

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**СТРОЕНИЕ ЯДРА И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЯВЛЕНИЙ
ДЕЛЕНИЯ***Д. Хилл и Дж. Уиллер*

(Окончание)*.

**V. СКОРОСТЬ ОБМЕНА ЭНЕРГИЕЙ МЕЖДУ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ
И НУКЛЕОННЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ****1. Сечение «скольжения»**

Различие между деформациями, лишёнными симметрии, и правильным расположением уровней энергии, с одной стороны, и деформациями высокой симметрии и пересекающимися уровнями энергии, с другой стороны, не очень велико. Наиболее подходящей иллюстрацией этого положения является вероятность скачка с нижней потенциальной поверхности на верхнюю, когда система подвергается аксиально-симметричному удлинению, на которое наложена небольшая эллипсоидальная деформация, переводящая любое круговое поперечное сечение тела в эллиптическое. Обе рассматриваемые потенциальные поверхности пересекаются, если снять эллиптическую деформацию. Имеющаяся в действительности связь расщепляет уровни, как показано на рис. 33. Отсюда следует, что если бы удлинение было проведено очень медленно, то система осталась бы на нижней потенциальной кривой, как уже указывалось выше. Однако если время прохождения через критическую область сравнимо, или меньше, чем минимальный промежуток времени

$$\left[\frac{\hbar}{E_{\text{верхн}} - E_{\text{нижн}}} \right]_{\text{мин}}$$

связанный квантово-механически с расщеплением, то скачок с нижнего состояния на верхнее может произойти с заметной вероятностью (рис. 34)²⁶.

Возможность нерadiационных переходов более ясно видна из рис. 35, на котором представлены две потенциальные поверхности

*) См. УФН, т. II, вып. 1, стр. 20.

вблизи конической точки контакта. На рис. 36 показан один из предельных случаев утечки с верхней «воронки» на нижнюю, или обратный процесс. Рассмотрение рис. 35 приводит к формуле

$$\sigma = V \sqrt{\frac{h\alpha}{s}},$$

представляющей поперечное сечение столкновения с конусом перехода с нижней поверхности на верхнюю («скольжение»). Здесь α — классическая скорость движения представляющей систему точки, s — угол наклона конуса (энергия на единицу деформации); конус, для простоты, взят прямой, круговой. Точка, представляющая систему, продолжает своё движение в пространстве деформаций (α , γ), после перехода на верхнюю потенциальную поверхность. Однако часть энергии, прежде существовавшая в виде энергии колебаний, теперь переходит в энергию возбуждения нуклеонов, так как система движется на более высокой потенциальной поверхности. Такие нерадикационные скольжения вблизи точек контакта двух потенциальных поверхностей дают возможность перехода нуклеонного возбуждения в колебания и наоборот — демпфирования колебаний и возрастания энергии нуклеонного возбуждения; при этом обмен энергией происходит сравнительно плавно, без скачкообразных изменений скорости или потенциальной энергии деформации.

Очевидно, мы можем рассматривать коллективную модель, как самосогласованную для тех значений энергии и состояний возбуждения, если таковые существуют, при которых вероятность скольжения с заданной потенциальной поверхности за время одного колебания существенно меньше единицы. Даже если верно обратное, и характерное время скольжения мало по сравнению с периодом колебаний, модель остаётся самосогласованной, если изменение колебательной энергии за один период колебаний мало по сравнению со всей энергией. Другими словами, общее требование непротиворечивости модели таково: коэффициент «затухания» колебаний за один период должен быть мал по сравнению с единицей.

«Скольжение», очевидно, представляет собой элементарный акт в вязкостных явлениях. Этот первичный процесс, конечно, обратим, как во всех фрикционных процессах. Всякая необратимость возникает от асимметрии во времени в начальных условиях. Рассмотрим, например, случай, когда представляющая систему точка колеблется быстро и с большой амплитудой на нижней потенциальной поверхности. Распределение энергии между нуклеонным возбуждением и колебаниями может быть любым из возможных. Тогда статистический результат скольжений иногда вверх, иногда вниз будет в среднем приводить к переходу энергии колебаний в энергию нук-

леонного возбуждения. Если коллективная модель самосогласована, то это «затухание» должно быть достаточно малым, чтобы допустить статистическое столкновение со своего рода макроскопическим коэффициентом трения. В противоположность большинству обычных физических систем, эта система имеет вполне ограниченное число степеней свободы. Следовательно, деградация энергии не может продолжаться неограниченно. Статистические флуктуации в распределении энергии по степеням свободы будут продолжаться до тех пор, пока одна из форм возбуждения не накопит всю, или большую часть, имеющейся энергии. Если энергия возбуждения ядра достаточно велика, то накопление энергии может произойти в поверхностных колебаниях низшего порядка и привести к делению; или энергия может скопиться в возбуждении одного нуклеона и привести к испусканию нейтрона. В обоих случаях процесс концентрации энергии будет иметь свою историю, обратную истории, соответствующего диссипативного процесса. Если обстоятельства таковы, что диссипация описывается своего рода коэффициентом трения, то и обратная концентрация энергии будет описываться коэффициентом такой же величины, но противоположного знака.

2. Оценка величины затухания

Сейчас ещё нельзя сказать что-нибудь определённое относительно величины диссипации за один период и, таким образом, решить вопрос о самосогласованности коллективной модели. Однако нельзя не воспользоваться первой грубой оценкой для того, чтобы указать на несколько фактов, из числа многих, которые должны быть приняты во внимание при точном расчёте. Мы ограничимся рассмотрением коллективных колебаний в плоскости $\alpha - \gamma$, т. е. деформациями порядка $n=2$ (рис. 1). В действительности представляющая систему точка движется в многомерном пространстве. Может показаться, что вероятность её «скольжения» с одной потенциальной поверхности на другую зависит от числа принятых в рассмотрение измерений. Однако рассмотрим влияние деформационных координат более высокого порядка α_n . Характеристический квант энергии, связанный с деформацией такого типа, велик. Следовательно, разумно предположить, что деформации высокого порядка всегда находятся в низших квантовых состояниях. Амплитуда нулевых колебаний будет малой. Более того, на единицу амплитуды координаты α_n смещение уровней индивидуальных частиц также будет мало, так как соответствующие волновые функции не очень хорошо «чувствуют» деформации с малой длиной волны. Следовательно, влиянием смещений высокого порядка можно, в соответствующем приближении, пренебречь. В этом смысле теория скорости скольжения является инвариантной в отношении числа принятых во внимание измерений деформационного пространства,

если только это число достаточно велико. Можно, однако, высказать сомнение в том, что ограничение деформациями 2-го порядка, как это мы делаем, является достаточным. В этом случае деформационное пространство является двухмерным по безразмерному параметру α ; вероятность скольжения в окрестности «воронки» измеряется сечением σ , одномерным по параметру α , а коэффициент «затухания» имеет вид:

$$\langle \text{коэффициент затухания} \rangle = \frac{\left(\begin{array}{l} \text{вероятность скольжения} \\ \text{в секунду} \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{обмен энергии} \\ \text{на скольжение} \end{array} \right)}{(\text{круговая частота}) \cdot (\text{энергия колебаний})} < \\ < \sim \frac{\alpha \sigma}{\omega} \cdot \frac{(\text{число воронок на осциллятор})}{(\text{площадь } \alpha\text{-пространства на осциллятор})}$$

Для оценки этого выражения предположим, что рассматриваемая потенциальная поверхность имеет в целом такую же кривизну, какая следует из модели простой жидкой капли. Тогда порядок величины амплитуды изменений α (рис. 1) будет равен $\delta\alpha \sim$

$$\sim \frac{\left(\nu + \frac{1}{2} \right)^{1/2}}{A^{1/2}}, \text{ где } \nu \text{ — колебательное квантовое число, } A \text{ — мас-}$$

совое число, а круговая частота $\omega \sim \frac{24}{\hbar A^{1/2}} \text{ Мэв}$. Предположим,

что наклон воронки (энергия на единицу α) имеет порядок энергии Ферми $F \sim 25 \text{ Мэв}$. Число «воронок» на осциллятор равно $\sim A \cdot \delta\alpha$, если только ограничиться рассмотрением низлежащих потенциальных поверхностей. Относительно площади α -пространства на осциллятор мы имеем меньше всего данных. Проще всего предположить, что эта площадь по порядку величины равна $(\delta\alpha)^2$, хотя легко себе представить потенциальные поверхности такой формы, для которых эта величина слишком велика или, наоборот, слишком мала (см. рис. 28). В качестве очень грубой оценки величины затухания мы получим:

$$\langle \sim \frac{\omega \cdot \delta\alpha \cdot \sigma}{\omega} \left[\frac{A \cdot \delta\alpha}{(\delta\alpha)^2} \right] = A\sigma = A \frac{\hbar \omega \alpha}{(\text{наклон воронки})^{1/2}} \sim \\ \sim A \left(\frac{\alpha}{\sqrt{A}} \right)^{1/2} \sim \left(\nu + \frac{1}{2} \right)^{1/4} A^{11/8}.$$

Если предположить, что площадь α -пространства на осциллятор по порядку величины равна $\text{const } \delta\alpha$ (нормальный квадрупольный момент; область в α -пространстве имеет вид окружности), то порядок величины коэффициента затухания будет равен

$$\sim \left(\nu + \frac{1}{2} \right)^{3/4} A^{-1/8}.$$

Не зная численных коэффициентов, мы не можем сказать, будут ли эти величины больше или меньше единицы.

«Затухание» — это один из способов истолкования обмена энергией между колебательным и нуклеонным возбуждением; другой путь заключается в нахождении собственных значений энергии всей системы с учётом связи между этими двумя типами возбуждений. Последний путь вряд ли будет плодотворным при изучении ядер. Число частиц в системе так велико и число способов распределения энергии между ними так огромно, что, повидимому, невозможно выявить все связи и их последствия. На рис. 37 представлен одномерный случай, иллюстрирующий влияние малого и большого эффекта скольжения на распределение уровней энергии. При наличии большого числа степеней свободы трактовка случая сильного скольжения была бы исключительно сложной. Случай слабого скольжения, очевидно, много проще. Он отвечает понятиям идеализированной коллективной модели. Распределение энергии между нуклеонным возбуждением и колебаниями в первом приближении хорошо определено.

Мы ограничимся изучением коллективной модели, так как у нас нет пока другой математически анализируемой картины, которая осуществляла бы необходимую комбинацию модели независимых частиц с моделью жидкой капли. Если окажется, что скорость скольжения слишком велика, для того чтобы считать коллективную модель самосогласованной, то, повидимому, придётся обратиться к более неясному представлению об ядре, но неизбежно к такому, которое объединит характеристики индивидуальных частиц и жидкой капли.

3. Принцип Франка-Кондона

Молекулярно-подобное распределение, которое мы приписали колебательной и нуклеонной энергии, отталкивается от принципа Франка-Кондона и его многих приложений в молекулярной физике. Можно ожидать, что аналогичным следствием этого принципа в случае ядер является возбуждение колебаний либо ядерным фотопоглощением, либо μ -мезонными реакциями обмена заряда, либо ударом быстрой частицы, возбуждающей непосредственно только один нуклеон. Кажущиеся аномалии в расположении ядерных уровней также, повидимому, являются следствиями принципа Франка-Кондона.

4. Связь с поверхностью как Допплер-эффект

Коллективная модель рассматривает стенку ядра как средство связи между энергией индивидуальных частиц и энергией колебаний. С этой точки зрения интересно рассмотреть эту связь в зависимости от времени. Смещение уровня энергии частицы δE , вызванное смещением стенки δa , до сих пор рассматривалось вне связи

со скоростью, с которой оно происходит:

$$\delta E_n = \frac{\partial E_n}{\partial \alpha} \delta \alpha.$$

С другой стороны, можно считать, что изменение уровня вызвано Доплер-эффектом от движущейся стенки. Именно, изменение энергии при одном отражении от стенки равно, по порядку величины $\delta_1 E_n \sim E_n \cdot (\text{скорость поверхности}) / (\text{скорость нуклеона}) \sim R_0 \alpha E_n / v_n$; число отражений в единицу времени $\sim \frac{v_n}{R_0}$, а время равно $\frac{\alpha}{a}$;

тогда полное изменение $\delta E_n \sim E_n \alpha$. При оценке порядка величины мы отбросим численный коэффициент порядка единицы: отрицательный, если направление распространения волны и движения поверхности совпадают, и положительный — в противном случае. Мы говорим здесь о нейтроне, находящемся внутри ядра и отражающемся изнутри от ограничивающей поверхности; однако такие же рассуждения приложимы к нейтрону, приходящему извне и претерпевающему изменение длины волны при входе в ядро (рис. 39): тогда частица будет иметь меньшую энергию, чем при неподвижной поверхности, если только она входит в ядро в области расширения ядерной поверхности. Обратная картина имеет место в области сжатия. Если энергия падающего нейтрона меньше средней глубины потенциала внутри ядра, то изменение энергии, отвечающее движению стенки ядра, попрежнему равно по порядку величины $\delta_1 E_n \sim R_0 \alpha E_n / v_n$, где E_n и v_n — энергия и скорость внутри барьера. Механизм передачи энергии падающей на ядро частицы коллективным колебаниям для дальнейшего перераспределения между другими нуклеонами представляет интерес в связи с процессом захвата нейтронов (рис. 40).

5. Ядро как квантовая жидкость

При нашем рассмотрении мы натолкнулись на некоторые свойства идеализированной квантовой жидкости. Она представляется нам полностью прозрачной в отношении внутренних движений составляющих её частиц и получает возмущения только через деформацию поверхности. Её почти полная несжимаемость происходит не от столкновений частиц друг с другом, как в обычной жидкости, а вследствие более тонких явлений. Жидкость может приходить в коллективные колебания, которые, однако, организуются стенкой ядра, а не взаимодействием нуклеонов. Колебания испытывают «затухание», но механизм затухания не похож на тот, с которым мы сталкиваемся в обычных жидкостях. Жидкость может испарить частицу, но путём, совсем отличным от испарения в обычных жидкостях. Волновая функция частицы распространена

на всё ядро и её энергия «накапливается» посредством Допплер-эффекта; она не концентрируется вблизи участка поверхности перед актом испускания частицы. В общем, мы имеем дело с весьма интересной новой формой вещества.

VI. ПРОЦЕСС ДЕЛЕНИЯ

1. Барьеры и пороги

В развитой ранее картине деления⁴ считалось, что энергия, сообщённая ядру посредством облучения или удара материальной частицы, распределяется по всей системе и позже, благодаря случайной флуктуации, может сконцентрироваться или на нейтроне (процесс испарения), или в такой форме деформации, которая приводит к делению. Для того чтобы деление происходило с заметной вероятностью, необходимо, чтобы энергия ядра превосходила порог деления (рис. 3), т. е. энергию, необходимую для получения критической деформации (рис. 2). Эта энергия была вначале грубо оценена, а затем подсчитана более точно Франклем и Метрополисом²⁷ на основе простой модели жидкой капли. В соответствии с этой моделью деформации ядра, обладающие меньшей энергией, осциллируют квазипериодически с характеристической квантовой энергией (см. рис. 41), но деление всё же может произойти с очень малой вероятностью, путём прохождения сквозь барьер. Их выводы относительно высоты барьера, частоты колебаний и вероятности туннельного эффекта, повидимому, качественно правильны, но имеются характерные отклонения в деталях. Особенности в потенциальных поверхностях, которые вызывают квадрупольные деформации порядка $\alpha \sim 0,03$, в основных ядерных состояниях приводят к флуктуациям порога деления порядка $\sim 1 \text{ Мэв}$ по отношению к монотонной зависимости $\frac{z^2}{A}$ (рис. 42). Экспериментальные данные^{28, 29}, собранные в таблице I (см. в конце статьи), демонстрируют аналогичные флуктуации по отношению к величинам, вычисленным на основе модели жидкой капли.

2. Поперечные сечения

Зависимость поперечного сечения деления нейтронами от энергии (рис. 43) прежде всего характеризуется порогом, ниже которого сечение падает с уменьшением энергии, в основном, экспоненциально. Выше порога, сечение возрастает, образуя плато. Написав сечение деления в виде

$$\sigma_f = \sigma_{\text{геом}} \frac{\Gamma_f}{\Gamma_f + \Gamma_n},$$

где Γ_f и Γ_n — вероятности (в секунду) для составного ядра подвергнуться делению или испустить протон, мы можем заключить из

существования плато, (что отношение Γ_f к Γ_n меняется не очень сильно, хотя обе константы по отдельности, конечно, сильно возрастают с энергией. При энергиях нейтронов порядка 8 Мэв кривая сечений обнаруживает тенденцию возрастания до нового плато, связанную с возможностью подвергнуться делению после испускания первого нейтрона³⁰. Экспериментальные данные, собранные на рис. 43, демонстрируют, кроме этих общих тенденций, интересные особенности сечения деления в области низких энергий. Поскольку распределение форм и плотности потенциальных поверхностей обнаруживает ряд особенностей и эти особенности, повидимому, воздействуют на сечение деления, то необходимо попытаться выявить эту связь более детально.

