1953 г. Ноябрь *Т. LI, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

О НЕЛОКАЛЬНЫХ ПОЛЯХ И СЛОЖНОЙ ПРИРОДЕ «ЭЛЕМЕНТАРНЫХ» ЧАСТИЦ
(динамически деформируемый формфактор)

М. А. Марков

В настоящее время в теории поля имеются два резко отличных друг от друга направления. Одно направление связано с различного рода «вычитательными операциями» *), с различного рода способами регуляризаций известных расходящихся выражений.

Другое направление связано с идеями нелокализованного поля, с различного рода попытками вводить в рассмотрение протяжённость элементарных частиц.

В отличие от второй концепции круг идей первого направления не связан с рассмотрением протяжённости элементарных частиц. В основе всех известных пока вычитательных рекомендаций, способов регуляризации и связанных с ней перенормировок мировых констант лежит чисто физическая гипотеза фундаментального значения. Мы имеем в виду предположение о точечности элементарных частиц. Другими словами, в этих теориях сохранено представление о точечности взаимодействия полей, столь характерное для всей современной теории.

Поэтому все известные пока вычитательные операции, все формальные способы регуляризации оставляют без изменения все конечные результаты обычной теории возмущения. Например, выражение для сечения эффекта Комптона в его первом приближении остаётся без изменения.

Наоборот, все теории, связанные с представлениями о протяжённых элементарных частицах, неизбежно меняют выражения всех конечных эффектов для малых длин волн и малых относительных расстояний между частицами. В последнем случае, например, сечение для эффекта Комптона будет содержать множителем выражение, быстро

*) Мы имеем в виду интегральное уравнение Гайтлера, λ-процесс Дирака, в особенности известные методы регуляризации и т. д.

убывающее с частотой γ-кванта. Этот множитель отражает размеры частицы в импульсном пространстве.

«Элементарные длины» (т. е. «размеры» элементарных частиц), о которых когда-либо шла речь в подобных теориях, — это длины, связанные с известными комбинациями мировых констант:

$$\frac{\hbar}{\mu c}; \quad \frac{e^2}{mc^2}; \quad \frac{\hbar}{Mc}; \quad \frac{g^2}{\mu c^2}; \quad \frac{g^2}{Mc^2}, \tag{1}$$

где μ — масса мезона, e — электрический заряд, g — ядерный заряд, m — масса электрона, M — масса нуклеона. Все эти длины имеют порядок 10^{-13} — 10^{-15} *см*.

Следующий мыслимый «рубеж элементарных длин» на много порядков отстоит от данного*).

Существенно отметить, что в настоящий момент экспериментом проходится именно этот первый (1) рубеж возможных «элементарных длин». В экспериментах по рождению мезонов γ-квантами длина волны фотона $\lambda < 10^{-13}$ *см*; в опытах по столкновению быстрых нуклеонов «параметры удара» $< 10^{-3}$ *см* и т. д.

Таким образом, выбор между двумя классами возможных теорий (т. е. теорий, рассматривающих элементарные частицы точечными или протяжёнными) в настоящий момент становится и экспериментальным вопросом.

Последнее обстоятельство существенно меняет всю ситуацию в теории элементарных частиц и вместе с тем в несколько ином свете представляет всю проблему поисков новой теории.

Действительно, до последнего времени, в сущности, единственными критериями для оценки рассматриваемых теорий являлись их внутренняя непротиворечивость и логическая законченность при выполнении общих требований релятивистской ковариантности.

При наличии соответствующих возможностей эксперимента создаётся в настоящее время совершенно иная ситуация, которую целесообразно рационально использовать.

В § 3 мы разовьём и конкретизируем последние соображения.

Что касается внутренней логической законченности рассматриваемых нами двух конкурирующих направлений в современной теории, то относительно первого из них мы ограничимся кратким замечанием, а в основном подробно рассмотрим современное состояние и возможности второго направления.

Формальные рецептурные приёмы регуляризации достигли, правда, высокой степени совершенства, но они продолжают возбуждать ряд

*) Мы имеем в виду гравитационный радиус элементарной частицы или возможный электромагнитный радиус электрона при учёте поляризации вакуума $r_0 \sim 10^{-58}$ *см*.

сомнений и чувство неудовлетворённости даже в чисто внутренне логическом аспекте.

Действительно, берётся уравнение, которое в этой теории само по себе считается бессмысленным*),

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \infty, \tag{2}$$

затем пишутся формальные решения этого уравнения. Естественно, что эти формальные решения также лишены смысла: они расходятся. Далее формальными приёмами придают этому «решению» смысл сходящегося выражения. Первоначальное «решение» настолько резко меняется, что оно уже не удовлетворяет исходному уравнению.

Здесь по меньшей мере имеется логический скачок, который требуется осмыслить.

Очень может быть, что последовательнее было бы отказаться от исходных уравнений и научиться составлять необходимые «решения» без них, именно, чисто рецептурным путём. Но, к сожалению, для рассмотрения ряда вопросов мы принуждены возвращаться вновь и вновь к исходным дифференциальным уравнениям.

Другими словами, вполне оторваться от исходных дифференциальных уравнений не удаётся. Во всяком случае подобная программа не выполнена.

Может быть, наоборот, следует искать таких уравнений, решениями которых были бы именно те выражения, которые получаются при помощи методов регуляризации из расходящихся решений существующих уравнений.

Но пока подобные уравнения не найдены. Может быть, в нашей оценке формальных рецептов регуляризации известную роль играет некоторый консерватизм мышления и на всю эту систему рецептурных рекомендаций следует смотреть под некоторым другим углом зрения и видеть в ней замкнутую систему новых положений, но пока подобного рода попытки, т. е. попытки осмыслить всю ситуацию с этой точки зрения, также отсутствуют.

Реальные успехи формальных методов регуляризации не столь значительны, чтобы игнорировать все эти не удовлетворяющие нас обстоятельства. Дело в том, что рецепты регуляризации пока органически приспособлены только к теории возмущения.

Как известно, существует подозрение, что соответствующие ряды после регуляризации и перенормировок расходятся даже в электродинамике. Но, главное, обсуждаемое направление не принесло пока практически важных результатов в области мезонных эффектов.

---

*) К сожалению, до сих пор в строгом виде наличие расходимости не доказано, так как мы не умеем решать строго основные уравнения поля, и здесь возможны неожиданности.

§ 1. СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОПЫТКИ РАССМАТРИВАТЬ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ ПРОТЯЖЁННЫМИ

(динамически недеформируемый формфактор)

Все известные попытки строить теорию поля, свободную от трудностей, связанных с расходимостями, рассматривая элементарные частицы протяжёнными, приводят в конце концов к использованию некоторого формфактора, характеризующего протяжённость элементарной частицы[1]. Для попыток в этом направлении характерна следующая особенность: все предлагаемые в них формфакторы задаются функциями, вид которых не меняется под влиянием действующих сил*). Если можно так сказать, протяжённая частица в этих теориях обладает абсолютно жёсткой структурой.

Естественно, что сигнал в такой среде (внутри частицы) распространяется в противоречии с теорией относительности с бесконечной скоростью и именно здесь находится источник неудач различных попыток данного направления.

Имеются разнообразные попытки математического оформления всё той же физической идеи протяжённости элементарных частиц. Рассмотрим некоторые из них.

