

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУКСОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ
СВЕРХПРОВОДИМОСТИ *)

В. Л. Гинзбург

§ 5. НОРМАЛЬНЫЙ ТОК В СВЕРХПРОВОДИКАХ

Как было указано в § 2, нормальный ток \mathbf{j}_n в сверхпроводнике может возникнуть лишь в нестационарном поле или при наличии градиента температуры.

Остановимся сначала на втором из этих случаев^{2,67}. Если в несверхпроводнике помимо электрического поля присутствует градиент температуры ∇T , то плотность тока пропорциональна не только электрическому полю \mathbf{E} , но и ∇T , т. е. $\mathbf{j} = \alpha \mathbf{E} + b \nabla T$. Получающаяся таким образом термоэлектродвижущая сила появляется в любой модели металла, приводящей при отсутствии ∇T к закону Ома $\mathbf{j} = \alpha \mathbf{E}$. Поэтому не видно оснований сомневаться в том, что и в сверхпроводнике при наличии ∇T уравнение (2,5) нужно заменить следующим:

$$\mathbf{j}_n = \alpha \mathbf{E} + b \nabla T, \quad (5,1)$$

где $b(T)$ — некоторый коэффициент. Что же касается сверхпроводящего тока, то он, как следует из всех экспериментальных данных, совершенно не связан с переносом тепла, т. е. не связан с потоком энтропии и, так же как течение сверхтекучей части гелия II, является обратимым. Поэтому наличие градиента температуры не приводит к необходимости изменять уравнения (2,6) и (2,8) для сверхпроводящего тока, и мы попрежнему должны считать, что $\frac{\partial \Delta \mathbf{j}_s}{\partial t} = \mathbf{E}$. Отсюда следует, что в стационарном случае $\mathbf{E} = 0$ и, значит, согласно (5,1),

$$\mathbf{j}_n = b \nabla T. \quad (5,2)$$

Учёт возможного наличия градиента химического потенциала не меняет этого вывода и приводит лишь к повсеместной замене

*) Окончание. См. УФН, т. XLII, вып. 2, стр. 169.

\mathbf{E} на $\mathbf{E} = -\nabla \frac{\mu_0}{e}$, где μ_0 — химический потенциал при отсутствии поля и e — элементарный заряд.

Нормальный ток (5,2), текущий в неравномерно нагретом сверхпроводнике, обычно не может наблюдаться по создаваемому им магнитному полю, так как компенсируется сверхпроводящим током

$$\mathbf{j}_s = -\mathbf{j}_n = -b\nabla T. \quad (5,3)$$

Действительно, при условии (5,3), в полном согласии с опытом; полный ток $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n = 0$, магнитное поле отсутствует и удовлетворяются все уравнения (5,1), (2,6) и (2,8). Таким образом, в неравномерно нагретом сверхпроводнике имеет место циркуляция токов (рис. 9), аналогичная циркуляции сверхтекучей в нормальной частей жидкости в неравномерно нагретом гелии II^{13,14}. На первый взгляд кажется, что этот эффект даже в принципе невозможно заметить, поскольку полный ток и магнитное поле равны нулю. Этот вывод, однако, неверен, так как в неоднородном или неізотропном сверхпроводнике полный ток хотя и мал, но, вообще говоря, уже не равен нулю^{2,67}. Кроме того, если стержень, изображённый на рис. 9, находится в нормальном состоянии, то $\mathbf{j} = \mathbf{j}_n = 0$ и перенос тепла осуществляется только путём обычного механизма теплопроводности.

В сверхпроводящем же состоянии тепло, кроме того, переносится нормальным током. Поэтому наличие описанной циркуляции токов должно сказаться на теплопроводности в сверхпроводящем состоянии³, которая складывается из теплопроводности решётки, обычной электронной теплопроводности и теплопроводности, связанной с током \mathbf{j}_n .

Теплопроводность решётки в нормальном и сверхпроводящем состояниях можно считать одинаковой [это равенство имеет, разумеется, место только при одинаковой температуре, т. е. если нормальное состояние осуществляется путём внесения сверхпроводника в магнитное поле $H > H_k(T)$]. Электронная теплопроводность, не связанная с током \mathbf{j}_n , должна в сверхпроводящем состоянии быть меньшей, чем в нормальном, и при этом резко падать с понижением температуры. Это заключение следует из того экспериментального факта, что «нормальная проводимость» σ , фигурирующая в (2,5) и (5,1), круто падает с температурой и стремится к нулю при $T \rightarrow 0$. Падение σ в данном случае может быть обусловлено лишь падением числа «нормальных электронов» в сверхпроводнике и стремлением этого числа при $T \rightarrow 0$ к нулю (см. § 6). Отсюда и следует, что коэффициент теплопроводности, также пропорциональный числу нормальных

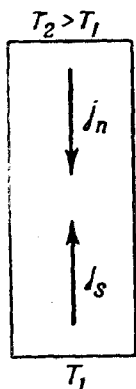


Рис. 9.

электронов, должен резко падать при уменьшении температуры. Связь проводимости σ с (несвязанной с током j_n) электронной частью коэффициента теплопроводности λ_{e0} , по всей вероятности, может быть количественно выражена с помощью известного соотношения, называемого законом Видемана-Франца:

$$\frac{\lambda_{e0}}{\sigma T} = \frac{\pi^2 k^2}{3e^2} = 2,71 \cdot 10^{-13} \text{ CGSE.} \quad (5,4)$$

Действительно, соотношение (5,4) получается (см., например⁹⁶, стр. 151) при весьма общих предположениях, сводящихся к возможности введения длины свободного пробега электронов и допущению, что электроны образуют вырожденный газ (это последнее предположение, к тому же, существует лишь с точки зрения получения в (5,4) определённого численного коэффициента). Поэтому можно думать, что связь (5,4) имеет место и в сверхпроводниках, по крайней мере тогда, когда она справедлива в том же металле при $T > T_k^*$.

Величина λ_{e0} в (5,4) есть коэффициент теплопроводности при $j_n = 0$. Если же учесть, что в сверхпроводнике $\mathbf{j}_n = b \nabla T$, то полная электронная теплопроводность, как можно показать, равна

$$\begin{aligned} \lambda_e &= \lambda_{e0} + \lambda_{ej_n} = \lambda_{e0} + \frac{b^2 T}{\sigma} = \lambda_{e0} + \left(\frac{d\mathcal{E}}{dT} \right)^2 \sigma T = \\ &= \left[\frac{\pi^2 k^2}{3e^2} + \left(\frac{d\mathcal{E}}{dT} \right)^2 \right] \sigma T, \end{aligned} \quad (5,5)$$

где $\frac{d\mathcal{E}}{dT} = \frac{b}{\sigma}$ — дифференциальная термоэлектродвижущая сила и переход к последнему выражению совершён путём использования формулы (5,4).

При $T \sim T_k$ в олове $\frac{d\mathcal{E}}{dT} \sim 10^{-8} \frac{\text{вольт}}{\text{градус}} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ CGSE.}$

В этом случае член $\frac{\pi^2 k^2}{3e^2}$ больше $\left(\frac{d\mathcal{E}}{dT} \right)^2$ примерно в 10^8 раз и, следовательно, конвекционный механизм теплопередачи совершенно не существует, т. е. $\lambda_e = \lambda_{e0}$. Это заключение находится в полном согласии с тем фактом, что в олове коэффициент теплопроводности в сверхпроводящем состоянии меньше, чем в нормальном²⁴. То же имеет место и в других чистых металлах. Однако в сплавах в некоторых случаях теплопроводность в сверхпроводящем состоянии больше, чем в нормальном²⁵.

*) Соотношение (5,4) справедливо в нормальном металле в области низких температур при условии, что сопротивление определяется примесями (т. е. является так называемым остаточным сопротивлением) и тем самым существует определённая длина свободного пробега, которая не зависит от температуры. В подобных условиях естественно считать, что и в сверхпроводящем состоянии применимо понятие о длине пробега, которая равна длине пробега в нормальном состоянии.

Это имеет, например, место в сплаве 90% Pb + 10% Bi*). Мы не видим пути, на котором можно было бы объяснить такой эффект без привлечения конвекционного механизма теплопередачи.

К сожалению, отсутствие значений $\frac{d\varepsilon}{dT}$ для сплавов, для которых в²⁵ измерялась теплопроводность, не позволяет здесь сделать каких-либо прямых заключений. Тем не менее мало вероятно, что значение $\frac{d\varepsilon}{dT}$ возрастает настолько, что в (5,5) член λ_{ej_n} становится сравнимым с λ_{e0} . Более вероятно, что несогласие формулы (5,5) с опытом связано с тем, что соотношение (5,5) получается только для идеального сверхпроводника. В сплавах же в силу их неоднородности помимо тока $\mathbf{j}_n = b\nabla T$ появляются ещё локальные токи^{2,67} и вообще вся картина сильно усложняется. Поэтому роль конвекционного механизма теплопередачи в сплавах остаётся неясной и нуждается, очевидно, в специальном исследовании. Заметим в этой связи, что если в сплавах действительно реализуются условия, при которых локальные нормальные токи заметно сказываются на теплопередаче, то связанные с этими токами магнитные поля⁶⁷ могут оказаться достаточно сильными для того, чтобы их можно было наблюдать на опыте.

Нормальный ток всегда возникает и при отсутствии градиента температуры, если сверхпроводник помещён в переменное электромагнитное поле. Действительно, если проникающее в сверхпроводник магнитное поле меняется во времени, то обязательно отлично от нуля и электрическое поле \mathbf{E} , вызывающее нормальный ток $\mathbf{j}_n = \frac{\mathbf{E}}{c}$.

Если переменное поле в сверхпроводнике является слабым (т. е. $H \ll H_k$), то, считая, кроме того, металл однородным, изотропным и равномерно нагретым, мы можем записать все необходимые уравнения в виде

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n) + \frac{\varepsilon_0}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \Delta \mathbf{j}_s &= -\frac{1}{c} \mathbf{H}, \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{j}_s}{\partial t} &= \mathbf{E}, \\ \mathbf{j}_n &= \varepsilon \mathbf{E}, \end{aligned} \right\} \quad (5,6)$$

где ε_0 — диэлектрическая постоянная в сверхпроводящем состоянии, не связанная с током \mathbf{j}_s . Соображения, приведённые в § 6, показывают, что величина ε_0 может быть весьма велика, в силу

*) В²⁵ такой же результат получен при некоторых температурах также для ниобия. Однако можно думать, что и в этом случае дело идёт не о чистом сверхпроводнике, а о сплаве, хотя и с малым количеством примесей.

