

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ МНОГОЛУЧЕВЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ МИКРОСКОПОВ И СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ

Хорошо известные успехи многолучевой интерференционной микроскопии, позволяющей разрешать «в глубину» объекты, размеры которых превышают всего несколько ангстремов, т. е. по порядку величины близки к межатомным расстояниям, побудили широкие круги оптиков приступить к серьёзному пересмотру вопроса о разрешающей способности оптических приборов вообще. Не затрагивая всех сторон этой обширной и крайне важной проблемы, мы коснёмся здесь только трактовки разрешающей способности многолучевых устройств с точки зрения соотношения неопределённостей.

Ясность в этот вопрос внесла статья Ингельштама¹, некоторые положения которой, однако, нуждаются в уточнении на основе соображений, развитых другими авторами.

Общеизвестно (см., например,²), что для любого волнового процесса в том числе и для световых волн, из теоремы Фурье следует соотношение неопределённостей, ограничивающее точность одновременного определения

координаты x и соответствующей компоненты k_x волнового числа (т. е. импульса):

$$\Delta x \Delta k_x \geq \frac{1}{2}. \quad (1)$$

Обращаясь к случаю многолучевой интерферометрии, рассмотрим слой, имеющий оптическую толщину $\frac{1}{2} z(x)$ и ограниченный полупрозрачными зеркалами с амплитудной прозрачностью τ и амплитудным коэффициентом отражения r (поглощением пренебрегаем). Если на интерферометр Фабри-Перо, образованный таким слоем, падает плоская монохроматическая волна единичной интенсивности, то (в результате многократных отражений) через слой пройдет (или от слоя отразится) набор поперечных парциальных волн с амплитудами

$$F_s = A_0 r^{2s} e^{-iskz(x)} \quad (2)$$

(в отраженном свете к ним добавится волна с амплитудой r , не зависящей от x), где $A_0 = \tau^2$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число и λ — длина волны. При этом мы не учли дифракции на неоднородностях рельефа поверхности слоя, а также его показателя преломления. В действительности, если такие неоднородности существуют, а именно они и представляют интерес для микроскопии, то появляются диффрактированные парциальные волны, которые в свою очередь будут претерпевать многократные отражения и дифракцию. Расчет фазовой и амплитудной структуры образующегося интерференционного изображения слоя крайне сложен и не осуществлен даже в простейших случаях. Однако представляется возможным высказать некоторые общие соображения, позволяющие оценить разрешающую способность подобного рода устройств. Ввиду большой сложности имеющих здесь место соотношений соответствующие оценки целесообразно делать, исходя из анализа влияния различных факторов в отдельности. Ниже будут приведены некоторые из них.

Полуширина интерференционных полос (т. е. максимумов пропускания) в случае интерферометра Фабри-Перо, выраженная в долях длины волны, равна:

$$w \equiv \Delta \left(\frac{2z}{\lambda} \cos \vartheta \right) = \frac{1-R}{2n \sqrt{R}} = \frac{1}{N_{\text{эфф}}}, \quad (3)$$

где $R = r^2$, $N_{\text{эфф}}$ — эффективное число парциальных волн (т. е. интерферирующих лучей) и ϑ — угол наклона лучей к оси z . Из (3) следует, что через интерферометр с заметной интенсивностью пройдут только те из диффрактированных лучей, для которых

$$\vartheta^2 \leq \frac{w\lambda}{2z} \equiv \frac{w}{m},$$

где $m = \frac{2z}{\lambda}$ — порядок интерференции. Поскольку растрouser пучка диффрактированных лучей связан с поперечными размерами Δx неоднородностей, на которых происходит дифракция, соотношением

$$\vartheta \cong \frac{\lambda}{\Delta x} \quad (4)$$

(что соответствует $\Delta x \Delta k_x = 2\pi$), постольку будут разрешаться только такие объекты, которые удовлетворяют условию

$$\Delta x \geq \lambda \sqrt{\frac{m}{w}}. \quad (5)$$

С другой стороны, различимы смещения интерференционного максимума, превышающие примерно $0,1 w$, что соответствует пределу разрешения «в глубину»

$$\Delta z \gtrsim 0,1 w \frac{\lambda}{2}. \quad (6)$$

Умножая (3) на (4), получаем:

$$\Delta x \Delta z \gtrsim \frac{\lambda^2}{r_0} \sqrt{mw} = \frac{\lambda^2}{r_0} \sqrt{\frac{m}{N_{\text{эфф}}}}. \quad (7)$$

