

# УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОБОЯ ТВЁРДЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

В. А. Чуенков

Электрификация нашей страны и проблема высоковольтной передачи электрической энергии на большие расстояния делают весьма актуальным вопрос об изучении механизма пробоя твёрдых диэлектриков.

Явление пробоя диэлектриков впервые наблюдал академик Василий Владимирович Петров в 1802 г.<sup>1,2</sup> Интенсивное и всестороннее изучение явления пробоя твёрдых диэлектриков (в дальнейшем только о таких диэлектриках и будет идти речь) началось в двадцатых годах нашего века в связи с проблемой передачи электрической энергии на большие расстояния. Ведущая роль в изучении пробоя твёрдых диэлектриков принадлежит советским учёным — А. Ф. Иоффе, А. А. Смурову, А. П. Александрову, Б. М. Вулу, В. А. Фоку, Я. И. Френкелю, Н. В. Курчатову, К. Д. Синельникову, А. А. Воробьёву и другим.

Б. М. Вул<sup>3</sup> показал, что явление пробоя твёрдых диэлектриков складывается из двух стадий: 1) потери диэлектриком электрической прочности и 2) разрушения диэлектрика (механического или теплового), сопровождающегося образованием узкого канала, пронизывающего всю толщину материала от одного электрода до другого.

Электрическая прочность, т. е. способность диэлектрика сохранять малое стационарное значение электропроводности в сильных полях, является важнейшим свойством электроизолирующих материалов. Опыт показывает, что до нарушения электрической прочности электропроводность медленно возрастает с увеличением поля. Количественной характеристикой электрической прочности диэлектриков служит значение напряжённости внешнего поля  $E_{пр}$  (пробивная напряжённость), при котором ток, текущий через диэлектрик, скачкообразно возрастает до очень больших значений.

На протяжении первой стадии пробоя свойства диэлектрика изменяются обратимым образом. Вторая стадия пробоя твёрдых

диэлектриков сопровождается необратимыми изменениями, вследствие чего после пробоя электрическая прочность материала не восстанавливается. Таким образом, под пробоем твёрдого диэлектрика следует понимать явление потери электрической прочности с последующим разрушением материала.

В зависимости от того, в какой вид энергии превращается энергия внешнего электрического поля внутри диэлектрика, различают следующие формы пробоя: тепловую, химическую и электрическую.

Механизм теплового пробоя состоит в следующем. Проходящий по диэлектрику слабый электрический ток нагревает его, что ведёт вследствие наличия отрицательного температурного коэффициента сопротивления к увеличению проводимости. Это вызывает дальнейший разогрев диэлектрика. Если условия теплоотдачи не обеспечивают отвода высвобождаемой мощности, то разогрев заканчивается проплавлением образца\*). Пробивное напряжение при тепловом пробое существенным образом зависит от температуры окружающей среды, условий теплоотвода, частоты внешнего поля, толщины образца, от времени, в течение которого диэлектрик находится под напряжением, а также от материала, формы и размеров электродов. Тепловая форма пробоя подробно изучена экспериментально<sup>4,5</sup>. Существует также принадлежащая академику В. А. Фоку<sup>6</sup> строгая теория этого явления, объясняющая его основные закономерности.

К химической форме пробоя относятся явления, при которых прохождение электрического тока через диэлектрик сопровождается химическими превращениями, ведущими к потере электрической прочности образца<sup>4,5</sup>. Эта форма пробоя чаще осуществляется в органических диэлектриках, но наблюдается и в неорганических материалах (рост дендритов).

При помощи надлежащего выбора материала и внешних условий можно предотвратить возникновение тепловой и химической форм пробоя диэлектриков. Возможность химической формы пробоя будет устранена, если подобрать материал, практически не изменяющийся при прохождении тока. Тепловой пробой устраняется улучшением условий теплоотвода, а также переходом к импульсному режиму подачи напряжения. Кроме того, необходимо устранить возможность краевых разрядов, которые могут вызвать местные необратимые и прогрессирующие изменения.

При осуществлении всех этих необходимых условий пробой диэлектриков все же происходит, причём при гораздо более высоких электрических полях ( $E_{пр} \sim 10^6$  в/см вместо  $10^4 - 10^5$  в/см).

\*) В термически малоустойчивых материалах проплавление может произойти и до нарушения теплового равновесия (так называемый тепловой пробой второго рода).

Соответствующая форма пробоя называется электрической. Электрическая прочность в случае электрического пробоя в однородном поле является непосредственной характеристикой вещества диэлектрика, тесно связанной с его микроскопической структурой и практически не зависящей от внешних условий. Высокое значение величины  $E_{пр}$ , соответствующей электрическому пробую, а также тесная связь её с внутренними свойствами вещества диэлектрика делают задачу изучения электрической формы пробоя весьма важной как для практики, так и для теории диэлектриков.

В результате многочисленных исследований электрического пробоя могут считаться твёрдо установленными следующие эмпирические закономерности:

1. Пробою предшествует более быстрый, чем линейный, рост тока с напряжением (закон Пуля). При достижении определённой напряжённости поля  $E_{пр}$  происходит нарушение электрической прочности, сопровождающееся скачкообразным ростом тока и обычно последующим разрушением диэлектрика.

2. Пробой заканчивается образованием узкого канала сечением порядка десятых долей миллиметра, проходящего через всю толщину диэлектрика.

3. Пробивная напряжённость для различных твёрдых диэлектриков (кристаллов, аморфных органических и неорганических тел) одного и того же порядка ( $\sim 10^6$  в/см; см. таблицу I).

Таблица I

Пробивная напряжённость некоторых материалов в  $10^3$  в/см при комнатной температуре<sup>5</sup>

Вещество	$E_{пр}$	Вещество	$E_{пр}$
NaF . . . . .	2,4	Кварц . . . . .	4,7—6,7
NaCl . . . . .	1,5	Слюда . . . . .	10—11
NaBr . . . . .	1,0—0,8	Парафин . . . . .	2—2,4
NaJ . . . . .	0,8	Стекло щелочное . . . . .	2,0
KCl . . . . .	1,0	Стекло оконное . . . . .	1,7
KBr . . . . .	0,8—0,83	Битум . . . . .	1,0
KJ . . . . .	0,6	Шеллак . . . . .	3,5
RbCl . . . . .	1,35	Резина . . . . .	1,0—2,15
RbBr . . . . .	0,5	Целлюлоза . . . . .	1,2—3,2
RbJ . . . . .	0,5	Азот при давлении 90 ат . . . . .	1,5

Такова же по порядку величины пробивная напряжённость для сжатых газов<sup>7</sup>.

4. В однородном электрическом поле пробивная напряжённость не зависит от толщины диэлектрика вплоть до  $10^{-4}$ — $10^{-5}$  см.

При дальнейшем уменьшении толщины образца пробивная напряжённость увеличивается (рис. 1) <sup>5</sup>.

5. Переход от испытаний в условиях постоянного напряжения к импульсному режиму не изменяет характера зависимости  $E_{пр}$  от толщины образца, а также численных значений  $E_{пр}$ , вплоть

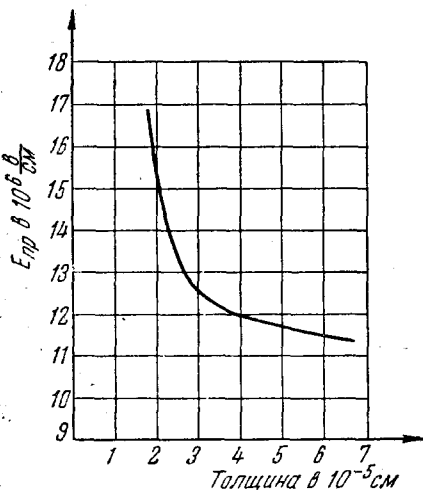


Рис. 1. Среднее значение  $E_{пр}$  для одного из видов слюды.

бой диэлектриков показали, что пробивная напряжённость не зависит от первоначальной концентрации электронов <sup>12</sup>.

10. Явление неполного пробоя <sup>4</sup> и в особенности открытое Б. М. Вулom <sup>13</sup> явление последовательного пробоя показывают, что разряд начинается в определённой точке диэлектрика, откуда он распространяется через толщу образца с конечной скоростью (порядка  $10^7 - 10^8$  см/сек).

11. Существует значительное расхождение в экспериментальных данных, относящихся к температурной зависимости пробивной напряжённости. Опыты одних авторов (<sup>14, 15, 16, 17</sup> и др.) показали, что в случае электрического пробоя пробивная напряжённость не зависит от температуры. Согласно данным других авторов (<sup>18, 19, 20, 21</sup>) для щелочно-галоидных кристаллов существует температурная зависимость  $E_{пр}$  в области электрического пробоя (рис. 2 и 3; кривые 1, 2 и 3 на рис. 2 получены при пробое на постоянном напряжении).

12. Возрастание электропроводности с ростом поля происходит за счёт увеличения числа свободных носителей тока, а не за счёт увеличения их подвижности <sup>22</sup>. При этом, как было по-

до длительности импульса порядка  $10^{-7} - 10^{-8}$  сек.

6. При длительности импульса, меньшей, чем  $10^{-7} - 10^{-8}$  сек, ряд исследователей наблюдал возрастание пробивной напряжённости <sup>8, 9, 10</sup>.

7. В случае неоднородного электрического поля среднее значение  $E_{пр} = \frac{V}{d}$  не остаётся постоянным в толстых образцах, а уменьшается с увеличением толщины диэлектрика.

8. Пробивная напряжённость не зависит от среды, в которую помещён диэлектрик, а также от материала электродов <sup>4, 11</sup>.

9. Опыты по влиянию внутреннего фотоэффекта на про-

казано Пружининой-Грановской для слюды<sup>23</sup>, подавляющее большинство носителей тока при высоких полях является электронами.

13. Имеются данные, свидетельствующие о том, что пробивная напряжённость щёлочно-галогидных соединений пропорциональна энергии решётки<sup>24</sup>.

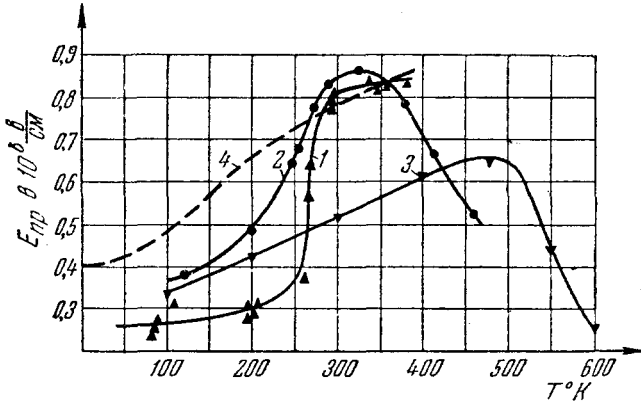


Рис. 2. Зависимость пробивной напряжённости KBr от температуры; кривые 1<sup>18</sup>, 2<sup>19</sup>, 3<sup>21</sup> получены опытным путём, кривая 4 рассчитана по теории Фрёлиха.

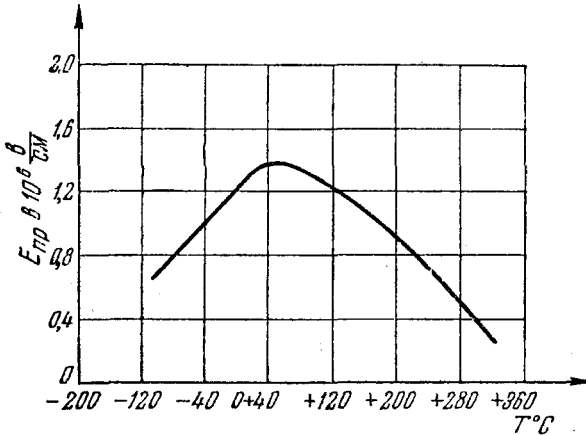


Рис. 3. Зависимость пробивной напряжённости NaCl от температуры.

Электрический пробой твёрдых диэлектриков представляет собой сложный комплекс физических (электрических, механических, тепловых и оптических) явлений. Началом развития пробоя является момент потери диэлектриком электрической прочности.

Соответствующее этим условиям значение  $E_{\text{пр}}$  представляет собой физическую характеристику вещества; при  $E = E_{\text{пр}}$  происходит переход диэлектрика в иное физическое состояние. В том случае, когда исключены различного рода побочные факторы (неоднородности поля, материала и т. д.), искажающие развитие пробоя, пробивная напряжённость оказывается в широких пределах не зависящей от условий опыта.

Нарушение электрической прочности обуславливает все остальные процессы, образующие в своей совокупности полную картину электрического пробоя (искра, разрушение материала и т. д.). Очевидно, что первой и основной задачей теории электрического пробоя является выяснение условий потери электрической прочности.

Все существующие теории электрического пробоя твёрдых диэлектриков можно разбить на две основные группы. К первой из них относятся теории, игнорирующие стадию нарушения электрической прочности диэлектрика и отождествляющие пробой непосредственно с механическим разрушением материала.

Первой теорией такого типа была теория Роговского<sup>25</sup>, согласно которой пробой есть механическое разрушение кристаллической решётки электростатическими силами. Очевидно, что условием пробоя по Роговскому должно быть равенство  $E_{\text{пр}}$  внутренним электростатическим силам в кристаллической решётке, т. е.  $E_{\text{пр}} \approx \frac{e}{\chi a^2} \approx 10^8$  в/см ( $e$  — заряд иона,  $a$  — постоянная решётки), что примерно в 100 раз превышает экспериментальные значения  $E_{\text{пр}}$ .

Из представлений Роговского следует также, что пробивная напряжённость должна существенно зависеть от диэлектрической проницаемости материала ( $E_{\text{пр}} \sim \frac{1}{\chi}$ ), чего на практике не наблюдается<sup>26</sup>. Кроме того, теория Роговского относится только к ионным структурам, тогда как согласно опытным данным порядок величины  $E_{\text{пр}}$  ( $\sim 10^6$  в/см) одинаков для самых различных твёрдых диэлектриков (ионные и валентные кристаллы, аморфные тела и др.; см. таблицу I), а также для сжатых газов. Это обстоятельство указывает на общий механизм пробоя конденсированных сред различной структуры.

Резкое несоответствие теории с опытом заставило Роговского предположить, что завышенные значения  $E_{\text{пр}}$  получаются в результате игнорирования механических дефектов (трещин) в диэлектрике. Предполагаемое влияние трещин сводилось к непрерывному росту их вследствие разрушений, вызываемых ионами, попадающими в трещины и разгоняемыми там электрическим полем. Таким образом, вместо разрыва решётки электростатическими силами выдвигалось представление об ударном разрушении решёт-

ки быстрыми ионами. При длине трещины  $\lambda \approx 10^{-5}$  см и энергии связи иона в решётке  $W = 2,13 \cdot 10^{-11}$  эрг Роговский получил удовлетворительные значения пробивной напряжённости

$$E_{\text{пр}} = \frac{W}{e\lambda} = 1,34 \cdot 10^6 \text{ в/см}, \quad (1)$$

где  $e$  — заряд иона.