чего пренебрегать членом $\frac{\epsilon_0}{c} \cdot \frac{dE}{dt}$ в (5,6), как это часто делают, вообще говоря, нет оснований. Решение системы (5,6) представляет интерес в первую очередь для поля синусоидального во времени. В силу линейности уравнений к этому случаю сводится и более общая задача. Если же все поля и токи пропорциональны $e^{i\omega t}$ то, как легко видеть, при $\omega \neq 0$ система (5,6) эквивалентна следующей:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} \left(\sigma + \frac{1}{i\omega\Lambda} + \frac{i\omega}{c} \epsilon_0 \right) \mathbf{E} = \frac{i\omega}{c} \epsilon' \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{i\omega}{c} \mathbf{H}. \end{aligned} \right\} \quad (5,7)$$

Как хорошо известно, такие же по форме уравнения справедливы в случае любой среды, характеризуемой комплексной диэлектрической постоянной ϵ' (и проницаемостью $\mu = 1$). Конкретные свойства среды отражаются лишь на значении ϵ' . В случае сверхпроводников, согласно (5,7),

$$\epsilon' = \epsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega} = \epsilon_0 - \frac{4\pi}{\omega^2\Lambda} - i \frac{4\pi\sigma}{\omega}. \quad (5,8)$$

Заметим, что уравнения (5,7) несколько общее, чем (5,6), так как пригодны и при наличии дисперсии, когда ϵ_0 , Λ и σ зависят от частоты ω . Выделяющееся в металле тепло, как всегда, определяется выражением $\frac{E^2}{\sigma}$. Учитывая (2,14), мы можем записать диэлектрическую постоянную сверхпроводника ϵ следующим образом:

$$\epsilon = \epsilon_0 - \frac{c^2}{\omega^2 \delta_0^2} = \epsilon_0 - \frac{4\pi e^2 n_s}{m\omega^2}, \quad (5,9)$$

где δ_0 — глубина проникновения в сверхпроводник слабого статического магнитного поля и n_s — число сверхпроводящих электронов. Как уже упоминалось в § 3, формула (5,9), где e и m — заряд и масса свободного электрона, является, по существу, определением числа n_s . Целесообразность и смысл такого определения ясны, если вспомнить выражения для ϵ и σ в случае классического электронного газа, т. е. конкретно для электронно-ионной плазмы. Для такого газа, как известно (см., например^{9a}),

$$\epsilon = 1 - \frac{4\pi e^2 n}{m(\omega^2 + \nu^2)}, \quad \sigma = \frac{e^2 n \nu}{m(\omega^2 + \nu^2)}, \quad (5,10)$$

где e и m — заряд и масса свободного электрона, n — электронная концентрация, ω — циклическая частота и ν — эффективное число соударений электрона в секунду. В (5,7) учтён лишь вклад в ϵ и σ , вносимый электронами.

При достаточно низких частотах, когда наличие члена ϵ_0 в (5,9) и сдвиги в (5,10) несущественно, выражение (5,9) для диэлектрической постоянной сверхпроводника аналогично выражению для ϵ в случае электронного газа с $\nu = 0$. При этом число n_s ,

вводимое согласно (5,9), имеет, очевидно, смысл концентрации свободных электронов, которые обеспечили бы наблюдаемое для сверхпроводника значение ϵ . Совершенно эквивалентное определение «эффективного числа свободных электронов» можно дать, исходя из общего выражения для ϵ' , получающегося в теории дисперсии для любой среды:

$$\epsilon' = 1 + \frac{4\pi e^2}{n} \sum_k \frac{n_{0k}}{\omega_{0k}^2 - \omega^2 + i\nu_{0k}\omega}, \quad (5,11)$$

где ω_{0k} — собственные частоты, отвечающие переходам из рассматриваемого состояния 0 (для которого вычисляется ϵ') во все другие состояния k , ν_{0k} — соответствующие постоянные, характеризующие поглощение и n_{0k} — эффективное число электронов для перехода $0 \rightarrow k$. Вместо n_{0k} обычно вводят силу осциллятора $f = \frac{n_{0k}}{n}$, где n — полная концентрация всех электронов в среде.

Согласно правилу сумм $\sum_k f_{0k} = 1$ и $\sum_k n_{0k} = n$. В тех случаях,

когда в (5,8) присутствует член с $\omega_{0k} = 0$, мы можем говорить о наличии свободных электронов. Эффективное число этих свободных электронов есть число $n_{0k} = n_0$, отвечающее частоте $\omega_{0k} = 0$; при этом в металлах в нормальном состоянии $\nu_{0k} \neq 0$; в сверхпроводящем же состоянии в (5,11) имеется член, для которого одновременно $\omega_{0k} = 0$ и $\nu_{0k} = 0$. Соответствующее этому члену число n_{0k} и есть число сверхпроводящих электронов n_s , фигурирующее в (5,9).

Из сказанного и из (5,11) ясно, что член ϵ_0 в (5,9) при $\omega \rightarrow 0$ стремится к конечному пределу. Поэтому, согласно (5,8), где проводимость σ также конечна, для достаточно малых частот

$$\epsilon' \cong \epsilon \cong -\frac{4\pi}{\omega^2 \Lambda} = -\frac{c^2}{\omega^2 \beta_0^2} = -\frac{4\pi e^2 n_s}{m \omega^2} = -3,18 \cdot 10^9 \frac{n_s}{\omega^2}. \quad (5,12)$$

Как известно и ещё будет показано в § 6, электромагнитное поле в среде с диэлектрической постоянной $\epsilon < 0$ меняется по закону $e^{-\frac{\omega}{c} \sqrt{|\epsilon|} z}$, т. е., в случае (5,12), по закону $e^{-\frac{z}{\delta_0}}$, который был получен в § 2 непосредственно для статического случая. Таким образом, в поле любой частоты и, в частности, в стационарном поле, электромагнитные свойства сверхпроводника полностью определяются соотношением (5,8), которое для слабых полей может считаться основным уравнением феноменологической теории сверхпроводимости *).

*) В стационарном случае, когда $\omega = 0$ и $\epsilon' = \infty$, правильное решение задачи получается, если в её решении, справедливом при $\omega \neq 0$, устремить ω к нулю. Подобное условие, накладываемое при $\omega \rightarrow 0$ на решение уравнений (5.7), эквивалентно условию (2.6).

Определение ε_0 и σ в (5,8) в принципе возможно в переменном поле, когда $\omega \neq 0$. При $T \sim (1 \div 10)^\circ$ для чистых металлов в несверхпроводящем состоянии обычно $\sigma \sim 10^{20}$ CGSE. Поскольку вблизи T_k в сверхпроводящем состоянии можно ожидать такого же по порядку величины значения σ , влияние проводимости, как ясно из (5,8), велико для частот, по порядку величины равных или больших частоты $\frac{c^2}{4\pi\sigma\delta_0^2} \sim 10^{10}$ (так как

$\delta_0 \sim 10^{-5}$), т. е. для длин волн короче $20 \div 25$ см. Таким образом, для измерения σ нужно работать в первую очередь в сантиметровом диапазоне. В последнее время, в связи с развитием радиофизики, подобные измерения интенсивно проводятся ^{26-296, 93}.

Для определения σ по измерениям на высокой частоте необходимо знать, каким образом поле проникает в металл, т. е. использовать теорию скин-эффекта. При этом, как выяснилось, при низких температурах и высоких частотах как в сверхпроводящих, так и в несверхпроводящих металлах обычная теория скин-эффекта непригодна и имеет место так называемый аномальный скин-эффект. Вопрос об аномальном скин-эффекте, рассмотрение которого необходимо для интерпретации экспериментальных данных и нахождения величин $\varepsilon(T, \omega)$ и $\sigma(T, \omega)$ в сверхпроводящем и нормальном состояниях, представляет довольно большой интерес. Поэтому мы остановимся на нём несколько подробнее.

§ 6. НОРМАЛЬНЫЙ И АНОМАЛЬНЫЙ СКИН-ЭФФЕКТ В МЕТАЛЛАХ

Рассмотрим, прежде всего, распространение в среде с комплексной диэлектрической постоянной ε' плоских волн. Подставляя решение в виде плоской волны в (5,7), мы имеем:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{qr})}, \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{qr})} = -\frac{c}{\omega \varepsilon'} [\mathbf{qH}], \quad q^2 = \frac{\varepsilon' \omega^2}{c^2}, \quad (6,1)$$

или, детальнее,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 e^{i(\omega t - \frac{\omega \sqrt{\varepsilon'}}{c} z)} = \mathbf{H}_0 e^{-\frac{\omega}{c} kz + i(\omega t - \frac{\omega}{c} nz)}, \\ (n - ik)^2 &= \varepsilon', \quad n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\sigma}{\omega}\right)^2}}, \\ k &= \sqrt{-\frac{\varepsilon}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\sigma}{\omega}\right)^2}}, \quad \delta = \frac{c}{\omega k}, \end{aligned} \right\} (6,2)$$

где за направление распространения выбрана ось z , и перед корнями всегда нужно брать знак плюс.

Если электромагнитная волна падает на плоскую поверхность металла, перпендикулярную оси z , то в металле, где модуль ε'

очень велик, производные компонент поля по z гораздо больше производных по x или y . Отсюда, как видно из (5,7), следует, что в металле существуют лишь тангенциальные компоненты полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , которые связаны между собой так же, как в случае плоской волны (6,1)*). При этом на поверхности

$$E_x = \frac{H_y}{\sqrt{\epsilon'}}, \quad E_y = -\frac{H_x}{\sqrt{\epsilon'}} \quad (6,3)$$

Где ось z направлена внутрь тела. Отношение тангенциальных компонент полей \mathbf{E} и \mathbf{H} на поверхности непосредственно изменяется (по затуханию и скорости распространения волн в волноводе, по коэффициенту отражения и т. п.) и, согласно (6,3), позволяет определить ϵ' . Вместо этой последней величины в радиофизике часто пользуются «поверхностным импеданцем»:

$$Z = R + iX = \frac{4\pi}{c} \left[\frac{E_x}{H_y} \right]_{z=0} = \frac{4\pi}{c\sqrt{\epsilon'}} = \frac{4\pi(n + ik)}{c(n^2 + k^2)} \quad (6,4)$$

В металлах в нормальном состоянии на радиочастотах обычно

$$\frac{2\pi\sigma}{\omega} \gg |\epsilon|, \quad n \cong k \cong \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\omega}} \quad (6,5)$$

и

$$\left. \begin{aligned} Z = Z_{\text{кл}} = \frac{2\pi}{ck} \cdot (1 + i) &= (1 + i) \cdot \left(\frac{2\pi\omega}{c^2\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} = (1 + i) \frac{2\pi\omega\delta_{\text{кл}}}{c^2}, \\ \delta_{\text{кл}} = \frac{c}{\omega k} &= \left(\frac{c^2}{2\pi\omega\sigma} \right)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (6,6)$$

где $\delta_{\text{кл}}$ — вводимая обычным образом толщина скин-слоя в металле при условии (6,5), называемая иногда классической толщиной скин-слоя.

В сверхпроводнике при достаточно низкой частоте

$$\epsilon' = -\frac{c^2}{\omega^2\delta_0^2} \quad (\text{см. 5,12}) \text{ и}$$

$$\begin{aligned} n = 0, \quad k = \sqrt{-\epsilon} &= \sqrt{\frac{4\pi}{\omega^2\Lambda}} = \frac{c}{\omega\delta_0}; \quad Z = iX = i \frac{4\pi}{ck} = \\ &= i \frac{4\pi\omega\delta_0}{c^2}. \end{aligned} \quad (6,7)$$

В области, где справедлива формула (6,6), измеряя Z , сразу же можно определить проводимость σ , причём «поверхностное сопротивление» $R = \text{Re } Z \sim \sigma^{-\frac{1}{2}}$. Далее, в (6,6) при не слишком высоких частотах (точнее см. ниже) σ есть статическая проводимость, могущая, разумеется, быть измеренной без использования теории скин-эффекта. Таким образом, соотношение (6,6) может быть проверено в результате независимых измерений Z и статической проводимости σ . Подобная проверка показала, что при высоких

*) Вопрос о точности этого утверждения рассмотрен в⁹⁴.