Из простых геометрических соображений нетрудно убедиться, что

$$\Delta k_x \cong \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\Delta z}{m\lambda}} \cong \frac{2\pi}{x} \sqrt{\frac{0,1w}{2m}}^*, \quad (8)$$

откуда $\Delta x \Delta k_x \gtrsim \sqrt{2}$ в соответствии с соотношением неопределённостей (1).

Неравенство (7) показывает, что соотношение неопределённостей налагает ограничения на произведение пределов разрешения многолучевого интерференционного микроскопа в плоскости изображения (Δx) и в глубину (Δz), не ограничивая каждого из них в отдельности. В соответствии с этим принципиально может быть достигнута любая разрешающая

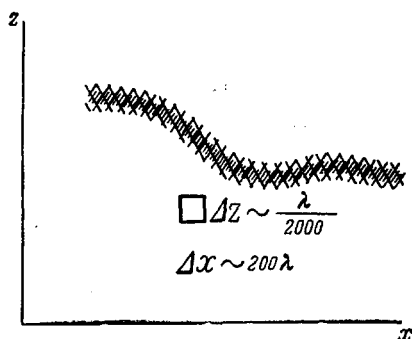


Рис. 1. Схематическое изображение многолучевой интерференционной полосы, иллюстрирующее соотношение между Δx и Δz .

способность в глубину, но только за счёт соответствующего уменьшения разрешающей способности в плоскости изображения. Так, если потребовать $\Delta z = 1 \text{ \AA}$, то для $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, $z = 1 \text{ см}$ ($m = 4 \cdot 10^4$) и $N_{\text{эфф}} = 100$ ($R = 0,97$) согласно (7) находим $\Delta x = 2,5 \text{ мм}$.

Полученное соотношение находит своё практическое выражение в резком различии масштабов интерференционной картины в направлениях z и x (как для полос равной толщины, так и для полос равного хроматического порядка). Это иллюстрируется схематически рис. 1 для $m = 400$ и $N_{\text{эфф}} = 100$.

*) Ингельштам¹ ошибочно полагает $\Delta k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta z}{m\lambda}$ и, пользуясь соотношением неопределённостей, получает $\Delta x \Delta z \gtrsim m\lambda^2$.

Обратимся теперь к другой стороне вопроса. Допустим, что неоднородность имеет ширину Δx . Для того чтобы диффрактированные на ней под углом ϑ лучи, претерпев $N_{\text{эфф}}$ отражений, сохраняли неизменной разность хода, необходимо, чтобы они не выходили за пределы неоднородности. В противном случае разность хода претерпит скачок, что приведёт к уширению интерференционных полос и уменьшению точности определения z . Это условие может быть записано в виде

$$\vartheta < \frac{\Delta x}{z N_{\text{эфф}}} = \frac{\Delta x \cdot \omega}{m \lambda} < \frac{20}{m \lambda^2} \Delta z \Delta x,$$

откуда, учитывая связь между ϑ и Δx , находим:

$$\Delta z (\Delta x)^2 \gtrsim \frac{m}{20} \lambda^3$$

и, учитывая (5), вновь приходим к соотношению (7).

К соотношениям типа (9) приводит также рассмотрение разрешающей способности фазово-контрастных и двулучевых интерференционных микроскопов⁴. В этом случае соотношение (7) принимает вид

$$\Delta x \Delta z \gtrsim \frac{\lambda^2}{2\pi^2}, \quad (10)$$

т. е. в случае многолучевых устройств условия улучшаются в $\sqrt{\frac{m}{N_{\text{эфф}}}}$ раз.

