

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ НЕКОТОРЫХ ПРИБЛИЖЁННЫХ МЕТОДОВ, УПОТРЕБЛЯЕМЫХ В АРХИТЕКТУРНОЙ АКУСТИКЕ

По поводу статьи Морза и Болта
«Звуковые волны в помещениях» *)

Л. Бреховских

Фундаментальный обзор Ф. Морза и Р. Болта в одной своей части нуждается в некоторых дополнениях.

В нём не выяснен такой принципиальный вопрос, как пределы применимости геометрической акустики, хотя авторы об этом говорят немало. Этот вопрос, повидимому, вообще никем ещё не был решён. Здесь мы рассмотрим его, базируясь на наших работах^{1, 2, 3}. Кроме того, мы сочли полезным поместить сюда содержащуюся в этих же работах дискуссию применимости нормального импеданса при решении разного рода краевых задач, поскольку это понятие широко распространяется в архитектурной акустике и переносится, часто ошибочно, в смежные области.

А. ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

1. Общие соображения

Авторы обзора рассматривают два подхода к решению задач архитектурной акустики: а) точная волновая теория и б) геометрическая теория. Под последней они понимают теорию, в которой, во-первых, фигурируют понятия геометрических лучей и, во-вторых, выполнено условие эргодичности, т. е. имеются достаточные основания для статистического усреднения звукового поля. Здесь без всяких оснований смешаны два совершенно различных по своему характеру фактора, что не только затемняет суть дела, но и приводит к тому, как мы увидим ниже, что ряд ценных возможностей в развитии архитектурной акустики оказывается упущенным. Правильнее будет рассматривать три варианта теории: а) волновую теорию**), б) геомет.

*) См. Успехи физических наук, 32, вып. 2, стр. 185, вып. 3, стр. 333, вып. 4, стр. 417 (1947).

**) Со статистическим усреднением или без него.

рическую акустику, оперирующую с понятиями геометрических лучей, которая эквивалентна также картине мнимых излучателей, в) статистическую геометрическую акустику, где дополнительное упрощение происходит из-за статистического усреднения. Морз и Болт упускают второй из этих вариантов. Вследствие этого они говорят, что такие явления, как неровный ход реверберации, зависимость поглощающей способности материала от его местоположения в помещении и т. д., могут быть поняты только с точки зрения волновой теории (§ 9). Это утверждение нельзя признать правильным, поскольку все эти явления в случае не очень малых помещений (точнее см. ниже) получают объяснение также и при упущенном ими втором варианте, если добавить к нему, в случае необходимости, частичное усреднение результатов. Поскольку по сравнению с волновой теорией он уже содержит в себе значительные упрощения, именно при его помощи можно надеяться получить ценные результаты в условиях, близких к практическим. В этом направлении уже имеются некоторые работы*), но заключённые здесь возможности реализованы, по-видимому ещё в очень малой степени. Здесь мы исследуем, при каких условиях вместо точной волновой теории можно пользоваться геометрической акустикой [вариант б]. Заметим, что точных критериев применимости статистической акустики также пока не имеется, но на этом вопросе мы останавливаться не будем.

2. Эффективная зона

Рассмотрим точечный излучатель звука Q (рис. 1) над плоской границей раздела двух сред и определим, при каких условиях отражение падающей на границу сферической волны можно рассматривать по законам геометрической акустики. Этому посвящён § 53 обзора, однако авторы ограничились в нём лишь некоторыми преобразованиями получающихся интегралов, не придя к какому-либо результату. Мы постараемся изложить здесь решение этой задачи в наиболее наглядной форме, сославшись на то, что точный вывод приводит к тем же результатам, но зато он громоздок и не даёт необходимых физических представлений. Остановимся предварительно на вопросе, который в архитектурной акустике имеет самостоятельный интерес, но в данном случае является вспомогательным. Пусть мы интересуемся значением отражённой волны в точке P . Можно думать, что не все точки плоскости Π играют одинаковую роль в создании отражённой в направлении P волны. Существенную роль будет играть точка O , от которой отражается луч, построенный по законам геометрической акустики, а также некоторая зона, окружающая её (зона Γ на рис. 1). Назовём последнюю эффективной зоной и

*) Работы, 1—3, 5—8 в разд. III и 6—3 в разд. IX списка основной литературы по архитектурной акустике на русском языке (стр. 476).

определим её форму и размеры. Сначала рассмотрим более простой случай абсолютно отражающей границы раздела.