температурах $> 50^\circ \text{K}$ классическая (обычная) теория скин-эффекта оказывается правильной. Однако при низких температурах наблюдается резкое несогласие между формулой (6,6) и опытом, ясно иллюстрируемое рис. 10, относящимся к частоте $\omega = 2\pi \cdot 2,4 \cdot 10^{10}$. При достаточно низкой температуре (в области водородных и гелиевых температур) поверхностное сопротивление, несмотря на продолжающееся возрастание σ , перестаёт падать и стремится к конечному пределу. Причина подобного аномального скин-эффекта состоит в следующем^{27, 95}. При выводе выражений (6,4) и (6,6) использована феноменологическая электродинамика и, в частности, закон Ома $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$. Но использование закона Ома возможно лишь в том случае, когда электрическое поле мало меняется на длине свободного пробега носителей тока, в данном случае электронов. Если же, напротив, поле \mathbf{E} заметно меняется на расстояниях порядка длины пробега l , то средний ток в данной точке уже не определяется полем, взятым только в той же самой точке.

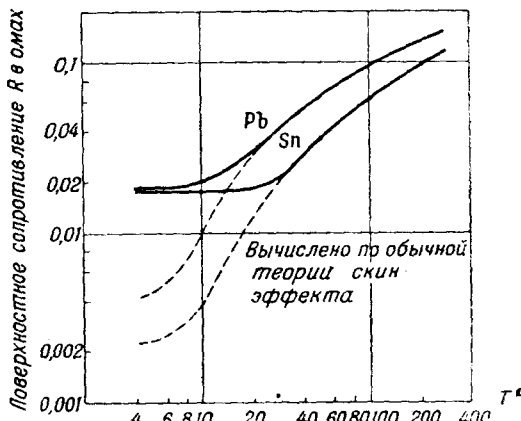


Рис. 10.

В случае скин-эффекта поле заметно меняется на расстояниях порядка глубины скин-слоя $\delta_{\text{ск}}$. Поэтому обычная теория скин-эффекта, когда $\delta_{\text{ск}} = \delta_{\text{кл}}$, годится лишь, если (точнее см. ниже)

$$l \ll \delta_{\text{кл}} \tag{6,8}$$

Между тем при низких температурах и высоких частотах, как оказывается, не только не имеет места неравенство (6,8), но даже соблюдается обратное неравенство. Так, при гелиевых температурах обычны значения $\sigma \sim 10^{20}$, $l \sim 10^{-3} \text{ см}$, для которых при $\omega \sim 10^{10}$ ($\lambda \sim 20 \text{ см}$) $\delta_{\text{кл}} \sim 10^{-5} \ll l$. В условиях, когда неравенство (6,8) не соблюдается для нахождения импеданца Z , нужно помимо уравнений Максвелла воспользоваться выражением для плотности тока, получающимся в электронной теории металлов.

Электронная теория металлов в нормальном состоянии базируется, как известно, на модели электронного газа, которую мы и используем, не останавливаясь здесь на вопросе об области её применимости. Существенно лишь подчеркнуть, что, вступая на путь модельной теории, мы не можем не внести в

получающиеся результаты некоторого произвола, связанного с частными свойствами выбранной модели. В теории электронного газа⁹⁶⁻⁹⁸ состояние его определяется функцией распределения электронов по импульсам \mathbf{p} и координатам $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$:

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = f_0(\mathbf{p}) + f_1(\mathbf{p}, \mathbf{r}), \quad |f_1| \ll f_0, \quad (6,9)$$

где f_0 — равновесная функция распределения, имеющая место при отсутствии поля, и f_1 — добавка, отражающая влияние поля, которое считается слабым; в (6,9) не учтена спиновая переменная и не производится различие между импульсом и квазиимпульсом, так как это несущественно для дальнейшего.

Функция f_1 определяется кинетическим уравнением

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + e \mathbf{E} \nabla_{\mathbf{p}} f_0 + \mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f_1 + \frac{f_1}{\tau} = 0, \quad (6,10)$$

где \mathbf{E} — напряжённость электрического поля, магнитное поле \mathbf{H} предполагается отсутствующим, e — заряд электрона, $\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{p}} W$ — скорость электрона, $W(\mathbf{p})$ — его энергия, $\tau = \frac{l}{v}$ — время свободного пробега и $l(\mathbf{v})$ — длина свободного пробега (что касается обозначений, то они обычные, т. е. $\nabla_{\mathbf{p}} = \frac{\partial}{\partial p_x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial p_y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial p_z} \mathbf{k}$ и $\nabla_{\mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$).

Будем считать, что имеет место изотропия, т. е. f_0 зависит только от W и, следовательно,

$$\frac{df_0}{dp_i} = \frac{df_0}{dW} \cdot \frac{\partial W}{\partial p_i} = v_i \frac{df_0}{dW}.$$

Полагая, далее, в соответствии с задачей, с которой нам придётся иметь дело, поле и все другие величины пропорциональными $e^{i\omega t}$ и зависящими только от координаты z , получаем (поле предполагается, кроме того, имеющим слагающую лишь по оси x):

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{1 + i\omega\tau}{v_z} f_1 = -e E \frac{df_0}{dW} \cdot \frac{v_x}{v_z}. \quad (6,11)$$

Если поле убывает в глубь металла на длине порядка $\delta_{\text{ск}}$, то $\frac{\partial f_1}{\partial t} \sim \frac{f_1}{\delta_{\text{ск}}}$, так как и функция распределения под воздействием поля будет заметно меняться на том же расстоянии $\delta_{\text{ск}}$. Отсюда следует, что первый член в (6,11) много меньше второго, если

$$l \ll \delta_{\text{ск}} \left(1 + (\omega\tau)^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6,8a)$$

где $l = \tau v$ — длина свободного пробега.

При достаточно низких частотах в нормальном состоянии $\delta_{ск} = \delta_{кл}$ [см. (6,5) — (6,6)], $\omega\tau \ll 1$ и (6,8а) переходит в (6,8). Условие (6,8а), всегда выполняющееся при достаточно низкой

частоте (так как при $\omega \rightarrow 0$ $\delta_{ск} \rightarrow \delta_{кл} \sim \omega^{-\frac{1}{2}}$), соблюдается и в другом предельном случае, когда $\omega \rightarrow \infty$. Однако в промежуточной области частот условие (6,8а) может и не соблюдаться (см. приведенный выше пример).

Если условие (6,8а) выполнено, как это обычно предполагается, то решение уравнения (6,11) таково (первым членом просто пренебрегаем):

$$f_1 = - \frac{eE\tau v_x \frac{\partial f_0}{\partial W}}{1 + i\omega\tau} \tag{6,12}$$

и ток \mathbf{j} , направленный, как и поле \mathbf{E} , по оси x , равен:

$$\begin{aligned} j &= e \int f_1 v_x \cdot 2 \frac{dN(W)}{dW} dW = \left(\sigma + \frac{i\omega(\epsilon - 1)}{4\pi} \right) E = \\ &= \frac{2e^2 v_0^2 \tau_0 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0 E}{3(1 + i\omega\tau_0)}, \end{aligned} \tag{6,13}$$

где $2 \frac{dN(W)}{dW} dW$ — число состояний в интервале энергий dW (множитель 2 учитывает две возможные ориентации спина) и при интегрировании учтено, что для фермиевского распределения $\frac{\partial f_0}{\partial W}$ есть функция, близкая к δ -функции (поэтому $\int \varphi(W) \frac{\partial f_0}{\partial W} = -\varphi(W_0)$, где W_0 — энергия на границе Ферми и учтено, что $\int \frac{\partial f_0}{\partial W} dW = f_0(\infty) - f_0(0) = -1$); значок ноль в (6,13) указывает на то, что соответствующие величины берутся на границе Ферми, т. е. для энергии W_0 . Согласно (6,13):

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= 1 - \frac{4\pi \cdot \frac{2}{3} e^2 v_0^2 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0}{\omega^2 + \nu^2} = 1 - \frac{4\pi\sigma}{\nu_0}, \\ \sigma &= \frac{\frac{2}{3} e^2 v_0^2 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0 \nu_0}{\omega^2 + \nu_0^2} = \frac{\sigma(0)\nu_0^2}{\omega^2 + \nu_0^2}, \end{aligned} \right\} \tag{6,14}$$

где $\nu_0 = \frac{1}{\tau_0} = \frac{v_0}{l}$ — число соударений и $\sigma(0) = \frac{2}{3} e^2 v_0^2 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0 \cdot \frac{1}{\nu_0}$ — статическое значение проводимости. Эти выражения имеют такой же вид, как в случае классического электронного газа [см. (5,10)], и оказываются вполне тождественными с последними,

если определить число электронов проводимости соотношением:

$$n_0 = \frac{2}{3} m v_0^2 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0, \quad (6,15)$$

где m — масса свободного электрона.

Определение числа свободных электронов (6,15) находится в полном согласии с общим определением этой величины, данным в § 5. На опыте n_0 можно найти, измеряя ϵ и σ и пользуясь формулами (6,14) и (6,15). При этом особенно ясная картина имеет место, если

$$\omega^2 \gg \nu^2 \quad (6,16)$$

и, значит,

$$\epsilon \approx \epsilon_0 - \frac{4 \pi e^2 n_0}{m \omega^2}, \quad (6,17)$$

где вместо единицы в (6,14) мы пишем ϵ_0 для того, чтобы учесть часть ϵ , не связанную с электронами проводимости. При комнатной температуре $l \sim 10^{-5} \div 10^{-6}$, $\nu_0 = \frac{v_0}{l} \sim 10^{13} \div 10^{14}$ ($v_0 \sim 10^8$), и условие (6,16) выполнено уже в далёкой инфракрасной части спектра. Если условие (6,16) выполнено и квантовое поглощение ещё не вступило в строй (так как ω меньше граничной частоты $\omega_{0\kappa}$ для внутреннего фотоэффекта), то с помощью применимой в этом случае формулы (6,17) сразу же определяется n_0 . Соответствующие достаточно полные и надёжные измерения имеются лишь для Ag, Au и Cu. Результаты этих измерений приведены в табл. IV, где n_a — концентрация атомов и $f = \frac{n_0}{n_a}$.

