1947 г. УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК Т. XXXII, вып. 3

ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ В ПОМЕЩЕНИЯХ

Ф. Морз и Р. Болт *)

СОДЕРЖАНИЕ

V. Установившийся звуковой режим в прямоугольных помещениях . . . 333
25. Граничные условия . . . 334
26. Характеристические числа . . . 335
27. Резонансные частоты и коэффициенты затухания . . . 336
28. Собственные функции . . . 343
29. Установившийся режим . . . 345
30. Явления при низких частотах . . . 347
31. Явления при высоких частотах . . . 351
32. Коэффициенты стенки . . . 353
33. Волны когерентные и некогерентные . . . 355
34. Среднее квадратичное давление . . . 357
35. Приближённая формула . . . 359
36. Измерения в установившемся режиме . . . 360

VI. Устанавливающиеся режимы в прямоугольных помещениях . . . 363
37. Операторное исчисление . . . 363
38. Импульсная волна . . . 365
39. Реверберация . . . 367
40. Детали кривой затухания . . . 369
41. Приближённая формула для кривой затухания . . . 371

V. УСТАНОВИВШИЙСЯ ЗВУКОВОЙ РЕЖИМ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ

В помещениях прямоугольной формы с гладкими стенками звук не является статистически диффузным, и для его изучения необходимо пользоваться волновой акустикой. Для этого волновые уравнения должны быть разделены, и требуется отыскать решения, удовлетворяющие граничным условиям. Таким образом, теоретический анализ ограничен формами помещений, соответствующими одиннадцати координатным системам, допускающим разделение волнового уравнения [E2]. К счастью, наиболее часто встречающаяся форма помещения — прямоугольный параллелепипед — является наиболее лёгкой для

*) Продолжение. См. У.Ф.Н., том XXXII, вып. 2, стр. 185. Rev. Mod. Phys. 16 № 2 April (1944).

вычислений. Но и для этого случая анализ достаточно сложен, так что общая физическая картина часто затемняется усложняющими деталями. Тем не менее, общая картина не может считаться полной без изучения этих деталей.

25. Граничные условия

Рассмотрим[M12] акустические свойства прямоугольного помещения с размерами L_x, L_x, L_y, предполагая что стенки *) его равномерно покрыты акустическим материалом. Сначала разберём установившийся режим, считая, что источник звука имеет частоту $\nu = \omega/2\pi$. Далее будут применены методы операционного исчисления, позволяющие описать устанавливающиеся процессы на основании результатов анализа установившихся режимов. Мы вскоре увидим, что форма решения для установившегося режима зависит от знака частоты в постоянно присутствующем экспоненциальном члене $e^{i\omega t}$. Как было ранее упомянуто (раздел 10), при анализе установившихся режимов мы выбираем отрицательный знак перед ω. При применении же операционного исчисления необходимы оба знака. Можно показать, что при перемене знака перед ω фундаментальные функции и характеристические числа заменяются сопряжёнными им комплексными величинами. Для простоты условимся рассматривать фундаментальные функции, характеристические числа и другие комплексные величины, как функции переменной ω, которая может принимать как положительные, так и отрицательные значения, в то время как вещественная и мнимая части этих комплексных чисел являются функциями только положительных значений ω. Например, комплексный импеданс стенки $Z(\omega)$ будет разный для положительных и отрицательных значений ω, в то время как $R(\omega)$ и $X(\omega)$ — активная и реактивная составляющие его — определены только для положительных значений ω. Поэтому $Z(\omega) = R + iX$, а $Z(-\omega) = R - iX$. Таким образом, инерционное сопротивление всегда положительно, сопротивление упругости — всегда отрицательно.

Возвращаясь к прямоугольному помещению, обозначим удельный акустический импеданс $Z/\rho c$ для стенки $x = 0$ через ζ_{x1}, для стенки $x = L_x$ через ζ_{x2} и т. д. Потенциал скоростей для стоячих волн в помещении будет иметь общий вид

$$\psi(\omega;\ x,\ y,\ z) = D(x) \cdot E(y) \cdot F(z)\, e^{i\omega t},$$

где

$$D(x) = \operatorname{ch}\left[(\pi i x/L_x)\, \chi_x(\omega) - \Phi_x\right] \tag{5.1}$$

и подобными же выражениями для E и F. Характеристическое число χ_x имеет вещественную часть, которую назовём волновым числом и обозначим через μ_x, и мнимую, которую назовём параметром

*) Пол и потолок комнаты обозначаются здесь также термином «стенка».

