

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ИЗОБАРИЧЕСКИЙ СПИН И ГИПОТЕЗА
ЗАРЯДОВОЙ НЕЗАВИСИМОСТИ ЯДЕРНЫХ СИЛ

Г. И. Зельцер

Современный этап в развитии представлений о строении атомных ядер ведёт своё начало от установления протон-нейтронной модели ядра. С этого момента изучение специфического, т. е. неэлектромагнитного, взаимодействия между составляющими ядро частицами — протонами и нейtronами — остаётся центральной проблемой ядерной физики.

С точки зрения протон-нейтронной модели уже давно стало ясно, что оба типа частиц играют в структуре ядра приблизительно одинаковую роль. Не только масса, но и объём и энергия связи ядра приблизительно пропорциональны числу всех частиц в ядре, т. е. каждая из ядерных частиц, независимо от того, является ли она протоном или нейтроном, вносит примерно одинаковый вклад в эти величины. Исходя из подобных соображений, ещё в 1935 г. была высказана¹ идея, что между любыми двумя ядерными частицами действуют силы, весьма близкие по величине.

В гораздо более точной форме гипотеза зарядовой независимости ядерных сил была высказана и разработана^{2, 3, 4, 5, 6} в связи с результатами опытов⁷ по рассеянию протонов на протонах. Интерпретация этих опытов⁸ показала, что после вычитания эффекта кулоновых сил взаимодействие протон — протон почти не отличается от взаимодействия протон — нейtron (по крайней мере в 1S -состоянии, к которому относились опыты). Когда в дальнейшем были учтены магнитные взаимодействия⁹, совпадение оказалось ещё более точным. Хотя о взаимодействии нейtron — нейtron отсутствовали прямые данные, было предположено, что и оно не отличается от специфически-ядерного взаимодействия нейtron — протон или протон — протон.

Последнее предположение было подкреплено результатами измерения энергии зеркальных ядер¹⁰. Оказалось, что разность энергий основных состояний таких ядер может быть целиком приписана различию в их кулоновой энергии, а также разности

масс нейтрона и протона. Это свидетельствует в пользу равенства ядерных сил $p-p$ и $p-p$. (Такое утверждение иногда называют «зарядовой симметрией» ядерных сил.)

Гипотеза зарядовой независимости утверждает независимость ядерных сил от заряда нуклона при прочих равных условиях для любой пары частиц, т. е. равенство $p-p$, $p-p$ и $p-p$ -сил в одинаковых пространственно-спиновых состояниях.

Разумеется, наряду с ядерными следует учитывать и кулоновы силы между протонами, а также магнитные силы, которые во всяком случае нарушают зарядовую независимость сил между нуклонами. Но кулоновы и другие электромагнитные силы не играют решающей роли, по крайней мере в лёгких ядрах. Кроме того, они известны гораздо лучше, чем ядерные силы, и их влияние может быть, обычно, учтено. Однако непосредственные следствия гипотезы зарядовой независимости имеет смысл проверять, конечно, только на лёгких ядрах.

Помимо эффекта кулонова взаимодействия, некоторое различие в поведении нейтронов и протонов будет вызвано неполным равенством их масс. Однако разность масс p и p мала, и её влияние, как правило, меньше влияния кулоновых сил. Основное проявление этой разности — различный вклад масс покоя нейтрона и протона в массу покоя ядра — может быть учтено совсем просто.

Изучая следствия гипотезы зарядовой независимости ядерных сил, целесообразно сначала отвлечься от указанных двух эффектов.

Тогда гипотеза зарядовой независимости приводит к утверждению, что гамильтониан системы нуклонов остаётся инвариантным при замене любого протона нейтроном и нейтрона протоном. Иначе говоря, все изобарные ядра будут иметь общий гамильтониан, симметричный относительно всех частиц, т. е. инвариантный относительно одновременной перестановки пространственных и спиновых координат любых двух частиц.

Таким образом, гипотеза зарядовой независимости может быть выражена в форме принципа симметрии ядерного гамильтониана по отношению к перестановкам частиц.

Изучение свойств перестановочной симметрии состояний, допускаемых симметричным гамильтонианом, лежит в основе большинства выводов, получаемых из гипотезы зарядовой независимости. При этом основное значение имеет тот факт, что, каковы бы ни были ядерные силы, протоны и нейтроны во всяком случае являются тождественными частицами в квантовомеханическом смысле. Наиболее сильное допустимое предположение состоит в том, что протон и нейтрон суть два состояния одной и той же частицы, различающиеся значением некоторой внутренней её координаты, от которого не зависят ядерные силы.

Представление о том, что протон и нейтрон следует рассматривать как два зарядовых состояния одной частицы — нук-

лона, — появилось непосредственно вслед за установлением протон-нейтронной модели ядра¹¹. Плодотворность такого объединения подсказывается уже близостью масс протона и нейтрона, а также той важной ролью, которую играет в характеристике ядра полное число частиц в нём. Непосредственной основой для такой трактовки явилась попытка истолковать силы между нейроном и протоном как силы обменного характера.

Единство протонного и нейтронного состояний нуклона нашло своё выражение и в недавно отчётливо высказанном понятии «ядерного заряда» и в законе его сохранения^{12, 13}.

Возможность трактовки протона и нейтрона как двух состояний одной и той же частицы не связана необходимым образом с гипотезой зарядовой независимости. Но наиболее плодотворной такая трактовка оказывается именно в связи с этой гипотезой.

1. ИЗОБАРИЧЕСКИЙ СПИН

Обычно нуклонную систему — атомное ядро — характеризуют указанием массового числа A , равного полному числу частиц в системе, и атомного номера Z , равного числу протонов в ней. Такая характеристика, очевидно, несимметрична относительно нейтронов и протонов и приспособлена скорее к атомным, чем к ядерным проблемам.

При объединённой трактовке протона и нейтрона целесообразно характеризовать нуклонную систему числом

$$A = N + Z \quad (1,1)$$

и соответствующей «антисимметричной» комбинацией

$$T_3 = \frac{N - Z}{2} = N - \frac{A}{2} = -\left(Z - \frac{A}{2}\right) \quad (1,2)$$

(N — число нейтронов), указывающей избыток нейтронов (недостаток протонов) над средним числом $\frac{A}{2}$ частиц каждого типа. Число T_3 , которое будет целым или полуцелым в зависимости от чётности A и может принимать при заданном A значения от $-\frac{A}{2}$ до $+\frac{A}{2}$ через единицу, называют «третьей компонентой» (или « z -компонентой) изобарического спина системы нуклонов. При заданном A различные числа T_3 относятся к различным изобарным ядрам*).

*). До последнего времени было распространено наименование «изотопический спин», восходящее к работе⁵. Принятое в тексте наименование, примыкающее к^{32, 33}, несомненно ближе соответствует обозначаемому понятию (различные значения T_3 употребляются обычно для характеристики различных зарядовых состояний ядер одинакового массового числа A).

Если речь идёт об одном нуклоне, то третья компонента изобарического спина будет

$$\left. \begin{aligned} t_3 &= +\frac{1}{2} \quad (\text{для нейтрона}), \\ t_3 &= -\frac{1}{2} \quad (\text{для протона}). \end{aligned} \right\} \quad (1,3)$$

С точки зрения представления, различающего нейtron и протон как разные частицы, величина t_3 характеризует тип частицы. С точки же зрения представления о нуклоне, t_3 есть характеристика его состояния, одна из его координат, описывающая «зарядовую» степень свободы. Соответственно двум единственно возможным зарядовым состояниям нуклона переменная t_3 принимает только два значения, т. е. является, как говорят, дихотомической переменной. В этом, и только в этом, состоит её существенная аналогия с переменной обычного спина s_z (для частицы полного спина $\frac{1}{2}$), — аналогия, которой переменная изобарического спина обязана своим названием. Исходя пока только из набора возможных значений t_3 , нуклону следует присвоить значение «полного изобарического спина», равное $\frac{1}{2}$. Выбор значений $\pm \frac{1}{2}$ для переменной, характеризующей зарядовое состояние нуклона, обладает перед любым другим возможным выбором тем преимуществом, что позволяет далеко проследить эту аналогию.

Удобно, впрочем, иметь ещё особое обозначение для величины

$$t_3 = 2t_3,$$

принимающей для нейтрона и протона значения ± 1 (аналог величины σ_z в теории обычного спина).

Чтобы получить полный набор координат нуклона, нужно присоединить величину t_3 к его обычным пространственным и спиновым координатам. Таким образом, полный набор координат нуклона будет

$$\mathbf{r}, s_z, t_3.$$

В соответствии с этим волновая функция системы нуклонов может быть написана в виде

$$\Psi(\mathbf{r}^{(1)}, s_z^{(1)}, t_3^{(1)}; \mathbf{r}^{(2)}, s_z^{(2)}, t_3^{(2)}, \dots, \mathbf{r}^{(A)}, s_z^{(A)}, t_3^{(A)}) \quad (1,4)$$

(верхние индексы нумеруют частицы). В дальнейшем мы будем иногда обозначать совокупность пространственных и (обычных) спиновых координат через $q^{(i)} = (\mathbf{r}^{(i)}, s_z^{(i)})$.

Для ядра с массовым числом A и атомным номером Z волновая функция (1,4) должна быть отлична от нуля только при

УСЛОВИИ

$$T_3 = \sum_{i=1}^A t_3^{(i)} = \frac{N - Z}{2}.$$

Поскольку мы свели различие между нейтроном и протоном к различию состояний нуклона, которые целиком характеризуются набором пяти его координат, все нуклоны выступают в теории как одинаковые частицы. Независимо от предположений о характере сил между нуклонами гамильтониан системы будет симметричной функцией переменных, относящихся к различным нуклонам. Это значит, что к нуклонам будет применим квантовомеханический принцип тождественности микрочастиц, требующий симметрии или антисимметрии волновой функции относительно одновременной перестановки всех (в данном случае — пяти) координат любых двух одинаковых частиц. Множитель (+1 или —1), приобретаемый волновой функцией при такой перестановке, не может зависеть от значений каких бы то ни было аргументов этой функции. Поэтому мы можем установить его, рассматривая поведение функции при перестановке двух частиц в случае, когда значения t_3 для них совпадают (когда обе частицы являются либо протонами, либо нейтронами). В этом случае перестановка всех пяти координат обеих частиц сводится к перестановке только их пространственных и спиновых координат. Но именно для такой перестановки принцип Паули, которому подчиняются протоны и нейтроны, требует антисимметрии. Значит, в выбранном нами случае функция (1,4) антисимметрична. По сказанному выше, отсюда следует, что она будет антисимметрична и при неодинаковых значениях t_3 для переставляемых частиц, т. е. всегда.

На первый взгляд представляется, что требование сплошной антисимметрии для полной волновой функции накладывает дополнительные физические ограничения на перестановки нейтронов и протонов по сравнению с обычным применением принципа Паули к каждому типу частиц в отдельности. Однако это не так, потому что при переходе от раздельной трактовки протона и нейтрона к использованию для их различия перестановки, которые относятся к одному и тому же физическому состоянию. Отметим ещё, что для нашей аргументации было существенно, что протоны и нейтроны подчиняются одинаковой статистике — статистике Ферми-Дирака.

Подобно представлению волновой функции частицы спина $\frac{1}{2}$ в нерелятивистской теории волновую функцию нуклона можно

представить в виде матрицы из двух строк (нумеруемых значениями t_3 , например в порядке $t_3 = +\frac{1}{2}$, $t_3 = -\frac{1}{2}$)

$$\Psi = \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix}, \quad (1,5)$$

где u и v , являющиеся функциями как пространственных, так и обычных спиновых координат, представляют амплитуды вероятности нейтронного и протонного состояний нуклона соответственно. Тогда, очевидно, оператор для величины t_3 представится в виде двухрядной матрицы

$$\hat{t}_3 = \frac{1}{2} \hat{\tau}_3 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad (1,6)$$

в точности совпадающей с третьей матрицей Паули, но действующей не на обычные спиновые переменные, а на переменные изобарического спина. Собственными функциями этого оператора будут $\begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix}$ для собственного значения $+\frac{1}{2}$ (нейтрон) и $\begin{vmatrix} 0 \\ v \end{vmatrix}$ для собственного значения $-\frac{1}{2}$ (протон), где u , v — произвольные функции координат и смысла спина.

Наряду с матрицей (1,6) введём и аналоги двух остальных матриц Паули:

$$\frac{1}{2} \hat{\tau}_1 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} \hat{\tau}_2 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix}. \quad (1,6')$$

Цель их введения состоит в том, что с их помощью можно построить операторы переходов между нейтронным и протонным состояниями нуклона, а также оператор перестановки зарядовых координат двух нуклонов. Указанные операторы можно получить следующим образом.

Введём комбинации операторов (1,6):

$$\Pi = \frac{1}{2} (\hat{\tau}_1 - i \hat{\tau}_2) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \Pi^+ = \frac{1}{2} (\hat{\tau}_1 + i \hat{\tau}_2) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$T_+ = \frac{1}{2} (1 + \hat{\tau}_3) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad T_- = \frac{1}{2} (1 - \hat{\tau}_3) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (1,7)$$

и рассмотрим действие их на волновую функцию нуклона, записанную в форме (1,5). Например:

$$\Pi \Psi = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ u \end{vmatrix}.$$

т. е. Π , действуя на функцию, описывающую нейтронное состояние, превращает её в функцию, описывающую такое же протонное состояние, а действуя на функцию, описывающую протонное состояние, аннулирует её. Коротко говорят, что оператор Π превращает нейтрон в протон (и аннулирует протон). Аналогично, как легко видеть, действие остальных операторов. Π^+ превращает протон в нейтрон (и аннулирует нейтрон). Оператор T_+ действует на нейтронное состояние как единичный, а на протонное — как аннулирующий. T_- действует как единичный на протонное состояние и как аннулирующий — на нейтронное.

Рассмотрим теперь оператор

$$P_{(i, k)}^{(r)} = \Pi^{(i)} \Pi^{(k)} + \Pi^{(i)} \Pi^{(k)} + T_+^{(i)} T_+^{(k)} + T_-^{(i)} T_-^{(k)} \quad (1,8)$$

(индексы i и k отмечают две частицы, к которым относятся операторы). Разберём действие оператора (1,8) на всевозможные зарядовые состояния двух частиц. Если i -я частица есть нейтрон, а k -я — протон, то только первое слагаемое даст отличный от нуля результат, а именно, превращение i -й частицы в протон, а k -й — в нейтрон. Если i -я частица есть протон, а k -я — нейтрон, то действие второго слагаемого приведёт к аналогичному «обмену» протона и нейтрона. Наконец, если обе частицы — нейтроны (протоны), то третье (четвёртое) слагаемое даст единицу, а остальные — нули. И в этом случае действие оператора $P_{(i, k)}^{(r)}$ можно истолковать как обмен (одинаковыми) зарядовыми координатами.