Известно, что в этом случае звуковой потенциал в точке P будет иметь вид

$$\varphi_P = -\frac{e^{ikR_0}}{R_0} + \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (1)$$

где первый член представляет собой прямую сферическую волну, а второй—отражённую. Последнюю можно считать также исходящей из мнимого излучателя Q_1 , получающегося зеркальным отражением Q в границе раздела ($R = Q_1P$, см. рис. 1).

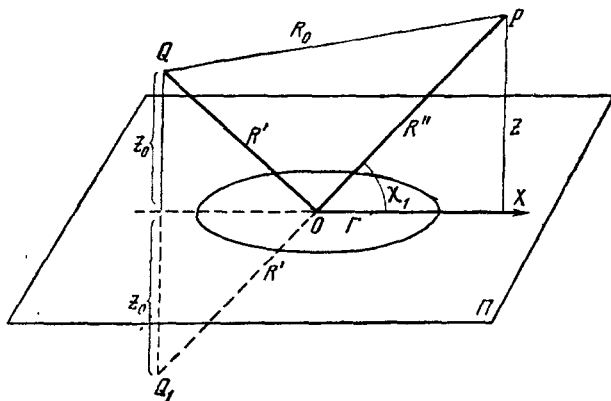


Рис. 1. Γ —эффективная зона на бесконечной границе раздела Π , R_0 —путь, проходимый прямой волной, $R = QOP = Q_1OP = R' + R''$ —то же для отражённой волны, χ_1 —угол скольжения, z_0 и z —возвышения излучателя и приёмника над границей раздела, O —начало прямоугольной системы координат, плоскость xu которой совпадает с плоскостью Π .

Удалим теперь все части отражающей границы, кроме зоны Γ . По определению эффективной зоны, отражённая волна в точке P не должна при этом существенно измениться. Однако, если теперь воспользоваться представлением о мнимом излучателе, то нужно представлять себе, что не вся плоскость Π является прозрачной для его лучей, а только лишь область Γ , являющаяся теперь как бы отверстием в бесконечном экране. Таким образом, мы приходим к дифракционной задаче. Требуется определить достаточные размеры и форму отверстия для того, чтобы прошедшая через него волна имела вид $\frac{e^{ikR}}{R}$, так же как и при отсутствии всякого экрана.

Из теории дифракции известно⁴, что при наличии отверстия интенсивность волны в точке P выражается формулой (относительно фазы см. ниже)

$$|\varphi_P|^2 = \frac{1}{2R^2} (C_1^2 + S_1^2), \quad (2)$$

где под C_1 и S_1 подразумеваются интегралы

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Gamma_1} \int \cos \left[\frac{\pi}{2} (u^2 + v^2) \right] du dv, \\ S_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Gamma_1} \int \sin \left[\frac{\pi}{2} (u^2 + v^2) \right] du dv. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Переменные u и v получены из x, y (первоначальных координат в плоскости Π) заменой

$$\left. \begin{aligned} \pi u^2 &= k \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} \right) x^2 \sin^2 \chi_1, \\ \pi v^2 &= k \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} \right) y^2, \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Область интегрирования Γ_1 в плоскости u, v соответствует области Γ в плоскости x, y . Через χ_1 обозначен «угол скольжения», образуемый лучом Q_1P с горизонталью. Значения R' и R'' указаны на рис. 1. Для простоты рассмотрим случай, когда $R' = R'' = \frac{R}{2}$ (излучатель и приёмник имеют одинаковое возвышение над границей раздела). Тогда

$$\frac{\pi u^2}{2} = \frac{2kx^2}{R} \sin^2 \chi_1, \quad \frac{\pi v^2}{2} = \frac{2k}{R} y^2. \quad (5)$$

При бесконечном увеличении области Γ , а значит и Γ_1 , интегралы стремятся к своим асимптотическим значениям: $S_1 \rightarrow \sqrt{2}$, $C_1 \rightarrow 0$, что и даёт согласно (2) нужное значение интенсивности в точке P . Легко показать, что фаза при этом также оказывается правильной. Из таблиц интегралов Френеля, к которым сводятся наши интегралы, можно получить, что интенсивность и фаза не будут отличаться от этих предельных значений больше чем на 10%, если во всех точках границы области Γ_1 выполняется условие

$$\frac{\pi}{2} (u^2 + v^2) \geq 50.$$

Минимальные размеры области получим, взяв здесь знак равенства. В результате видим, что в плоскости u, v такой областью бу-

дет круг, в плоскости же x, y согласно (4) — эллипс

$$x^2 \sin^2 \chi_1 + y^2 = \frac{25R}{k}$$

с полуосями

$$\frac{2}{\sin \chi_1} \sqrt{R\lambda} \quad \text{и} \quad 2\sqrt{R\lambda}$$

или, вообще, с полуосями

$$\frac{2a}{\sin \chi_1} \sqrt{R\lambda} \quad \text{и} \quad 2\sqrt{R\lambda}, \quad (6)$$

где коэффициент a равен единице при точности в 10% и растёт при уменьшении допускаемой относительной ошибки.

