

## УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## ЛАМПА С БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ

В. М. Лопухин

В последнее время в литературе появились сведения о новом усилителе микроволн<sup>\*)</sup>. Эксперименты показали, что этот вид усилителя имеет целый ряд преимуществ по сравнению с другими усилителями микроволн, применявшимися до сих пор. Действие нового усилителя основано на остроумном использовании взаимодействия электронного пучка с бегущей электромагнитной волной. Сказанное оправдывает довольно подробное изложение этого вопроса как с принципиальной, так и с технической стороны.

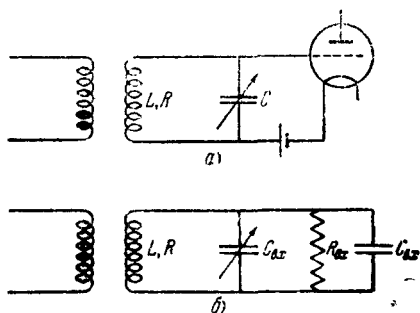


Рис. 1. *а* — входная цепь каскада усилителя; *б* — эквивалент входной цепи каскада усилителя.

## 1. УСИЛЕНИЕ МИКРОВОЛН

Прежде чем излагать устройство и теорию трубки с бегущей волной, мы перечислим кратко основные методы усиления микроволн, используемые в настоящее время, и укажем на трудности, возникающие при этом. Эти трудности связаны с особенностями работы ламп на микроволнах,

а также с особенностями поведения колебательных контуров в тех же условиях.

Остановимся сначала на трудностях, связанных с использованием обычных электронных ламп для усиления микроволн. Как известно, каскад резонансного усилителя имеет вид, изображённый на рис. 1, *а*. Он содержит колебательный контур с индуктивностью  $L$ , сопротивлением  $R$  и ёмкостью  $C$ , включённый в цепь сетки усилительной лампы. Переменное напряжение, подаваемое на сетку с контура  $L, R, C$ , усиливается лампой.

Для нормальной работы прибора весьма важно, чтобы лампа не вносила в цепь колебательного контура  $L, R, C$  значительных допол-

<sup>\*)</sup> Напомним, что микроволнами принято называть электромагнитные волны, лежащие в диапазоне от 1 см до 1 м.

нительных потерь, ибо такие потери эквивалентны увеличению затухания колебательного контура, и следовательно, уменьшению, резонансного напряжения, которое можно с него снять, т. е. в конечном счёте, затухание, вносимое лампой, уменьшит коэффициент усиления каскада.

Теория и эксперимент показывают, что входная цепь лампы может быть представлена как параллельно включённые активное сопротивление  $R_{вх}$  и ёмкость  $C_{вх}$ .

Эквивалентная схема каскада приведена на рис. 1, б. Физический смысл ёмкости  $C_{вх}$  понятен. Она представляет собой ёмкость управляющей сетки относительно катода и других электродов, соединённых с катодом.

Особенно вредным для увеличения затухания контура является активное сопротивление  $R_{вх}$ . В самом деле, если  $R_{вх}$  невелико, то контур будет просто накоротко зашунтирован и усиление будет невозможно, так как сигнал вообще не будет поступать на сетку.

На средних и длинных волнах для современных ламп  $R_{вх}$  имеет большое значение порядка сотен тысяч ом. Однако при переходе к ультракоротким и в особенности к микрорадиоволнам величина  $R_{вх}$  быстро падает, принимая значение, измеряемое сотнями или даже десятками ом.

Этот эффект связан, в первую очередь, с током, индуцированным на сетке (и, следовательно, протекающим в цепи сетки) электронным потоком, пролетающим в приборе от катода к аноду. Каждый электрон, пролетающий через сетку, индуцирует на ней некоторый ток, который зависит от скорости электрона и от расстояния его до сетки. Этот ток имеет различный знак в зависимости от того, приближается электрон к сетке или же удаляется от неё. Общий наведённый на сетке ток представляет собой интеграл от электронных токов, наведённых отдельными электронами. Легко показать, что он равен нулю, если в пространстве катод—анод электронный поток не модулирован по плотности. В этом случае токи, индуцируемые электронами, движущимися в пространстве катод—сетка, полностью компенсируются токами, которые наводятся электронами, движущимися в пространстве сетка—анод.

Последнее имеет место при работе на длинных и средних волнах, когда время пролёта электронов в приборе много меньше периода колебаний; поток электронов в лампе изменяется синфазно с напряжением на сетке, модуляция электронного потока по плотности (т. е. зависимость плотности электронного потока от координаты  $x$ , отсчитываемой от катода) отсутствует, и полный наведённый на сетке ток равен нулю.

При работе на метровых и дециметровых радиоволнах время пролёта электронов через прибор делается не только сравнимым с периодом колебаний, но может даже и превосходить его. Это приведёт к тому, что электронный поток не будет определяться одним лишь

мгновенным значением напряжения на сетке. Плотность электронного потока будет теперь зависеть от  $x$ , и полный наведённый на сетке ток будет отличен от нуля. Он содержит, вообще говоря, как компоненту, сдвинутую на фазе на  $\frac{\pi}{2}$ , так и компоненту, совпадающую по фазе с сеточным напряжением. Эта последняя компонента и ответственна за создание  $R_{вх}$ :  $R_{вх} = \frac{V}{I_{инд}}$ , где  $V$  — амплитуда напряжения, приложенного к сетке и  $I_{инд}$  — компонента наведённого тока, совпадающая по фазе с напряжением на сетке.

В случае микроволн к колебательным контурам предъявляются также специфические требования. Обычные контуры, содержащие сосредоточенные самоиндукцию и ёмкость, становятся очень небольшими по размерам, и на них нельзя получить значительной мощности. Затухание контура, даваемое выражением  $\left(\frac{R}{V\sqrt{\frac{L}{C}}}\right)$ , увеличивается

при уменьшении  $L$  и  $C$  за счёт уменьшения отношения  $\frac{L}{C}$ . Увеличение затухания колебательного контура приводит к уменьшению резонансного напряжения, которое можно снять с этого контура, т. е. в конечном итоге уменьшение размеров колебательного контура приводит к ухудшению усиления каскада.

Отметим, наконец, что усилитель, содержащий много каскадов, очень легко самовозбуждается на паразитных связях, которые весьма трудно устранить.

В каких направлениях следует усовершенствовать методы усиления микроволн?