а) Протяжённость частиц в рамках метода Гамильтона

Бесконечно-временная формулировка метода Гамильтона завершает процесс усовершенствования последовательной релятивистской записи уравнений. Известное уравнение Томонага-Швингера:

$$i\hbar c\,\frac{\delta\psi(\sigma)}{\delta\sigma(x)}=H(x)\,\psi(\sigma) \tag{3}$$

представляет собой краткую запись бесконечной системы уравнений Томонаги:

$$i\hbar c\,\frac{\partial\psi}{\partial t_{xyz}}=H(xyzt)\,\psi, \tag{4}$$

где H — плотность энергии взаимодействия. Бесконечная система уравнений (4) совместима, если, как известно, выполняются условия интегрируемости **):

$$H(x)\,H(x')-H(x')\,H(x)=0. \tag{5}$$

Здесь x и x' — пространственно-временные точки. В случае, напри-

*) Конечно, кинематически, в соответствии с преобразованиями Лоренца, формфактор деформируется.

**) Для простоты рассмотрения мы принимаем, что функция $H(x)$ не содержит производных от поля.

мер, скалярного поля U, взаимодействующего со спинорным полем ψ_1, $H(x)$ имеет вид

$$H = g\psi^+(x)\,U(x)\,\psi(x). \tag{6}$$

Условие интегрируемости (5) всегда сводится к условиям, наложенным на скобки Пуассона вида $[\psi^+(x)\,\psi(x')]$ и $[U(x)\,U(x')]$. Эти скобки Пуассона выражаются через известные Δ-функции, которые действительно обращаются в нуль на пространственно подобной поверхности σ, вследствие чего вместо бесконечной системы уравнений (4) появляется возможность компактной записи (3).

Последовательно-релятивистская запись уравнений в виде (3) несовместима с любой известной попыткой ввести в теорию какой-либо релятивистски инвариантный формфактор. В этих случаях условия интегрируемости уравнений (4) оказываются невыполнимыми. Действительно, взаимодействие скалярного поля U с протяжённым источником в виде*)

$$H(x) = g\int \psi^+(x)\,U(x'')\,\psi(x)\,F(xx'')\,dx'', \tag{7}$$

где $F(xx'')$ — функция, инвариантная относительно полной группы преобразований Лоренца.

В случае (7) скобки $[U(x)\,U(x')] = \Delta(x - x')$ заменяются скобками от величин

$$\left[\int U(x'')\,F(xx'')\,dx'';\ \int U(x''')\,F(x'x''')\,dx'''\right] \neq \Delta(x - x'). \tag{8}$$

Цель введения формфактора $F(x'x''')$ — сделать известные расходящиеся выражения конечными. Появление расходимостей связано с особенностями $\Delta(x - x')$ на световом конусе.

Если формфактор $F(x'x''')$ ликвидирует расходимости известных интегралов, то этот же формфактор неизбежно ликвидирует полюс $\Delta(x - x')$-функции. «Размазывая» точечную частицу, формфактор размазывает и $\Delta(x - x')$-функцию**). Другими словами, в правой части, стоит теперь выражение, которое не обладает свойствами $\Delta(x - x')$

*) Протяжённость обеих частиц, присутствующих во взаимодействии, записывается, как известно, более общим выражением:

$$H(x) = g\int \psi^+(x')\,U(x)\,\psi(x'')\,F(x'xx'')\,dx'\,dx''.$$

**) Как известно, $D(x - x')$ в электродинамике, например, следующим образом связана с плотностью заряда:

$$\rho(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = e\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = e\frac{\partial}{\partial t'}D(x - x') \quad \text{при} \quad t = t'$$

обращаться в нуль на пространственно подобной поверхности, т. е. в случае, когда

$$(\mathbf{x}-\mathbf{x}_1)^2 > c^2(t-t')^2. \tag{9}$$

Следовательно, при введении формфактора $F(xx'')$ в (7) система уравнений (4) становится, вообще говоря, несовместимой, а уравнение (3) противоречивым. Указанная несовместимость уравнений представляет собой математическое следствие допускаемой введением формфактора возможности бесконечной скорости распространения сигнала.

При более конкретном рассмотрении вопроса удобнее вводить формфакторы в пространство импульсов, а не координат. Теперь скалярное поле $U_F(x)$, действующее на протяжённую частицу, запишется в виде

$$\int U(x'')\,F(xx'')\,dx'' = U_F(x) =$$
$$= \sum_k f(k)\,U(k)\,e^{ik,x} + f^+(k)\,U^+(k)\,e^{-ik,x}, \tag{10}$$

$f(k)$ должна быть функцией, падающей с ростом k так, чтобы интегралы, расходящиеся в теории точечных взаимодействий, теперь представлялись бы расходящимися выражениями.

Функция $f(k)$ должна быть инвариантна относительно полной группы преобразований Лоренца. Последнее требование будет выполнено, если $f(k)$ будет функцией от инварианта, содержащего четырёхмерный вектор k. Таким единственным инвариантом является четырёхмерное произведение вектора k на некоторый четырёхмерный вектор l. Вектор l должен обязательно относиться к характеристике частицы (если $l \neq k$), в противном случае возникает привилегированная система координат *).

Если не вводить новых внутренних степеней свободы, то таким вектором l мог бы быть вектор, пропорциональный волновому числу частиц **). Следовательно, $f(k)$ можно записать в виде

$$f\left(r_0^2(k,l)\right), \tag{11}$$

где r_0 — константа, имеющая размерность длины. Предполагая, для простоты, собственную массу кванта скалярного поля равной нулю, мы получаем для скобки (8) выражения в явном виде:

$$[U_F(x);\quad U_F(x')] \cong$$
$$\cong \int \sin\{\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') - ck(t-t')\}\,f^2(k)\,\frac{dk_x\,dk_y\,dk_z}{k}; \tag{12}$$

---

*) Например, в пустом пространстве система координат, в которой $l_4 \neq 0$, $\mathbf{l} = 0$, если вектор l — времяподобный.

**) В общем случае оператор: $l_x \sim i\frac{\partial}{\partial x}$.

при $f(k)=1$ выражение в правой части (12) переходит в известную D-функцию Дирака, $f(k)$ «размазывает» D-функцию Дирака.

Пусть, например, $f(kl)=e^{-k_1 l r_0^2}$. Тогда легко видеть, что правая часть (12) будет содержать, кроме обычной, вторую функцию Дирака $D^{(1)}$, которая не обращается в нуль вне светового конуса, а именно, она будет иметь вид

$$\cong \frac{1}{2}\{D(x-x'-i2b)+D(x-x'+i2b)\}+$$
$$+\frac{i}{2}\{D^{(1)}(x-x'-i2b)-D^{(1)}(x-x'+i2b)\}, \qquad (13)$$
$$b=r_0^2 l.$$

Подобным способом можно рассмотреть все известные попытки ввести формфактор в рамки уравнения Гамильтона, причём они все оказываются в той же степени внутренне противоречивыми.

б) Протяжённость частиц в рамках метода S-матриц

Идея отказаться от жёстких ограничений метода Гамильтона и заменить его некоторой «вычислительной схемой» возникла сразу же после того, как выяснились общие трудности для введения протяжённых частиц в рамках уравнения Гамильтона[2] (1940 г.). Но решающих успехов в этом направлении до сих пор не было достигнуто.

Существующие предложения, коротко говоря, сводятся к тому, чтобы в S-матрицу, получаемую из обычной теории точечных взаимодействий, ввести формфактор и рассматривать полученную S-матрицу независимо от исходных уравнений.