Итак, оператор $P_{(i, k)}^{(r)}$, определённый посредством (1,8), является оператором перестановки зарядовых координат, их обмена. Подставляя в (1,8) выражения Π и T через операторы $\hat{\tau}$, найдём:

$$P_{(i, k)}^{(r)} = \frac{1 + (\hat{\tau}^{(i)} \cdot \hat{\tau}^{(k)})}{2}, \quad (1,9)$$

где, по определению,

$$(\hat{\tau}^{(i)} \cdot \hat{\tau}^{(k)}) \equiv \hat{\tau}_1^{(i)} \hat{\tau}_1^{(k)} + \hat{\tau}_2^{(i)} \hat{\tau}_2^{(k)} + \hat{\tau}_3^{(i)} \hat{\tau}_3^{(k)}$$

— скалярное произведение операторов $\hat{\tau}^{(i)}, \hat{\tau}^{(k)}$, компоненты которых даны соотношениями (1,5) и (1,6).

Введём теперь для системы из A нуклонов операторы

$$\hat{T}_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \hat{\tau}_1^{(i)}, \quad \hat{T}_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \hat{\tau}_2^{(i)}, \quad \hat{T}_3 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \hat{\tau}_3^{(i)} \quad (1,10)$$

— три (некоммутирующие) компоненты вектора $\hat{\mathbf{T}}$ изобарического

спина. Они будут, конечно, обладать всеми математическими свойствами операторов обычного спина.

Найдём собственные функции оператора \hat{T}_3 .

Определение (1,6) операторов τ_3 можно переписать в форме

$$\tau_3 \chi(\tau_3) = \tau_3 \chi(\tau_3)$$

(оператор τ_3 умножает функцию на $+1$, когда переменная $\tau_3 = 1$, и на -1 , когда $\tau_3 = -1$). Поэтому действие оператора \hat{T}_3 на функцию $\chi(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}, \dots, \tau_3^{(A)})$ будет

$$\hat{T}_3 \chi(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}, \dots, \tau_3^{(A)}) =$$

$$= \frac{1}{2} (\tau_3^{(1)} + \tau_3^{(2)} + \dots + \tau_3^{(A)}) \chi(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}, \dots, \tau_3^{(A)}).$$

Здесь под χ мы можем понимать функцию, зависящую, кроме выписанных явно изобарических переменных, также и от остальных (пространственных и спиновых) координат нуклонов.

Собственная функция оператора \hat{T}_3 есть решение уравнения

$$\hat{T}_3 \chi = T_3 \chi,$$

где T_3 — собственное значение. Поэтому для собственной функции должно быть

$$\frac{1}{2} (\tau_3^{(1)} + \tau_3^{(2)} + \dots + \tau_3^{(A)}) \chi = T_3 \chi$$

или иначе:

$$\left\{ \frac{1}{2} (\tau_3^{(1)} + \tau_3^{(2)} + \dots + \tau_3^{(A)}) - T_3 \right\} \chi = 0.$$

Это означает, что либо

$$\frac{1}{2} (\tau_3^{(1)} + \tau_3^{(2)} + \dots + \tau_3^{(A)}) = T_3,$$

либо $\chi = 0$. Отсюда видно, что собственная функция оператора \hat{T}_3 отлична от нуля только при таких значениях изобарических переменных $\tau_3^{(i)}$, когда N из них равны $+1$, а остальные Z равны -1 , причём числа N и Z однозначно определяются условиями

$$\frac{N - Z}{2} = T_3, \quad N + Z = A,$$

совпадающими с (1,1) и (1,2).

По смыслу переменных τ_3 собственные функции оператора \hat{T}_3 будут, таким образом, описывать состояния системы нуклонов

с определённым зарядом, т. е. с фиксированными числами (N) нейтронов и (Z) протонов. При этом собственное значение T_3 истолковывается как полуразность чисел нейтронов и протонов, что и объясняет принятное в (1,2) обозначение для этой полуразности.

Можно определить оператор квадрата полного изобарического спина

$$\hat{T}^2 = \hat{T}_1^2 + \hat{T}_2^2 + \hat{T}_3^2 = (\hat{T}, \hat{T}). \quad (1,11)$$

Его собственные значения могут быть написаны в виде $T(T+1)$, где числа T — целые или полуцелые в зависимости от чётности числа A частиц, и могут принимать значения $\frac{A}{2}, \frac{A}{2}-1, \dots, 0$ (или $\frac{1}{2}$).

Весьма важна связь оператора \hat{T}^2 с операторами перестановок $P_{(i,k)}^{(\tau)}$. Эту связь легко получить из (1,11) и (1,9):

$$\begin{aligned} \hat{T}^2 &= \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \tau^{(i)}, \quad \frac{1}{2} \sum_{k=1}^A \tau^{(k)} \right) = \frac{1}{4} \left\{ \sum_{i=1}^A (\hat{\tau}^{(i)})^2 + 2 \sum_{i < k}^A (\hat{\tau}^{(i)} \cdot \hat{\tau}^{(k)}) \right\} = \\ &= \frac{3}{4} A + \sum_{i < k}^A \left\{ P_{(i,k)}^{(\tau)} - \frac{1}{2} \right\} = \frac{3}{4} A - \frac{A(A-1)}{4} + \sum_{i < k}^A P_{(i,k)}^{(\tau)} = \\ &= A - \frac{A^2}{4} + \sum_{i < k}^A P_{(i,k)}^{(\tau)}, \end{aligned} \quad (1,12)$$

т. е. \hat{T}^2 совпадает с точностью до постоянного слагаемого с суммой всех парных перестановок зарядовых координат нуклонов. В частности, для вполне симметричной функции все $P_{(i,k)}^{(\tau)} = 1$, $\hat{T}^2 = \frac{A}{2} \left(\frac{A}{2} + 1 \right)$, $T = \frac{A}{2}$.

В простейшем случае двух частиц

$$\hat{T}^2 = 1 + P_{(1,2)}^{(\tau)}, \quad (1,13)$$

так что оператор \hat{T}^2 совпадает, в основном, с оператором (единственной) перестановки двух частиц. Поэтому собственные функции \hat{T}^2 в этом случае совпадают с собственными функциями оператора $P_{(1,2)}^{(\tau)}$, т. е. являются симметричными или антисимметричными функциями переменных $t_3^{(1)}, t_3^{(2)}$. Для симметричной функции $P_{(1,2)}^{(\tau)} = 1$, $\hat{T}^2 = T(T+1) = 2$, $T = 1$, для антисимметричной функции $P_{(1,2)}^{(\tau)} = -1$, $T(T+1) = 0$, $T = 0$.

2. КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ГИПОТЕЗЫ ЗАРЯДОВОЙ НЕЗАВИСИМОСТИ

Выясним теперь, как можно ввести гипотезу зарядовой независимости в квантовомеханическое описание нуклонов. При этом мы будем сначала пренебречь кулоновыми силами и разностью масс протона и нейтрона. Тогда зарядовая независимость означает, очевидно, что в гамильтониане H системы нуклонов не будут входить операторы, действующие на переменные изобарического спина*). При этом все операторы изобарического спина будут коммутировать с гамильтонианом. В частности, будут коммутировать с гамильтонианом и операторы \hat{T}^2 и \hat{T}_3 . Так как эти последние, кроме того, коммутируют между собой, то будет существовать полная система общих собственных функций операторов \hat{H} , \hat{T}^2 и \hat{T}_3 . Сюда можно добавить и остальные операторы, коммутирующие с гамильтонианом и не действующие на переменные изобарического спина, такие, как операторы момента, \hat{J}^2 , проекции момента J_z и чётности.

Если гамильтониан не содержит операторов, действующих на переменные изобарического спина, то полная волновая функция системы нуклонов будет, в случае отсутствия вырождения для соответствующего уравнения Шредингера, произведением решения этого уравнения, зависящего только от пространственных и обычных спиновых переменных, на функцию от изобарического спина. При наличии вырождения полная волновая функция будет линейной комбинацией решений, принадлежащих данному собственному значению, с коэффициентами, зависящими от переменных изобарического спина. В обоих случаях полная волновая функция должна быть антисимметричной относительно одновременной перестановки всех пяти координат любых двух нуклонов.

*) Точнее было бы сказать, что в предположении зарядовой независимости гамильтониан системы может быть записан в форме, не содержащей операторов, действующих на изобарические переменные. Например, присутствие в гамильтониане операторов вида $(\tau^{(i)} \cdot \tau^{(k)})$ не нарушает зарядовой независимости, потому что такие операторы могут быть выражены через операторы, действующие только на координаты q . Действительно, по принципу Паули операция перестановки всех координат двух нуклонов $P_{(i, k)} = P_{(i, k)}^{(z)} \cdot P_{(i, k)}^{(q)}$ сводится к умножению волновой функции на -1 . Поэтому в применении к допустимым (антисимметричным) функциям $P_{(i, k)}^{(z)} = -P_{(i, k)}^{(q)}$. Из этого соотношения и формулы (1,9) получаем $(\tau^{(i)} \cdot \tau^{(k)}) = 2P_{(i, k)}^{(z)} - 1 = -(2P_{(i, k)}^{(q)} + 1)$, т. е. выражение оператора $(\tau^{(i)} \cdot \tau^{(k)})$ через пространственные и спиновые операторы.

Мы разберём сначала следствия гипотезы зарядовой независимости на примере двух нуклонов, что позволит выяснить принципиальную сторону дела, а затем укажем на те усложнения, которые возникают при произвольном числе частиц.

Для двух нуклонов уравнение Шредингера, определяющее пространственно-спиновую часть волновой функции стационарного состояния, будет

$$\hat{H}(q^{(1)}, q^{(2)}) \psi(q^{(1)}, q^{(2)}) = E\psi(q^{(1)}, q^{(2)}). \quad (2,1)$$

Гамильтониан системы, содержащий, по предположению зарядовой независимости, только операторы, действующие на переменные q , будет, очевидно, симметричным относительно одновременной перестановки пространственных и спиновых координат двух частиц. Поэтому вместе с каждой собственной функцией, принадлежащей данному собственному значению E , тому же собственному значению будет принадлежать и функция, отличающаяся от исходной функцией перестановкой $q^{(1)}$ и $q^{(2)}$. При отсутствии вырождения это означает, что собственные функции будут либо симметричны, либо антисимметричны. Если при некотором определённом гамильтониане обнаружится вырождение, то уже малое симметричное возмущение снимет его и вернёт нас к рассмотрению функций определённой симметрии, как «правильных линейных комбинаций» нулевого приближения. Поскольку всегда есть достаточное разнообразие взаимодействий, мы можем быть уверены в том, что состояние действительно имеет вполне определённую симметрию, если, разумеется, все рассматриваемые взаимодействия симметричны.

Таким образом, мы можем подразделить все собственные значения и собственные функции на две системы:

$$E_n^{(s)}, \quad \psi_n^{(s)}(q^{(1)}, q^{(2)}) \quad (2,2)$$

и

$$E_m^{(A)}, \quad \psi_m^{(A)}(q^{(1)}, q^{(2)}) \quad (2,3)$$

соответственно симметрии и антисимметрии функций (n и m нумеруют различные функции и уровни энергии каждой из систем).

Для получения полной волновой функции нужно ещё найти функции, зависящие от изобарического спина. Мы потребуем, чтобы они описывали состояние системы нуклонов с определённым зарядом, т. е. были собственными функциями оператора

$$\begin{aligned} \hat{T}_3 &= \frac{1}{2} \left(\hat{\tau}_3^{(1)} + \hat{\tau}_3^{(2)} \right); \\ \hat{T}_3 \chi &= T_3 \chi. \end{aligned} \quad (2,4)$$

Тогда мы можем говорить о системе двух нейтронов ($T_3 = 1$), или двух протонов ($T_3 = -1$), или одного нейтрона и одного протона ($T_3 = 0$).

Если введём обозначения

$$\delta(\tau, 1) = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau = 1, \\ 0 & \text{при } \tau = -1 \end{cases} \quad \text{и} \quad \delta(\tau, -1) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau = 1, \\ 1 & \text{при } \tau = -1 \end{cases} \quad (2,5)$$

для функций изобарического спина, описывающих нейтронное и протонное состояния нуклона соответственно, то функция

$$\delta(\tau_3^{(1)}, 1) \delta(\tau_3^{(2)}, 1) \quad (2,6a)$$

будет относиться к системе двух нейтронов, функция

$$\delta(\tau_3^{(1)}, -1) \delta(\tau_3^{(2)}, -1) \quad (2,6b)$$

— к системе двух протонов, а для случая одного протона и одного нейтрона можно будет построить две функции:

$$\delta(\tau_3^{(1)}, 1) \delta(\tau_3^{(2)}, -1) \quad \text{и} \quad \delta(\tau_3^{(1)}, -1) \delta(\tau_3^{(2)}, 1). \quad (2,6b)$$

Заметим, что выбор функций изобарического спина для системы двух частиц в виде произведений функций, описывающих отдельные частицы, совершенно не ограничивает общности рассуждений. Четыре функции (2,6) образуют полную ортонормированную систему в изобарическом пространстве, состоящем из четырёх точек:

$$\tau_3^{(1)} = 1, \quad \tau_3^{(2)} = 1; \quad \tau_3^{(1)} = 1, \quad \tau_3^{(2)} = -1;$$

$$\tau_3^{(1)} = -1, \quad \tau_3^{(2)} = 1; \quad \tau_3^{(1)} = -1, \quad \tau_3^{(2)} = -1.$$

(Каждая из функций (2,6) принимает значение 1 в одной из этих четырёх точек и значения 0 в трёх остальных.) Поэтому наиболее общая функция изобарических переменных является линейной комбинацией функций (2,6). Подставляя эту комбинацию в уравнение (2,4), легко найти, что собственному значению $T_3 = 1$ отвечает собственная функция (2,6a), значению $T_3 = -1$ — функция (2,6b), в то время как собственному значению $T_3 = 0$ соответствует произвольная линейная комбинация двух функций (2,6b).

Последнее требование, которому должны быть подчинены функции изобарического спина, состоит в том, что умножение их на одну из координатно-спиновых функций ((2,2) или (2,3)) должно приводить к функции, антисимметричной по всем пяти переменным. Для двух частиц это означает, что функции изобарического спина, подобно координатно-спиновым функциям, должны быть симметричны или антисимметричны, т. е. должны быть собственными функциями оператора перестановки изобарических пере-

менных $P_{(1,2)}^{(z)}$. Собственные значения этого оператора равны ± 1 . Из связи (1,13) между оператором перестановки и оператором полного изобарического спина \hat{T}^2 получаем, что функции изобарического спина должны быть собственными функциями оператора \hat{T}^2 с собственными значениями 2 и 0. Так как эти собственные значения принято выражать через квантовое число T формулой $T(T+1)$, то изобарические функции будут характеризоваться квантовыми числами $T=1$ (симметричная функция) и $T=0$ (антисимметричная функция).