затухания и обозначим через $\varkappa_x$. В соответствии с вышеизложенным можно написать $\chi(\omega)=\mu+i\varkappa$, $\chi(-\omega)=\mu-i\varkappa$. Акустическое давление p и акустическая скорость $\mathbf{u}$ связаны с потенциалом скоростей соотношениями:

$$p=\rho(\partial\psi/\partial x),\quad \mathbf{u}=-\operatorname{grad}(\psi). \tag{5.2}$$

Граничными условиями, определяющими значения постоянных $\varkappa$, μ и Φ, являются требования, чтобы отношение давления к нормальной скорости у каждой поверхности равнялось акустическому импедансу этой поверхности. Так, для возбуждающей частоты $(\omega/2\pi)$ (ω положительно) при $x=0$:

$$i\omega\rho\psi=\rho c\zeta_{x1}(\partial\psi/\partial x) \text{ или } \operatorname{cth}(\Phi_x)=-(\zeta_{x1}/\eta_x)\chi_x.$$

Параметры $\eta_x=\omega L_x/\pi c=2L_x/\lambda$ и соответственные η_y и η_z назовём частотными параметрами. Они определяют размеры помещения в длинах полуволн. Введя граничные условия для $\chi=L_x$, получим характеристическое уравнение для χ_x:

$$\pi\chi_x+\operatorname{Arcth}[(\zeta_{x1}/\eta_x)\chi_x]+\operatorname{Arcth}[(\zeta_{x2}/\eta_x)\chi_x]=0 \tag{5.3}$$

и такие же два уравнения для χ_y и χ_z.

26. Характеристические числа

Простейшим случаем является тот, когда ни один из импедансов ζ не зависит от угла падения звукового луча. Тогда три характеристических уравнения разделяются, причём χ_x зависит только от (ζ_{x1}/η_x) и (ζ_{x2}/η_x) и не зависит от (ζ_{y2}/η_y) и других постоянных для остальных двух пар стенок. На основании уравнения (3.1) (и вспоминая, что здесь ω положительно) напишем выражение для удельного акустического адмиттанса стенок $\beta=1/\zeta=(\rho c/|Z|)e^{-i\varphi}$. Тогда характеристическое уравнение можно выразить в виде:

$$\pi i\chi+\operatorname{Arcth}(\chi/\beta_1\eta)+\operatorname{Arcth}(\chi/\beta_2\eta)=0. \tag{5.4}$$

Подписывая знаки x, y и z, мы получим систему из трёх характеристических уравнений.

Эта система трансцендентна, она имеет бесконечное множество корней. Когда β_1 и β_2 имеют положительные вещественные части, то имеется, по крайней мере, одно (и не больше, чем два) такое значение выражения $\chi=\mu+i\varkappa$, для которых μ заключено между нулём и единицей. Существует один корень между 1 и 2, один между 2 и 3 и т. д. Различные корни и соответствующие им фундаментальные функции могут быть, в случае надобности, различены друг от друга знаками n, где $n=0$ для значения χ с наименьшим значением μ, $n=1$ для следующего наименьшего значения μ, и т. д.

Во многих случаях числа $\beta_1\eta$ и $\beta_2\eta$ гораздо меньше единицы, так что возможно ограничиться первым членом разложения выражения

(5.4) в ряд:

$$\left.\begin{aligned} &\chi_0=(i\eta/\pi)^{\frac{1}{2}}(\beta_1+\beta_2)^{\frac{1}{2}}\left[1-\frac{i\pi}{6}\eta\frac{\beta_1^3+\beta_2^3}{(\beta_1+\beta_2)^2}+\ldots\right] \\ &\qquad (n=0;\ \beta_1\eta,\ \beta_2\eta<1); \\ &\chi_n=n+(i\eta/\pi n)(\beta_1+\beta_2)+(\eta^2/\pi^2n^3)(\beta_1+\beta_2)^2+\ldots \\ &\qquad (n>0;\ \beta_1\eta,\ \beta_2\eta<n). \end{aligned}\right\} \quad (5.5)$$

Эти формулы перестают соответствовать действительности, когда одна или обе стенки делаются податливыми.

Однако в реверберационных камерах, где производится исследование акустических материалов, последние помещаются на одной из стенок (или на полу). Поэтому важно получить также решение уравнения (5.4), которое соответствует одному из β (например β_1) малому, в то время как остальные β не малы. В этом случае χ можно разбить на два члена:

$$\chi\approx\chi_2+(i\beta_1\eta/\pi\chi_2)\left[1+\frac{i\beta_2\eta/\pi}{\chi_2^2-\beta_2^2\eta^2}\right]^{-1},\quad (\beta_1\eta<\chi_2). \quad (5.6)$$

Здесь χ_2 — один из корней трансцендентного уравнения

$$(1/\chi_2)\operatorname{cth}(-\pi i\chi_2)=1/\beta_2\eta=2Z_2L/\rho c\lambda, \quad (5.7)$$

где Z_2 означает импеданс податливой стенки. Значение χ для остальных четырёх жёстких стенок реверберационной камеры может быть определено из уравнений (5.5).