Эта видоизменённая теория Роговского также вызывает серьёзные возражения (см. 4). Во-первых, газ, заполняющий трещину, будет пробиваться при меньших полях, чем твёрдый диэлектрик. Но в таком случае поле в трещинах будет слабым и заметное ускорение ионов в них невозможно. Заметное ускорение ионов невозможно также вследствие значительных потерь энергии при столкновениях с атомами газа, заполняющего трещину (массы ионов и атомов газа сравнимы по порядку величины). Во-вторых, экспериментально доказано, что  $E_{\text{пр}}$  в диэлектриках, не содержащих трещин (стекла), также равна по порядку величины  $10^6$  в/см, а не  $10^8$  в/см. В-третьих, выбор значения  $\lambda \sim 10^{-5}$  см является совершенно произвольным.

Первое из приведённых выше возражений пытался устранить Горовиц 27. Он предположил, что удлинение трещин вызывается электростатическими силами, создаваемыми зарядами, индуцированными на их внутренней поверхности. Причина появления этих зарядов состоит, по Горовицу, в ионизации газа в трещине, происходящей раньше пробоя твёрдого диэлектрика. Расчёт Горовица для каменной соли давал:

$$E_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{16\sigma}{\lambda x}} = 2 \cdot 10^6 \text{ в/см}, \quad (2)$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения, равный  $150$  г/сек<sup>2</sup>,  $x$  — диэлектрическая постоянная, равная  $5$ ,  $\lambda$  — длина трещины, равная  $10^{-5}$  см. Численное согласие с опытом достигалось, однако, путём специального подбора значения  $\lambda$ . При  $\lambda < 10^{-5}$  см и при отсутствии трещин формула Горовица расходится с опытом. Кроме того, она даёт ошибочную зависимость  $E_{\text{пр}}$  от  $x$  (см. опыты Б. М. Вула и др. 26 с титанатами, где  $E_{\text{пр}} = \text{const}$  при изменении  $x$  на два порядка).

К этой же группе теорий, кладущих в основу явления электрического пробоя стадию разрушения диэлектрика, следует отнести и представления А. А. Воробьёва и Е. К. Завадовской, развитые за последние годы (28, 29, 30, 31). Основу этих представлений составляет предположение о том, что ионы или атомы выбиваются прямым электронным ударом из их равновесных положений в твёрдом теле. Экспериментальное подтверждение своих представлений А. А. Воробьёв и Е. К. Завадовская усматривают в факте пропорциональности  $E_{\text{пр}}$  энергии решётки, установленном

ими для щёлочно-галогидных кристаллов. Определяя  $E_{\text{пр}}$  из условия пропорциональности энергии решётки и кинетической энергии электрона, приобретённой им в поле в одном случае за установленное эмпирическим путём время пробоя диэлектрика, а в другом — за время свободного пробега, А. А. Воробьёв и Е. К. Завадовская приходят к двум формулам\*):

$$\frac{e^2 E_{\text{пр}}^2}{m} \tau \Delta t = \alpha W, \quad (3)$$

$$\frac{e^2 \cdot E_{\text{пр}}^2}{m} \tau^2 = \beta W, \quad (4)$$

где  $\tau$  — время свободного пробега электрона,  $\Delta t \sim 10^{-8}$  сек — эмпирическое время пробоя диэлектрика,  $W$  — энергия решётки, если разрушение обусловлено выбиванием ионов, или же энергия диссоциации, если при пробое решётка разрушается на нейтральные атомы,  $e$  — заряд электрона,  $m$  — масса электрона,  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты пропорциональности.

Делая некоторые предположения о зависимости  $\tau$  от  $E$  [в случае (3)  $\tau \sim \frac{1}{E}$ , в случае (4)  $\tau \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$ ], авторы получают линейную зависимость  $E_{\text{пр}}$  от энергии решётки, в чём усматривают подтверждение своей гипотезы.

Не останавливаясь на подробном рассмотрении ряда несоответствий в рассуждениях авторов\*\*), отметим основной дефект их теории. Известно, что энергия  $\Delta\varepsilon$ , передаваемая электроном при столкновении с ионом или атомом массы  $M$ , равна лишь незначительной доле всей его энергии  $\varepsilon$ , а именно:

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{m}{M} \varepsilon.$$

\*) А. А. Воробьёв и Е. К. Завадовская не указывают, в каком соотношении находятся между собой эти формулы и в каком случае следует применять ту или другую из них.

\*\*) Например, в статье<sup>29</sup>  $E_{\text{пр}}$  определяется из условия минимума подвижности, причём расчёт производится, исходя из приближённой формулы

$$\mu = \text{const} \cdot \frac{e^{bE}}{E}$$

( $\mu$  — подвижность,  $b = \text{const}$ ), при помощи которой автор аппроксимирует формулу

$$\mu = \text{const} \cdot \frac{\text{sh } bE}{E}.$$

Но  $\mu$  согласно последней формуле вовсе не обладает минимумом.



При энергии связи иона (или атома) в решётке порядка  $10 \text{ эв}$  прямое разрушение решётки электронным ударом возможно при условии, если электрон будет обладать энергией порядка  $10^4 \text{ эв}$ , для чего ему необходимо в поле  $10^6 \text{ в/см}$  пройти без столкновений расстояние в  $10^6 - 10^7$  постоянных решётки.

Возможность появления в диэлектрике электронов таких энергий при обычных пробивных полях практически исключена прежде всего вследствие высоких ионизационных потерь, возникающих при значительно меньших энергиях ( $20 - 30 \text{ эв}$ ). Последнее обстоятельство указывает на то, что гораздо раньше, чем появится возможность непосредственного механического разрушения решётки электронами, должен осуществиться пробой диэлектрика, обусловленный образованием электронной лавины в результате ударной ионизации.

Все остальные теории, во многом различающиеся в деталях, сходны в том, что проблема электрического пробоя рассматривается в них как проблема нарушения полем электрической прочности материала. Эти теории не рассматривают всей картины развития пробоя, а ограничиваются его начальной стадией — стадией потери электрической прочности.

Первой теорией электрического пробоя как явления скачкообразного возрастания проводимости диэлектриков была теория А. Ф. Иоффе<sup>32, 33</sup>, предложенная в 1928 г. А. Ф. Иоффе впервые высказал идею о том, что в твёрдом теле при наложении сильного электрического поля имеет место ударная ионизация. При этом в соответствии с представлениями того времени о проводимости диэлектриков А. Ф. Иоффе считал носителями тока свободные ионы и трактовал возрастание электропроводности диэлектриков в сильных полях как результат выбивания ионов из узлов решётки свободными ионами, разгоняемыми электрическим полем.

В общих чертах предполагаемый механизм пробоя состоял в следующем. Для осуществления ударной ионизации свободный ион должен приобрести в поле некоторую минимальную энергию  $eP_0$ , равную энергии связи иона в решётке. Вследствие неионизационных соударений ион теряет часть получаемой от поля энергии, поэтому разность потенциалов  $P$  на длине  $\lambda$ , проходя которую он приобретает энергию  $eP_0$ , должна быть больше  $P_0$ .  $P$  определяется из условия равенства величины  $e(P - P_0)$  потерям энергии иона на пути  $\lambda$ . При плотности  $n_0$  первичных свободных ионов, созданных в самом диэлектрике каким-то неударным механизмом, концентрация ионов у второго электрода после наложения поля равна

$$n = n_0 \frac{P}{V} \left( e^{\frac{V}{P}} - 1 \right), \quad (5)$$

где  $\frac{V}{P} = \frac{d}{\lambda} = Z$  — общее число ионизаций, производимых одним ионом в диэлектрике при разности потенциалов  $V$ .

Условием увеличения плотности подвижных ионов в диэлектрике является, очевидно, требование

$$Z = \frac{d}{\lambda} = \frac{V}{P} \gg 1,$$

причём предполагалось, что при  $Z \lesssim 10$  ( $\frac{n}{n_0} \sim 10^3$ ) ионизация влечёт за собой лишь отклонения от закона Ома и лишь при достаточно больших  $Z$  ( $Z \gtrsim 20$ ) — пробой диэлектрика.

Предполагая, что  $\lambda$  — порядка тех расстояний ( $10^{-4}$  см), на которых устанавливается равномерный дрейф ионов в электрическом поле (т. е. когда  $v = \mu E$ ), А. Ф. Иоффе приходит к выводу, что при  $Z \gg 1$  (толстые образцы) условием пробоя является возникновение ударной ионизации, ибо в этом случае [см. (5)] условие получения критической концентрации ионов у второго электрода будет заведомо выполнено. Отсюда следует, что при больших  $d$  пробивная напряжённость не зависит от толщины образца.

При  $d \sim \lambda$  для осуществления пробоя уже недостаточно возникновения ударной ионизации, ибо даже при её наличии концентрация ионов у второго электрода может не достигнуть критического значения. Поэтому условием пробоя тонких образцов является получение критической концентрации ионов у второго электрода, согласно формуле (5), равносильное условию  $V_{пр} = \text{const}$  (при  $P$ , слабо зависящем от  $V$ ). Следовательно, при пробое тонких образцов ( $d \sim \lambda$ ) будет иметь место увеличение  $E_{пр} = \frac{V}{d}$  с уменьшением  $d$ .

Представления, высказанные А. Ф. Иоффе, позволяли качественно объяснить некоторые черты явления электрического пробоя диэлектриков: увеличение тока перед пробоем, независимость пробивной напряжённости от толщины диэлектрика в толстых образцах и рост пробивной напряжённости с уменьшением  $d$  при пробое тонких образцов, независимость  $E_{пр}$  от окружающей среды и материала электродов (ионизация происходит в самом диэлектрике).

Однако дальнейшее экспериментальное и теоретическое изучение электрических свойств твёрдых тел привело к необходимости отказаться от представления об ионной природе проводимости диэлектриков в сильных полях. Вследствие больших потерь при столкновениях ион — ион или ион — атом возможность ускорения иона в твёрдом теле до энергии порядка  $10$  эв практически исключена<sup>34</sup>. Прямыми опытами было показано, что возрастание элек-

тропроводности ионных кристаллов при высоких полях происходит за счёт увеличения концентрации электронов, а не ионов<sup>23</sup>. Теоретическое рассмотрение показало<sup>35</sup>, что при ионном характере проводимости закон Ома вплоть до пробивных полей должен соблюдаться, чего на опыте не наблюдается. Наблюдаемое на опыте время пробоя ( $\leq 10^{-8}$  сек) не соответствует представлению об ионизации тяжёлыми частицами.

Вслед за А. Ф. Иоффе идея ударной ионизации была развита А. А. Смуровым<sup>36, 37</sup>. Существенно новым в теории Смурова является предположение об электронном характере электропроводности диэлектриков и об ионизации диэлектриков электронным ударом в сильных электрических полях. Явление пробоя, по Смурову, протекает следующим образом. При наложении внешнего электрического поля отрицательные заряды на катоде и положительные заряды на прилегающей к катоду стороне диэлектрика образуют двойной электрический слой, внутри которого возникают большие градиенты потенциала, способные вызвать электростатическую ионизацию атомов диэлектрика. Образованные таким образом свободные электроны будут двигаться под влиянием внешнего поля от катода к аноду. При этом в головной части электронного облака (на расстояниях порядка  $10^{-7}$  —  $10^{-8}$  см от него) образуются поля порядка  $10^8$  в/см, приводящие к дополнительной электростатической ионизации. Наряду с электростатической ионизацией при движении электронного облака происходит также ионизация электронным ударом, причём внутри облака, где поля малы, осуществляется исключительно ударная ионизация. Положительный объёмный заряд, оставшийся после ухода электронного облака в анод, вызывает перераспределение потенциала и возникновение внутренних полей, способствующих ещё более сильному росту концентрации свободных электронов в диэлектрике вследствие электростатической и ударной ионизаций. Этот механизм, заключает Смуров, должен привести в конце концов к тем значениям токов, которые имеют место при нарушении электрической прочности диэлектрика.

Идеи, высказанные А. Ф. Иоффе и А. А. Смуровым (ионизация электронным ударом, электростатическая ионизация, влияние объёмных зарядов на пробой диэлектриков), сохранились в последующих теориях пробоя и определили пути их развития. Однако в своём первоначальном виде эти представления были недостаточны для истолкования явления электрического пробоя твёрдых диэлектриков. Они носили качественный характер и не содержали критерия пробоя, т. е. не определяли тех условий, при которых скачком наступает качественное изменение свойств диэлектрика — потеря электрической прочности.

Развитие квантовой механики способствовало разработке теорий, объясняющих потерю электрической прочности диэлектриков

с позиций квантовомеханических представлений об электронах, атомах и твёрдых телах. При этом одни авторы (Зинер, Ф. Ф. Волькенштейн и др.) положили в основу своих теорий идею об электростатической ионизации, игнорируя механизм ионизации электронным ударом. Другое направление в теории потери электрической прочности (Гиппель, Фрелих, А. Ахизер, и И. Лифшиц и др.) исходит из идеи об ударной ионизации.

Зинер<sup>38</sup> предположил, что резкое возрастание тока при нарушении электрической прочности диэлектрика можно объяснить просачиванием электронов из валентной зоны в зону проводимости под влиянием сильного электрического поля (туннельный эффект). Вероятность туннельного эффекта в твёрдых телах вычислялась рядом авторов<sup>(34, 38, 39, 40)</sup>. Наиболее строгим является расчёт Хаустона<sup>40</sup>, дающий следующее выражение для вероятности прохождения электрона через потенциальный барьер в единицу времени:

$$p = \frac{eEa}{h} \frac{e^{-\alpha}}{(1 - e^{-\alpha})^2}, \quad (6)$$

причём

$$\alpha = \frac{\pi^2 mau^2}{eh^2E},$$

где  $E$  — напряжённость поля,  $a$  — постоянная решётки,  $e$  — заряд электрона,  $h$  — постоянная Планка,  $m$  — масса электрона,  $u$  — ширина запрещённого участка.