Функции (2,6a) и (2,6b) непосредственно удовлетворяют требованию симметрии (и, значит, принадлежат собственному значению $T=1$ оператора \hat{T}^2). Обозначим их

$$\chi_1^1(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}) = \delta(\tau_3^{(1)}, 1) \delta(\tau_3^{(2)}, 1) \quad (2,6a')$$

и

$$\chi_{-1}^1(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}) = \delta(\tau_3^{(1)}, -1) \delta(\tau_3^{(2)}, -1), \quad (2,6b')$$

указывая верхним индексом значение T , а нижним — значение T_3 для данной функции.

Функции (2,6b) не являются ни симметричными, ни антисимметричными. Но из них можно построить симметричную комбинацию

$$\chi_0^1(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \delta(\tau_3^{(1)}, 1) \delta(\tau_3^{(2)}, -1) + \delta(\tau_3^{(1)}, -1) \delta(\tau_3^{(2)}, 1) \} \quad (2,7)$$

и антисимметричную комбинацию

$$\chi_0^0(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (\delta\tau_3^{(1)}, 1) \delta(\tau_3^{(2)}, -1) - \delta(\tau_3^{(1)}, -1) \delta(\tau_3^{(2)}, 1) \}. \quad (2,8)$$

При требовании нормированности эти комбинации, очевидно, определяются однозначно, с точностью до несущественного фазового множителя.

Переход от функций (2,6b) к функциям (2,7) и (2,8) имеет ясный физический смысл. Две функции (2,6b) различались по тому признаку, что первая из них описывала состояние, в котором частица «1» была нейтроном, а частица «2» — протоном, а вторая — состояние, в котором нейтроном была частица «2», а протоном — частица «1». Но такое различие частиц по «номерам» не является физически возможным, и в функциях (2,7), (2,8) оно стёрто. Обе эти функции описывают состояние с одним нейтроном и одним протоном (собственные функции оператора \hat{T}_3 с $T_3=0$), но зарядовое состояние «частицы определённого

номера» не определено (для операторов $\tau_3^{(1)}$ и $\tau_3^{(2)}$ функции не являются собственными).

Выпишем теперь полные антисимметричные волновые функции для системы двух нуклонов.

Изобарические функции двух нейтронов или двух протонов (2,6), будучи симметричными в своих аргументах, могут быть скомбинированы только с антисимметричными координатно-спиновыми функциями (2,7). Это даёт:

$$E_A, \quad \Psi_{n, n} = \psi^{(A)}(\mathbf{r}^{(1)}, s_z^{(1)}; \mathbf{r}^{(2)}, s_z^{(2)}) \chi_1^1(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}) \quad (2,9)$$

и

$$E_A, \quad \Psi_{p, p} = \psi^{(A)}(\mathbf{r}^{(1)}, s_z^{(1)}; \mathbf{r}^{(2)}, s_z^{(2)}) \chi_{-1}^1(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}). \quad (2,10)$$

Присутствие здесь только антисимметричной функции $\psi^{(A)}$ является, конечно, просто выражением принципа Паули, который для двух нейтронов или протонов применяется к функциям пространственных и спиновых координат. Совпадение пространственно-спиновых функций в (2,9) и (2,10) есть следствие предположенной зарядовой независимости.

В случае одного нейтрона и одного протона возникают две возможности. Используя симметричную функцию (2,7), получаем функции

$$E_A, \quad \Psi_{n, p} = \psi^{(A)}(\mathbf{r}^{(1)}, s_z^{(1)}; \mathbf{r}^{(2)}, s_z^{(2)}) \chi_0^1(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}), \quad (2,11)$$

совпадающие в своей пространственно-спиновой части с функциями (2,9) и (2,10). Кроме того, возможна комбинация антисимметричной функции (2,8) с симметричной функцией (2,2):

$$E_s, \quad \Psi_{n, p} = \psi^{(s)}(\mathbf{r}^{(1)}, s_z^{(1)}; \mathbf{r}^{(2)}, s_z^{(2)}) \chi_0^0(\tau_3^{(1)}, \tau_3^{(2)}). \quad (2,12)$$

Эти функции отличаются от функций (2,9) — (2,11) уже не только по своей зарядовой части, но и по зависимости от пространственных и спиновых координат. Состояния системы протон — нейтрон, описываемые функциями (2,12) и относящиеся к уровням энергии E_s , не имеют аналогов среди состояний системы двух одинаково заряженных нуклонов.

Заметим, что три функции (2,9) — (2,11) содержат изобарические функции χ_1^1 , χ_0^1 , χ_{-1}^1 , принадлежащие все одному и тому же собственному значению $T = 1$ полного изобарического спина. С другой стороны, функция (2,12) содержит функцию χ_0^0 , единственную, относящуюся к $T = 0$.

Таким образом, мы видим, что значение полного изобарического спина T характеризует симметрию не только зарядовой функции, но и, через принцип Паули, симметрию пространственно-спиновой функции. Поэтому различным значениям T отвечают

совершенно различные пространственные и спиновые свойства состояний системы нуклонов и, в частности, различный энергетический спектр. С другой стороны, формулы (2,9)–(2,11) показывают, что при данном значении T различие заряда (т. е. различие в значении T_3) не сказывается на пространственно-спиновых свойствах системы и её спектре.

Напомним, что в нашем изложении мы не требовали с самого начала, чтобы волновые функции были собственными функциями оператора \hat{T}^2 , а получили этот результат как следствие предположения о том, что пространственно-спиновые функции обладают определённой симметрией. Такая симметрия обусловлена, как указывалось выше, наличием пространственно-спиновых взаимодействий. С другой стороны, кроме связи с симметрией пространственно-спиновых функций, в основе которой лежит принцип Паули, нет никаких других оснований ожидать, что состояние с определённой энергией можно характеризовать определённым значением T (т. е., что будет отсутствовать вырождение по значению T).

Набор состояний с одним и тем же значением T (и, конечно, с совпадающими другими квантовыми числами), но различающихся значениями T_3 , называют зарядовым мультиплетом или T -мультиплетом. В предположении зарядовой независимости (и при пренебрежении разностью масс нейтрона и протона) энергии и все другие свойства состояний, принадлежащих мультиплету, совпадают. Понятие зарядового мультиплета и квантовое число T в применении к системе любого числа нуклонов было введено Вигнером⁵ и Хундом⁶.

Полученные результаты могут быть теперь сформулированы следующим образом. Система двух нейтронов или двух протонов ($T_3 = +1$ или $T_3 = -1$) может находиться только в состоянии, принадлежащем зарядовому триплету ($T = 1$), тогда как для системы протон — нейtron ($T_3 = 0$), кроме аналогичного зарядового триплетного состояния, возможны и состояния зарядового синглета ($T = 0$).

Естественно применить представление о T -мультиплетах к вопросу о связанных состояниях двух нуклонов. Известна только одна такая связанная система — дейтрон, тогда как ни бипротон, ни бинейтрон не существуют. Если отсутствие бипротона можно отнести за счёт влияния кулоновых сил, то отсутствие бинейтрона должно найти объяснение уже в рамках гипотезы зарядовой независимости. Такое объяснение действительно возможно. Как известно, основное состояние дейтрана есть чётное состояние со спином 1. В случае двух нуклонов значением спина и чётностью определяется и значение изобарического спина. Это связано с тем, что для двух частиц операция инверсии системы коорди-

нат, начало которой выбрано посредине прямой, соединяющей частицы, эквивалентна перестановке пространственных координат частиц. Поэтому, если состояние системы двух частиц имеет определённую чётность $I (= \pm 1)$, то в результате перестановки пространственных координат волновая функция приобретает множитель I . Далее, для двух частиц перестановка спинов приводит к появлению множителя $(-1)^{S+1}$ (S — полный спин), а перестановка изобарических переменных даёт множитель $(-1)^{T+1}$. Перестановка же всех пяти координат должна умножать функцию на -1 . Отсюда

$$I \cdot (-1)^{S+T} = -1, \quad (-1)^T = I \cdot (-1)^{S+1}. \quad (2.13)$$

Таким образом, при $S = 0$ $T = 1$ в чётных состояниях и $T = 0$ в нечётных состояниях. Наоборот, при $S = 1$ $T = 0$ в чётных состояниях и $T = 1$ в нечётных состояниях. Поскольку основное состояние дейтрана есть чётное состояние с $S = 1$, то для него

$$T = 0.$$

Но состояние с $T = 0$ недопустимо для системы двух нейтронов или двух протонов. Поэтому для бинейтрана или бипротона не может быть состояния, по пространственной и спиновой зависимости тождественного основному состоянию дейтрана. Бипротон или бинейтран могли бы существовать в состоянии, аналогичном виртуальному состоянию дейтрана 1S . Таким образом, гипотеза зарядовой независимости находится в согласии с наличием единственного связанных состояния двух нуклонов с указанными выше спином и чётностью.

Для двух частиц мы показали, что инвариантность пространственно-спиновых свойств системы, даже в предположении зарядовой независимости, имеет место не при любых преобразованиях функций изобарического спина χ , но лишь при преобразованиях, сохраняющих значение T , или, что то же, значение квадрата длины вектора \mathbf{T} . Пользуясь геометрическим языком, можно сказать, что зарядовая независимость приводит к инвариантности пространственно-спиновых свойств относительно вращения в «пространстве изобарического спина» («зарядовом пространстве»). Полученное заключение находится в согласии с отмеченным в начале этого раздела фактом, что с зарядовой независимостью совместимо присутствие в гамильтониане операторов вида $(\tau^{(i)}\tau^{(k)})$, представляющих собой инварианты вращения в зарядовом пространстве.

Обратимся теперь к случаю произвольного числа частиц.

Мы попрежнему считаем, что в гамильтониане не входят операторы, действующие на переменные изобарического спина, так что гамильтониан является симметричной функцией одних пространственных и обычных спиновых операторов. Значит, попрежнему вместе с каждым решением уравнения Шредингера его

решениями при том же собственном значении будут и все функции, получающиеся из исходного решения перестановками частиц. Отсюда следует, что всякий раз, когда к данному собственному значению принадлежит хотя бы одна не вполне симметрическая или не вполне антисимметрическая функция, будет иметь место вырождение. (Подчеркнём, что речь идёт о вырождении решений уравнения Шредингера, определяющих только пространственно-спиновые функции, а не о принадлежности к данному значению энергии нескольких полных волновых функций, включающих зависимость от изобарических переменных.)

При рассмотрении случая двух частиц мы предполагали отсутствие вырождения и поэтому ограничивались только симметрическими и антисимметрическими решениями уравнения Шредингера. При числе нуклонов, большем двух, нельзя ограничиться такими решениями для всех собственных значений и, следовательно, случаем отсутствия вырождения. Это видно хотя бы из того, что, как известно, по собственным функциям эрмитова оператора можно разложить практически любую функцию, а произвольную функцию при числе переменных, большем двух, заведомо нельзя представить как линейную комбинацию симметрической и антисимметрической функций.

Нас будет интересовать только такое вырождение, которое с необходимостью вызвано симметрией гамильтониана.

Перестановочное вырождение кратности n считается необходимым, если из n функций, принадлежащих данному собственному значению и линейно преобразующихся между собой при перестановках частиц, нельзя построить $m < n$ линейных комбинаций, которые сами линейно преобразовывались бы между собой при перестановках частиц. Необходимому вырождению соответствует «минимальный» набор функций, преобразующихся между собой под действием некоторой группы преобразований (в данном случае — группы перестановок частиц), которая оставляет инвариантным гамильтониан системы. (По терминологии теории групп такой набор образует базис некоторого неприводимого представления группы.)

Кроме такого необходимого вырождения, может встретиться (особенно при искусственном математическом упрощении задачи, отбрасывании малых возмущений и т. д.) и более сильное вырождение, при котором к данному собственному значению принадлежат несколько таких «неприводимых» («минимальных») наборов функций. Такое вырождение называют случайным, имея в виду, что оно сильно зависит от конкретного вида гамильтониана и легко может быть снято при учёте некоторого возмущения, даже не меняющего симметрии системы.

То вырождение, о котором шла речь при рассмотрении двух частиц, когда мы считали симметрические и антисимметрические

координатно-спиновые функции принадлежащими различным значениям энергии, есть как раз такое случайное вырождение.

Как и для двух частиц, при любом числе частиц отсутствие случайного вырождения будет связано с существованием определённой перестановочной симметрии функций, принадлежащих данному собственному значению гамильтонiana. Действительно, из $A!$ совершенно несимметричных функций, отличающихся перестановками A частиц, можно построить линейным комбинированием как вполне симметричную, так и вполне антисимметричную функцию, каждая из которых в отдельности образует «полный набор» функций, преобразующихся между собой при перестановках. Невозможность получения таких двух линейных комбинаций означает, что функция, которую мы хотели бы симметризовать (антисимметризовать), антисимметрична (симметрична) в некоторых парах частиц, т. е. действительно обладает некоторой определённой симметрией. Наличие таких условий симметрии или антисимметрии в некоторых парах частиц и понижает кратность вырождения от $A!$ для совсем несимметричной функции до, вообще говоря, значительно меньших кратностей, соответствующих необходимому вырождению.

Для того чтобы вырождение было необходимым, условия симметрии для функций, принадлежащих данному собственному значению, должны быть достаточно жёсткими. Нужно, чтобы симметрия не могла быть повышена переходом к линейным комбинациям этих функций. Описание типов такой «максимальной» симметрии функций можно найти, например, в ^{14*)}.

Но если предположение об отсутствии случайного вырождения приводит к требованию определённой симметрии пространственно-спиновых функций, то оказывается, что для возможности образования антисимметричной полной волновой функции функции от изобарического спина также должны обладать вполне определённой, в некотором смысле противоположной, симметрией. Таким образом, принцип Паули распространяет требование наличия определённой перестановочной симметрии и на функции изобарического спина.

Между типами симметрии пространственно-спиновых и изобарических функций, необходимыми для возможности получения антисимметричной полной волновой функции, существует взаимно однозначное соответствие. Однако не всякий тип симметрии возможен для функций изобарического спина (как и для обычного спина). Функции изобарического спина могут быть антисимметричны только в парах частиц, но не в группах из трёх или большего числа частиц. Поскольку переменная изобарического

^{*)} Элементарное доказательство теорем о типах («характерах») перестановочной симметрии функций содержится в оригинальной работе ¹⁵. Применение методов этой работы к теории изобарического спина см. в ⁶.

спина для каждой частицы может принимать только два различных значения ($\pm \frac{1}{2}$), то в любой группе из трёх или большего числа частиц значения по крайней мере двух изобарических переменных будут совпадать, и антисимметрична в отношении частиц данной группы функция обратится в нуль. Это приводит к тому, что при некоторых типах симметрии пространственно-спиновых функций построение полной волновой функции вообще невозможно, и соответствующие решения уравнения Шредингера для системы нуклонов не имеют физического смысла. Например, нельзя получить вполне антисимметричную полную волновую функцию из координатно-спиновой функции, симметричной во всех частицах, если число частиц больше двух.