Особенности потенциальных поверхностей должны также влиять на продолжительность жизни в отношении спонтанного деления (рис. 44 и 45). Наиболее важными являются флуктуации высоты барьера деления от ядра к ядру, от которых существенно зависят вероятности туннельного эффекта; однако важны также и различия в форме барьеров двух ядер, имеющих почти одинаковую высоту барьера. С этой точки зрения можно понять, каким образом оказывается возможным, что время жизни U^{235} в отношении спонтанного деления больше времени жизни U^{238} , хотя монотонная зависимость от Z^2/A , вытекающая из модели жидкой капли, приводит к обратной картине³¹.

3. Асимметрия деления

Выделение энергии не объясняет асимметрию деления. Характерной чертой процесса деления является различие в размерах обоих осколков (рис. 46). Вероятность деления тепловыми нейтронами на две равные части в 600 раз меньше наибольшей вероятности деления на части, относящиеся друг к другу по массе, как 2:3. Тем не менее количество выделенной энергии в обоих случаях почти не отличается, как это показано опытами Брунтонна и Ханна³². Более того, расчёт показывает, что критический диаметр ядра урана в момент прохождения через барьер деления всё ещё равен $11 \cdot 10^{-13}$ см, т. е. такой же, как у ядра меди. Трудно себе представить, каким образом поведение системы, столь далёкой от действительного акта деления, может «управляться» энергией или природой осколков, которые потенциально могут возникнуть.

Оболочечная структура не объясняет асимметрию деления. Так называемые «магические» числа и эффекты связи в оболочках рассматривались как возможные причины асимметрии деления³³. Хотя мы ещё многого не знаем относительно структуры оболочек, но из рассмотрения сферической потенциальной ямы, проведённого в разделе II, мы видели, что порядок уровней в деформированном

ядре сильно отличается от обычного. Трудно себе представить, каким образом ядро в переходном состоянии может «чувствовать» какие-то потенциальные оболочечные структуры в ещё несформировавшихся продуктах. Не обнаружены какие-либо систематические различия в распространённости осколков деления, имеющих чётный или нечётный заряд, так же как в энергиях чётно-чётных и нечётно-чётных ядер. Правда, в последнее время обнаружены некоторые особенности в кривой выхода масс, которые связывают с оболочечной структурой (рис. 47), но именно это обстоятельство указывает на неправдоподобность предположения, что два широких максимума на кривой масс вызваны той же причиной. Были сделаны попытки показать статистически³⁴, что оболочечная структура определяет наиболее вероятное деление масс. Но любой подсчёт распространённости осколков, который не учитывает природу переходного состояния, представляется нам несостоятельным, как бы тщательно ни был проанализирован статистический вес различных конечных конфигураций. Простой учёт статистических факторов, связанный или не связанный с рассмотрением величины высвобождающейся энергии, привёл бы, например, к тому, что вероятность деления на 3 части должна быть много больше вероятности деления на 2 части, в противоположность опытным данным (см. таблицу III).

Прохождение сквозь барьер не объясняет асимметрию деления. Френкель³⁵ дал совсем другое объяснение асимметрии деления, основанное на прохождении сквозь барьер (туннельный эффект), а не на прохождении над барьером. Отталкиваясь от выражения для вероятности прохождения сквозь барьер⁴ при спонтанном делении:

$$e^{-\frac{2}{\hbar} \int \left\{ 2[V(a) - E] \sum_i M_i \left(\frac{dr_i}{da} \right)^2 \right\}^{1/2} da} =$$

$$= e^{-\frac{2V_2}{\hbar} \int \left\{ (\text{потенциал минус}) \cdot (\text{эффективная}) \right\}^{1/2} d(\text{расстояние})}$$

полная энергия масса

он приписывает большую вероятность деления на неравные части меньшей величине приведённой массы системы в этом случае. Однако эта картина, повидимому, не отвечает вынужденному делению, при котором энергия возбуждения превышает критическую энергию и прохождение над барьером гораздо более вероятно, чем прохождение сквозь барьер. Если бы при низких возбуждениях туннельный эффект имел серьёзное значение, то зависимость сечения от энергии имела бы форму, отличную от наблюдаемой. Также абсолютная величина вероятности деления была бы слишком малой. Так, например, различие в приведённой массе осколков при делении на 140—94 и 117—117 составляет, примерно, одну 25-ю долю (56,2 против 58,5), что приводит к различию в экспоненте согласно

рассматриваемой гипотезе в одну 50-ю долю. Это различие должно было бы объяснить фактор порядка 10^{-2} в относительной вероятности симметричного и несимметричного деления. Тогда абсолютная вероятность прохождения сквозь барьер должна была бы быть $(10^{-2})^{50}$ и деление не имело бы места, в противоречии с опытом.

Указания на симметрию критической седлообразной конфигурации ядра. Были высказаны предположения, что асимметричное деление более вероятно потому, что сама критическая фигура ядра при неустойчивом равновесии асимметрична³⁶. Потенциальный барьер, через который должно пройти ядро, определён, как было показано на рис. 4, путём задания энергии деформации через величины $\alpha_2, \alpha_3, \dots$, которые определяют форму ядра. В ядре, обладающем энергией, как раз достаточной для прохождения через барьер, развёртывание движения, в соответствии с классическими представлениями, должно происходить единственным образом и приводить к осколкам определённой массы. Если в потенциальном пороге имеется несколько минимумов, способных привести к делению, то можно ожидать нескольких возможных путей прохождения процесса деления. Каждый из этих путей должен был бы приводить к специфичному и определённому делению массы ядра. Эта классическая картина развития процесса после прохождения через барьер, конечно, совершенно несостоятельна. В лучшем случае можно допустить некоторую корреляцию между массами осколков и одной или несколькими критическими неравновесными формами ядра, соответствующими одному или нескольким возможным переходам через потенциальный порог. Прохождение процесса деления по различным путям должно было бы происходить с относительной вероятностью, зависящей от различных критических энергий E_c и от эффективной температуры T , в соответствии с известной формулой Больцмана.

Используя эти соображения, можно было бы попытаться объяснить малую вероятность симметричного деления при низких возбуждениях и её увеличение при возрастании энергии бомбардирующих частиц.

В настоящий момент нет теоретических предпосылок, указывающих на предположенную выше асимметрию критической фигуры ядра. Франкль и Метрополис²⁷, используя электронную счётную машину ENIAC, исследовали критическую фигуру ядра и нашли, что перед разделением ядра на две части образуется отчётливая симметричная седлообразная фигура. Они нашли также, что энергия потенциального порога при асимметричных отклонениях от этой симметричной фигуры возрастает. Не найдено каких-либо доказательств образования других седлообразных фигур ядра, симметричных или несимметричных. Святецкий¹⁷ показал, что поляризуемость и сжимаемость ядра слегка изменяет зависимость энергии от деформации в простой модели модели жидкой капли, и предположил, что

этот эффект действует в направлении расщепления симметричного седла на два асимметричных. Даже в отсутствие этого эффекта Вигнера-Финберга-Святецкого, заключающегося в перераспределении электрического заряда по объёму ядра, такое расщепление седла следует ожидать при малых параметрах деления x (пропорциональных Z^2/A), как указано на рис. 48. Эффект перераспределения сдвигает точку первого появления асимметричного седла в сторону больших x . Однако величина эффекта перераспределения заведомо недостаточна для образования асимметричной критической фигуры такого ядра, как уран, а для более тяжёлых ядер расчётная критическая фигура приближается всё ближе и ближе к сфере (рис. 49).

Вязкость, зависящая от формы, способствует асимметричному делению. Можно предположить, что и в коллективной модели ядра некоторые симметричные процессы способствуют асимметричной деформации ядра. При совершенно симметричной деформации, индивидуальные состояния частиц могут быть разделены на два класса в соответствии с тем, меняет или не меняет волновая функция свой знак при отражении («—» или «+» функция)*). При малых отклонениях от симметрии оба ряда состояний заполнены приблизительно до одной и той же энергии F . По мере увеличения деформации энергия «+» состояний возрастает по отношению к энергии «—» состояний, так как этот класс волновых функций более подвержен действию сжатия, возникающего при образовании перетяжки в ядре. Следовательно, энергия деформированной системы может быть снижена и процесс деления облегчён, если появится возможность перехода частиц с более высоких «+» состояний на «—» состояния. Такое скольжение невозможно при совершенно симметричных деформациях, но оно будет происходить при наличии заметной асимметрии. Следовательно, налицо вполне ощутимый механизм, способствующий возникновению асимметричных критических конфигураций.

Какова бы ни была форма ядра в момент прохождения через барьер, имеется достаточно возможностей в вариации отношения масс осколков от одного акта деления к другому при одних и тех же составляющих ядра и одной и той же энергии возбуждения, лишь немного превышающей барьер. Существует квантово-механический разброс возможных путей от момента образования критической фигуры до момента действительного деления. Проще всего получить качественное представление об этом эффекте, если вообразить, что траектория представляющей систему точки в кон-

*) Авторы используют для обозначения этих классов состояний термины «gerade» и «ungerade», которые при переводе неотличимы от терминов «even» и «odd», применяемых для обозначения чётных и нечётных функций. Мы будем пользоваться обозначениями «+» и «—», по аналогии с обозначением термов Σ^+ и Σ^- в двухатомных молекулах. (Ред.)

фигурационном пространстве полностью определена классически, но направление этой точки в момент перехода через барьер определено с точностью, соответствующей амплитуде неизбежных нулевых колебаний поверхности.

Гидродинамическая неустойчивость способствует асимметричному делению. Неизбежная малая асимметрия ядра в момент прохождения через барьер может привести к резкой асимметрии в осколках, если существует какая-нибудь внутренняя гидродинамическая неустойчивость, увеличивающая амплитуду возмущений. Качественные аргументы в пользу существования такого явления легко видеть из рис. 50. Они, повидимому, подтверждаются предварительными расчётами, проделанными до настоящего времени (рис. 51 и 52). Можно, пожалуй, сказать, что в явлении асимметричного деления нет ничего парадоксального. Напротив, следует решить, какой из двух эффектов, действующих в одном направлении, более важен с количественной стороны: различия в «+» и «-» состояниях индивидуальных частиц или гидродинамическая неустойчивость.

Чем больше возмущено ядро в момент прохождения через барьер деления вследствие избытка энергии, тем меньше влияние сравнительно тонких факторов, способствующих асимметричному делению, и тем больше выход осколков равной массы. Экспериментальные данные, касающиеся изменения кривой выхода осколков при увеличении возбуждения составного ядра, согласуются с этой точкой зрения (рис. 53). Отношение симметричного деления к асимметричному качественно меняется в соответствии с обычной формулой статистической механики для отношения скоростей конкурирующих процессов ($e - (\text{разность энергий активации}) / (\text{температура})$), где в случае ядра температура примерно пропорциональна корню квадратному из возбуждения. Разность энергий активации интерпретируется как добавочный вклад (выраженный в единицах энергии) возбуждения ядерной поверхности, сжимающего ядро (находящееся в критическом состоянии неустойчивого равновесия) по его экваториальной плоскости симметрии. Любая попытка оценить критическую величину этой разности энергии из экспериментальных данных наталкивается на большие трудности, так как при высоких энергиях мы имеем дело с суперпозицией делений первичных составных ядер с делением вторичных ядер, последовательно образующихся при испускании одного или более нейтронов. Предварительная оценка разности энергии активации, пренебрегающая этой сложностью в идентификации деления, даёт разумное значение порядка нескольких *Мэв*^{37, 38}.

Распределение размеров осколков при спонтанном делении также мало связано с высвобождением энергии, как и при вынужденном делении. Можно считать, что энергетические факторы имеют отношение только к процессу прохождения через критическое состоя-

ние. Последовательность разыгрывающихся явлений, повидимому, такова же, как и при вынужденном делении. Окончательный результат зависит, таким образом, от тех же явлений зеркальной симметрии и эффектов гидродинамической неустойчивости. Поэтому мы не должны ожидать большой разницы в распределении осколков и высвобождении нейтронов при спонтанном делении и вынужденном делении с умеренным возбуждением, в согласии с наблюдениями³⁹ (см. рис. 46).

4. Угловое распределение осколков

Принято считать, что в простой модели жидкой капли от момента возбуждения ядра посредством облучения или удара частицы до момента концентрации энергии в форме, приводящей к делению, имеет место сложный многоступенчатый процесс перераспределения энергии в ядре. Из этого представления вытекает отсутствие корреляции между направлением падения возбуждающей частицы и направлением разлёта осколков. Между тем Халперн и Винхолд^{40, 41} обнаружили корреляцию между этими двумя направлениями, при фотodelении тория, в форме $1 + b \sin^2 \theta$, где θ — угол между направлениями; предварительные измерения величины b дали значение $0,3 \pm 0,1$ при энергии фотонов 16 Мэв и примерно в 4 раза больше при 8 Мэв . Что следует из коллективной модели? В соответствии с принципом Франка-Кондона (рис. 38) поглощение энергии ядром, находящимся в основном состоянии, переводит его на возбуждённую потенциальную энергетическую поверхность, в то время как стенка ядра сохраняет свою прежнюю форму, которая, вообще говоря, уже не является равновесной. Следовательно, установятся довольно заметные колебания вокруг новой равновесной поверхности ядра. Если отклонения от сферичности в процессе этого движения будут достаточно велики, то стягивающие силы ослабнут, потенциальная кривая изогнётся, и мы будем иметь дело не с периодическим явлением, а с прохождением через потенциальный барьер, приводящим к делению. С этой точки зрения корреляция между актом поглощения энергии и актом деления представляется более прямой, чем в модели жидкой непроницаемой капли. Мы, конечно, рассматриваем сейчас идеализированную версию коллективной модели, в которой мы пренебрегли силами трения, отвечающими явлениям скольжения. Из теории ещё не ясно, как сильно усложняют картину эти фрикционные эффекты; остаётся надеяться, что удастся узнать об этом из экспериментов.

Качественная сторона прямой корреляции при фотodelении может быть представлена следующей схематической картиной: 1) Фотоны поглощаются посредством фотоэффекта на одном протоне. 2) Сильнее всех поглощают энергию те протоны, орбиты которых имеют наибольший момент количества движения и лежат в плоскости,

перпендикулярной к направлению падающего луча. 3) Наиболее вероятной является абсорбция, при которой момент количества движения возрастает на единицу, а плоскость орбиты остаётся неизменной. Пункты 1), 2), 3) являются простыми следствиями теории поглощения света отдельной заряженной частицей. 4) Большие центробежные силы, вызванные быстрым движением возбуждённой частицы, оказывают давление на часть стенки ядра в направлении, перпендикулярном направлению движения фотонов. 5) Колебания поверхности, возбуждённые вследствие принципа Франка-Кондона, приводят к преимущественному делению в наблюдаённом направлении.

Если эта картина асимметрии направлений при фотоделении является верной, то аналогичный эффект должен наблюдаться и при делении нейтронами с энергией 1 *Мэв* и более. Однако в этом случае преимущественное направление разлёта осколков параллельно направлению падения возбуждающей частицы. Давление, оказываемое нейтроном на стенку ядра в процессе захвата (рис. 39 и 40), приводит к преимущественному удлинению ядра в направлении падающего луча. Принцип Франка-Кондона приложим к этому процессу так же, как к фотоделению *).

Интересными являются вопросы о том, как зависят вероятности деления или излучения нейтрона от энергии возбуждения и моментов количества движения, как меняется сечение деления при переходе от области туннельного эффекта к области свободного прохождения через барьер деления, как можно объяснить иррегулярности в зависимости сечения деления от энергии; однако сейчас мы не можем ещё дать ответа на эти вопросы с точки зрения коллективной модели.

*) Добавление при корректуре. После написания этой статьи угловое распределение осколков при делении нейтронами было изучено Диккинсоном и Бролли. Они измерили относительное количество осколков деления в направлениях, параллельном и перпендикулярном направлению падающих нейтронов (тепловых и с энергией 14 *Мэв*). Их результаты наводятся в согласии с вышеприведёнными сообщениями:

Ядро — мишень	$I(0^\circ)/I(90^\circ)$	
	тепловые нейтроны	нейтроны 14 <i>Мэв</i>
U^{233}	$1,00 \pm 0,08$	$1,32 \pm 0,11$ *)
U^{235}	$0,99 \pm 0,09$	$1,27 \pm 0,17$
Th^{232}	—	$1,53 \pm 0,21$
U^{238}	—	$1,53 \pm 0,17$
Np^{237}	—	$1,20 \pm 0,13$

*) Статистические ошибки соответствуют границам 95%-й достоверности.

