

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

**РАССЕЯНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ МИКРОРАДИОВОЛН
В АТМОСФЕРНЫХ ОБРАЗОВАНИЯХ (ДОЖДЬ, СНЕГ,
ОБЛАЧНОСТЬ, ТУМАН) И РАДИОЛОКАЦИЯ**

Д. М. Высоковский

ВВЕДЕНИЕ

Некоторое время назад было установлено, что радиолокационные станции, работающие на сантиметровом диапазоне, способны обнаруживать отражённые сигналы, возникающие при рассеивании микрорадиоволн на атмосферных образованиях, особенно на сильных дождях и грозových облаках¹⁻⁵.

Для теоретического рассмотрения процессов рассеяния и поглощения микрорадиоволн в атмосферных образованиях, состоящих из сферических капель воды, оказалось возможным использовать развитую в своё время теорию рассеяния электромагнитных волн сферическими частицами⁶⁻⁷. На основе этой теории и элементарных радиолокационных расчётов можно оценить порядок величины амплитуд отражённых сигналов. Результаты таких подсчётов находятся в согласии с данными наблюдений на радиолокационных станциях.

Тем не менее наблюдения отражённых сигналов не дают непосредственной возможности точно определять содержание капельной жидкости в атмосфере, так как наличие зависимости амплитуды отражённого сигнала от характера распределения размеров капель может привести к тому, что, например, дождь с меньшей общей величиной осадка, но состоящий из крупных капель, может дать большую амплитуду отражённого сигнала, чем дождь с большим осадком, но состоящий из более мелких капель. Для правильной интерпретации радиолокационных данных исключительно важным оказался поэтому связанный с экспериментальным изучением этих явлений учёт статистической картины атмосферных образований и осадков в отношении распределения размеров капель и скорости их падения, наличия флуктуаций концентрации капель во времени и пространстве и т. д.

При совместном теоретическом и экспериментальном исследовании как самих атмосферных образований, так и процессов поглощения и рассеяния в них микрорадиоволн удаётся установить на-

личие корреляции между амплитудой отражённых сигналов и содержанием капельной жидкости в атмосфере или величиной осадка дождя и использовать её для метеорологических целей. Использование радиолокации даёт, таким образом, возможность исследования ряда проблем метеорологии, малодоступных до сих пор для непосредственного эксперимента и наблюдений.

Сюда относятся такие вопросы, как зависимость распределения концентрации капель в атмосферных образованиях от высоты, структура и развитие дождей, прохождение осадков через уровень нулевой изотермы, образование и движение фронтов и т. д.^{8, 9, 10, 11}. Всё это определяет большие перспективы в деле применения радиолокации в метеорологии^{12, 13}.

В данном обзоре приводятся основные результаты теоретических и экспериментальных работ по исследованию рассеяния и поглощения микрорадиоволн макроскопическими частицами сферической формы и по применению радиолокации для изучения атмосферных образований.

1. ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ МИКРОРАДИОВОЛН СФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

Основные результаты теории рассеяния и поглощения электромагнитных волн сферическими частицами дают возможность вычислять величины эффективных сечений поглощения, полного и радиолокационного рассеяния, имеющие важное значение в теории радиолокации атмосферных образований.

В теории рассеяния*) рассматривается рассеяние и поглощение плоской электромагнитной волны на шарике радиуса a . Электрическое и магнитное поля плоской волны, падающей вдоль оси z и поляризованной по оси x , имеют вид:

$$\begin{aligned} E^i &= E_x = a_x E_0 \cdot e^{-ik_2 z + i\omega t}, \\ H^i &= H_y = \frac{1}{\eta_2} \cdot a_y E_0 \cdot e^{-ik_2 z + i\omega t}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$k_2 = (\mu_2 \epsilon_2 \omega^2 - i\mu_2 \sigma_2 \omega)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

— комплексное волновое число для внешней среды с параметрами μ_2 , ϵ_2 , σ_2 ,

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} = 377 \text{ ом} \quad (3)$$

— импеданс среды и a_x , a_y , a_z — единичные векторы в положительных направлениях осей.

*) Теория рассеяния электромагнитных волн сферическими частицами подробно изложена в изданной в последнее время книге К. С. Шифрина «Рассеяние в мутной среде»^{14a}.

Вещество шарика характеризуется параметрами ϵ_1 , μ_1 , σ_1 . Если волновые векторы плоской волны $\mathbf{a}_x \cdot e^{-ik_z z}$, $\mathbf{a}_y \cdot e^{-ik_z z}$ разложить по волновым векторам \mathbf{m} и \mathbf{n} сферической волны, соответствующим точке со сферическими полярными координатами r , ϑ , φ (см., например, ¹⁴ стр. 365), то выражения для полей падающей волны будут (опуская временной множитель $e^{i\omega t}$) иметь вид

$$\left. \begin{aligned} E^i &= E_0 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} (m_{0n}^{(1)} + in_{0n}^{(1)}), \\ H^i &= -\frac{E_0}{\eta_2} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (m_{en}^{(1)} - in_{0n}^{(1)}), \end{aligned} \right\} (4)$$

где функции \mathbf{m} и \mathbf{n} выражаются в виде

$$\left. \begin{aligned} m_{0n}^{(\alpha)} &= \frac{1}{\sin \vartheta} \cdot Z_n^{(\alpha)}(kr) P_n^1(\cos \vartheta) \cos \varphi \mathbf{i}_2 - Z_n^{(\alpha)}(kr) \frac{dP_n^1}{d\vartheta} \cdot \sin \varphi \cdot \mathbf{i}_3, \\ m_{en}^{(\alpha)} &= -\frac{1}{\sin \vartheta} \cdot Z_n^{(\alpha)}(kr) P_n^1(\cos \vartheta) \sin \varphi \mathbf{i}_2 - Z_n^{(\alpha)}(kr) \cdot \frac{dP_n^1}{d\vartheta} \cos \varphi \cdot \mathbf{i}_3, \\ n_{0n}^{(\alpha)} &= n(n+1) \frac{Z_n^{(\alpha)}(kr)}{kr} P_n^1(\cos \vartheta) \sin \varphi \mathbf{i}_1 + \\ &+ \frac{1}{kr} \cdot \frac{\partial}{\partial z} [rZ_n^{(\alpha)}(kr)] \frac{dP_n^1}{d\vartheta} \cdot \sin \varphi \cdot \mathbf{i}_2 + \\ &+ \frac{1}{kr \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [rZ_n^{(\alpha)}(kr)] P_n^1(\cos \vartheta) \cos \varphi \mathbf{i}_2, \\ n_{en}^{(\alpha)} &= n(n+1) \frac{Z_n^{(\alpha)}(kr)}{kr} P_n^1(\cos \vartheta) \cos \varphi \cdot \mathbf{i}_1 + \\ &+ \frac{1}{kr} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [rZ_n^{(\alpha)}(kr)] \frac{dP_n^1}{d\vartheta} \cdot \cos \varphi \cdot \mathbf{i}_2 - \\ &- \frac{1}{kr \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial z} [rZ_n^{(\alpha)}(kr)] P_n^1(\cos \vartheta) \sin \vartheta \cdot \mathbf{i}_3. \end{aligned} \right\} (6)$$

В этих формулах $P_n^1(x)$ — первый присоединённый полином Лежандра первого рода и \mathbf{i}_1 , \mathbf{i}_2 , \mathbf{i}_3 — единичные векторы, направленные в сторону возрастания r , ϑ и φ в точке (r, ϑ, φ) сферы радиуса r , причём \mathbf{i}_2 и \mathbf{i}_3 соответственно касательны к меридиану и к параллели сферы (рис. 1). Значок α принимает значение 1 для падающей и прошедшей волны и 3 для рассеянной волны.

Функции $Z_n^{(1)}(x)$ и $Z_n^{(3)}(x)$ определяются соотношениями:

$$Z_n^{(1)}(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot J_{n+\frac{1}{2}}(x); \quad Z_n^{(3)}(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}(x), \quad (7)$$

где $J_{n+\frac{1}{2}}(x)$ — функция Бесселя первого рода $n+\frac{1}{2}$ порядка и $H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(x)$ — функция Ханкеля второго рода $n+\frac{1}{2}$ порядка. Поле рассеянной волны $\mathbf{E}^s, \mathbf{H}^s$ ищется (для $r > a$, где a — радиус рассеивающего шарика) в виде

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}^s &= E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n(n+1)} (a_n^s \mathbf{m}_{0n}^{(3)} + i b_n^s \mathbf{n}_{en}^{(3)}) \\ \mathbf{H}^s &= -\frac{E_0}{\eta_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n(n+1)} (b_n^s \mathbf{m}_{en}^{(3)} - i a_n^s \mathbf{n}_{0n}^{(3)}), \end{aligned} \right\} (8)$$

аналогичном выражениям для $\mathbf{E}^t, \mathbf{H}^t$. Внутри сферы ($r < a, k = k_1$ и $\eta = \eta_1$) поле прошедшей волны $\mathbf{E}^t, \mathbf{H}^t$ ищется в виде

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}^t &= E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n(n+1)} (a_n^t \mathbf{m}_{0n}^{(1)} + i b_n^t \mathbf{n}_{en}^{(1)}), \\ \mathbf{H}^t &= -\frac{E_0}{\eta_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n(n+1)} (b_n^t \mathbf{m}_{en}^{(1)} - i a_n^t \mathbf{n}_{0n}^{(1)}). \end{aligned} \right\} (9)$$

Таким образом, задача нахождения поля рассеянной и прошедшей волны сводится к определению амплитудных коэффициентов a_n^s, b_n^s и a_n^t, b_n^t путём использования граничных условий. Из выражений для полей $\mathbf{E}^t, \mathbf{H}^t, \mathbf{E}^s, \mathbf{H}^s$ и $\mathbf{E}^i, \mathbf{H}^i$ можно найти составляющие этих полей по сферическим осям координат.

Равенство на поверхности сферы тангенциальных составляющих полей вне и внутри сферы выражается в виде

$$\begin{aligned} E_{\theta}^i + E_{\theta}^s &= E_{\theta}^t, \\ H_{\theta}^i + H_{\theta}^s &= H_{\theta}^t \text{ при } r = a. \end{aligned} \quad (10)$$

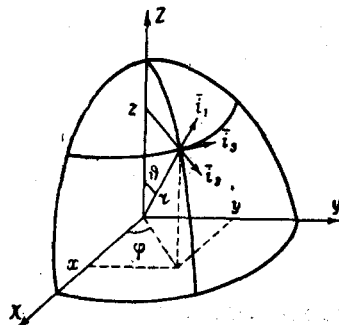


Рис. 1. Система сферических координат.

После подстановки выражений для компонент полей получается следующая система уравнений для определения

коэффициентов a_n^s , b_n^s и a_n^t , b_n^t :

$$a_n^t Z_n^{(1)}(N\rho) - a_n^s Z_n^{(3)}(\rho) = Z_n^{(1)}(\rho),$$

$$\mu_2 a_n^t \frac{d}{d(N\rho)} [N\rho Z_n^{(3)}(N\rho)] - \mu_1 a_n^s \cdot \frac{d}{d\rho} [\rho Z_n^{(3)}(\rho)] = \mu_1 \frac{d}{d\rho} [\rho Z_n^{(1)}(\rho)] \quad (11)$$

и

$$\mu_2 N b_n^t Z_n^{(1)}(N\rho) - \mu_1 b_n^s Z_n^{(3)}(\rho) = \mu_1 Z_n^{(1)}(\rho),$$

$$b_n^t \frac{d}{d(N\rho)} [N\rho Z_n^{(1)}(N\rho)] - N b_n^s \cdot \frac{d}{d\rho} [\rho Z_n^{(3)}(\rho)] = N \frac{d}{d\rho} [\rho Z_n^{(1)}(\rho)], \quad (12)$$

где $N = \frac{k_1}{k_2}$; $\rho = k_2 a$.

Исключение a_n^t из уравнений (11) и b_n^t из уравнений (12) даёт возможность найти выражения для a_n^s и b_n^s :

$$\left. \begin{aligned} a_n^s &= - \frac{\mu_1 Z_n^{(1)}(N\rho) [\rho Z_n^{(1)}(\rho)]' - \mu_2 Z_n^{(1)}(\rho) [N\rho Z_n^{(1)}(N\rho)]'}{\mu_1 Z_n^{(1)}(N\rho) [\rho Z_n^{(3)}(\rho)]' - \mu_2 Z_n^{(3)}(\rho) [N\rho Z_n^{(1)}(N\rho)]'} \\ b_n^s &= - \frac{\mu_1 Z_n^{(1)}(\rho) [N\rho Z_n^{(1)}(N\rho)]' - \mu_2 N^2 Z_n^{(1)}(N\rho) [\rho Z_n^{(1)}(\rho)]'}{\mu_1 Z_n^{(3)}(\rho) [N\rho Z_n^{(3)}(N\rho)]' - \mu_2 N^2 Z_n^{(1)}(N\rho) [\rho Z_n^{(3)}(\rho)]'} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где штрихом обозначено дифференцирование по аргументу бесселевой функции, заключённой в скобки. Точно так же, исключая a_n^s и b_n^s , можно получить выражение для a_n^t и b_n^t .

Для больших расстояний от центра шарика ($r \gg a$ или $k_2 r \gg k_2 a$) выражения (13) можно упростить. Коэффициенты a_n и b_n малы для $n > k_2 a$ и суммирование по n может быть ограничено членами с номером $n < k_2 a$. В случае больших расстояний $k_2 r > n$ и на величину члена влияет не столько его порядковый номер n , сколько аргумент $k_2 r$ сферической бесселевой функции.

При этих условиях можно воспользоваться асимптотическим представлением этих функций:

$$\left. \begin{aligned} Z_n^{(1)}(kr) &\approx \frac{1}{kr} \cos\left(kr - \frac{n+1}{2} \pi\right), \\ Z_n^{(3)}(kr) &\approx \frac{1}{kr} e^{-i\left(kr - \frac{n+1}{2} \pi\right)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Отсюда видно, что радиальными компонентами полей можно практически пренебречь, так как они пропорциональны $\frac{1}{r^2}$, в то время как компоненты по ϑ и φ пропорциональны $\frac{1}{r}$. В силу этого на больших расстояниях векторы поля будут перпендикулярны линии распространения (волновая зона).