Одним из таких возможных направлений является возвращение к использованию триодов. Однако эти триоды должны обладать весьма малыми габаритами, так что расстояние между электродами будет составлять доли миллиметра. Очевидно, что при таких размерах лампы влияние времени пролёта электронов будет весьма мало. В качестве контуров у этих специальных триодов используются так называемые эндовибраторы, представляющие собой замкнутые металлические полости, внутри которых возможны весьма интенсивные колебания электромагнитного поля. Резонансная длина волны эндовибратора зависит от вида колебания, формы эндовибратора и его размеров. Наибольшая среди резонансных длин волн обычно имеет порядок размеров эндовибратора, т. е. лежит в области микрорадиоволн. Затухание колебаний в таких контурах весьма мало.

Эндовибраторы используются также в клистронах — электронно-лучевых приборах, предназначенных для усиления и генерации микроволн.

Схематическое изображение двухконтурного клистрона дано на рис. 2. Он содержит катод ( $K$ ), ускоряющий электрод ( $A$ ), эндови-

братор-модулятор, дрейфовое пространство ( $BC$ ), эндовибратор-приёмник и, наконец, коллектор электронов ( $D$ ). Усиливаемый сигнал подаётся по кабельной линии  $E$  через петлю на эндовибратор-модулятор. Электронный поток, пролетающий через сетки 1-го эндовибратора, модулируется по скоростям, усиливаемым сигналом.

В дрейфовом пространстве эта модуляция по скоростям перейдёт в модуляцию электронного потока по плотности. Можно сделать так, что электронный поток, модулированный по плотности, вызовет во 2-м эндовибраторе колебания более мощные, чем те, которые подавались на 1-й резонатор. Эти усиленные колебания посредством петли связи можно снять с эндовибратора-приёмника.

Серьёзным недостатком клистрона как усилителя, является весьма узкая полоса пропускания, связанная с малым затуханием эндовибраторов и, следовательно, с «острой» резонансной кривой.

Наконец, следует отметить ещё один принципиальный недостаток, присущий всем устрой-

ствам типа клистрона. В этих электронно-лучевых приборах отношение времени взаимодействия электронов с тормозящим электрическим полем в эндовибраторе-приёмнике к полному времени пребывания электронов в приборе весьма мало. (Это связано с тем, что пространство между сетками эндовибратора мало по сравнению с пространством, где имеет место дрейф электронов.) Указанные обстоятельства серьёзно ограничивают область применимости клистрона как усилителя.

В последние годы в качестве усилителя на микроволнах стала применяться «лампа с бегущей волной», обладающая поистине замечательными рабочими характеристиками как в отношении коэффициента усиления, так и в отношении ширины полосы пропускания. Эти характеристики следующие<sup>3</sup>: коэффициент усиления по мощности равен 200, ширина полосы пропускания на несущей частоте усиливаемого сигнала в 3600 мГц (что соответствует примерно длине волны  $\lambda=10$  см) около 800 мГц.

## 2. УСТРОЙСТВО ЛАМПЫ С БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ

В лампе с бегущей волной используется взаимодействие пучка электронов с электромагнитной волной, обладающей продольной компонентой электрического поля. Принцип действия лампы следующий (см. рис. 3). В одном и том же направлении пропускается электронный пучок, разогнанный постоянным потенциалом, и электромагнитная

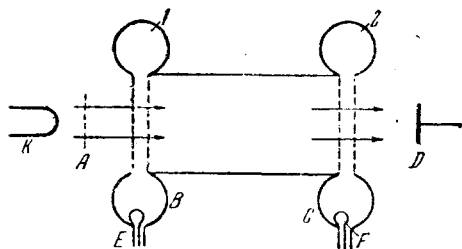


Рис. 2. Двухконтурный клистрон в режиме усилителя.



На рис. 5 показана та же лампа, с катушкой (соленоидом), надетой на удлиненную часть лампы. Магнитное поле этого соленоида фокусирует (сжимает к оси) электронный пучок, движущийся по оси спирали.

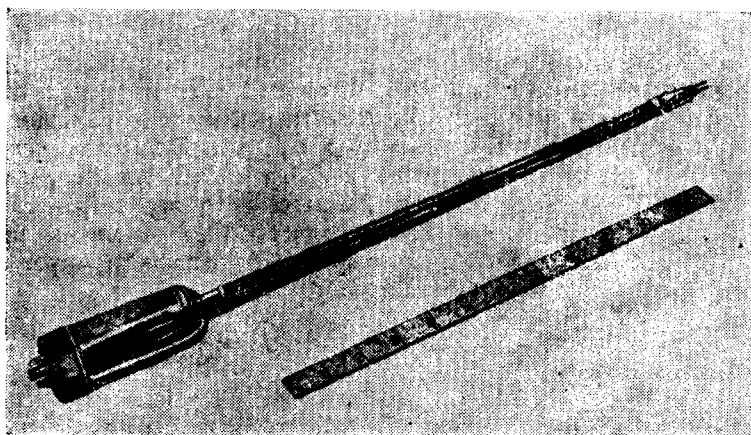


Рис. 4. Внешний вид трубки с бегущей волной.

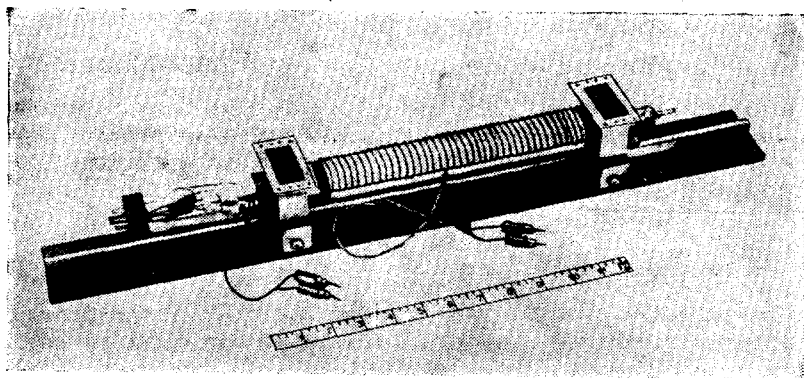


Рис. 5. Трубка с бегущей волной вместе с надетой на неё фокусирующей катушкой. Видны сечения волноводов, через которые подается и отводится сигнал.

На рисунке также видны прямоугольные сечения входного и выходного волноводов, по которым подаются и отводятся микроволновые сигналы.

В следующем параграфе мы изложим краткую теорию распространения волны по проводящей спирали. Как уже отмечалось, такая спираль используется в лампе с бегущей волной для замедления электромагнитной волны.