Происхождение этого ограничения понятно. Типы симметрии пространственно-спиновой волновой функции, допустимые в теории изобарического спина, не должны, разумеется, отличаться от тех, которые получились бы при простом применении принципа Паули к системе нейтронов и протонов как различных частиц. Но в этом случае имеют смысл только такие решения уравнения Шредингера, которые могут быть антисимметризованы по отношению к перестановкам любых двух нейтронов, а также любых двух протонов. «Слишком симметричные» функции, вроде упомянутой в приведённом примере, не допускают такой антисимметризации ни при каком выборе чисел нейтронов и протонов из данного полного числа частиц и в общем случае ограничения на типы симметрии пространственно-спиновых функций, вытекающие из теории изобарического спина, имеют тот же смысл.

В случае двух нуклонов мы видели, что каждому типу симметрии функций изобарического спина соответствует определённое значение полного изобарического спина (квантовое число T). Это верно и для произвольного числа нуклонов.

При числе нуклонов A наиболее общий тип «максимальной» симметрии¹⁴ для функций переменных изобарического спина может быть обозначен указанием некоторого разбиения числа A на два целых неотрицательных слагаемых:

$$A = n_1 + n_2 \quad (n_1 \geq n_2). \quad (2,14)$$

Функция, описываемая таким разбиением, антисимметрична в n_2 парах частиц и симметрична в остальных $n_1 - n_2$ частицах.

Можно показать, что функция, определяемая разбиением (2,14), является собственной функцией оператора \hat{T}^2 , принадлежащей собственному значению $T(T+1)$, где квантовое число T связано с числами разбиения n_1, n_2 формулой

$$T = \frac{n_1 - n_2}{2}. \quad (2,15)$$

Доказательство этой формулы даётся в приложении. В основе его лежит связь между оператором \hat{T}^2 и операторами перестановок зарядовых переменных, устанавливаемая формулой (1,12).

Ясно, что при заданном числе нуклонов A симметрия функции изобарического спина (т. е. числа n_1 и n_2) вполне определяется квантовым числом T . Так как симметрия функции изобарического спина в свою очередь определяет по принципу Паули симметрию пространственно-спиновой функции, то мы опять, как и в случае двух частиц, убеждаемся, что общие пространственно-спиновые свойства будут иметь те различные зарядовые состояния системы нуклонов, которые имеют один и тот же полный изобарический спин T .

Из интерпретации чисел n_1 , n_2 и формулы (2,15) видно, что максимальному значению $T = \frac{A}{2}$ (достижаемому при $n_1 = A$, $n_2 = 0$) соответствуют полная симметрия функции изобарического спина и, значит, полная антисимметрия пространственно-спиновой функции. Понижению T отвечают нарастание антисимметрии в функции изобарического спина и нарастание симметрии в пространственно-спиновой функции. Минимальное значение T будет равно нулю, если A — чётное (тогда возможно равенство $n_1 = n_2$), и равно $\frac{1}{2}$, если A — нечётное (тогда минимальное значение $n_1 - n_2 = 1$).

Определим теперь, какие различные зарядовые состояния могут обладать симметрией, характеризуемой квантовым числом T .

Функция изобарического спина симметрии T отлична от нуля только в том случае, когда никакие две из её антисимметрично связанных переменных не имеют одинаковых значений. Поэтому, чтобы она была отлична от нуля, число совпадающих значений $(+\frac{1}{2}$ или $-\frac{1}{2}$) её переменных не должно превышать n_1 . (Могут совпадать значения всех симметрично связанных переменных и, кроме того, по одному значению из каждой антисимметричной пары.) Если, кроме того, рассматриваемая функция описывает состояние с определённым зарядом, то она отлична от нуля только при условии, что в точности N её переменных равны $+\frac{1}{2}$, а остальные Z равны -1 ($N+Z = A$, $N-Z = 2T_3$). Чтобы функция не обращалась в нуль тождественно, оба условия должны быть совместны. Для этого наибольшее из чисел N и Z не должно превышать n_1 . Это наибольшее число может быть представлено в виде

$$\frac{N+Z}{2} + \frac{|N-Z|}{2},$$

так что получаем условие

$$\frac{N+Z}{2} + \frac{|N-Z|}{2} \leq n_1.$$

Учитывая, что $N+Z = n_1 + n_2$, находим:

$$\frac{|N-Z|}{2} \leq \frac{n_1 - n_2}{2},$$

и, используя определение T_3 и формулу (2,15), получаем окончательно:

$$|T_3| \leq T. \quad (2,16)$$

Отсюда видно, что возможные значения T_3 при данном T будут

$$-T, -T+1, \dots, T-1, T \quad (2,17)$$

— всего $2T+1$ состояний зарядового мультиплета.

Таким образом, гипотеза зарядовой независимости приводит к тому результату, что системе нуклонов может быть приписано, кроме обычных квантовых чисел, таких, как спин и чётность, — квантовое число T — «полный изобарический спин», характеризующий перестановочную симметрию зарядовых, а значит, и координатно-спиновых функций.

При условии зарядовой независимости полный изобарический спин является константой движения; оператор \hat{T}^2 коммутирует с гамiltonианом. При данном числе нуклонов A пространственно-спиновые свойства и, в частности, значения энергий совпадают для тех изобарных состояний, которые соответствуют определённому значению T . Каждому значению T принадлежит $2T+1$ изобарных состояний, образующих зарядовый мультиплет, для которых

$$|T_3| = \left| \frac{N-Z}{2} \right| \leq T.$$

Отсюда вытекает, что для системы нуклонов с близкими числами нейтронов и протонов существуют состояния, которыми не могут обладать системы с большим различием в числе тех и других частиц. С другой стороны, при заданном числе протонов и нейтронов возможные значения T ограничены приведённым неравенством снизу.

Разумеется, эти результаты, аналогичные хорошо известным результатам теории обычного спина, могли бы быть непосредственно усмотрены из того факта, что в формальном отношении свойства операторов изобарического спина совпадают со свойствами операторов спина обычного.

Однако в основу теории спина (например, при выводе перестановочных соотношений для операторов) обычно кладётся рассмо-

трение изотропии физического пространства и, в соответствии с этим, инвариантности описания явлений относительно вращений координатной системы. Поэтому в случае обычного спина, напри-

мер, то обстоятельство, что операторы s_x , s_y , s_z образуют трёхмерный вектор, является вполне ясным по своему физическому содержанию. В то же время для изобарического спина «вращательный» аспект и, в частности, трёхмерность «зарядового пространства» гораздо менее очевидны.

Возможность говорить о вращении в трёхмерном символическом зарядовом пространстве является следствием дихотомичности переменной изобарического спина для каждого нуклона. Волновая функция нуклона в каждой точке реального пространства и пространства обычного спина представляется двумя комплексными числами, входящими в матрицу-столбец. Такое наиболее общее зарядовое состояние нуклона может быть получено, например, из любого состояния с определённым зарядом путём некоторого унитарного преобразования и даже унитарного преобразования с определителем, равным единице. Но всякому двумерному преобразованию такого типа можно однозначно отнести преобразование вращения в трёхмерном вещественном пространстве, причём существенно различным унитарным преобразованиям (отличающимся не только знаком) будут отнесены различные вращения^{4, 17}. Этим и достигается связь группы преобразований зарядовых состояний единственного нуклона с группой вращений в символическом трёхмерном пространстве.

В случае нескольких нуклонов вращение в зарядовом пространстве не является, конечно, наиболее общим преобразованием, позволяющим перевести некоторое зарядовое состояние в любое другое зарядовое состояние. Но гипотеза зарядовой независимости и не утверждает эквивалентности любых зарядовых состояний системы нуклонов. Утверждается только, что для свойств системы, не зависящих явным образом от заряда, никакое зарядовое состояние единичного нуклона — нейтронное, протонное или любая суперпозиция этих двух состояний — не является выделенным. С точки зрения зарядовых свойств, с другой стороны, естественно, конечно, выделять «чисто» нейтронное и «чисто» протонное состояния. Такое выделение и осуществляется тем, что ось «3» в символическом зарядовом пространстве выбирают таким образом, чтобы состояния с определённой проекцией τ_3 вектора τ соответствовали нейтрону и протону. Но теория должна быть инвариантной относительно выбора того состояния нуклона, которому соответствует определённое значение изотопической переменной τ_3 . Переход к другому выбору и означает «поворот координатной системы в зарядовом пространстве нуклона» (по отмеченной выше связи между вращениями и унитарными преобразованиями зарядовых функций нуклона). Аналогично можно рассматривать унитарные преобразования

самой системы нуклонов, соответствующие её собственному «повороту» в зарядовом пространстве. Состояние, возникающее в результате преобразования, отличается от исходного тем, что роль, которую в последнем играло, например, нейтронное состояние каждого нуклона, переходит к той суперпозиции нейтронного и протонного состояний, которая получается при таком же «вращении» единственного нейтрона в зарядовом пространстве. В предположении зарядовой независимости полученное таким образом состояние системы нуклонов будет совпадать с исходным по своим пространственно-спиновым свойствам.

Подчеркнём ещё раз, что зарядовая независимость эквивалентна инвариантности относительно вращения в пространстве, определяемом многообразием зарядовых состояний единичного нуклона.

III. УРОВНИ ЭНЕРГИИ ИЗОБАРНЫХ ЯДЕР

Одновременно с установлением понятия о полном изобарическом спине были предприняты попытки расчёта энергетических уровней для лёгких ядер^{4, 6, 16}, для которых нарушение зарядовой независимости кулоновыми силами незначительно. При этом была использована модель индивидуальных частиц с L - S -связью и рассматривалось заполнение нуклонами пространственных оболочек. При простейших предположениях о типе сил были получены данные о последовательности уровней в зависимости от квантовых чисел L, S, T .

В последнее время были проведены расчёты в предположении j - j -связи¹⁸, а также рассмотрена промежуточная связь³³.

Важнейший результат состоит в том, что низшие энергетические уровни и, в частности, основные состояния ядер должны соответствовать наименьшему возможному для данного ядра значению квантового числа T , т. е. случаю $T = T_3$.

Это, очевидно, связано с тем обстоятельством, что уменьшение значения T , т. е. нарастание антисимметрии в функции изобарического спина, приводит к повышению симметрии в пространственно-спиновой функции и в результате делает возможной более высокую (перестановочную) симметрию пространственной зависимости полной волновой функции. Такой наивысшей возможной перестановочной симметрии пространственной функции и отвечает минимальное значение энергии (если силы между частицами имеют характер притяжения), так как всякое нарастание антисимметрии означает уменьшение вероятности нахождения частиц на очень малых расстояниях друг от друга. (Ввиду противоположного знака сил, ситуация в ядрах противоположна той, которая имеет место для электростатического взаимодействия атомных электронов.) Можно ожидать, что сделанный вывод имеет общее значение и не связан с детальными предположениями о ядерных силах.

Состояния с высокой пространственной перестановочной симметрией, т. е. с малыми значениями T , окажутся ещё более предпочтительными в энергетическом отношении, если учесть обменный характер ядерных сил. Известно, что наибольшую роль среди обменных сил играют силы типа Майорана. Эти силы имеют характер притяжения между парой частиц, если волновая функция симметрична в пространственных координатах этих частиц, и характер отталкивания, если имеет место пространственная антисимметрия. В результате зависимость энергии связи от симметрии волновой функции оказывается весьма резкой. Только состояния с высокой пространственной симметрией, т. е. с малыми значениями T , осуществляются в лёгких ядрах. Это объясняет, без отказа от зарядовой независимости, такой важнейший факт, как

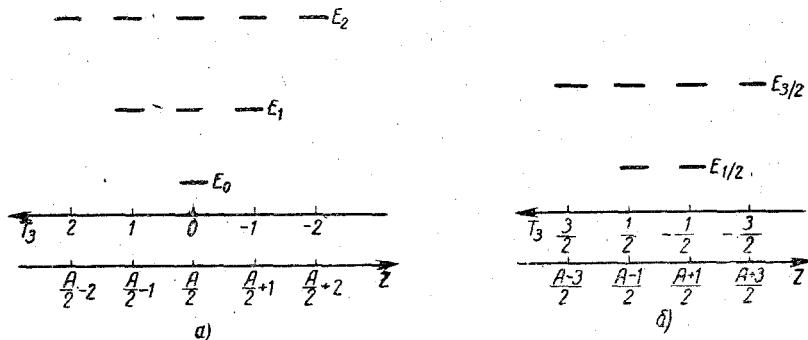


Рис. 1.

отсутствие лёгких ядер со значительным различием в числе нейтронов и протонов. Для таких ядер были бы невозможны малые значения T ($T \gg \frac{|N-Z|}{2}$), невозможно эффективное использование обменных сил для получения энергии связи.

При условий точной зарядовой независимости и в отсутствии кулоновых сил и разности масс протона и нейтрона схемы энергетических уровней лёгких ядер имели бы вид, изображённый на рис. 1, *а* и *б*, соответственно для ядер чётной и нечётной массы. Для упрощения на рисунке представлено только по одному зарядовому мультиплету, имеющему определённое значение T (указанное в качестве индекса при E). Как было выяснено выше, каждый мультиплет распространяется на все изобарные ядра, имеющие значение T_3 от $-T$ до T .

Уровни различных изобарных ядер, образующие мультиплет, не только энергетически совпадают, но и имеют одинаковые другие квантовые характеристики (угловые моменты, чётности). Это связано с тем, что вся теория, изложенная выше в применении

к собственным функциям гамильтониана системы, может быть повторена по отношению к общим собственным функциям полного набора операторов, коммутирующих с гамильтонианом и не зависящих явным образом от заряда.

Рассмотрим теперь, какие изменения должны быть внесены в схему энергетических уровней ядер для учёта двух очевидных отклонений от точной зарядовой независимости гамильтониана — разности масс нейтрона и протона, а также кулонова взаимодействия.

Строго говоря, уже наличие разности масс нейтрона и протона приводит к появлению в гамильтониане членов, содержащих операторы $\hat{\tau}_3^{(i)}$ в такой комбинации, которая не коммутирует с оператором \hat{T}^2 . Например, если пользоваться нерелятивистским приближением, то члены в гамильтониане, соответствующие энергии покоя и кинетической энергии, будут

$$\sum_{i=1}^A \left\{ m_n c^2 \frac{1 + \hat{\tau}_3^{(i)}}{2} + m_p c^2 \frac{1 - \hat{\tau}_3^{(i)}}{2} \right\} - \sum_{i=1}^A \left\{ \frac{\hbar^2}{2m_n} \frac{1 + \hat{\tau}_3^{(i)}}{2} + \frac{\hbar^2}{2m_p} \frac{1 - \hat{\tau}_3^{(i)}}{2} \right\} \Delta_i. \quad (3,1)$$

Первая сумма, представляющая энергию покоя нуклонов, может быть представлена в виде

$$A \frac{(m_n + m_p)}{2} c^2 + (m_n - m_p) c^2 T_3, \quad (3,2)$$

показывающим, что она коммутирует с \hat{T}^2 . Таким образом, вклад в гамильтониан от энергии покоя приводит только к расщеплению уровней (определенному величиной $(m_n - m_p) c^2 T_3$), но уровни попрежнему могут быть охарактеризованы квантовым числом T .