5. Распределение заряда

Другой характерной чертой акта деления является вариация числа протонов, приходящихся на осколок с заданным массовым числом. Этот вопрос, очевидно, нельзя рассматривать, принимая делящееся ядро за жидкую среду с точно определённым отношением заряда к массе. Но было бы ещё более неправильным рассматривать поведение обоих видов нуклеонов как независимое движение молекул газа, подчиняющееся статистическим законам. Наоборот, энергия связи нейтрона и протона довольно велика и разделение этих двух компонент в момент деления ядра должно рассматриваться как результат квантовых нулевых колебаний.

Точный анализ флуктуаций заряда на основе этих нулевых колебаний представляет, очевидно, большие трудности. Однако можно получить приближённую оценку, если рассмотреть только одну форму движения, названную Теллером и Гольдгабером²¹ «дипольным колебанием» ядра, т. е. движение протонов ядра в целом относительно нейтронов. Ими, высказано соображение, что максимумы в сечении деления и, предположительно, в сечении фотонейтронного процесса, наблюдаемые у U и Th около 17 Мэв, обязаны этим колебаниям. Частота колебаний и упругая сила, связанная с ними, велики, но не настолько, чтобы исключить некоторую вариацию в числе протонов, входящих в один из двух осколков. Заменяв действительную довольно сложную форму делящегося ядра сферой и обозначив смещение нейтронов относительно протонов через x , получим для избытка протонов в левом осколке

$$\delta Z = \frac{Z}{\frac{4}{3}\pi R^3} \pi R^2 x,$$

а для относительной вероятности смещения x — обычное квантово-механическое выражение

$$e^{-\frac{M_N M_Z}{M_N + M_Z} \cdot \frac{\omega x^2}{2\hbar}}$$

Таким образом, вариация заряда, отвечающая вероятности, равной половине максимальной, в этом приближении равна

$$\delta Z_{1/2} = \frac{3}{4} Z \sqrt{\frac{0,693\hbar^2}{M_{\text{ред}} R^2 \hbar \omega}} \sim 69 \left(0,693 \cdot 0,010 \frac{\text{Мэв}}{17 \text{Мэв}} \right)^{1/2} \sim 1,38.$$

В этот результат надо ввести две поправки противоположного знака. Во-первых, необходимо учесть более высокие порядки колебаний, до $n \sim A^{1/2} = 6$, которые вводят под корень множитель примерно следующего вида:

$$1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/6.$$

Во-вторых, квант энергии 17 Мэв в знаменателе должен быть существенно увеличен, так как в деформированном ядре заданный электрический момент отвечает большей энергии, чем в сферическом. Анализ удлинённой фигуры ядра урана вблизи деления (рис. 2) показывает, что вторая поправка превосходит первую и уменьшает величину δZ до единицы или меньшей величины. Наконец, необходимо рассмотреть ещё один источник флуктуаций, отвечающий высвобождению вторичных нейтронов. Цепочки деления с массовым числом A начинаются частично с осколков с массой $A + n$, отдающих n нейтронов и частично с осколков $A + n + 1$, отдающих $n + 1$ нейтронов. Различие в массе $\pm 0,5$ единиц в соответствующей области таблицы ядер отвечает изменению заряда около $\pm 0,2$ единицы.

Принимая во внимание квадратичный закон сложения независимых флуктуаций, мы видим, что влиянием вариаций в испускании вторичных нейтронов на флуктуации электрического заряда можно пренебречь. Полученный нами порядок величины флуктуации длины заданной цепочки деления, повидимому, правилен и согласуется с экспериментальной величиной

$$\delta Z_{1/2} = 1,0,$$

наблюдённой Гленденином, Кориеллом и Эдвардсом⁴². Таким образом оказывается правдоподобным заключение, что флуктуации в распределении заряда действительно непосредственно связаны с неизбежной квантовой «нулевой» неопределённостью в положении нуклеонов.

6. Нейтроны деления

Испускание нейтронов, сопровождающее деление, требует некоторого количества энергии, которая черпается из трёх источников: гидродинамических возмущений в момент деления, возбуждения осколков после деления и возбуждения осколков после β -распада. Последний эффект даёт хорошо известные запаздывающие нейтроны^{43,44} (см. таблицу II), составляющие примерно 1% от общего числа вторичных нейтронов при делении урана. Остальные 99% испускаются в пределах менее 10^{-12} сек. от момента деления и должны быть отнесены к первым двум процессам возбуждения. Трудно провести какое-либо простое сравнение влияния гидродинамических возмущений непосредственно перед делением и непосредственно после деления на возбуждение нейтрона до порога испускания. Быстрое изменение формы ограничивающей поверхности ядра в процессе деления через средство Допплер-эффекта увеличивает энергию нейтронов, имеющих соответствующим образом ориентированный вектор распространения. Может, однако, случиться, что окончательное достижение нейтроном порога эмиссии произойдёт только тогда, когда вновь образованные осколки неправильной

формы вернутся обратно к сферической форме. С этой точки зрения можно ожидать, что большинство мгновенных нейтронов испускается после той ступени деления, которую мы назвали разделением. Ограничивающие поверхности обоих осколков находятся в этот момент в состоянии сильного сокращения вдоль оси деления, и Допплер-эффект при внутренних отражениях нуклеонов сообщает максимум энергии тем нейтронам, вектор распространения которых параллелен оси деления. Таким образом, следует ожидать максимума в испускании нейтронов в направлении, параллельном оси деления.

Наблюденное на опыте распределение нейтронов деления (рис. 54) качественно соответствует картине изотропного испускания нейтронов из движущихся осколков деления и распределению по энергии в движущейся системе координат, в общем характерно-

му для картины испарения $\frac{dN}{dE} \sim Ee^{-\frac{E}{T}}$. Это представление было введено вначале из соображений простоты, но не приходится сомневаться, что преимущественное испускание нейтронов параллельно и антипараллельно направлению движения осколков также совместимо с наблюдаемым распределением по энергии.

Наблюдения углового распределения распадаются на два класса. Де-Бенедетти и сотр.⁴⁵ измеряли угловую корреляцию мгновенных нейтронов при делении U^{235} нейтронами. Они нашли, что число совпадений примерно постоянно в пределах от 30° до 90° и возрастает примерно вдвое от 90° до 180° . Предполагая, что основное направление движения нейтронов совпадает с направлением движения осколков, испустивших нейтроны, они пришли к выводу, что нейтроны деления испускаются в основном различными осколками; по меньшей мере вдвое большее число пар нейтронов испускается различными осколками, чем одним и тем же осколком.

Фрезер⁴⁶ измерил корреляцию мгновенных нейтронов с коллимированными осколками деления и нашёл, что в направлении, параллельном оси деления, испускается в $4,35 \pm 0,15$ раз больше нейтронов, чем в перпендикулярном направлении; он нашёл также, что лёгкие осколки испускают в среднем на $\sim 30\%$ больше нейтронов, чем тяжёлые. Преждевременно считать, что эти данные указывают на преимущественное испускание нейтронов в движущейся системе координат, параллельно оси деления.

7. Деление на три части

Другое интересное явление состоит в образовании α -частиц (рис. 55) и других лёгких ядер при некоторых актах деления (таблица III)⁴⁷⁻⁵⁵. Этот эффект можно легко объяснить на основе модели деления жидкой капли. Из классической гидродинамики хорошо известно, что распад жидкой капли сопровождается образованием мелких капелек между крупными.

Поэтому не удивительно, что при делении ядра, кроме крупных осколков деления, находят иногда более мелкие частицы ядерного вещества. При этом необходимо делать различие между α -частицами, протонами и нейтронами. Из них только α -частицы представляют собой почти насыщенные ядерные образования и только они (с энергетической точки зрения) могут быть испущены из первоначальных ядер даже в невозбуждённом состоянии. Но вблизи поверхности первоначального ядра α -частица находится значительно ниже кулоновского барьера, благодаря связи с окружающим веществом, в то время как в области разделения α -частица находится вблизи максимума кулоновского потенциала и окружена значительно меньшим количеством связывающего её ядерного вещества.

Благодаря изменению формы ядра в момент деления эта α -частица оказалась поднятой до уровня лишь немного ниже высоты барьера. В этом положении она имеет значительную вероятность пройти сквозь барьер. Таким образом, целесообразно связать энергию вылетевших α -частиц с величиной электростатического потенциала в малом интервале между только что образованными осколками деления. С этой точки зрения α -частица должна быть выброшена в направлении, примерно перпендикулярном к линии раздела с энергией около 20 Мэв. Неодинаковое отталкивание от более лёгкого и более тяжёлого осколков приводит к некоторому отклонению от перпендикулярности, что и наблюдается в действительности.

Следует ожидать аналогичных эффектов и для других лёгких ядерных осколков с той только разницей, что здесь потенциальный барьер будет выше и вероятность испускания меньше.

Испускание протонов практически оказывается запрещённым в сравнении с испусканием α -частиц, так как связь протона с ядерным веществом даже вблизи шейки деления приводит к тому, что энергия протона лежит значительно ниже кулоновского барьера. Наблюдающиеся протоны, повидимому, возникают в процессе соударения осколков деления друг с другом и с окружающим их веществом. Распределение энергии протонов согласуется с этим представлением и прямо противоположно тому, что можно было бы ожидать, если бы протоны испускались непосредственно делящейся системой или осколками деления.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящий неполный очерк коллективной модели ядра и её связи с процессом деления указывает пути объединения модели жидкой капли с моделью независимых частиц в некоторое более общее представление, согласующееся с экспериментом; он подчёркивает также важность стенки ядра в процессах обмена энергией внутри ядра.

ДОПОЛНЕНИЕ. РИСУНКИ И КОММЕНТАРИИ

Рисунок 33

Уровни, близкие к пересечению, в отсутствие взаимодействия определяются уравнениями

$$E_a = E_0 + a(a - \alpha_0); \quad E_b = E_0 + b(a - \alpha_0).$$

К взаимодействию уравнений приводит связь $H_{ab} = H_{ba}$; мы пренебрежём её влиянием на a в непосредственной близости от α_0 . Действительная волновая функция стационарного состояния системы равна

$$\psi = A\psi_a + B\psi_b.$$

Система уравнений для коэффициентов A и B и энергии E , в случае любой фиксированной величины деформационного параметра a , имеет вид:

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\psi} &= E\psi = H\psi, \\ EA &= E_a A + H_{ab} B, \\ EB &= H_{ba} A + E_b B. \end{aligned}$$

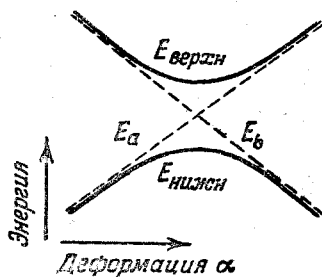


Рис. 33. Поведение двух уровней вблизи точки пересечения $a = \alpha_0$.

На диаграмме представлены два собственных значения энергии.

$$\begin{aligned} E_{\text{верхн}} &= \frac{1}{2} E_a + \frac{1}{2} E_b + \left\{ \left(\frac{1}{2} E_a - \frac{1}{2} E_b \right)^2 + |H_{ab}|^2 \right\}^{1/2}, \\ E_{\text{нижн}} &= \frac{1}{2} E_a + \frac{1}{2} E_b - \left\{ \left(\frac{1}{2} E_a - \frac{1}{2} E_b \right)^2 + |H_{ab}|^2 \right\}^{1/2}. \end{aligned}$$

Рисунок 34

Вероятность скачка очень мала, если взаимодействие H_{ab} между уровнями очень слабое или скорость деформации \dot{a} очень велика, или оба фактора существуют одновременно. Система в состоянии ψ_a и с энергией E_a стремится остаться в том же состоянии после прохода через область пересечения в процессе деформации. Другими словами, вероятность скачка с нижнего уровня $E_{\text{нижн}}$ на верхний $E_{\text{верхн}}$ велика, как всегда в случаях неадиабатического возмущения. Иначе будет обстоять дело в случае сильного взаимодействия или медленной деформации, или, в более общем виде, в случае больших значений безразмерного «параметра взаимодействия» G , равного

$$G = \frac{|H_{ab}|^2}{\hbar \dot{a} d(E_a - E_b)}.$$

Зависимость вероятности перехода от G может быть найдена следующим образом. Рассмотрим уравнение

$$i\hbar\dot{\psi} = H(t)\psi$$

или систему

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{A} &= E_a(t) A + H_{ab} B, \\ i\hbar\dot{B} &= H_{ba} A + E_b(t) B. \end{aligned}$$

Для того чтобы абстрагироваться от не имеющего значения общего наклона конуса, перейдем к безразмерным переменным

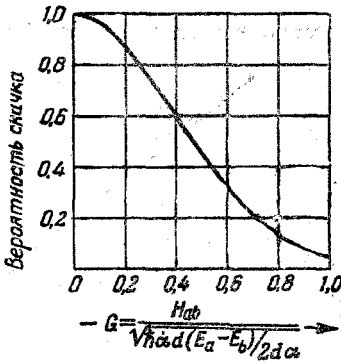


Рис. 34. Вероятность перехода из состояния ψ_a в состояние ψ_b в случае, когда деформационный параметр проходит вблизи точки пересечения α_0 (рис. 33) с постоянной скоростью α ²⁶.

вращения в состояниях a и b через большой промежуток времени из дифференциальных уравнений

$$i \frac{df}{dx} = xf + Gg,$$

$$i \frac{dg}{dx} = Gf - xg,$$

или из эквивалентного уравнения второго порядка

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + (G^2 + x^2 + i)f = 0$$

со следующими начальными условиями:

при $t = -\infty$ или $x = -\infty$,

$$f \sim \exp\left[-\frac{ix^2}{2} - \frac{iG^2}{4} \ln 2x^2\right],$$

$$g \sim 0.$$

Решение уравнения имеет вид:

$$f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left[\frac{ix^2}{2} - \frac{y^2}{2} - \frac{iG^2}{2} \ln y\right] dy \left\{ \exp\left[\frac{\pi G^2}{8} - (1-i)xy\right] + \right. \\ \left. + \exp\left[-\frac{3\pi G^2}{8} + (1-i)xy\right] \right\}.$$

$$A(t) = f(t) \exp\left[-i(E_a + E_b) \frac{t}{2\hbar}\right],$$

$$B(t) = g(t) \exp\left[-i(E_a + E_b) \frac{t}{2\hbar}\right]$$

и

$$t^2 = \frac{x^2 \cdot 2\hbar}{(a-b)\alpha},$$

где $(a-b)$ — разность наклонов двух невозмущённых потенциальных кривых $\frac{d(E_a - E_b)}{d\alpha}$. Далее, предположим, что

H_{ab} действительно и положительно, так как любая мнимая часть H_{ab} может быть всегда включена в амплитуды вероятности A и B . Начало отсчёта времени выбрано в момент прохода деформации через точку перекрещивания $\alpha = \alpha_0$. Задача заключается в том, чтобы найти вероятности $|f|^2$ и $|g|^2$ пребы-

При больших положительных временах ($x = +\infty$) его асимптотическое значение равно:

$$\exp \left[-\frac{\pi G^2}{2} - \frac{ix^2}{2} - \frac{iG^2}{4} \ln 2x^2 \right].$$

Вероятность скачка, очевидно, равна:

$$I(G) = \frac{|f_{\text{конечн}}|^2}{|f_{\text{начальн}}|^2} = \exp(-\pi G^2).$$

Эта функция графически представлена на диаграмме. Необходимо отметить, что изложенный анализ вероятности перехода трактуется движением нуклонов квантово-механически, так как в рассмотрение введена волновая функция ψ или амплитуды вероятности A и B пребывания в состояниях ψ_a и ψ_b . Однако процесс деформации трактуется в виде чистого классического движения $a = \dot{a}t$. Эта трактовка закономерна, так как масса индивидуального нуклона мала по сравнению с массой, совершающей поверхностные колебания.