### 3. ТЕОРИЯ СПИРАЛИ<sup>9,15</sup>

Рассмотрим бесконечную спираль из идеального проводника, имеющую круговое сечение радиуса  $a$  (сечение берётся перпендикулярно оси спирали, вдоль которой направляется ось  $z$ ) и с наклоном витков к упомянутому сечению, равным  $\alpha$  (см. рис. 6). Положение любой точки спирали может быть определено заданием единственного параметра — длины дуги  $s$ , отсчитываемой от некоторой произвольной точки. Этот параметр выражается формулой:

$$s = \widehat{AP} = \frac{a}{\cos \alpha} \varphi,$$

где  $A$  — точка начала отсчёта,  $P$  — текущая точка,  $\varphi$  — азимутальный угол, соответствующий точке  $P$ .

Допустим, что по спирали распространяется волна тока вида:

$$I = I_0 \cdot e^{i(\omega t - ks)},$$

Рис. 6.

где  $\omega$  — круговая частота,  $k = \frac{\omega}{c}$  — волновое число,  $c$  — скорость света в пустоте. В дальнейшем мы примем, что все поля меняются во времени гармонически. Векторный потенциал на оси спирали, порождаемый током, распространяющимся по проводнику спирали, будет:

$$A(M) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(s) \frac{e^{-ikr}}{r} ds,$$

где  $M$  — точка на оси спирали, а  $r$  — расстояние от текущей точки  $P$  до точки  $M$ , в которой вычисляется векторный потенциал (см. рис. 6).

Заменяя  $I(s)$  на  $I_0 e^{-iks + i\omega t}$ , имеем:

$$A(M) = I_0 e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ik(s+r)}}{r} ds.$$

Очевидно, что  $r$  выражается через основные параметры спирали в виде

$$r = \sqrt{a^2 + (a \varphi \operatorname{tg} \alpha - z)^2}.$$

Если теперь сделать замену переменных

$$(a\varphi \operatorname{tg} \alpha - z) = \eta, \quad \text{так что } s = \frac{1}{\sin \alpha} (z + \eta),$$

то выражение для проекции векторного потенциала на ось спирали примет вид:

$$A_z(M) = I_0 e^{-i \frac{k}{\sin \alpha} z} e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ik \left( r + \frac{\eta}{\sin \alpha} \right)}}{r} d\eta,$$

причём

$$r = \sqrt{a^2 + \eta^2}.$$

Уже из этого выражения видно, что вдоль оси системы волна векторного потенциала распространяется с фазовой скоростью  $v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k/\sin \alpha} = c \cdot \sin \alpha$ , т. е. (при  $\alpha \neq 0$ ) со скоростью в  $\sin \alpha$  раз меньшей скорости распространения волны в пустоте. Как известно, электрическое поле может быть получено из выражения для вектор-потенциала путём простого дифференцирования. Следовательно, электрическое и магнитное поле, определяемые этим вектор-потенциалом, также распространяются с фазовой скоростью  $c \sin \alpha$ . Отсюда ясно, что спираль может быть использована в качестве замедлителя электромагнитной волны.

Перечислим без доказательств важнейшие свойства полей внутри спирали, которые можно получить, исследуя приведённое выше выражение для вектор-потенциала.

На рис. 7 представлена амплитуда компоненты напряжённости электрического поля  $E_z$  на оси спирали в зависимости от частоты  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . Для нас существенно то, что эта компонента напряжённости убывает с ростом частоты при достаточно больших  $\omega$ . Это может быть истолковано следующим образом. С увеличением частоты возрастает ёмкостная проводимость витков спирали, равная  $C\omega$  (где  $C$  — ёмкость), поэтому поле концентрируется в непосредственной близости от проводника, а поле на оси спирали соответственно падает.

Падение  $E_z$  до нуля при  $\omega \rightarrow 0$  объясняется общим уменьшением полей при уменьшении  $\omega$ , так как в пределе при  $\omega = 0$  все переменные поля отсутствуют.

Рис. 8 изображает распределение  $E$  (т. е. амплитуды электрического поля) вблизи спирали в зависимости от  $r$  и  $z$  в фиксированный момент времени  $t$ . Из этого рисунка видно, что поле сосредоточено,

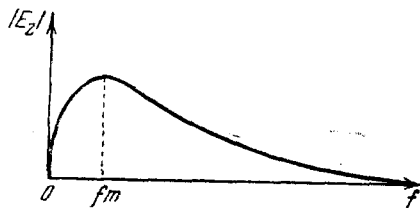


Рис. 7. Продольное поле на оси в зависимости от частоты.



в основном, вблизи спирали и значительно ослабевает на оси системы.

В простейшей теории спирали, которая была нами изложена, совершенно выпадают вопросы, связанные с дисперсией электромагнитных волн при распространении их по спирали (т. е. вопросы, связанные с зависимостью фазовой скорости распространяющихся волн от частоты).

В самом начале излагаемой теории было сделано допущение о том, что фазовая скорость распространения волны вдоль по спирали для всех частот равна  $C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ , где  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости окружающей спираль среды.

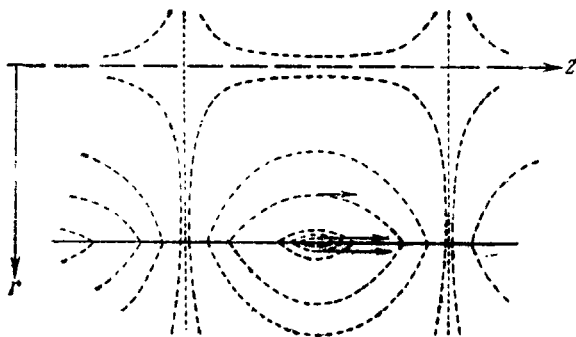


Рис. 8. Поле спирали  $E$  как функция координат  $z$  и  $r$ .

В действительности, как было показано в работе Лошакова и Ольдерогге<sup>18</sup>, это допущение справедливо лишь для очень больших частот  $\omega \rightarrow \infty$  (или, соответственно, для малых длин волн  $\lambda$ , когда, например,  $\lambda$  лишь в несколько раз превышает диаметр спирали). Для всех прочих частот (или, соответственно, для всех длин волн  $\lambda$ , значительно превышающих диаметр спирали) скорость распространения электромагнитной волны вдоль по витку спирали будет иметь вид  $c \cdot f(\omega)$ , где  $f(\omega)$  дисперсионный множитель, больший единицы, возрастающий с уменьшением частоты  $\omega$ .

В<sup>19</sup> рассмотрен общий случай распространения электромагнитных волн по спирали, помещенной внутрь волновода, и подробно изучены вопросы, относящиеся к дисперсии электромагнитных волн.

#### 4. ЭЛЕМЕНТАРНОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРИНЦИПОВ УСИЛЕНИЯ НА ЛАМПЕ С БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ

Прежде чем излагать теорию усиления в аналитической форме, полезно дать качественную картину явлений, происходящих в таких лампах. Мы видели, что по бесконечной спирали в отсутствие электрон-

ного пучка может распространяться как в положительном, так и в отрицательном направлении оси  $z$  электромагнитная волна, обладающая фазовой скоростью, меньшей, чем скорость света ( $v_{\text{фа}} = c \cdot \sin \alpha$ ).

Для краткости первую волну будем называть прямой, а вторую волну обратной. Как будет показано ниже (см. § 5), в присутствии слабого электронного пучка, в котором электроны движутся, например, в направлении положительных  $z$ , обратная волна лишь немного изменит фазовую скорость, а прямая волна расщепится на три волны, распространяющиеся в том же положительном направлении, что и пучок.

Первая из этих трёх волн будет затухать с расстоянием, вторая будет иметь постоянную амплитуду, а третья будет нарастать. Фазовая скорость затухающей и нарастающей волн будет несколько меньше средней скорости электронов в пучке  $u_0$ , которая предполагается равной фазовой скорости волны в спирали в отсутствии электронного пучка.

Эффект взаимодействия нарастающей волны с электронным пучком, обгоняющим эту волну, можно сравнить с действием ветра, вызывающего волны на поверхности моря. Не претендуя на точность и подчёркивая, что речь идёт только об аналогии, можно сказать, что электронный ветер подгоняет электромагнитную волну. Поясним здесь, почему электронный пучок, обгоняющий электромагнитную волну, имеющую нарастающую амплитуду, будет в среднем передавать свою кинетическую энергию волне. (Рост амплитуды волны и происходит за счёт этой энергии.)

Представим себе, что электрон движется несколько быстрее, чем нарастающая электромагнитная волна. Пусть продольная составляющая напряжённости электрического поля  $E_z$  (ось  $z$  направлена по движению пучка) имеет вид:

$$e^{\gamma z + i(\omega t - kz)}, \quad (a)$$

где  $\gamma$  — коэффициент нарастания,  $k$  — волновое число,  $\omega$  — круговая частота. Рассмотрим систему координат, движущуюся вместе с фазой волны, т. е. положим  $\omega t - kz = -kz'$ , тогда выражение (a) примет вид:

$$e^{\gamma k (\omega t + kz')} e^{-ikz'}.$$

Ясно, что для фиксированной точки волны, т. е.  $z' = \text{const}$ , мы имеем нарастание амплитуды волны во времени.

Рассмотрим однородный вначале пучок электронов, движущийся со скоростью, слегка превышающей скорость электромагнитной волны (см. рис. 9). Пусть при движении электрона на участке от  $A$  до  $B$  происходит его ускорение. Тогда на участке  $BC$  электрон будет замедляться, и его замедление будет значительнее, чем ускорение на  $AB$ , так как за время его движения от  $A$  до  $B$  амплитуда

(а следовательно, и кругизна барьера, который преодолевает электрон) возросла. Отсюда ясно, что электроны будут группироваться на «восходящих» участках волны потенциала. Следовательно, в среднем

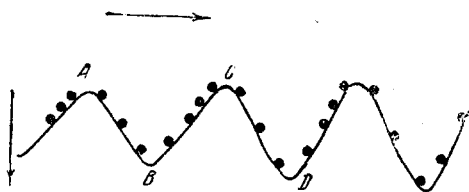


Рис. 9. Движение электронов относительно волны потенциала. Амплитуда потенциала возрастает. Электроны концентрируются на восходящих (замедляющих) склонах волны потенциала.

будет больше медленных электронов, чем быстрых. Эта потеря кинетической энергии электронов идёт на увеличение энергии электромагнитной волны. Отметим, что для волны с постоянной амплитудой энергетический эффект в среднем отсутствует. Наоборот, если рассмотреть взаимодействие затухающей электро-

магнитной волны с электронным пучком, движущимся быстрее, чем эта волна, то можно прийти к выводу о дополнительном затухании такой волны.

## 5. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЛАМПЫ С БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ<sup>5,6,7,8,11,12,13</sup>

Всё то, о чём шла речь в предыдущем параграфе, может быть получено аналитически.

Строгая и полная теория лампы с бегущей волной ещё не дана. В настоящее время предложено несколько приближённых методов решения задачи, исходящих из определённых физических предположений. Эти разные методы дают результаты, которые качественно согласуются между собой и неплохо подтверждаются экспериментальными данными.

Первый из этих методов может быть назван методом последовательных приближений. Он заключается в следующем<sup>5</sup>. В качестве нулевого приближения для поля в системе спираль — пучок принимается электромагнитная волна, распространяющаяся по системе так, как если бы электронного пучка в ней не было. Далее рассматривается движение электронов и модуляция электронного пучка по плотности и скоростям в поле этой волны. Вычисленный этим способом конвекционный ток наводит заряды на витках спирали. Эти заряды порождают электромагнитную волну, в свою очередь воздействующую снова на электронный пучок и так далее. Последовательные приближения, вычисленные по этому методу, довольно быстро сходятся. Результирующее поле представляет собой предел этих последовательных приближений.

Второй метод<sup>12,13</sup> заключается в сведении задачи об усилителе с бегущей волной к задаче на собственные значения.

Задача решается при разумных физических допущениях (пучок имеет вид кругового цилиндра<sup>13</sup> или же цилиндрической поверхности<sup>12</sup>, радиальные токи в системе отсутствуют, сигнал на входе в систему достаточно мал, так что произведением переменных составляющих плотности электронов и их скорости можно пренебречь). Решение даётся последовательными этапами:

1) Уравнение движения электронов интегрируется в предположении, что поле в спирали, в присутствии электронов, имеет вид  $e^{i\omega t - \Gamma z}$ , где  $\Gamma$  — постоянная распространения, которую надо определить. Этот интеграл позволяет найти конвекционный ток  $q$ , как функцию  $\Gamma$  и  $\omega$ , т. е.  $q = F(\Gamma, \omega)$ .

2) Решения уравнений Максвелла находятся отдельно для области  $a$  (пространство внутри пучка), области  $b$  (пространство, заключённое между пучком и спиралью) и области  $c$  (вне спирали). Эти решения также предполагают зависимость для полей вида  $e^{i\omega z - \Gamma z}$ , они, кроме того, используют результаты этапа 1.

3) Решения уравнений Максвелла сшиваются на границе областей  $ab$  и  $bc$ . При этом спираль аппроксимируется цилиндрической поверхностью, обладающей проводимостью только в направлении витков спирали.