В литературе [H9, M13] можно найти графики, представляющие вещественную и мнимую части уравнения (5.7) в функции модуля и величины β_2. Эти графики соответствуют конформному преобразованию от $\ln(\beta_2\eta)$ к χ_2, определяемому уравнением (5.7). Это преобразование многозначно, оно обладает бесчисленным числом листов, соответственно бесконечно большому числу корней χ_2. Последнее видно из рис. 15, представляющего преобразование от $\ln(\beta\eta)$ к χ^2. Детально преобразования χ_2^2 в $\ln\left(\frac{1}{\beta_2\eta}\right)$ будут обсуждены позднее. Графики нескольких листов приведены на рисунках 16 — 19.

27. Резонансные частоты и коэффициенты затухания

Решение характеристических уравнений (5.4) даёт возможность вычислить значения характеристических чисел и определить фундаментальные функции нашей краевой задачи. Для положительных значений ω эти функции имеют вид:

$$\phi_N(\omega;\ x,\ y,\ z)=D(x)E(y)F(z).$$

Здесь обозначено

$$D_{nx}(x)=\operatorname{ch}[(\pi ix/L_x)\chi_{xn_x}+\operatorname{Arcth}(\chi_{xn_x}/\beta_{x1}\eta_x)]; \quad (5.8)$$

$\chi_{xn_x}(\omega)$ представляет n_x-й корень уравнения (5.4) для стенки x; буква N поставлена вместо тройки чисел n_x, n_y, n_z. Эти фундаментальные функции удовлетворяют дифференциальному уравнению:

$$\nabla^2 \psi_N(\omega) + (1/c^2)\,[\omega_N(\omega) + ik_N(\omega)]^2\,\psi_N(\omega) = 0,$$

соответствуя характеристическому значению:

$$[\xi_N(\omega)]^2 = [\omega_N + ik_N]^2 = (\pi c)^2\{[\chi_{xn_x}(\omega)/L_x]^2 + [\chi_{ny_y}(\omega)/L_y]^2 + [\chi_{zn_z}(\omega)/L_z]^2\}. \quad (5.9)$$

Величину ω_N мы назовём **резонансной частотой** стоячей волны ψ_N, а k_N — **постоянной затухания**.

В соответствии с нашими допущениями **резонансная частота** и **коэффициент затухания** определены только для положительных значений ω.

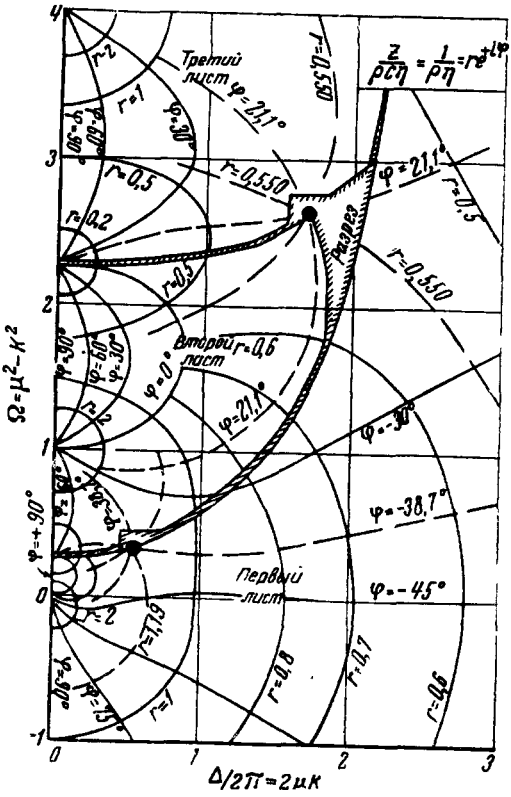


Рис. 15. Конформное преобразование параметра импеданса стенки $re^{i\varphi}$ к квадратам характеристических значений $\chi^2 = (\mu + i\varkappa)^2$. Точки разветвления показаны чёрными кружками, линии разреза — заштрихованными полосами.