Таблица IV

	n_0	n_a	$f = \frac{n_0}{n_a}$	Примечание	n_s	$\frac{n_s}{n_a}$
Ag	$5,7 \cdot 10^{23}$	$5,9 \cdot 10^{23}$	0,97	} см. 97	—	—
Au	$4,66 \cdot 10^{23}$	$5,9 \cdot 10^{23}$	0,79		—	—
Cu	$3,1 \cdot 10^{23}$	$8,5 \cdot 10^{23}$	0,37		—	—
Hg	$13,5 \cdot 10^{23}$	$4,3 \cdot 10^{23}$	3,14	см. 99	$6,5 \cdot 10^{21}$	0,05
Sn	$5,8 \cdot 10^{23}$	$3,7 \cdot 10^{23}$	1,53	вычислено согласно данным ¹⁰⁰	$5 \div 10 \cdot 10^{21}$	$0,08 \div 0,17$

Число свободных электронов проводимости n_0 интересно сопоставить с числом «сверхпроводящих электронов» n_s [см. (5,12)]:

$$n_s = \frac{m c^2}{4 \pi e^2 \delta_0^2} = \frac{2,83 \cdot 10^{11}}{\delta_0^2} \text{ см}^{-3}. \quad (6,18)$$

Используя значения $\delta_0 = 6,6 \cdot 10^{-6}$ см для ртути (см. § 4) и $\delta_0 = 5,2 \div 7,5 \cdot 10^{-6}$ для олова (см. ^{17, 19}), получаем значения n_s , указанные в табл. IV. Там же помещены значения n_0 для Hg и Sn, вычисленные по весьма ориентировочным и неполным данным ^{99, 100}. Однако трудно сомневаться в том, что и для Hg и Sn так же, как для Ag, Au и Cu, $n_0 \sim n_a$. В то же время $\frac{n_s}{n_0} \ll 1$. Этот результат имеет фундаментальное значение; он показывает, что в сверхпроводимости (даже при $T \rightarrow 0$) участвует только небольшая часть (около 0,1) тех «свободных» электронов, которые участвуют в обычной проводимости. Возникает вопрос о том, что происходит в сверхпроводящем состоянии с остальными свободными электронами, не дающими своего вклада в n_s ?

При низкой температуре ($T \rightarrow 0$) и не слишком больших частотах нормальная проводимость σ в сверхпроводнике стремится к нулю (см. ниже). Таким образом, свободные электроны, не переходящие в сверхпроводящее состояние, не могут остаться свободными в том смысле этого слова, о котором мы говорили в § 5. Следовательно, при переходе в сверхпроводящее состояние часть свободных электронов металла, около 10% при $T \rightarrow 0$, начинает участвовать в сверхпроводимости, остальные же $\sim 90\%$ электронов «замерзают», т. е. переходят в связанное состояние. Это значит, что в выражении (5,11) для ε' этим «замерзающим» электронам отвечает не собственная частота $\omega_{0k} = 0$, как в свободном состоянии, а некоторые частоты $\omega_{0k} \neq 0$. По порядку величины эти частоты должны равняться $\frac{kT_K}{\hbar} \sim 10^{11} \div 10^{12}$, так как характерная энергия в теории сверхпроводимости есть, очевидно, энергия kT_K . Частоты ω_{0k} , о которых идёт речь, значительно меньше обычных атомных частот. Поэтому «замерзшие» электроны должны внести заметный вклад в значение ε , а именно, при $\omega = \nu = 0$ и $T \rightarrow 0$ вклад порядка

$$\varepsilon_0 \sim \frac{4\pi e^2 n_0}{m\omega_{0k}^2} \sim 10^8 \div 10^{10}. \quad (6,19)$$

Зависящая от T величина ε_0 , о которой мы говорим, есть, очевидно, по смыслу постоянная ε_0 в (5,9). Сделанное замечание, принадлежащее Л. Д. Ландау (1945 г.), может быть весьма существенно и для микроскопической теории сверхпроводимости, о чём будет речь во второй части этой статьи. Сейчас же важно подчеркнуть, что значение ε_0 в сверхпроводящем состоянии может быть очень большим и, во всяком случае, совсем другим, чем в нормальном состоянии. Поэтому в выражениях (5,8) и (5,9) для ε и ε' сверхпроводника величину ε_0 без дальнейшего отбрасывать нельзя.

Вернёмся, однако, к вопросу о теории скин-эффекта в металлах, находящихся в нормальном состоянии. Если условие (6,8а) выполнено, то, как мы видели, сразу же получается закон Ома (6,13) для плотности тока и формулы (6,14) для ϵ и σ . В этом случае справедливы все результаты, полученные в начале этого параграфа (они были получены на основе использования закона Ома и уравнений Максвелла). Если же условие (6,8а) не выполнено, то первым членом в кинетическом уравнении (6,11) пренебрегать нельзя, закон Ома места не имеет (так как ток в данной точке определяется полем не только в этой точке, но и во всём скин-слое) и для определения характера проникновения поля в металл нужно совместно решать уравнение (6,11) и уравнения поля

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{i\omega}{c} \mathbf{H} \quad \text{и} \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{i\omega\epsilon_0}{c} \mathbf{E},$$

где

$$\mathbf{j} = e \int f_1 \mathbf{v} \cdot 2 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0 dW$$

(см. 6,13). В этом случае, когда не соблюдается условие (6,8а) и имеет место аномальный скин-эффект, нахождение поля $E(z)$ или хотя бы только импеданца Z оказывается весьма сложной задачей, подробно разбирать которую в рамках этой статьи не представляется возможным (см. ⁹⁵). Поэтому мы ограничимся рассмотрением только предельного случая, обратного классическому случаю (6,8), а именно случая, когда

$$l \gg \delta_{\text{ск}} (1 + (\omega\tau)^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (6,20)$$

Как уже указывалось, при гелиевых температурах в чистом металле для радиочастот условие (6,20) хорошо выполняется. В предельном случае (6,20)

$$Z = Z_n = R_n + iX_n = \left(\sqrt{3} \pi \cdot \frac{\omega^2 l}{c^4 \sigma(0)} \right)^{\frac{1}{3}} (1 + \sqrt{3} i), \quad (6,21)$$

где $\sigma(0)$ — статическое значение проводимости.

Выражение (6,21) получено в ⁹⁵ на основе использования кинетического уравнения (6,11) для электронного газа в металле и в предположении, что отражение электронов, падающих изнутри металла на его поверхность, происходит диффузным образом. Если предположить, что отражение является зеркальным, то в (6,21) появляется общий множитель $8/9$. Таким образом, результат слабо зависит от характера отражения на поверхности. Более существенно, что металл считается совершенно однородным, а его поверхность — плоской. Эти условия на практике часто не соблюдаются, о чём речь ещё будет идти ниже.

Поскольку σ зависит от температуры T только через длину свободного пробега l , импеданс Z_n не должен зависеть от температуры. Для чистых металлов в области гелиевых и иногда даже водородных температур именно такое поведение $Z(T)$ и наблюдается на опыте (при этом Z не зависит от T уже там, где σ с падением температуры ещё продолжает увеличиваться). Например, для олова, исследованного в работе²⁹, для $\omega = 2\pi \cdot 2,4 \cdot 10^{10}$ при $T = 300^\circ$ $R = \text{Re}Z = 0,1217$ см, при $T = 20^\circ$ $R = 0,0180$, при $T \leq 15^\circ$ (до $T_k = 3,71^\circ$) $R = 0,0175$ (см. также рис. 10).

Таким образом, при гелиевых температурах в сантиметровом диапазоне рассмотрение предельного случая (6,20) — (6,21) вполне достаточно.

Для дальнейшего существенно, что формула типа (6,21) может быть получена из довольно общих соображений²⁷. Толщина скин-слоя и импеданс зависят от проводимости $\sigma(0)$, пропорциональной длине пробега l^*). Ясно, однако, что с точки зрения потерь и величины импеданса существенны лишь те соударения электронов, которые происходят в скин-слое. Соударения же, происходящие вне этого слоя, где поле уже равно нулю (или, точнее, достаточно мало), никакой роли играть не могут. Другими словами, если выполнено условие (6,20), эффективен не весь свободный пробег электронов l , а только часть его, лежащая в скин-слое, причём эта часть порядка толщины скин-слоя $\delta_{\text{см}}$. Это значит, что эффективной будет не вся проводимость $\sigma(0)$, а её часть порядка $\sigma(0) \frac{\delta_{\text{ск}}}{l}$. С изложенной точки зрения можно ожидать, что при $l \gg \delta_{\text{ск}}$ для получения выражений для $\delta_{\text{ск}}$ и Z_n нужно в обычной теории скин-эффекта вместо $\sigma(0)$ подставить величину

$$\sigma_{\text{эф}} = \sigma(0) \frac{\delta_{\text{ск}} \beta}{l} e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}, \quad (6,22)$$

где β и φ — некоторые вещественные постоянные (форма записи вводимой таким образом комплексной постоянной $\beta e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}$ определяется соображениями удобства). В нормальном состоянии в интересующей нас области влиянием ϵ можно пренебречь (подробнее см.⁹⁵), т. е. положить $\epsilon_{\text{эф}} = \frac{4\pi\delta(0)\delta_{\text{ск}}}{\omega l} \beta e^{-i\varphi}$. Тогда, со-

*) При этом существенно, что во всём радиодиапазоне нужно пользоваться статическим значением $\sigma = \sigma(0)$. Это следует⁹⁵ из того факта, что в случае (6,20) условием отсутствия релаксации является не обычное условие $\omega^2 \ll \nu_0^2$, ясное из (6,14), а условие $\omega^2 \ll \nu_0^2 \frac{l^2}{\delta_{\text{ск}}^2}$.

гласно (6,4), и учитывая, что $\delta_{\text{ск}} = \frac{c}{\omega k_{\text{эф}}} [\text{см. (6,2)}]$,

$$\delta_{\text{ск}} = \left(\frac{c^2 l}{4 \pi \sigma(0) \beta \omega \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \right)^{\frac{1}{3}},$$

$$Z = \left(\frac{16 \pi^2 l \omega^3 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{c^4 \sigma(0) \beta} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2} \right) =$$

$$= \frac{2 \pi \delta_{\text{ск}} \omega}{c^2} \left(\sin \varphi + 2 i \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right). \quad (6,23)$$

Это выражение для Z совпадает с (6,21), если положить

$$\varphi = \frac{2}{3} \pi, \quad \beta = \pi. \quad (6,24)$$

При этом [см. (6,23) и (6,6)]:

$$\delta_{\text{ск}} = \delta_n = \left(\frac{c^2 l}{3 \pi^2 \omega \sigma(0)} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2 l}{3 \pi \delta_{\text{кл}}} \right)^{\frac{1}{3}} \delta_{\text{кл}}, \quad (6,25)$$

где в $\delta_{\text{кл}}$ полагается $\sigma = \sigma(0)$.

Очевидно, что в силу (6,20), где по смыслу $\delta_{\text{ск}} = \delta_n$, $\delta_n > \delta_{\text{кл}}$. Из (6,21) следуют три вывода, допускающие экспериментальную проверку: импеданс Z_n не должен зависеть от температуры T , Z_n пропорционально $\omega^{\frac{2}{3}}$ и $\frac{\text{Im} Z_n}{\text{Re} Z_n} = \frac{X_n}{R_n} = \sqrt{3}$, в то время как в обычной теории [см. (6,6)] $X_{\text{кл}} = R_{\text{кл}}$. Все эти выводы неплохо согласуются с опытом²⁷, хотя данных здесь ещё недостаточно много. Особенно важно, что из уравнения (6,21) можно определить величину $\frac{\sigma(0)}{l}$:

$$\frac{\sigma(0)}{l} = \frac{V \sqrt{3} \pi \omega^2}{c^4 R_n}. \quad (6,26)$$

Поскольку проводимость σ_0 может быть измерена статическим методом (речь идёт о несверхпроводниках), измерения R_n дают возможность определить длину пробега l^* . Знание l в свою очередь позволяет проверить сами основы той электронной теории металлов, которой мы пользовались выше.