В случае точечных взаимодействий S-матрица записывается, как известно, в следующем виде:

$$S=1+\sum_{n=1}^{\infty} S_n,$$

где

$$S_n=(-i)^n\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\dots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} H(x_1)\,\theta^+(\sigma_1\sigma_2)\,H(x_2)\,\theta^+(\sigma_2\sigma_3)\dots$$
$$\dots H(x_n)\,dx_1\dots dx_n \qquad (14)$$

и

$$\theta^+(\sigma_1\sigma_2)=\begin{cases}1, & \text{если } \sigma_1 \text{ после } \sigma_2,\\ 0, & \text{если } \sigma_1 \text{ раньше } \sigma_2.\end{cases} \qquad (15)$$

Инвариантность свойств θ^+ (15) тесно связана с конечной скоростью распространения сигнала и в конце концов с принципом причинности.

Существенно подчеркнуть, что свойства (15) имеют смысл во всех системах координат потому и только потому, что на пространственно подобной поверхности выполняется именно условие (5):

$$[H(x_1)H(x_2)]=0. \qquad (5')$$

В случае неточечных взаимодействий (при наличии формфактора F в $H(x_1)$ и $H(x_2)$) соотношение $(5')$ не выполняется на пространственно-подобной поверхности; в этом случае теряется инвариантный смысл утверждения «раньше» и «после», порядок времени начинает зависеть от системы координат и S-матрица в виде (14) теряет смысл *). S-матрицы в виде, отличном от (14), до сих пор обстоятельно не анализировались. До сих пор неясно, действительно ли возможности метода S-матриц для введения протяжённости частиц шире, чем возможности Гамильтонова метода. Дело в том, что в методе S-матриц ещё недостаточно чётко сформулированы общие требования, которым должен удовлетворять подобный математический аппарат. Надо иметь в виду, что и для метода Гамильтона последовательная релятивистская формулировка найдена только теперь в уравнениях Томонага-Швингера. Требуется большая осторожность в вопросах релятивистской инвариантности. Одновременной формализм, например, или даже многовременные уравнения Дирака-Фока-Подольского для одной частицы в скалярном поле формально не противоречат введению релятивистского инвариантного формфактора. Но последовательное рассмотрение этого вопроса в рамках уравнения Томонага-Швингера приводит здесь к внутренним противоречиям.

В последнее время интенсивно развиваются попытки ввести формфактор в уравнения движения гайзенберговского представления. Наиболее последовательная попытка дана в работе[3]. Но a priori очевидно, что трудности представления взаимодействия, причина которых физически ясна, не могут исчезнуть при другой эквивалентной математической формулировке. Имеются попытки локализовать отклонения от требований теории относительности «малой областью»[4,5]. В принципе это можно сделать, используя быстро спадающий формфактор или даже формфактор с разрывными функциями: $F(x-x')=0$, если $|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|>r_0$. Проще всего этого можно достигнуть, введя, например, такой формфактор, который приводит к смещённому аргументу у Δ-функции того же типа, как это имеет место в λ-процессе:

$$[U(x)U(x')]=\frac{1}{2}\{D(x-x'+\lambda)+D(x-x'-\lambda)\}.$$

Но здесь λ не устремляется к нулю, а пропорционально, например, четырёхмерному импульсу электрона ($\lambda \sim p$).

*) Если интервал $x_1—x_2$ времяподобный, то знак $t_1—t_2$ сохраняется во всех системах координат. Если $x_1—x_2$ пространственно-подобный интервал, то $t_1—t_2$ может изменить знак при преобразованиях. Но при точечных взаимодействиях в этом случае (14) обращается в нуль вследствие выполнения $(5')$.

При этих условиях уравнение Томонага-Швингера (3) не выполняется, но бесконечная система уравнений Томонага (4) совместна для всех точек, удовлетворяющих условию

$$|t-t' \pm \lambda_4|\, c < |\mathbf{x}-\mathbf{x}' \pm \lambda|. \qquad (а)$$

Но ясно, что даже при $t=t'$ в области

$$|\lambda_4|\, c > |\mathbf{x}-\mathbf{x}' \pm \lambda| \qquad (б)$$

система уравнений (4) уже несовместима. Конечно, в этой области λ можно отказаться от метода Гамильтона и от конечности распространения сигнала, но последнее чисто негативное утверждение должно быть дополнено каким-то положительным содержанием: либо каким-то обобщением лоренцевых преобразований, *либо какими-то особенностями новой теории, «ограничивающими» точность макроскопической проверки скорости распространения сигнала, чтобы последнее обстоятельство не было бы связано с уровнем экспериментальных возможностей*. В квантовой теории нет, например, однозначной связи между прошедшим и будущим (в смысле классической механики) не потому, что принцип причинности несправедлив, а в силу того, что координата и импульс одновременно не характеризуют точно состояния частицы. Так и здесь при сохранении преобразования Лоренца в его прежнем виде необходимо во всяком случае, чтобы точность выполнения их ограничивалась бы какими-либо привходящими моментами, например атомизмом заряда [2] и т. д., так, чтобы большая точность их не соответствовала бы природе явления.

Самое же главное, что в области (б) отсутствует совместимость уравнений, т. е. отсутствует математический аппарат в области, наиболее интересной и существенной для данного вопроса. Правда, в области (б) есть тривиальное решение [4] $\psi=0$, но оно должно быть естественно «сшито» с ψ-функцией в области (с); имеющиеся здесь затруднения пока не преодолены.

Формфакторы же, быстро спадающие с расстоянием, приводят к тому, что в макроскопической области, для макроскопических расстояний $\mathbf{x}-\mathbf{x}'$ условия интегрируемости (5) выполняются только приближённо. Но, строго говоря, уравнения остаются несовместимыми, и даже «приближённая» законность использования системы уравнений в том случае, если скобка (5) мало отлична от нуля, математически не исследовалась.

Другими словами, последовательного математического аппарата, адэкватного изложенным выше физическим соображениям, в настоящее время не существует. Последнее замечание относится в равной степени и к методу S-матриц, так как бесконечный интервал для физики значит макроскопические расстояния.

Ввиду того, что в написании (11) формфактор $f(r_0^2\ (k, l))$ зависит от $l \sim \frac{\partial}{\partial x}$, где x — координата источника поля, то те же особенности взаимодействия поля с источником можно ввести добавочными коммутационными соотношениями между амплитудами поля и координатой источника, например[2,4],

$$U(k)x_\nu - x_\nu U(k) = -ir_{\nu k} U(k);$$

отсюда

$$[x_\nu [x_\nu U(k)]] = (ir_{\nu k})^2 U(k).$$

Для случая $\Sigma (ir_\nu)^2 = \lambda^2$ эту теорию подробно исследовал Юкава[6], но, как известно, и здесь условия интегрируемости уравнений (4) не выполняются (см. приложение).

Наконец, можно указать ещё одно общее соображение экспериментального характера против всех видов формфакторов*). Действительно, цель введения формфакторов — уничтожение расходимостей. Пусть мы имеем расходящийся интеграл вида

$$\int k^2 dk \sim k^3, \quad k \to \infty.$$

Для сходимости подобных интегралов требуются формфакторы, которые падают быстрее, чем $\frac{1}{k^{3/2}}$. Однако при наличии подобных формфакторов взаимодействие с полем будет быстро падать с ростом энергии сталкивающихся частиц (см. § 3). Вследствие этого обстоятельства теория возмущения при больших энергиях, например, к мезонным полям должна становиться все лучше и лучше применимой, а сами сечения — стремиться к нулю**).

