, Сборник трудов по технической физике 1948 г., 151 стр.
26. L. Smith, P. Hartmann, J. Appl. Phys. 11, 220 (1940).
27. A. Haeff, PIRE 27, 586 (1939).
28. P. Guenard, J. phys. et rad. 6, 43 (1945).
29. W. Reusse, Telegr. u. Fernspr.-Techn. 28, 184 (1939).
30. W. Clarke, L. Jakob, Nature 168, 120 (1951).
31. J. Maloff, D. Epstein, PIRE 22, 1386 (1934).
32. G. Liebmann, Advances in Electronics 2, 115 (1950).
33. R. Musson-Geyon, Ann. des Telecommunication 2, 298 (1947).
34. В. С. Лукошков, И. Э. С. Т. № 7 (1937).
35. В. Л. Ильинский, В. С. Лукошков, Т. И. Тамаридзе, И. Э. С. Т. № 10 (1940).
36. Д. Ю. Панов, Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных, Гостехиздат, 1951.
37. G. Goudet, R. Musson-Geyon, J. phys. et rad. 6, 185 (1945).
38. Б. В. Бобыкин, В. М. Кельман, Д. Л. Каминский, ЖТФ 22, 736 (1952).
39. G. Alma, G. Diemer, H. Groendijk, Phil. Techn. Rev. 14, 336 (1953).
40. В. С. Лукошков, ЖТФ 6, 624 (1936).
41. М. Д. Стретт, Современные многосеточные электронные лампы, т. 2, Оборонгиз, 1951.
42. Б. М. Царёв, Расчёты и конструирование электронных ламп, Госэнергоиздат, 1952.
43. Г. А. Гринберг, М. И. Певзнер, ЖТФ 11, 1322 (1941).
44. В. Калинин, Генерирование дециметровых и сантиметровых волн.
45. Г. Спивак, Е. Столярова, ЖТФ 28, 279 (1948).
46. J. Pearce, J. Appl. Phys. 15, 721 (1944).
47. И. И. Левинтов, ДАН 85, 1247 (1952).
48. А. Зайцев, Э. Рейхрудель, Вестник МГУ, сер. физ.-мат., вып. 8 (1950).
49. А. Цуккерман, А. Авдеенко. ЖТФ 12, 64 (1942).
50. А. Зайцев, Л. Тарасова, Вестник МГУ сер. физ.-мат., вып. 3 (1951).

51. E. Linder, K. Hernquist, J. Appl. Phys. **21**, 1088 (1950).
  52. K. Hernquist, PIRE **39**, 1541 (1951).
  53. L. Field, K. Spangenberg, R. Helm, El. Communication **24**, 108 (1947).
  54. J. Pearce, J. Appl. Phys. **19**, 231 (1948).
  55. Ю. А. Кацман, ЖТФ **22**, 1467 (1952).
  56. Л. Смит, В. Паркинс, А. Форрестер, УФН **35**, 556 (1948).
  57. R. Bernas, J. Sarroy, Comptes Rendus **233**, 1092 (1951).
  58. E. Harrison, Brit. Journ. Appl. Phys. **5**, 40 (1954).
  59. R. Helm, K. Spangenberg, L. Field, El. Communication **24**, 101 (1947).
  60. J. Pearce, J. Appl. Phys. **11**, 548 (1940).
  61. J. Pearce, The Bell Syst. Techn. Journ. **24**, 305 (1945).
  62. A. Samuel, PIRE **33**, 233 (1945).
  63. В. Д. Безверхий, Б. Я. Пинес, ЖТФ **17**, 1341 (1947).
  64. C. Wang, PIRE **38**, 135 (1950).
  65. A. Samuel, PIRE **37**, 1252 (1949).
  66. C. Cutler, C. Quate, Phys. Rev. **80**, 875 (1950).
  67. M. Hines, PIRE **40**, 61 (1952).
  68. D. Gabor, Nature **160**, 89 (1947).
  69. Ю. А. Кацман, Основы расчёта радиоламп, Госэнергоиздат, **1952**, стр. 255.
  70. Kuo-Chu-Ho, R. Moon, J. Appl. Phys. **24**, 1186 (1953).
  71. W. Walcher, Zeits. f. angew. Physik **3**, 189 (1951).
  72. K. Müller-Lübeck, Zeits. f. angew. Physik **3**, 409 (1951).
  73. G. Brewer, J. Appl. Phys. **25**, 243 (1954).
  74. L. Harris, PIRE **40**, 700 (1952).
  75. J. Pearce, J. Appl. Phys. **10**, 715 (1939).
  76. B. Borres, J. Dosse, Arch. f. El. **32**, 221 (1938).
  77. R. Bernas, L. Kaluszyner, I. Druaux, J. phys. et rad. **15**, 273 (1954).
  78. D. Petrie, El. Communication **20**, 100 (1941).
  79. J. R. Pearce, J. Appl. Phys. **24**, 1247 (1953).
  80. J. Hickley, J. Mihran, PIRE **40**, 994 (1952).
  81. J. Wallmark, J. Appl. Phys. **24**, 590 (1953).
-