Ниже мы воспользуемся этими результатами. Заметим, что представление об эффективной зоне может быть полезным в архитектурной акустике во всех тех случаях, когда приходится иметь дело с отражением сферических волн от участков конечных размеров. В таких случаях это представление позволяет быстро решить вопрос о том, как сказывается конечность размеров на отражении. Правда, в реальных случаях материал бывает не абсолютно отражающим и помещён не в пустом пространстве, а укреплён на стенке, также отражающей. Однако во всех случаях результат остаётся тем же, только несколько меняется величина a . Можно думать, что при точности в 10% во всех практических случаях a не превышает нескольких единиц.

Нетрудно дать рецепт для построения эффективной зоны при любом расположении источника и приёмника. Для этого на отражающей границе (плоскость Π на рис. 1) определяем геометрическое место точек из условия, чтобы приращение фазы при распространении луча из Q в каждую из этих точек и из неё в P было на $\frac{\lambda}{2}$ больше, чем при распространении по QOP . Это будет замкнутая кривая, заключающая в себе первую зону Френеля. Таким же образом можно построить вторую, третью, ..., N -ю зону, причём в последнем случае разность фаз по сравнению с лучом QOP будет $\frac{N\lambda}{2}$. Из оптики известно, что если взять отверстие, на котором укладывается достаточно большое число зон Френеля, то волна будет проходить через него беспрепятственно. Выше мы видели, что такое отверстие по форме и размерам как раз будет совпадать с эффективной зоной. Таким образом, последняя должна состоять из достаточно большого числа зон Френеля, причём это число должно быть тем больше, чем больше требования к совпадению отражённой волны с волной, получающейся при отражении от бесконечной границы. Введённая выше величина a равна примерно $\frac{\sqrt{N}}{4}$, где N — число захваченных зон

Френеля. Приближённо можно считать, что последнее связано с допускаемой относительной ошибкой ϵ соотношением

$$N \sim \frac{1}{6\epsilon^2}. \quad (7)$$

При точности 10% в интенсивности нужно захватить 16 зон Френеля.

Нетрудно проверить, что при поднятых излучателе и приёмнике эффективная зона будет эллипсом, расположенным, как указано на рис. 1. В случае, если излучатель (или приёмник) находится на границе раздела, такой зоной будет охватывающий излучатель эллипс, центр которого расположен на линии, соединяющей излучатель с проекцией приёмника на границу раздела. Если излучатель и приёмник расположены на границе раздела, то эффективная зона будет эллипсом с фокусами в точках их расположения.

3. Геометрическая акустика и поправки к ней

Обратимся снова к отражению от бесконечной, однородной границы раздела. Если последняя абсолютно тверда, то отражённую волну [второй член в (1)] можно представлять себе исходящей из мнимого излучателя Q_1 . Так как интенсивность этой волны не зависит от λ и, следовательно, остаётся неизменной при $\lambda \rightarrow 0$, то же должно получаться и с помощью геометрической акустики. Действительно, если мы возьмём падающие из Q на границу раздела лучи и для каждого из них построим отражённый луч, то продолжения всех их пересекутся в Q_1 . Таким образом, геометрическая акустика эквивалентна картине мнимых излучателей, причём в случае абсолютно отражающих границ она строго справедлива.

Исследуем её применимость в произвольном случае. В § 53 обзор Морз и Болт пытаются анализировать этот вопрос, но, не получив определённых результатов, делают заключение, что любые выводы, основанные на этом представлении, могут повести к ошибочным результатам. Мы покажем, что в целом ряде случаев, и в частности в больших помещениях, картина мнимых излучателей будет давать правильные результаты в достаточно хорошем приближении.

В случае произвольной границы, как и выше, мы можем ограничиться отражениями от эффективной зоны, форма и размеры которой будут практически теми же, что и для абсолютно отражающей границы. Однако теперь, вследствие зависимости коэффициента отражения от угла падения, волны, отражённые от различных участков эффективной зоны, будут иметь различную амплитуду. Если опять воспользоваться представлением о мнимом излучателе и отверстии в бесконечном экране вместо эффективной зоны, то это отверстие нужно наделить отличной от единицы «прозрачностью», различной в различных местах.