Таким образом, при $r \gg a$

$$E_r^s = H_r^s = 0 \tag{15}$$

и

$$\left. \begin{aligned} E_{\vartheta}^s &= \eta_2 H_{\varphi}^s = \\ &= \left(\frac{i}{kr}\right) E_0 e^{-ikr} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(a_n^s \frac{P_n^1}{\sin \vartheta} + b_n^s \frac{dP_n}{d\vartheta} \right) \cos \varphi, \\ E_{\varphi}^s &= -\eta_2 H_{\vartheta}^s = \\ &= -\left(\frac{i}{kr}\right) E_0 e^{-ikr} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(a_n^s \frac{dP_n^1}{\sin \vartheta} + \right. \\ &\quad \left. + b_n^s \frac{P_n^1}{\sin \vartheta} \right) \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \tag{16}$$

Результирующее поле в некоторой точке вне сферы является суперпозицией полей падающей и рассеянной волн

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s; \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^s. \tag{17}$$

Радиальная компонента комплексного вектора Умова-Пойнтинга результирующего поля в волновой зоне будет:

$$S_r = \frac{1}{2} (E_{\vartheta}^s H_{\varphi}^{s*} - E_{\varphi}^s H_{\vartheta}^{s*}), \tag{18}$$

где значок * обозначает комплексную сопряжённость.

При подстановке (17) получается:

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{1}{2} (E_{\vartheta}^i H_{\varphi}^{i*} - E_{\varphi}^i H_{\vartheta}^{i*}) + \frac{1}{2} (E_{\vartheta}^s H_{\varphi}^{s*} - E_{\varphi}^s H_{\vartheta}^{s*}) + \\ &+ \frac{1}{2} (E_{\vartheta}^i H_{\varphi}^{s*} + E_{\vartheta}^s H_{\varphi}^{i*} - E_{\varphi}^i H_{\vartheta}^{s*} - E_{\varphi}^s H_{\vartheta}^{i*}). \end{aligned} \tag{19}$$

Выражение, заключённое в первые скобки, представляет собой плотность потока энергии падающей волны, выражение же во вторых скобках — плотность потока энергии рассеянной волны. Таким образом, общая величина рассеянной энергии будет:

$$P_s = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (E_{\vartheta}^s H_{\varphi}^{s*} - E_{\varphi}^s H_{\vartheta}^{s*}) r^2 \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi, \tag{20}$$

где интеграл берётся по поверхности сферы с большим радиусом. Подставляя значения E и H из (16), найдём:

$$P_s = \frac{1}{2\eta_2} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (|E_{\vartheta}^s|^2 + |E_{\varphi}^s|^2) r^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi. \tag{21}$$

Величина поглощения энергии определяется потоком энергии внутрь замкнутой поверхности, окружающей эту сферу:

$$P_{ab} = \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (-S_r) \cdot r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi. \quad (22)$$

Так как поток энергии, проносимый через замкнутую поверхность падающей волной, равен нулю, то из соображений энергетического баланса интеграл по замкнутой поверхности от группы членов в выражении (19), заключённых в третьи скобки, должен представлять собой сумму энергии, поглощаемой и рассеиваемой шариком, т. е.

$$\begin{aligned} P_t &= P_{ab} + P_s = \\ &= -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (E_{\vartheta}^i H_{\varphi}^{s*} + E_{\vartheta}^s H_{\varphi}^{i*} - E_{\varphi}^i H_{\vartheta}^{s*} - E_{\varphi}^s H_{\vartheta}^{i*}) r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi. \end{aligned} \quad (23)$$

Подставляя значения компонент полей в (21) и (23) и учитывая, что интегрирование по φ сводится к умножению на π , а интегралы произведений присоединённых полиномов Лежандра $P_n^{(1)}(x)$ отличны от нуля только в том случае, если они входят в виде

$$\int_0^{\pi} \left[\left(\frac{P_n^1}{\sin \vartheta} \right)^2 + \left(\frac{dP_n^1}{d\vartheta} \right)^2 \right] \sin \vartheta \cdot d\vartheta = \frac{2}{2n+1} [n(n+1)]^2,$$

получим

$$P_s = \frac{\pi E_0^2}{k_2^2 \eta_2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n^s|^2 + |b_n^s|^2), \quad (24)$$

$$P_t = -\frac{\pi E_0^2}{k_2^2 \eta_2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (a_n^s + b_n^s). \quad (25)$$

Для определения той части рассеянной энергии, рассчитанной на единицу телесного угла ω , которая распространяется в обратном направлении ($\vartheta = \pi$) и представляет собой энергию, которую можно использовать для целей радиолокации, возьмём производную P_s по ω

$$\left(\frac{dP_s}{d\omega} \right)_{\vartheta=\pi},$$

где

$$d\omega = \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi.$$

Согласно (21) и (16) имеем:

$$\left(\frac{dP_s}{d\omega}\right)_{\theta=\pi} = \frac{E_0^2}{8k_2^2\eta} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{n+m} (2n+1)(2m+1) \times \\ \times (a_n^s + b_n^s)(a_m^{s*} - b_m^{s*}). \quad (26)$$

Приведённые формулы для P_t , P_s и $\left(\frac{dP_s}{d\omega}\right)_{\theta=\pi}$ дают возможность найти выражения для эффективных сечений затухания, общего рассеяния и обратного (радиолокационного) рассеяния для одной сферической частицы (капли).

Эффективное сечение затухания Q_t определяется как отношение мощности P_t , на которую уменьшается мощность падающей волны вследствие поглощения и рассеяния на сферической капле, к мощности падающей волны, рассчитанной на единицу площади, т. е. к плотности потока энергии падающей волны.

Плотность потока энергии падающей волны выражается через комплексный вектор Умова-Пойнтинга в виде

$$S_{c,z} = \frac{E_0^2}{2\eta_2}. \quad (27)$$

Поэтому, подставляя величину P_t из (25), получим:

$$Q = \frac{P_t}{S_{c,z}} = -\frac{\lambda^2}{2\pi} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n^s + b_n^s), \quad (28)$$

где $\lambda = \frac{2\pi}{k_2}$ — длина волны в среде, окружающей каплю, и $k_2^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$. Аналогично, эффективное сечение рассеяния одной сферической частицы определится с учётом (24) как

$$Q_s = \frac{P_s}{S_{c,z}} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(|a_n^s|^2 + |b_n^s|^2). \quad (29)$$

Дифференциальное эффективное сечение для рассеяния в обратном направлении (или радиолокационное эффективное сечение) определяется аналогично из (26):

$$\left(\frac{dQ_s}{d\omega}\right)_{\theta=\pi} = \sigma(\pi) = \left(\frac{\pi}{4\pi}\right)^2 \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{n+m} (2n+1)(2m+1) \times \\ \times [a_n^{s*} a_m^s + b_n^s b_m^{s*} - 2a_n^s b_m^{s*}]. \quad (30)$$

Формулы (28), (29) и (30) можно применить для вычисления затухания и рассеяния сферическими частицами (каплями) с учётом размеров частиц по отношению к длине волны.

2. АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ a_n^s И b_n^s

Рассмотрим возможную интерпретацию полученных результатов. Рассеянное поле E^s , H^s вне сферы и поле внутри сферы E^t , H^t получаются в результате вынужденных колебаний сферы под влиянием поля падающей волны E^i , H^i . Поля E^s , H^s и E^t , H^t могут рассматриваться как суперпозиция полей электрических и магнитных мультиполей порядка 2^n ($n=1$ соответствует диполю, $n=2$ — квадруполью и т. д.), индуцированных в сферической частице. В установившемся состоянии эти мультиполи осциллируют с частотой падающего поля. Можно показать, что амплитуды a_n связаны с колебаниями магнитных мультиполей, а b_n — с колебаниями электрических мультиполей. При приближении частоты падающего поля к характеристической частоте свободных колебаний электрических и магнитных мультиполей должен был бы наступить резонанс. Характеристическая частота свободных колебаний определяется из условия обращения в нуль знаменателей в выражениях для a_n и b_n (в дальнейшем везде под a_n и b_n понимается $a_n^s b_n^s$, так как вычислять $a_n^t b_n^t$ нет надобности). Однако характеристические частоты свободных колебаний в данном случае являются комплексными и знаменатели выражений a_n и b_n хотя и уменьшаются, но никогда не становятся равными нулю, и поэтому не возникает трудностей, связанных с резонансом.

Уже внешний вид формул (13) показывает сложный характер выражений для амплитуд a_n и b_n . Точное вычисление этих коэффициентов затрудняется отсутствием таблиц функций Бесселя и Ханкеля от комплексных аргументов для тех их значений, которые нужны в конкретных расчётах.

Однако эти выражения упрощаются в случае, когда параметр

$$\rho = \frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1.$$

В этих случаях можно применить разложение функций $Z_n^{(1)}(\rho)$ и $Z_n^{(3)}(\rho)$ в ряды по возрастающим степеням ρ в виде

$$\begin{aligned} Z_n^{(1)}(\rho) &= 2^n \cdot \rho^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cdot (n+m)!}{m!(2n+2m+1)!} \cdot \rho^{2m}, \\ Z_n^{(3)}(\rho) &= 2^n \cdot \rho^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cdot (n+m)!}{m!(2n+2m+1)!} \rho^{2m} + \\ &+ \frac{i}{2^2 \rho^{n+1}} \sum_{m=0}^n \frac{(2n-2m)!}{m!(n-m)!} \rho^{2m}. \quad (31) \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в (13), полагая $\mu_1 = \mu_2$ и сохраняя

первые несколько членов, получим выражения для a_n и b_n :

$$a_n = -i2^{2n} \left(\frac{n!}{(2n+1)!} \right)^2 \cdot \frac{N^2-1}{2n+3} \cdot \rho^{2n+3} \times \\ \times \left[1 + \rho^2 \left(\frac{N^2-1}{2n+1} - \frac{N^2+1}{2(2n+5)} \right) + \dots \right], \quad (32)$$

$$b_n = -i2^{2n} \left(\frac{n!}{(2n+1)!} \right)^2 \cdot \frac{(2n+1)(n+1)(N^2-1)}{nN^2+n+1} \rho^{2n+1} \times \\ \times \left[1 + \rho^2 \frac{(2n+1)[(2n-1)N^2-n-1]}{(2n+3)(2n-1)(nN^2+n+1)} + \dots \right] = \\ = -i2^{2n} \left(\frac{n!}{(2n+1)!} \right)^2 \cdot \frac{(2n+1)(n+1)(N^2-1)}{nN^2+n+1} \rho^{2n+1} + \dots \quad (33)$$

Пренебрегая степенями ρ выше шестой, получим:

$$a_1 = -\frac{i}{4\pi} (N^2-1) \rho^5; \\ b_1 = -\frac{2}{3} i \frac{N^2-1}{N^2+2} \rho^3 \left(1 - \frac{3}{5} \frac{N^2-2}{N^2+2} \rho^3 - \frac{2}{3} i \frac{N^2-1}{N^2+2} \rho^3 \right); \quad (34) \\ b_2 = -\frac{i}{15} \frac{N^2-1}{2N^2+3} \rho^5.$$

Величина N для вещества сферы (капли) связана с комплексной диэлектрической постоянной ϵ_c формулой

$$N^2 = \epsilon_c = \epsilon_r - i\epsilon_i. \quad (35)$$

Подставляя (35) в (33), получим:

$$a_1 = \frac{1}{45} [-\epsilon_i - i(\epsilon_r - 1)] \rho^5, \\ \text{Re } b_1 = \frac{-2\epsilon_i}{(\epsilon_r+2)^2 + \epsilon_i^2} \rho^3 - \frac{2}{5} \epsilon_i \frac{[(\epsilon_r+2)(7\epsilon_r-10) + 7\epsilon_i^2]}{[(\epsilon_r+\epsilon_i)^2 + \epsilon_i^2]^2} \rho^5 - \\ - \frac{4}{9} \frac{(\epsilon_r-1)^2(\epsilon_r+2)^2 + \epsilon_i^2 [2(\epsilon_r-1)(\epsilon_r+2) - 9] + \epsilon_i^4}{[(\epsilon_r+2)^2 + \epsilon_i^2]^2} \rho^6, \\ \text{Im } b_1 = -\frac{2}{3} \frac{(\epsilon_r-1)(\epsilon_r+2) + \epsilon_i^2}{3(\epsilon_r+2)^2 + \epsilon_i^2} \rho^3 - \\ - \frac{2}{5} \cdot \frac{(\epsilon_r-1)(\epsilon_r-2)(\epsilon_r+2)^2 + \epsilon_i^2 [2(\epsilon_r+1)^2 - (3\epsilon_r+20)] + \epsilon_i^4}{[(\epsilon_r+2)^2 + \epsilon_i^2]^2} \rho^5 + \\ + \frac{8}{3} \cdot \frac{\epsilon_i [(\epsilon_r-1)(\epsilon_r+2) + \epsilon_i^2]}{[(\epsilon_r+2)^2 + \epsilon_i^2]^2} \rho^6, \\ b_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{-\epsilon_i - \frac{i}{5} [(\epsilon_r-1)(2\epsilon_r+3) + 2\epsilon_i^2]}{(2\epsilon_r+3)^2 + 4\epsilon_i^2}. \quad (36)$$

Таблица I

λ (см)	1	1,26	2,00	3,00	5,00	8,00	10,00	15,00
ϵ_r	24,2	32,5	50,6	63,6	73,8	78,00	79,00	81,00
$\epsilon_i = 60 \sigma \lambda$	35,6	38,6	38,5	32,7	22,7	15,1	12,3	8,4
σ мО/м	59,3	51,1	32,0	18,1	7,56	3,15	2,05	0,93

Величины ϵ_r и ϵ_i , входящие в эти формулы, зависят от длины волны λ , а также от температуры, причём последняя зависимость ещё мало изучена.

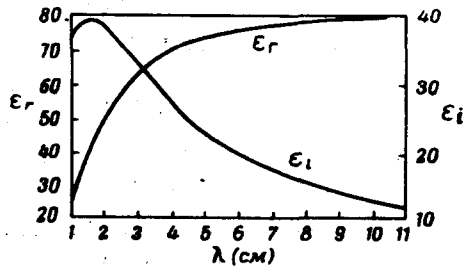


Рис. 2. Зависимость действительной (ϵ_r) и мнимой (ϵ_i) частей комплексной диэлектрической постоянной воды при 18°C от длины волны λ .