Условия сшивания дадут трансцендентное уравнение для  $\Gamma$ , решая которое, можно вычислить ряд собственных значений для  $\Gamma$ , т. е. определить виды колебательных процессов, возможных в системе пучок — спираль<sup>16—18</sup>.

Изложенный метод является развитием работ, где рассматривалась более простая система электронный пучок — идеальный волновод<sup>16—18</sup>.

Третий метод<sup>6,7,8,11</sup>, который будет изложен более подробно, чем первые два, и который, в основном, даёт те же результаты, заключается (как и предыдущий) в совместном решении уравнений поля и уравнений движения электронов. При сопряжении решений, однако, предполагается, что задача имеет одномерный характер. Вопрос будет изложен на основе работ<sup>6,7,8</sup>. Решение задачи будет дано отдельными этапами.

#### А. Определение конвекционного тока в функции поля

Рассматривается система, состоящая из спирали, ось которой направлена по оси  $z$ . На вход этой системы подаётся пучок электронов, имеющих одну и ту же заданную скорость  $u_0$ , равную фазовой скорости распространения электромагнитной волны по спирали в отсутствие электронного пучка. Электромагнитная волна, обладающая продольной компонентой электрического поля, будет модулировать электронный пучок по плотности и скоростям; в свою очередь электронный пучок будет воздействовать на поле электромагнитной волны. Нашей первой задачей явится вычисление модуляции электронного

пучка в зависимости от результирующего электрического поля в системе пучок — спираль.

Будем считать, что все величины (т. е. ток, поля, скорости электронов) изменяются пропорционально множителю

$$e^{-\Gamma z + i\omega t},$$

т. е. рассматривается установившийся гармонический процесс, характер которого (нарастание или убывание в зависимости от координаты) определяется значениями величины  $\Gamma$ , которые пока не определены.

Предположим, что радиальное движение электронов отсутствует. Это предположение не является принципиальным, поскольку введение достаточно сильного продольного постоянного магнитного поля обеспечивает фокусировку пучка. Допустим также, что вблизи от спирали, где расположен электронный пучок, поля не зависят от радиуса.

Далее, положим, что полная скорость электрона  $u$  может быть представлена в виде

$$u = u_0 + v,$$

где  $u_0$  — скорость, с которой электрон вступает в волну, а  $v$  — переменная составляющая скорости, являющаяся малой величиной, так что всё время выполняется условие  $|v| \ll u_0$  (условие малых сигналов).

Уравнение движения электрона имеет вид

$$\frac{dv}{dt} = -\eta E, \quad (1)$$

где

$$\eta = \frac{e}{m}, \quad \text{а} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t}.$$

Так как

$$\frac{dz}{dt} = u, \quad \frac{\partial}{\partial z} \sim -\Gamma, \quad \frac{\partial}{\partial t} \sim i\omega,$$

то мы получим из (1):

$$-\Gamma v u + i\omega v = -\eta E.$$

В последнем равенстве, очевидно, можно заменить  $u$  на  $u_0$ , ибо при этом будут отброшены члены порядка  $v^2$ . Таким образом, мы получаем уравнение для  $v$  в виде

$$-\Gamma v u_0 + i\omega v = -\eta E.$$

Из этого соотношения для переменной составляющей скорости электрона вдоль оси  $z$  получается выражение

$$v = \frac{-\eta \frac{E}{u_0}}{-\Gamma + \beta i}, \quad (2)$$

где

$$\beta = \frac{\omega}{u_0}.$$

Теперь можно вычислить и переменную составляющую конвекционного тока  $q$ , воспользовавшись уравнением непрерывности для заряда

$$\frac{\partial q}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

где  $\rho$  — переменная составляющая плотности заряда. Это уравнение даёт

$$-\Gamma q = -i\omega \rho. \quad (3)$$

Конвекционный ток  $q + q_0$ , где  $q_0$  — постоянная компонента, представляется в виде

$$q + q_0 = (\rho_0 + \rho)(u_0 + v) \cong \rho_0 u_0 + u_0 \rho + v \rho_0.$$

Здесь величины с нулевым индексом относятся к постоянным составляющим соответствующих величин, а в последнем равенстве отброшен член  $\rho v$ , который предполагается малым. Этот член действительно будет малым по сравнению с предыдущими членами, когда  $\rho/\rho_0 \ll 1$ ,  $\frac{v}{u_0} \ll 1$ , т. е. в пределах линейных эффектов. Очевидно, что

$$q = u_0 \rho + v \rho_0. \quad (4)$$

Воспользовавшись соотношением (2) и (3), мы получим из (4)

$$q = i\beta \frac{q_0 E}{2 V_0} \frac{1}{(i\beta - \Gamma)^2}, \quad (5)$$

где

$$q_0 = -\rho_0 u_0, \quad \text{а} \quad u_0^2 = 2\epsilon_1 V_0.$$

Формула (5) выражает амплитуду переменной компоненты конвекционного тока через амплитуду поля  $E$ , ток на входе  $q_0$ , величину  $\beta = \frac{\omega}{u_0}$  и волновое число  $\Gamma$ . Выражение (5) является интегралом уравнения движения, полученным при допущении малости модуляции пучка, как по скорости ( $v$ ), так и по плотности ( $\rho$ ).

Б. Отыскание амплитуды электрического поля  $E$  в зависимости от конвекционного тока  $q$

В отсутствие электронного пучка вдоль спирали (заключённой внутрь волновода) может распространяться бесконечная, но дискретная совокупность волн, называемая нормальными волнами данной системы<sup>14</sup>. Отдельная нормальная волна имеет вид:

$$E_n e^{-\Gamma n z + i\omega t}.$$

Любое волновое поле может быть представлено как суперпозиция нормальных волн. Поэтому волна, бегущая по системе в направлении положительных  $z$ , может быть представлена в виде:

$$E^{\rightarrow} = \sum_{n=0}^{\infty} E_n^{\rightarrow} e^{-\Gamma_n z},$$

где  $E_n^{\rightarrow}$  от  $z$  не зависит. Волна, идущая в противоположном направлении, представляется в виде

$$E^{\leftarrow} = \sum_{n=0}^{\infty} E_n^{\leftarrow} e^{\Gamma_n z}.$$

Для того чтобы найти полное поле излучения в некоторой точке, нужно просуммировать излучение от всех элементов тока. Используя принцип суперпозиции, мы рассмотрим излучение, приходящееся на отдельную нормальную волну, а затем просуммируем по всем нормальным волнам.