Формула Зинера

$$p = \frac{eEa}{h} e^{-\alpha} \quad (7)$$

мало отличается от формулы (6) вплоть до полей порядка  $10^9$  в/см. Следует указать, что все перечисленные авторы для определения  $p$  решали в том или ином приближении уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, E) + V(\mathbf{r}) \cdot \psi(\mathbf{r}, E) - eE\mathbf{r} \cdot \psi(\mathbf{r}, E) = \varepsilon \cdot \psi(\mathbf{r}, E), \quad (8)$$

предполагая, что потенциал внешнего поля мало меняется на протяжении постоянной решётки, что и имеет место в действительности.

Критерием потери электрической прочности Зинер считает относительное увеличение  $p$  в 100 раз. Это произойдёт согласно формуле (7) при изменении  $E$  от  $1 \cdot 10^6$  в/см до  $1,13 \cdot 10^6$  в/см, если  $u = 2$  эв,  $a = 3 \cdot 10^{-8}$  см. Отсюда делается заключение, что теория согласуется с опытом (опытное значение  $E_{пр} \approx 10^6$  в/см). Однако при более подробном рассмотрении теория Зинера вызывает ряд серьёзных возражений, которые в основном сводятся к следующему.

Критерий нарушения электрической прочности в теории Зинера выбран совершенно произвольно. Почему потеря электрической прочности наступает при относительном возрастании  $p$  в 100 раз, соответствующем изменению  $E$  от  $1 \cdot 10^6$  в/см до  $1,13 \cdot 10^6$  в/см (при  $u = 2$  эв,  $a = 3 \cdot 10^{-8}$  см), а не при возрастании в  $10^{15}$  раз, соответствующем изменению  $E$  от  $1 \cdot 10^5$  в/см до  $1,1 \cdot 10^5$  в/см [см. (7)], — остаётся непонятным. Это можно было бы оправдать, если бы при  $E \approx 10^6$  в/см прирост проводимости, вызванный туннельным эффектом, становился соизмеримым с собственной проводимостью диэлектрика, а при  $E < 10^6$  в/см оставался бы гораздо меньшим. Но, как будет показано дальше, такое соотношение между собственной и добавочной проводимостью не осуществляется. Таким образом, условие потери электрической прочности в теории Зинера не вытекает из самой теории, а искусственно привнесено в неё извне. По существу, теория Зинера не содержит критерия потери электрической прочности.

Определим согласно теории Зинера, чему равна плотность тока  $i = env_{др}$  при напряжённости поля, равной  $E$ . Скорость дрейфа электронов  $v_{др} = \mu E$ , причём подвижность  $\mu$  в общем случае <sup>41, 42</sup> зависит от  $E$ . Концентрация свободных электронов определяется из условия баланса процессов перехода электронов между валентной зоной и зоной проводимости:

$$Np = An^2. \quad (9)$$

Здесь  $N$  — плотность электронов в валентной зоне,  $n$  — концентрация свободных электронов, равная концентрации дырок,  $p$  — вероятность высвобождения электрона,  $A$  — вероятность рекомбинации ( $p$  и  $A$  отнесены к единице времени).

Из (9) следует, что

$$n = \sqrt{\frac{Np}{A}}. \quad (10)$$

Подставляя значение  $p$  из (7), находим, что <sup>\*</sup>)

$$i = e \sqrt{\frac{eNa}{hA}} \mu E^{3/2} e^{-\frac{\pi^2 mau^2}{2eh^2E}}. \quad (11)$$

<sup>\*</sup>) Зингерман <sup>43</sup>, излагая теории Зинера и Я. И. Фрэнкеля, записывает плотность тока в виде

$$i = \frac{2e^2 E}{ha^2} e^{-\alpha}$$

[см. (6) и (7) у Зингермана]. Легко видеть, что приводимая Зингерманом формула ошибочна; правая и левая части её имеют разную размерность:

$$[i] = a/см^2, \quad \left[ \frac{e^2 E}{ha^2} \right] = a/см^3.$$

При  $N = 10^{22} \text{ см}^{-3}$   $a = 3 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ,  $u = 9,6 \text{ эв}$  (для NaCl),  $E = 10^6 \text{ в/см}$ ,  $\mu = 10 \text{ см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$ ,  $A = S_p \cdot v \approx 10^{-15} \cdot 10^7 = 10^{-8} \text{ см}^3/\text{сек}$  ( $S_p$  — эффективное сечение рекомбинации)

$$i = 4,3 \cdot 10^{-187} \text{ а/см}^2.$$

Этот ток исчезающе мал не только по сравнению с предпробивными токами, наблюдаемыми при  $E \approx 10^6 \text{ в/см}$  ( $i \approx 10^{-9} \text{ а/см}^2$  для NaCl<sup>44</sup>), но и по сравнению с токами проводимости в диэлектриках при малых полях ( $i \approx 10^{-13} \text{ а/см}^2$  при  $E \approx 10^4 \text{ в/см}$ ). Следовательно, теория Зинера не согласуется с экспериментом и не соответствует истинному механизму электрического пробоя.

Попытки усовершенствовать теорию Зинера (34, 39, 40, 45, 46, 47) не увенчались успехом.

Ф. Ф. Волькенштейн<sup>45</sup> решал уравнение (8) с учётом изменения потенциала внешнего поля на протяжении постоянной решётки. Волновую функцию, описывающую поведение электрона в кристалле при наложении поля, он представлял в виде линейной комбинации электронных волновых функций в изолированном атоме. Решение задачи проводилось методом возмущений. В результате Ф. Ф. Волькенштейн пришёл к выводу, что вследствие штарк-эффекта разрешённые энергетические зоны в твёрдом теле должны расширяться при наложении внешнего поля. Учитывая вызываемое этим эффектом сужение запрещённой зоны и увеличение в связи с этим прозрачности потенциального барьера, Ф. Ф. Волькенштейн пришёл к следующей формуле для вероятности прохождения электрона из заполненной зоны в зону проводимости в единицу времени:

$$p = \frac{eEa}{h} e^{-\alpha \left(1 - \frac{\Delta u}{u}\right)^2}, \quad (12)$$

где  $\Delta u(E)$  — изменение ширины запрещённого участка, зависящее от величины напряжённости поля, остальные обозначения те же, что и в формуле (6). Зависимость  $\Delta u(E)$  Ф. Ф. Волькенштейн определяет на основании данных об эффекте Штарка в изолированных атомах. Критерием нарушения электрической прочности является выполнение равенства

$$\Delta u(E_{\text{пр}}) = u, \quad (13)$$

выражающего условие слияния валентной и свободной зон.

По оценкам Ф. Ф. Волькенштейна<sup>45</sup> величина  $E_{\text{пр}}$  при этом предположении лежит в пределах от  $10^5 \text{ в/см}$  до  $10^7 \text{ в/см}$ . Можно думать, однако, что эти оценки сильно занижены и что предполагаемый эффект мог бы осуществляться лишь при значительно больших полях.

Из теоретических соображений следует, что заметного расширения энергетических зон в твёрдом теле при полях порядка  $10^6 \text{ в/см}$  (пробивные поля) не произойдёт, ибо каждый атом диэлектрика ещё до наложения внешнего поля уже подвергается действию более сильных полей ( $\sim 10^8 \text{ в/см}$ ) окружающих атомов.

На это обстоятельство впервые обратил внимание А. А. Воробьев<sup>48</sup>. Да и сам автор теории в более поздних работах показал<sup>49</sup>, что при полях  $10^6$  в/см  $\Delta u = 10^{-1} - 10^{-2}$  эв, тогда как значение  $u$  для щёлочно-галлоидных кристаллов составляет  $\sim 10$  эв.

Опыты А. А. Воробьева<sup>48</sup> по определению длинноволновой границы ультрафиолетового поглощения в щёлочно-галлоидных кристаллах, помещённых в сильное поле, подтвердили справедливость утверждения о независимости ширины запрещённого участка от напряжённости внешнего поля при  $E \approx 10^6$  в/см. Попытки связать нарушение электрической прочности диэлектриков с электронными эффектами (просачивание электронов из катода в диэлектрик вследствие туннельного эффекта; см. Фаулер<sup>47</sup>, Ф. Ф. Волькенштейн<sup>46</sup>) также не увенчались успехом. Самым серьёзным возражением против этих теорий является факт независимости пробивной напряжённости от материала электродов<sup>11</sup>.

Я. И. Френкелем была предпринята попытка объяснить явление нарушения электрической прочности диэлектриков и электронных полупроводников при помощи комбинации механизма термической ионизации атомов и действия внешнего электрического

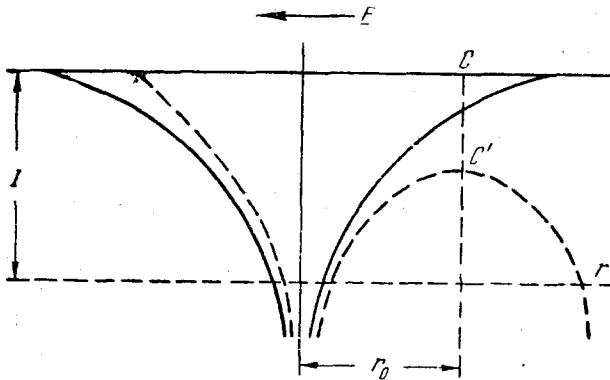


Рис. 4. К теории Я. И. Френкеля.

поля<sup>50</sup>. При этом полю отводилась роль вспомогательного фактора, облегчающего термическую ионизацию. Отмечая тот факт, что в аморфных диэлектриках нарушение электрической прочности происходит при тех же напряжёностях поля, что и в кристаллах, Я. И. Френкель делает вывод о второстепенной роли в явлении пробоя тех специфических условий движения электрона в кристалле, которые создаются из-за периодичности поля решётки. Отсюда следует утверждение автора о том, что кристалл и аморфное тело можно трактовать как совокупность отдельных атомов, помещённых в сплошную среду с диэлектрической постоянной  $\epsilon$ . Рис. 4 показывает ход потенциальной энергии электрона в функ-

мости (рис. 5) видно, что потери достигают максимального значения при вполне определённой энергии  $\epsilon_m$ . По расчётам Зигера и Теллера<sup>55</sup>, а также Каллена<sup>56</sup>  $\epsilon_m \approx 4\hbar\omega$ . Поскольку для оптической ветви колебаний решётки частоты лежат в узком интервале вблизи  $\omega_{\text{макс}}$ , а торможение на акустических колебаниях в случае ионных кристаллов незначительно<sup>57</sup> (для малых  $\epsilon$ ), наи-

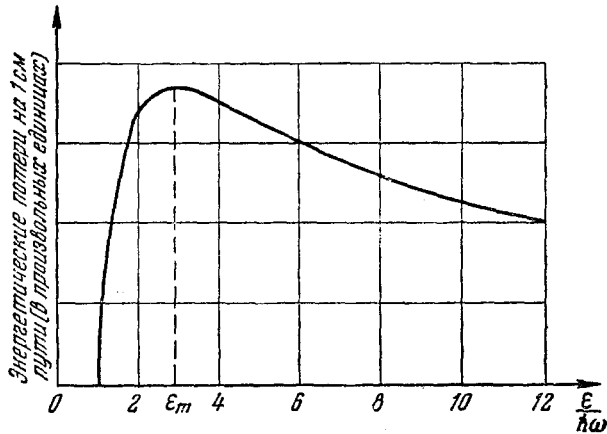


Рис. 5. Энергетические потери электрона на 1 см пути в функции от его энергии.

большие энергетические потери будут у электронов с энергией  $\epsilon_m \approx 4\hbar\omega_{\text{макс}}$ .

Если при некотором значении  $E$  энергетические потери электронов с энергией  $\epsilon_m$  станут меньше или по крайней мере равны энергии, получаемой этими электронами от поля, то при других  $\epsilon$  это условие будет по-прежнему выполнено. Следовательно, в таком поле все электроны будут ускоряться, стационарный режим электропроводности невозможен и в результате ускорения электронов будет происходить ударная ионизация атомов диэлектрика. При этом образуется электронная лавина, движущаяся от катода к аноду. Она оставляет за собой положительный объёмный заряд, который искажает поле, ослабляет структуру и способствует увеличению интенсивности ударной ионизации. В конце концов этот механизм приведёт к разрушению диэлектрика. Никаких дальнейших разъяснений относительно заключительной стадии пробоя в работах Гиппеля не даётся.

Такова точка зрения Гиппеля на механизм электрического пробоя твёрдых диэлектриков. К критическому разбору идей и результатов этой теории мы вернёмся после рассмотрения работ, посвящённых её количественной разработке.



Наиболее строго это сделано Калленом<sup>56</sup>. Теории Гиппеля и Каллена относятся непосредственно к ионным кристаллам шёлочно галоидного типа, как наиболее типичным и хорошо изученным экспериментально и теоретически твёрдым диэлектрикам. Однако существо дела остаётся тем же самым и для других типов твёрдых изоляторов.

Сущность теории Каллена состоит в следующем.

Согласно динамической теории решёток нормальные колебания двухатомных кристаллов могут быть представлены в форме плоских волн, волновой вектор  $\mathbf{L}$  которых  $(|\mathbf{L}| = \frac{1}{\lambda})$  принимает  $N$  дискретных значений, где  $N$  — число основных ячеек в кристалле<sup>57</sup>. Каждому значению  $\mathbf{L}$  соответствует шесть видов колебаний, три из которых являются оптическими и имеют относительно высокую частоту, и три — акустическими, имеющими относительно низкую частоту. В предельном случае длинных волн соседние ионы противоположного знака при оптических колебаниях совершают смещения с противоположными фазами, а при акустических — с одинаковыми фазами. Один из трёх видов колебаний каждого типа соответствует продольным волнам, а остальные два — поперечным. Известно также, что в двухатомных кристаллах ионного типа наибольшее рассеяние электроны испытывают на продольных оптических колебаниях. Учитывая это обстоятельство и считая электрон, находящийся в зоне проводимости в невозмущённом состоянии, свободной частицей с эффективной массой  $m^*$ , Каллен, используя результаты Фрëлиха<sup>58</sup>, вычисляет для электрона проводимости вероятность поглощения

$$\Phi_L^a = \left(\frac{ee^*}{a^3L}\right)^2 \frac{1}{NM\hbar\omega \left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1\right)} \frac{\sin \xi t}{\xi} \delta(\mathbf{K} - \mathbf{K}' \pm \mathbf{L}) \quad (18)$$

и вероятность испускания

$$\Phi_L^e = \left(\frac{ee^*}{a^3L}\right)^2 \frac{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}}{NM\hbar\omega \left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1\right)} \frac{\sin \xi t}{\xi} \delta(\mathbf{K} - \mathbf{K}' \pm \mathbf{L}) \quad (19)$$

фонона, имеющего энергию  $\hbar\omega$  и импульс  $\hbar\mathbf{L}$ . В формулах (18) и (19)  $M$  — приведённая масса ионов, составляющих решётку,  $a$  — постоянная решётки,  $\omega$  — частота продольных длинноволновых оптических колебаний,  $e^*$  — эффективный заряд иона, отличающийся от истинного заряда  $e$  вследствие влияния на электронную поляризацию кристалла внутреннего поля, создаваемого в результате смещения ионов при длинноволновых продольных оптических колебаниях;  $\hbar\xi = \epsilon' - \epsilon \pm \hbar\omega$ , где  $\epsilon$  и  $\epsilon'$  — энергия электрона соответственно до и после взаимодействия. Если  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{K}'$  — волновые

числа электрона соответственно до и после взаимодействия, то из законов сохранения энергии и импульса

$$\varepsilon' = \varepsilon \pm \hbar\omega + \hbar\xi, \quad (20)$$

$$\mathbf{K}' = \mathbf{K} + \mathbf{L} \quad (21)$$

получается следующее выражение для косинуса угла  $\alpha$  между векторами  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{L}$ :

$$\cos \alpha = -\frac{L}{2K} \pm \frac{m^*\omega}{2\pi\hbar KL} + \frac{\xi}{2\pi vL} \begin{cases} + & \text{для поглощения,} \\ - & \text{для испускания.} \end{cases} \quad (22)$$

Учитывая, что  $|\cos \alpha| \leq 1$ , получим предельные значения для  $L$  при данном  $K$ , а именно:

$$\left. \begin{aligned} L_{\text{макс}}^a &= K \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\varepsilon}} \right) \\ L_{\text{мин}}^a &= K \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\varepsilon}} \right) \end{aligned} \right\} \text{в случае поглощения} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} L_{\text{макс}}^e &= K \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega}{\varepsilon}} \right), \\ L_{\text{мин}}^e &= K \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega}{\varepsilon}} \right) \end{aligned} \right\} \text{в случае испускания.}$$

Из соотношений (23) видно, что медленные электроны взаимодействуют с более длинноволновыми колебаниями, чем быстрые.