Экспериментальные данные о величинах ϵ_r и ϵ_i , а также σ для воды при $t=18^\circ\text{C}$, в зависимости от λ^{15} , приводятся в таблице I и на рис. 2.

Температурная зависимость ϵ_r и σ для воды и льда при $\lambda=1,25$ см дана в таблице II.

Таблица II

Температура в градусах C	3	25	60	-15
ϵ_r	27	35	44	3,3
ϵ_i	27	23	14	0,011

3. ЗАТУХАНИЕ МИКРОРАДИОВОЛН НА СУСПЕНЗИИ СФЕРИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ ВОДЫ В АТМОСФЕРЕ

Напряжённость электрического или магнитного поля плоской волны, распространяющейся вдоль оси z в среде с параметрами ϵ , μ , τ , выражается формулой (опуская множитель $e^{-i\omega t}$)

$$F = F_0 \cdot e^{-i\beta z - \alpha z}, \quad (37)$$

где действительные числа $\beta = \frac{\omega}{c} n$ (фазовая постоянная) и $\alpha = \frac{\omega}{c} \kappa$ (постоянная затухания) связаны с комплексным волновым числом соотношением

$$ik = \alpha + i\beta \quad (38)$$

(κ — показатель поглощения среды, n — её показатель преломления). Через параметры среды и частоту ω они выражаются следующим образом:

$$\beta = \omega \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2\omega^2}} + 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (39)$$

$$\alpha = \omega \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2\omega^2}} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (40)$$

При распространении волны в такой среде на пути протяжённостью $\frac{1}{\alpha}$ метров напряжённость поля уменьшается в $\frac{1}{e} = 0,368$ раза, а мощность на единицу поверхности (вектор Умова-Пойнтинга) уменьшается на эту же величину на расстоянии $\frac{1}{2\alpha}$ метров.

В практической системе единиц (MKS) коэффициент затухания будет $\alpha \frac{\text{непер}}{\text{м}}$, а поглощение мощности — $20 \alpha \lg e F = 8,686 \alpha \text{ дБ/м}$.

В нашем случае изучается затухание микрорадиоволн в среде, которая не является однородной и изотропной, так как представляет собой суспензию водяных капель в атмосфере и не может, следовательно, характеризоваться параметрами ϵ , μ , σ .

Можно, однако, показать, что в такой среде при условии некогерентности рассеяния на отдельных каплях общая величина затухания является суммой затухания на отдельных каплях. Обозначим общее затухание на каплях также через α . Тогда его можно определить в виде (для капель одинакового размера)

$$\alpha = \frac{1}{2} N Q_t, \quad (41)$$

где N — общее число капель в единице объёма; Q_t — эффективное сечение затухания одной капли.

Используя выражение (28) для Q_t и измеряя затухание в дб/км , найдём:

$$\alpha = -0,4343 \cdot 10^6 \frac{N\lambda^2}{2\pi} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n + b_n) \text{ дб/км}. \quad (42)$$

Используя приближение (36), можно получить:

$$\alpha = 0,4343 \cdot 10^6 \frac{3\pi NV}{\lambda} (c_1 + c_2 \rho^2 + c_3 \rho^3 + \dots) \text{ дб/км}, \quad (43)$$

где V — объём одной капли, D — её диаметр и $\rho = \frac{\pi D}{\lambda}$. Коэффициенты c_1 , c_2 , c_3 определяются из:

$$c_1 = \frac{6 \varepsilon_i}{(\varepsilon_r + 2)^3 + \varepsilon_i^2}; \quad c_2 = \frac{\varepsilon_i}{15} + \frac{5}{3} \frac{\varepsilon_i}{(2\varepsilon_r + 3)^2 + 4\varepsilon_i^2} + \frac{6}{5} \frac{\varepsilon_i [(\varepsilon_r + 2)(7\varepsilon_r - 10) + 7\varepsilon_i^2]}{(\varepsilon_r + 2)^2 + \varepsilon_i^2};$$

$$c_3 = \frac{4}{3} \frac{(\varepsilon_r - 1)(\varepsilon_r + 2)^2 + \varepsilon_i [2(\varepsilon_r - 1)(\varepsilon_r + 2) - 9] + \varepsilon_i^4}{[(\varepsilon_r + 2)^2 + \varepsilon_i^2]}. \quad (44)$$

Учитывая, что NV — объём жидкости, содержащейся в виде капель в 1 см^3 , и обозначая массу воды, содержащейся в 1 м^3 , $m = 10^6 NV$, находим:

$$\alpha = 4,092 \cdot \frac{m}{\lambda} (c_1 + c_2 \rho^2 + c_3 \rho^3 + \dots) \text{ дб/км}. \quad (45)$$

При $\rho \ll 1$ все члены в (45) малы по сравнению с c_1 и

$$\alpha_{\rho \ll 1} = \frac{4,092 m c_1}{\lambda} = \frac{24,55}{\lambda} \cdot \frac{m \varepsilon_i}{(\varepsilon_r + 2) + \varepsilon_i^2} \text{ дб/км}. \quad (46)$$

Следовательно, при $D \ll \lambda$ (например, для туманов и обычной облачности) затухание зависит только от общей массы жидкой воды, содержащейся в единице объёма воздуха, но не зависит от размера капель. Затухание на 1 г/м^3 составляет $0,28 \text{ дб/км}$ для волн $1,25 \text{ см}$, $0,049 \text{ дб/км}$ для волн $3,2 \text{ см}$ и $0,0045 \text{ дб/км}$ для волн 10 см .

Выражение (46) справедливо с точностью до 10%, если

$$c_2 \rho^2 \leq \frac{c_1}{10}, \quad (47)$$

при условии, что диаметр капель меньше, чем

$$D_c = \frac{\lambda}{10} \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (48)$$

Величины c_1 , c_2 и D_c для разных λ даны в таблице III.

Таблица III

λ (см)	1	1,26	2	3	5
c_1	0,109	0,0862	0,0543	0,0365	0,0217
c_2	2,53	2,69	2,64	2,23	1,54
D_c (см)	0,0656	0,0713	0,0906	0,121	0,187
λ (см)	8	10	15	25	50
c_1	0,0137	0,011	0,00724	0,00437	0,00219
c_2	1,01	0,835	0,570	0,342	0,171
D_c (см)	0,293	0,363	0,534	0,892	0,78

Значения c_3 почти не изменяются ($c_3 = 1,224$ для $\lambda = 1$ см и $c_3 = 1,239$ для $\lambda = 100$ см).

Для капель диаметром больше D_c можно применять равенства (43) или (45). При $\rho \approx 1$ эти выражения, однако, не обеспечивают точного определения Q_t и α . В таблице IV значения Q_t для $\lambda = 1,25$ и 3 см вычислены по точным формулам (42), а для $\lambda > 5$ см — по формуле (43). В этой таблице приведены величины эффективных сечений затухания для величин ρ от 0,0016 до 1,4 для разных λ в зависимости от D .

Для вычисления затухания от различных форм атмосферных образований необходимо знать распределение капель по размерам и их концентрацию. Общая величина затухания равна сумме затуханий для групп капель различного диаметра

$$\alpha_{\text{общ}} = \sum_{k=0}^S \alpha_k = 0,4343 \cdot 10^6 \sum_{k=0}^S N_k \cdot Q_{t,k} \text{ дб/км}, \quad (49)$$

где N_k — число капель диаметром D_k см в 1 см^3 , $Q_{t,k}$ — эффективное сечение затухания (выраженное в см^2) капли диаметром D_k .

Формула для затухания (49) может быть преобразована. Если ρ_k — парциальное количество осадка от капель диаметром D_k см

Таблица IV

Эффективное сечение затухания Q_t (см²)

λ (см) D (см)	1,25	3	5	8	10	15
0,05	$6,19 \cdot 10^{-5}$	$9,19 \cdot 10^{-6}$	$2,84 \cdot 10^{-6}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$6,9 \cdot 10^{-7}$	$2,98 \cdot 10^{-7}$
0,10	$9,6 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$2,75 \cdot 10^{-5}$	$9,49 \cdot 10^{-6}$	$5,84 \cdot 10^{-6}$	$2,45 \cdot 10^{-6}$
0,15	$5,66 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$3,65 \cdot 10^{-5}$	$2,16 \cdot 10^{-5}$	$8,66 \cdot 10^{-6}$
0,20	$1,89 \cdot 10^{-2}$	$5,53 \cdot 10^{-3}$	$3,79 \cdot 10^{-4}$	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$5,76 \cdot 10^{-5}$	$2,18 \cdot 10^{-5}$
0,25	$5,04 \cdot 10^{-2}$	$1,63 \cdot 10^{-2}$	$9,85 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$1,46 \cdot 10^{-4}$	$4,59 \cdot 10^{-5}$
0,30	$1,13 \cdot 10^{-1}$	$3,73 \cdot 10^{-2}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$4,98 \cdot 10^{-4}$	$2,59 \cdot 10^{-4}$	$8,65 \cdot 10^{-5}$
0,35	$2,15 \cdot 10^{-1}$	$6,65 \cdot 10^{-2}$	$4,59 \cdot 10^{-3}$	$9,63 \cdot 10^{-4}$	$4,81 \cdot 10^{-4}$	$1,51 \cdot 10^{-4}$
0,40	$3,66 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$8,68 \cdot 10^{-3}$	$1,74 \cdot 10^{-3}$	$8,44 \cdot 10^{-4}$	$2,51 \cdot 10^{-4}$
0,45	$5,66 \cdot 10^{-1}$	0,152	$1,54 \cdot 10^{-2}$	$2,97 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$
0,50	$7,62 \cdot 10^{-1}$	0,215	$2,59 \cdot 10^{-2}$	$4,85 \cdot 10^{-3}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$6,1 \cdot 10^{-4}$
0,55	1,01	0,272	$4,18 \cdot 10^{-2}$	$7,63 \cdot 10^{-3}$	$3,47 \cdot 10^{-3}$	$9,06 \cdot 10^{-4}$

в дожде с общим осадком p , то

$$p = \sum_{k=0}^s p_k, \quad (50)$$

где D_k — диаметр наибольших капель.

Так как

$$P_k = 3,6 \cdot 10^6 \cdot V_k \cdot v_k N_k \text{ мм/час}, \quad (51)$$

где V_k — объём капли диаметром D_k и v_k — конечная скорость капли в м/сек. Подставляя N_k из (51) в (49), найдём затухание в дожде с осадком P

$$\alpha_{\lambda, p} = \sum_{k=0}^s \alpha_{\lambda}(p_k) = \frac{0,4343}{3,6} \sum_{k=0}^s \frac{P_k Q_{t, k}}{V_k v_k}. \quad (52)$$

Для данной длины волны λ

$$\frac{Q_{t, k}}{V_k v_k} = \text{const} = q_k$$

и

$$\alpha_p = 0,126 \sum_{k=0}^s p_k q_k. \quad (53)$$

Это выражение показывает, что затухание в дожде с осадком p мм/час линейно зависит от парциальных величин осадка p_k для различных групп размеров капель, составляющих данный дождь, но не существует прямой зависимости затухания от общей величины осадка. Точки, нанесённые по наблюдениям на плоскость (α, p) , покроют определённый участок этой плоскости и кривая, проведённая по этим точкам, имеет значение лишь постольку, поскольку она позволяет предсказать вероятную величину затухания для дождя с данной величиной осадка, так как такая кривая не представляет какой-либо точной физической зависимости между α и p .

Экспериментальные измерения затухания для $\lambda=3,2$ см в дожде¹⁶ показали наличие разброса значений затухания для дождей с одинаковым осадком, что подтверждает вышеуказанные положения.

Среднее значение затухания для 3,2-см волн оказалось 0,031 дб/км на 1 мм/час осадка дождя. Теоретические значения¹⁷, вычисленные с учётом распределения размеров капель, оказались существенно меньшими. Так, например, затухание в лёгком дожде (1,25 мм/час) оказалось 0,012 дб/км, в среднем дожде (5,00 мм/час) 0,074 дб/км и в сильном дожде (12,5 мм/час) 0,24 дб/км.

4. РАССЕЯНИЕ МИКРОРАДИОВОЛН СФЕРИЧЕСКИМИ КАПЛЯМИ ВОДЫ

Эффективное сечение рассеяния сферическими частицами определяется уравнением (29).

Используя приближённые выражения для амплитуд (34) и (36) и применяя обозначения $\alpha_1^{(5)}$, $\bar{\alpha}_1^{(5)}$, $\beta_1^{(3)}$, $\bar{\beta}_1^{(3)}$ и т. д., представляющие действительную и мнимую части коэффициентов при ρ^5 в a_1 и ρ^8 в b_1 , получим следующее выражение для эффективного сечения рассеяния:

$$Q_s = \frac{\lambda^2}{2\pi} \rho^6 \{ 3 |\beta_1^{(3)}|^2 + 6 [\beta_1^{(3)} \beta_1^{(5)} + \bar{\beta}_1^{(3)} \bar{\beta}_1^{(5)}] \rho^2 + + 6 [\beta_1^{(3)} \beta_1^{(6)} + \bar{\beta}_1^{(3)} \bar{\beta}_1^{(6)}] \rho^3 + [3 (|\alpha_1^{(5)}|^2 + |\beta_1^{(5)}|^2) + 5 |\beta_2^{(5)}|^2] \rho^4 + + 6 [\beta_1^{(5)} \beta_1^{(6)} + \bar{\beta}_1^{(5)} \bar{\beta}_1^{(6)}] \rho^5 + 3 |\beta_1^{(6)}|^2 \rho^6 + \dots \} \text{ см}^2, \quad (54)$$

где $|\beta_1^{(3)}| = (\beta_1^{(3)})^2 + (\bar{\beta}_1^{(3)})^2$ и т. д.

Для значений $\rho \ll 1$ можно пренебречь в скобках ρ^3 и более высокими степенями и, применяя развёрнутые выражения для $\beta_1^{(3)}$ и $\bar{\beta}_1^{(3)}$, получить:

$$Q_{s, \rho < 1} = \frac{128 \pi^5 a^6}{3 \lambda^4} \times \times \frac{(\epsilon_r - 1)^2 (\epsilon_r + 2)^2 + \epsilon_i [2(\epsilon_r - 1)(\epsilon_r + 2) + 9] + \epsilon_i^4}{[(\epsilon_r + 2)^2 + \epsilon_i^2]^2} \text{ см}^2. \quad (55)$$

При $\epsilon_i \rightarrow 0$

$$Q_{s, \rho < 1, \epsilon_i \rightarrow 0} = \frac{128 \pi^5 a^6}{3 \lambda^4} \frac{(n^2 - 1)^2}{(n^2 + 2)^2}, \quad (56)$$

где $n^2 = \epsilon_r$.