Рисунок 35

Рисунок иллюстрирует концепцию эффективного поперечного сечения скачка с одной потенциальной поверхности на другую, впервые введенную Теллером^{23,50} в связи с рассмотрением колебаний многоатомных молекул. По вертикали отложена энергия. В двух горизонтальных направлениях отложены две координаты (из числа многих), необходимые для задания деформации. Две потенциальные поверхности встречаются в двойном конусе, который в настоящем случае для простоты выбран прямым и круговым. На рисунке представлена в увеличенном виде только малая часть обеих потенциальных поверхностей (остальное см. на рис. 25). Предполагается, что кинетическая энергия коллективных колебаний велика по сравнению с энергией, рассматриваемой здесь. Это значит, что деформация протекает в направлении и со скоростью, не зависящими от малой иррегулярности в потенциальной поверхности (вид на плане). Когда «колебательные координаты» проходят вблизи вершины конуса, т. е. когда представляющая систему точка имеет малый параметр отклонения $\alpha_{\text{мин}}$, вероятность скачка нуклонной системы с нижней поверхности на верхнюю довольно велика (случай *a*). Если «колебательные координаты» отстоят далеко от критических значений, вероятность скачка ничтожно мала (случай *b*). Если система совершает сложные колебания, то представляющая систему точка описывает фигуры Лиссажу в плоскости плана (не показаны на рисунке).

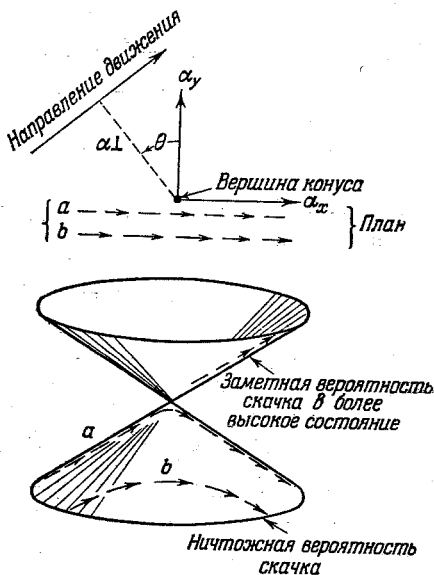


Рис. 35. Поперечное сечение перехода в случае конического контакта энергетических поверхностей.

В этом случае лучше трактовать вероятность скачка статистически, в терминах «поперечного сечения» скачка. В рассматриваемом случае поперечное сечение σ имеет размерность деформационного параметра α в первой степени, хотя пространство движений двухмерно.

Из размерных соображений Теллер показал, что

$$\sigma = \text{const} \sqrt{\frac{\hbar \alpha}{s}},$$

где s — наклон кругового конуса. Величина поперечного сечения непосредственно следует из вероятности скачка $I(G)$ (рис. 34)

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} I(G) d\alpha_{\perp},$$

где α_{\perp} — параметр отклонения или величина ближайшего расстояния от вершины конуса. Пусть деформация α измеряется от центра кругового конуса как от начала координат, так что (рис. 34)

$$\begin{aligned} E_a - E_b &= 2s\alpha_x, \quad H_{ab} = s\alpha_y, \\ E_{\text{верхн}} &= -E_{\text{нижн}} = s(\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^{1/2} = s\alpha, \\ G^2 &= \frac{\alpha_y^2 s}{\hbar \alpha}. \end{aligned}$$

Интегрирование даёт для константы Теллера в выражении поперечного сечения величину

$$\text{const} = \int_{-\infty}^{+\infty} I(G) dG = 1.$$

В более общем случае две потенциальные поверхности встречаются в наклонном, эллиптическом конусе. Пусть оси x и y ориентированы вдоль главных осей эллипса; тогда

$$\begin{aligned} E_{\text{верхн}} &= c_1 \alpha_x + c_2 \alpha_y + (s_x^2 \alpha_x^2 + s_y^2 \alpha_y^2)^{1/2}, \\ E_{\text{нижн}} &= c_1 \alpha_x + c_2 \alpha_y - (s_x^2 \alpha_x^2 + s_y^2 \alpha_y^2)^{1/2}. \end{aligned}$$

Направления движения представляющей систему точки теперь неравнозначны и должны рассматриваться отдельно:

$$\begin{aligned} \alpha_x &= at \cos \theta - \alpha_{\perp} \sin \theta, \\ \alpha_y &= at \sin \theta + \alpha_{\perp} \cos \theta. \end{aligned}$$

Тогда

$$G^2 = \frac{(s_x^2 \sin^2 \theta + s_y^2 \cos^2 \theta) \alpha_{\perp}^2}{\hbar \alpha (s_x^2 \cos^2 \theta + s_y^2 \sin^2 \theta)^{1/2}}$$

и поперечное сечение при движении в направлении θ равно

$$\sigma_{\theta} = (\hbar \alpha)^{1/2} (s_x^2 \cos^2 \theta + s_y^2 \sin^2 \theta)^{1/4} (s_x^2 \sin^2 \theta + s_y^2 \cos^2 \theta)^{-1/2},$$

а эффективное поперечное сечение находится путём усреднения этого выражения по всем углам.

Рисунок 36

Мы рассмотрим здесь специальный случай малой энергии коллективных колебаний и такой формы потенциальной поверхности, что система колеблется вблизи отверстия конуса с небольшими квантовыми числами энергии колебаний. В этом случае как нуклонные, так и коллективные колебания должны трактоваться квантово-механически. Система ведёт себя в первом приближении как система, имеющая характеристические уровни энергии, отвечающие конической потенциальной яме. В следующем приближении необходимо рассмотреть вероятность скачка на неустойчивую потенциальную поверхность без изменения полной энергии, но с большим увеличением кинетической энергии. Из квантово-механических соображений

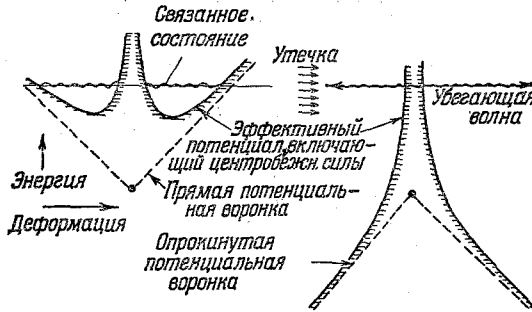


Рис. 36. Вероятность нерadiационного скачка в системе, связанной потенциалом конической формы.

можно вывести, в случае больших квантовых чисел, такую же формулу для поперечного сечения, которая была выведена и обсуждена в связи с рис. 35. Рассмотрим подробнее случай прямого кругового конуса с наклоном

$$\frac{dE}{da} = s.$$

Пусть $\psi_a(\alpha_x, \alpha_y)$ представляет амплитуду вероятности значений α_x и α_y для колебательных координат и состояния системы a ; аналогичное значение имеет ψ_b . Тогда волновое уравнение стационарного состояния системы будет

$$E\psi_a = -\frac{\hbar^2}{2M_a} \left(\frac{\partial^2 \psi_a}{\partial \alpha_x^2} + \frac{\partial^2 \psi_a}{\partial \alpha_y^2} \right) + s\alpha_x \psi_a + s\alpha_y \psi_b,$$

$$E\psi_b = -\frac{\hbar^2}{2M_a} \left(\frac{\partial^2 \psi_b}{\partial \alpha_x^2} + \frac{\partial^2 \psi_b}{\partial \alpha_y^2} \right) + s\alpha_y \psi_a - s\alpha_x \psi_b,$$

где M_a — коэффициент в классической формуле $\frac{1}{2} M_a \dot{\alpha}^2$ для кинетической энергии осциллятора. Напишем:

$$\alpha_x = \left(\frac{\hbar^2}{2M_a E} \right)^{1/2} u \cos \theta, \quad \alpha_y = \left(\frac{\hbar^2}{2M_a E} \right)^{1/2} u \sin \theta, \quad \beta = \frac{\hbar s}{\sqrt{2M_a E^3}},$$

и, используя аксиальную симметрию системы для разделения переменных

$$\psi_a = u^{-1/2} \left[F(u) \cos \frac{\theta}{2} + G(u) \sin \frac{\theta}{2} \right] e^{im\theta},$$

$$\psi_b = u^{-1/2} \left[F(u) \sin \frac{\theta}{2} - G(u) \cos \frac{\theta}{2} \right] e^{im\theta},$$

найдем радиальные волновые уравнения

$$\frac{d^2 F}{du^2} + \left[1 - \beta u - \frac{m^2}{u^2} \right] F = - \frac{im}{u^2} G,$$

$$\frac{d^2 G}{du^2} + \left[1 + \beta u - \frac{m^2}{u^2} \right] G = \frac{im}{u^2} F.$$

В отсутствие «связывающего» члена в правой части первое уравнение описывает устойчивое движение системы с заданным моментом количества движения в воронке с раструбом кверху. Второе уравнение описывает «разбегающееся» движение системы с той же энергией и моментом количества движения под действием потенциала, имеющего вид воронки с раструбом книзу. Связывающий член делает возможными переходы из устойчивых состояний в неустойчивые. Связывающий член исчезает при $m = 0$, в противоположность тому, что следует ожидать из классического анализа рис. 35, где вероятность сначала тем больше, чем меньше параметр отклонения. Однако это предположение, найденное из классических соображений, должно быть подтверждено подробными расчётами вероятности скачка при $m > 0$ при наличии связывающих членов в уравнениях. Несмотря на пропорциональность этих членов величине m , вероятности «разбегания» быстро спадают с увеличением m . Эти вероятности в принципе могут быть вычислены методом возмущений. Вычислим F из первого уравнения, пренебрегая членом G в правой части. Затем подставим собственную функцию F в правую часть второго уравнения и определим G :

$$G(u) = \left\{ \int_0^u G_1(u) G_2(v) + \int_u^\infty G_2(u) G_1(v) \right\} \frac{im}{v^2} F(v) dv,$$

где G_1 и G_2 — два независимых решения однородного уравнения для G ; первое решение иррегулярно в начале координат и представляет собой «убегающую» плоскую волну на бесконечности; второе решение регулярно в начале координат. Нормировка выбрана так, чтобы

$$G_2 \frac{dG_1}{du} - G_1 \frac{dG_2}{du} = 1.$$

При больших u эти функции имеют вид:

$$G_1 \doteq \left(1 + \beta u - \frac{m^2}{u^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \exp \left[i \left\{ \frac{\pi}{4} + \int_{u_{\text{мин}}}^u \left(1 + \beta u - \frac{m^2}{u^2} \right)^{\frac{1}{2}} du + \delta \right\} \right],$$

$$G_2 \doteq \left(1 + \beta u - \frac{m^2}{u^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \sin \left\{ \frac{\pi}{4} + \int_{u_{\text{мин}}}^u \left(1 + \beta u - \frac{m^2}{u^2} \right)^{\frac{1}{2}} du + \delta \right\},$$

где δ — поправка на сдвиг фазы в квазиклассическом приближении. Вероятность A перехода в секунду с верхней потенциальной поверхности на нижнюю может быть найдена путём сравнения потока асимптотически «убегающих» частиц при больших u с числом частиц, связанных в состоянии F ,

$$A = \frac{2\pi \left[G(u^2) \frac{du}{dt} \right]_{u=\infty}}{2\pi \int F^2(u) du} = \frac{\frac{2E}{\hbar} \left[\int_0^{\infty} G_2(v) \frac{m}{v^2} F(v) dv \right]^2}{\int_0^{\infty} F^2(u) du}.$$

Зависимость вероятности перехода от квантового числа вращательных колебаний выводится из полуклассических соображений в случае малых m и больших энергий. Переход происходит тогда (если он вообще происходит), когда точка, представляющая систему в α -пространстве, находится вблизи точки «ближайшего расстояния» $\alpha = \alpha_{\text{мин}}$. В этом случае представляющая систему точка описывает почти прямолинейный путь. Следовательно, можно применить выведенную выше формулу для вероятности скачка за одно прохождение (рис. 35)

$$\exp(-\pi G^2) = \exp \left[-\frac{\pi s^2 \alpha_{\text{мин}}}{\hbar \dot{\alpha} s} \right].$$

Число проходов в единицу времени при периодическом движении представляющей точки следует из классической механики системы с энергией E , массой M_α и моментом количества движения $m\hbar$, движущейся в конечной потенциальной яме $V = s\alpha_r$. Период равен

$$\oint \frac{d\alpha_r}{\dot{\alpha}_r} = \oint \frac{d\alpha_r}{(2/M_\alpha)^{1/2} (E - s\alpha_r - m^2 \hbar^2 / 2M_\alpha \alpha_r^2)^{1/2}} \doteq (8M_\alpha E / s^2)^{1/2}.$$

Подставляя в выражение для вероятности перехода величины

$$\alpha_{\text{мин}} = \frac{m\hbar}{\sqrt{2M_\alpha E}} \quad \text{и} \quad \dot{\alpha} = \sqrt{\frac{2E}{M_\alpha}}$$

и разделив на период, мы получим для вероятности скачка в секунду выражение

$$A = \frac{E}{\hbar} \frac{\hbar s}{2^{3/2} E^{3/2} M_\alpha^{1/2}} \exp \left(-\frac{\pi m^2 \hbar s}{2^{3/2} E^{3/2} M_\alpha^{1/2}} \right),$$

$$A \cong \frac{E}{\hbar} \frac{\beta}{2} \exp \left(-\pi \beta \frac{m^2}{2} \right).$$

В качестве примера рассмотрим конус с наклоном 10 Мэв на единицу α эллипсоидальной деформации. Кинетическая энергия равна:

$$\frac{1}{2} M_\alpha \dot{\alpha}^2 = \frac{1}{2} \rho \frac{4\pi R_0^3}{3} \cdot \frac{3R_0^2 \dot{\alpha}^2}{10},$$

так что в случае U^{236} эффективная «масса» равна

$$M_\alpha = 236M \frac{3r_0^2}{10} \cdot 236^{2/3}.$$

Наконец, предположим, что энергия колебаний вокруг вершины конуса равна $E = 4$ Мэв. Тогда безразмерная величина β , обратная величина которой связана с числом состояний в конической потенциальной яме с энергией меньше E , равна

$$\beta = 10 \text{ Мэв} \cdot \left(\frac{\hbar^2}{0,6Mr_0^2} \right)^{1/2} \cdot 236^{5/6} (4 \text{ Мэв})^{3/2} = 0,0781.$$

Вероятность нерадикационного скачка из состояния, связанного конической потенциальной поверхностью, в нижнее состояние равна

$$A = \frac{4 \text{ Мэв}}{0,66 \cdot 10^{-21} \text{ Мэв} \cdot \text{сек}} \cdot 0,039 \exp(-0,123) = 2,1 \cdot 10^{20} \text{ сек}^{-1}$$

и отвечает ширине уровня $A\hbar = 0,14$ Мэв.

Рисунок 37

Мы опишем явление скольжения в терминах смещения стационарных уровней энергии, а не в терминах вероятностей перехода. Последний путь

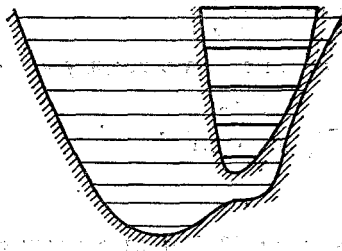
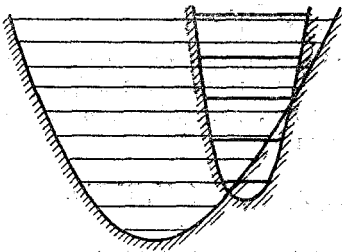


Рис. 37. Влияние «скольжения» на распределение уровней в одномерном случае.

более естественен в случае идеализированной коллективной модели, в которой вероятности перехода относительно малы. Описание в терминах уровней становится недействительным, если число способов разделения энергии между колебаниями и возбуждением нуклеонов очень велико. В противоположность этому, на рисунке показан идеализированный случай, не осуществляющийся в реальных ядрах, но пригодный для иллюстрации основных принципов, когда имеется только два нуклеонных состояния a и b . Амплитуда вероятности имеет две компоненты $\psi_a(\alpha)$ и $\psi_b(\alpha)$, квадраты абсолютных значений которых дают вероятности нахождения системы в том или другом состоянии, при деформации поверхности α . Напишем уравнение Шредингера в форме

$$ih \frac{\partial \psi_a}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2M_a} \cdot \frac{\partial^2 \psi_a}{\partial \alpha^2} + V_a(\alpha) \psi_a + H_{ab} \psi_b,$$

$$ih \frac{\partial \psi_b}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2M_a} \cdot \frac{\partial^2 \psi_b}{\partial \alpha^2} + V_b(\alpha) \psi_b + H_{ba} \psi_a.$$

В крайнем случае очень слабой связи H_{ab} система распадается на два характеристических уравнения, имеющих собственные значения энергии, показанные на верхней диаграмме. В противоположном крайнем случае очень сильной связи описание упрощается, если расстояние между уровнями мало по сравнению с константой связи H_{ab} , другими словами, если масса M_a очень

велика. Тогда удобнее рассмотреть характеристические уравнения

$$E\psi_a = V_a \psi_a + H_{ab} \psi_b,$$

$$E\psi_b = V_b \psi_b + H_{ba} \psi_a.$$

Два значения энергии $E_1(a)$ и $E_2(a)$, найденные из этих уравнений, представляют собой две новые потенциальные кривые. Колебания теперь происходят по отношению к этим новым потенциальным кривым, если только последние могут оказать какое-нибудь влияние на частицу большой массы. В случае промежуточной связи порядок расположения уровней очень сложен. Однако во всех трёх случаях общее число уровней с энергией, меньше заданной большой энергии E , возрастает с увеличением E одинаковым образом.