Если верхняя и нижняя среды имеют соответственно плотности ρ и ρ_1 и скорости распространения звука c и c_1 , то коэффициент

отражения в зависимости от угла скольжения χ луча будет, как известно,

$$B(\chi) = \frac{m \sin \chi - \sqrt{n^2 - \cos^2 \chi}}{m \sin \chi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \chi}}, \quad (8)$$

где $m = \frac{\rho_1}{\rho}$, а $n = \frac{c}{c_1}$ — показатель преломления *).

Рассмотрим сначала случай коэффициента отражения, отличного от единицы, но не зависящего от угла, что реализуется, например, при $c = c_1$ ($n = 1$), где имеем:

$$B = \frac{m - 1}{m + 1} = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 + \rho}.$$

В этом случае все рассуждения проводятся так же, как и при абсолютно отражающей границе. Но только при прохождении отверстия, которым мы заменяем эффективную зону в дифракционной формулировке задачи, амплитуда луча умножается на постоянную величину B . В результате в точке P получаем сферическую волну с постоянным множителем B , т. е.

$$B \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (9)$$

которую опять можно представлять себе излучаемой мнимым излучателем Q_1 . Таким образом, представление о мнимом излучателе строго справедливо во всех случаях, когда коэффициент отражения не зависит от угла падения. Абсолютно отражающие границы сюда входят как частный случай ($B = 1$).

В случае произвольных границ замечаем, что представление о мнимом излучателе можно считать приближённо справедливым, если коэффициент отражения меняется с углом достаточно медленно, так, чтобы в пределах максимальных отклонений от угла χ_1 , соответствующих краям эффективной зоны [на рис. 2 они обозначены через $(\Delta\chi)_{\max}$], его можно было считать постоянным. Чтобы придать этому соображению количественный характер, разложим коэффициент отражения $B(\chi)$ в ряд по степеням отклонений угла χ от угла χ_1 , соответствующего лучу Q_1P (рис. 2). Ограничиваясь членами второго порядка, имеем:

$$B(\chi) = B(\chi_1 + \Delta\chi) = B(\chi_1) + B'(\chi_1)\Delta\chi + \frac{1}{2}B''(\chi_1)(\Delta\chi)^2. \quad (10)$$

*) Все наши результаты можно применять также к случаю отражения электромагнитных волн, если в качестве излучателя взять вертикальный диполь и положить $n = \frac{k_1}{k}$, $m = n^2$.

Поле в точке P формируется из волн, отражённых от различных участков границы раздела в пределах эффективной зоны*). Амплитуда этих волн получается умножением амплитуды падающей волны на коэффициент отражения, взятый в форме (10). При вычислении суммарного действия всех волн замечаем, что при учёте только первого, постоянного члена в (10), поле отражённой волны в точке P будет

$$B(\chi_1) \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (11)$$

так как это полностью соответствует рассмотренному выше случаю постоянного коэффициента отражения. Влияние второго члена в (10) на поле в точке P будет малым вследствие того, что в одной половине зоны $\Delta\chi$ положительно, а в другой — отрицательно. Поправку к полю, обусловленную третьим членом в (10), мы оценим только по порядку величины. Из сравнения третьего члена с первым видно, что она, как и (11), будет содержать

функцию $\frac{e^{ikR}}{R}$, но умноженную не на $B(\chi_1)$, а на множитель, равный по порядку величины $B''(\chi_1)(\Delta\chi)^2_{\max}$. Из проведённого нами выше анализа эффективной зоны можно получить, что

$$(\Delta\chi)_{\max} \sim \frac{1}{\sqrt{kR}}. \quad (12)$$

Таким образом, добавка к (11) будет

$$\frac{B''(\chi_1)}{kR} \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (13)$$

причём $kR = \frac{2\pi R}{\lambda}$ мы предполагаем всюду большой величиной. При $\lambda \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$) эта добавка стремится к нулю, и отражённая волна

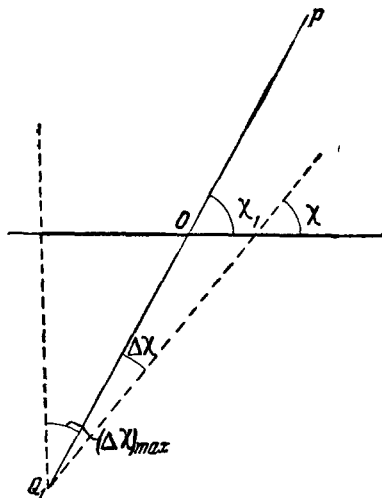


Рис. 2. χ — угол скольжения произвольного луча в пределах эффективной зоны, $\Delta\chi_{\max}$ — максимальное его отклонение от угла скольжения χ_1 в пределах эффективной зоны.