Мощность, проходящая в направлении положительных значений  $z$  через любое сечение спирали, перпендикулярное оси  $z$ , может быть записана в виде:

$$P_n^{\rightarrow} = E_n^{\rightarrow} E_n^{*\rightarrow} \cdot \frac{\phi_n^*}{2}, \quad (6)$$

где  $\phi_n^*$  — есть нормировочный множитель, численно равный двойному значению мощности, прошедшей через данную плоскость в одном направлении, когда амплитуда поля равна единице. Для волн, распространяющихся в противоположном направлении, имеем аналогично:

$$P_n^{\leftarrow} = E_n^{\leftarrow} E_n^{*\leftarrow} \cdot \frac{\phi_n^*}{2}. \quad (7)$$

Рассмотрим для определённости плоскость  $z=0$  и допустим, что на оси системы в точке  $z=0$  имеется элемент тока  $q$ , направленный по оси  $z^*$ .

Если длина элемента тока равна  $l$ , то средняя мощность взаимодействия этого тока с нормальной волной  $E_n^{\rightarrow}$  будет:

$$P_n = -\frac{1}{2} q l E_n^{*\rightarrow} \quad (8)$$

(звёздочка, как обычно, обозначает комплексное сопряжение; напомним также, что  $\frac{1}{2} q E_n^{*\rightarrow}$  представляет собой в отсутствие потерь

---

\* Везде ниже будем считать сечение электронного пучка единичным, так что плотность тока совпадает с полным током.

среднее по времени от величины  $qE_n^{\rightarrow}$ ). Аналогично для противоположно направленной волны имеем:

$$P_n = -\frac{1}{2} ql E_n^{*\leftarrow}. \quad (9)$$

Каждая из этих двух мощностей может излучаться в обоих направлениях, т. е.

$$P_n^{\rightarrow} = -\frac{1}{4} ql E_n^{*\rightarrow}, \quad (10)$$

$$P_n^{\leftarrow} = -\frac{1}{4} ql E_n^{*\leftarrow}. \quad (11)$$

Сравнивая (6), (7) с (10), (11), имеем:

$$P_n^{\rightarrow} = E_n^{\rightarrow} E_n^{*\rightarrow} \frac{\psi_n^*}{2} = -\frac{1}{4} ql E_n^{*\rightarrow},$$

$$P_n^{\leftarrow} = E_n^{\leftarrow} E_n^{*\leftarrow} \frac{\psi_n^*}{2} = -\frac{1}{4} ql E_n^{*\leftarrow}.$$

Откуда

$$E_n^{\rightarrow} = -\frac{1}{2} \frac{ql}{\psi_n^*}, \quad E_n^{\leftarrow} = -\frac{1}{2} \frac{ql}{\psi_n^*}.$$

Пусть задано распределение тока  $q(\zeta)$ . Элемент тока порождает (излучает) поле, компонента которого, принадлежащая к типу нормальной волны  $E_n$ , равна:

$$-\frac{1}{2} \frac{q(\zeta) d\zeta}{\psi_n^*}.$$

Найдём поле в некоторой точке  $z \neq \zeta$ . В этой точке поле складывается из полей, порождённых элементами тока, находящимися как слева, так и справа от точки  $z$ .

Для первых имеем:

$$dE^{\rightarrow} = -q(\zeta) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2\psi_n^*} e^{-\Gamma_n(z-\zeta)} d\zeta, \quad (12)$$

где знак  $(-)$  перед  $\Gamma_n z$  означает, что излучённые волны распространяются в направлении возрастающих  $z$ . Сумма соответствует суперпозиции всех нормальных волн. Аналогично, от точек, находящихся справа от точки  $z$ , мы получаем поле:

$$dE^{\leftarrow} = -q(\zeta) \sum_{n=0}^{\infty} e^{\Gamma_n(z-\zeta)} \frac{1}{2\psi_n^*} d\zeta. \quad (13)$$

Нас интересуют решения вида

$$q(\zeta) = I e^{-\Gamma \zeta},$$

где  $I$  — амплитуда.



Из (12) и (13) имеем соответственно

$$E^{\rightarrow} = -\frac{I}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\Gamma_n z}}{\phi_n^*} \int_{-\infty}^z e^{-\Gamma_n^* + \Gamma_n^* \zeta} d\zeta, \quad (14)$$

$$E^{\leftarrow} = -\frac{I}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{+\Gamma_n z}}{\phi_n^*} \int_z^{\infty} e^{-\Gamma_n^* - \Gamma_n^* \zeta} d\zeta, \quad (15)$$

или, производя интегрирование,

$$E^{\rightarrow} = -\frac{I}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\Gamma_n z}}{\phi_n^*} \cdot \frac{1}{\Gamma_n - \Gamma} e^{+(\Gamma_n - \Gamma)z} \Big|_{-\infty}^z, \quad (16)$$

$$E^{\leftarrow} = +\frac{I}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{\Gamma_n z}}{\phi_n^*} \cdot \frac{1}{\Gamma_n + \Gamma} e^{-(\Gamma_n + \Gamma)z} \Big|_z^{\infty}. \quad (17)$$

Чтобы обеспечить сходимость интегралов, следует принять

$$\operatorname{Re}(\Gamma_n - \Gamma) > 0 \text{ и } \operatorname{Re}(\Gamma + \Gamma_n) > 0,$$

тогда:

$$e^{(\Gamma_n - \Gamma)z} \Big|_{-\infty}^z = e^{(\Gamma_n - \Gamma)z}, \quad e^{-(\Gamma + \Gamma_n)z} \Big|_z^{\infty} = -e^{-(\Gamma + \Gamma_n)z}.$$

Учитывая написанные равенства, имеем:

$$E^{\rightarrow} = \frac{I}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\Gamma_n z}}{\phi_n^*} \frac{1}{\Gamma - \Gamma_n} e^{(\Gamma_n - \Gamma)z} = \frac{I}{2} e^{-\Gamma z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_n^* (\Gamma - \Gamma_n)}, \quad (18a)$$

$$E^{\leftarrow} = -\frac{I}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{\Gamma_n z}}{\phi_n^*} \frac{1}{\Gamma_n + \Gamma} e^{-(\Gamma + \Gamma_n)z} = -\frac{I}{2} e^{-\Gamma z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_n^*} \frac{1}{\Gamma + \Gamma_n}. \quad (18b)$$

Для отыскания полного поля следует сложить (18) и (19). Таким образом, имеем:

$$E = \frac{I}{2} e^{-\Gamma z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_n^*} \left( \frac{1}{\Gamma - \Gamma_n} - \frac{1}{\Gamma + \Gamma_n} \right), \quad (19)$$

или

$$E = I e^{-\Gamma z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_n^*} \frac{\Gamma_n}{\Gamma^2 - \Gamma_n^2}.$$

Для того чтобы получить правильное выражение для полного поля в пространстве, занятом электронным потоком, необходимо к по-

лю, даваемому (19), сделать добавок  $E_1$ , равный  $(q| - i\omega\varepsilon)$ , так что для любого  $z$  мы имеем  $q + \frac{d}{dt} \varepsilon E_1 = 0$ . Это означает, что в электронном пучке конвекционный ток  $q$  компенсируется током смещения добавочного поля  $E_1$ , которое создаётся пространственными зарядами пучка.