Приведём вывод формул, определяющих эффективный заряд иона  $e^*$  и частоту  $\omega$  длинноволновых продольных оптических колебаний через экспериментально наблюдаемые величины. Пусть  $U_{+L}$  и  $U_{-L}$  — смещения положительных и отрицательных ионов при длинноволновом продольном оптическом колебании с волновым числом  $L$ . Тогда относительное смещение ионов и связанная с ним поляризация, соответственно, имеют значения

$$\mathbf{X}_L = U_{+L} - U_{-L}, \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_L = \frac{e^*}{2a^3} \mathbf{X}_L. \quad (25)$$

Напряжённость внутреннего поля равна

$$\mathbf{E} = -4\pi \mathbf{P}_L = -\frac{2\pi e^*}{a^3} \mathbf{X}_L, \quad (26)$$

а соответствующая этому полю плотность электростатической энергии

$$\omega'_L = \frac{\chi_0}{8\pi} \left( \frac{2\pi e^*}{a^3} \mathbf{X}_L \right)^2. \quad (27)$$

Здесь  $\chi_0$  — квадрат показателя преломления кристалла.

Поскольку внутреннее электрическое поле в решётке возникает только при оптических продольных колебаниях, объёмная плотность

энергии в этом случае на величину  $\omega'_L$  больше, чем в случае поперечных колебаний, т. е.

$$\frac{1}{2} \frac{M\omega^2}{2a^3} X_L^2 = \frac{1}{2} \frac{M\omega_f^2}{2a^3} X_L^2 + \frac{x_0}{8\pi} \left( \frac{2\pi e^{**}}{a^3} X_L \right)^2. \quad (28)$$

Из соотношения (28) находим связь между частотами  $\omega$  и  $\omega_f$ :

$$\omega^2 = \omega_f^2 + \frac{2\pi x_0 e^{*2}}{Ma^3}. \quad (29)$$

Чтобы получить второе соотношение, связывающее  $e^{**}$  и  $\omega$  с экспериментально наблюдаемыми величинами, рассмотрим поведение кристалла во внешнем поле  $D$ . Значения поляризации, напряжённости поля и плотности энергии в кристалле выражаются формулами:

$$P = \frac{e^{**}}{2a^3} X + \frac{x_0 - 1}{4\pi x_0} D, \quad (30)$$

$$E = -\frac{2\pi e^{**}}{a^3} X + \frac{D}{x_0}, \quad (31)$$

$$\omega' = \frac{x_0}{8\pi} \left( \frac{D}{x_0} - \frac{2\pi e^{**}}{a^3} X \right)^2, \quad (32)$$

$$\omega = \frac{M}{4a^3} \omega_f^2 X^2 + \frac{x_0}{8\pi} \left( \frac{D}{x_0} - \frac{2\pi e^{**}}{a^3} X \right)^2. \quad (33)$$

Находя из условия минимума  $\omega$  равновесное значение смещения  $X$  и подставляя его в (30), получим равновесное значение поляризации во внешнем поле  $D$ :

$$P = \frac{1}{2} \frac{e^{*2}}{Ma^3 \omega_f^2 + 2\pi x_0 e^{*2}} D + \frac{x_0 - 1}{4x_0} D. \quad (34)$$

Но

$$D = E + 4\pi P = \frac{D}{x} + 4\pi P \quad (35)$$

и, следовательно,

$$P = \frac{x - 1}{4\pi x} D. \quad (36)$$

Из (34) и (36) следует, что

$$\omega_f^2 = \frac{2 e^{*2}}{Ma^3} \frac{x_0^2}{x - x_0}. \quad (37)$$

Комбинируя (29) и (37), получим:

$$\omega^2 = \frac{2\pi e^{*2}}{Ma^3} \frac{x_0 x}{x - x_0}, \quad (38)$$

или

$$\frac{\omega^2}{\omega_f^2} = \frac{x}{x_0}. \quad (39)$$

Из (38) и (39) через  $\omega$ ,  $x_0$  и  $x$  можно легко выразить  $\omega$  и  $e^*$ . Зная  $\omega$  и  $e^*$ , Каллен получает возможность написать выражения для энергетических потерь и для энергии, получаемой электроном от поля, через экспериментально измеряемые величины и затем сравнить теорию с опытом. Пользуясь выражениями (18) и (19), Каллен рассчитывает для электрона с энергией  $\epsilon$  среднее значение энергетических потерь в единицу времени вследствие взаимодействия с колебаниями решётки:

$$\begin{aligned}
 B &= C \left( \frac{\hbar\omega}{\epsilon} \right)^{1/2} \left( \frac{e \frac{\hbar\omega}{kT}}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \int_{L_{\text{мин}}^e}^{L_{\text{макс}}^e} \frac{dL}{L} - \frac{1}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \int_{L_{\text{мин}}^a}^{L_{\text{макс}}^a} \frac{dL}{L} \right) = \\
 &= C \left( \frac{\hbar\omega}{\epsilon} \right)^{1/2} \left( \frac{e \frac{\hbar\omega}{kT}}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega}{\epsilon}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega}{\epsilon}}} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \ln \frac{\sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\epsilon}} + 1}{\sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\epsilon}} - 1} \right), \quad (40)
 \end{aligned}$$

где

$$C = \frac{\pi \sqrt{2m^*} (ee^*)^3}{Ma^3 \sqrt{\hbar\omega}}. \quad (41)$$

Энергия, получаемая электроном в единицу времени от поля, равна

$$A = \frac{e^2 E^2}{m^*} \tau, \quad (42)$$

где  $\tau$  — время свободного пробега для электрона с энергией,  $\epsilon$  — также может быть вычислено при помощи формул (18) и (19):

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\tau} &= \frac{\pi (ee^*)^2}{Ma^3 K^2 v \hbar\omega} \left( \frac{1}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \int_{L_{\text{мин}}^a}^{L_{\text{макс}}^a} L dL + \frac{e \frac{\hbar\omega}{kT}}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \int_{L_{\text{мин}}^e}^{L_{\text{макс}}^e} L dL \right) + \\
 &+ \frac{m^* (ee^*)^2}{2\pi Ma^3 \hbar^2 K^2 v} \left( \frac{e \frac{\hbar\omega}{kT}}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \int_{L_{\text{мин}}^e}^{L_{\text{макс}}^e} \frac{dL}{L} - \frac{1}{e \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \int_{L_{\text{мин}}^a}^{L_{\text{макс}}^a} \frac{dL}{L} \right) =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{B}{2\varepsilon} + \frac{C}{\hbar\omega} \left(\frac{\hbar\omega}{\varepsilon}\right)^{1/2} \cdot \left( \frac{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega}{\varepsilon}} + \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\varepsilon}} \right). \quad (43)$$

Напряжённость поля  $E$ , при которой для электронов с данной энергией  $\varepsilon$  энергетические потери на возбуждение колебаний решётки равны в среднем энергии, получаемой этими электронами от поля, определяется из условия

$$A = B. \quad (44)$$

Подставляя в (44) вычисленные выше значения  $A$  и  $B$ , Каллен находит, что

$$E = E_0 \left(\frac{\hbar\omega B}{C^2 \tau}\right)^{1/2}, \quad (45)$$

где

$$E_0 = \frac{\sqrt{2} \pi m^* e e^{*2}}{M a^3 \hbar \omega}. \quad (46)$$

Так же как и Гиппель, Каллен считает, что потеря электрической прочности наступит при выполнении условия (44) для электронов с энергией  $\varepsilon_m$ , торможение которых на колебаниях решётки максимально. Следовательно, по Каллену,

$$E_{\text{пр}} = E_0 \left(\frac{\hbar\omega \cdot B_{\text{макс}}}{C^2 \tau}\right)^{1/2}. \quad (47)$$

При  $T = 0$   $E_{\text{пр}} = E_0$ . Следовательно,  $E_0$  является пробивной напряжённостью при абсолютном нуле.

Формулы (33) и (39) позволяют написать выражение  $E_0$  через  $\omega_t$ ,  $x$  и  $x_0$ :

$$E_0 = \frac{2^{3/4} \pi^2 m^* e}{h^2} \hbar \omega_t \frac{x - x_0}{(x x_0)^{3/4}}. \quad (48)$$

Вычисленные Калленом по формулам (47) и (48) значения  $E_{\text{пр}}$  находятся в удовлетворительном согласии с опытом (таблица II) для большинства щёлочно-галогидных соединений. Однако это согласие нарушается и возникают значительные расхождения с опытом, если рассмотреть расчёт Каллена более строго и принять во внимание некоторые существенные обстоятельства, не учитываемые Калленом.

Приведённые выше результаты справедливы при двух предположениях: 1)  $\omega$  и  $e^{*2}$  связаны с  $\omega_t$ ,  $x$  и  $x_0$  формулами (38) и (39);

Теоретические (по Каллену) и экспериментальные значения пробивной напряжённости для ионных кристаллов  
в  $v/\text{см} \cdot 10^{-6}$

Кристаллы	$\kappa$	$\kappa_0$	$\frac{\hbar \omega_t}{\text{в эв}}$	$\frac{a}{\text{в \AA}}$	$\frac{\hbar \omega}{\text{в эв}}$	$e^* \cdot 10^{10}$	$\frac{E_0}{m^* = m}$ (теория)	$\frac{E_{\text{пр}}}{m^* = m}$ $T = 288^\circ \text{K}$ (теория)	$\frac{E_{\text{пр}}}{T = 288^\circ \text{K}}$ (опыт)	$\frac{E_{\text{пр}}^{\text{теор}}}{E_{\text{пр}}^{\text{экспер}}}$ $T = 288^\circ \text{K}$
LiF . . . . .	9,27	1,92	0,072	2,07	0,158	4,53	8,75	8,80	3,1	2,8
NaF . . . . .	6,0	1,74	0,033	2,31	0,061	2,59	3,34	3,57	2,4	1,5
NaCl . . . . .	5,62	2,25	0,024	2,81	0,038	2,09	1,35	1,57	1,5	1,1
NaBr . . . . .	5,99	2,62	0,018	2,97	0,027	1,65	0,78	0,98	0,81	1,2
KF . . . . .	6,05	1,85	0,03	2,66	0,054	3,25	2,72	2,96	1,9	1,6
KCl . . . . .	4,68	2,13	0,019	3,14	0,028	2,07	0,965	1,20	1,0	1,2
KBr . . . . .	4,78	2,33	0,015	3,29	0,021	1,86	0,63	0,85	0,70	1,2
KJ . . . . .	4,94	2,69	0,013	3,53	0,018	1,82	0,40	0,57	0,57	1,0
RbCl . . . . .	5,0	2,19	0,017	3,27	0,026	2,33	0,88	1,12	0,83	1,3
RbBr . . . . .	5,0	2,33	0,011	3,42	0,016	1,99	0,49	0,73	0,63	1,2
RbJ . . . . .	5,0	2,63	0,01	3,66	0,014	1,86	0,33	0,53	0,49	1,1

2)  $\omega$  не зависит от  $L$ . Второе из этих предположений позволяет Каллену вынести за знак интеграла выражения, зависящие от  $\omega$  (см. формулы (40) и (43)).

Предположение о независимости частоты от волнового числа можно считать оправданным, так как интервал частот оптических колебаний узок (см. <sup>37</sup>). Напротив, применение формул (38) и (39) при тех длинах волн в решётке, на которых в действительности происходит рассеяние электронов, вызывает возражения. Действительно, только для длинных продольных волн ( $\lambda \gg a$ ) электрическое поле, обусловленное собственными колебаниями решётки, не обращается в нуль при усреднении по объёму, содержащему много элементарных ячеек. Но по расчётам Каллена

$$\varepsilon_m = 4\hbar\omega, \quad (49)$$

что составляет для NaCl, например,  $2,44 \cdot 10^{-13} \text{ эрг} = 0,152 \text{ эв}$  (см. (38) и таблицу II). Волновое число электрона при такой энергии равно

$$K = 3,18 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1},$$

а

$$L_{\text{макс}}^a \approx L_{\text{макс}}^e = 6,36 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$$

(см. (23)); соответственно

$$\lambda = 1,57 \cdot 10^{-7} \text{ см},$$

т. е. 5—6 постоянных решётки (для NaCl). Следовательно, для электрона с энергией  $\varepsilon_m$  (см. (42), (43)) прирост энергии определяется в основном взаимодействием с такими продольными поляризонными волнами, для которых условие  $\lambda \gg a$  не выполняется.

В случае коротких волн среднее по объёму значение  $X_L$  равно нулю. Поэтому (см. (26) и (27))

$$E_L = 0, \quad \omega'_L = 0$$

и из (28) вместо (29) следует:  $\omega = \omega_r$ . Кроме того, в случае коротких волн отсутствуют эффекты, приводящие к появлению эффективного заряда иона  $e^*$  вместо истинного заряда  $e$ .