Это — хорошо известное выражение эффективного сечения рассеяния, выведенное Релеем¹⁸.

В таблице V даны значения Q_s для ρ от 0,00157 до 0,576, т. е. для капель диаметром 0,05—0,50 см для разных λ . При больших ρ действительное сечение, согласно (56), всегда больше, чем релеевское. Для $\rho < 0,10$ эффективное сечение, по (55), даётся с точностью до нескольких процентов.

Вычисление по точной формуле (54) затруднительно, так как коэффициенты при ρ сами зависят от D и λ .

Знание эффективного сечения рассеяния Q_s и эффективного сечения затухания Q_i даёт возможность вычислить относительную

Таблица V

Эффективные сечения рассеяния Q_s (см²)

λ (см) D (см)	3	5	8	10	15	30	50
0,05	$3,62 \cdot 10^{-8}$	$4,7 \cdot 10^{-9}$	$7,23 \cdot 10^{-10}$	$2,93 \cdot 10^{-10}$	$5,8 \cdot 10^{-11}$	$3,62 \cdot 10^{-12}$	$4,65 \cdot 10^{-13}$
0,10	$2,35 \cdot 10^{-6}$	$3,04 \cdot 10^{-7}$	$4,64 \cdot 10^{-8}$	$1,88 \cdot 10^{-8}$	$3,75 \cdot 10^{-9}$	$2,32 \cdot 10^{-10}$	$2,99 \cdot 10^{-11}$
0,15	$2,74 \cdot 10^{-5}$	$3,51 \cdot 10^{-6}$	$5,35 \cdot 10^{-7}$	$2,15 \cdot 10^{-7}$	$4,33 \cdot 10^{-8}$	$2,66 \cdot 10^{-9}$	$3,44 \cdot 10^{-10}$
0,20	$1,58 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-5}$	$2,98 \cdot 10^{-6}$	$1,21 \cdot 10^{-6}$	$2,43 \cdot 10^{-7}$	$1,49 \cdot 10^{-8}$	$1,91 \cdot 10^{-9}$
0,25	$6,06 \cdot 10^{-4}$	$7,56 \cdot 10^{-5}$	$1,14 \cdot 10^{-5}$	$4,62 \cdot 10^{-6}$	$9,03 \cdot 10^{-7}$	$5,66 \cdot 10^{-8}$	$7,29 \cdot 10^{-9}$
0,30	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-4}$	$3,44 \cdot 10^{-5}$	$1,38 \cdot 10^{-5}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$1,69 \cdot 10^{-7}$	$2,18 \cdot 10^{-8}$
0,35	$5,36 \cdot 10^{-3}$	$5,97 \cdot 10^{-4}$	$8,72 \cdot 10^{-5}$	$3,50 \cdot 10^{-5}$	$6,8 \cdot 10^{-6}$	$4,11 \cdot 10^{-7}$	$5,51 \cdot 10^{-8}$
0,40	$1,31 \cdot 10^{-2}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$1,96 \cdot 10^{-4}$	$7,85 \cdot 10^{-5}$	$1,52 \cdot 10^{-5}$	$9,51 \cdot 10^{-7}$	$1,22 \cdot 10^{-7}$
0,45	$2,96 \cdot 10^{-2}$	$2,86 \cdot 10^{-3}$	$4,01 \cdot 10^{-4}$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$1,92 \cdot 10^{-6}$	$2,48 \cdot 10^{-7}$
0,50	$6,36 \cdot 10^{-2}$	$5,61 \cdot 10^{-3}$	$7,65 \cdot 10^{-4}$	$3,01 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-5}$	$3,62 \cdot 10^{-6}$	$4,65 \cdot 10^{-7}$

вероятность рассеяния $\bar{\omega}_s$ и поглощения $\bar{\omega}_{\text{пог}}$ волны каплей:

$$\bar{\omega}_s = \frac{Q_s}{Q_t}, \quad (57)$$

$$\bar{\omega}_{\text{пог}} = 1 - \bar{\omega}_s. \quad (58)$$

Вычисления показывают, что за исключением самых коротких волн и больших капель вероятность поглощения много больше вероятности рассеяния. Чем меньше диаметр каплей, тем больше вероятность поглощения, так как для малых капель $Q_s \sim \frac{D^6}{\lambda^4}$, в то время как $Q_t \sim Q_{\text{пог}} \sim \frac{D^8}{\lambda}$. В нашем случае D всегда меньше λ .

5. ОБРАТНОЕ (РАДИОЛОКАЦИОННОЕ) РАССЕЯНИЕ

Эффект затухания микрорадиоволн в атмосфере и атмосферных образованиях имеет значение как для связи, так и для радиолокации. Явление обратного рассеяния имеет значение только для радиолокации, так как именно это явление обеспечивает возможность обнаружения и изучения радиолокационными способами некоторых атмосферных образований.

Амплитуда отражённого сигнала может быть вычислена по формуле (30) для дифференциального эффективного сечения каплей $\sigma(\pi)$, соответствующего случаю обратного рассеяния (угол рассеяния π).

Согласно уравнению (21) энергия, рассеянная сферической частицей в единицу телесного угла ω в направлении (ϑ, φ) ,

$$\left(\frac{dP_s}{d\omega}\right)_{\vartheta, \varphi} = \frac{1}{2\eta_2} [|E_{\vartheta}^s|^2 + |E_{\varphi}^s|^2] r^3. \quad (59)$$

Используя уравнения (15) и (16) и зная, что энергия, падающая на единицу площади, равна $\frac{E_0^2}{2\eta_2}$, получим следующие выражения для дифференциального эффективного сечения:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dQ_s}{d\omega}\right)_{\vartheta, \varphi} = \sigma(\vartheta, \varphi) = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2n+1)(2m+1)}{n(n+1) \cdot m(m+1)} \times \\ \times \left[a_n a_m^* \left(\frac{P_n^1 P_m^1}{\sin^2 \vartheta} \cos^2 \varphi + \frac{dP_n^1}{d\vartheta} \cdot \frac{dP_m^1}{d\vartheta} \sin^2 \vartheta \right) + \right. \\ \left. + b_n b_m^* \left(\frac{P_n^1 P_m^1}{\sin^2 \vartheta} \sin^2 \varphi + \frac{dP_n^1}{d\vartheta} \cdot \frac{dP_m^1}{d\vartheta} \cos^2 \varphi \right) + \right. \\ \left. + 2a_n b_m^* \left(\frac{P_n^1}{\sin \vartheta} \cdot \frac{dP_m^1}{d\vartheta} \cos^3 \varphi + \frac{P_m^1}{\sin \vartheta} \times \frac{dP_n^1}{d\vartheta} \sin^3 \varphi \right) \right] \text{ см}^2. \quad (60) \end{aligned}$$

(При $\vartheta = \pi$ это уравнение переходит в уравнение (26) для радиолокационного эффективного сечения.)

Ограничиваясь приближением, при котором учитывается только влияние электрического диполя и квадруполь (b_1 и b_2) и магнитного диполя (a_1), и пользуясь выражением для присоединённых полиномов Лежандра, получим:

$$\left(\frac{dQ_s}{d\omega}\right)_{\vartheta, \varphi} = \sigma(\vartheta, \varphi) = \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \operatorname{Re} [9 |b_1|^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \vartheta \cos^2 \varphi) + \\ + 9 |a_1|^2 (\cos^2 \varphi + \cos^2 \vartheta \sin^2 \varphi) + 25 |b_2|^2 (\cos^2 \vartheta \sin^2 \varphi + \\ + \cos^2 (2\vartheta) \cos^2 \varphi) + 18 a_1 b_1^* \cos \vartheta + 30 b_1 b_2^* (\cos \vartheta \sin^2 \varphi + \\ + \cos (2\vartheta) \cos^2 \varphi) + 30 a_1 b_2^* [\cos^2 \vartheta \sin \varphi + \cos (2\vartheta) \cos^2 \varphi] \text{ см}^2. \quad (61)$$

В этом выражении первый член в скобках даёт действие электрического диполя, второй — магнитного диполя и третий — электрического квадруполь, а три последних члена соответствуют взаимодействию между ними.

Дифференциальное эффективное сечение для обратного рассеяния получается из (61) при $\vartheta = \pi$. Используя развёрнутые выражения (36) для амплитуд a_1 , b_1 и b_2 , получим радиолокационное эффективное сечение

$$\sigma(\pi) = \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \rho^6 (A_0 + A_2 \rho^2 + A_4 \rho^4 + A_6 \rho^6 + \dots) \text{ см}^2, \quad (62)$$

где коэффициенты A_n определяются в виде

$$A_0 = 9 |\beta_1^{(3)}|^2; \quad A_2 = 18 [\beta_1^{(3)} \beta_1^{(5)} + \bar{\beta}_1^{(3)} \bar{\beta}_1^{(5)} - \alpha_1^{(5)} \beta_1^{(3)} - \bar{\alpha}_1^{(5)} \bar{\beta}_1^{(3)}] - \\ - 30 [\beta_1^{(3)} \beta_2^{(5)} + \bar{\beta}_1^{(3)} \bar{\beta}_2^{(5)}]; \quad A_4 = 18 [\beta_1^{(3)} \beta_1^{(6)} - \bar{\beta}_1^{(3)} \bar{\beta}_1^{(6)}]; \\ A_4 = 9 [|\alpha_1^{(5)}|^2 + |\beta_1^{(5)}|^2] - 18 [\alpha_1^{(5)} \beta_1^{(5)} + \bar{\alpha}_1^{(5)} \bar{\beta}_1^{(5)}] - \\ - 30 [\beta_1^{(5)} \beta_2^{(5)} + \bar{\beta}_1^{(5)} \bar{\beta}_2^{(5)} - \alpha_1^{(5)} \beta_2^{(5)} - \bar{\alpha}_1^{(5)} \bar{\beta}_2^{(5)}] + 25 |\beta_2^{(5)}|^2; \\ A_6 = 18 [\beta_1^{(5)} \beta_1^{(6)} + \bar{\beta}_1^{(5)} \bar{\beta}_1^{(6)} - \alpha_1^{(5)} \beta_1^{(6)} - \bar{\alpha}_1^{(5)} \bar{\beta}_1^{(6)}] - \\ - 30 [\beta_1^{(6)} - \beta_2^{(5)} + \bar{\beta}_1^{(6)} \bar{\beta}_2^{(5)}]; \\ A_6 = 9 |\beta_1^{(6)}|^2. \quad (63)$$

В формулах (63) величины α и β взяты по (54). Таким образом, $\sigma(\pi)$ не является функцией только от ρ , так как коэффициенты при ρ зависят также от λ . Вычисленные значения $\sigma(\pi)$ для капель диаметром 0,05—0,55 см даны в таблице VI.

Величины эффективных сечений для малых капель при любом λ и для любых капель при $\lambda > 15$ см практически равны релеевскому эффективному сечению, так как при этом в (62) остаётся только первый член.

Характер изменения $\sigma(\pi)$ в зависимости от D и λ примерно такой же, как характер изменения общего эффективного сечения

Радиолокационное сечение рассеяния (см²)

λ (см) \ D (см)	3	5	8	10	15	20	50
0,05	$4,25 \cdot 10^{-9}$	$5,55 \cdot 10^{-10}$	$8,63 \cdot 10^{-11}$	$3,5 \cdot 10^{-11}$	$6,96 \cdot 10^{-12}$	$2,18 \cdot 10^{-12}$	$5,6 \cdot 10^{-14}$
0,10	$2,64 \cdot 10^{-7}$	$3,52 \cdot 10^{-8}$	$5,47 \cdot 10^{-9}$	$2,24 \cdot 10^{-9}$	$4,44 \cdot 10^{-10}$	$1,4 \cdot 10^{-10}$	$3,59 \cdot 10^{-12}$
0,15	$2,88 \cdot 10^{-6}$	$3,97 \cdot 10^{-7}$	$6,28 \cdot 10^{-8}$	$2,54 \cdot 10^{-8}$	$5,1 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-9}$	$4,12 \cdot 10^{-11}$
0,20	$1,48 \cdot 10^{-5}$	$2,15 \cdot 10^{-6}$	$3,45 \cdot 10^{-7}$	$1,42 \cdot 10^{-7}$	$2,84 \cdot 10^{-8}$	$8,94 \cdot 10^{-9}$	$2,29 \cdot 10^{-10}$
0,25	$5,02 \cdot 10^{-5}$	$7,42 \cdot 10^{-6}$	$1,30 \cdot 10^{-6}$	$5,34 \cdot 10^{-7}$	$1,07 \cdot 10^{-7}$	$3,42 \cdot 10^{-8}$	$8,72 \cdot 10^{-10}$
0,30	$1,34 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$	$1,57 \cdot 10^{-6}$	$3,19 \cdot 10^{-7}$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$2,62 \cdot 10^{-9}$
0,35	$2,48 \cdot 10^{-4}$	$5,4 \cdot 10^{-5}$	$9,37 \cdot 10^{-6}$	$3,91 \cdot 10^{-6}$	$8,01 \cdot 10^{-7}$	$2,58 \cdot 10^{-7}$	$6,53 \cdot 10^{-9}$
0,40	$5,04 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	$2,03 \cdot 10^{-5}$	$8,55 \cdot 10^{-6}$	$1,77 \cdot 10^{-6}$	$5,75 \cdot 10^{-7}$	$1,46 \cdot 10^{-8}$
0,45	$7,76 \cdot 10^{-4}$	$2,12 \cdot 10^{-4}$	$3,99 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$3,55 \cdot 10^{-6}$	$1,16 \cdot 10^{-6}$	$3,00 \cdot 10^{-8}$
0,50	$9,91 \cdot 10^{-4}$	$3,65 \cdot 10^{-4}$	$7,3 \cdot 10^{-5}$	$3,14 \cdot 10^{-5}$	$6,63 \cdot 10^{-6}$	$2,18 \cdot 10^{-6}$	$5,6 \cdot 10^{-8}$
0,55	—	$5,82 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-4}$	$5,44 \cdot 10^{-5}$	$1,16 \cdot 10^{-5}$	$3,87 \cdot 10^{-6}$	$9,98 \cdot 10^{-8}$

рассеяния Q_s по (54), за исключением больших капель и малых λ . Для этих случаев выражение (62) даёт только порядок величины, так как ряд (62) сходится слишком медленно (медленнее, чем для Q_s). Для вычисления радиолокационного затухания α , т. е. отношения напряжённости отражённого сигнала к напряжённости поля падающей волны, можно применить уравнение (41), и для N_k капель диаметром D_k см получим:

$$2\alpha_{\pi, k} = \frac{1}{2} N_k \cdot \sigma_k(\pi) \frac{\text{непер}}{\text{см}}, \quad (64)$$

а для заданного распределения размеров капель

$$\alpha_{\pi} = \sum_{k=0}^s \alpha_{\pi, k} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^s N_k \cdot \sigma_k(\pi) \frac{\text{непер}}{\text{см}}. \quad (65)$$

Так как коэффициент радиолокационного затухания мощности $2\alpha_{\pi}$ при обратном рассеянии представляет собой также ту долю падающей энергии, которая рассеивается обратно единицей толщины рассеивающей среды, можно применить данные из таблицы VI для определения величины отражённого сигнала на радиолокаторе при данных условиях.