Ввиду важности этого вопроса и в силу того, что он обычно излагается в искажённом виде, мы остановимся на нём несколько подробнее^{92а}.

Электронная теория металлов в её обычной форме, основанная на уравнении (6,11) и принимающая для f_0 фермиевское распределение, приводит к выражениям (6,14) для ε и σ . При

*) Другой метод определения l , основанный на измерениях в тонких плёнках^{101-101в}, также представляет несомненный интерес.

этом помимо основного допущения о том, что электроны в металле образуют газ, при переходе от (6,10) к (6,11) сделано предположение об изотропии, т. е. принято, что f_0 зависит только от энергии электронов W . Кроме выражений для ϵ и σ , теория при тех же предположениях приводит к следующему выражению для электронной части теплоёмкости⁹⁸:

$$c_n^e = \frac{2\pi^2 k^3}{3} T \left(\frac{dN}{dW} \right)_0 = \gamma T, \quad (6,27)$$

где T — абсолютная температура, $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ — постоянная Больцмана и теплоёмкость относится к единице объёма. Величина c_n^e , как известно, измеряется на опыте (см. § 1).

В выражения (6,14) и (6,27) для ϵ , σ и c_n^e входят три неизвестных величины v_0 , $v_0 = \frac{1}{v_0}$ или $l = \frac{v_0}{v_0}$ и $\left(\frac{dN}{dW} \right)_0$. Таким образом, проверить теорию на основании измерения одних ϵ , σ и c_n^e мы не можем (мы отвлекемся сейчас от возможности проверить частотную зависимость ϵ и σ и их связь между собой). Роль необходимого четвёртого независимого измерения и может играть определение R , т. е., согласно (6,26), определение $\frac{\sigma(0)}{l}$.

Для удобства выпишем здесь ещё раз все необходимые выражения [см. (6,14), (6,15) и (6,27)]:

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1 - \frac{4\pi e^2 n_0}{m(\omega^2 + v_0^2)}, \quad \sigma = \frac{e^2 n_0 v_0}{m(\omega^2 + v_0^2)} = \sigma(0) \frac{v_0^2}{\omega^2 + v_0^2}, \\ \sigma(0) &= \frac{e^2 n_0}{m v_0} = \frac{e^2 n_0 l}{m v_0}, \quad n_0 = \frac{2}{3} m v_0^2 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0, \\ \gamma &= \frac{2\pi^2}{3} k^3 \left(\frac{dN}{dW} \right)_0 = \frac{\pi^2 k^3 n_0}{m v_0^2}, \quad v_0 = \frac{v_0}{l}. \end{aligned} \quad (6,28)$$

Отсюда, как легко видеть, следует соотношение^{92a}

$$\frac{\left(\frac{\sigma(0)}{l} \right)^2}{\gamma n_0} = \frac{e^4}{\pi^2 k^3 m} = 3,08 \cdot 10^{20} \text{ CGSE}. \quad (6,29)$$

В левой части этого соотношения фигурируют величины, измеряемые независимо друг от друга: $\frac{\sigma(0)}{l}$ — из (6,26), n_0 — с помощью оптических методов [см. (6,17)] и γ — из калориметрических измерений (или для сверхпроводников, используя значение $\Delta c = c_s - c_n$, получающееся из опытов по разрушению сверхпроводимости магнитным полем; см. § 1 и 2). В правой части равенства (6,29) стоят универсальные постоянные и, таким образом, действительно становится возможной проверка теории. В этом отношении соотношение (6,29) аналогично закону Видемана-

Франца:

$$\frac{\lambda_e}{\sigma(0)T} = \frac{\pi^2 k^2}{3e^2} = 2,71 \cdot 10^{-13} \text{ CGSE}, \quad (6,30)$$

где λ_e — коэффициент электронной теплопроводности*).

Вместо того чтобы для проверки теории использовать формулу (6,29), в работах^{26-29, 95} предполагается, что электроны в металле образуют совершенно свободный электронный газ. В подобной модели концентрация свободных электронов n_0 имеет непосредственный смысл и равна

$$n_0 = \frac{4\pi}{3} \cdot 2 \left(\frac{mv_0}{2\pi k} \right)^3; \text{ далее, } \frac{dN}{dW} = 2^{\frac{5}{2}} \frac{m^{\frac{3}{2}} W}{8\pi^2 \hbar^3}$$

и

$$\frac{\sigma(0)}{l} = \frac{e^2 n_0^{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{2} \frac{3^{\frac{2}{3}} \pi^{\frac{3}{2}} \hbar}} = 7,1 \cdot 10^7 n_0^{\frac{2}{3}}. \quad (6,31)$$

Таким образом, в модели свободного электронного газа, для использования которой нет, конечно, никаких оснований, измеряя $\frac{\sigma(0)}{l}$, можно сразу найти концентрацию n_0 (в рассматриваемой модели то же значение n_0 фигурирует и в формуле (6,17)). Значения n_0 , полученные с помощью (6,31) и (6,26), оказались значительно меньшими, чем этого можно было ожидать. Так, например, для Sn $n_0 = 0,2 n_a = 0,72 \cdot 10^{23}$, в то время как из оптических данных $n_0 \cong n_a$ (см. табл. IV). Такое же расхождение имеет место и для благородных металлов. Особенно важно, что это противоречие ни в какой мере не снимается и при отказе от модели совершенно свободных электронов и обработке материала на основе формулы (6,29). Так, для Sn, принимая $\gamma = 3,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кал}}{\text{моль} \cdot \text{град}^2}$ (см.²³, табл. 10), $n_0 = 5,8 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}$

(см. выше, табл. IV) и $\frac{\sigma}{l} = 2,7 \cdot 10^{23} \text{ CGSE}$ (см.²⁹), имеем $\left(\frac{\sigma}{l} \right)^2 = \frac{\sigma}{n_0 \gamma} = 0,14 \cdot 10^{20}$, вместо $3,08 \cdot 10^{20}$, согласно (6,29). Неточность формулы (6,26), при выводе которой предполагается, что электроны отражаются от поверхности металла диффузно, а также возможные погрешности всех принятых экспериментальных значений объяснить полученное расхождение, повидимому, не могут.

*) Нужно заметить, что соотношение (6,30) справедливо, независимо от предположения об изотропии, т. е. предположения о зависимости функции распределения f_0 только от энергии W (имеющееся в⁹⁸ утверждение о том, что закон Видемана-Франца справедлив лишь в предположении об изотропии ошибочно, см.⁹⁶, гл. 5, § 4). Между тем формула (6,29) получается только в предположении об изотропии, в противном случае в (6,29) появляется ещё некоторый численный множитель.

Напротив, как сейчас выясняется^{29а}, зависимость измеряемого значения R от состояния поверхности металла (способ обработки и очистки и т. п.) настолько значительна, что вполне может быть ответственна за несоблюдение формулы (6,26)*. Большая чувствительность значения R_n к свойствам поверхности может в значительной мере обесценить возможность определять таким образом длину пробега l . Во всяком случае, дальнейшее обсуждение этого вопроса представляется нам сейчас, до появления новых экспериментальных данных, преждевременным.

До сих пор речь шла исключительно об аномальном скин-эффекте в несверхпроводящем состоянии. Перейдём теперь к случаю сверхпроводников^{26, 27, 29, 32а}. Механизм нормальной проводимости в сверхпроводящем состоянии ещё не выяснен. В частности, не ясно, в какой мере в этом случае для «нормальных электронов» может быть использована модель электронного газа, которой пользуются в случае несверхпроводников. Поэтому желательно рассмотреть вопрос о скин-эффекте в сверхпроводниках, делая минимальное количество дополнительных предположений. Этому требованию лучше всего отвечает применённый выше для нормального состояния метод введения эффективной проводимости (6,22). Этот метод, правда, годится только в предельном случае (6,20), когда длина пробега значительно больше толщины скин-слоя. Но если это условие выполнено уже выше T_k , как это обычно бывает, то оно будет выполнено и при $T < T_k$. Мы будем считать условие (6,20) выполненным. Тогда естественно думать, что поведение сверхпроводника в высокочастотном поле определяется эффективной комплексной диэлектрической постоянной

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_{эф} &= \epsilon - i \frac{4\pi\sigma_{ск}}{\omega l} \beta e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)} = (n_{эф} - ik_{эф})^2, \\ \epsilon &= \epsilon_0 - \frac{4\pi}{\omega^2 \Lambda}, \quad \delta_{ск} = \frac{c}{\omega k_{эф}}, \quad Z = \frac{4\pi}{c\sqrt{\epsilon_{эф}}}, \end{aligned} \right\} \quad (6,32)$$

где $\sigma = \sigma(0)$ в отличие от нормального состояния уже нельзя пренебречь величиной ϵ . Коэффициенты β и φ в сверхпроводящем и нормальном состояниях могут, вообще говоря, быть неодинаковыми, но сейчас мы для определённости будем считать, что они остаются неизменными, и сразу же примем, что $\varphi = \frac{2}{3}\pi$ и $\beta = \pi$ (см. 6,24). Значение ϵ в (6,32) никак не изменено по сравнению с (5,5), где $\epsilon' = \epsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega}$. Объясняется это тем, что ϵ в сверхпроводнике можно считать не зависящим от длины про-

*) При этом существенно, что, согласно (6,26), $\left(\frac{\sigma}{l}\right)^2 \sim R_n^{-6}$ и, таким образом, изменение R_n в 2 раза меняет отношение $\frac{\left(\frac{\sigma}{l}\right)^2}{n_{эф}}$ в 16 раз.

бега l . Поэтому соотношение между $\delta_{ск}$ и l с точки зрения эффективного значения ϵ совершенно безразлично*).

Ввиду некоторой громоздкости общих формул для Z и $\delta_{ск}$ мы рассмотрим отдельные частные случаи^{92а}.

При не слишком высоких частотах и $T \rightarrow 0$ потери в сверхпроводнике исчезают, т. е. $\sigma \rightarrow 0$. При больших частотах должно появиться поглощение квантового характера, не связанное с проводимостью, а обусловленное переходами электронов в металле на возбужденные уровни. Характерная частота, при которой должно возникнуть это поглощение,

$$\omega_k \sim \frac{kT_k}{\hbar} \sim 10^{11} \div 10^{12} \left(\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \sim 0,1 \div 1 \text{ см} \right),$$

так как $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ и $T_k \sim 1 \div 10^\circ$. На опыте при наивысшей достигнутой частоте ($\omega = 1,5 \cdot 10^{11}$, $\lambda = 1,25$ см; исследовалось олово, для которого $T_k = 3,7^\circ$) некоторое поглощение при низкой температуре уже заметно. Однако ещё не ясно, не является ли это поглощение паразитным, связанным с примесями и т. д. В инфракрасной части спектра, как известно, потери в сверхпроводящем состоянии в пределах точности экспериментов такие же, как и в нормальном состоянии, т. е., в согласии со сделанной оценкой, $\omega_{\text{н. ф. ракр}} > \omega_k$. На частотах $\omega < 10^{11}$ ($\lambda \gtrsim 3$ см) поглощение при $T \rightarrow 0$ незаметно, и в этой области мы действительно можем считать, что $\sigma \rightarrow 0$.