При

$$\lambda \approx (5 \div 6) a$$

следует ожидать, что значения  $\omega$  и  $e^*$  будут скорее удовлетворять равенствам

$$\omega = \omega_r, \quad e^* = e, \quad (50)$$

чем формулам (38), (39).

Разбивая область интегрирования в (40) и (43) на два промежутка ( $L_{\text{мин}}, L'$ ) и ( $L', L_{\text{макс}}$ ), где  $L' = \frac{1}{10a}$ , и полагая, что к появлению внутреннего поля приводят лишь поляризонные

колебания с длиной волны  $\lambda \gg 10a$ , получим:

$$B = \frac{\pi \sqrt{2m^*}}{Ma^3} \frac{e^4}{\sqrt{\hbar \omega_t}} \left( \frac{\hbar \omega_t}{\varepsilon} \right)^{1/2} \left[ \frac{e^{\frac{\hbar \omega_t}{kT}}}{\frac{\hbar \omega_t}{kT} - 1} \ln \frac{L_{\text{макс}}^e}{L'} - \frac{1}{\frac{\hbar \omega_t}{kT} - 1} \ln \frac{L_{\text{макс}}^a}{L'} \right] + \frac{\pi \sqrt{2m^*}}{Ma^3} \frac{(ee^*)^2}{\sqrt{\hbar \omega}} \left( \frac{\hbar \omega}{\varepsilon} \right)^{1/2} \times \left[ \frac{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}}}{\frac{\hbar \omega}{kT} - 1} \ln \frac{L'}{L_{\text{мин}}^e} - \frac{1}{\frac{\hbar \omega}{kT} - 1} \ln \frac{L'}{L_{\text{мин}}^a} \right], \quad (51)$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{B}{2\varepsilon} + \frac{1}{2} \frac{\pi \sqrt{2m^*} e^4}{Ma^3 \hbar \omega_t \sqrt{\varepsilon}} \left[ \frac{e^{\frac{\hbar \omega_t}{kT}}}{\frac{\hbar \omega_t}{kT} - 1} (L_{\text{макс}}^e)^2 + \frac{1}{\frac{\hbar \omega_t}{kT} - 1} (L_{\text{макс}}^a)^2 \right]. \quad (52)$$

Применяя тот же критерий пробоя, что и Каллен ( $B_{\text{макс}} = \frac{e^2 E_{\text{пр}}^2}{m^*} \tau_{\text{мин}}$ ), находим, что теоретические значения  $E_{\text{пр}}$  для щёлочно-галогидных кристаллов в несколько (5—6) раз выше экспериментальных. Таким образом, теория Каллена при последовательном проведении расчёта даёт завышенные значения  $E_{\text{пр}}$ .

В заключение заметим, что из теории Каллена следует температурная зависимость  $E_{\text{пр}}$ , изображённая на рис. 6.

Теория нарушения электрической прочности, основанная на идеях Гиппеля, разрабатывалась до Каллена Зигером и Теллером<sup>53</sup>, а также Францем<sup>54</sup>. Эти теории ничего нового не добавляют к теории Каллена и разработаны менее строго. Поэтому мы не будем рассматривать их подробно.

Фрелих<sup>58, 59, 60</sup>, исходящий в основном из тех же положений, что и Гиппель, считает, однако, в противоположность Гиппелю



и Каллену, что нарушение электрической прочности определяется поведением не медленных, а быстрых электронов.

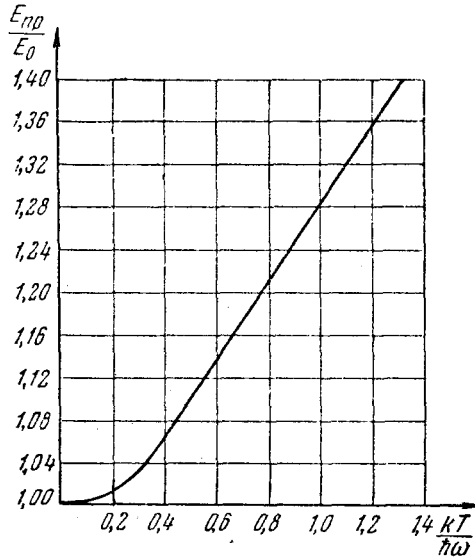


Рис. 6. Температурная зависимость  $E_{пр}$  для щёлочно-галогидных кристаллов по теории Каллена.

Для энергии  $A$ , получаемой электроном от внешнего поля, и энергии  $B$ , отдаваемой электроном решётке в единицу времени, Фрёлих получает следующие выражения:

$$A = \frac{e^2 E^2}{m^*} \tau = \frac{16 \sqrt{2} M a^7 \omega_t \varepsilon^{3/2} E^2}{2^{1/3} \cdot 3 m^{*1/2} e^2 \hbar} \int_0^{L_{\max}^0} L dL = \frac{4 \sqrt{2}}{2^{1/3} \pi^3} \frac{M a^5 \omega_t \varepsilon^{3/2} E^2}{m^{*1/2} e^2 \hbar} \left( 1 + \frac{2}{\frac{\hbar \omega_t}{e kT} - 1} \right)^{-1}, \quad (53)$$

$$B = \frac{2^{1/3} \pi e^4 m^{*1/2}}{M a^3 \varepsilon^{1/2}} \int_{L_{\min}}^{L_{\max}^0} \frac{dL}{L} = \frac{2^{1/3} \pi e^4 m^{*1/2}}{M a^3 \varepsilon^{1/2}} \ln \frac{2\pi (2\varepsilon)^{1/2}}{2^{1/3} m^{*1/2} \omega_t a}, \quad (54)$$

где

$$L_{\min} = \frac{m^* \omega_t}{2\pi \hbar K} \quad (55)$$

определяется из (23), а

$$L_{\text{макс}}^0 = \frac{1}{2^{2/3} a} \quad (56)$$

является волновым числом, соответствующим колебанию с наименьшей для данной решётки длиной волны; остальные обозначения прежние.

Энергия  $\epsilon'$  тех электронов, для которых при поле  $E$  в среднем балансируются потери и прирост энергии, определяется из условия  $A = B$ , причём из (53) и (54) следует, что

$$\epsilon' = \frac{2^{1/3} \pi e^3}{4Ma^4} \left[ \frac{2\pi m^* \hbar}{\omega_f} \ln \frac{2\pi (2\epsilon)^{1/2}}{2^{2/3} m^{*1/2} \omega_f a} \right]^{1/2} \times \\ \times \left( 1 + \frac{2}{\frac{\hbar \omega_f}{kT} - 1} \right)^{1/2} \frac{1}{E} = \frac{C}{E}. \quad (57)$$

Дальнейший ход рассуждений состоит в следующем. Если  $\epsilon' > I$ , где  $I$  — потенциал ионизации, то поле будет ускорять только те электроны, энергия которых  $\epsilon > \epsilon' > I$ .

После ионизации электроны будут иметь энергию  $\epsilon_2 < I < \epsilon'^*$  и, следовательно, будут замедляться, целиком отдавая решётке ту энергию, которую они получили от поля до ионизации. Следовательно, заключает Фрёлих, в этом случае имеет место стационарное состояние и нарушение электрической прочности не может осуществиться. Если же  $\epsilon' < I$ , то наряду с электронами, имеющими энергию, превышающую потенциал ионизации, будут ускоряться также электроны с энергией  $\epsilon$ , соответствующей неравенству  $\epsilon' < \epsilon < I$ . Эти последние электроны, ускоренные полем до энергии ионизации и более, вызывают ионизацию диэлектрика, после чего их энергия становится незначительной, и они тормозятся решёткой. Теперь уже энергия в количестве  $I - \epsilon$ , полученная электроном от поля, не передаётся решётке, а расходует на ионизацию. Часть медленных электронов снова забрасывается в результате флуктуаций в область энергий  $\epsilon' < \epsilon < I$ <sup>59</sup>, что приводит к новым актам ионизации, и т. д. Вследствие этого стационарное состояние при  $\epsilon' < I$  невозможно и должна наступить потеря электрической прочности.

Исходя из этих представлений, Фрёлих считает, что условием пробоя является равенство

$$A = B \text{ при } \epsilon' = I, \quad (58)$$

<sup>59</sup>) Согласно Фрёлиху ионизация происходит при  $\epsilon$ , незначительно превышающей  $I$ .

откуда (см. (53) и (54)) следует, что

$$E_{\text{пр}} = \frac{2^{1/3} \pi e^3}{4Ma^4 l} \left[ \frac{2\pi m^* h}{\omega_l} \ln \frac{2\pi (2l)^{1/2}}{2^{1/3} m^{*1/2} \omega_l a} \right]^{1/2} \left( 1 + \frac{2}{\frac{\hbar \omega_l}{e kT} - 1} \right)^{1/2}. \quad (59)$$

Сравнение опытных значений  $E_{\text{пр}}$  с теоретическими значениями по Фрëлиху дано в таблице III.

Таблица III

Теоретические (по Фрëлиху) и экспериментальные значения пробивных полей в кристаллах щëлочно-галондного типа (в  $10^5$  в/см)

Кристаллы	$E_{\text{пр}}$ теорет. при $T = 0^\circ \text{K}$	$E_{\text{пр}}$ теорет. при $T = 300^\circ \text{K}$	$E_{\text{пр}}$ эксп. при $T = 300^\circ \text{K}$
NaCl . . . . .	6,9	10,7	15
NaBr . . . . .	6,1	10,6	8,1
NaJ . . . . .	4,9	9,3	8
KCl . . . . .	3,8	6,6	10
KBr . . . . .	3,0	5,6	7
KJ . . . . .	2,5	5,1	6
RbCl . . . . .	2,7	4,8	8,3
RbBr . . . . .	2,0	4,2	6
RbJ . . . . .	1,4	3,1	5

Температурная зависимость  $E_{\text{пр}}$  для KBr, вычисленная по (59), была приведена на рис. 2 (стр. 139). Из рис. 2 видно, что предсказанная теорией Фрëлиха температурная зависимость  $E_{\text{пр}}$  качественно согласуется с опытными данными некоторых авторов<sup>19</sup>, количественное же согласие не имеет места. Как было отмечено выше, в опытах ряда других авторов не подтверждается и самый ход температурной зависимости.

Сравним теперь условия потери электрической прочности в теориях Гиппеля-Каллена и Фрëлиха. По Гиппелю и Каллену, нарушение электрической прочности происходит тогда, когда  $A = B$  при  $\epsilon = \epsilon_m$ ; по Фрëлиху — когда  $A = B$  при  $\epsilon = 1$ . Так как  $A = \frac{e^2 E^2}{m^*} \tau$ , то из условия  $A = B$  следует, что

$$E_{\text{пр}} = \frac{1}{e} \sqrt{\frac{B \cdot m^*}{\tau}}, \quad (60)$$

причём в одном случае в (60) следует подставить  $B_{\epsilon_m}$  и  $\tau_{\epsilon_m}$ , а в другом  $B_1$  и  $\tau_1$ . Так как  $B_{\epsilon_m} \gg B_1$  и  $\tau_1 \gg \tau_{\epsilon_m}$  (см. (51), (52), (53), (54)), то отношение пробивной напряжённости, определённой из критерия Фрëлиха, к пробивной напряжённости, определённой

из критерия Каллена, равно

$$\frac{E_{\text{пр}}^{\Phi}}{E_{\text{пр}}^{\text{К}}} = \sqrt{\frac{B_{\Gamma} \cdot \tau_{\varepsilon m}}{B_{\varepsilon m} \cdot \tau_{\Gamma}}} < \frac{1}{10}. \quad (61)$$

Между тем, как видно из таблиц II и III, обе теории приходят к одинаковым значениям  $E_{\text{пр}} \sim 10^6 \text{ в/см}$ , согласующимся с опытом. Выше было показано, что при более строгом проведении расчёта теория Каллена даёт завышенные значения  $E_{\text{пр}}$ . Анализ расчётов Фрелиха показывает, что последний также допускает ошибку, при устранении которой теория даёт заниженные по сравнению с опытом значения  $E_{\text{пр}}$ . Вычисляя потери по формуле (54), Фрелих полагает частоту продольных оптических колебаний равной частоте поперечных колебаний и  $e$  равным истинному заряду иона. Но это является справедливым не во всём промежутке интегрирования по волновым числам. Разбивая область интегрирования на два промежутка ( $L_{\text{мин}}, L'$ ) и ( $L', L_{\text{макс}}^0$ ), где  $L' = \frac{1}{10a}$  и полагая, что к появлению внутреннего поля приводят лишь продольные поляризационные колебания с длиной волны  $\lambda \geq 10a$ , получаем (см. (54), (55), (56)):

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{\frac{2m^*}{\varepsilon}} \frac{\pi (ee^*)^2}{Ma^3} \ln \frac{L'}{L_{\text{мин}}} + \sqrt{\frac{2m^*}{\varepsilon}} \frac{\pi e^4}{Ma^3} \ln \frac{L_{\text{макс}}^0}{L'} = \\ &= \sqrt{\frac{2m^*}{\varepsilon}} \frac{\pi (ee^*)^2}{Ma^3} \ln \frac{\pi \sqrt{2\varepsilon}}{5a\omega m^{*1/2}} + \sqrt{\frac{2m^*}{\varepsilon}} \frac{\pi e^4}{Ma^3} \ln \left( 10 \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \right). \quad (62) \end{aligned}$$

Пользуясь для определения энергетических потерь выражением (62), учитывающим поляризационные эффекты, обусловленные длинноволновыми колебаниями, и для определения  $\tau$  выражением (54)\*, из формулы (60) получим, что значения пробивной напряжённости по теории Фрелиха в несколько раз меньше экспериментальных значений. Как и следовало ожидать, эти значения более чем на порядок меньше значений  $E_{\text{пр}}$  в теории Каллена (см. (61)).

Теория Гиппеля-Каллена нарушения электрической прочности диэлектрика требует, чтобы поле ускоряло электрон с любой энергией, в том числе и с энергией  $\varepsilon_m$ , при которой происходит наиболее сильное торможение. Очевидно, что это требование является достаточным для осуществления пробоя, но не необходимым. Не исключено, что рост числа ионизаций и нарушение стационарного режима могут произойти и при меньших полях. Можно думать, что в этом состоит физическая причина получения в теории Гиппеля-Каллена завышенных значений пробивной напряжённости.

\*) При определении  $\tau$  поляризационные эффекты не играют роли, так как  $L_{\text{макс}}^0 \gg L^0$ .