Вторая сумма в (3,1), дающая кинетическую энергию, равна

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^A \Delta_i + \frac{\hbar^2 (m_n - m_p)}{4m_n m_p} \sum_{i=1}^A \hat{\tau}_3^{(i)} \Delta_i. \quad (3,3)$$

Здесь первый член соответствует кинетической энергии системы частиц, каждая из которых имеет массу

$$m = \frac{2m_n m_p}{m_n + m_p} \approx m_{\text{нуклона}}$$

Этот член является главным в кинетической энергии и, очевидно, коммутирует с \hat{T}^2 . Второй член в (3,3) не коммутирует с \hat{T}^2 , но представляет собой малую поправку. Результаты, полученные из гипотезы зарядовой независимости, справедливы лишь при пренебрежении этим членом. Если рассматривать его как возмущение, он будет приводить к переходам между состояниями с различными значениями T . В дальнейшем мы будем учитывать поправку на разность масс только в энергии покоя (3,2).

Оператор кулонова взаимодействия

$$H_c = \frac{e^2}{4} \sum_{i < j} \frac{\left(1 - \hat{\tau}_3^{(i)}\right) \left(1 - \hat{\tau}_3^{(j)}\right)}{r_{ij}} \quad (3,4)$$

также нарушает зарядовую независимость гамильтониана и не коммутирует с \hat{T}^2 . Кулоново взаимодействие будет приводить как к смещению уровней энергии, так и к появлению смеси состояний с различными значениями T . Для оценки последнего эффекта был применён¹⁹ метод стационарной теории возмущений с использованием модели оболочек. Если $\psi(T)$ есть волновая функция ядра в состоянии с изобарическим спином T , полученная без учёта кулоновых сил, то в первом приближении теории возмущений волновая функция будет суперпозицией состояний с различными T :

$$\Phi_T = \psi(T) + \sum_{T'} \frac{H_{T'T}}{E_T - E_{T'}} \psi(T') = \psi(T) + \sum_{T'} \alpha_T(T') \psi(T'). \quad (3,5)$$

Величина $|\alpha_T(T')|^2$ может быть принята в качестве меры доли состояния $\psi(T')$ в суперпозиции, если в нулевом приближении состояние было $\psi(T)$.

В указанной работе¹⁹ произведена оценка величин $\alpha_T^2(T')$ при $T=0$ для случая ядер с двумя или четырьмя нуклонами вне замкнутых оболочек. Возможность возбуждения остова кулоновыми силами игнорировалась. Для двух нуклонов вне замкнутой оболочки (ядро Li^6 или N^{14}) вероятность добавления к основному состоянию $T=0, S=1, L=0, J=1$, конфигурация $(1p)^2$, состояния $T=1, S=1, L=0, J=1, (1p2p)$ оказывается порядка

$$\alpha_0^2(1) \approx 2,5 \cdot 10^{-3}, \quad (3,6)$$

а вероятности добавления других состояний ещё меньше указанной или даже равны нулю. Для случая четырёх нуклонов величины $\alpha_0^2(1)$ получаются также очень малыми ($10^{-5} - 10^{-6}$). Повидимому, более заметными должны быть примеси состояний, если исходное $T \neq 0$.

Общее заключение состоит в том, что кулоновы силы приводят к смещению состояний с различными значениями лишь в очень слабой степени. Поэтому, если будет обнаружено значительное смещение, оно будет свидетельствовать об отклонении от зарядовой независимости специфических ядерных сил.

Сохраняя, таким образом, в значительной степени «чистоту» состояний по изобарическому спину, кулоново взаимодействие, с другой стороны, приводит к вполне заметному расщеплению энергетических уровней компонент T -мультиплета.

Для подсчёта величины этого расщепления оказывается удовлетворительным тот элементарный подход, который приводит к известным полуэмпирическим формулам для масс ядер. Вклад в массу от кулоновой энергии можно записать в виде

$$\Delta_c M(Z) = \frac{3e^2}{5c^2 R} Z(Z-1) \quad (3,7)$$

или иначе

$$\Delta_c M(T_3) = \frac{3e^2}{5c^2 R} \left(\frac{A}{2} - T_3 \right) \left(\frac{A}{2} - T_3 - 1 \right), \quad (3,8)$$

где для радиуса ядра принято выражение²²

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} = 1,45 \cdot 10^{-13} A^{\frac{1}{3}} \text{ см.} \quad (3,9)$$

Из (3,2) и (3,8) получаем, что расщепление уровней T -мультиплета, вызванное разностью масс нейтрона и протона, а также кулоновыми силами, будет определяться выражением

$$M(T_3) = \frac{A(m_n + m_p)}{2} + (m_n - m_p) T_3 + \\ + \frac{3e^2}{5c^2 r_0} \left(\frac{A}{2} - T_3 \right) \left(\frac{A}{2} - T_3 - 1 \right) A^{-\frac{1}{3}},$$

которое можно также записать в форме

$$M(T_3) - M(0) = (m_n - m_p) T_3 - \frac{3e^2}{5c^2 r_0} T_3 (A - 1 - T_3) A^{-\frac{1}{3}}. \quad (3,10)$$

Здесь слева стоят ядерные массы. Если, как это принято, вести расчёт для атомных масс, то в правой части равенства надо заменить разность масс нейтрона и протона разностью масс нейтрона и атома водорода:

$$M_a(T_3) - M_a(0) = (m_n - m_H) T_3 - \frac{3e^2}{5c^2 r_0} T_3 (A - 1 - T_3) A^{-\frac{1}{3}}. \quad (3,11)$$

Подставляя значения констант²², получим:

$$M_a(T_3) - M_a(0) = \\ = \left\{ 0,781 T_3 - 0,598 T_3 (A - 1 - T_3) A^{-\frac{1}{3}} \right\} M_{\text{эв.}} \quad (3,12)$$

Первый член, учитывающий разность масс n и p , приводит к повышению энергии уровня с ростом T_3 , второй — кулонов — влияет противоположным образом. За исключением случая самых лёгких ядер, превалирует второй член, так что расщепление уровней T -мультиплета для различных входящих в него изобарных ядер приобретает вид, изображённый на рис. 2, a и b .

Если разности уровней энергии изобарных ядер можно интерпретировать формулой типа (3,11), то это говорит в пользу того,

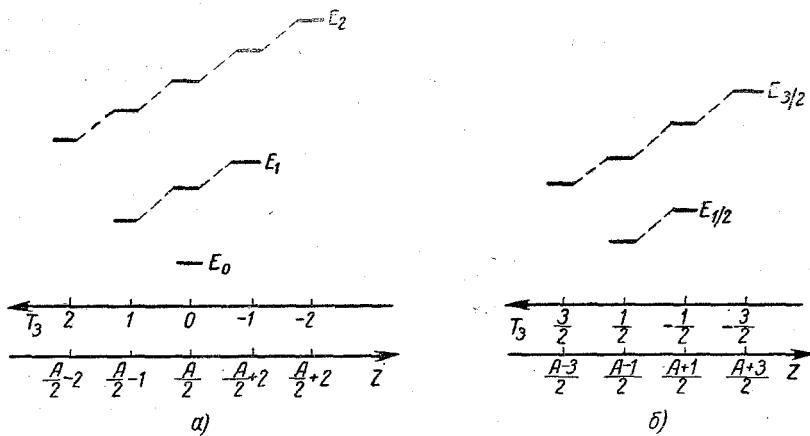


Рис. 2.

что за вычетом кулонова взаимодействия и влияния разности масс n и p силы между нуклонами могут считаться зарядово-независимыми.

Подробно изучались^{20, 21, 22} разности масс зеркальных пар ядер, т. е. изобарных пар типа $N_0 + n$ и $N_0 + p$, $N_0 + 2n$ и $N_0 + 2p$, где N_0 — «остаточное ядро», состоящее из равного числа нейтронов и протонов.

«Зеркальное» преобразование системы нуклонов состоит в замене всех её нейтронов на протоны и протонов на нейтроны. При этом, очевидно, меняется только число пар $n - n$ и $p - p$, но не число пар $n - p$. Поэтому сравнение характеристик зеркальных ядер даёт сведения только о сравнительной величине сил нейtron — нейtron и протон — протон (но не позволяет сравнить эти силы с силами нейtron — протон). В частности, совпадение уровней энергии зеркальных ядер с точностью до кулонова смещения (и разности масс $n - p$) свидетельствует только о равенстве друг другу сил $n - n$ и $p - p$.

В обозначениях теории изобарического спина зеркальные ядра отличаются заменой T_3 на $-T_3$. Для ядра типа $N_0 + kn$

$T_3 = +\frac{k}{2}$, для ядра $N_0 + kp$ $T_3 = -\frac{k}{2}$. По числу $k=1, 2, \dots$ различают зеркальные пары первого, второго и т. д. порядков.

Из формулы (3,12) имеем:

$$M_a\left(-\frac{k}{2}\right) - M_a\left(\frac{k}{2}\right) = k \left\{ 0,598 (A-1) A^{-\frac{1}{3}} - 0,781 \right\} M_{\text{эв.}} \quad (3,13)$$

Лёгкие нечётные ядра группируются в зеркальные пары первого порядка. При этом одно из ядер пары β -радиоактивно.

Таблица I
Зеркальные ядра первого порядка.
Разности масс

п/п №	Зеркальная пара ядер	Значения ΔM_a в Мэв	
		экспери- мент	по формуле (3,13) $k = 1$
1	$n^1 \rightarrow H^1$	0,781	0,781
2	$H^3 \rightarrow He^3$	0,0185	0,048
3	$Be^7 \rightarrow Li^7$	0,864	1,095
4	$C^{11} \rightarrow B^{11}$	1,990	1,908
5	$N^{13} \rightarrow C^{13}$	2,227	2,270
6	$O^{15} \rightarrow N^{15}$	2,705	2,614
7	$F^{17} \rightarrow O^{17}$	2,754	2,941
8	$Ne^{19} \rightarrow F^{19}$	3,254	3,253
9	$Na^{21} \rightarrow Ne^{21}$	3,52	3,554
10	$Mg^{23} \rightarrow Na^{23}$	3,92	3,845
11	$Si^{27} \rightarrow Al^{27}$	4,61	4,402
12	$P^{29} \rightarrow Si^{29}$	4,65	4,67
13	$S^{31} \rightarrow P^{31}$	4,92	4,931
14	$Cl^{33} \rightarrow S^{33}$	5,22	5,184
15	$Ar^{35} \rightarrow Cl^{35}$	5,42	5,435
16	$K^{37} \rightarrow Ar^{37}$	5,59	5,680
17	$Ca^{39} \rightarrow K^{39}$	6,15	5,920
18	$Se^{41} \rightarrow Ca^{41}$	5,96	6,156

Начиная с $A=7$, устойчивыми являются ядра с одним лишним нейтроном, другое ядро пары β^+ -активно или испытывает K -захват (Be^7). Разности масс ядер зеркальной пары могут быть по-

лучены экспериментально из измерений граничной энергии β -распада, а также из данных о порогах реакций (p, n), (d, n), (γ, n).

Сравнение экспериментальных значений разностей масс с разностями, вычисленными по формуле (3,13) (с $k=1$), дано в таблице I (стр. 479)²². Это сравнение показывает, что смещение основных состояний ядер зеркальной пары по энергиям действительно может быть отнесено за счёт кулоновых сил. Очевидно, эти состояния представляют собой компоненты зарядового дублета ($T=|T_3|=\frac{1}{2}$).

Не только основные состояния, но и другие уровни энергии зеркальных ядер должны совпадать после вычитания эффекта кулоновых сил. Такое вычитание в значительной мере достигается автоматически, если совместить основные состояния ядер зеркальной пары на шкале энергий, как это сделано на рис. 3²². Если при этом и не достигается совпадение отдельных уровней, то подобие всей системы уровней демонстрируется весьма убедительно. Трудно ожидать большего, если учсть, что предположение об одинаковом влиянии кулоновых сил на смещение различных возбуждённых уровней является достаточно грубым.

В случаях, когда известны угловые моменты и чётности подобных состояний, они оказываются совпадающими, как это и вытекает из зарядовой независимости. Эти случаи отмечены точками на рис. 3.

Среди чётных ядер мы встречаемся с зеркальными парами второго порядка ($k=2$). Экспериментальные данные сопоставлены с результатами вычисления по формуле (3,13) в таблице II²².

Таблица II
Зеркальные ядра второго порядка.
Разности масс

п/п 2	Зеркальная пара ядер	Значения ΔM_a в $10^{-6} M_{\text{эв}}$	
		экспери- мент	по формуле (3,13) $k=2$
1	$B^8 - Li^8$	200 ± 30	282
2	$C^{10} - Be^{10}$	380 ± 11	369
3	$N^{12} - B^{12}$	463 ± 9	450
4	$O^{14} - C^{14}$	535 ± 11	525
5	$Na^{20} - F^{20}$	~ 890	732
6	$Al^{24} - Na^{24}$	910 ± 30	857

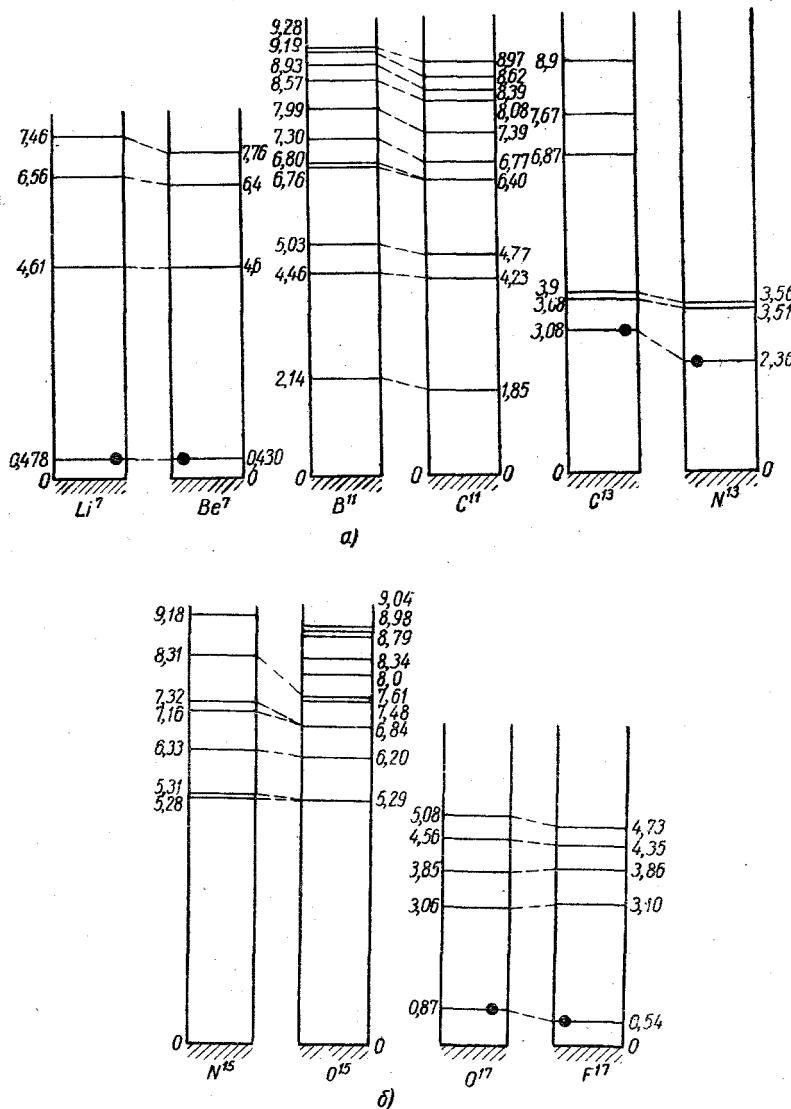


Рис. 3.