В этом предельном случае $\sigma = 0$:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ск} = \delta_{s0} &= \frac{c}{\omega \sqrt{|\epsilon|}} = \frac{c}{\omega \sqrt{\frac{4\pi}{\omega^2 \Lambda} - \epsilon_0}} = \frac{c}{\omega \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_s}{m\omega^2} - \epsilon_0}} \\ &= \frac{\delta_0}{\sqrt{1 - \frac{m\epsilon_0 \omega^2}{4\pi e^2 n_s}}}, \\ Z = Z_{s0} = iX_{s0} &= \frac{4\pi i}{c \sqrt{|\epsilon|}} = \frac{4\pi i \delta_{s0} \omega}{c^2}, \quad \delta_0^2 = \frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s}, \end{aligned} \right\} (6,33)$$

где предполагается, что $\epsilon < 0$ (в противном случае поле в глубь металла не затухает).

При низких частотах, когда $\epsilon_0 \ll \frac{4\pi e^2 n_s}{m\omega^2}$, формулы (6,33) переходят в (6,7), т. е. $\delta_{s0} = \delta_0$. Если $\epsilon_0 \sim 10^9$ [см. (6,19)], то δ_0 начнёт отличаться от глубины δ_0 , которая не зависит от ω

* В нормальном состоянии, как ясно из (6,14), ϵ зависит от l . Член такого же типа должен появиться и в сверхпроводящем состоянии, но здесь при интересующих нас частотах обусловленный этим членом вклад в $\epsilon'_{эф}$ значительно меньше, чем вклад, связанный с членом $-\frac{4\pi}{\omega^2 \Lambda}$.

при $\omega \sim 10^{11}$. Если бы не наступало квантовое поглощение, то, увеличивая частоту, можно было бы достичь области, где $\epsilon_0 = \frac{4\pi e^2 n_s}{m\omega^2}$ и сверхпроводник стал бы прозрачным. Но, по всей вероятности, квантовое поглощение наступает уже при меньших частотах. Во всяком случае, изучение импеданса Z при низких температурах и различных частотах должно привести к определению или хотя бы оценке весьма важной для теории сверхпроводимости величины ϵ_0 .

При низких температурах в следующем приближении, учитывая проводимость σ , которая считается малой, мы имеем:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\text{СК}} &= \delta_{s0} + \delta_{s1}, \quad |\delta_{s1}| \ll \delta_{s0}, \\ \delta_{s1} &= -\frac{\delta_{s0}^4}{3\delta_n^3}, \quad \delta_n = \left(\frac{c^2 l}{3\pi^2 \omega \sigma} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad \delta_{s0} = \frac{c}{\omega \sqrt{|\epsilon|}}, \\ Z = Z_{s1} &= \frac{4\pi i}{c \sqrt{|\epsilon|}} \left(1 - \frac{\delta_{s0}^3}{3\delta_n^3} - i \frac{\delta_{s0}^3}{\sqrt{3} \delta_n^3} \right) = R_{s1} + iX_{s1}, \\ R_{s1} &= \frac{X_{s0}}{\sqrt{3}} \frac{\delta_{s0}^3}{\delta_n^3}, \quad X_{s1} = X_{s0} \left(1 - \frac{\delta_{s0}^3}{3\delta_n^3} \right), \\ X_{s0} &= \frac{4\pi}{c \sqrt{|\epsilon|}} = \frac{4\pi \omega \delta_{s0}}{c^2}. \end{aligned} \right\} (6,34)$$

В другом предельном случае, когда $\frac{4\pi \sigma \delta_{\text{СК}}}{\omega l} \gg |\epsilon|$, имеют место уже проводившиеся формулы (6,21) и (6,25), т. е. $\delta_{\text{СК}} = \delta_n$ и $Z = Z_n$.

В следующем приближении, когда значение ϵ мало, но всё же не пренебрежимо,

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\text{СК}} &= \delta_n + \delta_{s2}, \quad |\delta_{s2}| \ll \delta_n, \quad \delta_{s2} = -\frac{\delta_n^3}{4\delta_{s0}^2}, \\ Z = Z_{s2} &= Z_n \left\{ 1 + \frac{\delta_n^2}{16\delta_{s0}^2} (3\sqrt{3}i - 1) \right\} = R_{s2} + iX_{s2}, \\ R_{s2} &= R_n \left\{ 1 - \frac{5\delta_n^2}{8\delta_{s0}^2} \right\}, \quad X_{s2} = X_n \left\{ 1 + \frac{\delta_n^2}{8\delta_{s0}^2} \right\}, \\ Z_n &= \left(\sqrt{3} \pi \frac{\omega^2 l}{c^4 \sigma} \right)^{\frac{1}{3}} (1 + \sqrt{3}i) = R_n + iX_n = \\ &= \frac{\sqrt{3} \pi \delta_n \omega (1 + \sqrt{3}i)}{c^2}. \end{aligned} \right\} (6,35)$$

Выражения (6,35) справедливы, очевидно, вблизи критической температуры T_k до тех пор, пока $\delta_n \ll \delta_{s0}$, т. е. пока толщина скин-слоя значительно меньше глубины проникновения в сверхпроводник статического магнитного поля (напомним, что при

не слишком высоких частотах $\delta_{s0} = \delta_0$). В самой точке T_K глубина $\delta_{s0} \rightarrow \infty$ и, как это должно быть, $\delta_{ск} = \delta_n(T_K)$ и $Z = Z_n(T_K)$. Ниже T_K на небольшом расстоянии от этой точки, согласно (6,35),

$$\left. \begin{aligned} \frac{R(T)}{R(T_K)} &= \frac{R_{s0}(T)}{R_n(T_K)} = \frac{\delta_n(T)}{\delta_n(T_K)} \cdot \left(1 - \frac{5}{8} \cdot \frac{\delta_n^2(T)}{\delta_{s0}^2(T)} \right) = \\ &= \left[\frac{\sigma(T_K) l(T)}{\sigma(T) l(T_K)} \right]^{\frac{1}{3}} \left\{ 1 - \frac{5}{8} \frac{\left(1 - \frac{m\omega^2 \varepsilon_0}{4\pi e^2 n_s} \right) c^{\frac{4}{3}} l^{\frac{2}{3}}}{\delta_0^2 (3\pi^2 \omega \sigma)^3} \right\} \end{aligned} \right\} (6,36)$$

При $T \rightarrow T_K$ $\frac{d\delta_0}{dT} \rightarrow \infty$ и, таким образом, производная $\frac{d}{dT} \left(\frac{R(T)}{R(T_K)} \right)$ определяется в основном производной от второго члена в (6,36),

в силу чего, если не учитывать члена с ε_0 , $\frac{d}{dT} \left(\frac{R(T)}{R(T_K)} \right) \sim \omega^{-\frac{2}{3}}$.

При достаточно низкой температуре, согласно (6,34), $R(T) \sim \omega^2$

и $\frac{R(T)}{R(T_K)} \sim \omega^{\frac{4}{3}}$ (при этом влияние члена с ε_0 опять не учитывается).

На опыте²⁷⁻²⁹⁶ частотная зависимость $\frac{d}{dT} \left(\frac{R(T)}{R(T_K)} \right)$ получается несколько менее резкой, чем это следует из теории (скорее закон $\omega^{-\frac{1}{2}}$ вместо $\omega^{-\frac{2}{3}}$). Это расхождение, как легко

видеть, влиянием члена с ε_0 объяснено быть не может. Нужно, однако, иметь в виду, что до сих пор сравнивались главным образом измерения разных авторов, каждый из которых работал на одной частоте, при чём данные разных авторов, в тех случаях, когда они относятся к той же частоте, иногда не совпадают

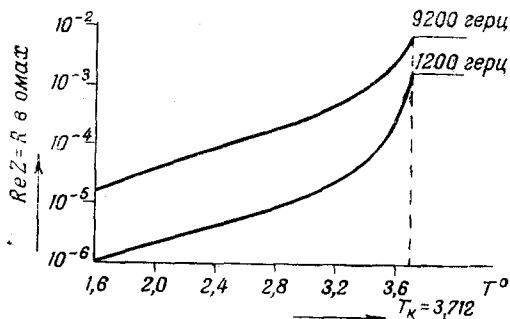


Рис. 11.

(так в²⁶ величина $\frac{d}{dT} \left(\frac{R(T)}{R(T_K)} \right)_{T_K}$ при переходе от частоты 1200 к частоте 9200 герц изменяется в 2,95 раза, а в²⁹⁶ — в 3,4 раза;

отношение $\left(\frac{9200}{1200} \right)^{\frac{2}{3}} = 3,9$). Учитывая сильную зависимость импеданса от состояния поверхности,^{29а} ясно, что сравнение экспериментальных данных при разных частотах должно производиться для поверхностей, приготовленных одинаковым образом. Посколь-

ку это ещё не сделано, вопрос о проверке теории с этой стороны представляется открытым.

Предполагая приведённые формулы (6,32) — (6,36) справедливыми, мы можем, зная R и X найти ϵ и $\frac{\sigma(0)}{l}$. Фактически на опыте измеряется $R(T, \omega)$ (значения R для олова²⁶ при частотах 1200 и 9200 герц приведены на рис. 11) и разность $X(T, \omega) - X(T_k, \omega)$, так как измерения самой величины X весьма затруднительны. Поэтому необходимо также из независимых измерений знать при какой-либо температуре значение $\delta_{s0}(T, \omega)$. В той области частот, где $\delta_{s0} = \delta_0$, для этой цели может быть использовано значение δ_0 , определённое из измерений в постоянном магнитном поле.

Для нахождения проводимости $\sigma(0)$, а не только отношения $\frac{\sigma(0)}{l}$, нужны дополнительные предположения.

Естественно, например, считать, что в тех случаях, когда при $T > T_k$ $\sigma(0)$ уже не зависит от температуры, т. е. длина пробега l определяется примесями, величина l в сверхпроводящем состоянии такая же, как в нормальном. Но в нормальном состоянии мы можем, в принципе, определить и $\sigma(0)$ и l ($\sigma(0)$ из статических измерений и $\frac{\sigma(0)}{l}$ — из значения R_n).

Таким образом, становится известной длина пробега в сверхпроводящем состоянии, а следовательно, если известно отношение $\frac{\sigma(0)}{l}$ и сама величина $\sigma(0)$.