Этот вывод находится в явном противоречии с данными космических лучей, со слабой проникающей способностью первичного излучения крайне большой энергии.

---

*) Вернее, против всех формфакторов, сохраняющих эрмитовость функций Гамильтона.

**) Например, при рассеянии протонов на протонах (псевдоскалярное мезонное поле) в членах дифференциального сечения появляется характерный фактор $f_1^2 f_2^2$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{g^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{k^4}{\varepsilon^2} \left\{\left[\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{4k^2\sin^2\frac{\theta}{2} + \varkappa^2}\right]\right\} f_1^2 f_2^2 + \ldots,$$

где f_1^2 и f_2^2 — функции, падающие с ростом аргумента (энергией сталкивающихся частиц):

$$f_1 = f_1[a^2(\omega_q E - \mathbf{qp})];\ f_2 = f_2[a^2(\omega_q E + \mathbf{qp})].$$

Здесь $\mathbf{p}$ — импульс частиц в системе центра инерции до столкновения. $\mathbf{q} = (\mathbf{p} \mp \mathbf{p}')$, $\mathbf{p}'$ — импульс после столкновения, $\omega_q = \sqrt{\mu^2 c^2 + \mathbf{q}^2}$ и μ — масса мезона.

При больших энергиях $\omega_q \sim |q|$ и $E \sim p$. Если $f_1(0) \sim 1$, то во вся-

§ 2. ДИНАМИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫЙ ФОРМФАКТОР

Естественно возникает вопрос: существует ли такой класс формфакторов, который приводил бы к скорости распространения сигнала (v) по протяжённой частице, меньшей или равной скорости света:

$$v \leqslant c. \tag{16}$$

Ответ на этот вопрос имеется, но он влечёт за собой, как это следует из дальнейшего, совершенно иное, по сравнению с обычным, толкование понятия элементарной частицы.

Формфакторы, характеризующие подобные модели распределённых зарядов, должны меняться под влиянием внешних сил*). В согласии с этой идеей для самих формфакторов должны быть написаны соответствующие «уравнения движения». Этот вывод следует логически из анализа характера неудач всех теорий с недеформируемыми формфакторами.

При построении теории с динамически деформируемым формфактором можно итти различными путями**).

Конкретизируя предыдущие соображения, обсудим одну частную возможность, которая связана со следующим замечанием:

Писать уравнения движения для формфактора (для какой-то новой функции $F(x)$) это по существу значит, вообще говоря, вводить в рассмотрение новое поле F.

В распоряжении современной теории имеется большое число различных полей и естественно поэтому попытаться не вводить новых, а использовать существующие поля в качестве таких «взаимных формфакторов».

Повидимому, фактическая ситуация в современной теории полей отчасти подготовлена к подобной постановке вопроса, если все взаимодействующие поля рассматривать во всеобщей связи друг с другом.

ком случае $f_2 = f_2(2\omega_q E_q)$, т. е. сечения падают с ростом энергии сталкивающихся частиц и с ростом энергии, передаваемой при столкновениях. Учёт высших приближений (факториальный рост числа цепочек) не должен изменить этого обстоятельства. Действительно, если рост числа цепочек окажется существенным для реальных процессов, то он существен и для вычисления собственной массы. Другими словами, тогда формфактор должен быть взят с самого начала таким, чтобы учесть это обстоятельство, т. е. с более сильной зависимостью от энергии — импульса.

*) Если идеальный образ абсолютно твёрдого тела был физической моделью для всех предыдущих попыток ввести протяжённость частицы с помощью формфактора, не меняющегося под действием внешних сил, то образ заряженного «облака» или «жидкой капли» мог бы служить моделью такой протяжённой частицы, сигнал по которой распространялся бы со скоростью $v \leqslant c$.

**) Можно, например, формально рассматривать частицу как «жидкую каплю» лии «облако» [7]. Пока ясно только одно: в рамках дифференциальных уравнений имеются некоторые возможности, которые пока ещё не исследованы.

«Взаимные формфакторы»

Рассмотрим в качестве примера собственную электромагнитную массу протона. В рамках существующей теории эта задача формулируется так: уравнение движения «свободного» протона пишется в виде

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\psi(x_p)+(\alpha\,\mathbf{p}+\beta m_0c^2)\psi(x_p)=0. \qquad (17)$$

Электромагнитное поле даст добавочное приращение массы протона $\Delta m_{\text{э. м}}$, обязанное электромагнитному полю. Следовательно, исходное уравнение (17) должно содержать не экспериментальную массу протона, а некоторую «начальную» гипотетическую массу (m_0) так, чтобы

$$m_0=m_{\text{эксп}}-\Delta m_{\text{э. м}}.$$

С современной точки зрения каждая элементарная частица взаимодействует (прямым или непрямым образом) со всеми полями. Следовательно, каждое из этих полей вносит свою долю в её собственную массу. Масса «свободного» протона m_0 — это та масса, которая обязана результирующему эффекту всех полей, кроме данного (т. е. кроме электромагнитного).

Если эта масса m_0 также полевого происхождения, то она распределена по пространству, в котором возбуждаются все другие поля.

Электрический заряд гипотетического (исходного) протона (17), к которому «подключается» затем электромагнитное поле, определяется другими электрически заряженными полями, окружающими протон. Это зарядовое облако имеет сложную структуру; оно определяется заряженными π^--мезонами, другими сортами заряженных мезонов, наконец, заряженным β^--полем.

Так перед нами возникает образ действительно протяжённого «голого» протона (т. е. протона до «подключения» электромагнитного поля), т. е. того протона, который обычно, по существу феноменологически, мы пытаемся описать (очень грубо) свободным уравнением (17).

Очень естественно и физически заманчиво функцию $F(x)$, характеризующую это зарядовое облако, использовать в качестве формфактора для взаимодействия электромагнитного поля с протоном *).

Большая сложность «элементарных» частиц постепенно осознаётся нами, но, повидимому, настаёт момент, когда из этого обстоятельства необходимо сделать решительные выводы.

Идея протяжённости частиц в её обычном аспекте — слишком классична, она, в сущности, предполагает части целого, наделён-

*) Отсюда видно, что идея «взаимных формфакторов» не имеет отношения к идеям так называемых «реалистических регуляризаций», в рамках которых сохраняется точечность частиц, а расходимости погашаются особенностями различных полей.

ные той же физической природой, что и целое. Это обстоятельство обычно скрадывается в идее динамически недеформируемого формфактора, но в аспекте динамически деформируемого формфактора неизбежно возникает вопрос о «структуре капли», о структуре «облака». На этот вопрос желательно дать ответ не в смысле механической делимости, а в духе современных теорий, устанавливающих теснейшие связи между различными полями.

Из предыдущего анализа следует, что уравнение (17) необходимо рассматривать как, по существу, феноменологическое уравнение движения центра тяжести «сложной системы».