В теории Фрëлиха условие пробоя сводится к ускорению полем электронов с энергией  $\epsilon > \epsilon' \approx I$ . Но при  $\epsilon < \epsilon'$  электроны в среднем тормозятся. Следовательно, пополнение числа электронов в области  $\epsilon' < \epsilon < I$  (а только эти электроны и могут в результате ускорения их полем вызывать ионизацию) может осуществляться только флуктуационным образом. Получение заниженного значения  $E_{пр}$  в теории Фрëлиха связано, по видимому, с недооценкой того, что вероятность подобных процессов очень мала.

Как в теории Гиппеля-Каллена, так и в теории Фрëлиха критерий пробоя вводится формально, а не вытекает непосредственно из самой теории\*). Не рассматривается явно процесс ионизации, определяющий, по существу дела, нарушение электрической прочности диэлектриков. Как справедливо указали А. Ахизер и И. Лифшиц<sup>61</sup>, теория нарушения электрической прочности должна опираться на решение кинетического уравнения для элект-

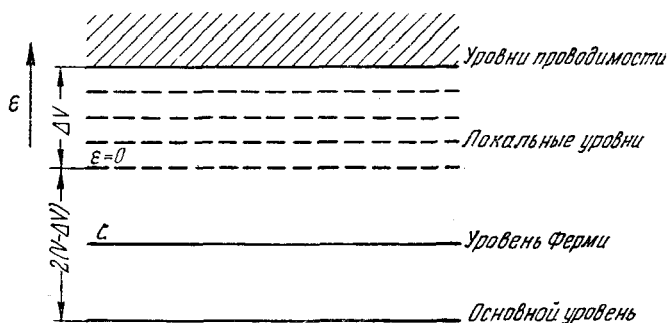


Рис. 7. Схема энергетических уровней диэлектрика в случае  $T > T_{кр}$  (по Фрëлиху).

ронов в диэлектрике. При этом в кинетическое уравнение должны быть явно введены члены, описывающие ударную ионизацию, а критерий пробоя должен непосредственно вытекать из решения.

Прежде чем переходить к постановке задачи в такой форме, рассмотрим для полноты обзора вторую теорию Фрëлиха<sup>62</sup>, предложенную им в 1947 г. для объяснения уменьшения  $E_{пр}$  при повышенных температурах, наблюдавшегося некоторыми авторами. Фрëлих предположил, что при некоторой критической температуре  $T_{кр}$ , характерной для каждого диэлектрика, изменяются закономерности электрического пробоя. Он исходил из энергетической схемы диэлектрика, изображенной на рис. 7.

При относительно низких температурах, когда общее число электронов в зоне проводимости и на локальных уровнях (кроме

\*) С этим обстоятельством связан, вероятно, тот вызывающий большие сомнения результат Фрëлиха, что пробивная напряженность обратно пропорциональна потенциалу ионизации (см. формулу (59)).

основного) мало, следует учитывать, по мнению Фрëлиха, только взаимодействие электронов проводимости с полем и с решёткой. Напротив, при достаточно высоких температурах, когда концентрация электронов с энергией  $\varepsilon > 0$  велика (рис. 7), Фрëлих считает, что вероятность столкновения свободного электрона с локальным гораздо больше, чем вероятность рассеяния на колебаниях решётки. В таком случае, подобно плазме газового разряда<sup>63</sup>, электроны в кристалле должны обладать в электрическом поле собственной температурой  $T$ , большей, чем температура решётки  $T_0$ . Температура  $T$  определяется из условия равновесия:

$$A = B(T, T_0), \quad (63)$$

где  $A$  — энергия, получаемая от поля в единицу времени всеми электронами (электроны проводимости плюс локальные электроны), находящимися в  $1 \text{ см}^3$ , а  $B(T, T_0)$  — энергия, отдаваемая в единицу времени электронами решётке. Величины  $A$  и  $B$  определяются следующим образом. Предполагая, что уровень Ферми  $\zeta$  проходит посередине между основным и первым локальным уровнями, т. е.

$$\zeta = -(V - \Delta V), \quad (64)$$

причём

$$-\zeta \gg kT, \quad \Delta V \gg kT, \quad (65)$$

получим для функции распределения электронов по энергиям следующее выражение:

$$f(\varepsilon) = \frac{g(\varepsilon)}{e^{\frac{\varepsilon + (V - \Delta V)}{kT}} + 1} \approx g(\varepsilon) \cdot e^{-\frac{\varepsilon + (V - \Delta V)}{kT}}. \quad (66)$$

Плотность уровней в зоне проводимости равна

$$g(\varepsilon) = \frac{4\pi(2m^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{\varepsilon}, \quad (67)$$

а средняя плотность локальных уровней  $\bar{g}_1$  полагается достаточно большой, чтобы между ними были возможны переходы с поглощением или испусканием кванта  $\hbar\omega$ . Соответственно концентрации электронов проводимости и локальных электронов равны

$$\begin{aligned} n_1 &= \int_{\Delta V}^{\infty} f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{4\pi(2m^*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{V}{kT}} \int_{\Delta V}^{\infty} \sqrt{\varepsilon} e^{-\frac{\varepsilon - \Delta V}{kT}} d\varepsilon = \\ &= \frac{4\pi(2m^*kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{V}{kT}} \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{\Delta V}{kT} + x} e^{-x} dx \approx \\ &\approx 4\pi \left( \frac{2m^*kT}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{\Delta V}{kT}} e^{-\frac{V}{kT}}, \quad (68) \end{aligned}$$

$$n_2 = \sum_{\varepsilon=0}^{\Delta V} g_1(\varepsilon) e^{-\frac{\varepsilon + (V - \Delta V)}{kT}} = e^{-\frac{V - \Delta V}{kT}} \cdot \sum_{\varepsilon=0}^{\Delta V} g_1(\varepsilon) e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \approx$$

$$\approx e^{-\frac{V - \Delta V}{kT}} g_1 \int_0^{\Delta V} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon \approx g_1 \cdot kT e^{-\frac{V - \Delta V}{kT}}. \quad (69)$$

Фрёлых считает, что число локальных электронов гораздо больше числа электронов проводимости, т. е.

$$n_2 \gg n_1. \quad (70)$$

Так как локальные электроны не могут быть ускорены полем, то энергию

$$A = \frac{e^2 E^2}{m^*} \tau n_1 \quad (71)$$

получают от поля только электроны проводимости. Напротив, вследствие (70), передача энергии решётке осуществляется в основном локальными электронами, которым электроны проводимости передают полученную от поля энергию. Предполагая, что все колебания решётки происходят с одной частотой  $\omega$ , Фрёлых получил для величины энергетических потерь в единицу времени выражение

$$B(T, T_0) = \frac{\hbar \omega}{e \frac{\hbar \omega}{kT} - 1} \left( e^{\frac{\hbar \omega}{kT_0} - \frac{\hbar \omega}{kT}} - 1 \right) \sum_{\varepsilon=0}^{\Delta V} \Phi(\varepsilon) \cdot f\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right), \quad (72)$$

где  $\Phi(\varepsilon)$  — вероятность перехода электрона из одного локального состояния в другое в результате взаимодействия с решёткой.

Подставляя в (63) выражения (71) и (72), разделив затем обе части полученного уравнения на  $n = n_2 + n_1 \cong n_2$  и обозначая среднее значение  $\Phi(\varepsilon)$  через  $\frac{1}{\tau_2}$ :

$$\frac{1}{n_2} \sum_{\varepsilon=0}^{\Delta V} \Phi(\varepsilon) \cdot f(\varepsilon) = \frac{1}{\tau_2}, \quad (73)$$

где  $\tau_2$  — слабо меняющаяся по сравнению с экспонентой функция температуры, приходим к уравнению

$$\frac{e^2 \cdot \tau}{\pi^2 g_1 \hbar^3} \sqrt{2m^* \Delta V} \cdot E^2 \cdot e^{-\frac{\Delta V}{kT}} = \frac{\hbar \omega}{\tau_2 \left( e^{\frac{\hbar \omega}{kT_0} - \frac{\hbar \omega}{kT}} - 1 \right)}. \quad (74)$$

Левая часть этого уравнения выражает энергию, получаемую в среднем от поля одним электроном в единицу времени; правая

соответственно — энергию, отдаваемую одним электроном решётке. Существенная зависимость от  $T$  практически заключена только в экспонентах. На рис. 8 графически изображены левая (пунктир) и правая (сплошная линия) части уравнения (74)\*.

При  $E = E_1$  потери в области температур  $T_1 < T < T_2$  превышают энергию, получаемую от поля. Поэтому при наложении

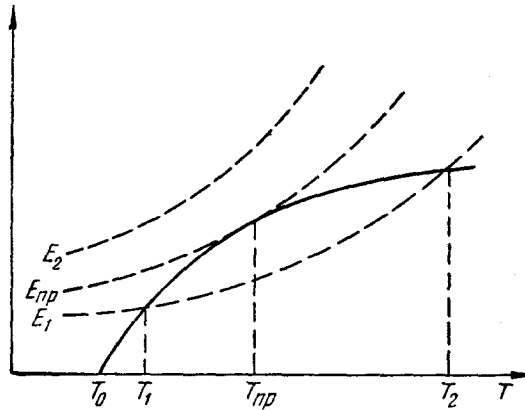


Рис. 8. К определению  $E_{пр}$  по Фрëлиху при  $T > T_{пр}$ .

поля установится стационарное состояние с электронной температурой  $T = T_1$ . При  $E = E_2$  невозможно установление стационарного состояния, так как при любой температуре  $\frac{A}{n} > \frac{B}{n}$ . Пробивную напряжённость Фрëлих определяет из условия касания кривых  $\frac{A}{n}$  и  $\frac{B}{n}$ , что соответствует переходу от стационарного к нестационарному режиму, т. е. потере электрической прочности.

Приравнивая ординаты и производные кривых потерь и прироста энергии, находим  $E_{пр}$  и  $T$ :

$$T \approx T_0 + \frac{kT_0^2}{\Delta V}, \quad (75)$$

$$E_{пр} = \frac{\pi \hbar^2 \omega}{e \cdot \Delta V} \sqrt[4]{\frac{\Delta V}{2m^*}} \sqrt{\frac{g_1 \hbar}{\tau \tau_2 \left( \frac{\hbar \omega}{kT_0} - 1 \right)}} e^{\frac{\Delta V}{2kT_0}}. \quad (76)$$

\*) Различный ход кривых связан с тем обстоятельством, что

$$\frac{\hbar \omega}{2} < kT < \frac{\Delta V}{2}.$$



Из формулы (75) видно, что электронная температура в момент нарушения электрической прочности не на много превышает температуру решётки (см. (65)). Что же касается  $E_{пр}$ , то Фрелих считает невозможным дать теоретическую оценку этой величины и видит пути сопоставления с опытом лишь в температурной зависимости<sup>\*)</sup>.

Заметим, однако, что самый факт уменьшения  $E_{пр}$  при достаточно высоких температурах не может служить аргументом в пользу изложенной теории, так как не исключено, что при этих температурах происходит уже не электрический, а тепловой пробой. Поскольку  $T_{кр}$  вводится в теорию Фрелиха формально и не получает количественной оценки, то невозможно также сопоставить с теорией значение температуры в области пика кривой  $E_{пр}(T)$ , соответствующего изменению характера температурной зависимости пробивной напряжённости (см. рис. 2 и 3).

Идея Фрелиха о необходимости учёта взаимодействия между электронами безусловно заслуживает внимания в случае больших плотностей электронов. Однако формальный характер этой теории и невозможность прямого сопоставления её с опытом заставляют считать её лишь одной из возможных гипотез о механизме электрического пробоя диэлектриков в высокотемпературной области.

Как видно из изложенного, последняя теория Фрелиха не относится к области относительно низких температур, где явление электрического пробоя выступает в чистом неискажённом виде.

Проведённое выше рассмотрение экспериментальных данных и критический разбор существующих теорий позволяют утверждать, что в основе явления электрического пробоя твёрдых диэлектриков лежит ионизация атомов (ионов) диэлектрика электронным ударом. Торможение электронов, препятствующее накоплению ими энергии, необходимой для ударной ионизации, обусловлено рассеянием электронов на колебаниях решётки. Началом пробоя и вместе с тем причиной, обуславливающей протекание всех последующих процессов, заканчивающихся обычно разрушением диэлектрика, является потеря диэлектриком электрической прочности, т. е. нарушение стационарного режима электропроводности. Существующие теории электрического пробоя твёрдых диэлектриков не дают удовлетворительного критерия нару-

\*) Фрелих не раскрывает значения предэкспоненциального множителя и записывает просто:  $E_{пр} = C e^{\frac{\Delta V}{2kT_0}}$ . Утверждаемая им невозможность теоретической оценки  $E_{пр}$  связана, по видимому, с тем обстоятельством, что в  $C$  входят величины  $\tau_2$ ,  $g_1$  и  $\Delta V$ , значения которых неизвестны.

шения электрической прочности, вытекающего из самой теории. Строгий критерий нарушения электрической прочности может быть получен из решения кинетического уравнения для электронов в диэлектрике, причём в этом уравнении в явном виде должны учитываться не только упругие, но и ионизационные столкновения.

В последнее время Э. И. Адировичем и В. А. Чуенковым была сделана попытка провести решение задачи в этом плане. Авторы провели рассмотрение электронных процессов, протекающих в диэлектрике при наложении сильного электрического поля, путём решения кинетического уравнения с учётом упругих и ионизационных столкновений.

Кинетическое уравнение для стационарного распределения электронов проводимости в диэлектрике можно записать в следующем виде:

$$eE \frac{\partial f}{\partial \epsilon z} = \varphi^{\text{расс}} + \varphi^{\text{возб}} + \varphi^{\text{иониз}} + \varphi^{\text{рек}}, \quad (77)$$

где члены, стоящие справа, соответствуют изменениям функции распределения  $f(\epsilon, \theta)$ , происходящим в единицу времени в результате упругих (рассеяния) и неупругих (возбуждение, ионизация, рекомбинация) столкновений. Вследствие того, что энергия возбуждения в кристаллах незначительно отличается обычно от потенциала ионизации  $I$ , тогда как вероятность возбуждения мала по сравнению с вероятностью ионизации<sup>54, 64</sup>, выражением  $\varphi^{\text{возб}}$  можно пренебречь.

Разобьём зону энергии электронов проводимости на четыре области:

$$\begin{aligned} 0 \leq \epsilon \leq 10\hbar\omega_{\text{деб}} & \quad \text{(I)}, & \epsilon'' \leq \epsilon \leq I & \quad \text{(III)*),} \\ 10\hbar\omega_{\text{деб}} \leq \epsilon \leq \epsilon'' & \quad \text{(II)}, & \epsilon \geq I & \quad \text{(IV).} \end{aligned}$$

Из общих теоретических соображений следует, что вероятность рекомбинации отлична от нуля только для медленных электронов<sup>65</sup>. Поэтому всюду, кроме области (I),  $\varphi^{\text{рек}} = 0$ .