Вместе с тем необходимо подчеркнуть, что полученные формулы основаны на исходном соотношении (6,32) и, к тому же, с вполне определёнными значениями величин φ и β ($\varphi = \frac{2}{3} \pi$ и $\beta = \pi$). Между тем в (6,32) вместо $\delta = \frac{c}{\omega k_{эф}}$ можно, повидимому, с наименьшим основанием, выбрать значение $\delta = -\frac{ic}{\omega \sqrt{\epsilon_{эф}}} = \frac{c}{\omega(k_{эф} - in_{эф})}$. Для получения в этом случае формулы (6,21) нужно принять, что $\varphi = \frac{1}{2} \pi$ и $\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi$, а соответствующие выражения для Z в сверхпроводящем состоянии отличаются от (6,34) и (6,35) численными коэффициентами порядка единицы. Таким образом, указывая определённую частотную зависимость всех величин, мы не можем вполне точно определить численные коэффициенты. Такая же ситуация, по сути дела, имеет место и при строгом кинетическом подходе^{95, 29}, так как результаты расчётов в этом случае зависят от предположений о характере отражения электронов от поверхности металла и от исходной функции распределения электронов по импульсам. Однако подобная неопределённость в значении численных коэффициентов,

в общем, не препятствует нахождению температурной зависимости σ и довольно точной (с точностью $\lesssim 50\%$) оценке самой величины σ , не говоря уже о диэлектрической постоянной ϵ_0 , которая может быть определена из точной формулы (6,33). Кроме того, некоторое уточнение формул для R и X может быть достигнуто в результате сопоставления экспериментальных и теоретических значений отношения $\frac{X}{R}$.

Наконец известный контроль значений σ , получаемых в результате измерений импеданца, может быть получен путём измерений теплопроводности с последующим определением σ с помощью соотношения Видемана-Франца (см. § 5).

В имеющихся работах^{29, 296} обработка экспериментальных данных производилась на основе дополнительного предположения о том, что число «нормальных электронов» в сверхпроводнике падает с температурой в такой же мере, в какой возрастает число «сверхпроводящих электронов». Другими словами, принимается справедливость соотношения:

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma(T_K)} = \frac{n_0(T)}{n_0(T_K)} = 1 - \frac{\delta_0^2(0)}{\delta_0^2(T)} = 1 - \frac{n_s(0)}{n_s(T)}, \quad (6,37)$$

где n_0 — эффективное число «нормальных электронов».

Это соотношение, разумеется, справедливо в обоих предельных случаях ($\frac{\sigma(T)}{\sigma(T_K)} \rightarrow 1$ при $T \rightarrow T_K$, так как $\delta_0(T \rightarrow T_K) \rightarrow \infty$; кроме того, $\sigma(0) = 0$). Но при произвольной температуре для соотношения (6,37) нет никаких особых оснований. Следовательно, это соотношение нужно не класть в основу расчётов, а проверять путём независимого определения σ и δ_0 . В^{29, 296} не учитывается также возможное отличие δ_{s0} от δ_0 , связанное с присутствием диэлектрической постоянной ϵ_0 . И, наконец, сами экспериментальные данные, полученные до сих пор, совершенно ненадёжны в том смысле, что сильно зависят от свойств поверхности и поэтому не могут без дальнейшего использоваться для определения величин (таких, как ϵ и σ), характеризующих массивный металл. По всем этим причинам мы не будем здесь обсуждать результаты, полученные в соответствующих работах,^{29–296}. Укажем лишь, что эти результаты, в пределах той точности, на которую они могут претендовать, не противоречат известным статическим измерениям $\delta_0(T)$ и свидетельствуют о том, что $\sigma(T)$ при $T < T_K$ довольно быстро падает с понижением температуры.

Резюмируя, нужно сказать, что измерения импеданца Z в сверхпроводящем состоянии являются очень интересными и могут привести к определению величин и температурной зависимости проводимости σ , а также к выяснению роли статической диэлектрической постоянной в сверхпроводящем состоянии ϵ_0 . Измерения

на достаточно высоких частотах позволит, кроме того, определить величину собственных частот в сверхпроводящем состоянии и возможную частотную зависимость ϵ_0 . Вместе с тем ясно, что для решения всех этих задач необходима большая экспериментальная работа, которая ещё только начата.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА *)

1. F. London, Une conception nouvelle de la supraconductibilité Paris (1937).
2. В. Л. Гинзбург, Сверхпроводимость, изд. АН СССР (1946).
3. M. L a u e, Theorie der Supraleitung, Berlin и Göttingen (1947).
4. В. Л. Гинзбург и Л. Д. Ландау, К теории сверхпроводимости, ЖЭТФ, **20**, № 12 (1950).
5. W. Heisenberg, Zur Theorie der Supraleitung, Zeits. f. Naturforschung **2a**, 185 (1947).
6. W. Heisenberg, Thermodynamische Betrachtungen zur Problem der Supraleitung, Ann. d. Phys. **3**, 289 (1948).
7. Н. Корре, Die Spezifische Wärme der Supraleiter nach der Theorie von W. Heisenberg, Ann. d. Phys. **1**, 405 (1947).
8. Н. Корре, Zur Theorie der Supraleitung. II. Die Berechnung der Sprungtemperatur, Zeits. f. Naturforschung **3a**, 1 (1948).
9. М. Борн и Кай-Ши-Шенг, К теории сверхпроводимости, ДАН **62**, 313 (1948); Nature **161**, 968, 1017 (1948).
10. F. Möglich u. R. Rompe, Plasmaschwingungen als Ursache der Supraleitung, Ann. d. Phys. **1**, 27 (1947).
11. F. Möglich u. R. Rompe, Der magnetische Schwellenwert in der Theorie der Supraleitung, Ann. d. Phys. **3**, 322 (1948).
12. F. Möglich u. R. Rompe, Zur Theorie der Supraleitung, Ann. d. Phys. **6**, 177 (1949).
13. Э. Л. Андроникашвили, Сверхтекучесть (экспериментальные данные), гл. IX в русском переводе книги В. Кеезома «Гелий», И. Л. (1949).
14. Е. М. Лившиц, Сверхтекучесть (теория), гл. VIII в русском переводе книги В. Кеезома «Гелий», И. Л. (1949). См. также УФН **34**, 512 (1948).
15. В. Л. Гинзбург, Теория сверхтекучести и критическая скорость гелия II, ДАН **69**, 161 (1949).
16. D. K. C. Mac Donald a. K. Mendelsohn, Experiments on the superconductive transition, Proc. Roy. Soc. **200**, 66 (1949).
17. M. Desirant a. D. Shoenberg, Penetration of magnetic field into superconductors I, Measurements on thin cylinders, Proc. Phys. Soc. **60**, 413 (1948).
18. А. И. Шальников и Ю. В. Шарвин, Исследование глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник, ЖЭТФ **18**, 102 (1948), Изв. АН СССР (сер. физич.) **12**, 195 (1948).
19. E. Laurmann a. D. Shoenberg, Penetration of magnetic field into superconductors. II. Measurements by Casimir method, Proc. Roy. Soc. **193**, 560 (1949).

*) Ниже, кроме используемых в тексте, приведены все известные автору работы, ссылки на которые отсутствуют в². Исключение сделано лишь для ряда теоретических работ, которые будут приведены в ч. II настоящей статьи, для некоторых мелких заметок, содержание которых перекрывается другими, а также для работ о сверхпроводимости растворов металлов в аммиаке, так как доказано, что в этом случае сверхпроводимость места не имеет.

20. E. R. Andrew, Critical field measurements of superconducting tin foils, Proc. Phys. Soc. **62A**, 88 (1949).
- 20a. M. C. Steele, Magnetic field penetration in superconducting lead, Phys. Rev. **78**, 791 (1950).
21. E. Appleyard, J. Bristow, H. London a. A. Misener, Superconductivity of thin films. I. Mercury, Proc. Roy. Soc. **172**, 540 (1939).
22. E. F. Burton, H. G. Smith a. J. O. Wilhelm, Phenomena at the temperature of liquid helium, N. Y. (1940).
23. J. K. Hulm, Thermal conductivity of superconductors, Nature **163**, 369 (1949).
24. A. Rademakers, The thermal conductivity of lead and tin in the superconducting and in normal state, Physica **15**, 849 (1949).
25. K. Mendelsohn a. J. L. Olsen, Heat transport in superconductors, Proc. Phys. Soc. **63A**, 2 (1950).
26. A. B. Pippard, The high frequency resistance of superconductors, Physica **15**, 40 (1949). См. также Nature **162**, 68 (1948).
27. A. B. Pippard, The surface impedance of superconductors and normal metals at high frequencies I—III, Proc. Roy. Soc. **191**, 370, 385, 399 (1947). См. также Physica **15**, 45 (1949).
28. W. M. Fairbank, High frequency surface resistivity of tin in normal and superconducting states, Phys. Rev. **76**, 1106 (1949).
29. E. Maxwell, P. M. Marcus a. J. C. Slater, Surface impedance of normal and superconductors at 24000 megacycles per second, Phys. Rev. **76**, 1332 (1949).
- 29a. R. G. Chambers, Anomalous skin effect in metals, Nature **165** 239 (1950).
- 29b. I. Simon, Surface impedance of superconducting tin, mercury and lead at 9200 me/sec., Phys. Rev. **77**, 384 (1950).
30. H. B. G. Casimir a. A. Rademakers, The thermo-electric behaviour of a superconductor in the neighbourhood of transition point, Physica **13**, 33 (1947).
31. J. G. Daunt a. K. Mendelsohn, An experiment on the mechanism of superconductivity, Proc. Roy. Soc. **185**, 225 (1946).
32. Л. С. Кан, Б. Г. Лазарев и А. И. Судовцев, Измерения при низких температурах при высоких давлениях. III. Сверхпроводимость индия и олова при всестороннем сжатии давлением в 1710 и 1730 кг/см², ЖЭТФ **18**, 825 (1948).
33. Л. С. Кан, Б. Г. Лазарев и А. И. Судовцев, Об изменении сверхпроводящих свойств таллия под давлением, ДАН **69**, 173 (1949).
- 33a. В. И. Хоткевич и В. Р. Голик, Влияние пластической деформации на сверхпроводимость металлов, ЖЭТФ **20**, 427 (1950).
34. Н. Е. Алексеевский, Зависимость критической температуры сплавов висмута от давления, ЖЭТФ **19**, 358 (1949).
35. А. Мешковский и А. Шальников, Поверхностные явления у сверхпроводников в промежуточном состоянии, ЖЭТФ **17** 851 (1947).
36. А. Мешковский, Исследование структуры промежуточного состояния сферы из сверхпроводника, ЖЭТФ **19**, 54 (1949).
37. M. Désirant a. D. Shoenberg, The intermediate state of superconductors. I. Magnetisation of superconducting cylinders in transverse field, Proc. Roy. Soc. **194**, 63 (1948).
38. E. R. Andrew, The intermediate state of superconductors II. The intermediate state of superconductors in transverse magnetic fields, Proc. Roy. Soc. **194**, 80 (1948).
39. E. R. Andrew, The intermediate state of superconductors III. Theory of behaviour of superconducting cylinders in transverse magnetic fields, Proc. Roy. Soc. **194**, 98 (1948).