*) Точнее говоря, вычисление поля в точке P при помощи теоремы Грина мы сводим к вычислению интеграла по поверхности раздела, причём существенным будет только интеграл по эффективной зоне. При этом для подстановки под интеграл поле на границе раздела мы берём в предположении геометрической акустики, что аналогично известному предположению Кирхгофа в теории дифракции.

будет определяться одним выражением (11). Таким образом, последнее действительно даёт поле, получающееся в предположении справедливости геометрической акустики. Волну, даваемую этим членом, можно также считать исходящей из мнимого излучателя Q_1 , который теперь будет обладать определённой характеристикой направленности.

Точный расчёт^{2, 8} даёт для отражённой волны при произвольном расположении излучателя и приёмника

$$B(\chi_1) \frac{e^{ikR}}{R} - \frac{iN}{kR} \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (14)$$

где

$$N = \frac{1}{2} B''(\chi_1) \cos^2 \chi_1 - \sin \chi_1 B'(\chi_1). \quad (15)$$

Второй член в (14) по порядку величины совпадает с поправочным членом (13), что и оправдывает проведённые нами выше, в некоторых пунктах недостаточно строгие, рассуждения.

4. Критерии пренебрежимости поправками

Полное поле в верхней среде будет даваться суммой прямой волны $\frac{e^{ikR_0}}{R_0}$ и отражённой волны (14). Найдём условия, при которых поправкой к геометрической акустике [второй член в (14)] можно пренебречь. Обратимся сначала к случаю, когда источник или приёмник (для определённости будем считать, что первый) находится на границе раздела. Тогда $R_0 = R$, и условие малости поправочного члена по сравнению с суммой прямой и отражённой волн запишется:

$$kR |1 + B(\chi_1)| \gg |N|$$

или

$$kR \gg \left| \frac{N}{1 + B(\chi_1)} \right|. \quad (16)$$

Здесь, согласно (8),

$$1 + B(\chi_1) = \frac{2m \sin \chi_1}{m \sin \chi_1 + \sqrt{n^2 - \cos^2 \chi_1}}. \quad (17)$$

Подставив (17) в (16) и учтя, что $R \sin \chi_1 = z$, получаем:

$$kz \gg \frac{1}{2m} |N \cdot (m \sin \chi_1 + \sqrt{n^2 - \cos^2 \chi_1})|. \quad (18)$$

Оценка правой части этого неравенства может быть произведена с помощью (15) и (8). При $n > 1$ это даёт

$$kz \gg \left| \frac{\varpi}{(\varpi \sin \chi_1 + 1)^2} \right|, \quad (19)$$

где $\varpi = \frac{m}{n} = \frac{\rho_1 c_1}{\rho c}$ — удельный импеданс границы. Во многих случаях,

сохраняя правильный порядок величины, в правой части (19) можно пренебречь $w \sin \chi_1$ по сравнению с единицей. Тогда условие применимости геометрической акустики запишется в виде

$$2\pi \frac{z}{\lambda} \gg |w|. \quad (20)$$

Таким образом, возвышение приёмника над границей раздела должно быть достаточно большим по сравнению с длиной волны.

При больших удельных импедансах границы, таких, что

$$|w| \sin \chi_1 > 1, \quad (21)$$

единицей в правой части (19) можно пренебречь, в результате чего получаем:

$$2\pi \frac{z}{\lambda} \gg \frac{1}{|w| \sin^2 \chi_1}. \quad (22)$$

Последнее условие допускает предельный переход к абсолютно отражающим границам ($|w| \rightarrow \infty$). При этом правая часть в (22) обращается в нуль, вследствие чего условие будет выполняться при любых z .

Дадим несколько обобщений полученных результатов:

а) При $n < 1$ условия (20) — (22) остаются в силе, но только вместо импеданса w , который, как мы увидим ниже в этом случае вообще не имеет смысла, будет фигурировать $m = \frac{p_1}{p}$.

б) При поднятых излучателе и приёмнике вместо z в (20) — (22) нужно подставить суммарное возвышение излучателя и приёмника над границей раздела. При этом $\sin \chi_1 = \frac{z + z_0}{R}$.

в) При наличии вместо одной двух границ раздела, когда звуковая волна испытывает многократные отражения, условия (20) — (22) снова остаются в силе, но только вместо z в них нужно подставлять расстояние между границами (толщину слоя), а под χ_1 подразумевать наклоны лучей по отношению к границам раздела. То же самое будет относиться к помещению, где имеется уже не две границы, а больше, причём роль z будет играть наименьший размер помещения.