Величина отражённой энергии определяется для слоя толщиной Δx из уравнения

$$\Delta P_{\pi} = -2\alpha_{\pi} \cdot P_i \cdot \Delta x, \quad (66)$$

где P_i — падающая энергия.

Доля энергии, отражённой слоем толщиной $\Delta x = 1$ км, будет:

$$\Delta P_{\pi} = 2\alpha_{\pi} \cdot P_i \quad (67)$$

или

$$10 \lg \frac{\Delta P_{\pi}}{P_i} = -10 \lg(2\alpha_{\pi}) \text{ дб}. \quad (68)$$

6. НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ ОБ АТМОСФЕРНЫХ ОБРАЗОВАНИЯХ

Как уже указывалось, для вычисления затухания и рассеяния от различных форм атмосферных образований необходимо знать распределение капель по размерам и их концентрацию. Для капель весьма малого размера ($D \ll \lambda$) величины затухания, согласно (46), не зависят от размеров капель, а только от общей массы жидкой воды в единице объёма атмосферы.

Экспериментальные данные показывают, что содержание воды в облаках обычного типа (кроме дождевых) составляет 0,15—0,50 г/м³, а в тумане 0,006—0,01 г/м³, при среднем размере капель от 6 до 15 микрон¹⁹.

Формулы (62) для радиолокационного эффективного сечения показывают наличие сильной зависимости $\sigma(\pi)$ от размеров капель.

В теории радиолокации атмосферных образований будет показано, что величина отражённого сигнала приблизительно пропорциональна величине Na^6 , где a^6 — средняя величина шестой степени радиуса и N — число капель в единице объёма. Для облачности обычного типа величина Na^6 имеет порядок 10^{-17} — 10^{-16} , а для дождей — 10^{-11} — 10^{-9} . Практически облака обычного типа (за исключением дождевых) современными радиолокационными станциями не обнаруживаются даже непосредственно над станцией. Поэтому вопрос о распределении капель по размерам не имеет значения для радиолокации таких атмосферных образований, как облака, так как радиолокация атмосферных образований возможна только при размерах капель, превышающих 0,5 мм.

При радиолокации дождей и дождевых облаков вопрос о распределении размеров капель имеет важное значение для определения функциональной зависимости между величиной отражённого сигнала и общей величиной осадка дождя. Определение этой зависимости связано с определением установившейся скорости падения капель в атмосфере и мгновенной их концентрации.

Установившаяся скорость падения капли v определяется из условия уравнивания силы тяжести сопротивлением воздуха²⁰:

$$\frac{1}{6} \pi D^3 \rho_w g = \frac{1}{4} C_d \cdot \pi D^2 \cdot \rho v^2, \quad (69)$$

где ρ_w — плотность воды, g — ускорение силы тяжести, C_d — коэффициент сопротивления сферической капли и ρ — плотность воздуха.

Из (69) можно получить зависимость установившейся скорости от диаметра капли:

$$v^2 = k^2 D, \quad (70)$$

где

$$k^2 = \frac{2}{3} \frac{\rho_w g}{\rho C_d}.$$

По экспериментальным данным уравнение (70) справедливо до значений $D=4$ мм. При больших размерах капель сопротивление воздуха вызывает их деформацию и увеличение сопротивления, в результате чего скорость для больших капель уже почти не меняется с ростом их размеров²³ (рис. 3). Доля R_D , вносимая каплями каждого размера в общий осадок, — это объём воды, содержащейся во всех каплях этого размера, падающих через горизонтальное сечение в единицу времени, выраженный в виде глубины слоя воды на площади сечения. Она равна объёму воды, соответствующему всем каплям диаметра D в единице объёма, умноженному на скорость падения этих капель:

$$R_D = \frac{1}{6} \pi N D^3 v = k_1 N D^{\frac{7}{2}}. \quad (71)$$

где

$$k_1 = \frac{1}{6} \pi k = 0,745 \cdot 10^8 \text{ см}^{\frac{1}{2}} \text{ сек}^{-1}.$$

Распределение капель по размерам в дождях с различной величиной осадка p мм/час изучалось экспериментально и резуль-

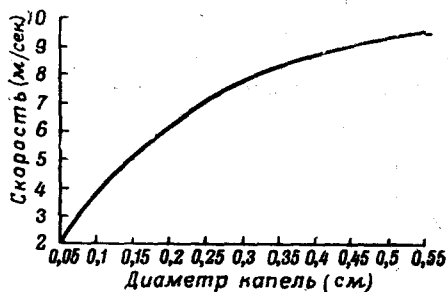


Рис. 3. Зависимость установившейся скорости капель дождя от их диаметра.

таты приводятся в таблице VII в процентах от общего количества капель²³.

Таблица VII

p (мм/час) \ D (см)	0,25	1,25	2,5	12,5	25	50	100	150
0,05	28,00	10,9	7,3	2,6	1,7	1,2	1,00	1,00
0,10	50,1	37,1	27,8	11,5	7,6	5,4	4,6	4,1
0,15	18,2	31,3	32,8	24,5	18,5	12,5	8,8	7,6
0,20	3,00	13,5	19,00	25,4	23,9	19,9	13,9	11,7
0,25	0,7	4,9	7,9	17,3	19,9	20,9	17,1	13,9
0,30		1,5	3,3	10,1	12,8	15,6	18,4	17,7
0,35		1,6	1,1	4,3	8,2	10,9	15,00	16,1
0,40		0,2	0,6	2,3	3,5	6,7	9,00	11,9
0,45			0,2	1,2	2,1	3,3	5,8	7,7
0,50				0,6	1,1	1,8	3,00	3,6
0,55				0,2	0,5	1,1	1,7	2,2
0,60					0,3	0,5	1,0	1,2
0,65						0,2	0,7	1,00
0,70								0,3

На основе этих данных была построена экспериментальная кривая процентного распределения объема дождя, падающего на горизонтальную поверхность по интервалам δD диаметров капель, образующих этот дождь. Из этой кривой можно вывести общий закон распределения капель по размерам в виде функции

$$\ln \frac{\bar{D} R_D}{R} = k_0^2 \cdot u^2, \quad (72)$$

где \bar{D} — среднее значение диаметра капель, точнее такое его значение, что половина осадка образуется каплями меньшего и

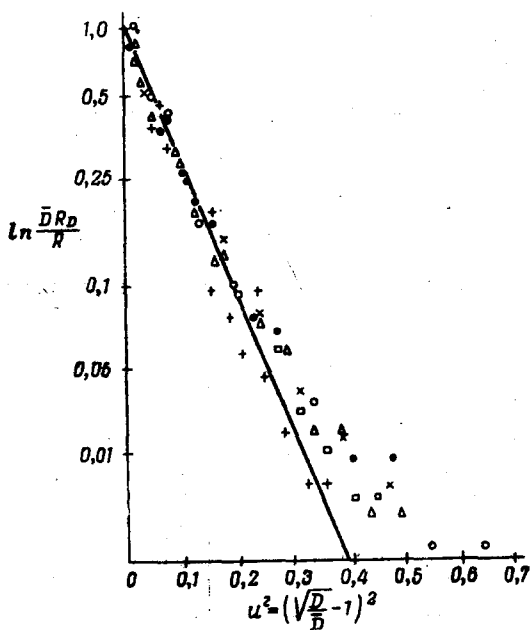


Рис. 4. Распределение капель в дожде по размерам. Точки — экспериментальные данные; сплошная линия соответствует формуле

$$\ln \frac{\bar{D} R_D}{R} = k_0^2 u^2 \quad \text{при } k_0^2 = 11,5.$$

половина большего диаметра, k_0 — постоянная, одинаковая для всех дождей, и

$$u = \left(\frac{D}{\bar{D}}\right)^{\frac{1}{2}} - 1.$$

Уравнение (72) даёт распределение капель по размерам, так как R_D можно выразить через N и D из (71). Зависимость $\ln \frac{\bar{D} R_D}{R}$ от u^2 , вычисленная по данным таблицы VII, дана на рис. 4. Из

рисунка видно, что линейная зависимость (72) соблюдается достаточно хорошо для значения $k_0^2 = 11,5$. Этот результат указывает на то, что дождь может быть с достаточной полнотой описан средним диаметром капель и величиной общего осадка.

Попытаемся теперь получить зависимость между величиной $Z = \Sigma ND^6 \cdot \delta D$, определяющей величину отражённого сигнала, и величиной осадка дождя R .

Из (71) и (72) можно получить

$$ND^{\frac{7}{2}} = k_1^{-1} R \bar{D}^{-1} e^{-k_0^2 u^2} \quad (73)$$

Z можно выразить в виде интеграла

$$Z = \int_0^{\infty} ND^6 \cdot \delta D, \quad (74)$$

где пределы интегрирования 0 и ∞ выбраны для удобства вычислений, так как это даёт весьма малую ошибку, поскольку капли, диаметр которых меньше 0,5 мм, почти не влияют на величину отражённого сигнала, а капли с диаметром, превышающим 7 мм, очень малочисленны. Согласно (73), можно (74) переписать в виде

$$Z = k_1^{-1} R \bar{D}^{-1} \int_0^{\infty} D^{\frac{5}{2}} e^{-k_0^2 u^2} \cdot \delta D,$$

или, так как $D = \bar{D}(u + 1)^2$,

$$Z = 2 k_1^{-1} R \bar{D}^{-\frac{5}{2}} I_6, \quad (75)$$

где интеграл $I_n = \int_{-1}^{\infty} (u + 1)^n \cdot e^{-k_0^2 u^2} \delta u$ может быть выражен через

рез $I_0 = \int_{-1}^{\infty} e^{-k_0^2 u^2} \delta u$ интегрированием по частям.

Для осадка дождя $R = \Sigma_D R_D$ из (71) получим:

$$R = k_1 \Sigma ND^{\frac{7}{2}} \cdot \delta D = k_1 \bar{N} \bar{D}^{\frac{7}{2}}, \quad (76)$$

где \bar{N} — число капель со средним диаметром \bar{D} , дающее тот же общий осадок, что и действительный дождь.

Исключая D из (75) и (76), найдём:

$$Z = \left(2 k_1^{-\frac{12}{7}} \cdot I_6 \cdot \bar{N}^{-\frac{5}{7}} \right) \cdot R^{\frac{12}{7}}. \quad (77)$$

По экспериментальным данным²⁴,

$$Z = 190 R^{1,72}, \quad (78)$$

где Z выражено в $\text{мм}^6/\text{м}^3$ и R — в $\text{мм}/\text{час}$.

Если (78) преобразовать к единицам CGS и применить показатель $12/7$ вместо 1,72, то

$$Z = 1,24 \cdot 10^{-2} \cdot R^{12/7}; \quad (79)$$

Вычисление I_0 при $k_0^2 = 11,5$ и сравнение (77) с эмпирическим выражением (78) дают возможность определить значение среднего числа капель в 1 см^3 : $\bar{N} = 1,7 \cdot 10^{-4}$, являющегося постоянным для любых дождей. Для проверки правильности величины \bar{N} можно применить найденное независимым путём эмпирическое соотношение²⁴, связывающее величину осадка R с массой воды M , содержащейся в единице объёма атмосферы:

$$M = \frac{1}{6} \pi \rho_w \sum ND^3 \cdot \delta D = 80 R^{0,83}, \quad (80)$$

где M выражено в мг/м^3 и R — в мм/час .

Если это выражение преобразовать к единицам CGS, то величина $V = \sum ND^3 \cdot \delta D$ будет равна

$$V = 1,24 \cdot 10^{-3} \cdot R^{0,83}. \quad (81)$$

Если суммирование заменить интегралом, то, согласно (73),

$$V = k_1^{-1} R \bar{D}^{-1} \int_0^{\infty} D^{-\frac{1}{2}} e^{-k_0^2 D^2} \delta D,$$

или, применяя обозначения из (75),

$$V = 2 k_1^{-1} R \cdot \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \cdot I_0. \quad (82)$$

По (76) $\bar{D}^{-\frac{1}{2}} = k_1^{\frac{1}{7}} \bar{N}^{\frac{1}{7}} R^{-\frac{1}{7}}$, откуда

$$V = \left(2 k_1^{-\frac{6}{7}} \bar{N}^{-\frac{2}{7}} I_0 \right) R^{\frac{6}{7}}. \quad (83)$$

Применяя прежде полученное значение $\bar{N} = 1,7 \cdot 10^{-4}$, получим окончательно:

$$V = \sum ND^3 \cdot \delta D = 1,00 \cdot 10^{-3} \cdot R^{\frac{6}{7}}. \quad (84)$$

Это выражение подлежит сравнению с (81).

Если бы уравнение (81) было выведено для $R^{\frac{6}{7}}$ вместо $R^{0,83}$, то коэффициент уравнения следовало бы уменьшить на 10%. Таким образом, (84) и (87) дают достаточно хорошее совпадение.

Для того чтобы полностью описать дождь, необходимо в дополнение к функции распределения (72) знать \bar{N} как функцию от \bar{D} . В отношении этой зависимости имеются противоречивые данные. Экспериментальные данные²⁸ дали зависимость между

средним диаметром капель и осадком дождя в виде

$$\bar{D} = 2,23 \cdot R^{0,182}, \tag{85}$$

где D выражено в миллиметрах и R — в дюйм/час.