Рисунок 38

В идеализированной коллективной модели ядра, так же как и в молекуле, можно рассматривать процессы возбуждения (столкновение с большой энергией, фотопоглощение) одной частицы (нуклеона, электрона) в первом приближении таким образом, как будто остальная тяжёлая часть системы (коллективный осциллятор, атомные ядра) сохраняет своё положение и скорость неизменными. Можно считать, что индивидуальная частица совершила скачок с одной потенциальной поверхности на другую при неизменном значении деформационного потенциала. Принцип Франка-Кондона

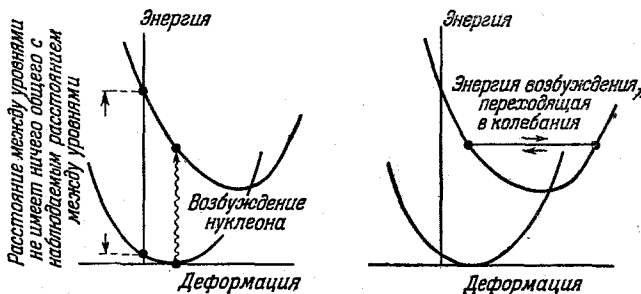


Рис. 38. Принцип Франка-Кондона в ядерных переходах.

указывает, что энергия, поглощённая в первичном акте, не связана простым соотношением ни с разностью энергий, отвечающих минимумам потенциальных кривых, ни с расстоянием между этими кривыми при нулевой деформации, ни с величиной той части поглощённой энергии, которая переходит в энергию колебаний (рисунок справа). Очевидно, что в случае ядра скольжения с одной потенциальной поверхности на другую будут происходить после многократных колебаний, и распределение энергии по всей системе станет в конце концов статистически случайным ещё до того, как излучение унесёт эту энергию. Из диаграммы видно, что расстояние между уровнями может зависеть от эллиптичности конфигурации, в которой оно измеряется. Возможно, что это обстоятельство объясняет значительную часть аномалий в расположении уровней Rb и Bi ⁹¹.

Рисунок 39

Доплеровское изменение длины волны нуклонной волновой функции, вызванное движением стенки ядра, является элементарным механизмом обмена энергией между нуклонным возбуждением и коллективными колебаниями. Однако анализ этого процесса, иллюстрированный на рисунке,

мы — графиком зависимости потенциальных поверхностей промежуточных ядер от типичного деформационного параметра. Нейтрон вступает в ядро и образует виртуальный уровень промежуточного ядра вблизи *A*. Если колебательная координата достигнет *B* прежде чем нейтрон будет испущен с виртуального уровня, то он будет захвачен, по крайней мере временно. Представляющая система точка может, в принципе, совершать колебания

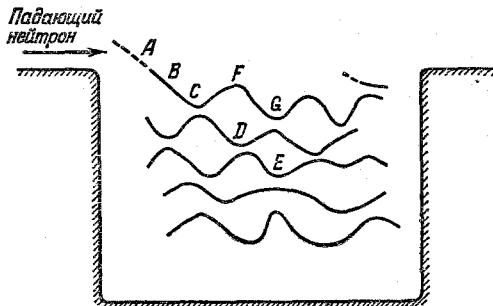


Рис. 40. Схематическое представление захвата нейтрона в коллективной модели.

по потенциальной кривой *ABCFG* и т. д. Однако возбуждение так велико, что не может быть точно определённого распределения энергии между колебательным и нуклеонным возбуждением. Другими словами, система перескакивает с одной потенциальной кривой на другую с частотой, большей по сравнению с частотой тех естественных колебаний, которые были бы в отсутствии перескоков. Следовательно, нейтрон очень быстро отдаёт свою энергию всей системе. Согласно нашей концепции передача энергии осуществляется только через стенку ядра. Она может быть описана посредством доплер-эффекта, как это было показано на предыдущем рисунке. Нейтрон захвачен потому, что узлы его волновой функции ориентированы по отношению к направлению движения поверхности так, что он теряет свою энергию при отражении от «отступающей» поверхности.

Рисунок 41

На рисунке представлены частоты колебаний ядерной поверхности $\omega_n = 2\pi\nu_n$ в зависимости от массового числа, а также соответствующие величины энергии нулевых колебаний. Указанные величины получены из классического анализа (рис. 1). При малых массовых числах энергии возбуждения растут быстро, но концепция

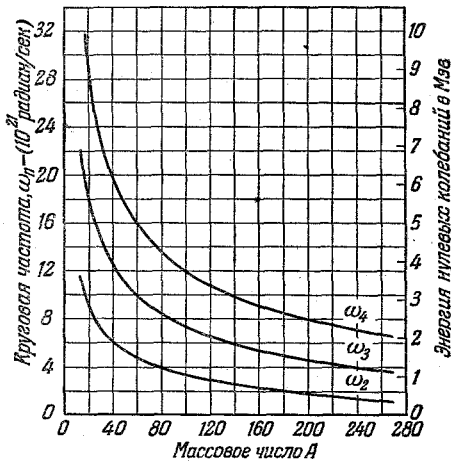


Рис. 41. Зависимость частоты колебаний ядерной поверхности от массового числа.

коллективной модели становится в этом случае непригодной. Как указано на рис. 1, чем больше массовое число ядер, тем выше максимальный порядок колебаний, который ещё разумно рассматривать, но даже при $A = 240$ он меньше 10.

Рисунок 42

Здесь схематически представлено различие в пороге деления модели жидкой капли и коллективной модели. Те же особенности потенциальных поверхностей, которые отвечают квадрупольным моментам, приводят также к аномалиям в высоте барьера деления. Порядок величины этих аномалий можно оценить путём сравнения потенциальной кривой жидкой капли $V = V(\alpha)$, меняющейся вблизи минимума примерно по закону $50\alpha^2$ Мэв и

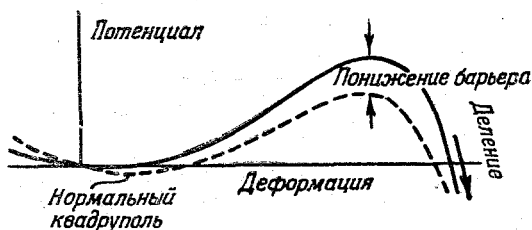


Рис. 42. Смещение барьера деления, связанное с квадрупольным моментом основного состояния.

имеющей максимум ~ 5 Мэв при $\alpha \sim 0,7$, с другой потенциальной кривой $V^* = V(\alpha) - C\alpha$, где константа C является грубой мерой сил, приводящих к квадрупольному моменту. Минимум V^* лежит вблизи $\alpha_0 = \frac{C}{100}$ Мэв, а снижение высоты барьера равно примерно $\delta E_f \sim C\alpha_{\text{макс}} = 100\alpha_0 \alpha_{\text{макс}}$ Мэв ~ 2 Мэв, для типичных квадрупольных моментов $\alpha_0 \sim 0,03$.

Разумеется, вышеприведённое рассуждение весьма схематизировано; в действительности потенциальная поверхность не является столь гладкой функцией деформации.

Рисунок 43

Общий вид всех пяти кривых соответствует результатам обсуждения, приведённого в статье 4. При низких энергиях вероятность деления ничтожно мала, пока полное возбуждение промежуточного ядра (энергия связи нейтрона плюс кинетическая энергия нейтрона вне ядра) не приблизится к высоте потенциального барьера деления (см. рис. 3 и 4). При возбуждении, несколько меньших этой величины, поперечные сечения резко возрастают, что характерно для прохождения сквозь барьер (рис. 44). Затем сечение растёт более медленно, будучи связано прежде всего с конкурирующим процессом испускания нейтрона как альтернативной формой распада промежуточного ядра. При возбуждениях, превышающих барьер на несколько Мэв (но меньше энергии связи двух нейтронов), следует ожидать плавной зависимости сечения деления от энергии. Поперечное сечение деления снова возрастает, если возбуждение так велико, что деление может произойти после испускания промежуточным ядром одного или более нейтронов³⁰.

Поразительный пример возможного влияния внутреннего состояния ядра на вероятность деления описан Стритом, Гиорсо и Томсоном⁹². Они наблюдали образование двух изомеров Am^{242} , при захвате нейтрона Am^{241} , из которых один переходит в другой с периодом полураспада порядка 16 часов. Сечение деления Am^{242} в основном состоянии тепловыми нейтронами ока-

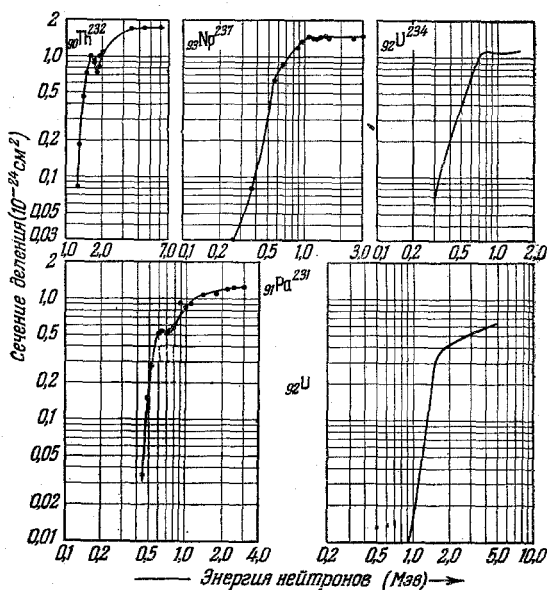


Рис. 43. Зависимость сечения деления нейтронами от энергии для пяти делящихся элементов²⁸.

залось равным $6000 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$, а в возбуждённом состоянии — $2000 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$. Является ли это различие в сечениях деления результатом разной вероятности захвата и испускания нейтрона, или уноса энергии возбуждения радиацией, или эффектом разных внутренних состояний изомеров (рис. 6 и 42), ещё не ясно.

При изучении фотоделения тория и урана Болдуин и Клайбер⁹³ нашли, что поперечное сечение имеет максимум при 17 Мэв с полушириной 3 Мэв. Как указали Штейнведель и Йенсен⁹⁴, имеется большое число аналогичных данных.

Рисунок 44

Вероятность преодоления барьера деления в функции от энергии даёт-ся выражением

$$P = \frac{1}{1 + e^{2\pi b}}.$$

Здесь b — дефицит энергии по отношению к высоте барьера, делённый на

характеристический квант энергии $E_{\text{крив}}$, зависящий от кривизны вершины барьера и эффективной массы, связанной с порядком деформации. Для того чтобы пояснить значение $E_{\text{крив}}$, представим себе, что знак потенциальной энергии изменён, так что барьер превращается в жёлоб. Тогда система будет вести себя как гармонический осциллятор, колеблющийся вокруг критической точки с круговой частотой $\omega_{\text{вообр}}$ и характеристическим квантом энергии $\hbar\omega_{\text{вообр}}$. Последняя величина по определению равна $E_{\text{крив}}$. В

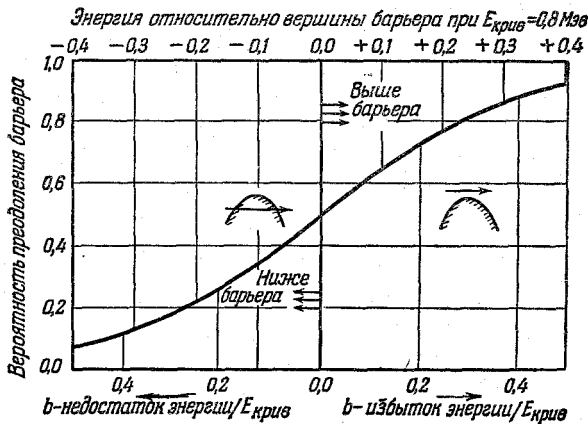


Рис. 44. Вероятность преодоления барьера деления в зависимости от энергии.

первом приближении разумно принять $\hbar\omega_{\text{вообр}}$ равным характеристическому кванту энергии $\hbar\omega_2$ поверхностных колебаний системы низшего порядка относительно её нормальной (почти сферической) равновесной фигуры. Это следует из таких соображений: потенциальная энергия, представленная в виде степенной функции деформации, имеет главные члены разложения

$$V(a) = Aa^2 - Ba^3.$$

Но эта функция имеет в максимуме такую же вторую производную (не считая знака), как и в минимуме, и следовательно, такую же частоту $\omega_{\text{вообр}} = \omega_2$. Для урана $\hbar\omega_2$ имеет порядок 0,8 Мэв и характеристический квант $E_{\text{крив}}$ также равен ~ 1 Мэв. Таким образом, мы приходим к масштабу энергетической шкалы, указанному на рисунке. Заметим, что вероятность преодоления барьера равна только 0,5, если энергия возбуждения достигает критической величины, и приближается к единице лишь при значительном превышении барьера. Этот результат противоречит выводам обычной формулы прохождения через барьер, которая даёт:

$$P = \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int 2M_a \left(E_{\text{верхн}} - \frac{1}{2} V''a^2 - E_{\text{возб}} \right)^{1/2} da \right] =$$

$$= \exp \left[-2\pi (E_{\text{верхн}} - E_{\text{возб}}) \frac{1}{\hbar \omega_{\text{вообр}}} \right] = \exp [-2\pi b].$$

Более полную формулу прохождения через барьер можно вывести, если написать волновое уравнение в безразмерных переменных:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + (x^2 - 2b)\psi = 0.$$

Требуемое решение представляет собой с правой стороны барьера волну, бегущую направо, а с левой стороны — падающую и отражённую волны. В функциях параболического цилиндра оно имеет вид:

$$\begin{aligned} \psi = D_{-1/2-ib} [(1-i)x] &= \left[\Gamma\left(\frac{1}{2} + ib\right)^{-1} \right] \times \\ &\times \int_0^{\infty} \exp\left[\frac{ix^2}{2} - (1-i)xt - \frac{t^2}{2} - \left(\frac{1}{2} - ib\right) \ln t\right] dt \end{aligned}$$

с асимптотическим значением при больших положительных x :

$$\approx 2^{-1/4} x^{-1/2} \exp\left[\frac{ix^2}{2} - \frac{ib}{2} \ln 2x^2 + \frac{i\pi}{8} - \frac{\pi b}{4}\right],$$

и при больших отрицательных x :

$$\approx 2^{-1/4} |x|^{-1/2} \exp\left[\frac{ix^2}{2} - \frac{ib}{2} \ln 2x^2 - \frac{3i\pi}{8} + \frac{3\pi b}{4}\right]$$

(отражённая волна),

$$\begin{aligned} &+ (2\pi)^{1/2} \Gamma\left(\frac{1}{2} + ib\right)^{-1} 2^{-1/4} |x|^{-1/2} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{ix^2}{2} + \frac{ib}{2} \ln 2x^2 + \frac{i\pi}{8} + \frac{\pi b}{4}\right] \end{aligned}$$

(падающая волна).

Сравнение интенсивности падающей и прошедшей волн даёт приведённую выше формулу прохождения. Она сохраняет свой смысл лишь до тех пор, пока рассматриваемый участок потенциальной кривой, представленный в зависимости от динамической деформационной координаты, близок к обращённой кривой гармонического осциллятора.

Рисунок 45

График зависимости полупериода спонтанного деления от $\frac{Z^2}{A}$ демонстрирует тесную связь, существующую между скоростью спонтанного деления и параметром делимости жидкой капли⁵⁵ (см. рис. 2 и табл. 1). Указанная линейная зависимость простирается не только в пределах обозначенных ядер, но даже до ядра «космия» (рис. 2, 51), для которого $\frac{Z^2}{A} \approx 47$ и время спонтанного деления примерно равно периоду колебаний низшего

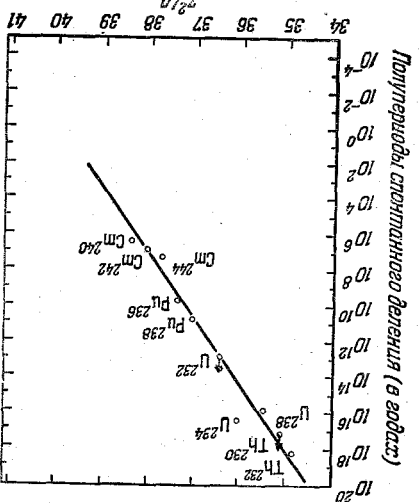
порядка такого ядра, как, например, U^{238} (рис. 1). Малые отклонения от

линейности, в соответствии с раз-
 витыми выше соотношениями (рис.
 6, 26, 42), указывают на вариации
 квадратупольных моментов основ-
 ных состояний и их влияние на
 высоту барьера деления (рис. 3).
 Аналогия с α -распадом (рис. 30)
 очевидна. Не включён в график
 U^{235} , у которого скорость спон-
 танного деления меньше, чем у

U^{238} , хотя $\frac{A}{Z^2}$ больше μ .