40. E. R. Andrew a. J. M. Lock, The magnetisation of superconducting plates in transverse magnetic fields, Proc. Phys. Soc. **63A**, 13 (1950).
41. Н. Е. Алексеевский, Сверхпроводимость BiNa, ЖЭТФ **19**, 671 (1949).
42. Н. Е. Алексеевский, Сверхпроводимость соединений висмута, ЖЭТФ **18**, 101 (1948).
43. Н. Алексеевский и Л. Мигунов, Исследование металлов при температуре ниже 1° , J. of Phys. **11**, 95 (1947).
44. А. А. Галкин и Б. Г. Лазарев, О сверхпроводимости при частоте $1,8 \cdot 10^{10}$ герц, ЖЭТФ **18**, 1145 (1948).
45. А. А. Галкин и Б. Г. Лазарев, Осциллографирование кривой разрушения сверхпроводимости токами звуковой частоты, ЖЭТФ **18**, 833 (1948).
46. В. Р. Голик, Б. Г. Лазарев и В. И. Хоткевич, Изменение сверхпроводящих свойств тантала при насыщении его водородом, ЖЭТФ **19**, 202 (1949).
47. Б. Г. Лазарев и А. И. Судовцев, Об изменении объема олова при сверхпроводящем переходе в магнитном поле, ДАН **69**, 345 (1949).
48. К. А. Туманов и Ю. В. Шарвин, Исследование сил, необходимых для перемещения границы между сверхпроводящей и нормальной фазами, ЖЭТФ **18**, 1056 (1948).
- 48a. Э. Л. Андроникашвили и К. А. Туманов, Развитие в Советском Союзе учения о сверхтекучести и сверхпроводимости, УФН **33**, 469 (1947). В этой обзорной статье имеется полная библиография советских работ до 1946 г. включительно.
49. E. Condon a. E. Maxwell, Investigation of the attractive forces between the persistent currents in a superconductor and the lattice, Phys. Rev. **76**, 578 (1949).
- 49a. D. B. Cook, H. A. Boorse a. M. W. Zemansky, Superconducting temperature of lead, Bul. Amer. Phys. Soc. **25**, 38 (1950).
50. J. G. Daunt, The Magnetic threshold curves of superconductors, Phys. Rev. **72**, 89 (1947).
51. J. G. Daunt a. C. V. Heer, Some properties of superconductors below 1° K. I. Titanium, Phys. Rev. **76**, 715 (1949).
52. J. G. Daunt a. C. V. Heer, Some properties of superconductors below 1° K. II. Aluminium. Zinc, Phys. Rev. **76**, 1324 (1949).
53. T. E. Faber, Creation and growth of superconducting nuclei, Nature **164**, 277 (1949).
- 53a. A. B. Pippard, Kinetics of the phase transition in superconductors, Phil. Mag. **41**, 243 (1950).
54. J. J. Fritz, O. D. Gonzalez a. H. L. Johnston, Magnetic moments and eddy current damping in spherical superconductors, Phys. Rev. **76**, 580 (1949).
55. A. Van Itterbeck, L. de Greve, R. Lambeir a. R. Celis, Nickel films used as thermometers at low temperatures and superconductivity of lead films, Physica **15**, 962 (1949).
56. W. F. Love, R. F. Bluit a. P. B. Alers, Magnetic effects of a rotating superconductor, Phys. Rev. **76**, 305 (1949).
57. R. B. Scott, Destruction of superconductivity by current, Journ. of Research Bur. Stand. **41**, 581 (1948).
58. D. Shoenberg, Uranium not a superconductor, Nature **159**, 303 (1947).
- 58a. B. B. Goodman a. D. Shoenberg, Superconductivity of uranium, Nature **165**, 441 (1950).
59. K. Steiner, Eine magnetische Erscheinung beim Eintritt der Supraleitung, Zeits. f. Naturforschung **4a**, 271 (1949).

60. J. W. Stout, The magnetic quenching of superconductivity, *Phys. Rev.* **71**, 741 (1947).
61. R. F. Weber, J. M. Reynolds a. T. R. McGuire, Superconductors in magnetic fields, *Phys. Rev.* **76**, 293 (1949).
62. A. Wexler a. W. S. Corak, Electromagnetic induction in a superconductor, *Phys. Rev.* **76**, 432 (1949).
63. W. T. Zeigler, The superconductivity of lanthanum and cerium, *J. chem. Phys.* **16**, 838 (1948).
64. H. Welker, Ueber der Zusammenhang zwischen der supraleitung und der gemischen Leitung, *Ann. d. Phys.* **5**, 1 (1949).
65. D. H. Andrews, R. D. Fowler a. M. C. Williams, The effect of alpha-particles on a superconductor, *Phys. Rev.* **76**, 154 (1949).
- 65a. J. V. Lebacqz, C. W. Clark, M. C. Williams a. D. H. Andrews, Detection at radio frequencies by superconductivity, *Proc. Inst. Radio Engrs.* **37**, 1147 (1949).
66. E. В о р р, Ueber die Beziehungen der Londonschen Gleichungen zur Beschleunigung theorie der Supraleitung, *Zeits. f. Phys.* **107**, 623 (1937).
67. В. Л. Гинзбург, О термоэлектрических явлениях в сверхпроводниках, *ЖЭТФ* **14**, 177 (1944).
68. M. Laue, Londons Theorie für nicht kubische Supraleiter, *Ann. d. Physik* **3**, 31 (1948).
69. В. Л. Гинзбург, О гиромангнитных и электронно-инерционных опытах с сверхпроводниками, *ЖЭТФ* **14**, 326 (1944).
70. В. Л. Гинзбург, О нелинейности электродинамических процессов в сверхпроводниках, *Journ. of Phys.* **11**, 93 (1947).
71. M. Laue. Eine nicht lineare phänomenologische Theorie der Supraleitung, *Ann. d. Physik* **5**, 197 (1949).
72. Р. Беккер, Электронная теория, ОНТИ (1936).
73. E. Cook, The phenological theory of superconductors, *Phys. Rev.* **58**, 357 (1940).
74. В. С. Сорокин, Об уравнениях гидродинамики сверхпроводящей жидкости, *ЖЭТФ* **19**, 553 (1949).
75. A. R. Miller, Phenomenological theory of a superconductor, *Phys. Rev.* **76**, 1001 (1949).
76. M. Laue, Supraleitung and Kristallklasse, *Ann. d. Phys.* **3**, 40 (1948).
- 76a. A. K. Fraser a. D. Shoenberg, The magnetic behaviour of an anisotropic metal cylinder, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **45**, 680 (1949).
77. R. L. Dolecek a. J. de Launay, The superconducting torus, *Phys. Rev.* **76**, 445 (1949).
- 77a. R. L. Dolecek a. J. de Launay, Conservation of flux by a superconducting torus, *Phys. Rev.* **78**, 58 (1950).
78. E. Cook, Complete data and boundary condition for a superconductor, *Phys. Rev.* **58**, 361 (1940).
- 78a. W. Heisenberg u. M. Laue, Der Barlowsche Rad aus Supraleitende Material, *Zeits. f. Phys.* **124**, 514 (1948).
79. Н. Коппе, Zur Theorie der unvollständigen Supraleitung, *Ann. d. Phys.* **6**, 375 (1949).
80. M. Laue, Eindeutigkeitsätze in der Theorie der Supraleitung, *Nachrichten Göttingen* **86** (1946).
81. M. Laue, Supraleitung und Hertzsche Schwingungen, *Zeits. f. Phys.* **124**, 135 (1947).
82. M. Laue, Supraleitung und elektrodynamisches Potential, *Zeits. f. Phys.* **125**, 517 (1949).
83. G. U. Schubert, Der Energie-Impulstensor in der von Laue-Londonschen Electrodynamik des Supraleiters, *Ann. d. Phys.* **6**, 163 (1949).
84. G. U. Schubert, Abkühl- und Einschaltvorgänge an Supraleitern nach der von Laueschen Theorie, *Ann. d. Phys.* **5**, 213 (1949).

85. Г. М. Аваньянц, О проникновении магнитного поля в сверхпроводник, ЖЭТФ 19, 946 (1949).
86. В. Л. Гинзбург, О поверхностной энергии и поведении сверхпроводников малых размеров, ЖЭТФ 16, 87 (1946).
87. H. L o n d o n, Phase-equilibrium of superconductors in magnetic field, Proc. Roy. Soc. 152, 650 (1935).
88. А. И. Шальников, Сверхпроводящие свойства тонких металлических слоёв, ЖЭТФ 10, 630 (1940).
89. M. L a u e, Nochmals zur Thermodynamik der Supraleitung, Ann. d. Phys. 2, 183 (1948).
90. Л. Ландау и Е. Лифшиц, Статистическая физика, §§ 69—71 (1943).
91. В. Л. Гинзбург, Теория сегнето-электрических явлений, УФН 38, 490 (1949).
92. В. Л. Гинзбург, Теория распространения радиоволн в ионосфере, гл. II (1949).
93. H. L o n d o n, The high-frequency resistance of superconducting tin, Proc. Roy. Soc. 17b, 522 (1940).
94. М. А. Леонтович, О приближённых граничных условиях для электромагнитного поля на поверхности хорошо проводящих тел, Сборник «Исследования по распространению радиоволн», II, Изд-во АН СССР (1948).
95. G. E. Reuter a. E. H. Sondheimer, The theory of anomalous skin effect in metals, Proc. Roy. Soc. 195, 336 (1948).
96. А. Вильсон, Квантовая теория металлов (1941).
97. Г. Бете и А. Зоммерфельд, Электронная теория металлов (1934).
98. Р. Пайерлс, Электронная теория металлов (1947).
99. N. F. Mott a. C. Zener, The optical properties of metals, Proc. Cambr. phil. Soc. 30, 249 (1934).
100. П. Ерохин, Dispersion und Absorption von Quecksilber und Zink, Ann. d. Phys. 39, 213 (1912).
101. E. R. Andrew, The size-variation of resistivity for mercury and tin, Proc. Phys. Soc. 62A, 77 (1949).
- 101a. Е. С. Боровик и Б. Г. Лазарев, О влиянии формы на сопротивление монокристаллов висмута в магнитном поле, ДАН, 62, 611 (1948).
- 101b. R. G. Chambers, The conductivity of thin wires in a magnetic field, Proc. Roy. Soc. 202, 378 (1950).
- 101c. D. K. C. Mac Donald a. K. Sarginson, Size effect variation of the electrical conductivity of metals, Proc. Roy. Soc. 203, 223 (1950).
102. E. Maxwell, Isotope effect in the superconductivity of mercury, Phys. Rev. 78, 487 (1950).
103. B. Serin, C. A. Reynolds a. L. B. Nesbitt, Superconductivity of isotopes of mercury, Phys. Rev. 78, 813, 477 (1950).
104. F. Maxwell, Superconductivity of Sn¹¹⁴, Phys. Rev. 79, 173 (1950).

ЗАМЕЧАНИЕ ПРИ КОРРЕКТУРЕ

В новой работе Пиппарда (Proc. Roy. Soc. 203, 98, 195 (1950)) импеданс измерялся для монокристаллов олова, причём наблюдалась заметная анизотропия. Получающаяся немонотонная зависимость X_{50} от θ при $0 \leq \theta \leq \pi/2$ совершенно непонятна и должна быть тщательно исследована.