Если (85) выразить в единицах CGS и экспоненту 0,182 заменить на $2/11$, то

$$R = 2,7 \bar{D}^{\frac{11}{2}}. \tag{86}$$

Подставляя в (76), получим:

$$\bar{N} = 2,7 k^{-1} \bar{D}^3 = 3,63 \cdot 10^3 \cdot \bar{D}^3. \tag{87}$$

С другой стороны, опытные же данные, относящиеся ещё к 1904 г.²⁵, показывают постоянство числа капель для достаточно продолжительных дождей, независимо от среднего диаметра капель. Эти данные приведены в таблице VIII.

Таблица VIII

Характеристика дождя	Число капель в 1 м ³	Осадок дождя в мм/час
Обычный дождь	428	5,4
Дождь с перерывами (с солнцем) . .	605	3,6
Начало короткого дождя	109	6,6
Внезапный крупный дождь из неболь- шого облака	119	3,0
Сильный дождь (ливень)	81	19,2
Сильный продолжительный дождь	472	43,00
Менее сильный продолжительный	475	34,00
дождь	508	20,4
Конец продолжительного сильного		
дождя	97	15,6

Таким образом, для достаточно продолжительных, установившихся дождей число капель, содержащихся в 1 м³, составляет приблизительно 500, независимо от осадка дождя.

Выведенные на основании наблюдений эмпирические соотношения между величиной $Z = \sum ND^6 D$ (в мм⁶/м³), определяющей амплитуду отражённого сигнала, и величиной осадка дождя R (мм/час) дают возможность сделать предположение о пропорциональности \bar{N} и \bar{D} .

В таблице IX приведены основные эмпирические зависимости Z от R .

Таблица IX

Автор	Год	Место наблюдения	
Лаус и Парсонс	1943	США	320 $R^{1,44}$
Маршалл и Пальмер	1948	Канада	220 $R^{1,60}$
Андерсон	1947	Гавайские о-ва	208 $R^{1,53}$
Бест	1947	Англия	224 $R^{1,54}$

Если предположить правильность соотношения $\bar{N} = c\bar{D}$, то, исключая \bar{N} из (76) и (77), получим:

$$Z = (2k_1^{-1,55} c^{-0,55} I_6) R^{1,55}. \quad (88)$$

Таким образом, предположение о пропорциональности \bar{N} и \bar{D} , повидимому, лучше всего соответствует различным опытным соотношениям. Величина $\bar{N}a^6$ может быть в каждом случае вычислена из закона распределения размеров капель. Если установленная скорость i -й группы капель будет v_i , то число капель в единице объема воздуха будет $\frac{n_i}{v_i}$, где n_i — число капель i -й группы, выпадающее на единицу площади почвы за единицу времени. Тогда функция $\bar{N}a^6$ определится суммированием произведений $\frac{n_i a_i^6}{v_i}$ по всем группам размеров.

7. ТЕОРИЯ РАДИОЛОКАЦИИ АТМОСФЕРНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ ³⁰

В теории радиолокации выводится уравнение радиолокации, выражающее зависимость мощности принимаемого отражённого сигнала от расстояния до отражателя, а также от параметров радиолокатора, цели и среды.

Если обозначить P_t мощность импульса, излучаемого радиолокационной станцией, то на расстоянии R (у цели) плотность энергии при изотропном её излучении была бы

$$\frac{P_t}{4\pi R^2}.$$

При учёте направленного действия антенны радиолокатора, выражаемого коэффициентом усиления по мощности G_t , плотность энергии у цели будет:

$$\frac{P_t G_t}{4\pi R^2}.$$

Если обозначить эффективное сечение цели через T , то мощность, излучаемая целью в обратном направлении к радиолокатору, даётся выражением

$$\frac{TP_t G_t}{4\pi R^2}.$$

Плотность же энергии, отражённой целью, у приёмной антенны радиолокатора равна

$$\frac{TP_t G_t}{(4\pi R^2)^2}.$$

Общая величина принятой энергии на выходе приёмной антенны с эффективной площадью A определяется тогда величиной

$$P_r = A \frac{TP_t G_t}{(4\pi R^2)^2}. \quad (89)$$

Если учесть, что в радиолокационных антеннах, используемых одновременно и в качестве передающих и в качестве приёмных, величины G_t и A связаны соотношением

$$G_t = \frac{4\pi A}{\lambda^2}, \quad (90)$$

где λ — длина волны, а величина эффективной площади приёмной антенны A связана с её действительной площадью (апертурой) A_p :

$$A = \frac{2}{3} A_p,$$

то

$$P_r = \frac{P_t \cdot A_p^2}{9\pi R^4 \lambda^2} T. \quad (91)$$

Формула (91) представляет собой общее уравнение радиолокации для случая одиночной цели и непоглощающей среды.

В уравнении радиолокации атмосферных образований необходимо учесть множественность целей и распространение радиоволн в поглощающей среде.

Для учёта множественности целей необходимо найти выражение для суммарного эффективного сечения радиолокационного рассеяния всех целей (капель), находящихся в зоне облучения антенной в течение времени длительности импульса.

Если V — объём пространства, из которого в данное время может притти к радиолокатору рассеянное излучение от одного импульса, а η — суммарное эффективное сечение радиолокационного рассеяния всех капель в единице объёма атмосферы, то ве-

личина T в (91) будет равна

$$T = V \cdot \eta. \quad (92)$$

Обозначая через h длину цуга волн импульса и A — ширину диаграммы направленности антенны в градусах, получаем¹⁰ для объема шарового слоя толщиной $\frac{h}{2}$, из которого на радиолокатор придёт рассеянное излучение в течение длительности одного импульса, значение

$$V = \pi \left[\left(\frac{\pi}{180} \right) \frac{AR}{2} \right]^2 \frac{h}{2}. \quad (93)$$

Величина η определяется из

$$\eta = \sum_D N(D) \cdot \sigma(D, \lambda), \quad (94)$$

где $\sigma(D, \lambda)$ — эффективное радиолокационное сечение капли диаметром D для длины волны λ и $N(D)$ — число капель диаметром D в единице объема.

Для учёта затухания при распространении в поглощающей среде можно ввести коэффициент κ , связанный с коэффициентом затухания $\alpha(R, \lambda)$ уравнением

$$\kappa = 10^{-0,2} \int_0^R \alpha(R, \lambda) dR, \quad (95)$$

где $\alpha(R, \lambda)$ — затухание (в децибелах) на единицу длины пути на расстоянии R от передатчика в направлении луча.

С учётом (92), (93), (94) и (95) уравнение радиолокации атмосферных образований напишется в виде

$$P_r = \frac{P_t \cdot A_p^2}{9 \pi \lambda^2 R^4} \cdot \pi \left[\left(\frac{\pi}{180} \right) \cdot \frac{AR}{2} \right]^2 \frac{h}{2} \sum_D N(D) \cdot \sigma(D, \lambda) \cdot \kappa. \quad (96)$$

Эта формула пригодна для всех случаев применения радиолокации к исследованию атмосферных образований.

Можно получить упрощённое выражение для приближённых расчётов (пренебрегая затуханием), если использовать формулу Релея (56) для эффективного сечения рассеяния и взять среднюю величину шестой степени радиусов капель a^6 . Тогда

$$\eta = N \cdot \frac{128}{3} \frac{\pi^5 a^6}{\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2. \quad (97)$$

Подставляя (97) в (91), имеем:

$$P_r = \frac{128}{3} \pi^4 P_t A_p^2 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \frac{VN a^6}{9 R^4 \lambda^6}. \quad (98)$$

Если ширину диаграммы направленности θ выразить в радианах, то

$$V = \frac{\pi R^2 \theta^2 \cdot h}{8} \quad (99)$$

и

$$P_r = \frac{16}{3} \pi^2 P_t \cdot A_p^2 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \left(\frac{v^2 h N a^6}{9 R^2 \lambda^6} \right). \quad (100)$$

Для антенны с рефлектором в виде параболоида

$$\theta \cong 0,85 \frac{\lambda}{d},$$

где d — диаметр параболоида,

$$A_p = \frac{\pi d^2}{4}; \quad v^2 = \left(0,85 \frac{\lambda}{p} \right)^2 = 0,85^2 \left(\frac{\pi \lambda^2}{4 A_p} \right). \quad (101)$$

Подставляя v^2 в (100), получаем:

$$\frac{P_r}{P_t} = 0,11 \pi^6 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \left(\frac{A_p h N a^6}{R^2 \lambda^4} \right). \quad (102)$$

Для длины волн от 3 до 12 см

$$\left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \cong 0,9$$

и

$$\frac{P_r}{P_t} \cong 0,1 \pi^6 A_p \cdot h \left(\frac{N a^6}{R^2 \lambda^4} \right). \quad (103)$$

Из этой формулы видно, что принятый из атмосферного образования отражённый сигнал будет иметь мощность, обратно пропорциональную квадрату расстояния и четвёртой степени длины волны.

Если не вся диаграмма направленности перехватывается дождём (при большом расстоянии или малой площади дождя), то объём V будет только частью максимального объёма по (99) и (98); в этом случае принятая мощность будет обратно пропорциональна четвёртой степени расстояния и шестой степени длины волны.

Пренебрегая в (96) затуханием χ , можно усмотреть, что для получения больших дальностей и обнаружения слабых атмосферных образований (дождей) радиолокационная станция должна иметь короткую длину волны λ , большую мощность, достаточно длительный импульс без понижения пиковой мощности и антенну с большим усилением.

При выборе диапазона радиолокационной станции, предназначенной для исследования атмосферных образований, важна оценка влияния затухания на дальность обнаружения, так как в некоторых случаях более длинные волны 10-см диапазона могут обеспечивать большую дальность обнаружения, чем, например, волны 3-см диапазона, несмотря на наличие обратной пропорциональности мощности принятого сигнала четвёртой степени длины волны.

Для 10-см диапазона можно почти всегда, за исключением самых сильных ливней, пренебрегать затуханием. Для волн 3-см диапазона затуханием можно пренебрегать только для лёгких дождей. Для ещё более коротких волн 1,25-см затуханием вообще нельзя пренебрегать.

При расчётах дальности обнаружения и измерениях затухания необходимо учесть наличие молекулярного поглощения микрорадио-

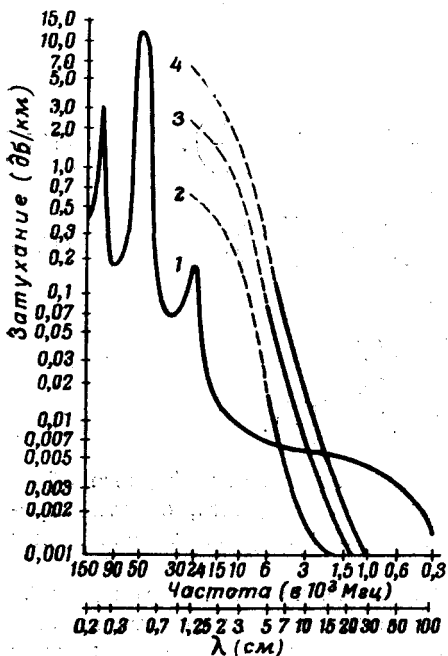


Рис. 5. Затухание микрорадиоволн в атмосфере. 1. — кислород и водяной пар при влажности 7,5 г/м³ и температуре 20° С. 2. — средний дождь (6 мм/час). 3. — сильный дождь (22 мм/час). 4. — ливень (44 мм/час).

ний и метеорологических явлений необходимо избегать использования диапазонов, попадающих в область селективного поглощения кислорода и водяного пара.

Были проведены вычисления величины $\frac{P_r}{P_t}$ в зависимости от расстояния с учётом атмосферного затухания для трёх типов идеализированного дождя: лёгкого (осадок 1,25 мм/час, средний диаметр капель 1,3 мм), среднего (осадок 5 мм/час, средний диаметр капель 1,65 мм) и сильного (осадок 12,5 мм/час, средний

волн в кислороде и водяном паре^{27, 28, 29}. Суммарная величина молекулярного поглощения для влажности, равной 7,5 г/м³, представлена на рис. 5 кривой 1. Выделяются полосы поглощения при $\lambda = 0,25$ см, 0,5 см (кислород) и 1,25 см (водяной пар). На том же рисунке даны графики поглощения в дождях различных типов. Из рисунка видно, что для волн диапазона 1—5 см затухание в дожде имеет большее значение, чем затухание в атмосферных газах. Затухание в атмосферных газах преобладает для волн, длины которых меньше 1 см и больше 5 см. Для ещё более длинных волн ($\lambda > 10$ см) затухание уже не имеет практического значения ввиду своей малой абсолютной величины. При проектировании специальной аппаратуры для изучения атмосферных образова-

диаметр капель $1,95 \text{ мм}$)³⁰ для радиолокатора, работающего в диапазоне $\lambda = 3,2 \text{ см}$.

Результаты этих вычислений приведены на рис. 6. Из этого рисунка ясно, что на некоторых расстояниях сильный дождь будет обнаружен, а слабый и средний дождь нет. При соотношении $\frac{P_r}{P_t} = 10^{-15}$ лёгкий дождь будет обнаруживаться на расстоянии

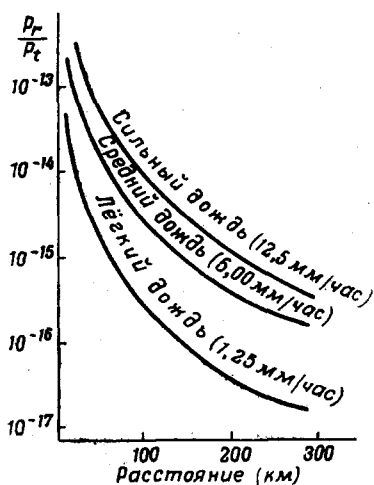


Рис. 6. Обнаружение дождя при $\lambda = 3,2 \text{ см}$ (без учёта затухания в дожде).

около 65 км, средний — на расстоянии 155 км, сильный — до 240 км.

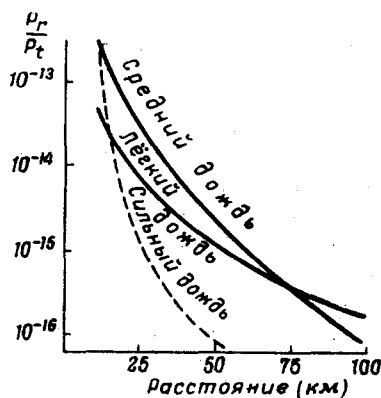


Рис. 7. Обнаружение дождя сквозь сплошной дождь при $\lambda = 3,2 \text{ см}$ (с учётом затухания в дожде).