Если по данному пути итти последовательно, то координату протона x_p следует рассматривать как значение координаты, усреднённой по формфактору

$$x_p = \int x F(x)\, dx. \tag{18}$$

Для иллюстрации возможной теории упростим проблему, предполагая, что распределение плотности электрического заряда вокруг протона определяется целиком заряженным мезонным полем φ. Другими словами,

$$x_p = \int x \rho(x)\, d\mathbf{x}, \tag{19}$$

где $\rho(x)$ представляет мезонную плотность. В случае скалярных мезонов

$$\rho(x) \cong ie(\dot{\varphi}^* \varphi - \dot{\varphi} \varphi^*).$$

Взаимодействие протона (вернее, мезонного облака) с электромагнитным полем теперь запишется в виде

$$H' = -e \int \Phi_0(x^\mu)\, \rho(x_p x^\mu)\, d\mathbf{x}^\mu + \\ + e\alpha \int \Phi(x^\mu)\, \rho(x_p x^\mu)\, d\mathbf{x}^\mu, \tag{20}$$

а всё уравнение перепишется таким образом:

$$\left\{ \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \alpha \mathbf{p} + \beta m_0 c^2 + H' \right\} \Psi(x_p) = 0, \tag{21}$$

где

$$x_p = \int x \rho(x)\, d\mathbf{x}.$$

Уравнения для электромагнитного поля запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \Box \Phi &= \alpha e \rho(x), \\ \Box \Phi_0 &= e \rho(x). \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

Но в дальнейшем мы должны написать уравнения движения для мезонного поля. Для «свободного» мезонного поля мы имеем:

$$\Box \varphi(x^{\mu}) = 0, \tag{23}$$

где в аспекте предыдущего естественно полагать, что

$$x^{\mu} = \int x f(x)\, d\mathrm{x} \tag{24}$$

(f — формфактор, характеризующий размеры π-мезона).

В настоящее время мы не знаем, какое поле в основном определяет размеры π-мезона. Не исключено, что таким полем могло бы быть, например, нуклеонное поле

$$f(x) = \psi^*(x)\,\psi(x). \tag{25}$$

Пребывание π-мезона в состоянии нуклеонно-антинуклеонной пары *) иллюстрирует возможный характер подобных представлений.

Для того чтобы написать замкнутую систему уравнений, необходимо написать уравнение мезонного поля (23) с правой частью, так как только из этого уравнения можно определить плотность $\rho(x^{\mu})$ мезонного поля в присутствии реального нуклеона.

В теории точечных взаимодействий в правой части уравнения (23) стоит δ-функция или производные от неё.

В случае скалярного мезонного поля и точечного взаимодействия мезонного и нуклеонного полей мы имели бы

$$\Box \varphi = g\,\delta(r_{\mu} - r_{\nu'}) \tag{26}$$

и известное статическое решение **)

$$\varphi \sim g^2 \frac{e^{-kr^{\mu}}}{r^{\mu}}, \tag{27}$$

вернее, его аналог в случае протяжённого источника можно было бы использовать в (19) и (21) в качестве формфактора для взаимодействия протона с электромагнитным полем.

Естественно, что для взаимодействия мезонного поля с нуклеонами мы должны также ввести формфактор, представляющий размеры нуклеона по отношению к мезонному полю.

В последнее время открыто большое число различных мезонных полей, но пока в отношении этих полей к π-мезонному полю нет

---

*) Частным случаем здесь является нуклеонно-антинуклеонная модель мезона, даваемая Ферми-Янгом[8] или нуклеонно-μ-мезонная модель Венцеля[9].

**) В общем случае надо брать, конечно, нестатическое решение.

ясности*), поэтому конкретные высказывания о формфакторе при взаимодействии π-мезонов с нуклеонами вряд ли могут быть в настоящий момент достаточно определёнными.

Ясно из физических соображений, что правильно написанные уравнения с динамически деформируемыми формфакторами должны быть совместными и не противоречить теории относительности.

Существование заряженных макроскопических тел наглядно иллюстрирует это положение.

Это не значит, что уравнения вида (21), написанные для движения центра тяжести частицы, в этом смысле корректны. Последовательные в этом смысле уравнения должны быть написаны для движения «облака», в частности, могут быть типа кинетических уравнений.

Предыдущие соображения представляют собой, может быть, не столько попытку иллюстрировать характер возможной теории, сколько подчеркнуть феноменологические, очень огрублённые черты существующей теории элементарных частиц. По этому же поводу сделаем ещё одно замечание.

В современной теории фундаментальную роль играют различного рода четырёхмерные Δ-функции. Для мезонного поля, например,

$$[\varphi(x_\mu)\,\varphi(x'_\mu)] \simeq \Delta(x_\mu - x'_\mu). \tag{28}$$

На соотношения подобного рода надо с новой точки зрения смотреть как на огрублённые феноменологизированные соотношения, огрублённые в той же мере, как и уравнения

$$\Box\,\varphi(x_\mu) = 0 \tag{29}$$

для «свободного» мезонного поля. Действительно, на основании (23) характерные свойства коммутационных скобок и Δ-функции относятся к «некоторым усреднённым» координатам: x_μ и x'_μ.

Другими словами, соотношения типа (28) справедливы тогда, когда размеры облака ψ-поля (по которому усреднением (25) получено x_μ и x'_μ) малы по сравнению с расстоянием $x_\mu - x'_\mu$.

Строго говоря, различные поля (например, φ и ψ) также не должны коммутировать в малых областях. Следовательно, в правой части (28) должна стоять какая-то сложная функция от гриновых функций или Δ-функций всех полей. Постепенно мы приходим к пред-

*) Повидимому, большинство новых типов мезонов распадается на π-мезоны, т. е. между этими полями и π-мезонами должна существовать тесная связь. Как далеко идёт эта связь в настоящий момент — нет ясности. Пока не исключена и такая возможность: благодаря сильному взаимодействию π-мезонов друг с другом они временно объединяются в мезоны больших масс, что было бы очень естественно в аспекте гипотезы (Ферми-Янга) нуклеонно-антинуклеонного строения π-мезона. Другими словами, параллельно веществу, состоящему из нуклеонов, можно предположить короткоживущее образование из нуклеонов и антинуклеонов, которое проявляется в виде тяжёлых мезонов.

ставлению, по которому в образ любой элементарной частицы вносят свой вклад все поля, что различные частицы представляют собой какие-то состояния этого общего поля. В настоящий момент неясно, насколько это свойство некоммутативности различных полей можно сформулировать в явном виде и использовать для построения последовательной теории (т. е. на другой основе мы возвращаемся к идее нелокализуемых полей), формулируемой с помощью новых перестановочных соотношений.

Существенно подчеркнуть, что совокупная система уравнений, описывающая взаимные связи между полями, позволяет в принципе исключить все поля, кроме данного, или все поля, кроме данных двух, взаимодействующих между собой.

Действительно, из второго уравнения (22) можно определить, например, Φ_0:

$$\Phi_0(x) = e\int \rho(x') G(xx')\,dx', \tag{30}$$

где $G(xx')$ — соответствующая функция Грина. Φ_0 в виде (30) можно вставить в (20), например,

$$-e\int \Phi_0(x_\mu)\rho(x_p x^\mu)\,dx^\mu = \\ = -e\iint \rho(x')\rho(x_p x^\mu)\,G(x^\mu x')\,dx' dx^\mu. \tag{31}$$

Если вспомнить, что

$$\rho(x) = ie(\dot{\varphi}^*\varphi - \dot{\varphi}\varphi^*),$$

где $\varphi(x)$ — мезонное поле, то выражение (31) содержит под интегралом уже четвёртую степень мезонного поля. Такого рода нелинейные взаимодействия и нелинейные уравнения вообще (при исключении мезонного поля через поле нуклеонов) должны быть характерны для последовательного рассмотрения одного или ограниченного числа взаимодействующих полей.