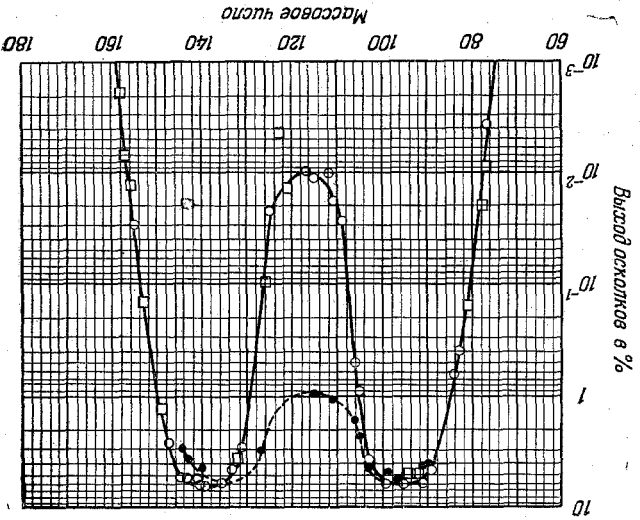
Р и с у н о к 46

На рисунке представлена кри-
 ная распределения масс осколков
 при делении U^{235} тепловыми ней-
 тронами 96 и нейтронами 14 Mev
 (сплошные кружки) 97 . Явно види-
 мое стремление к симметричному
 делению при увеличении возбу-
 ждения подтверждается также кри-
 вой распределения масс осколков
 в распадах при бомбарди-
 ровке частицами очень высокой
 энергии 98,99 . Простое гауссиана-
 мическое объяснение асимметрии
 кривой и её изменении с энергией
 возбуждения дано на рис. 50 и 51.
 Представляет собой интерес замеча-
 ние 98 , что в случае Sm^{242} с полупе-



Р и с. 45. Зависимость периода спон-

танного деления от $\frac{A}{Z^2}$.



Р и с. 46. Распределение масс осколков U^{235} при делении медленными нейтронами и нейтронами 14 Mev.

риодом спонтанного деления $7,2 \cdot 10^6$ лет акты деления столь часты, что позволяют изучить распределение кинетической энергии осколков. Полученная картина указывает на такое же распределение масс осколков, как при вынужденном делении тепловыми нейтронами.

Р и с у н о к 47

Кривая распределения масс осколков, начерченная так, чтобы лёгкая и тяжёлая фракции были совмещены в одну кривую 100 , демонстрирует резкое отклонение в узком интервале масс от плавной кривой, известное

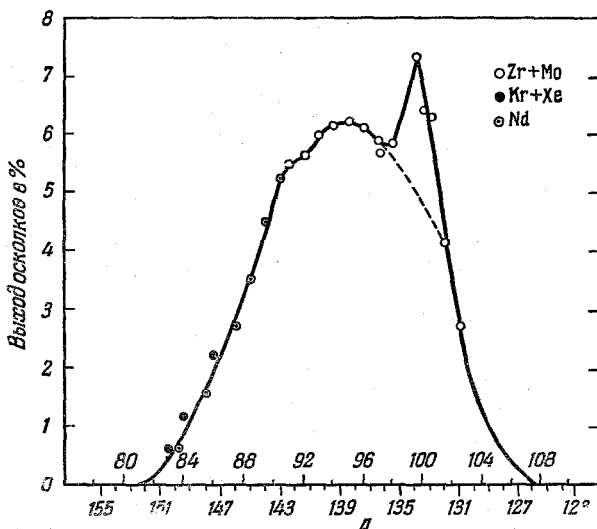


Рис. 47. Тонкая структура кривой выхода масс осколков.

ещё из более ранних работ 96 . Величины масс, отвечающие аномальному участку кривой, согласуются с гипотезой о влиянии ядерных оболочек на деление. Этот эффект накладывается на доминирующий процесс асимметричного деления.

Р и с у н о к 48

Пять независимых вырожденных форм колебаний сферы порядка $n = 2$ могут быть выражены через радиальные удлинения, пропорциональные пяти гармоникам $P_2(\cos \theta)$, $P_2^{(1)}(\cos \theta) [\cos \varphi$ или $\sin \varphi]$, $P_2^{(2)}(\cos \theta) [\cos 2\varphi$ или $\sin 2\varphi]$. Но эти же колебания могут быть также выражены в терминах вращения «горба» на поверхности сферы (три степени свободы) и двух типов чистых колебаний. При этом предполагается, что система в целом не имеет момента количества движения, хотя наличие вращения привело бы к некоторому числу сложных и интересных разветвлений кривых, приведённых на рисунке. Оба типа чистых колебаний наглядно проявляются в критической фигуре неустойчивого равновесия. Первый тип колебаний заключается в отклонениях от седлообразной фигуры в направлении уменьшения потенциальной энергии, т. е. в растяжении, приводящем к делению, или в сжатии в направлении нормальной сфериче-

Здесь не приняты во внимание ни внутренний квадрупольный момент, ни момент количества движения ядра. Энергия деформации в этом первом приближении равна:

$$V(\alpha, \gamma) = 4\pi R_0^2 O \left\{ \left[2(1-x-z) \frac{1}{5} \right] a^2 - \left[(12x+20z) \frac{1}{105} \right] a^3 \cos 3\gamma \right\} = \\ = B \left[\frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{18} \cos 3\gamma \right] = Bf(u, \gamma). \quad (*)$$

Здесь $4\pi R_0^2 O = 14A^{2/3} \text{ Мэв}$ — энергия обычного поверхностного натяжения, x и z — параметры, определённые ранее; их сумма x^* является

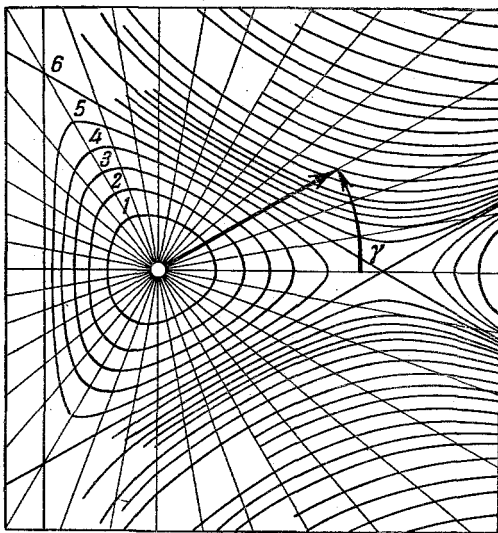


Рис. 49. Контурная диаграмма барьера деления в случае, когда критический параметр деления x^* близок к единице.

рассматриваемым критическим параметром. В альтернативной форме записи энергии деформации (вторая строчка уравнения (*)), B — постоянная, выраженная в таких единицах энергии, в которых высота барьера равна 6.

Контурная диаграмма даёт безразмерную величину $f = \frac{V}{B}$ в зависимости от γ и величины u , кратной a ,

$$u = \frac{18x + 30z}{7(1-x-z)} a.$$

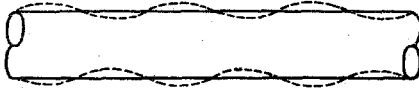
Рис унок 50

Критическая фигура неустойчивого равновесия ядра урана близка к удлинённому цилиндру (рис. 2). Ввиду этого рассмотрим устойчивость длинной струи несжимаемой однородно-заряженной жидкости, обладающей поверхностным натяжением. Если бы плотность электрического заряда равнялась нулю, то, как известно, струя была бы неустойчивой в отношении

малых возмущений с длиной волны, превышающей окружность струи. Такие возмущения являются первой ступенью перераспределения жидкости в отдельные сферические капли, обладающие в сумме такой же массой, но меньшей поверхностью. Размеры таких сфер тем больше, чем больше длина волны. Наличие даже малого объёмного электрического заряда приводит к энергетической невыгодности разделения жидкости на очень большие сферы. Заряд как бы стабилизирует струю в отношении длинноволновых возбуждений, тогда как поверхностное натяжение препятствует коротковолновым деформациям. Промежуточная зона волновых чисел k , отвечающих неустойчивым положениям, становится тем уже, чем больше плотность заряда. Полная устойчивость возникает, если

$$y = \frac{2(\text{заряд на ед. длины})^2}{\pi(\text{радиус}) / (\text{поверхн. натяжения})} \geq U_{\text{критич}} \approx 1,125.$$

Этому условию удовлетворяет U^{235} при критической фигуре Франкля-Метрополиса, соответствующей значению параметра деления



$$x = \frac{4\pi R_0^3 \rho_e^2}{30 \cdot O} = 0,74.$$

Радиус R цилиндрической части фигуры равен $0,64 R_0$ и



$$y = \frac{2\pi R^3 \rho_e^2}{O} =$$

$$= 2\pi \cdot 0,74 \frac{30}{4\pi} \left(\frac{R}{R_0}\right)^3 = 2,92.$$

Как могут силы отталкивания привести к такой устойчивости. Только благодаря тому, что концы цилиндра оказываются удалёнными на бесконечность.

Рассмотрим теперь цилиндр конечной длины. Капиллярные силы закругляют его концы, но не могут противостоять силам отталкивания электрического заряда, сосредоточенного в данном цилиндре. В результате, от конца



Рис. 50. Качественная картина классической гидродинамической интерпретации асимметрии ядерного деления.

цилиндра отделится большая капля жидкости, произойдёт акт деления и притом весьма асимметричного. Какова мера асимметрии? Пусть L — расстояние от места образования начала перетяжки цилиндра и ε — уменьшение радиуса в этом месте. В зарождающуюся каплю через шейку вталкивается объём жидкости порядка $\varepsilon 2\pi LR$, отделяющий каплю и уменьшающий электрическую энергию системы на величину

$\sim 2\pi^2 \varepsilon L^2 R^2 \rho_e^2$, переходящую в кинетическую энергию $\sim \rho_m \frac{\varepsilon^2 L^2}{R^2} \pi R^2 L$. Следова-

тельно, относительная величина перетяжки $\frac{\varepsilon}{R}$ растёт вначале как

$$\left(\frac{t}{t_{\text{критич}}}\right)^2, \text{ где } t_{\text{критич}} \sim \left(\frac{L \rho_m}{R \rho_e^2}\right)^{1/2}.$$

Быстрейшее образование капли происходит при длине шейки L того же порядка, что и радиус струи, так как характер выражения для $t_{\text{критич}}$

изменяется при меньших L . Мы видим, что последовательно отделяющиеся осколки при таком делении «пулемётного» типа будут примерно одной величины.

В нижней части рисунка представлена картина деления ядра типа U^{236} в случае, когда возбуждение лишь немного превышает порог деления. При достижении порога система имеет столь малую энергию движения, что значительный промежуток времени форма ядра остаётся близкой к удлинённой фигуре неустойчивого равновесия. Эта фигура напоминает цилиндр из электрически заряженной жидкости. В грубом приближении можно считать, что поведение цилиндра с одного конца таково, как будто второй конец простирается безгранично. У каждого конца можно ожидать начала деления «пулемётного» типа. У какого именно конца начнётся перетяжка цилиндра — это дело случая. Но раз начавшись у одного конца, этот тип деформации будет расти так быстро, что скоро опередит все процессы, которые могут происходить на другом конце. В результате появится осколок, длина которого сравнима с его диаметром (лёгкий осколок).

Вероятность деления с двух концов действительно невелика. Между концами имеется сильное взаимодействие. Начало перетяжки вблизи одного конца увеличит кривизну и, следовательно, поверхностное натяжение у другого конца. Этот эффект воспрепятствует образованию перетяжки у другого конца, которая иначе возникла бы там несколько позже. Таким образом происходит деление на большой и малый осколок. Предложенный механизм асимметричного деления является результатом непосредственного приложения элементарных понятий поверхностного натяжения электростатики и гидродинамики.

Рисунок 51

Расчёты проделаны на счётных электронных машинах. Расчёт начинался с конфигурации, близкой к положению неустойчивого равновесия. Дальнейшее движение рассчитывалось на основе классических гидродинамических уравнений для несжимаемой равномерно заряженной жидкости, обладающей поверхностным натяжением. Предыдущий рисунок наводит на рабочую гипотезу о том, что неизбежно возникающая малая асимметрия в фигуре ядра, находящегося в переходном состоянии, усиливается при дальнейшем движении и приводит в подавляющем большинстве случаев к образованию перетяжки удлинённой фигуры вблизи одного или другого конца. Предполагается, что гидродинамические явления протекают классически. Однако величина и происхождение малой начальной асимметрии связываются с квантовыми нулевыми колебаниями поверхности различных порядков.

С увеличением возбуждения промежуточного ядра возрастают иррегулярности ядерной поверхности в момент прохождения через барьер деления, накладывающиеся на эффект нулевых колебаний. Эти иррегулярности существенно влияют на положение точки начала перетяжки. Смещение этой точки будет приводить к преобладанию симметричного деления. Таким образом с возрастанием энергии возбуждения возрастает вероятность симметричного деления.

Рассмотрены два ядра: 1) «космий» — несуществующее ядро, для которого критический параметр деления $x = \frac{(Z^2/A)}{(Z^2/A)_{\text{критич}}} = 1$. 2) Капля с $x = 0,74$, близко имитирующая ядро U^{235} . В обоих случаях рассматриваются только аксиально-симметричные фигуры. Первый расчёт проведён в предположении, что деформация «космия» начинается с малой деформации второго порядка, остающейся симметричной по мере её роста ($t = 20$

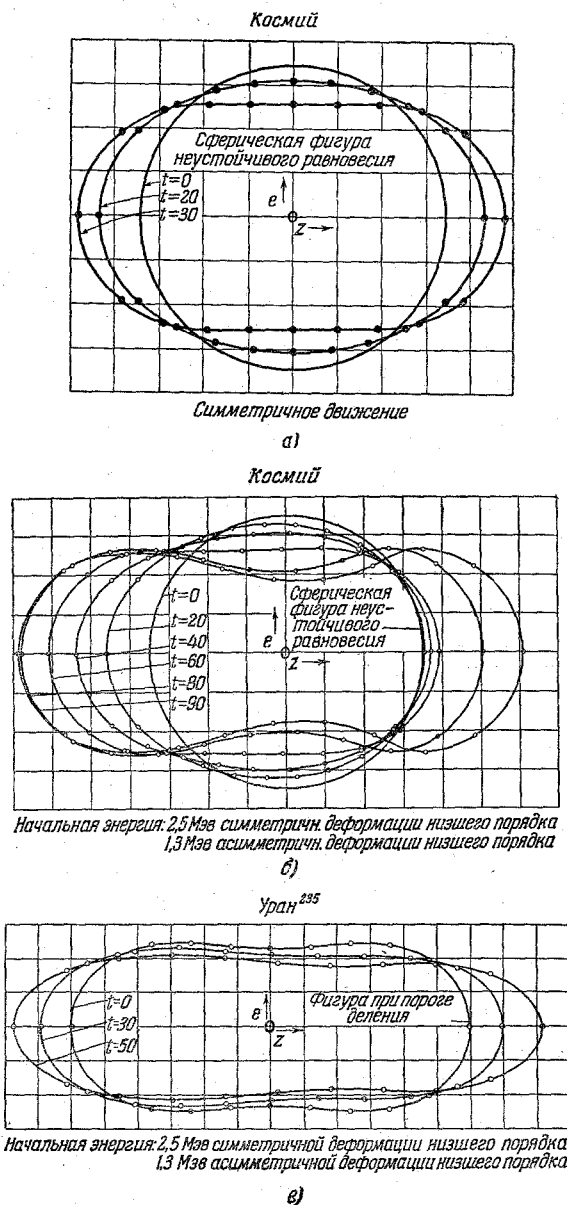


Рис. 51. Результаты динамического анализа ядерного деления, проведённого на основе модели жидкой капли¹⁰².