Более сильные дожди, дающие осадок, превышающий $12,5 \text{ мм/час}$, будут обнаруживаться и на больших расстояниях, если только они будут находиться на достаточно большой высоте в пределах прямой видимости со станции.

Для современных радиолокационных станций, имеющих величины P_r и P_t порядка 10^{-13} вт и 100 кВт , соответственно, такие дальности обнаружения дождей вполне реальны.

Было также проведено вычисление $\frac{P_r}{P_t}$ в зависимости от расстояния для случая обнаружения дождя радиолокатором, работающим в диапазоне $\lambda = 3,2 \text{ см}$ при распространении микрорадиоволн через такой же сплошной дождь, с учётом теоретических величин затухания (рис. 7). Из этого рисунка видно, что на расстояниях до 75 км средний дождь даёт более сильное отражение, чем лёгкий дождь. На расстояниях, превышающих 75 км (из-за более значительной величины затухания в среднем дожде), более сильное

отражение даёт лёгкий дождь. Точно так же сильные дожди дают более сильные отражённые сигналы у радиолокатора, чем средние дожди, на расстояниях до 10 км и более слабые — при больших расстояниях.

Большое затухание в сильном дожде даёт резкое падение амплитуды принятых сигналов с увеличением расстояния. Для $\frac{P_r}{P_t} = 10^{-15}$ лёгкий дождь будет обнаружен сквозь лёгкий дождь на расстоянии до 50 км, средний дождь сквозь средний — до 65 км, а сильный дождь сквозь сильный — только до 25 км.

Затухание в дожде для волн 10-см диапазона значительно меньше, чем для волн 3-см диапазона, поэтому, несмотря на наличие закона обратной пропорциональности мощности отражённого сигнала четвёртой степени длины волны, в некоторых случаях может оказаться выгоднее применять для обнаружения дождей станцию, работающую на длине волны $\lambda = 10$ см. Вычисления показывают, что при одинаковых параметрах радиолокационных станций мощность отражённых сигналов от сильного дождя сквозь такой же дождь будет больше для $\lambda = 3,2$ см до 41 км. При расстояниях, превышающих 41 км, из-за большей величины затухания при распространении волн 3,2-см диапазона мощность отражённых сигналов будет больше для $\lambda = 10$ см. Уже для среднего дождя это будет выполняться только при расстояниях, больших 124 км.

Несмотря на указанные преимущества станций 10-см диапазона при работе на больших расстояниях через средние и сильные дожди, для общих целей обнаружения дождей, при расположении самой станции вне зоны дождя, повидимому, лучше применять станции 3-см диапазона.

8. МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ ПОСРЕДСТВОМ РАДИОЛОКАЦИИ

Применяемая аппаратура^{2, 12, 13}

Можно указать три типа радиолокационных станций, удобных для применения в метеорологии:

1. Мощные станции 10-см диапазона (при мощности порядка 1000 квт в импульсе и больше) наиболее эффективны для обнаружения атмосферных образований на больших расстояниях, порядка 150—300 км.

2. Для исследования вертикальной структуры атмосферных образований при средних расстояниях до 40—50 км более пригодны станции 3-см диапазона средней или большой мощности. Станции 10-см диапазона для этих целей могут быть использованы, но с меньшим успехом.

3. Для детального изучения тонкой структуры атмосферных образований на расстояниях в несколько километров, главным образом для научных целей, ряд преимуществ имеет аппаратура 1-см диапазона.

Желательно, чтобы радиолокационная аппаратура была специально приспособлена для метеорологических целей. Для обеспечения достаточной дальности действия станция должна иметь большую мощность и хорошую направленность. Выбор длины импульса зависит от конкретных условий. Чем длиннее импульс, тем больше амплитуда сигнала, отражённого от атмосферного образования. Поэтому выгоднее применять наиболее длинные импульсы, допустимые по



Рис. 8. Движение грозы по экрану трубки кругового обзора.

условиям нормальной импульсной работы генераторных ламп. С другой стороны, для получения большой разрешающей способности необходимо возможно более короткий импульс. Поэтому желательно иметь регулируемую длину импульса, если это возможно по другим условиям. Часто повторения импульсов определяются требуемой дальностью действия станции.

Для обеспечения достаточно детальных наблюдений и измерений желательно, чтобы станция была оборудована индикаторами нескольких типов. Индикатор типа А с линейной развёрткой и амплитудной отметкой, совместно с калиброванным сигнал-генератором, даёт возможность непосредственного измерения амплитуд отражённых сигналов от атмосферных образований. При радиолокации атмосферных образований на индикаторе типа А получают отра-

жения в виде линии шумов, отличающихся от обычных шумов тем, что отдельные пики шумов имеют большую продолжительность и между ними бывает значительное расстояние.

Индикатор кругового обзора (РРІ) с яркостной отметкой позволяет составить представление о расположении (азимут и расстояние) атмосферных образований в пределах радиуса действия станции, а также даёт представление о размерах, форме и движении этих образований (рис. 8). Отражения от атмосферных образований на индикаторах с яркостной модуляцией обычно занимают большую площадь, чем отличаются от отражений от таких объектов, как самолёты, аэростаты и т. д.

Индикатор наклонная дальность — высота (угол места) (НРІ) при качаниях антенны в вертикальной плоскости даёт на экране трубки искажённый вертикальный разрез облучаемого пространства с горизонтальной координатой, соответствующей наклонной дальности, и вертикальной координатой, соответствующей высоте (или углу места). Изображения отражённых сигналов на этом индикаторе при яркостной отметке также получаются в виде засвеченных площадей с формой, зависящей от вида атмосферных образований. Изучение изображений на индикаторе НРІ даёт возможность исследовать вертикальную структуру атмосферных образований.

Экспериментальная работа в области применения радиолокации к изучению атмосферных образований проводилась по следующим основным направлениям:

1. Установление наличия корреляции между величиной осадка дождя R , мощностью отражённого сигнала P , и величиной $Z =$

$= \frac{\Sigma D^6}{V}$, определяющей рассеяние энергии в единице объёма воздуха, содержащего капли.

2. Изучение вертикальной структуры атмосферных образований.

3. Исследование флуктуаций сигналов, отражённых от атмосферных образований.

Корреляция между величиной осадка дождя R , амплитудой отражённого сигнала P , и величиной

$Z = \frac{\Sigma D^6}{V}$, определяющей рассеивание энергии в единице объёма воздуха, содержащего капли^{24, 20, 21}.

Величина Z определялась экспериментально путём измерения диаметров следов, оставляемых каплями дождя на фильтровальной бумаге, обработанной специальной краской²⁴. Диаметры этих следов являются экспериментально определяемой функцией диаметров капель. Одновременно производилось определение величины осадка дождя R дождемером. Измерение величин Z и R производилось на поверхности земли под тем дождевым облаком, которое наблюдалось радиолокатором с учётом времени падения капель от места

прохождения луча станции до земной поверхности. Величина P_r измерялась на индикаторе типа А путём поддержания амплитуды отражённого сигнала на постоянном уровне с помощью регулировки усиления, заранее откалиброванного сигнал-генератором. Для измерений была выбрана такая метеорологическая обстановка, когда дождь за время, меньшее одного часа, непрерывно изменял величину осадка R от 1 до 38 мм/час (Z от 350 до 64 000 мм⁶/м³).

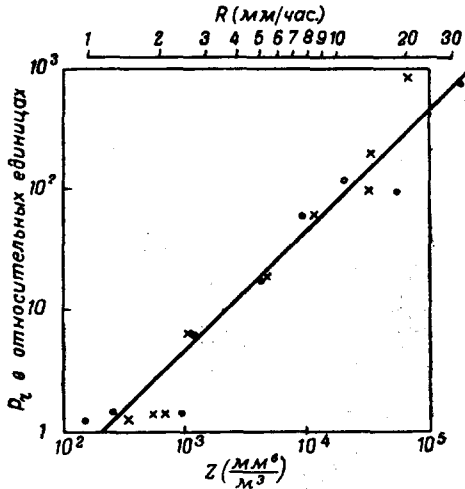


Рис.9. Корреляция величин P_r , R и Z . Точки соответствуют измерениям R , крестики — измерениям Z .

Данные измерений приведены на рис. 9. Из графика видно, что P_r пропорционально первой степени Z (или, точнее, $Z^{1.1}$) и квадрату осадка дождя R^2 .

Если сделать график $\lg Z$ в зависимости от $\lg R$ для всех случаев дождя, то полученная экспериментальная зависимость (рис. 10) хорошо выражается формулой

$$Z = 190 \cdot R^{1.72} \text{ или } R = 0,048 Z^{0.58}, \quad (104)$$

где Z выражено в мм⁶/м³ и R — в мм/час.

Таким образом, экспериментально установлено наличие отчётливой корреляции между величиной, определяющей амплитуду отражённого сигнала от атмосферного образования—дождя, и величиной осадка дождя, что даёт возможность измерять осадок дождя с помощью радиолокации. При экспериментальном определении величины Z была также найдена эмпирическая зависимость между

величиной осадка дождя R и массой дождевых капель в единице объема воздуха M в виде

$$M = R^{0,88}, \quad (105)$$

где M выражено в $мг/м^3$ и R — в $мм/час$.

С учётом (104) получается зависимость между Z и M :

$$Z = 0,020 M^{2,08}. \quad (106)$$

Таким образом, мощность отражённого сигнала приблизительно

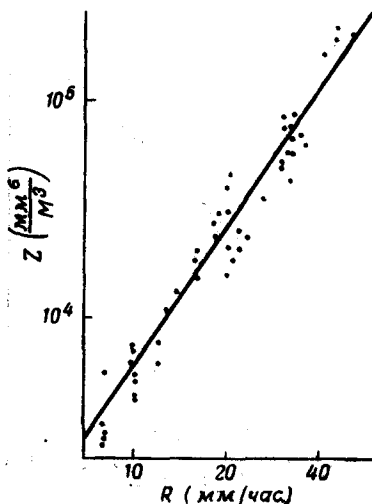


Рис. 10. Корреляция величин Z и R .

пропорциональна M^2 (причём в M не учтены мелкие капли, не участвующие в образовании отражённого сигнала).

Это соотношение даёт возможность приближённо оценивать содержание капельной жидкости в дождевых облаках, из которых дождя ещё нет, но от которых получают отражённые сигналы.

Изучение вертикальной структуры атмосферных образований^{31,32}

Для изучения вертикальной структуры атмосферных образований удобнее всего, как сказано, применять станции с индикатором высота — наклонная дальность (НПД). Наблюдения на таком индикаторе показали наличие двух типов отражений. Один из них

(рис. 11) связан с продолжительным обложным дождём, другой (рис. 12) — связан с ливнями. В продолжительном дожде амплитуда отражённого сигнала (яркость изображения) постепенно уменьшается с увеличением расстояния. Изменения яркости по высоте незначительны вплоть до нулевой изотермы. Отражения от полосы шириной 200—400 м, расположенной около нулевой изотермы, получаются значительно более сильными, чем от областей, лежащих

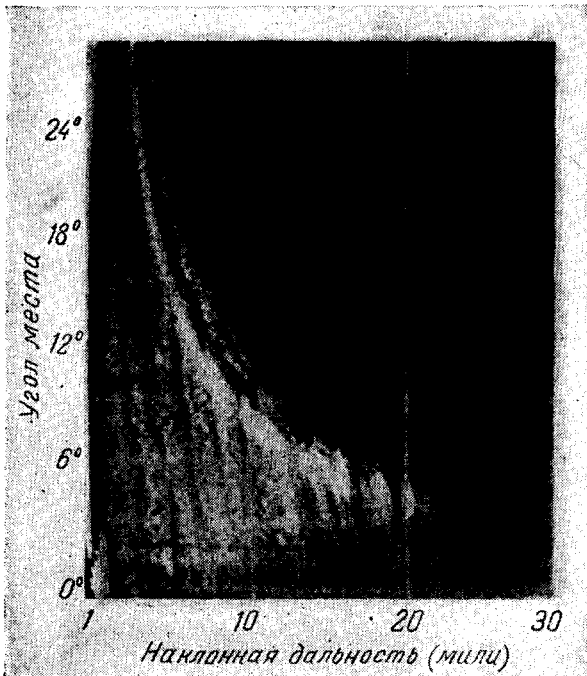


Рис. 11. Обложной дождь на экране трубки НРІ.

ниже. Выше этой яркой полосы отражения становятся очень слабыми и нечёткими. Появление яркой полосы в районе нулевой изотермы связано с таянием снега или кристаллов льда. Наблюдения с самолётов показали, что выше уровня нулевой изотермы имеется снег, который в силу малой величины диэлектрического коэффициента льда даёт незначительное отражение. При вхождении в полосу нулевой изотермы хлопья или кристаллы слипаются в комки значительной величины, которые одновременно начинают таять и приобретают отражательную способность воды, сохраняя при этом на некотором расстоянии небольшую скорость падения снега, что обуславливает большую концентрацию частиц в этой области и

приводит к весьма высокой отражательной способности слоя нулевой изотермы.

В ливнях величина отражения сильно зависит от расстояния при хорошей однородности по вертикали. Изображение на экране индикатора состоит из отдельных вертикальных полос, наклон которых объясняется наличием ветра. Верхняя часть полос очень разнообразна по высоте, но для ливней располагается обычно выше 3000 м.

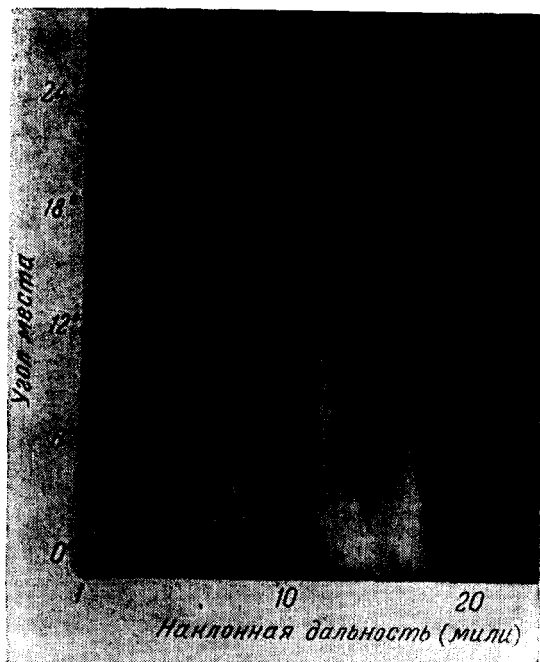


Рис. 12. Ливень на экране трубки НР1.