Учитывая сказанное, мы имеем для полного поля в пучке

$$E = Ie^{-\Gamma z} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\psi_n} \frac{\Gamma_n}{\Gamma^2 - \Gamma_n^2} + \frac{i}{\omega\varepsilon} \right]. \quad (20)$$

Тем самым решена вторая часть задачи: найдено электрическое поле в пучке, в точке  $z$ , создаваемое током  $q = Ie^{-\Gamma z}$ .

#### В. Совместное решение уравнений движения электронов и уравнений поля

Нам осталось решить совместно уравнения (5) и (20). Уравнение (5) является уравнением движения электронного пучка (правильнее сказать — электрона) в некотором заданном электрическом поле. Уравнение (20) определяет электрическое поле, создаваемое распределённым током. Подставляя (20) в (5), мы получим уравнение для  $\Gamma$ , в которое не войдут амплитуды  $E$  и  $q$ .

$$1 = i\beta \frac{q_0}{2V_0} \frac{1}{(i\beta - \Gamma)^2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\psi_n} \frac{\Gamma_n}{(\Gamma^2 - \Gamma_n^2)} + \frac{i}{\omega\varepsilon} \right]. \quad (21)$$

#### Г. Исследование уравнения для $\Gamma$

Задача заключается в том, чтобы определить из этого уравнения с бесконечным числом членов возможные значения величины  $\Gamma$ , представляющей собой постоянную распространения колебательного процесса. В общем случае найти корни этого уравнения трудно. Напомним, что в отсутствие электронного пучка по спирали распространяется бесконечное число нормальных волн, лишь одна из которых (с постоянной распространения  $\Gamma_0$ ) является незатухающей. Ограничимся отысканием корней, которые близки по своему значению к  $\Gamma_0$ . Смысл такого рассмотрения заключается в том, что мы допускаем малость возмущения, вносимого электронным пучком в условия распространения волн в системе.

Допуская близость  $\Gamma$  к  $\Gamma_0$ , мы, очевидно, можем из всей бесконечной суммы удержать один лишь главный член, соответствующий значению  $n=0$ , т. е. привести уравнение (21) к виду

$$1 = i\beta \frac{q_0}{2V_0} \frac{1}{(i\beta - \Gamma)^2} \cdot \frac{\Gamma_0}{\psi_0(\Gamma^2 - \Gamma_0^2)}. \quad (22)$$

Естественно, что сделанное пренебрежение ограничивает применимость формулы (22); такое рассмотрение не годится для электронных пучков значительной плотности, вносящих большие возмущения в значения полей. Иными словами, отброшенная сумма связана с влиянием объёмных зарядов, которые мы принимать во внимание не будем.

Легко видеть, что (22) является уравнением четвёртой степени относительно  $\Gamma$ , отсюда следует, что, вообще говоря, оно должно иметь четыре различных корня. Это значит, что в рамках предположения о слабом взаимодействии пучка и поля, в результате этого взаимодействия мы получаем вместо двух волн (прямой и обратной), которые были в системе в отсутствие электронного пучка, четыре волны. Рассмотрим характер этих волн.

Перепишем уравнение (22) в виде

$$(\Gamma^2 - \Gamma_0^2) = \frac{i 2 \beta^3 \Gamma_0 C^3}{(i \beta - \Gamma)^2}, \quad (23)$$

где

$$C^3 = \frac{q_0}{4 V_0 \beta^2 P_0^*} = \frac{q_0}{8 V_0 \beta^2 P_0} \frac{E E^*}{P_0},$$

а

$$\beta = \frac{\omega}{u_0}, \quad \Gamma_0 = i \beta.$$

Величина  $P_0$  представляет собой среднее по времени значение потока вектора Пойнтинга, связанного с волной  $\Gamma_0$  в спирали в отсутствие электронного пучка. Если тепловые потери в спирали малы, то величину  $P_0$  можно считать действительной. Поэтому и параметр  $C^3$  тоже можно считать действительным.

Для исследования отклонения  $\Gamma$  от невозмущённого значения  $\Gamma_0 = \pm i \beta$  положим:

$$-\Gamma = -i \beta + \delta, \quad \text{т. е.} \quad \Gamma = i \beta - \delta,$$

где  $\delta$  — мало. Тогда

$$\Gamma^2 \simeq -\beta^2 - 2 i \beta \delta$$

(членами с  $\delta^2$  пренебрегаем);

$$i \beta - \Gamma = \delta; \quad \Gamma^2 - \Gamma_0^2 = -2 i \beta \delta.$$

Подставляя значения этих разностей в (23), получаем:

$$\delta^3 = -i \beta^2 C^3,$$

откуда

$$\delta = C^3 \sqrt[3]{-i},$$

или

$$\delta_1 = (0,866 - i 0,5) \beta C, \quad (a)$$

$$\delta_2 = (-0,866 - i 0,5) \beta C, \quad (б)$$

$$\delta_3 = i \beta C. \quad (в)$$

Взяв решение в виде

$$e^{-\Gamma z + i\omega t} = e^{-i\beta z + \delta z + i\omega t},$$

мы видим, что волны, соответствующие  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  и  $\delta_3$ , отличаются характером своего распространения.

Волна (а) представляет собой волну, движущуюся в том же направлении, что и электронный пучок, с фазовой скоростью, несколько меньшей, чем скорость движения пучка  $u_0$ .

Последнее станет ясным, если записать решение в виде

$$e^{0,866 \beta C z} e^{-i\beta (1+0,5C) z + i\omega t},$$

фазовая скорость этой волны равна

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{\beta (1+0,5C)} = \frac{u_0}{1+0,5C}.$$

Амплитуда этой волны экспоненциально нарастает. Эта волна в соответствии с механизмом, изложенным выше, ответственна за усиление сигнала. О волнах (б) и (в) скажем кратко: первая из них является затухающей, фазовая скорость её также меньше  $u_0$ ; волна (в) распространяется без затухания с фазовой скоростью, несколько большей  $u_0$ . Эти волны не связаны с усилением сигнала.