Исключая, например, все поля, кроме нуклеонных, и полагая массу исходного «голого» нуклеона $m_0 = 0$, мы в принципе должны бы получить экспериментальные значения нуклеонных масс и уравнение движения нуклеонов, свободных от внешних полей.

То же самое должно иметь место и для всех других полей. Нелинейные уравнения подобного рода могут также служить исходным пунктом для поисков аппарата новой теории.

Таким образом, если идея взаимных формфакторов отвечает действительности, то перед нами только начало очень длинного пути создания последовательной теории взаимодействия полей, число которых быстро возрастает.

Мы видим, что попытка рассмотреть последовательным образом идею «взаимных формфакторов» вырастает в очень сложную систему связанных между собой уравнений. Опыт развития науки показывает, что в тех случаях, когда задача усложняется существенным образом, то она практически решается другими, более адэкватными методами, хотя и приближёнными, а строгая последовательная постановка задачи остаётся лишь идеальным случаем правильно сформулированной проблемы *).

Рассмотрим отдельные случаи приближённых подходов к строгой задаче.

§ 3. ЯВЛЕНИЯ В ОБЛАСТИ ПРИБЛИЖЁННОЙ ПРИМЕНИМОСТИ НЕДЕФОРМИРУЕМОГО ФОРМФАКТОРА

В области относительно малых энергетических воздействий на элементарную частицу можно пренебречь деформацией формфактора и, учитывая размеры элементарных частиц какой-либо простой «размазкой», производить качественные оценки характерных влияний размеров частиц в различных эффектах.

Гипотеза деформируемого формфактора даёт обоснование законности таких оценок в некоторых энергетических пределах. Целесообразность подобных оценок диктуется современным состоянием эксперимента. Как уже выше подчёркивалось, в эксперименте в настоящее время фигурируют такие длины, которые лежат на шкале возможных размеров элементарных частиц.

Влияние размеров на характер эффектов очень специфично. Рассмотрим несколько простых примеров.

а) Рассеяние π^+-мезонов на протоне

Для простоты рассмотрения выберем фактор (11) в виде **)

$$f = be^{-r_0^2(k,\,l)},$$

где k и l — соответственно волновые числа мезона и протона, $b = e^{+r_0^2 \frac{mc}{\hbar}\frac{Mc}{\hbar}}$ — нормировочный коэффициент, который обеспечивает равенство единицы $f(k)$ при малых импульсах мезона. В системе центра инерции $\mathbf{k} = -\mathbf{l}$; следовательно, при рассеянии положительного мезона в первом акте взаимодействия войдёт фактор

$$f_1 = be^{-r_0^2\left\{\left(\frac{m^2c^2}{\hbar^2} + k'^2\right)^{1/2}\left(\frac{M^2c^2}{\hbar^2} + k^2\right)^{1/2} + \mathbf{k}\mathbf{k}'\right\}}. \tag{32}$$

(Протон с импульсом $\hbar\mathbf{l} = -\mathbf{k}\hbar$ испускает мезон с импульсом $\hbar\mathbf{k}'$.)

---

*) Например, классическая проблема многих взаимодействующих тел.

**) Если не ограничиваться только чисто иллюстративными целями, то целесообразнее выбирать $f((k, l)^n)$, где n — четно, чтобы фактор был пригоден и на случай отрицательных энергий. k и l последовательнее брать из соответствующих диаграмм Фейнмана.

Во втором акте взаимодействия войдёт фактор

$$f_2 = be^{-r_0^2\left\{\left(\frac{m^2c^2}{\hbar^2}+k^2\right)^{1/2}\left(\frac{M^2c^2}{\hbar^2}+(\mathbf{k}'+\mathbf{k})^2\right)^{1/2}+(\mathbf{k}^2+\mathbf{k})\,\mathbf{k}\right\}}. \tag{33}$$

(Нуклеон с импульсом $\hbar(\mathbf{l}-\mathbf{k}') = -\hbar(\mathbf{k}+\mathbf{k}')$ поглощает начальный π^+-мезон с импульсом $\hbar\mathbf{k}$.) Дифференциальное сечение рассеяния положительных мезонов на протоне получит добавочный множитель

$$\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_f = \frac{d\sigma^+}{d\Omega}\left(f_1^2 f_2^2\right)^+. \tag{34}$$

Выбирая для простоты записи

$$r_0^2 = \alpha\frac{\hbar}{mc}\frac{\hbar}{Mc}; \quad \frac{M}{m} = \varkappa \sim 6, \quad \alpha \sim 1, \tag{35}$$

мы получим

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= e^{-\alpha\left\{(1+k'^2)^{1/2}\left(1+\frac{k^2}{\varkappa^2}\right)^{1/2}+\frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{\varkappa}-1\right\}}, \\ f_2 &= e^{-\alpha\left\{(1+k^2)^{1/2}\left(\frac{(k'+k)^2}{\varkappa^2}\right)^{1/2}+\frac{(\mathbf{k}'+\mathbf{k})\,\mathbf{k}}{\varkappa}-1\right\}}, \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

где теперь $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ — импульсы начального и конечного мезонов в энергетических единицах mc^2. Рассматривая кинетические энергии мезонов ~ 1 (т. е. mc^2), мы можем пренебречь $\frac{k^2}{\varkappa^2}$ и $\frac{(\mathbf{k}'+\mathbf{k})^2}{\varkappa^2}$ по сравнению с единицей.

Замечая, что в системе ц. т. $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'|$, $E = \sqrt{1+k^2}$, получаем:

$$\left(f_1^2 f_2^2\right)^+ = e^{-4\alpha\left\{E-1+\frac{E^2-1}{2\varkappa}(1+2\cos\theta)\right\}}. \tag{37}$$

При малых k f_1, $f_2 \cong 1$ и сечение (37) совпадает с сечением, получаемым для точечного взаимодействия. Для псевдоскалярного мезона с псевдовекторной связью сечение рассеяния растёт с энергией падающего мезона. Учёт размеров нуклеона $\left(f_1^2 f_2^2\right)$ приводит к уменьшению сечения рассеяния при больших энергиях падающего мезона. Энергетическая зависимость полного сечения должна содержать в этом случае характерный максимум.

Для дифференциального сечения протяжённость нуклеона должна привести к характерному увеличению рассеяния π^+-мезонов назад и на большие углы вообще*). Импульсы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ по абсолютной ве-

---

*) При рассеянии π^--мезонов на протонах в первом акте взаимодействия (в отличие от рассеяния π^+-мезонов) происходит поглощение π^--ме-

личине равны между собой. Если $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ примерно совпадают по направлению (малые углы рассеяния), то в экспоненте $\frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{\chi} \sim \frac{k^2}{\chi}$, т. е. члены подобного вида в (37) будут уменьшать рассеяние на малые углы.

Если $\mathbf{k}' \sim -\mathbf{k}$ (рассеяние назад), то соответствующие члены входят в (37) со знаком минус и факторы менее сильно подавляют сечение. Отношение соответствующих сечений имеет вид

$$\left(\frac{d\sigma^{+}}{d\Omega}\right)_{f;\,\vartheta=0} \Bigg| \left(\frac{d\sigma^{+}}{d\Omega}\right)_{f;\,\vartheta=\pi} = \\ = \left[\left(\frac{d\sigma^{+}}{d\Omega}\right)_{\vartheta=0} \Bigg| \left(\frac{d\sigma^{+}}{d\Omega}\right)_{\vartheta=\pi}\right] \times e^{-\frac{4\alpha(E^2-1)}{\chi}(\cos 0 - \cos\pi)}. \tag{38}$$

Сильное рассеяние на большие углы является характерной чертой экспериментальных данных по рассеянию π^{+}-мезонов*) на протонах; меньшие сечения и относительная изотропия характерны для рассеяния $\pi^{-} \to \pi^{-}$.