Заметим, что обобщения б) и в) в некоторых случаях сопровождаются уменьшением жёсткости написанных выше условий.

Из анализа условий (20) — (22) для помещения с учётом обобщения в) можно видеть, что, если минимальный размер помещения велик, а часто даже и сравним с длиной волны, пользование геометрической акустикой (картиной мнимых источников) допустимо. Так при $|w| = 3$ будем иметь $2h \gg \lambda$, где h — наименьший размер помещения. В этом случае можно ожидать, что при точности результатов в 10% поле можно рассчитывать с помощью геометрической акустики, если $h \geq 5\lambda$. При $|w| = 0,6$ эта же точность достигается уже при $h \geq \lambda$.

В. О ПРИМЕНИМОСТИ НОРМАЛЬНОГО ИМПЕДАНСА

В архитектурной акустике широко распространено пользование граничными условиями, записанными с помощью импеданса. При этом особенно важным является случай, когда последний не зависит от угла падения звуковой волны на границу; в этом случае он часто называется нормальным импедансом. Граничные условия тогда формулируются так: отношение нормальной составляющей скорости к звуковому давлению на границе равно постоянной величине, характерной для данной границы раздела. Ясно, что это условие может быть только приближённым, ибо в точной теории фигурируют не одно, а два граничных условия — непрерывность звукового давления при переходе через границу и то же для нормальной составляющей скорости.

Возникает вопрос о границах применимости понятия нормального импеданса.

Так как нас в значительной мере интересует только качественная ориентировка в поставленном здесь вопросе, то мы рассмотрим простейший случай, а именно отражение звуковой волны от плоской границы раздела двух сред. На больших расстояниях от излучателя волновой процесс можно считать плоским. Тогда для звукового потенциала в нижней среде ($z < 0$) будем иметь волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} + k_1^2 \varphi_1 = 0. \quad (23)$$

Такое же уравнение будем иметь и в верхней среде, но нам оно не понадобится. На границе раздела должны быть выполнены упомянутые выше граничные условия, которые через звуковой потенциал записываются в виде

$$z = 0, \quad \rho_1 \varphi_1 = \rho \varphi, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial z}, \quad (24)$$

где φ — потенциал в верхней среде.

Покажем, что эти два точных граничных условия в известных случаях переходят в одно приближённое *). Для этого предположим, что в нижней среде распространение происходит в основном вдоль оси z , вследствие чего производные по x малы, а именно

$$\left| \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} \right| \ll |k_1^2 \varphi_1|, \quad (25)$$

т. е. в направлении x функция φ_1 будет практически постоянной. Тогда первым членом в (23) можно пренебречь, причём оставшееся

*) Эти соображения по существу представляют собой перенесение в акустику соображений Гринберга⁵ относительно электромагнитных волн, для которых граничные условия, аналогичные нормальному импедансу, были предложены М. А. Леонтовичем⁶.

уравнение сразу решается и даёт:

$$\varphi_1 = A e^{ikz}. \quad (26)$$

Подставляя это решение в (24), исключая A и учитывая, что звуковое давление и нормальная составляющая скорости выражаются через звуковой потенциал при помощи соотношений $p = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}$, $v_z = - \frac{\partial \varphi}{\partial z}$, получаем одно граничное условие

$$p/v_z = W, \quad (27)$$

где $W = \frac{\rho_1 \omega}{k_1} = \rho_1 c_1$ и есть нормальный импеданс.

Нам остаётся только расшифровать условие (25). Плоская волна, падающая на границу, даётся выражением

$$\varphi = \varphi_0 e^{i\omega t + i(k_x x + k_z z)}, \quad (28)$$

а преломлённая

$$\varphi_1 = \varphi'_0 e^{-i\omega t + (k_{1x} x + k_{1z} z)}, \quad (29)$$

причём $k_{1x} = k_x$. Подстановка (29) в 25 даёт:

$$|k_x|^2 \ll |k_1|^2. \quad (30)$$

Знаки модуля здесь необходимы вследствие того, что k_x и k_1 могут быть комплексными. Если они вещественны, то

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta, \quad k_1 = \frac{\omega}{c_1},$$

и условие (30) запишется:

$$c_1^2 \sin^2 \vartheta \ll c^2, \quad (31)$$

где ϑ — угол падения. Заметим, что при выполнении последнего условия преломлённый луч пойдёт практически по нормали к поверхности.

Несколько усилив условие (30), запишем его в виде (учтя, что $k_x^2 + k_z^2 = k^2$)

$$|k|^2 \ll |k_1|^2. \quad (32)$$

В таком виде условие применимо при любом типе волн. При его выполнении понятием нормального импеданса можно пользоваться, скажем, при исследовании поля точечного излучателя, находящегося на границе раздела *).