Можно считать, что основные состояния зеркальных пар второго порядка являются двумя состояниями зарядового триплета ($T = 1$, $T_3 = \pm 1$). Тогда, согласно гипотезе зарядовой независимости, должно существовать состояние для ядра с равными числами нейтронов и протонов ($T_3 = 0$; такие ядра называют зарядово-симметричными), принадлежащее тому же триплету, аналогичное основным состояниям зеркальной пары по своим квантовым характеристикам и отличающееся по энергии только «кулоновым смещением» (3,11). Однако это состояние зарядово-симметричного ядра не должно быть обязательно основным состоянием, так как для ядра с $T_3 = 0$, кроме состояний с $T = 1$, возможны состояния с $T = 0$, вероятно, более низкие. Компонента триплета $T = 1$, $T_3 = 0$, аналогичная основным со-

В качестве примера рассмотрим ядро N^{14} ($T_3 = 0$), у которого ожидается состояние, принадлежащее вместе с основными состояниями O^{14} и C^{14} зарядовому триплету ($T = 1$). На рис. 4, заимствованном из работы², приведена схема уровней ядер C^{14} , N^{14} и O^{14} .

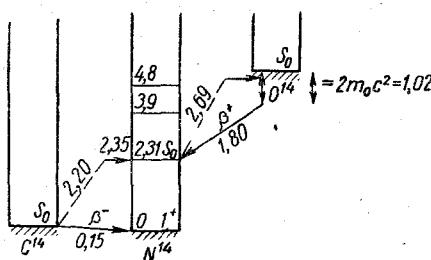


Рис. 4.

Разность энергий основных состояний ядер C^{14} и N^{14} определена по границе β -распада C^{14} . Основной уровень N^{14} лежит ниже, чем основной уровень C^{14} , хотя при переходе от C^{14} к N^{14} происходит рост кулоновой энергии. Этот более низкий основной уровень зарядово-симметричного ядра N^{14} явно принадлежит $T = 0$. Но если мы добавим к энергии основного состояния C^{14} ($0,15 M_{\text{эв}}$ над основным состоянием N^{14}) кулоново смещение $[M_a(0) - M_a(1)]$ уровней в N^{14} относительно уровней в C^{14} , вычисленное по формуле (3,12) и равное $2,20 M_{\text{эв}}$, то придём к значению $2,35 M_{\text{эв}}$ для ожидаемого уровня с $T = 1$ в ядре N^{14} . Это хорошо совпадает с известным в ядре N^{14} уровнем $2,31 M_{\text{эв}}$, который, таким образом, отождествляется как наименший уровень в этом ядре, имеющий $T = 1$. Вычитание кулонова смещения для основного состояния O^{14} ($T_s = -1$) также приводит к почти точному совпадению этого состояния с уровнем $2,31 M_{\text{эв}}$ в N^{14} . Таким образом, отождествлены все три компоненты зарядового триплета.

Известно, что ядро C^{14} в основном состоянии имеет $J=0^+$; такие же характеристики следует приписать и двум другим компонентам триплета. Интересно, что существует β -переход из основного состояния O^{14} к уровню 2,31 $M\text{эв}$ ядра N^{14} . Гипотеза

зарядовой независимости приводит к выводу, что это будет переход $0 \rightarrow 0$, запрещённый правилами отбора Теллера.

Рис. 4 демонстрирует также подобие возбуждённых состояний C^{14} и N^{14} и наличие у зарядово-симметричного ядра уровней, не имеющих аналогов у соседнего изобара (очевидно, это уровни с $T = 0$). Этот рисунок представляет собой как бы реализацию общей схемы рисунка 2, а.

Для более удобного обозрения схем уровней энергии чётных изобарных ядер целесообразно привести схемы к виду, подобному рис. 1, а. Этого можно достичь, если на схеме типа рис. 4 сдвинуть расположение основных состояний ядер с $T_3 = \pm 1$ на величину кулонова смещения, вычисленного по формуле (3,11). Тогда получим такое расположение уровней, которого следовало бы ожидать в отсутствии кулоновых эффектов. Поскольку формула (3,11), разумеется, не является точной, более надёжным будет, оценив с её помощью величину кулонова смещения, совместить основные состояния ядер с $T_3 = \pm 1$ с ближайшим уровнем ядра с $T_3 = 0$. Тогда можно ожидать, что этот уровень является наименее высоким уровнем ядра с $T_3 = 0$, имеющим $T = 1$. В некоторых случаях такому отождествлению помогает рассмотрение данных, получаемых из ядерных реакций, о чём подробнее будет сказано в следующем разделе.

В результате изложенного преобразования, которое имеет смысл полуэмпирического вычитания кулоновых эффектов, получаются схемы, приведённые на рис. 5, а, б и в для изобаров с массовыми числами $A = 6, 8, 10, 12, 14, 16$ и $T_3 = 0, +1$, заимствованные из работы ³³**). На схемах энергии указаны в $M\text{эв}$; в качестве начала отсчёта выбрано основное состояние ядра с $T_3 = 0$. Пунктиром отмечены уровни, установленные ненадёжно, широкие уровни заштрихованы. Штриховка справа у края схем отмечает неизученные области энергии. Выше уровней, отмеченных буквами p, n, α , ядра неустойчивы относительно испускания соответствующих частиц.

На схемах приведены также некоторые данные о квантовых характеристиках уровней.

Данные о возбуждённых состояниях ядер с избытком протонов ($T_3 = -1$) отсутствуют. Основные состояния могли бы быть, после вычитания кулонова смещения, совмещены с наименее высоким состоянием ядер с $T_3 = 0$, имеющим $T = 1$, как мы это видели выше на примере изобарной триады C^{14}, N^{14}, O^{14} .

**) Вместо вычисления «теоретического» кулонова смещения по формуле типа (3,11) в работе ³³ применялся несколько иной метод. Однако, поскольку затем было произведено совмещение с экспериментально известными уровнями, то результаты не отличаются от тех, которые даёт метод, описанный в тексте. См. также сопоставление уровней изобарных ядер, произведённое в ^{34, 35}.

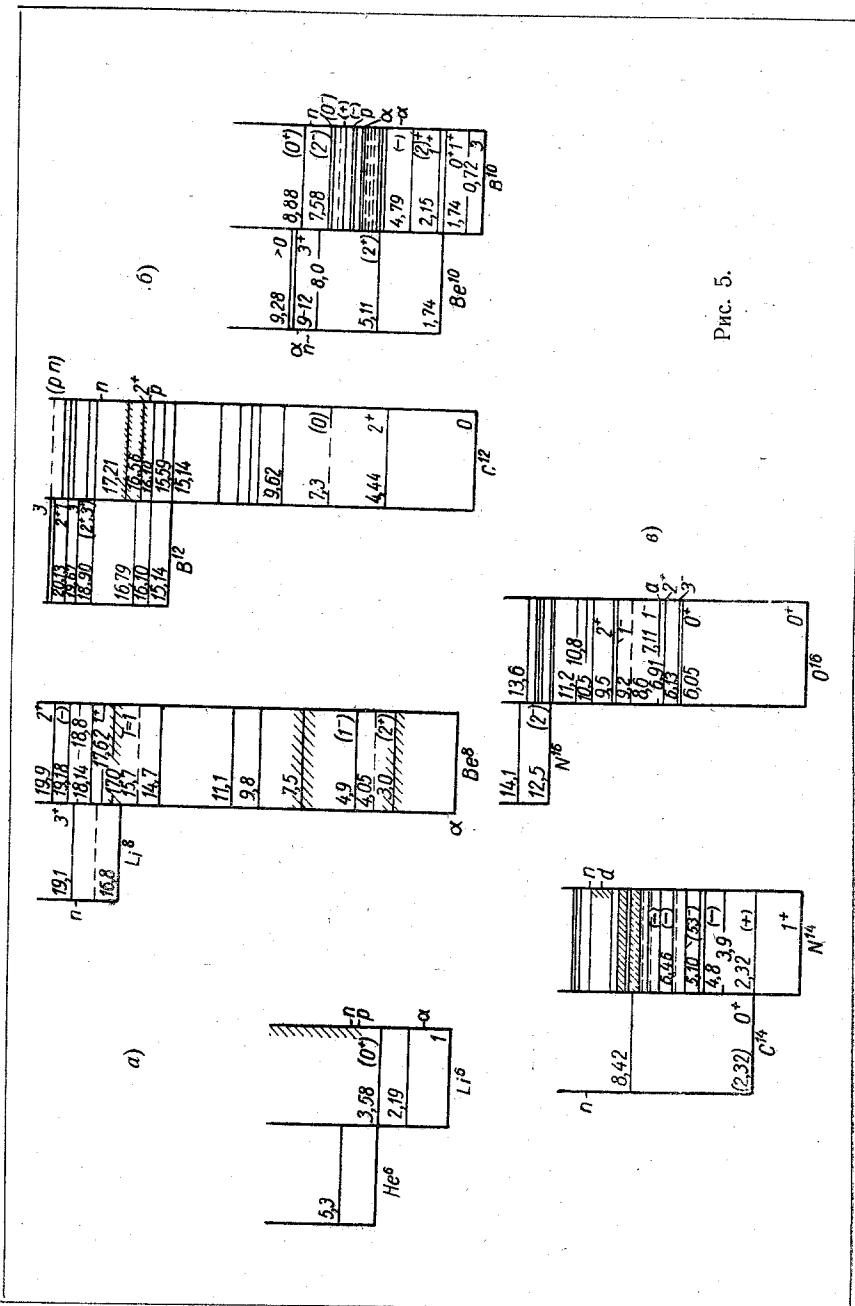


Рис. 5.

Важное различие обнаруживается при сопоставлении схем изобаров типа $A = 4n$ и $A = 4n + 2$. Если у изобаров типа $A = 4n$ наимизшие уровни с $T = 1$ лежат в области $12-17$ Мэв, то изобары типа $A = 4n + 2$ имеют энергию возбуждения таких уровней лишь порядка $1,7-3,6$ Мэв.

Относительная близость уровней с $T = 1$ у изобаров $A = 4n + 2$ к основному состоянию объясняется, повидимому, конкуренцией типов перестановочной симметрии зарядовых и спиновых функций, приводящих к максимальной симметрии пространственной зависимости волновой функции. (В нулевом приближении $L-S$ -связи^{6, 16} максимальная возможная симметрия пространственной зависимости осуществляется для таких изобаров не только при $T = 0$, $S = 1$, но и при $T = 1$, $S = 0$.)

Рассмотрение схем рис. 5, *a*, *b* и *v* показывает, что после даже грубого вычитания эффектов, связанных с кулоновыми силами (и разностью масс $n - p$), расположение уровней энергии чётных изобарных ядер оказывается близким к такому расположению, которого требует зарядовая независимость ядерных сил. Для нечётных ядер аналогичный результат был получен выше из рассмотрения зеркальных пар первого порядка. Таким образом, можно сделать вывод, что зарядовая независимость ядерных сил действительно регулирует самые общие закономерности расположения уровней лёгких изобарных ядер.

IV. ИЗОБАРИЧЕСКИЙ СПИН И ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ. ПРАВИЛА ОТБОРА

В предположении зарядовой независимости взаимодействия полный изобарический спин является константой движения. Выраженная в такой форме гипотеза зарядовой независимости ядерных сил может быть непосредственно применена к рассмотрению ядерных реакций с участием одних нуклонов²³. Для таких реакций, кроме требования

$$\Delta T_3 = 0, \quad (4,1)$$

выражающего сохранение электрического заряда, должно быть выполнено и требование

$$\Delta T = 0, \quad (4,2)$$

т. е. закон сохранения полного изобарического спина.

Понятие о полном изобарическом спине оказывается полезным не только при рассмотрении зарядово-независимых взаимодействий между нуклонами, но и в применении к фотоядерным реакциям, а также к β -распаду. Взаимодействие системы нуклонов с полем фотонов или с полем β -частиц можно считать слабым в смысле теории возмущений. Тогда в невозмущённой системе будут господствовать зарядово-независимые силы, и её состояния можно

будет характеризовать квантовым числом T . Возмущение — например, взаимодействие с полем фотонов — приведёт к переходам между различными состояниями невозмущённой системы, причём (ввиду зарядовой зависимости возмущения) нельзя уже ожидать обязательного сохранения полного изобарического спина. Однако оказывается, что и в этом случае могут быть установлены правила отбора для квантового числа T .

Чтобы получить правила отбора для γ -переходов²⁴, рассмотрим гамильтониан взаимодействия системы нуклонов с электромагнитным полем. В нерелятивистском приближении гамильтониан может быть записан в виде

$$H' = - \sum_{i=1}^A \left\{ \frac{e}{mc} \mathbf{p}_i \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) \frac{1 - \hat{\tau}_3^{(i)}}{2} + \left[\mu_n \frac{1 + \hat{\tau}_3^{(i)}}{2} + \mu_p \frac{1 - \hat{\tau}_3^{(i)}}{2} \right] \hat{\sigma}^{(i)} \operatorname{rot} \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) \right\}. \quad (4,3)$$

Здесь первый член описывает взаимодействие орбитального движения протонов с полем, а второй — взаимодействие с полем

собственных магнитных моментов нуклонов. Множители $\frac{1 \pm \hat{\tau}_3^{(i)}}{2}$ учитывают различие нейтронных и протонных электромагнитных характеристик (зарядов и магнитных моментов). $\hat{\sigma}^{(i)}$ — обычный спиновый оператор, m — масса нуклона, μ_n , μ_p — магнитные моменты нейтрона и протона, \mathbf{A} — векторный потенциал электромагнитного поля.