б) Рождение заряженных мезонов фотонами

В данном эффекте необходимо рассматривать как взаимодействие π-мезонов с нуклеонами, так и взаимодействие, например, мезонов с фотонами.

Если размеры мезона в основном определяются облаком нуклеонно-антинуклеонных пар, то зарядовое облако π-мезона имеет размеры $\sim \hbar/Mc$ и по отношению к фотонам энергии ~ 400 *Мэв* может в грубом приближении рассматриваться как точечное.

В случае псевдоскалярного мезонного поля с псевдовекторным взаимодействием основной вклад в сечение даёт взаимодействие H_{eg}, которое, между прочим, обеспечивает градиентную инвариантность уравнений

$$H_{\text{eg}} \sim \gamma \mathbf{A} \gamma_5 \varphi. \tag{39}$$

зона. Это обстоятельство приводит к другому выражению для формфактора:

$$\left(f_1^2 f_2^2\right)^{-} = e^{-4\alpha\left\{E - 1 + \frac{E^2-1}{\chi}\right\}}.$$

Для последнего характерно отсутствие угловой зависимости и более сильное уменьшение рассеяния π^{-} в соответствии с экспериментом.

*) Существенно, что $\dfrac{\left(f_1^2 f_2^2\right)^{+}}{\left(f_2^1 f_2^2\right)^{-}} \approx e^{2\alpha}$ при $\vartheta \sim \pi$, если $\alpha \sim 1$, $e^{2\alpha} \sim 7$, т. е. в согласии с экспериментом рассеяние на большие углы π^{+}-мезонов намного больше, чем рассеяние π^{-}-мезонов.

В этом случае без промежуточного состояния идёт процесс поглощения фотона и испускания реального мезона с импульсом k. Следовательно, в том же приближении, что в случае рассеяния мезонов, дифференциальное сечение рождения заряженных мезонов на нуклеоне будет иметь вид (в лабораторной системе)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_f = \frac{d\sigma}{d\Omega} e^{-2\alpha\{E_\mu - 1\}} = \frac{d\sigma}{d\Omega} f_1^2, \tag{40}$$

где $(E_\mu - 1)$ — импульс рождённого мезона, а $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ — сечение, полученное без применения формфактора.

Характерные особенности влияния формфактора на рассматриваемый процесс заключаются в следующем:

1. Формфактор (40) уменьшает число рождённых мезонов с большими импульсами (под малыми углами).

2. Максимум сечения в зависимости от энергии γ-кванта более пологий и наступает при бо́льших энергиях, чем в случае рассеяния мезонов.

в) Фоторождение нейтральных мезонов

Как показывают расчёты, наблюдаемые сечения для фоторождения нейтральных мезонов в области малых энергий могут быть получены, если эффект интерпретировать как рождение заряженных мезонов и затем рассеяние их на нуклеоне с перезарядкой в нейтральные. В случае фоторождения нейтрального мезона влияние формфактора сведётся к появлению более острого максимума в зависимости полного сечения от энергии γ-кванта.

Известно, что экспериментальные данные относительно рождения заряженных мезонов под малыми углами (к направлению импульса γ-кванта) характеризуются уменьшением сечения (с уменьшением угла), что находится в согласии с предыдущими замечаниями. Известно также, что все расчёты (по слабой и сильной связи) приводят к росту сечения при малых углах.

Если размеры π-мезонов по отношению к электромагнитному полю лежат также в области длин $\hbar/mc$, то предыдущее рассмотрение эффектов фоторождения несколько усложняется.

Обсуждаемая протяжённость мезонов по отношению к электромагнитному полю может существенным образом изменить обычную интерпретацию такого явления, как поглощение медленных отрицательных мезонов протонами. Рассматриваемый процесс приводит либо к появлению медленного нейтрального π^0-мезона, либо одного γ-кванта.

Из сопоставления двух последних сечений можно определить отношение констант $e^2/\hbar c : g_0^2/\hbar c$; известно, что отсюда даже для псевдовекторной связи псевдоскалярного нейтрального мезонного поля получаются слишком большие константы:

$$\left(\frac{g_0^2}{\hbar c} \sim 10\right).$$

Введение формфактора ослабляет взаимодействие с электромагнитным полем, что уменьшает эффективное значение константы тонкой структуры $(e^2/\hbar c)$, иммитируя тем самым большое значение константы $g_0^2/\hbar c$, если при малых импульсах нейтрального мезона (большая длина волны) не существенны размеры нуклеона по отношению к мезонному полю. Поглощение медленных π^--мезонов протоном, однако, неоднозначным образом свидетельствует об электромагнитных размерах мезона в области длин $\hbar/mc$. Малые константы $g_0^2/\hbar c$ можно получить также, как известно, и в случае примеси псевдоскалярной связи с константой

$$\frac{f_0^2}{\hbar c} \sim 1.$$

Все приведённые примеры показывают, что в принципе размеры элементарных частиц уже в настоящее время могут являться объектом экспериментальных исследований.

К сожалению, все предыдущие оценки относятся к сравнению с теорией возмущения. Правда, с учётом формфактора применимость теории возмущения улучшается, но, тем не менее, в случае мезонных полей желательно предыдущие сравнения делать с более точными решениями существующих уравнений, например с учётом реакции излучения, или с более общим решением, получаемым методом Тамма. Таким образом, ответ на поставленный нами вопрос может дать лишь более тщательное количественное рассмотрение проблемы.

Надо отметить ещё одну специфическую особенность развиваемых представлений об элементарных частицах. Эти представления допускают совершенно иной характер взаимодействия частиц и поля по сравнению с тем, с которым мы привыкли иметь дело в современной теории элементарных частиц. Одно из фундаментальных положений существующей теории выражается в том, что процесс, например поглощения квантов поля свободными частицами, не идёт в первом порядке теории возмущения. Законы сохранения энергии и импульса и «элементарность частицы» (отсутствие возбуждённых степеней свободы) делают такой процесс невозможным. Предыдущее рассмотрение элементарной частицы как очень сложной системы допускает в принципе взаимодействия, приводящие к реальным короткоживущим состояниям типа «компаунд-ядра».

Известную попытку Ферми трактовать множественное рождение частиц в одном акте можно рассматривать как пример именно такого нового рода взаимодействий.

В теории Ферми, вопреки теории слабой связи, полное сечение не падает с энергией. Ферми рассматривает свою теорию как предельный случай теории с большим параметром связи. Такая интерпретация без дальнейшего неясна, так как в известных рассчитанных случаях взаимодействия с большим параметром связи («сильная связь») из-за большой реакции излучения сечения эффектов быстро затухают с ростом энергии и, как известно, малы по сравнению с сечениями, полученными в теориях со слабой связью. В своё время интерес к теориям с сильной связью возник, как известно, в связи с необходимостью объяснить наблюдённое малое сечение рассеяния мезонов в космических лучах (впоследствии эти частицы оказались μ-мезонами).