*) Исключая случай, когда существенная часть энергии от излучателя переносится боковой волной^{2, 3}, распространяющейся в нижней среде.

Условие (32) может выполняться или за счёт большой мнимой части k_1 (большое поглощение на длине волны), или за счёт большой вещественной части. В последнем случае для применения нормального импеданса необходимо, чтобы скорость звука в нижней среде была значительно меньше скорости звука в верхней среде. Некоторые авторы пользовались понятием нормального импеданса при исследовании отражения звука от морского дна. Однако, так как скорости распространения звука в грунте и в воде одного порядка, причём, как правило, в грунте скорость больше, чем в воде, то нормальный импеданс при косых падениях волны на дно не может иметь смысла.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Бреховских, О границах применимости некоторых приближённых методов, употребляемых в акустике. Печатается в ДАН.
2. Л. Бреховских, Распространение звука и радиоволн в слоях. Диссертация. ФИАН.
3. Л. Бреховских, Известия АН СССР, серия физ., 10, 491 (1946).
4. М. Борн, Оптика. ОНТИ (1937).
5. G. Grunberg, Journ. of Phys. USSR, 6, 185 (1942).
6. М. А. Леонтович, Известия АН СССР, серия физ., 8, 16 (1944).

СПИСОК ОСНОВНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ПО АРХИТЕКТУРНОЙ АКУСТИКЕ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ *)

I. Книги

1. С. Лифшиц, Курс архитектурной акустики. ВТУ, М. (1927).
2. С. Лифшиц, Акустика зданий и их изоляция от шума и сотрясений. ГНТИ, М. (1931).
3. С. Лифшиц, Курс архитектурной акустики. М. (1937).
4. А. Рабинович и Г. Гольдберг, Радиофония. Связьиздат, М. (1935).
5. А. Рабинович и Ю. Сухаревский. Радиовещательные студии и микрофоны. М. (1939).
6. И. Дрейзен, Курс электроакустики, т. I. Связьрадиоиздат, М. (1939).
7. Труды Акустической Комиссии АН СССР (ТАК), 3. Звукопоглощающие материалы. М. (1939).
8. Акустические материалы и их применение. Сборник Центр. н.-и. ин-та промышленных сооружений. Стройиздат, М. (1940).

II. Вопросы оптимума реверберации

1. С. Лифшиц, Протяжность звука и музыкальный оптимум реверберации. ЖТФ, 4 (1934).

*) Составлен Л. Д. Розенбергом.

2. С. Лифшиц, Оптимальная частотная характеристика звукопоглощающего материала. ЖТФ, 6, 2127 (1936).
3. С. Лифшиц, Экспериментальные исследования над частотным оптимальным реверберации. ДАН, 15, 317 (1937).

III. Статистико-геометрическое рассмотрение вопросов акустики помещений

1. Г. Чигринский, Картина отражений и её применение в архитектурной акустике. ДАН, 23, 631 (1939).
2. Г. Чигринский, Картина отражений и реверберация незамкнутых пространств. ЖТФ, 9, 1484 (1939).
3. Г. Чигринский, Картина отражений и элементы акустики призматических многогранников. ЖТФ, 9, 2920 (1939).
4. Л. Розенберг, О характере звукового поля, получающегося при воспроизведении музыки распределённой системой излучателей. ЖТФ, 12, 211 (1942).
5. Л. Розенберг, Метод расчёта звуковых полей, образованных распределёнными системами излучателей. ЖТФ, 12, 102 (1942).
6. Л. Розенберг, Метод расчёта звуковых полей, образованных распределёнными системами излучателей, работающими в закрытых помещениях. ЖТФ, 12, 220 (1942).
7. Л. Розенберг, Неравномерность поля, создаваемого бесконечной цепочкой некогерентных излучателей. ЖТФ, 12, 573 (1942).
8. Л. Розенберг, О расположении звукопоглощающего материала в закрытом помещении. ДАН, 51, 599 (1946).
9. Л. Розенберг, О влиянии среднего коэффициента звукопоглощения на уровень силы звука. ЖТФ, 10, 1634 (1940).
10. И. Дрейзен, К вопросу о расчёте звукового давления в поле излучения ансамбля. ЖТФ, 4, 649 (1934).