В области (II) вероятность рассеяния на колебаниях решётки достаточно велика, чтобы обеспечить перераспределение по углам электронов, ускоряемых полем. Здесь функция распределения может быть приближённо представлена в виде двух первых членов

$$*) \quad \epsilon'' = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{8m^*a^2} = \frac{\hbar^2 L_{\text{макс}}^2}{8m^*},$$

где  $\hbar L_{\text{макс}}^0$  равняется максимально возможному для данной решётки импульсу фонона,  $m^*$  — эффективная масса электрона,  $a$  — постоянная решётки.

разложения в ряд по полиномам Лежандра  $P_n(\cos \theta)$ :

$$f(\varepsilon, \theta) = f^0(\varepsilon) + f^1(\varepsilon) \cos \theta,$$

а

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{расс}}(\varepsilon, \theta) = & \frac{2\pi e^2}{Ma^3 v} \frac{df^0}{d\varepsilon} \int_{L_{\text{мин}}}^{L_{\text{макс}}} e_L^2 \frac{dL}{L} + \\ & + \frac{\pi e^2 \hbar}{Ma^3 v} \frac{d^2 f^0}{d\varepsilon^2} \int_{L_{\text{мин}}}^{L_{\text{макс}}} e_L^2 \omega_L \frac{e^{\frac{\hbar \omega_L}{kT}} + 1}{\frac{\hbar \omega_L}{kT} - 1} \frac{dL}{L} - \\ & - \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Ma^3 m^2 v^3} f^1(\varepsilon) \cos \theta \cdot \int_{L_{\text{мин}}}^{L_{\text{макс}}} \frac{e_L^2}{\omega_L} \frac{e^{\frac{\hbar \omega_L}{kT}} + 1}{\frac{\hbar \omega_L}{kT} - 1} \frac{dL}{L}. \quad (78) \end{aligned}$$

В выражении (78), написанном для ионной решётки, учитываются, кроме оптических, и акустические колебания, влияющие на рассеяние быстрых электронов, а также поляризационные эффекты, обусловленные длинноволновыми оптическими колебаниями решётки (при  $\lambda = \frac{1}{L} \gg a$ ,  $e_L = e^* = \omega \sqrt{\frac{Ma^3(z - \varepsilon_0)}{2 \cdot \varepsilon_0 z}}$ ,  $\omega_L = \omega$ ; при  $\lambda \sim a$   $e_L = e$ ,  $\omega_L = \omega_t$ )\*. Ионизационный член в этой области

$$\varphi_{\text{иониз}}(\varepsilon) = \beta N_1 Q(I + 2\varepsilon) \sqrt{\frac{2(I + 2\varepsilon)}{m^*}} \int_0^\pi f(I + 2\varepsilon, \theta) \sin \theta d\theta \quad (79)$$

выражает приход электронов, возникающих в процессе ионизации ( $N_1$  — число атомов в единице объёма,  $\beta$  — число электронов на внешней оболочке ионизуемого атома или иона,  $Q(\varepsilon)$  — эффективное сечение ионизации). Предполагается, 1) что  $Q(\varepsilon)$  изотропно как по отношению к направлению движения выбитого электрона, так и по отношению к направлению движения ионизирующего электрона после акта ионизации; 2) что и выбитый, и ионизирующий электроны обладают после ионизации одинаковой скоростью. Решение кинетического уравнения в этой области позволяет определить  $f^0(\varepsilon)$  и  $f^1(\varepsilon)$ .

В области (III) изменение функции распределения обусловлено в основном электрическим полем. Здесь происходит резкое умень-

\* )  $M$  — приведённая масса ионов,  $e$  — заряд электрона,  $e^*$  — эффективный заряд иона,  $\omega_t$  — частота поперечных колебаний ионов,  $\omega$  — частота длинноволновых продольных оптических колебаний,  $\varepsilon$  — статическая диэлектрическая проницаемость,  $\varepsilon_0$  — квадрат показателя преломления света.

шение относительного числа электронов, движущихся под большими углами к направлению  $eE$  (ориентация электронов полем) при сравнительно небольших изменениях функции распределения, вызываемых рассеянием на колебаниях решётки и приходом электронов, возникающих в результате ионизации.

При энергиях, превышающих потенциал ионизации (область (IV)), функция распределения определяется действием электрического поля и ионизационными столкновениями, причём здесь

$$\varphi_{\text{иониз}}(\varepsilon) = -\beta N_1 Q(\varepsilon) \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m^*}} f(\varepsilon, \theta), \quad (80)$$

так как приходом электронов, возникающих после ионизации, можно в этой области пренебречь. Решение кинетического уравнения, проводимое в предположении, что  $Q(\varepsilon) = S(\varepsilon - I)$ , где  $S = \text{const}$ , приводит здесь к функции распределения, состоящей из двух сомножителей. Первый множитель пропорционален вероятности нахождения электрона с энергией  $\varepsilon$  под углом  $\theta$  к направлению  $E$ , обусловленной только ориентирующим действием поля. Второй сомножитель равен условной вероятности того, что электрон, двигавшийся при  $\varepsilon = I$  под углом  $\theta_1 = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon - I}{I}} \sin \theta$ , приобретает в поле добавочную энергию  $\varepsilon - I$ , не испытав ионизационных столкновений.

После того как удовлетворяются требования непрерывности решения на границах энергетических областей, функция распределения электронов проводимости содержит две постоянные интегрирования, одна из которых нормировочная. Вторая постоянная определяется из условия равенства потока электронов через сферу  $\varepsilon = \varepsilon''$  в фазовом пространстве и числа ионизаций, происходящих в единицу времени. Тем самым обеспечивается стационарность решения кинетического уравнения в области  $\varepsilon \gg I$ , так как в промежуточной области  $\varepsilon'' \leq \varepsilon \leq I$  рассеянием электронов на колебаниях решётки и приходом электронов, возникающих после ионизации, можно пренебречь. Однако должно быть ещё выполнено требование стационарности в области  $\varepsilon \leq \varepsilon''$ . Поскольку после каждого акта ионизации, происходящего в диэлектрике, в этой области энергии появляются два электрона, стационарность здесь может быть сохранена лишь при том условии, что число рекомбинаций, происходящих в одну секунду в области (I), равняется числу ионизаций. Последнее требование выполняется при любом поле, пока  $\varepsilon_p$  — значение энергии, при которой в среднем балансируются потери и получение энергии электронами, больше, чем  $\varepsilon_{\%}$  — значение энергии, в области выше которого и ниже которого приходит одинаковое количество электронов после ионизации. При выполнении этого условия акт ионизации приводит в среднем к появлению меньше чем одного электрона, способного вызвать

новую ионизацию. В таком случае основным агентом, создающим электроны, способные быть ускоренными полем до потенциала ионизации и выше, является тепловое движение. Число ионизаций будет определяться числом флуктуационных термических забросов электронов в область энергий, превышающих  $\epsilon_p$ , т. е. будет оставаться малым и постоянным при данном значении напряжённости электрического поля. Напротив, при  $\epsilon_p < \epsilon_{1/2}$  процессы ионизации будут приводить к непрерывному возрастанию числа электронов, которые могут получать энергию от поля и вызывать новые акты ионизации. Процесс ионизации и образования свободных электронов в диэлектрике приобретает целной характер и становится не зависящим от концентрации быстрых электронов, возникающих в результате теплового движения. Начиная от того значения напряжённости поля, при котором осуществляется это условие, число ионизаций будет непрерывно нарастать при постоянном значении  $E$ , то-есть стационарный режим электропроводности становится невозможным.

Пробивная напряжённость поля  $E_{пр}$ , при которой достигается предел электрической прочности диэлектрика и возникает электрический пробой, определяется из уравнения

$$\epsilon_{1/2} = \epsilon_p, \tag{81}$$

соответствующего обращению в единицу коэффициента размножения быстрых ( $\epsilon > \epsilon_p$ ) электронов\*).

Решение кинетического уравнения позволяет выразить  $\epsilon_{1/2}$  и  $\epsilon_p$  в функции напряжённости электрического поля:

$$\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m^*}{e^2} \frac{br}{E^2 \epsilon_p^2}\right) \left[1 - \frac{y(\epsilon'')}{y(\epsilon_p)} \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{e}{3} \sqrt{\frac{2}{m^*}} \frac{a_1 E \epsilon''}{br + \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^*} E^2 \epsilon''^2}\right)\right] = 1, \tag{82}$$

$$\epsilon_{1/2} = 0,589 \sqrt{\frac{eE}{\beta N_1 S}}, \tag{83}$$

\*) Проведённое рассмотрение показывает, что для нахождения  $E_{пр}$  нет необходимости решать кинетическое уравнение при  $\epsilon \approx \hbar \omega_{деб}$  (область (I), где  $\varphi_{рек}(\epsilon, \theta) \neq 0$ ). Численное значение вероятности акта рекомбинации влияет лишь на величину стационарной плотности медленных электронов, при которой рекомбинационные процессы компенсируют разность между числом электронов, приходящих в область  $\epsilon < \epsilon_p$  после ионизации, и числом электронов, термически забрасываемых в область  $\epsilon > \epsilon_p$ . Пока  $\epsilon_{1/2} < \epsilon_p$ , в области (I) всегда устанавливается стационарный режим. Следовательно, не эта область лимитирует возможность сохранения электрической прочности. Заметим, что из этого следует практическая независимость (или слабая зависимость) пробивного напряжения от эффективного сечения центров рекомбинации.

где

$$b = \frac{\pi^2 e^2 \sqrt{m^*} \hbar}{\sqrt{2} M a^3} \left( e^{*2} \omega \frac{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} + 1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \ln \frac{\pi \sqrt{2\varepsilon}}{5a\omega \sqrt{m^*}} + \right. \\ \left. + e^{*2} \omega_t \frac{e^{\frac{\hbar \omega_t}{kT}} + 1}{e^{\frac{\hbar \omega_t}{kT}} - 1} \ln \frac{20a \sqrt{2m^* \varepsilon}}{\hbar} \right), \\ a_1 = \frac{\pi \sqrt{2m^*} e^2}{M a^3} \left( e^{*2} \ln \frac{\pi \sqrt{2\varepsilon}}{5a\omega \sqrt{m^*}} + \right. \\ \left. + e^2 \ln \frac{20a \sqrt{2m^* \varepsilon}}{\hbar} \right), \quad p = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^* r}, \quad (84)$$

$$r = \frac{\pi \sqrt{2m^*} e^4}{M a^3 \hbar \omega_t} \frac{e^{\frac{\hbar \omega_t}{kT}} + 1}{e^{\frac{\hbar \omega_t}{kT}} - 1},$$

$$y = \exp \left[ -\frac{a_1}{b} \sqrt{\frac{b}{p}} \frac{1}{E} \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{p}{b}} E \varepsilon \right) \right].$$

Подставляя выражения (82) и (83) в уравнение (81), найдём  $E_{\text{пр}}$ .

Приложим полученные результаты к расчёту  $E_{\text{пр}}$  для щёлочно-галогидных кристаллов. Кроме ионизационной константы  $S$ , все входящие в (82) и (83) параметры решётки ( $a$ ,  $\omega$ ,  $M$  и др.) известны из опыта<sup>66</sup>. Полагая, что  $Q_{\text{макс}}$  галоидных ионов в решётке порядка  $10^{-16}$  см<sup>2</sup>, а  $\varepsilon_{\text{макс}} \approx 5I$ , как это имеет место в газах<sup>66\*</sup>), и вычисляя  $S$  в аппроксимативной формуле для  $Q$  из соотношения  $S = \frac{Q_{\text{макс}}}{\varepsilon_{\text{макс}} - I}$ , находим, что  $S \approx 10^{-6}$  сек<sup>2</sup>/г. При  $S = 10^{-6}$  сек<sup>2</sup>/г для NaCl  $E_{\text{пр}}^{\text{теор}} = 1,52 \cdot 10^6$  в/см, тогда как  $E_{\text{пр}}^{\text{эксп.}} = 1,5 \cdot 10^6$  в/см. Полагая, что  $S_{\text{NaCl}} = 10^{-6}$  сек<sup>2</sup>/г и что  $S$  пропорционально квадрату ионного радиуса галогена, получаем теоретические кривые зависимости  $E_{\text{пр}}$  от температуры для RbJ, KBr, NaCl, LiF, изображённые на рис. 9. Крестиками показаны экспериментальные значения  $E_{\text{пр}}$  для этих кристаллов при комнатной температуре. На рис. 9 изображена также эксперимен-

\*) Сечения ионизации в твёрдых телах не известны.

тальная кривая температурной зависимости  $E_{\text{пр}}$  для KBr, полученная на импульсах длительностью  $10^{-6}$  сек, когда электрический пробой не осложняется побочными эффектами (разогрев, высоковольтная поляризация)<sup>21</sup>. Как видно из рис. 9, теория находится в хорошем согласии с экспериментом как в отношении температурной зависимости  $E_{\text{пр}}$  для KBr, так и в отношении той после-

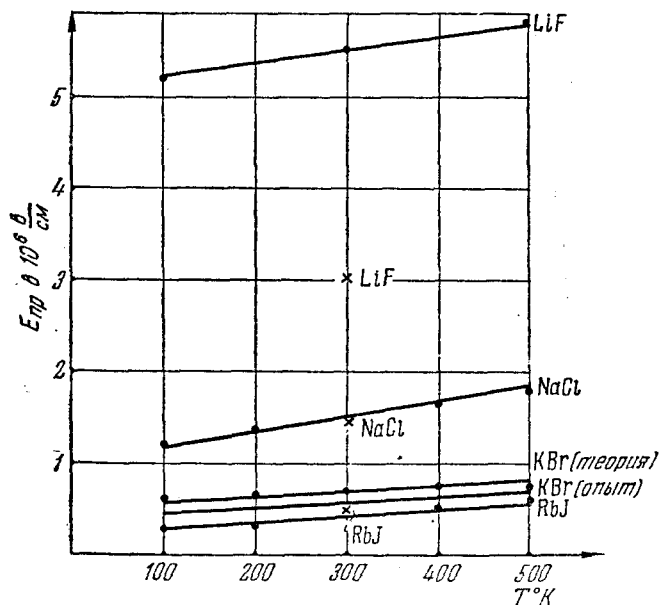


Рис. 9. Теоретические кривые температурной зависимости  $E_{\text{пр}}$  для некоторых щелочно-галогидных кристаллов. Для сравнения приведена зависимость  $E_{\text{пр}}$  от температуры для KBr, полученная при испытаниях на импульсах длительностью  $10^{-6}$  сек.