Вероятность электромагнитного перехода определяется квадратом матричного элемента

$$(\alpha' T' | H' | \alpha T), \quad (4,4)$$

где α , α' обозначают все остальные квантовые числа, кроме T , которыми характеризуются начальное и конечное состояния соответственно.

Для правил отбора, связанных с квантовым числом T , существенна только структура зависимости оператора (4,3) от операторов изобарического спина. Поэтому перепишем (4,3) схематически в виде

$$H' = H_0 + H_1 = H_0 + \sum_{i=1}^A f_i \hat{\tau}_3^{(i)}, \quad (4,5)$$

где H_0 и f_i не зависят от $\hat{\tau}_3^{(i)}$. Иначе говоря, H_0 есть скаляр в изобарическом пространстве, тогда как H_1 — «3»-компоненты вектора в этом пространстве. Условия не обращения в нуль матричного элемента типа (4,4), когда H' есть скаляр или компо-

нента вектора, хорошо известны для обычного момента количества движения (см., например, ¹⁴, § 27). Они непосредственно переносятся на случай изобарического спина, так как в формальном отношении (правила коммутации) он не отличается от спина обычного. Матричный элемент скаляра H_0 отличен от нуля только при условиях

$$\Delta T = 0, \quad \Delta T_3 = 0, \quad (4,6)$$

а матричный элемент «3»-компоненты вектора — при условиях

$$\Delta T = 0, \pm 1, \quad \Delta T_3 = 0, \quad (4,7)$$

причём исключены переходы

$$\Delta T = 0 \quad \text{при} \quad T_3 = 0 \quad (4,8)$$

и, в частности, переход $(T = 0) \rightarrow (T = 0)$. В результате получаем правила отбора для фотоядерных реакций:

$$\Delta T = 0, \pm 1, \quad \Delta T_3 = 0. \quad (4,9)$$

Непосредственно эти правила не являются сильными ограничениями, так как в лёгких ядрах нет известных состояний с высокими значениями T . Поэтому правила (4,9) ещё не удалось подвергнуть экспериментальной проверке.

Однако можно получить более ценные в практическом отношении правила, рассматривая мультипольность электромагнитного излучения ^{24, 25}. Электрическое дипольное излучение связано только с первым членом в гамильтониане взаимодействия (4,3). Вклад от этого члена в H_0 будет

$$-\frac{e}{2mc} \sum_{i=1}^A \mathbf{p}_i \mathbf{A}(\mathbf{r}_i).$$

Это выражение соответствует гамильтониану взаимодействия с полем излучения для A частиц, имеющих одно и то же отношение заряда к массе, равное $\frac{e}{2m}$. Но при равенстве отношения заряда к массе производная по времени от дипольного момента, определяющая главный член электрического дипольного излучения, будет равна нулю. При этом дипольное излучение всё же может происходить за счёт поправочных членов, возникающих от высших степеней (kr_i) в коэффициенте при нулевом члене разложения экспоненты, входящей в векторный потенциал, по полиномам Лежандра. Эти поправочные члены дадут интенсивность дипольного излучения, уменьшённую в отношении $(kR)^4$ по сравнению с обычной интенсивностью, т. е. сравнимую с электрическим октупольным или магнитным квадрупольным излучением. Поэтому, если главный член дипольного излучения не исчезает, то поправочными членами обычно можно пренебречь.

Так и бывает, если нет других правил отбора, кроме правил для углового момента и чётности, которые влияют на все члены дипольного излучения одновременно. В нашем же случае следует иметь в виду, что излучение, возникающее от члена H_0 в гамильтониане (4,5), не является строго невозможным как электрическое дипольное. На роль этого обстоятельства в связи с правилами отбора по изобарическому спину было обращено внимание в работе ²⁵. Однако, поскольку дипольные переходы, определяемые поправочными членами, резко ослаблены, мы будем говорить о них как о «запрещённых» и даже «невозможных».

Имея в виду сделанную оговорку, мы приходим к выводу, что электрическое дипольное излучение может идти только за счёт члена H_1 в (4,5), и для него должно быть справедливо, кроме общих правил отбора (4,7), исключение переходов (4,8). Другими словами, электрический дипольный переход в зарядово-симметричных ядрах ($T_3 = 0$) разрешён только с изменением полного изобарического спина T на единицу, и, в частности, переход ($T = 0 \rightarrow T = 0$) запрещён как электрический дипольный.

Что касается правил отбора для β -распада, то они могут быть получены аналогично правилам (4,7). Гамильтониан взаимодействия нуклонов с полем β -частиц будет линейно содержать операторы τ только в комбинациях

$$\frac{\tau_1 \pm i\tau_2}{2},$$

соответствующих превращению нейтрона в протон и обратно, т. е. иметь вид комбинаций

$$B_1 \pm iB_2$$

компонент вектора в изобарическом пространстве. Рассмотрение матричного элемента перехода для оператора такого вида приводит к правилам отбора ²⁶

$$\Delta T = 0, \pm 1, \quad \Delta T_3 = \pm 1, \quad (4,10)$$

которые в отношении возможного изменения полного изобарического спина совпадают с правилами (4,9) для γ -излучения.

Перечисленные правила отбора могут быть применены как для определения изобарического спина некоторых ядерных состояний, если гипотеза зарядовой независимости предполагается справедливой, так и для проверки самой гипотезы. Для определения T у возбуждённых состояний можно воспользоваться тем, что по закону сохранения изобарического спина столкновение ядра с дейtronом или альфа-частицей, у которых всегда $T = 0$, приводит к состоянию с тем же значением T , которое имело исходное ядро. Точно так же не изменяет T и распад состояния с вылетом d или α . Поэтому, например, уровни 4,47 Мэв

и $9,7 \text{ Мэв}$ в C^{12} , возникающие в реакции $\text{N}^{14}(\text{d}, \alpha)\text{C}^{12*}$, должны иметь, подобно основному состоянию N^{14} , $T=0$. Наоборот, отсутствие возбуждения уровня $1,74 \text{ Мэв}$ в B^{10} при неупругом рассеянии дейtronов даёт дополнительную аргументацию в пользу того, что этот уровень отличается по значению T от основного состояния (с $T=0$) и имеет, вероятно, $T=1$, как это следует из совпадения его энергии (с точностью до кулоновой поправки) с энергией основных состояний Be^{10} и C^{10} . Вообще требование сохранения изобарического спина может влиять на неупругое рассеяние дейtronов и альфа-частиц на ядрах типа $A=4n+2$ (Li^6 , B^{10} , N^{14}), где ожидаются низколежащие уровни с $T=1$. Эти уровни не должны возбуждаться заметно в таких реакциях. Поскольку сечение реакции пропорционально квадрату матричного элемента перехода, даже значительная по амплитуде примесь разрешённого состояния может приводить к малому эффективному сечению.

В качестве дальнейшего примера применения закона сохранения изобарического спина можно рассмотреть²³ реакцию $\text{O}^{16}(\text{d}, \alpha)\text{N}^{14}$. Так как ядро O^{16} , дейtron и альфа-частица все имеют изобарический спин нуль, то и конечное ядро N^{14} должно находиться в состоянии с $T=0$. Это означает, что закон сохранения изобарического спина запрещает реакцию к возбуждённому состоянию $2,3 \text{ Мэв}$ N^{14*} , которое, как упоминалось выше, принадлежит, вероятно, зарядовому триплету (C^{14} , N^{14*} , O^{14}) и имеет $T=1$. Действительно, несмотря на поиски этой реакции²⁶, она не была обнаружена*).

Сохранение изобарического спина может проявляться также в малой ширине некоторых возбуждённых уровней ядер. Так, в резонансных реакциях (p, α) ²⁸ на ядре с $T_3 = \frac{1}{2}$, $T = \frac{1}{2}$ промежуточное ядро должно иметь $T=0$ или $T=1$. Но конечные состояния в таких реакциях содержат обычно зарядово-симметричные ядра в низколежащих энергетических состояниях, для которых $T=0$. Тогда парциальная ширина для α -распада на второй стадии реакции будет у некоторых резонансных уровней (имеющих $T=1$) необычайно малой, так как соответствующий переход должен происходить только за счёт нарушения чистоты состояний по изобарическому спину кулоновыми силами. Этим, возможно, объясняется то, что в реакции $\text{B}^{11} + \text{p} \rightarrow \text{C}^{12*} \rightarrow \text{Be}^8 + \alpha$ резонанс при энергии протонов 165 кэв имеет ширину $0,1 \text{ эв}$ для наиболее энергичной группы альфа-частиц и полную

*.) Отмечалось, впрочем, что запрет реакций, подобных указанной может быть объяснён не только исходя из соображений зарядовой независимости, но и из менее жёсткого требования зарядовой симметрии т. е. инвариантности взаимодействия относительно замены нейтронов протонами и протонов нейтронами²⁷.

α -ширину в несколько вольт, хотя энергия, доступная для альфа-распада, — около 9 Мэв. Аналогичные уровни, для которых альфа-распад не наблюдался, имеются и в Be^{10} ²³.

Могут быть получены соотношения между вероятностями переходов к состояниям одного и того же T -мультиплета. Рассмотрим, например, реакции $\text{Be}^9(\text{d}, \text{p})$ и $\text{Be}^9(\text{d}, \text{n})$, первую — к основному состоянию $\text{Be}^{10}(T=1, T_3=1)$, вторую — к возбуждённому состоянию Be^{10*} с энергией 1,74 Мэв, принадлежащему тому же мультиплету. Обозначим зарядовые волновые функции этих ядер φ_1^1 и φ_0^1 , а зарядовые функции нейтрона и протона $\tau_{1/2}^{1/2}$ и $\tau_{-1/2}^{1/2}$ соответственно. Так как начальное состояние имело

$$T = \frac{1}{2}, \quad T_3 = \frac{1}{2},$$

то, при условии зарядовой независимости взаимодействия, такие же квантовые числа должно иметь и конечное состояние. Поэтому зарядовая волновая функция конечного состояния не может быть просто $\varphi_1^1 \tau_{-1/2}^{1/2}(\text{Be}^{10} + \text{p})$ или $\varphi_0^1 \tau_{1/2}^{1/2}(\text{Be}^{10*} + \text{n})$, но должна быть такой суперпозицией этих функций, которая имеет

$$T = \frac{1}{2}, \quad T_3 = \frac{1}{2}$$

и равна зарядовой волновой функции начального состояния $X_{1/2}^{1/2}$.
Это даёт

$$X_{1/2}^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sqrt{2} \varphi_1^1 \tau_{-1/2}^{1/2} - \varphi_0^1 \tau_{1/2}^{1/2} \right),$$

где коэффициенты определены по известным формулам для сложения моментов (см., например,²⁹, стр. 78). Относительная вероятность переходов $\text{Be}^9(\text{d}, \text{p})\text{Be}^{10}$ и $\text{Be}^9(\text{d}, \text{n})\text{Be}^{10*}$ будет равна отношению квадратов этих коэффициентов, умноженному на отношение фазовых объёмов для соответствующих конечных состояний.

Перейдём теперь к рассмотрению влияния правил отбора по изобарическому спину на γ -излучение и фотоядерные реакции²⁵. Это влияние должно сказываться главным образом на ядрах с $T_3 = 0$, для которых согласно (4,8) запрещены электрические дипольные переходы без изменения изобарического спина. Такие переходы могут происходить только за счёт поправочных членов дипольного излучения и тогда — иметь интенсивность порядка магнитного квадруполя, а также за счёт нарушения чистоты входящих состояний по изобарическому спину. Это означает, что в зарядово-симметричных ядрах электрическое дипольное

излучение с переходом между состояниями, имеющими $T = 1$, должно быть гораздо слабее, чем излучение между подобными состояниями в соседних изобарах. Возможно, что такой характер имеет излучение, соответствующее переходу между уровнями 8,05 и 2,3 Мэв ядра N^{14} , подобными соответственно уровню 6,1 Мэв и основному состоянию C^{14} . Тогда ширина перехода к уровню 2,3 Мэв в N^{14} должна быть много меньше ширины перехода в C^{14} , хотя по угловому моменту и чётности оба перехода являются разрешёнными.

Особый интерес с точки зрения правил отбора по изобарическому спину представляют состояния с $T = 0$, между которыми, как было выяснено выше, запрещено электрическое дипольное излучение.

Вопрос о γ -переходах в O^{16} был разобран в работах ^{30, 25}. O^{16} имеет состояние (1^-) при 7,12 Мэв, (2^+) при 6,91 Мэв, (3^-) при 6,14 Мэв и (0^+) при 6,05 Мэв, основное состояние есть 0^+ . Повидимому, все эти состояния имеют $T = 0$ (наименее состояния с $T = 1$, аналогичное основному состоянию N^{16} , должно быть вблизи 13 Мэв). Таким образом, распад уровня 7,12 Мэв в основное состояние запрещён правилами отбора по изобарическому спину. С другой стороны, этот распад является наиболее выгодным в энергетическом отношении. По данным работы ³⁰ он происходит в 120 раз быстрее, чем распад в состояние (3^-) , не запрещённый по изобарическому спину. Этот результат может быть объяснён ²⁵, исходя из оценки поправочных членов дипольного излучения, которые имеют порядок величины $M2$. Тогда для отношения вероятности излучения с переходом в основное состояние к вероятности перехода $E2$ в состояние (3^-) получается значение $7^b:100 \approx 170$.

Далее, в том же ядре O^{16} при отсутствии специальных правил отбора следовало бы ожидать для состояния (2^+) преимущественного распада $E1$ к уровню (3^-) . Однако распад $E2$ к основному состоянию (0^+) происходит по крайней мере в 200 раз быстрее. Это может быть интерпретировано как результат действия правила отбора для излучения $E1$ по изобарическому спину.

Основное состояние B^{10} имеет $T = 0$; наименее из состояний с $T = 1$ (аналог основного состояния Be^{10}) лежит при 1,74 Мэв. Другое состояние с $T = 1$ в B^{10} , аналогичное первому возбуждённому состоянию Be^{10} (3,37 Мэв), следует ожидать вблизи 5 Мэв. В этой области имеется дублет при 5,11 и 5,16 Мэв. Исследование реакции $Li^6(\alpha, \gamma) B^{10}$ показало ³⁰, что уровень 5,16 Мэв имеет небольшую ширину ($\sim 0,2$ эв), а уровень 5,11 Мэв вообще не был обнаружен в этой реакции. Можно было бы приписать последнему уровню значение $T = 1$ и считать, что его возбуждение нарушило бы закон сохранения изобарического

спина в реакции $\text{Li}^6 + \alpha$. Однако, воспользовавшись оценкой¹⁹ ожидаемой примеси состояния $T = 1$ к основному состоянию Li^6 , вызванной влиянием кулоновых сил, авторы³⁰ находят, что обусловленная такой примесью ширина уровня должна быть гораздо больше полученного ими верхнего предела для ширины уровня 5,11 $M_{\text{эв}}$ и близка к наблюдённой ширине уровня 5,16 $M_{\text{эв}}$. Поэтому они приписывают значение $T = 1$ состоянию 5,16 $M_{\text{эв}}$. Что касается уровня 5,11 $M_{\text{эв}}$, то, предполагая для него $T = 0$ и $J = 2^-$, можно думать, что распад его к основному состоянию B^{10} ($J = 3^+$) запрещён как дипольный переход между состояниями с $T = 0$.