Так как в ливнях, как правило, имеются сильные вертикальные воздушные потоки, то в верхних областях могут образовываться скопления больших количеств капельной жидкости. Однако достаточно длительные наблюдения (около 1 часа) показывают, что такие скопления кратковременны.

Для детального изучения зависимости концентрации капельной жидкости от высоты был применён метод калиброванного регулирования усиления приёмника³¹.

Если n — уменьшение усиления в децибелах, то интенсивность сигнала после усиления будет такой же, как если бы был подвергнут нормальному усилению сигнал в $10^{0,1n}$ раз меньший. Обозна-

чая мощность такого эквивалентного сигнала P_{rn} , имеем:

$$P_{rn} = 10^{-0,1n} \cdot P_r, \quad (107)$$

где P_r — мощность принятого сигнала. Поскольку

$$P_r \approx \frac{M^2}{r^2} \quad (108)$$

(где r — расстояние до атмосферного образования и M — масса воды, содержащаяся в единице объёма атмосферы в виде капелек, диаметр которых превышает 0,5 мм), имеем:

$$P_{rn} \approx \frac{10^{-0,1n} \cdot M^2}{r^2}. \quad (109)$$

Пусть $M_{\text{мин}}$ будет минимальное количество воды (концентрация), которое на расстоянии r даёт наименьшую обнаруживаемую мощность сигнала $P_{rn(\text{мин})}$, тогда

$$P_{rn(\text{мин})} = \text{const} \cdot 10^{-0,1n} \frac{(M_{\text{мин}})^2}{r^2}. \quad (110)$$

Путём сравнительных радиолокационных и метеорологических измерений для радиолокатора, работающего на полную мощность ($n=0$), было установлено, что концентрацию 40 мг/м³ можно ещё обнаружить на расстоянии приблизительно 8 км, откуда

$$10^{-0,1n} \frac{(M_{\text{мин}})^2}{r^2} = \left(\frac{40}{8}\right)^2, \\ M_{\text{мин}} = 5 \cdot 10^{0,05n} \cdot r, \quad (111)$$

где $M_{\text{мин}}$ выражено в мг/м³ и r — в км.

Усиление приёмника радиолокатора могло автоматически уменьшаться изменением смещения на сетках второй и третьей ламп усилителя промежуточной частоты (путём включения откалиброванных потенциометров). Это уменьшение усиления приёмника выполнялось ступенями по 10 дБ (начиная с полного усиления) в конце каждого качания антенны вверх и вниз и, следовательно, каждого цикла развёртки на трубке НРІ и проводилось последовательно вплоть до окончательного исчезновения отражённых сигналов на трубке.

Изображения на индикаторах НРІ и РРІ фотографировались кинокамерами таким образом, что каждый кадр фильма соответствовал картине на индикаторе в течение времени одной развёртки (одного качания антенны). На каждом кадре записывалось время, число и номер серии, а на снимках с индикатора НРІ — также азимут и величина усиления приёмника. Наблюдения велись путём последовательного фотографирования экрана при изменении вели-

чины усиления приёмника ступенями по 10 дБ (по одному кадру на ступень усиления) от полного усиления до исчезновения изображения на экране (рис. 13). Из отдельных снимков можно получить данные для изучения структуры облачности. Для исчезновения отражения при последовательном уменьшении усиления обычно необходимы три или четыре ступени уменьшения усиления, дающие такое

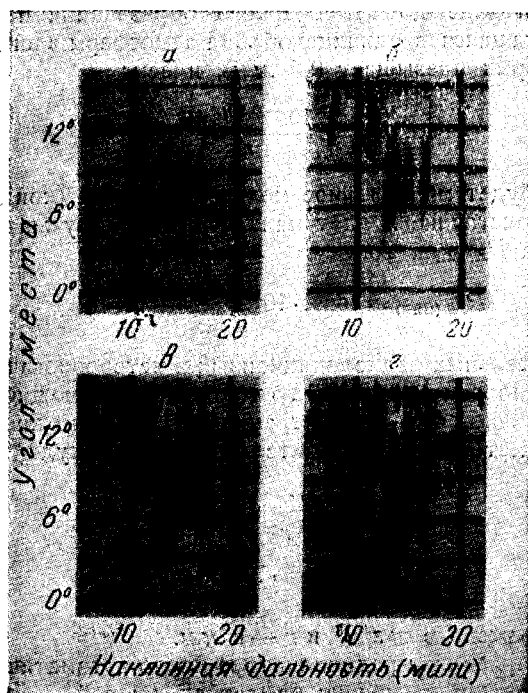


Рис. 13. Изменение картины, наблюдаемой на трубке НР1, при последовательном уменьшении усиления приёмника.

же количество снимков (кадров). Каждый такой снимок давал контур области, соответствующей величине минимального сигнала, ещё обнаруживаемого на индикаторе при данном усилении приёмника. Группа снимков давала серию из нескольких контуров. Эти контуры, получившиеся в координатах высота — наклонная дальность, преобразовывались затем к координатам высота — горизонтальная дальность. Такая система контуров в натуральных координатах давала неискажённое сечение атмосферных образований в вертикальной плоскости при определённом азимуте с контурами равных величин принятой мощности.

Для перевода величины принятой мощности в величины концентрации капель в единице объема M ($мг/м^3$) применялось урав-

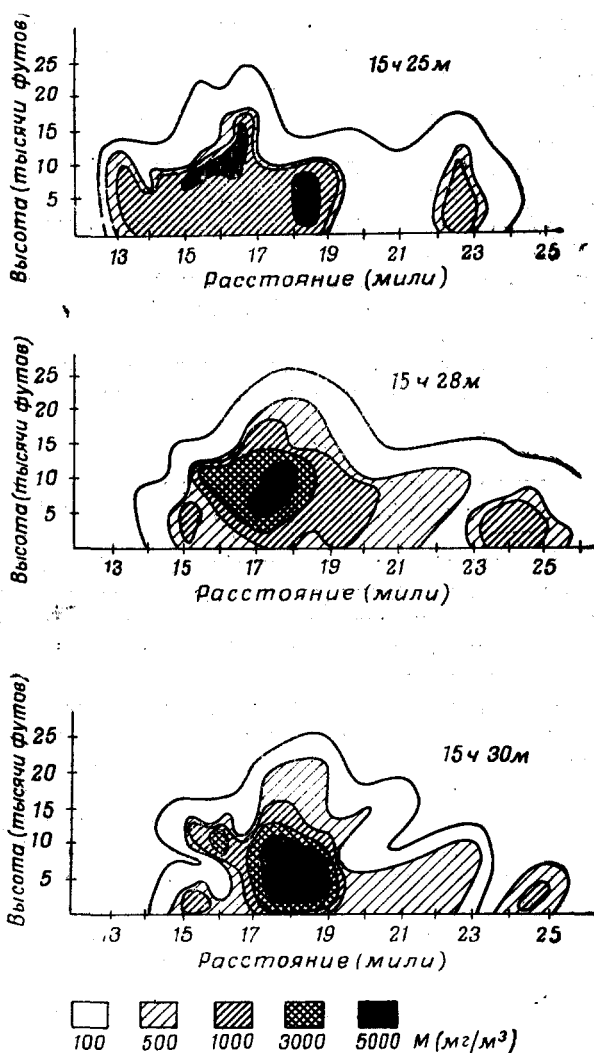


Рис. 14. Диаграммы зависимости концентрации капельной жидкости от высоты и расстояния.

нение (111). Полученные диаграммы с линиями равной концентрации (рис. 14) весьма удобны для изучения вертикальной структуры

атмосферных образований. Детальное изучение таких диаграмм позволяет сделать следующие выводы:

а) В пределах области пространства, занимаемой дождём, значения M могут меняться в 100 раз на расстоянии порядка 1,5—2 км.

б) В некоторые моменты времени значения M могут быть больше вверху, чем у земной поверхности.

в) Участки с максимальным M имеют тенденцию располагаться по вертикали.

г) Там, где происходит движение участка с большим M , центр тяжести участка всегда движется по направлению к земле.

д) Контур, соответствующий минимальным значениям $M=100$ ($мг/м^3$) в течение времени, охватываемого одной серией снимков, остаются примерно на одной и той же высоте, в то время как контуры, соответствующие большим M , могут за это время значительно опускаться.

е) Детальная вертикальная диаграмма дождя быстро изменяется во времени и может полностью измениться до неузнаваемости за время в 5—6 минут.

Исследование флуктуаций сигналов, отражённых от атмосферных образований²²

Сигналам, отражённым от атмосферных образований, свойственны значительные флуктуации различного происхождения. Флуктуации возникают главным образом из-за интерференции вследствие относительных движений большого числа капель в зоне освещённости радиолокатора.

Изучение спектра частот флуктуаций амплитуд сигналов, лежащих в звуковом диапазоне, может дать сведения для изучения турбулентности атмосферы в исследуемом районе.

Теория флуктуаций отражений от массовых целей, содержащих большое число независимых отражателей со случайными фазами, основана на рассмотрении суммарного сигнала. Если фазы компонент будут слегка изменяться, например из-за относительного движения отражателей, то результирующая также может измениться.

В теории флуктуаций выводится формула для определения вероятности $P(I)$ того, что данный отражённый сигнал будет иметь амплитуду I с точностью до dI , т. е. доли отражённых сигналов, имеющих амплитуду I с точностью до dI :

$$P(I) dI = e^{-\frac{I}{I_0}} \cdot \frac{dI}{I_0}, \quad (112)$$

где I_0 — средняя амплитуда отражённого сигнала. Быстрота флуктуаций определяется в основном изменениями отражений и относительной скорости отражателей. Частота флуктуаций линейно возрастает с увеличением радиочастоты. Для экспериментального исследова-

дования флуктуаций необходимо измерять амплитуды отдельных отражённых импульсов, а не среднюю амплитуду за значительный интервал времени, как это получается на экране радиолокатора. Это достигается фотографированием каждого отдельного хода развёртки на индикаторе типа А с трубкой с синим свечением.

Для фотографирования применялась 16-мм кинокамера с приводом от мотора с большим числом оборотов. При том же усилении приёмника фотографируется также импульс от калибратора с известной амплитудой для сравнительного измерения амплитуд отражённых импульсов, полученных на фильме.

Из этих экспериментальных данных можно вычислить кривую распределения вероятностей.

На рис. 15 дано в виде ступенчатой кривой такое распределение, полученное из измерения 1000 отражённых импульсов от атмосферных образований (дождя) при работе с радиолокатором 10-см диапазона. На этом же рисунке в виде плавной кривой дано распределение по теоретической формуле (112).

Произведя гармонический анализ полученных экспериментальных кривых, можно также определить частотный спектр этих флуктуаций.

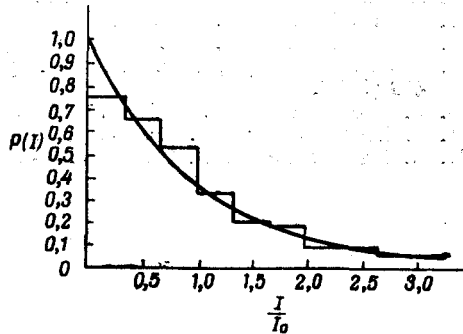


Рис. 15. Распределение вероятностей $P(I)$ того, что сигнал, отражённый от дождя, имеет амплитуду I .

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. R. Maynard, J. Meteor. 2, 214 (1945).
2. A. Bent, J. Meteor. 3, 78 (1946).
3. R. Wexler and D. Swingle, J. Meteor. 3, 101 (1946).
4. R. Wexler, J. Meteor. 4, 232 (1947).
5. R. Wexler, J. Meteor. 4, 69 (1947).
6. G. Mie, Ann. d. Physik 25, 307 (1908).
7. J. Stratton, PIRE 18, 1064 (1930).
8. H. Byers and K. Coons, J. Meteor. 4, 75 (1947).
9. R. Cunningham, J. Meteor. 4, 164 (1947).
10. P. Austin, J. Meteor. 4, 121 (1947).
11. E. Smith and R. Fletcher, Trans. Amer. Geoph. Union 28, 713 (1947).
12. A. Bemis, Bull. Amer. Meteor. Soc. 28, 115 (1947).
13. R. Miller, Bull. Amer. Meteor. Soc. 28, 19 (1947).
14. Дж. Страттон, Теория электромагнетизма, Гостехиздат, 1948.
- 14а. К. С. Шифрин, Рассеяние в мутной среде, Гостехиздат, 1951.
15. L. Goldstein, Radio wave propagation, 1929 г., стр. 269.
16. S. Robertson and A. King, PIRE 34, 178 (1946).

17. J. Ryde, J. Journ. Inst. El. Eng., part. III, A 39, 101 (1946).
 18. Релей, Теория звука 2, 1944, стр. 155.
 19. M. Diem, Ann. d. Hydrographie, 142 (1942).
 20. A. Spilhaus, J. Meteor. 5, 108 (1948).
 21. A. Spilhaus, J. Meteor. 5, 161 (1948).
 22. J. Laws, Trans. Amer. Geoph. Union 709 (1941).
 23. J. Laws and D. Parsons, Trans. Amer. Geoph. Union 452 (1943).
 24. J. Marshall, J. Meteor. 4, 186 (1947).
 25. Lenard, Ann. d. Phys. 21 (1904).
 26. J. Marshall and Mc Palmer, J. Meteor. 5, 165 (1948).
 27. Van Vlec., Phys. Rev. 71, 413 (1947).
 28. Van Vlec., Phys. Rev. 71, 425 (1947).
 29. В. Л. Гинзбург, Изв. АН (сер. физ.) 11, 165 (1947) и УФН 34, 499 (1948).
 30. R. Wexler and D. Swingle, Bull. Amer. Meteor. Soc. 28, 159 (1947).
 31. R. Langille and K. Gunn, J. Meteor. 5, 301 (1948).
 32. R. Langille and K. Gunn, J. Meteor. 5, 307 (1948).
-