IV. Акустические процессы в связанных помещениях

1. Л. Розенберг, Суммарная реверберация при записи и воспроизведении звука. ЖТФ, 2, 139 (1932).
2. М. Сапожков, Замечания к акустике помещений. ЖТФ, 2, 395 (1932).
3. М. Сапожков, К вопросу о связанных помещениях. ЖТФ, 4, 822 (1934).
4. Л. Розенберг, Некоторые соображения о суммарной реверберации. ЖТФ, 7, 2167 (1937).
5. М. Сапожков, К вопросу об определении оптимальной реверберации в связанных помещениях. ЖТФ, 4, 1588 (1934).

V. Волновая теория акустики помещений

1. И. Дрейзен, Распределение звукопоглощающего материала в радиостудии. ЖТФ, 6, 2131 (1936).
2. Дрейзен, ЖТФ, 7 (1937).
3. В. Цикунов, О колебаниях внутри ниши, открытая поверхность которой возбуждена заданным образом. ТАК, 3, 37 (1939).
4. А. Римский-Корсаков и К. Струве, Об отражении звуковых волн от поверхности, размеры которой сравнимы с длиной волны. ТАК, 2, 69 (1939).
5. М. Сапожков, Замечания к теории колебаний одномерного пространства. ЖТФ, 4, 1109 (1934).

VI. Теория звукопоглощения

1. Н. Андреев и Е. Лысенко, Звукопоглощение пористого материала при учёте пористости и воздушной прослойки. ТАК, 2, 7 (1939).
2. Н. Андреев и Е. Лысенко, О звукопоглощении перфорированных материалов. ТАК, 2, 17 (1939).
3. И. Пустовойтенко, Расчёт коэффициента звукопоглощения материала, пронизанного трубами с поглощающими стенками. ТАК, 2, 25 (1939).
4. М. Сапожков, Эффективность звукопоглощения ниш различной формы. ТАК, 2, 49 (1939).
5. Г. Малюжинец, Слоистые звукопоглощающие конструкции. Инф.-техн. бюлл. строительства Дворца Советов, № 5—6 (1941).

VII. Резонансное звукопоглощение

Обзор и исчерпывающую библиографию см. С. Н. Ржевкин, УФН, 30, 40 (1946).

VIII. Архитектурно-акустические измерения

1. Ю. Шнейдер, Измерения некоторых звукопоглощающих материалов реверберационным методом. ЖТФ, 6, 2147 (1936).
2. Л. Ипатов, Измерения коэффициентов поглощения на угловой установке. ЖТФ, 6, 2151 (1936).
3. М. Анциферов и Н. Михеева, Установка для реверберометрического определения коэффициентов поглощения звука. Труды НИКФИ, вып. 6, 164 (1937).
4. Н. Михеева, Измерение коэффициентов поглощения материалов, употребляемых для заглушения киноателье. Труды НИКФИ, вып. 6, 173 (1937).
5. Ю. Шнейдер, Борьба с шумами в вентиляционных каналах. ЖТФ, 8 (1938).
6. А. Белов и М. Файнштейн, Экспериментальное исследование заглушения звука в вентиляционных каналах. ЖТФ, 9, 1499 (1939).
7. Г. Гольдберг, Современные методы измерения реверберации. ТАК, 1, 43 (1939).
8. А. Харкевич, Акустические измерения в замкнутых помещениях, ТАК, 1, 65 (1939).
9. Г. Гольдберг, Измерения звукопоглощающих материалов. ТАК, 3, 33 (1939).
10. Г. Гольдберг, К вопросу о зависимости коэффициента звукопоглощения от размеров образца. ТАК, 3, 37 (1939).

IX. Различные вопросы

1. И. Верховская, Голосники и их роль в акустике помещений. Акустический сб. Моск. Гос. консерватории, вып. 1, стр. 46 (1936).
2. А. Рабинович, «Эффект расстояния» в радиостудиях. ЖТФ, 4 (1934).
3. И. Горон, Студии Национальной радиовещательной компании в Нью-Йорке. «Электросвязь», № 1 (1938).

4. А. Рабинович, Акустика Московского телевизионного центра. «Электросвязь», № 4 (1940).
 5. В. Гроссман, Дом звукозаписи в Москве. «Архитектура СССР», № 10 (1939).
 6. Л. Розенберг, Акустика Большого зала Дворца Советов. «Архитектура СССР», № 4 (1939).
 7. Л. Розенберг и Б. Тартаковский, Акустика во Дворце Советов. «Строительная промышленность» № 11—12 (1939).
 8. Г. Гольдберг и Б. Тартаковский, Проектирование звукопоглощения купола большого зала. Инф.-техн. бюлл. строительства Дворца Советов, № 5—6 (1941).
 9. А. Рабинович, О заметности эхо и его влиянии на разборчивость речи. ЖТФ, 10, 605 (1940).
-