Рассматривая, далее, волны, близкие к встречной незатухающей волне, т. е. отыскивая решения  $\Gamma$  в виде  $-\Gamma = i\beta + \delta$ , легко видеть, что мы получим решение вида

$$e^{i\omega t + i\beta z} \left(1 - \frac{1}{4} C^2\right).$$

Эта волна бежит навстречу электронному пучку. Амплитуда её неизменна, кроме того,  $C \ll 1$ , так что вообще эта волна весьма близка к встречной невозмущённой волне и также не участвует в усилении сигнала.

Используя выражение для нарастающей волны (а), подсчитаем коэффициент усиления сигнала, даваемый системой длины  $L$ :

$$k = \frac{E(L)}{E_0} = \frac{1}{3} e^{0,66 \beta C L}. \quad (24)$$

Коэффициент  $\frac{1}{3}$  имеет следующий смысл: в начале системы энергия сигнала делится поровну между тремя прямыми волнами, амплитуда каждой из них равна  $\frac{1}{3} E_0$ . Таким образом, усиление растёт экспоненциально с длиной трубки.

Найденное решение не даёт экспериментально наблюдающегося спада коэффициента усиления при очень малых, а также очень больших частотах. Нужный характер зависимости коэффициента усиления от частоты получится, однако, если учесть что  $E_z$  на оси стремится к нулю при  $\omega \rightarrow 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$  (см. рис. 7). Далее, выражение (24) не учитывает затухания нормальных волн, связанного с тепловыми потерями

спирали. Оно не учитывает также влияния на усиление пространственного заряда, т. е. не учитывает влияния нераспространяющихся типов колебаний. Изложенная теория представляет собой «теорию малых сигналов», когда можно пренебречь произведением переменных частей скорости и плотности заряда. Это условие для лампы, описанной выше, выполняется<sup>8</sup> при полном токе на входе  $\sim 1$  ма вплоть до усилений в 200 раз по мощности.

В приведённой теории рассматривался случай равенства начальной скорости электронов на входе в волну  $u_0$  и фазовой скорости распространения волны по системе в отсутствии электронного пучка  $v_{\text{фаз}}$ . В том случае, если  $u_0 \neq v_{\text{фаз}}$ , картина взаимодействия полей спирали и электронного пучка делается более сложной. Коэффициент усиления зависит от отношения  $\frac{u_0}{v_{\text{фаз}}}$ . Оптимальное значение он имеет при  $\frac{u_0}{v_{\text{фаз}}} = 1$ , уменьшаясь по обе стороны от этого значения. При  $u_0 > u_2$  (где  $u_2$  — некоторая критическая скорость) усиление вообще исчезает.

Если учесть поля, создаваемые пространственным зарядом в пучке, то картина взаимодействия пучка и поля ещё более усложнится<sup>7, 13</sup>.

Усиление сигнала будет иметь место лишь в некотором интервале скоростей электронов на входе  $u_1 < u_0 < u_2$ , причём при увеличении тока в пучке как сам интервал, так и то значение  $u_0$ , при котором усиление максимально, смещается в область больших скоростей.

Если  $u_0 \ll u_1$  или  $u_0 \gg u_2$ , т. е. если  $u_0$  лежит далеко от того интервала скоростей, где возможно усиление, то одна из трёх волн будет иметь постоянную распространения, весьма близкую к  $\frac{\omega}{v_{\text{фаз}}}$ , а две другие будут иметь постоянные распространения, весьма близкие к  $\frac{\omega}{u_0}$ . Иными словами, одна из волн будет теперь близка к невозмущённой волне спирали, а две другие тесно связаны с электронным пучком. Для системы электронный пучок—волновод, которая соответствует случаю  $u_0 \ll u_1$ , эти три волны известны уже давно<sup>6-18</sup>.

Далее, детальный анализ показывает, что соотношение амплитуд и фаз трёх волн, на которые расщепляется в присутствии пучка прямая волна, зависит также от отношения скоростей  $u_0/v_{\text{фаз}}$ <sup>7, 13</sup>, так что сделанное выше предположение  $E_1 = \frac{E_0}{3}$  справедливо лишь в частном случае.

Отметим, что согласно данным теории<sup>13</sup>, лампа с бегущей волной может быть использована как генератор микроволн.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В приведённом кратком обзоре даны лишь основные сведения, относящиеся к применению нового вида усилителя — лампы с бегущей волной. В заключение следует подчеркнуть три обстоятельства.

Во-первых, лампа с бегущей волной обладает большим усилением (порядка 200 по мощности) и широкой полосой пропускания (порядка 800 мГц). Этим она выгодно отличается от других усилителей микроволн, используемых в настоящее время.

Во-вторых, теоретическое рассмотрение процессов, имеющих место в лампе с бегущей волной, в той степени, в какой оно представлено в доступной нам литературе, является далеко не полным.

В-третьих, по характеру своего действия лампа с бегущей волной является обращённым линейным резонансным ускорителем, в котором бегущая электромагнитная волна взаимодействует с электронным пучком и передаёт ему свою энергию.

Можно думать, что лампа с бегущей волной войдёт с течением времени в повседневный обиход радиотехники сантиметрового диапазона.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. R. Kompfner, *Wireless World* **52**, 369 (1946).
2. I. R. Pierce, *Bell Laboratories Record* **24**, 439 (1946).
3. I. R. Pierce and L. M. Field, *PIRE* **35**, 103 (1947).
4. R. Kompfner, *PIRE* **35**, 124 (1947).
5. R. Kompfner, *Wireless Engineer* **49**, 256 (1947).
6. I. R. Pierce, *PIRE* **35**, 111 (1947).
7. I. R. Pierce, *PIRE* **36**, 993 (1948).
8. I. Bernier, *L'onde Électrique* № 243 (1947).
9. E. Roubine, *L'onde Électrique* № 242 (1947).
10. M. R. Warnecke, *Bulletin de la société française des électriciens*, Février (1947).
11. I. Bernier, *Ann. de Radioelect.* **2**, 87 (1947).
12. K. Shulman, *RCA Review*, Dec. (1947).
13. Chu and Jackson, *PIRE* **36**, 859 (1948).
14. П. Е. Краснушкин, *Метод нормальных волн*. Изд. МГУ (1947).
15. Л. Н. Лошаков и Е. Б. Ольдерогге, *Радиотехника* **3**, вып. (1948).
16. W. C. Hahn, *Gen. El. Rev.* **42**, 258.
17. S. Ramo, *Phys. Rev.* **56**, 276 (1939).
18. S. Ramo, *PIRE* **27**, 757 (1939).