означает время $20 \cdot 0,66 \cdot 10^{-23}$ сек). При втором расчёте предполагалось, что на симметричную деформацию «космия» наложена деформация третьего порядка с амплитудой, отвечающей энергии нулевых колебаний. В этом случае малая начальная асимметрия усиливается с течением времени и приводит к делению на осколки разной массы. Рост асимметрий вытекает из динамики процесса деления. Здесь не может быть никакого вопроса об асимметрии начальной седлообразной конфигурации ядра, поскольку ею является сама сфера. В третьем случае ($x = 0,74$) малая начальная асимметрия наложена на начальную симметричную седлообразную фигуру Франкля-Метрополиса. Асимметрия усиливается и приводит к преимущественному делению на две неравные доли. Расчёты были прекращены во всех случаях значительно раньше образования шейки, так как сетка, с которой производился расчёт, была недостаточно мелка для расчёта узкой части шейки. Хотя эти результаты нельзя рассматривать как доказательство, однако они по меньшей мере согласуются со взглядом на асимметрию деления как на классический гидродинамический эффект.

Рисунок 52

Безвихревое движение несжимаемой жидкости выражается через потенциал скорости $\mathbf{u} = -\text{grad } \varphi$, где $\nabla^2 \varphi = 0$ ($u_n = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ — нормальная компонента скорости у поверхности жидкости); зависимость потенциала скорости от времени задаётся уравнением

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{1}{2} (\text{grad } \varphi)^2 + V + P \equiv H.$$

Величина $H = \frac{1}{2} (\text{grad } \varphi)^2$ — потенциал ускорения; P — давление, делённое на плотность; на поверхности P принимает значение, зависящее только от местной кривизны κ

$$P_{\text{пов}} = \frac{O\kappa}{\rho_m} = \frac{O}{\rho_m} \left\{ \rho^{-1} \left[1 + \left(\frac{d\rho}{dz} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - \frac{d^2\rho}{dz^2} \left[1 + \left(\frac{d\rho}{dz} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\},$$

где O — удельная поверхностная энергия и ρ_m — плотность; V — электрическая потенциальная энергия единицы массы, выражающаяся в цилиндрических координатах z и ρ следующим образом:

$$V_1 = \frac{e^2}{\rho_m} \int \frac{d\tau_2}{r_{12}} = 2 \frac{e^2}{\rho_m} \int \rho_2 \frac{\left[\rho_2 + \rho_1 + (z_1 - z_2) \frac{d\rho_2}{dz} \right] K - 2\rho_1 D}{[(\rho_1 + \rho_2)^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}} dz_2,$$

где $K(k)$ и $D(k) = \frac{K(k) - E(k)}{k^2}$ — полные эллиптические интегралы аргумента k

$$k^2 = \frac{4\rho_1\rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)^2 + (z_1 - z_2)^2},$$

а ρ_e — плотность электрического заряда.

Реальная система с её бесконечным числом степеней свободы заменена системой с ограниченным числом степеней свободы, а именно: поверхность

определена положением одиннадцати отмеченных точек. Две точки, находящиеся на полюсах фигуры, обозначены координатами z_0 и z_{10} . Координаты девяти остальных точек z_i распределены равномерно между z_0 и z_{10} . Одиннадцать независимых пространственных координат $z_0, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_9, z_{10}$ и одиннадцать соответствующих скоростей описывают состояние системы в заданный момент времени. Новые положения (в следующий момент вре-

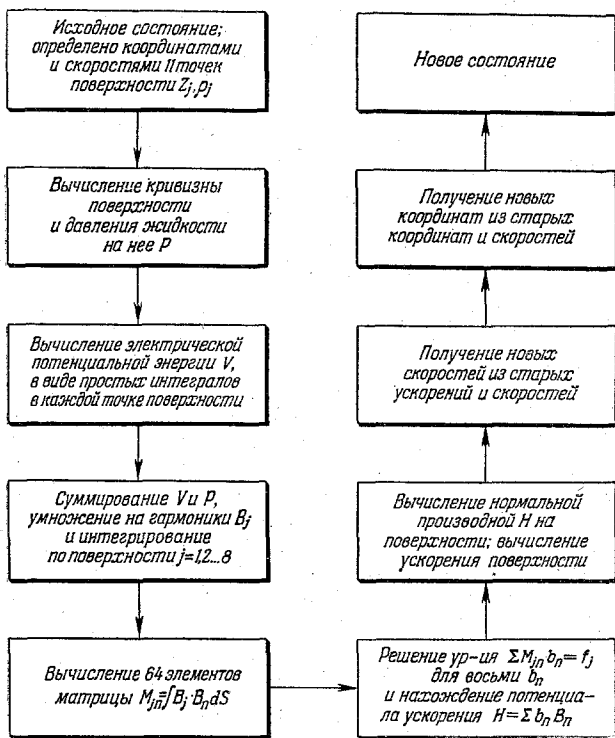


Рис. 52. Схема проведения гидродинамических расчётов рис. 51.

мени) вычисляются кинематически из старых положений и скоростей, а новые скорости — из старых ускорений, полученных из потенциала ускорений:

$$\frac{du}{dt} = -\text{grad} \left(H - \frac{u^2}{2} \right).$$

Лапласиан H равен нулю внутри поверхности, а на поверхности принимает значение, известное из старого положения системы. При вычислениях пренебрегаем членом $\frac{u^2}{2}$ как в выражении граничных условий для H , так и при вычитании из H , поскольку кинетическая энергия 170 Мэв мала по сравнению с вероятной величиной поверхностной энергии 540 Мэв и электростатической энергией 780 Мэв. При вычислениях представ-

ляем H в виде суммы

$$H(z, \rho, t) = \sum_{n=1}^8 b_n(t) B_n(z, \rho)$$

восьми сферических гармоник, где b_n подобраны в рассматриваемом интервале времени так, чтобы свести к минимуму отклонение H от его граничного значения

$$\int (H - V - P)_{\text{поверхн}}^2 ds = \text{минимуму.}$$

Это требование приводит к системе восьми линейных уравнений для коэффициентов $b_n(t)$

$$\sum M_{jn} b_n = f_j,$$

где

$$M_{jn} = \int B_j B_n dS \quad \text{и} \quad f_j = \int B_j (V + P) dS$$

находятся из предыдущего состояния системы. Таким образом, цикл расчётов завершается и находится новое состояние системы.

Рисунок 53

Отношение выхода осколков Ag^{111} к выходу осколков ^{140}Ba является мерой асимметрии кривой выхода осколков различных масс, поскольку экспериментально установлено (рис. 46), что полная кривая выхода осколков в общем сохраняет свой вид с увеличением энергии возбуждения. На чертеже представлена зависимость меры асимметрии от энергии возбуждения начального ядра^{37, 38}. Эта зависимость получена при бомбардировке различных делящихся ядер различными частицами. Отмечено, что при высоких возбуждениях промежуточное ядро обычно испускает несколько нейтронов перед расщеплением. Однако мы всё же отмечаем общую тенденцию к симметричному распределению масс с увеличением энергии возбуждения начального ядра.

Рисунок 54

Недавно были опубликованы работы^{103—105}, касающиеся медленных, средних и быстрых нейтронов деления U^{235} . Эти работы позволяют сделать некоторые качественные заключения относительно способа высвобождения нейтронов. Измерения спектра нейтронов во всех трёх работах согласуются с гипотезой испускания нейтронов из возбуждённых, быстро движущихся осколков, с распределением энергии, в общем характерным для ядерного испарения⁸¹. Широкий спектр возбуждения осколков деления приводит

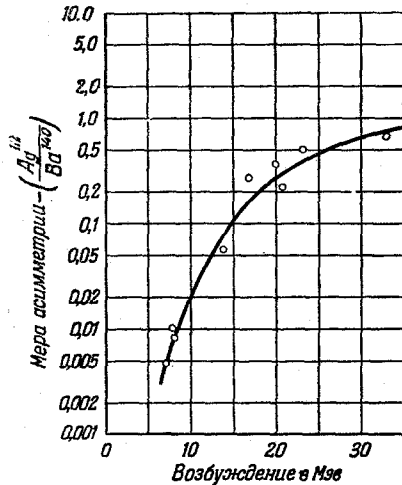


Рис. 53. Зависимость асимметрии деления от начального возбуждения.

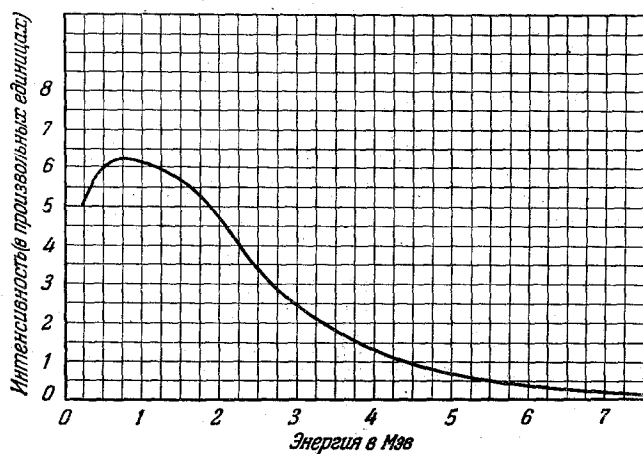
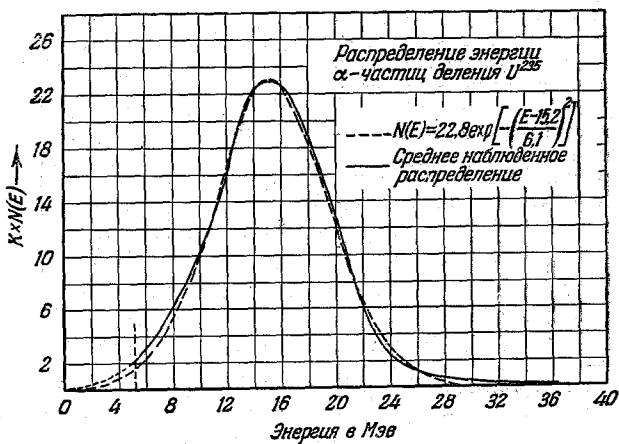


Рис. 54. Спектр нейтронов деления.

Рис. 55. Спектр α -частиц деления.

к широкому спектру числа и энергии нейтронов, испущенных в отдельных актах деления. Наконец, по этой гипотезе нейтроны испускаются в широком угле относительно направления движения материнских осколков. Кинетическая энергия последних согласно данным Брунтонна, Ханна и Томсона¹⁰⁶ имеет разброс порядка 20 Мэв при типичном делении масс. Спектр энергии нейтронов в лабораторной системе координат является результатом многократного усреднения по различным факторам разброса энергии.

Приведенная кривая взята из статьи Хилла¹⁰⁴. Она получена путём регистрации протонов отдачи большим числом пропорциональных счётчиков. Максимум вблизи 0,8 Мэв подтверждён Боннером, Феррелем и Рейнартом¹⁰³. Спектр спадает в сторону больших энергий экспоненциально с коэффициентом релаксации 1,6 Мэв, в согласии с данными Ватта¹⁰⁵. Число нейтронов деления составляет 2,5 нейтрона на акт деления U^{235} тепловым нейтроном. Эта величина совпадает с объявленной ранее (данные Комиссии по атомной энергии США).

Рисунок 55

Из различных типов деления на три части, перечисленных в таблице III, наиболее интенсивно изучалось деление с одновременным испусканием длиннопробежных α -частиц. На рисунке воспроизведено⁵⁵ распределение энергии этих частиц. Пунктирная кривая нанесена для того, чтобы показать близость распределения к гауссову.

Рисунок 56

На рисунке представлена кривая распределения энергии протонов (см. таблицу III), которые, как считается, испускаются в редких случаях деления на три части. Число протонов слишком велико, чтобы приписать их

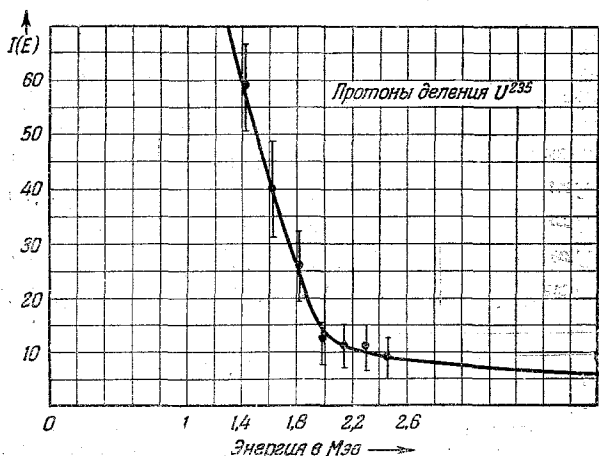


Рис. 56. Распределение энергии протонов деления.

появление реакциям (n, p) или (осколок, p). В то же время распределение энергии указывает, что они не связаны с процессом деления каким-либо способом, аналогичным способу связи α -частиц. Для частиц, проникающих через потенциальный барьер, следует ожидать максимума в правой части кривой, а не монотонного падения. Трудно представить себе, что эти протоны «деления» действительно имеют прямое отношение к акту деления.

Таблица I

Сравнение экспериментальных порогов деления нейтронами и фотонами со значениями, вычисленными на основе простой модели жидкой капли, пренебрегая поправками на поляризуемость и сжимаемость.

Нерегулярные отклонения наблюдаемых величин от вычисленных примерно соответствуют ожидаемому влиянию типичных квадрупольных моментов (рис. 29).

Порог деления нейтронами					
Ядро-мишень	Составное ядро	Энергия порога для нейтронов E_n (в Мэв)**	Энергия связи нейтрона B_n (в Мэв)***	Наблюдённый барьер $E_n + B_n = F_n$ (в Мэв)	Вычисленный барьер ****) F_n (в Мэв)
$^{90}\text{Th}^{232}$	$^{90}\text{Th}^{233}$	1,05	$4,9 \pm 0,2$	$6,0 \pm 0,2$	6,5
$^{91}\text{Pa}^{231}$	$^{91}\text{Pa}^{232}$	0,45	$4,9 \pm 0,4$	$5,4 \pm 0,4$	5,0
$^{92}\text{U}^{238}$	$^{92}\text{U}^{239}$	0,92	$4,6 \pm 0,2$	$5,5 \pm 0,2$	5,5
$^{92}\text{U}^{234}$	$^{92}\text{U}^{235}$	0,28	$4,9 \pm 0,4$	$5,2 \pm 0,4$	4,5
$^{93}\text{Np}^{237}$	$^{93}\text{Np}^{238}$	0,25	$5,0 \pm 0,4$	$5,3 \pm 0,4$	4,2

Порог фотоделения		
Ядро-мишень (составное ядро)	Наблюдённый порог деления **)	Вычисленный порог деления
$^{93}\text{Th}^{232}$	$5,40 \pm 0,22$	6,21
$^{92}\text{U}^{238}$	$5,18 \pm 0,27$	4,19
$^{92}\text{U}^{235}$	$5,31 \pm 0,27$	4,53
$^{92}\text{U}^{238}$	$5,08 \pm 0,15$	5,24
$^{94}\text{Pu}^{239}$	$5,31 \pm 0,25$	3,40

*) См. 28.

**) См. 29.

***) Табулированные энергии связи нейтронов получены путём интерполяции и экстраполяции энергий связи, вычисленных из (γ, n) - и (d, p) -реакций, систематизированных в работе Харвея⁵⁹ с учётом систематических отклонений, вызванных оболочкой в 126 нейтронов в величинах истинных энергий связи по отношению к величинам, отвечающим полуэмпирической формуле масс Вейцзекера-Ферми^{60,61}. Вычисление барьеров деления сделано по формуле рис. 3.