* *
*

В настоящее время не исключено и более тривиальное решение обсуждаемого вопроса.

Может быть, на динамически деформируемый формфактор следует смотреть как на феноменологический учёт всех высших приближений современной теории в том случае, когда рассматриваются все поля во взаимной связи. Этот вопрос вряд ли можно прояснить без существенной рационализации методов решения существующих уравнений полей.

В случае электродинамики является разительным тот факт, что учёт поляризации вакуума снижает расходимость собственной энергии до логарифмической. Возможно, что более точное решение существующих уравнений электродинамики может ликвидировать расходимости вообще.

Известно, например, что (пока ещё несовершенные) попытки получить перенормированное уравнение для двух взаимодействующих полей приводят к появлению некоторого формфактора. Естественно, что этот формфактор не должен быть жёстким, он представляет собой «облако» в духе идеи взаимных формфакторов. Здесь намечается связь между новыми идеями в перенормировках и деформируемыми формфакторами.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнению

$$[x_\nu [x^\nu U]] - \lambda^2 U = 0 \tag{I}$$

можно сопоставить уравнение

$$[p_\nu [p^\nu U]] - (imc)^2 U = 0; \tag{II}$$

уравнение (II) представляет собой, как в этом легко убедиться, друтую запись обычного уравнения для скалярного поля:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x^\mu} - \varkappa^2\right) U(x) = 0,$$

где

$$\varkappa = \frac{mc}{\hbar}.$$

Юкава показал [6], что уравнения (I) и (II) можно записать в нетривиальном виде:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial X_\mu \partial X^\mu} - \varkappa^2\right) U(X_\mu, r_\mu) = 0 \qquad \text{(II')}$$

и

$$(r_\mu r^\mu - \lambda^2) U(X_\mu r_\mu) = 0, \qquad \text{(I')}$$

где

$$X_\mu = \frac{1}{2}(x'_\mu + x''_\mu);$$
$$r_\mu = x'_\mu - x''_\mu.$$

Здесь координату X_μ можно интерпретировать как координату частицы, координату её «центра тяжести», а относительную координату r_μ связать с «размерами» частицы.

Правда, новый вектор r_μ нельзя так просто, без дальнейшего, связать с размерами частицы. Действительно, пусть мы его определим как пространственный или временный вектор. Это значит, например, что существует такая привилегированная система координат (в пустом пространстве), в которой $r_4 = 0$, а $\mathbf{r} \neq 0$ (т. е. $\mu^2 = \lambda^2$). Так как эта система координат в системе уравнений (I) и (II) ничем физически не выделена, то мы приходим к привилегированной системе координат в пустом пространстве, т. е. приходим к противоречию с релятивизмом. Положение можно исправить добавочным условием, связывающим данную систему координат с самой частицей. По мысли Юкавы роль такого условия должно выполнить введённое им добавочное уравнение:

$$r_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} U(X_\mu r_\mu) = 0 \qquad \text{(III)}$$

или *)

$$k_\mu r^\mu = 0. \qquad \text{(III')}$$

---

*) Существует более общее условие $k_\mu r^\mu + b = 0$, которое фактически использовано ещё в той работе [2], где была предложена сама идея нелокальности.

Теперь совместное решение уравнений (I′), (II′) и (III′) записывается в виде

$$U(X_\mu r_\mu)=$$
$$=\int\ldots\int (dk)^4\varphi(k_\mu r_\mu)\, e^{ik_\mu X^\mu}\,\delta(k_\mu k^\mu+\varkappa^2)\,\delta(r_\mu r^\mu-\lambda^2)\,\delta(k_\mu r^\mu);$$

для частицы, у которой $k_4=-\varkappa$; $\mathbf{k}=0$, волновая функция принимает вид

$$\varphi(\varkappa_1 r_\mu)\,\delta(r_\mu r^\mu-\lambda^2)\,\delta(\varkappa k_4)\, e^{-i\varkappa X^4},$$

где, следовательно, на основании $r_4=0$

$$r_1^2+r_2^2+r_3^2=\lambda^2.$$

Последнее обстоятельство интерпретируется Юкавой таким образом, что в системе координат, связанной с частицей, частица представляет собой сферу с радиусом λ. К сожалению, эта интерпретация не совсем соответствует фактическому содержанию данной теории. Дело в том, что условие $r_4=0$ не определяет однозначно систему координат, связанную с частицей $(\mathbf{k}=0)$. Действительно, требование $r_4=0$ определяет некоторую систему координат, выделенную тем, что в ней все $\mathbf{k}$ перпендикулярны $\mathbf{r}$. Последнее обстоятельство следует непосредственно из условия $r_\mu k^\mu=0$ при $r_4=0$.

Легко вычислить скобку Пуассона от $[U(X_\mu r_\mu);\ U(X'_\mu r_\mu)]$. Так как данный коммутатор является инвариантом, то проще всего он вычисляется в системе координат, в которой $r_4=0$. Здесь вместо обычной четырёхмерной Δ-функции получается выражение

$$\Delta'=-\frac{2\pi i}{\lambda}\int_0^\infty \frac{k\,dk}{\sqrt{k^2+\varkappa^2}}\, J_0(kR\sin\theta)\sin\sqrt{k^2+\varkappa^2}\,X^4, \qquad \text{(IV)}$$

причем

$$\mathbf{R}\mathbf{r}=rR\cdot\cos\theta.$$

Выражение (IV) любопытно тем, что при $\mathbf{r}$, ~~перпендикулярном~~ радиусу-вектору $\mathbf{R}=\mathbf{X}-\mathbf{X}'$, рассматриваемая скобка Пуассона отлична от нуля и не зависит от величины $|\mathbf{R}|$. Другими словами, в противоречии с теорией относительности, две точки $\mathbf{X}$ и $\mathbf{X}'$ в данных условиях всегда связаны сигналом со сверхсветовой скоростью.

Существенно отметить ещё одну черту рассматриваемого варианта нелокального поля. Юкава попытался придать смысл протяжённости частицы самой по себе, т. е. свободной частице, вне всякого отношения к полю, взаимодействующему с ней.

Впоследствии выяснилось [11], что путём некоторых преобразований нелокальное свободное поле можно превратить в локальное. Только в случае взаимодействующих нелокальных полей такую трансформацию провести не удаётся. Таким образом, мы возвращаемся вновь к идее нелокального взаимодействия, как она была вначале сформулирована [2].

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. Watagin, Zeits. f. Phys. **88**, 92 (1934) и др.*).
2. М. Марков, ЖЭТФ **10**, 1311 (1940).
3. C. Bloch, Kgl. Danske. Videnskab. Sels. kab., Mat.-fys. Medd. **24**, № 1 (1950).
4. Д. Блохинцев, ЖЭТФ **18**, 566 (1948).
5. М. Марков, ЖЭТФ **21**, 11 (1951).
6. H. Yukawa, Phys. Rev. **77**, 219 (1949).
7. А. Власов, Теория многих частиц, Гостехиздат, 1950.
8. E. Fermi and C. Jang, Phys. Rev. **76**, 1739 (1949).
9. G. Wentzel, Phys. Rev. **79**, 710 (1950).
10. Yoró Ôno and Masao Sugwara, Progr. of Theor. Phys. **6**, № 2, 182 (1951).
11. Hara and Shimazu, Progr. of Theor. Phys. **5**, 1055 (1950).

*) В настоящее время имеется обширная литература по данному вопросу.