Правила отбора по квантовому числу T для радиационных переходов были применены также к рассмотрению фотоядерных реакций с поглощением γ -лучей и вылетом частиц²³. Влияние правил отбора будет наиболее заметным для чётно-чётных ядер с $T_3 = 0$ ($A = 4n$), в которых основное состояние имеет $T = 0$ и $J = 0^+$, а первое возбуждённое состояние с $T = 1$ лежит при высокой энергии W_1 . Ограничимся рассмотрением только электрических дипольных ($E1$), электрических квадрупольных ($E2$) и магнитных дипольных ($M1$) переходов.

При энергии фотона $W < W_1$ всё поглощение ведёт к промежуточному ядру с $T = 0$. При этом электрическое дипольное поглощение будет запрещено. Поглощение может быть либо $M1$, ведущее к промежуточному ядру с $J = 1^+$, либо $E2$, ведущее к промежуточному ядру с $J = 2^+$. Такой же характер будет иметь поглощение при любой энергии в реакциях (γ, d) и (γ, α) , если конечное ядро остаётся в состоянии с $T = 0$. Если конечным состоянием в реакции (γ, α) является основное состояние ядра, то поглощение должно быть электрическим квадрупольным, а промежуточное ядро иметь $J = 2^+$.

Поглощение, приводящее к промежуточному ядру с $T = 1$, возможно только при $W > W_1$, и тогда оно может быть любой мультипольности. Но реакция может завершиться испусканием дейтрана или альфа-частицы только в случае, когда энергия достаточна для того, чтобы конечное ядро также осталось в состоянии с $T = 1$.

Приведённые соображения были бы строго справедливы при условии точной зарядовой независимости взаимодействия между нуклонами. Следует, однако, учитывать поправки, вносимые кулоновыми силами. В результате будет существовать некоторая вероятность таких процессов, которые запрещены правилами отбора по изобарическому спину. Если отсутствуют эффективно конкурирующие процессы, такие, как испускание нейтрона или протона, то вслед за поглощением в состояние с $T = 1$ (например, дипольным поглощением) может наблюдаться некоторое количество альфа-частиц, оставляющих ядро в состоянии с $T = 0$.

Изложенные рассуждения были применены к ядру C^{12} . При низких энергиях фотонов поглощение будет иметь характер $E2$

или $M1$. Первый уровень с $T = 1$ — аналог основных состояний B^{12} и N^{12} — должен лежать вблизи 15 $M\text{эв}$ и иметь $J = 1^+$. Возможно, что это уровень 15,09 $M\text{эв}$. Аналогом первого возбуждённого состояния B^{12} (0,95 $M\text{эв}$) является уровень 16,07 $M\text{эв}$ с $J = 2^+$. Этими данными определяются пороги поглощения соответственно, $M1$ и $E2$ с переходом к промежуточному ядру с $T = 1$. Порог поглощения $E1$ должен, очевидно, лежать выше, при некоторой энергии $W_1(E1)$, где располагается наименееющий уровень с $T = 1$, $J = 1^-$. Когда энергия фотона достигнет этого значения, поглощение $E1$ начнёт быстро возрастать и скоро станет доминирующим. Это должно проявляться в процессах (γ, p) и (γ, n) , тогда как процессы (γ, α) могут вначале идти только как запрещённые по изобарическому спину, т. е. за счёт нарушения чистоты состояний. Порог разрешённой реакции (γ, α) , ведущей к наименееющему состоянию с $T = 1$ у Be^8 (16,8 $M\text{эв}$), оценивается в 26 $M\text{эв}$.

Экспериментальные данные о реакциях (γ, n) и (γ, p) в C^{12} указывают на крутой рост эффективного сечения поглощения вблизи 20 $M\text{эв}$. Это интерпретируется как начало поглощения $E1$, т. е. как порог $W_1(E1)$. Реакции (γ, α) дают пики у 18 $M\text{эв}$ и 29 $M\text{эв}$. Первый пик должен быть обязан поглощению $M1$ и $E2$, что подтверждается экспериментальными данными. В области между 20 и 26 $M\text{эв}$ имеется большой пик в реакциях (γ, n) и (γ, p) , тогда как эффективное сечение (γ, α) в этой области невелико. Такого результата и следовало ожидать на основании предыдущих рассуждений, так как процессы (γ, α) могут идти здесь только как разрешённые $E2$ и $M1$ или запрещённые $E1$. Отмеченный выше пик около 29 $M\text{эв}$, очевидно, обязан разрешённым процессам $E1$. Это подтверждается тем, что в области выше 26 $M\text{эв}$ реакция $\text{C}^{12}(\gamma, \alpha)\text{Be}^8$ идёт в 88% случаев к уровню Be^8 вблизи 17 $M\text{эв}$, а среди них главным образом к уровню 16,8 $M\text{эв}^{31}$. Уровень 16,8 $M\text{эв}$ в Be^8 с точки зрения энергетической оказывается аналогом основных состояний Li^8 и B^8 и потому имеет в основном $T = 1$. Хотя он и распадается с испусканием альфа-частиц, но ширина его невелика ($< 0,3 M\text{эв}$). Данные по угловому распределению и угловой корреляции альфа-частиц позволяют утверждать, что поглощение в реакции $\text{C}^{12}(\gamma, \alpha)$, ведущей к этому уровню, действительно является электрическим дипольным, а сам уровень имеет $J = 2^+$. Переход к уровню 3 $M\text{эв}$, также имеющему $J = 2^+$ и энергетически предпочтительному, происходит в 6 раз реже, повидимому, именно ввиду правила отбора по изобарическому спину для дипольного поглощения.

Если в области выше 26 $M\text{эв}$, несмотря на включение разрешённого поглощения $E1$, эффективное сечение реакции (γ, α) возрастает всё же не очень значительно по сравнению с областью более низких энергий, то это может быть объяснено сильным падением полного поглощения выше 26 $M\text{эв}$, на которое указы-

вает поведение эффективных сечений реакций (γ , n) и (γ , p). Аналогичное рассмотрение было проведено и для реакций, вызываемых γ -лучами в ядре O^{16} .

Интересное предсказание сделано²⁵ относительно конкуренции процессов (γ , d) и (γ , pr) для нечётно-нечётных ядер с $T_s = 0$, при электрическом дипольном характере поглощения. В таких реакциях конечное состояние должно иметь $T = 1$ и содержать чётно-чётное ядро. Поэтому испускание дейтрона будет запрещено, если энергия недостаточна, чтобы конечное ядро могло быть оставлено в одном из своих (высоколежащих) состояний с $T = 1$. С другой стороны, одновременное испускание нейтрона и протона в состоянии с изобарическим спином I (например, в виртуальном 1S_0 состоянии) будет разрешённым. Таким образом, при указанных условиях должен наблюдаться избыток реакций (γ , pr) над реакциями (γ , d).

Изучение влияния зарядовой независимости на ядерные реакции началось недавно. Но уже сейчас ясно, что такой подход представляет значительный интерес для интерпретации процессов в лёгких ядрах. Систематическое рассмотрение реакций «с точки зрения квантового числа T », — повидимому, дело ближайшего будущего.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Покажем, что если функция χ переменных изобарического спина для системы A частиц имеет симметрию, определяемую разбиением

$$A = n_1 + n_2 \quad (n_1 \geq n_2), \quad (2,14)$$

т. е. антисимметрична в n_2 парах частиц и симметрична в остальных $n_1 - n_2$ частицах, то она является собственной функцией оператора \hat{T}^2 при собственном значении T ($T + 1$), где

$$T = \frac{n_1 - n_2}{2}.$$

Согласно (1,12) оператор \hat{T}^2 может быть выражен через операторы парных перестановок изобарических переменных:

$$\hat{T}^2 = A - \frac{A^2}{4} + \sum_{i < k}^A P_{(i, k)}^{(e)}. \quad (1,12)$$

Рассмотрим действие суммы парных перестановок на функцию χ . Так как функция симметрична в $n_1 - n_2$ частицах, то их перестановки дадут в этой сумме $\frac{(n_1 - n_2)(n_1 - n_2 - 1)}{2}$ слагае-

мых, равных 1. Перестановки частиц внутри антисимметричных пар дадут в сумме n_2 слагаемых, равных —1. Остается рассмотреть перестановки каждой из частиц, входящих в антисимметричные пары, со всеми частицами, не принадлежащими к данной паре. Будем рассматривать совместно перестановки каждой из двух антисимметрично связанных частиц с частицей, не принадлежащей к данной паре. Пусть, например,

$$\chi(\overline{1} \ 2 \ 3 \dots)$$

— функция переменных изобарического спина, в которой частицы «1» и «2» связаны в антисимметричную пару. Тогда

$$(P_{(1,3)}^{(v)} + P_{(2,3)}^{(v)}) \chi(\overline{1} \ 2 \ 3 \dots) = \chi(\overline{3} \ 2 \ 1 \dots) + \chi(\overline{1} \ 3 \ 2 \dots).$$

Легко проверить, что функция

$$\chi(\overline{1} \ 2 \ 3 \dots) - \chi(\overline{3} \ 2 \ 1 \dots) - \chi(\overline{1} \ 3 \ 2 \dots)$$

антисимметрична во всех трёх частицах, а значит, как всякая такая функция переменных изобарического спина, равна нулю. Поэтому

$$(P_{(1,3)}^{(v)} + P_{(2,3)}^{(v)}) \chi(\overline{1} \ 2 \ 3 \dots) = \chi(\overline{1} \ 2 \ 3 \dots).$$

Следовательно, рассматриваемые перестановки можно сгруппировать попарно таким образом, что каждая пара будет вносить в сумму, стоящую в (1,12), слагаемое, равное 1. Но число таких перестановок равно

$$\frac{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}{2} - \left[\frac{(n_1 - n_2)(n_1 - n_2 - 1)}{2} + n_2 \right] = 2(n_1 - 1)n_2.$$

Собирая вместе полученные результаты, мы находим, что действие оператора суммы всех парных перестановок на функцию χ сводится к умножению её на множитель

$$\frac{(n_1 - n_2)(n_1 - n_2 - 1)}{2} - n_2 + (n_1 - 1)n_2.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \hat{T}^2 \chi &= \left\{ A - \frac{A^2}{4} + \sum_{i < k}^A P_{(i,k)}^{(v)} \right\} \chi = \\ &= \left\{ n_1 + n_2 - \frac{(n_1 + n_2)^2}{4} + \frac{(n_1 - n_2)(n_1 - n_2 - 1)}{2} - n_2 + \right. \\ &\quad \left. + (n_1 - 1)n_2 \right\} \chi = \frac{n_1 - n_2}{2} \left(\frac{n_1 - n_2}{2} + 1 \right) \chi. \end{aligned}$$

Таким образом, при предположенных свойствах перестановочной симметрии функции χ получаем действительно:

$$\hat{T}^2 \chi = T(T + 1) \chi, \text{ где } T = \frac{n_1 - n_2}{2}.$$

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. L. A. Young, Phys. Rev. **47**, 972 (1935); **48**, 913 (1935).
2. B. Cassen a. E. U. Condon, Phys. Rev. **50**, 846 (1936).
3. G. Breit a. E. Feenberg, Phys. Rev. **50**, 850 (1936).
4. E. Feenberg a. E. Wigner, Phys. Rev. **51**, 95 (1937).
5. E. Wigner, Phys. Rev. **51**, 106 (1937).
6. F. Hund, Zeits. f. Phys. **105**, 202 (1937).
7. Tuve, Heydenburg a. Hafstad, Phys. Rev. **50**, 806 (1936).
8. Breit, Condon a. Present, Phys. Rev. **50**, 825 (1936).
9. J. Schwinger, Phys. Rev. **78**, 135 (1950).
10. Fowler, Delsasso a. Lauritsen, Phys. Rev. **49**, 561 (1936).
11. W. Heisenberg, Zeits. f. Phys. **77**, 1 (1932).
12. Я. Б. Зельдович, ДАН **86**, 505 (1952).
13. E. Wigner, Proc. Nat. Acad. Sc. USA **38**, 449 (1952).
14. Л. Ландау и Е. Лифшиц, Квантовая механика, ч. I, Гостехиздат, 1948.
15. F. Hund, Zeits. f. Phys. **43**, 788 (1927).
16. E. Feenberg a. Phillips, Phys. Rev. **51**, 597 (1937).
17. В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. III, ч. I, Гостехиздат, 1951.
18. D. Kirsch, Phys. Rev. **88**, 804 (1952).
19. L. A. Radicati, Proc. Phys. Soc. A **66**, 139 (1953).
20. Б. С. Джелепов, ЖЭТФ **19**, 360 (1949).
21. Б. С. Джелепов, Изв. АН, сер. физ. **15**, 496 (1951).
22. Б. С. Джелепов, Изв. АН, сер. физ. **17**, 391 (1953).
23. R. K. Adair, Phys. Rev. **87**, 1041 (1952).
24. L. A. Radicati, Phys. Rev. **87**, 521 (1952).
25. M. Gell-Mann a. Tellegdi, Phys. Rev. **91**, 169 (1953).
26. E. Wigner, Phys. Rev. **56**, 519 (1939).
27. N. M. Kroll a. L. L. Foldy, Phys. Rev. **88**, 1177 (1952).
28. S. Devons, Proc. Phys. Soc. A **66**, 665 (1953).
29. Кондон и Шортли, Теория атомных спектров, ИЛ, М., 1949.
30. G. A. Jones a. D. H. Wilkinson, Phys. Rev. **90**, 722 (1953).
31. J. J. Wilkins a. F. K. Goward, Proc. Phys. Soc. A **66**, 661 (1953).
32. F. Ajzenberg a. T. Lauritsen, Rev. Mod. Phys. **24**, 321 (1952).
33. D. R. Inglis, Rev. Mod. Phys. **25**, 390 (1953).
34. T. Lauritsen, Ann. Rev. of Nuclear Sci. **1**, 67 (1952).
35. W. E. Burcham, Progr. Nucl. Phys. **2**, 174 (1952).
36. Ashmore a. Raffle, Proc. Phys. Soc. A **64**, 754 (1950); Burrows и др., Proc. Roy. Soc. A **209**, 478 (1951).