Обратим внимание на то, что наше рассмотрение относилось к случаю единичной неоднородности с постоянным Δz . По существу в этом случае мы имеем (рис. 2) наложение набора когерентных изображений неоднородности, из которых только одно ($s=1$) находится в фокусе микроскопа⁵. Остальные изображения, соответствующие виртуальным эквидистантным объектам a' , a'' и т. д., создаются диффрактированными пучками, захватывающими всё большую и большую площадь по мере увеличения s . Это обстоятельство подробно обсуждается Ингельштамом. Наличие соседних неоднородностей внесёт, очевидно, существенные изменения в поведение диффрактированных лучей.

Фостом⁶ был проанализирован случай строго периодической фазовой решётки. Существенно, что многократные отражения вносят изменения в фазовые и амплитудные соотношения не только между недиффрактированными и диффрактированными полями, но и между отдельными компонентами диффрактированного поля. Результирующий сдвиг фазы для луча, диффрактированного под углом ϑ , приближённо равен

$$\Delta \varphi \cong 2\pi \frac{z}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{n^2 \lambda^2}{d^2}} \right), \quad (11)$$

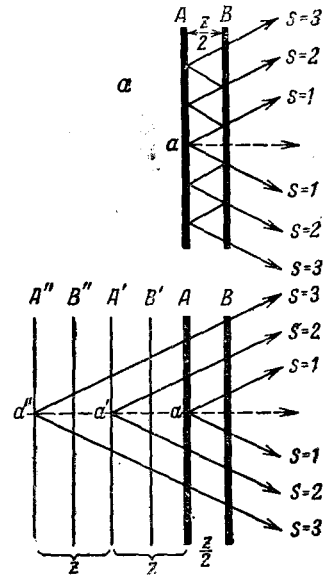


Рис. 2. Схема хода диффрактированных на неоднородности A лучей в интерферометре Фабри-Перо, иллюстрирующая образование виртуальных объектов и увеличение Δx за счёт их существования. Увеличение числа отражений ведёт к уменьшению Δz .

где n — порядок диффракционного спектра и d — постоянная решётки. В случае $n=1$ и $\lambda \ll d$ $\Delta\varphi \cong \frac{\pi z \lambda}{d^2}$. Поскольку $\Delta\varphi$ соответствует погрешности в определении z $\Delta z = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\varphi$, а $d = \Delta x$, постольку находим:

$$\Delta z \cdot (\Delta x)^2 \cong \frac{m}{2} \lambda^3. \quad (12)$$

Преувеличенное по сравнению с (9) значение правой части получилось за счёт того, что мы вместо фазовой ошибки для результирующего поля взяли фазовую ошибку для одного диффрагированного поля.

До сих пор мы учитывали только факторы, связанные с диффракцией на рассматриваемой неоднородности. Однако имеется целый ряд и других факторов, связывающих Δz с Δx . К их числу принадлежат, например, ограничения, налагаемые на число интерференционных полос, находящихся в поле зрения микроскопа, на угол взаимного наклона пластин интерферометра (необходимость попадания в объектив $N_{\text{эфф}}$ парциальных пучков), на смещение парциальных пучков по поверхности клина при последовательных отражениях, на полуширину интерференционных полос (она должна быть больше Δx), на размеры источника света и степень коллимации светового пучка и т. д. Важнейшие из этих ограничений рассмотрены в ³ и ⁷, и мы не станем их здесь затрагивать. Отметим только, что они также ведут к неизбежности увеличения Δx по мере уменьшения Δz , усиливая соотношение неопределённости.

Укажем также на чрезвычайно интересные особенности так называемых интерференционных полос наложения, имеющих своеобразную зигзагообразную форму и позволяющих достичь дальнейшего уточнения измерений z , за счёт соответствующих потерь в определении горизонтальной координаты ⁸.