довательности, в которой происходит возрастание  $E_{\text{пр}}$  в щелочно-галогидных кристаллах различного состава (RbJ, KBr, NaCl, LiF). Это согласие практически не зависит от точного выбора значения  $S$ , так как изменение  $S$  на порядок приводит к изменению  $E_{\text{пр}}$  примерно в два раза ( $E_{\text{пр}} = 3 \cdot 10^6$  в/см для NaCl при  $S' = 10^{-5}$  сек<sup>2</sup>/г).

На опыте это подтверждается тем обстоятельством, что самые разнообразные диэлектрики, состоящие из атомов с различными эффективными сечениями ионизации, имеют тот же порядок величины  $E_{\text{пр}}$  (см. табл. 1). Отметим также, что согласно развитой теории пробивная напряжённость растёт с ростом эффективного сечения ионизации. Физически это понятно. Действи-

тельно, чем больше эффективное сечение ионизации, тем резче убывает с ростом  $\varepsilon$  функция распределения электронов проводимости в области  $\varepsilon \gg I$ , тем меньше средняя энергия электронов после ионизации, тем труднее вновь ускорить электроны, возникшие в результате ионизации.

Следует отметить, что все расчёты сделаны в предположении, что рассеянием электронов на колебаниях решётки в области  $I \gg \varepsilon \gg \varepsilon''$  можно пренебречь.

Для обоснования этого предположения распространим на область  $\varepsilon'' \leq \varepsilon \leq I$  метод расчёта функции распределения, применявшийся в области  $\varepsilon \leq \varepsilon''$ . Из формул (23) и (56) следует, что электрон с энергией  $\varepsilon = \varepsilon''$  (см. примечание на стр. 220) может испускать или поглощать даже такие фононы, которые обладают максимально возможным для данной решётки импульсом. Следовательно, для всех  $\varepsilon \gg \varepsilon''$ :  $L_{\text{макс}}^e (\approx L_{\text{макс}}^a) = L_{\text{макс}}^0 =$

$= \frac{1}{2^{3/2} a}$ . Если предположить, что кристалл является непрерывной средой (в этом случае мы будем иметь спектр упругих колебаний с длинами волн от 0 до  $\infty$ ), то при учёте рассеяния электронов на колебаниях решётки следует учитывать рост  $L_{\text{макс}}^e$  и  $L_{\text{макс}}^a$  с ростом  $\varepsilon$  не только в области  $\varepsilon \leq \varepsilon''$ , но и в области  $\varepsilon \gg \varepsilon''$  (см. формулы (23)). Если считать, что рассеяние на колебаниях решётки не играет роли лишь при  $\varepsilon \gg I$ , что безусловно допустимо (ионизационные столкновения происходят гораздо чаще, чем упругое рассеяние на колебаниях решётки)\*, а при  $\varepsilon'' \leq \varepsilon \leq I$  эффект рассеяния учитывать только что опи-

санным образом (дело сведётся к тому, что вместо  $\varepsilon'' = \frac{h^2 L_{\text{макс}}^0{}^2}{8m^*}$  следует взять  $\varepsilon'' = I$ ), то мы переоценим влияние взаимодей-

ствия с решёткой на функцию распределения электронов проводимости. Тем самым мы имеем возможность определить пределы значений  $E_{\text{пр}}$ , между которыми должно находиться истинное значение  $E_{\text{пр}}$ .

Подставляя в формулы (82) и (83)  $\varepsilon'' = I$ , получаем для NaCl при  $T = 300^\circ\text{K}$  и  $S = 10^{-6} \text{ сек}^2/\text{г}$  значение  $E_{\text{пр}} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ в/см}$ .

Итак, недооценка эффекта рассеяния на колебаниях решётки приводит к значению  $E_{\text{пр}} = 1,52 \cdot 10^6 \text{ в/см}$ , а переоценка даёт  $2,5 \cdot 10^6 \text{ в/см}$ . Следовательно, предположение о малости эффекта

\*) Число ионизационных столкновений в единицу времени равно  $\beta N_1 \nu Q \approx 6 \cdot 10^{15}$  при  $\beta = 6$ ,  $N_1 = 6 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ,  $\nu \approx 10^8 \text{ см/сек}$ ,  $Q = 10^{-13} \text{ см}^2$ , в то время как число столкновений на колебаниях решётки при  $\varepsilon \approx I$  равно  $\frac{1}{\tau} \approx 5 \cdot 10^{13}$  (см. формулу (53)).



рассеяния электронов на колебаниях решётки в области  $\varepsilon'' \ll \varepsilon \ll I$  при  $E \sim 10^8$  в/см является вполне оправданным.

Оценим времена и расстояния, необходимые для развития электронной лавины, т. е. для возникновения электрического пробоя диэлектриков. Время, за которое электрон ускоряется полем  $E \cong 10^6$  в/см от энергии  $\varepsilon_p$  до  $I$ , равно  $10^{-13}$  сек. При средней скорости электрона порядка  $10^8$  см/сек соответствующая длина равна  $10^{-5}$  см. Так как для развития электронной лавины необходимо несколько стадий последовательной ионизации диэлектрика быстрыми электронами, возникающими непосредственно в результате акта ионизации, то полученная оценка согласуется с экспериментальными данными по электрическому упрочению при толщине порядка  $10^{-4} - 10^{-5}$  см<sup>5</sup>.

В литературе существуют данные о том, что величина  $E_{пр}$  для электрического пробоя в однородном поле, которая в широком интервале значений  $t$  не зависит от длительности импульса, возрастает при  $t \lesssim 10^{-8}$  сек<sup>10,8</sup>, т. е. при временах, значительно больших, чем вычисленное выше время развития электронной лавины. Это позволяет думать, что, в отличие от электрического упрочения на малых толщинах, упрочение диэлектрика при достаточно малых временах импульса ( $t \lesssim 10^{-8}$  сек) связано с условиями развития второй стадии пробоя — механического разрушения диэлектрика, требующего, естественно, больших времён, чем процесс развития электронной лавины.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое выше рассмотрение современных знаний о явлении электрического пробоя показывает, что существующие теории можно разбить на две группы: 1) теории нарушения электрической прочности, 2) теории механического разрушения диэлектрика. Ни те, ни другие не дают полного описания всей картины развития пробоя: нарушение электрической прочности представляет собой начальную стадию электрического пробоя, разрушение материала завершает процесс пробоя.

В настоящее время наиболее подробно разработана теория первой стадии электрического пробоя — потери электрической прочности. Можно думать, что наиболее правильный путь в построении теории нарушения электрической прочности связан с постановкой задачи в форме кинетического уравнения для электронов в твёрдом теле.

Вследствие ряда трудностей, возникающих при проведении такой программы теоретического исследования пробоя (невозможность применения обычных приближённых методов расчёта при  $\varepsilon \lesssim \hbar\omega_{деб}$ , отсутствие данных об эффективных сечениях ионизации и рекомбинации в твёрдых диэлектриках и др.), современная

теория опирается на большое число допущений, не всегда достоверно обоснованных. Наиболее актуальными ближайшими задачами теории являются: расчёт эффективного сечения ионизации в твёрдом теле в случае малых энергий ионизирующего электрона ( $\varepsilon \gg I$ ), расчёт вероятности рассеяния медленных электронов ( $\varepsilon \sim \hbar\omega_{\text{деб}}$ ) на колебаниях решётки, расчёт эффективного сечения рекомбинации. Следовательно, дальнейшее развитие теории электрического пробоя требует разрешения ряда общих проблем теории твёрдого тела.

Теория второй стадии электрического пробоя почти совсем не разработана. Разрушение диэлектрика при пробое рассматривается, как правило, в отрыве от первой стадии и не связывается с условиями прохождения лавины в твёрдом теле. Такой путь представляется нам неправильным, ибо тем самым игнорируется качественная особенность диэлектрика при пробивных полях — быстрый переход его в высокопроводящее состояние, сопровождающийся выделением больших количеств энергии в малых объёмах и за короткие времена. Можно думать, что истинная причина разрушения диэлектрика связана именно с этими процессами, приводящими к возникновению ударной волны, аналогично тому, что происходит при пробое газов, находящихся при больших давлениях. Поэтому плодотворным направлением теории является, по нашему мнению, трактовка процессов разрушения диэлектрика в неразрывной связи с предшествующими процессами потери электрической прочности.

Автор пользуется случаем выразить глубокую благодарность Э. И. Адировичу за постоянное внимание к работе и ряд ценных советов.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. «В. В. Петров». Сборник статей и материалов под редакцией акад. С. И. Вавилова, АН СССР, 1940.
2. А. А. Елисеев, Василий Владимирович Петров. Госэнергоиздат, 1949.
3. Б. М. Вул, ЖТФ 2, № 1, 1 (1932).
4. А. П. Александров, А. Ф. Вальтер, Б. М. Вул и др., Физика диэлектриков, 1932.
5. S. Whitehead, Dielectric breakdown of solids, Oxford, 1951.
6. В. А. Фок, К тепловой теории пробоя. Труды ЛФТИ 5, 52 (1928).
7. Д. И. Блохинцев, Б. М. Вул и Я. М. Парнас, ЖТФ 10, № 5, 357 (1940).
8. Plessner, Proc. Phys. Soc. 60, 243 (1948).
9. Lehtaus, Arch. f. Electrotechnik 32, 281 (1938).
10. A. Hippeel and P. S. Alger, Phys. Rev. 76, 127 (1949).
11. А. К. Красин, Труды Сиб. физико-техн. инст. 6, № 2, 27.

12. Б. М. Вул и И. М. Гольдман, ДАН 1, № 6, 363 (1935).
13. Б. М. Вул, ЖТФ 2, 372 (1932).
14. Inge, Semenovoff and Walther, Zeits. f. Phys. 32, 373 (1925); 34, 15 (1925).
15. А. Ф. Вальтер и Л. Д. Инге, Сборник трудов ЛФТИ 3, 47 (1923).
16. Halbach, Arch. f. Electrotechnik 21, 535 (1929).
17. G. Malmlow and F. Seitz, Phys. Rev. 71, 125 (1947).
18. A. Austen and S. Whitehead, Proc. Roy. Soc. 176, 33 (1940).
19. Buehl and A. Hippel, Phys. Rev. 56, 941 (1939).
20. A. Hippel and R. Maurer, Phys. Rev. 59, 820 (1941).
21. A. Hippel and P. Alger, Phys. Rev. 76, 127 (1949).
22. А. В. Иоффе и А. Ф. Иоффе, ЖЭТФ 9, 1928 (1939).
23. В. Пружинина-Грановская, ЖЭТФ 7, 506 (1937).
24. А. А. Воробьев, Труды Сиб. физико-техн. инст. 6, № 2, 1937.
25. W. Rogowski, Arch. f. Electrotechnik 18, 123 (1927).
26. Б. М. Вул, И. М. Гольдман и Р. Я. Разбаш, ЖЭТФ 20, 465 (1950).
27. Горовиц, ЖРФХО, ч. I и II, 59, 369 и 533 (1927).
28. А. А. Воробьев и Е. К. Завадовская, ДАН 81, 3, 375 (1951).
29. Е. К. Завадовская, ДАН 82, 4, 565 (1952).
30. Е. К. Завадовская, ДАН 82, 5, 709 (1952).
31. Е. К. Завадовская, ДАН 81, 4, 541 (1951).
32. А. Ф. Иоффе, УФН 8, 141 (1928).
33. А. Ф. Иоффе, Физика кристаллов, ГТТИ, 1929.
34. W. Franz, Zeits. f. Phys. 113, 607 (1939).
35. Braunbek, Zeits. f. Phys. 44, 684 (1927).
36. А. А. Смуров, Вестник экспериментальной и теоретической электротехники 1, 239, 279 (1928).
37. А. А. Смуров, Электротехника высоких напряжений и передача энергии, изд. 2-е, ГОНТИ, 1931, т. I, стр. 212—214, 233—262.
38. C. Zener, Proc. Roy. Soc. A 145, 523 (1934).
39. F. Sernuschi, Proc. Cambr. Phil. Soc. 32, 276 (1936).
40. W. V. Houston, Phys. Rev. 57, 184 (1940).
41. В. Пружинина-Грановская, ЖЭТФ 10, 878 (1940).
42. Б. Давыдов и И. И. Шмушкевич, ЖЭТФ 10, 1043 (1940).
43. А. С. Зингерман, УФН 46, 450 (1952).
44. A. Hippel, Phys. Rev. 54, 1096 (1938).
45. Ф. Ф. Волькенштейн, Труды физического института АН СССР им. П. Н. Лебедева I, 123 (1937).
46. Ф. Ф. Волькенштейн, ЖТФ 9, 171 (1939).
47. R. N. Fowler, Proc. Roy. Soc. A 141, 56 (1933).
48. А. А. Воробьев, ДАН 26, 778 (1940).
49. Ф. Ф. Волькенштейн, Электропроводность полупроводников, Гостехиздат, 1947, стр. 302.
50. Я. И. Френкель, ЖЭТФ 8, 1292 (1938).
51. A. Hippel, Journ. of Appl. Phys. 8, 815 (1937).

52. A. Hippe l, Trans. Faraday Soc. **42**, 78 (1946).
53. Я. И. Френкель, Phys. Rev. **37**, 17 (1931).
54. Ф. Зейтц, Современная теория твёрдого тела, Гостехиздат, 1949, стр. 435 и 438.
55. R. Seeger and E. Teller, Phys. Rev. **54**, 515 (1938).
56. H. Callen, Phys. Rev. **76**, 1394 (1949).
57. М. Борн и М. Гелперт-Мейер, Теория твёрдого тела, ОНТИ, 1938.
58. H. Fröhlich, Proc. Roy. Soc. A **169**, 230 (1937).
59. H. Fröhlich, Phys. Rev. **56**, 349 (1939).
60. H. Fröhlich, Proc. Roy. Soc. A **188**, 532 (1947).
61. А. Ахиезер и И. Лифшиц, ДАН **27**, 785 (1940).
62. H. Fröhlich, Proc. Roy. Soc. A **188**, 521 (1947).
63. Н. А. Капцов, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1947, стр. 476.
64. Н. А. Капцов, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1947, стр. 195—196.
65. Э. И. Адирович, Некоторые вопросы теории люминесценции кристаллов, Гостехиздат, 1951, стр. 293—297.
66. Tago Kinaga, Rev. Mod. Phys. **24**, 45 (1952).

---

#### ПРИМЕЧАНИЕ ИЗДАТЕЛЬСТВА

В формуле (18) и последующих выражениях  $\frac{1}{h}\omega$  должны рассматриваться как сомножители; по техническим причинам типография не смогла их поставить в одну строку.