****) Формула для барьера деления рис. 3 даёт табулированные значения F_n при $u=1-x$. Здесь «параметр делимости» x равен, как на рис. 2, половине отношения кулоновской энергии к поверхностной энер-

Таблица II

Известные периоды, энергии и выходы запаздывающих нейтронов *)

Период полураспада	Энергия в $kэв$	Выход (в % по отношению к полному выходу нейтронов)	Литература
0,05 сек.	—	0,025	43
0,43 »	420	0,085	43
1,52 »	620	0,241	43
4,51 »	430	0,213	43
22,0 »	560	0,166	43
55,6 »	250	0,025	43
3 мин.	—	$8 \cdot 10^{-7}$	44
12 »	—	$3 \cdot 10^{-9}$	44
120 »	—	$1,3 \cdot 10^{-10}$	44

гии сферического ядра

$$x = \frac{1}{2} \frac{E_k}{E_n} = \frac{1}{2} \frac{\frac{3}{5} r_0^2}{4\pi r_0^2 O} \cdot \frac{Z^2}{A} = \frac{(Z^2/A)}{(Z^2/A)_{\text{пред}}}$$

Если подставить $r_0 = \frac{e^2}{2mc^2} = \frac{e^2}{1,022} \text{ Мэв}$ и $4\pi r_0^2 O = 14 \text{ Мэв}$ получим $(Z^2/A)_{\text{пред}} = 45,7^{62, 61}$. Вследствие неточности констант мы определим $(Z^2/A)_{\text{пред}}$ другим методом: используя $\xi_{\text{макс}}$, данное на рис. 3, получим:

$$F_n = 4\pi r_0^2 O A^{2/3} \xi_{\text{макс}}$$

Выбираем x так, чтобы получить экспериментальное значение $5,5 \text{ Мэв}$ для барьера деления U^{238} и подставляем два значения $4\pi r_0^2 O = 13,0 \text{ Мэв}$ и $14,0 \text{ Мэв}$, следующие из формул Вейцекера-Ферми и Финберга соответственно. Результирующие значения $(Z^2/A)_{\text{пред}}$ равны 46,78 и 46,45. Мы не вводим здесь малую поправку $(-0,38)$, вытекающую из того факта, что нулевое возбуждение уменьшается от $0,45 \text{ Мэв}$ при сферической форме до нуля, при форме, соответствующей максимуму барьерных кривых рис. 3. Отмечая нечувствительность результата к величине поверхностной энергии, мы выбираем произвольно значение $4\pi r_0^2 O = 13 \text{ Мэв}$, при котором вычислены приведённые в таблице величины барьеров.

Мы видим, что вычисленные и наблюдаемые величины отличаются больше, чем ошибки эксперимента, и вычисленные величины изменяются более резко с изменением Z^2/A , чем экспериментальные.

*) Происхождение запаздывающих нейтронов, сопровождающих деление, примерно в 1% случаев объясняется согласно⁵ следующим образом: 1) происходит деление; 2) возбуждение осколков снимается излучением; 3) происходит β -распад осколков; 4) в некоторых определённых продуктах деления высвобождение энергии при β -распаде больше энергии связи нейтрона в дочернем ядре; 5) в этих случаях дочернее ядро иногда оказывается возбуждённым и мгновенно испускает нейтрон. Средняя кинетическая энергия запаздывающих нейтронов, измеренная у некоторых групп, согласуется с вышеприведённым объяснением. Некоторые β -активные источники были идентифицированы радиохимически. В этих случаях нечётно-чётные переходы разрешают процессы β -распада с высвобождением энергии, превышающей энергию связи нейтрона.

Таблица III
Деление на три части*)

Составное ядро	Масса третьей части в атомных единицах массы	Пробег в сантиметрах воздушного эквивалента	Энергия в Мэв	Число двойных делений на одно тройное	Литература
$U^{235} +$ медленный нейтрон	от 40 до 90	—	>40	$7 \cdot 10^6$	47
U^{233} } + медленный нейтрон	13 ± 3	от 0 до 0,8		75	48
U^{235} }	13 ± 3	от 0 до 0,8		75	48
$Th^{232} +$ нейтрон 2,5 Мэв	8	—	20	10^8	49
$U^{235} +$ фотон 23 Мэв	8	—	20	10^4	50
U^{233} } + медленный нейтрон	4	от 10 до 50	от 5 до 25; максимум при 15	400	51
U^{235} }	4	от 10 до 50		500	51
Pu^{239} }	4	от 10 до 50		450	51
Th^{232} } + нейтрон 2,5 Мэв	4	—	от 5 до 23	~ 400	52
U^{238} }	4	—	от 5 до 21	~ 400	52
Th^{232} } + фотон 23 Мэв	4	—	—	~ 400	53
U^{238} }	4	—	17	—	54
$U^{235} +$ медленный нейтрон	1	—	до 2,1	5000	55

Различные виды деления на более чем две заряженные частицы были идентифицированы, следуя работе Альвареца⁵⁴. Раньше всех были опубликованы исследования, касающиеся α -частиц, совпадающих с делением^{63—65}. Эта работа была уточнена и расширена^{66—67}. Наиболее поздние и полные работы указаны для каждого вида деления в таблице. Было исследовано также угловое распределение α -частиц деления^{68, 69}, которое оказалось приблизительно гауссовым относительно направления 82° (по

*) Пробег выражен в сантиметрах воздушного эквивалента. Один сантиметр воздушного эквивалента — эквивалентная единица тормозной способности, соответствующая уменьшению пробега α -частицы или протона на один сантиметр воздуха при $15^\circ C$ и давлении 760 мм Hg.

отношению к направлению лёгкого осколка) с полушириной 25° ⁵². Малая вероятность деления на 3 равные части снова подчёркивает тот принцип (который уже очевиден при делении на две части), что деление масс прежде всего определяется динамикой переходных форм (рис. 50), а не общим балансом энергии конечных ядер, который значительно ниже в случае симметричного деления на три части, чем при делении на две части.

При испускании C^{12} или H^4 распределение масс между более тяжёлыми осколками близко к делению масс при делении на две части^{50, 69}.

Строки 4 и 5 таблицы относятся к Be^8 , который в действительности наблюдается, как близкие по направлению две α -частицы.

Были опубликованы также данные⁶⁶ относительно возможности деления на четыре осколка с массами более 20. Однако Титертон⁷⁰ высказал серьёзные возражения против этих соображений.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. N. Bohr, Nature, **137**, 344, 351 (1936).
2. N. Bohr, F. Kalckar, Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat-fys. Medd. **14**, № 10 (1937).
3. L. Meitner, O. R. Frisch, Nature **143**, 239 (1939).
4. N. Bohr, J. A. Wheeler, Phys. Rev. **55**, 426 (1939).
5. M. G. Mayer, Phys. Rev. **78**, 16, 22 (1950).
6. Haxel, Jensen, Suess, Zeits. f. Physik **128**, 295 (1950).
7. L. W. Nordheim, Phys. Rev. **75**, 1894 (1949).
8. E. Feenberg, K. C. Hamack, Phys. Rev. **75**, 1877 (1949).
9. W. Gordy, Phys. Rev. **76**, 139 (1949).
10. Townes, Foley, Low, Phys. Rev. **76**, 1415 (1949).
11. J. Rainwater, Phys. Rev. **79**, 432 (1950).
12. L. Rosenfeld, Nuclear Forces, New York (1948).
13. V. F. Weisskopf, Helv. Phys. Acta **23**, 187 (1950); Science **113**, 101 (1951).
14. A. Bohr, Phys. Rev. **81**, 134 (1950).
15. A. Bohr, Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat-fys. Medd. **26**, № 14 (1952); A. Bohr, B. R. Mottelson, Phys. Rev. **89**, 316 (1953).
16. G. Herzberg, Molecular Spectra and Molecular Structure, New York (1950).
17. W. I. Swiatecki, Phys. Rev. **83**, 178 (1951); C. F. Weizsäcker, Zeits. f. Physik **96**, 431 (1935); E. Feenberg, Phys. Rev. **60**, 204 (1941).
18. J. H. D. Jensen, P. Jensen, Zeits. Naturforsch. **5a**, 343 (1950).
19. E. P. Wigner, Nuclear Masses and Binding Energies, стр. 27, ч. IV; Nuclear Physics, Philadelphia (1941); E. Feenberg, Rev. Modern Phys. **19**, 239 (1947); W. J. Swiatecki, Proc. Phys. Soc. (London) **A64**, 226 (1951).
20. M. Goldhaber, E. Teller, Phys. Rev. **74**, 1046 (1948); H. Steinwedel, J. H. D. Jensen, Phys. Rev. **79**, 1019 (1950); Zeits. Naturforsch., **5a**, 413 (1950).
21. N. Bohr, F. Kalckar, Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat-fys. Medd. **14**, 10 (1937); V. F. Weisskopf, Phys. Rev. **52**, 295 (1937); Л. Ландау, Physik. Zeits. Sowjet. Un. **11**, 556 (1937); H. A. Bethe, Phys. Rev. **50**, 332 (1936); J. Bardeen, Phys. Rev. **51**, 799 (1937); J. Bardeen, E. Feenberg, Phys. Rev. **54**, 809 (1938); C. Van Lier, G. E. Uhlenbeck, Physika **4**, 531 (1937); L. Motz, E. Feenberg, Phys. Rev. **54**, 1055 (1938); V. F. Weisskopf, D. H. Ewing, Phys. Rev. **57**, 472, 935 (1940); I. N. Sneddon, B. F. Touschek, Proc. Cambridge Phil. Soc. **44**, 391 (1948); J. M. Blatt, V. F. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, New York (1952), гл. VIII, раздел 6.

22. H. Wergeland, Skrifter Norske Videnskaps-Akad. Oslo, № 1 (1941); H. Wergeland, Fysik. Verden **3**, 223 (1945); см. также Bethe, Rev. Modern Phys. **9**, 86 (1937).
23. E. Teller, J. Phys. Chem. **41**, 109 (1937); J. Neumann, E. P. Wigner, Physik. Zeits. **30**, 467 (1929).
24. L. Willets, Phys. Rev. **87**, 1018 (1952).
25. W. Y. Chang, Rev. Modern Phys. **21**, 166 (1949).
26. C. Zener, Proc. Roy. Soc. (London) **A137**, 696 (1932).
27. S. Frankel, N. Metropolis, Phys. Rev. **72**, 914 (1947); R. D. Present, J. K. Knipp, Phys. Rev. **57**, 751, 1188 (1940); Present, Reines, Knipp, Phys. Rev. **70**, 557 (1946).
28. U. S. Atomic Energy Commission. AECU-2040 (1952) не опубликовано.
29. Koch, McElhinney, Gasteiger, Phys. Rev. **77**, 329 (1950).
30. N. Bohr, Phys. Rev. **58**, 864 (1940).
31. E. Segrè, Phys. Rev. **86**, 21 (1952).
32. D. C. Brunton, G. C. Hanna, Phys. Rev. **75**, 990 (1949).
33. M. G. Mayer, Phys. Rev. **74**, 235 (1948); G. C. Wick, Phys. Rev. **76**, 181 (1949); K. H. Kingdon, Phys. Rev. **76**, 136 (1949).
34. T. D. Newton, Phys. Rev. **87**, 187 (1952); P. Fong, Phys. Rev. **89**, 332 (1953).
35. Я. Френкель, J. Phys. USSR **10**, 533 (1946); E. Bagge, Zeits. Naturforsch. **2a**, 565 (1947).
36. R. D. Present, J. K. Knipp, Phys. Rev. **57**, 751 (1940).
37. Jones, Fowler, Paehler, Phys. Rev. **87**, 174 (1952).
38. J. L. Fowler и др., Phys. Rev. **88**, 71 (1952).
39. Hanna, Harvey, Moss, Tunncliffe, Phys. Rev., **81**, 466 (1951).
40. Winhold, Demos, Halpern, Phys. Rev. **87**, 1139 (1952).
41. I. Halpern, E. J. Winhold, Progress Report of the Laboratory of Nuclear Science and Engineering (1952), не опубликовано.
42. Glendenin, Coryell, Edwards, Radiochemical Studies, The Fission Products, New York (1951); Plutonium Project Record, том. 9, часть IV.
43. Hughes, Dabbs, Cahn, Hall, Phys. Rev. **73**, 111 (1948).
44. Kunstadter, Floyd, Borst, Weremchuk, Phys. Rev. **83**, 235 (1951).
45. de Benedetti, Francis, Preston, Bonner, Phys. Rev. **74**, 1645 (1948).
46. J. S. Fraser, Phys. Rev. **85**, 726 (1952).
47. L. Rosen, A. M. Hudson, Phys. Rev. **78**, 533 (1950).
48. K. W. Allen, J. T. Dewan, Phys. Rev. **82**, 527 (1951).
49. E. W. Titterton, Phys. Rev. **83**, 1076 (1951).
50. Goward, Titterton, Wilkins, Nature **164**, 661 (1949).
51. K. W. Allen, J. T. Dewan, Phys. Rev. **80**, 181 (1950).
52. E. W. Titterton, Phys. Rev. **83**, 673 (1951).
53. E. W. Titterton, частное сообщение (1950).
54. E. W. Titterton, F. K. Goward, Phys. Rev. **76**, 142 (1949).
55. D. L. Hill, Phys. Rev. **87**, 1049 (1952).
56. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **52**, 1107 (1937).
57. А. Е. Мигдал, ЖЭТФ (1940).
58. K. W. Ford, Phys. Rev. **90**, 29 (1953).
59. J. A. Harvey, Phys. Rev. **81**, 353 (1950).
60. Э. Ферми, Ядерная физика, ИЛ, М., 1951.
61. E. Feenberg, Rev. Modern Phys. **19**, 239 (1947).
62. E. Feenberg, Phys. Rev. **55**, 504 (1939).
63. L. Green, D. Livesey, Conference on Physics of Fundamental Particles (1946).

64. Tsien, Chastel, Ho, Vigneron, *Comptes Rendus* **223**, 986, 1119 (1946); **224**, 272 (1947).
65. Farwell, Segré, Wiegand, *Phys. Rev.* **71**, 327 (1947).
66. Tsien, Ho, Chastel, Vigneron, *J. phys. et rad.* **8**, 165 (1947); **8**, 200 (1947).
67. L. Green, D. Livesey, *Phil. Mag.* **A241**, 323 (1948).
68. Wollan, Moak, Sawyer, *Phys. Rev.* **72**, 447 (1947).
69. L. Marschall, *Phys. Rev.* **75**, 1939 (1949).
70. E. W. Titterton, *Nature* **170**, 794 (1952).
71. W. E. Swjatecki, *Proc. Phys. Soc.* **A63**, 1208 (1950).
72. K. Way, *Phys. Rev.* **55**, 964 (1939).
73. C. F. Weiszäcker, *Die Atomkerne*, Leipzig (1937).
74. E. Feenberg, частное сообщение.
75. K. C. Hammack, *Topics in Nuclear Structure*, Washington (1951).
76. W. Elsasser, *J. phys. et rad.* **5**, 625 (1934).
77. H. Margenau, *Phys. Rev.* **46**, 613 (1934).
78. Perlman, Ghiorso, Seaborg, *Phys. Rev.* **77**, 26 (1950).
79. A. Bertelot, *J. phys. et rad.* **3**, 17 (1942).
80. I. Kaplan, *Phys. Rev.* **81**, 962 (1951).
81. J. M. Blatt, V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, New York (1952), гл. XI.
82. Rasmussen, Thompson, Ghiorso, *Phys. Rev.* **89**, 33 (1953).
83. W. P. Jesse, J. Sadauskis, *Phys. Rev.* **78**, 1 (1950).
84. A. J. Dempster, Отчёт ANL — 4355 (1949) не опубликовано.
85. Rasmussen, Reynolds, Thompson, Ghiorso, *Phys. Rev.* **80**, 475 (1950).
86. I. Perlman, T. J. Ypsilantis, *Phys. Rev.* **79**, 30 (1950).
87. P. Brix, H. Kopfermann, *Zeits. f. Physik* **126**, 344 (1949).
88. *Phys. Rev.* **77**, 26, (1950).
89. Richardson, Ball, Leith, Moyer, *Phys. Rev.* **86**, 29 (1952).
90. F. O. Rice, E. Teller, *J. Chem. Phys.* **6**, 489 (1938).
91. J. A. Harvey, *Phys. Rev.* **79**, 241 (1950).
92. Street, Ghiorso, Thompson, *Phys. Rev.* **84**, 135 (1952).
93. G. C. Baldwin, G. S. Klaiber, *Phys. Rev.* **71**, 3 (1947).
94. H. Steinwedel, J. H. D. Jensen, *Zeits. Naturforsch.* **5a**, 413 (1950).
95. G. T. Seaborg, *Phys. Rev.* **85**, 157 (1952).
96. Plutonium Project., *Rev. Modern Phys.* **18**, 539 (1946).
97. R. W. Spence, Отчёт BNL-C-9 (1949) не опубликовано.
98. P. R. O'Connor, G. T. Seaborg, *Phys. Rev.* **74**, 1259 (1948).
99. R. H. Goeckermann, I. Perlman, *Phys. Rev.* **73**, 1127 (1948).
100. Glendin, Steinberg, Inghram, Hess, *Phys. Rev.* **84**, 860 (1951).
101. W. J. Swiatecki, *Phys. Rev.* **83**, 178 (1951).
102. D. L. Hill, *Phys. Rev.* **78**, 330 (1950); **79**, 197 (1950); Докторская диссертация (не опубликовано).
103. Bonner, Ferrell, Rinehart, *Phys. Rev.* **87**, 1032 (1952).
104. D. L. Hill, *Phys. Rev.* **87**, 1034 (1952).
105. B. E. Watt, *Phys. Rev.* **87**, 1037 (1952).
106. Brunton, Hanna, Thompson, *Can. J. Research* **28A**, 190 (1950), **28A**, 498 (1950).