Таким образом, мы должны констатировать, что ограничения на разрешающую способность «в глубину» налагаются исключительно обстоятельствами технического, но отнюдь не принципиального характера. Однако увеличение разрешающей способности в глубину теряет смысл, как только мы лишаемся возможности обеспечить постоянство z на всё более и более возрастающих площадках, размеры которых $\Delta x \gg \frac{\lambda^2}{\Delta z}$. Так, хорошо

известно, что гранулярность структуры используемых в многолучевой интерферометрии серебряных покрытий, имеющая масштаб около 1μ , никак не выявляется на многолучевых интерферограммах. В этом случае мы получаем с большой точностью уже не истинное значение $z(x)$, а некоторое среднее значение для сравнительно большой площади, причём не вполне ясно, каким образом это среднее связано с истинным рельефом $z(x)$. Экспериментально установлено только ³, что при нанесении покрытий зависимость среднего значения z от x сохраняется с очень высокой точностью (во всяком случае порядка 5 \AA), что и позволяет применять методы многолучевой интерферометрии к изучению среднего микрорельефа поверхностей. В этой связи следует отметить заведомую ошибочность попытки Келера ⁹ трактовать мелкие иррегулярности интерференционных полос равного хроматического порядка, как непосредственно соответствующие микроиррегулярностям рельефа поверхностей интерферометра.

В заключение отметим, что основной задачей микроскопии, в том числе и интерференционной, является воспроизведение по изображению, являющемуся предметом непосредственного измерения, качеств изображаемого объекта. Для этого, вообще говоря, нет необходимости в подобии изображения объекту (хотя это часто и желательно из соображений простоты обработки данных эксперимента). Однако для полно-

ценного исследования объекта необходимы как рационально устроенные приборы, так и полноценная теория действия этих устройств, позволяющая достаточно детально выявлять по изображению те или иные свойства объекта.

Полноценной теории многолучевого интерференционного микроскопа ещё не существует и возможность оценки его разрешающей способности при помощи соотношения неопределённостей представляет собой важный в практическом отношении шаг. Разумеется, он имеет и большое принципиальное значение, ибо, с одной стороны, позволяет правильно оценивать возможности и область применения многолучевых устройств и, с другой стороны, разрушает прочно укоренившийся миф о якобы принципиальном ограничении разрешающей способности микроскопа. Как теперь уже ясно, надлежащие оптические устройства принципиально могут обеспечить любую разрешающую способность в глубину. Поскольку, однако, во многих случаях желательно, чтобы разрешающие способности в глубину и в плоскости изображения были одинаковы, постольку в этих случаях, согласно, например, (7), получаем

$$\Delta x \cong \Delta z \gg \frac{\lambda}{4}$$

в соответствии с условиями, имеющими место для обыкновенных микроскопов. Вместе с тем очевидно, что было бы тщетным пытаться существенно увеличить разрешающую способность микроскопа в плоскости изображения, ибо это оказалось бы возможным только в одном измерении и при непременном условии, что в остальных двух измерениях (в том числе в глубину) объект сохраняет однородность в масштабе, возрастающем по мере уменьшения Δx —случай в высшей степени редкий и не представляющий практического интереса. Учёт изложенных обстоятельств крайне существен не только при конструировании и оценке возможностей многолучевых интерференционных микроскопов, но и для правильной интерпретации получаемых при их помощи результатов.

Г. Розенберг

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. E. Ingelstam, *Ann. f. Fys.* **7**, № 24, 309 (1954).
2. Л. И. Мандельштам, Полное собрание трудов, т. V.
3. Г. В. Розенберг, *УФН* **47**, № 2, 173 (1952).
4. P. M. Duffieux, *Rev. d'optique* **33**, № 10, 489 (1954).
5. Г. В. Розенберг, *УФН* **50**, № 2, 271 (1953).
6. R. C. Faust, *Proc. Roy. Soc.* **211A**, № 1105, 240 (1952).
7. Ф. А. Королёв, Спектроскопия высокой разрешающей силы, Гостехиздат, 1953.
8. A. M. Slauert, *Nature* **168**, 861 (1951); S. Tolanski, *Contrast de phase et contrast par interférences*, Paris, 1952, стр. 163; H. P. Polster, *J. O. S. A.* **39**, 1038 (1949); S. C. Hunter and F. R. N. Nabarro, *Phil. Mag.* **43**, 538 (1952); P. J. Lindberg, *Rep. Optic. Labor. Roy. Inst. Techn. Stockholm*, № 23 (1952).
9. W. F. Koeler, *J. O. S. A.* **43**, № 9, 743 (1953). См. также *УФН* **52**, № 4, 650 (1954).