В большинстве случаев, представляющих практический интерес, коэффициент затухания k_N гораздо меньше резонансной частоты ω_N. Поэтому справедливы следующие приближённые уравнения:

$$\left.\begin{aligned} \omega_N(\omega) &\approx \pi c\left[\frac{\mu_x^2 - \varkappa_x^2}{L_x^2} + \frac{\mu_y^2 - \varkappa_y^2}{L_y^2} + \frac{\mu_z^2 - \varkappa_z^2}{L_z^2}\right]^{\frac{1}{2}}, \\ k_N(\omega) &\approx (c/4)\left[\frac{4\pi\mu_x\varkappa_x}{\eta_x L_x} + \frac{4\pi\mu_y\varkappa_y}{\eta_y L_y} + \frac{4\pi\mu_z\varkappa_z}{\eta_z L_z}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (5.10)$$

Ниже будет показано, что ω и k экспериментально обычно определяются легче, чем волновые параметры μ и $\varkappa$. Поэтому для наших вычислений удобнее определять $\mu^2 - \varkappa^2$ и $2\mu\varkappa$, чем сами значения μ и $\varkappa$. Эти значения представляют вещественную и мнимую часть величины χ^2, поэтому наибольшую пользу может принести конформное преобразование, связывающее χ^2 и $\ln(1/\beta\eta)$, согласно уравнений (5.4) или (5.7).

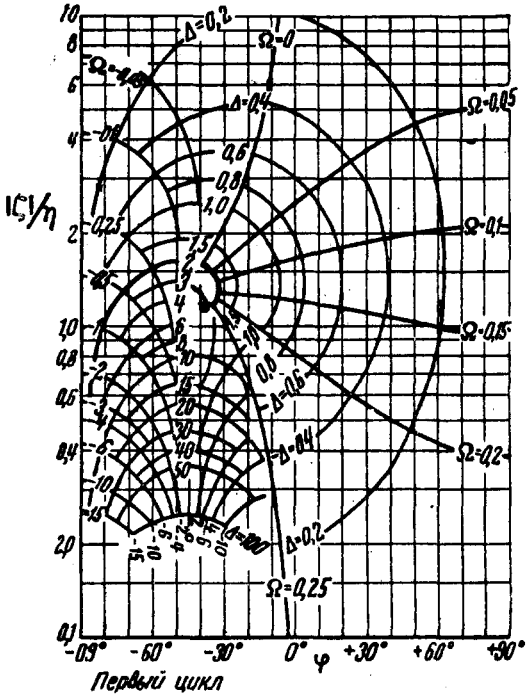


Рис. 16. Конформное преобразование $\chi^2 = \Omega + i\Delta/2\pi$ в $\ln \zeta/\eta$ для первого листа, изображённого на рис. 15. Точка разветвления имеет координаты $|\zeta/\eta| = 1{,}19$; $\varphi = -38°{,}7$.

Разложение (5.5) не даёт нам возможность вычислить ω_N и k_N, если все стенки жёсткие. Результат легче всего выразить через вещественную и мнимую части удельной проводимости β^2. Обозначим удельную акустическую активную проводимость через γ, удельную акустическую реактивную проводимость через σ, так что

$$\beta(\omega) = \gamma + i\sigma,$$

$$\beta(-\omega) = \gamma - i\sigma.$$

Из уравнений (5.5) получим:

$$\left.\begin{aligned} \mu_n^2 - \varkappa_n^2 &\approx \begin{cases} -(\eta/\pi)\ (\sigma_1 + \sigma_2); & n = 0; \\ n^2 - (2\eta/\pi\ (\sigma_1 + \sigma_2); & n > 0; \end{cases} \\ 4\pi\mu_n \varkappa_n/\eta &\approx \begin{cases} 2\ (\gamma_1 + \gamma_2); & n = 0; \\ 4\ (\gamma_1 + \gamma_2); & n > 0; \end{cases} \end{aligned}\right\} \quad (5.11)$$

$$\gamma = (\rho c/|Z|)\cos\varphi, \quad \sigma = -(\rho c/|Z|)\sin\varphi \quad \text{при } |\zeta| \gg \eta/(n+1).$$

Поэтому приближённое выражение для коэффициента затухания при весьма жёстких стенках таково:

$$k_N \approx (c/8V)\,[8e_{n_x}\,(\gamma_{x1} + \gamma_{x2})\,S_x - 8e_{n_y}\,(\gamma_{y1} + \gamma_{y2})\,S_y + \\ + 8e_{n_x}(\gamma_{z1} + \gamma_{z2})\,S_z]. \quad (5.12)$$

Здесь обозначено через V — объём помещения, S_x — площадь стенок с координатами $x=0$ и $x=L_x$ и т. д.; число e_n равно единице при $n>0$ и равно $1/2$ при $n=0$. Поскольку e_n зависит от вида стоячей волны, а не от стенок, мы назовём его коэффициентом типа волны.

В рассмотренном случае эффекты от каждой стенки аддитивны, и формула для коэффициента затухания приобретает сходство с формулой Сэбина (2.2) для эргодического звукового процесса. Это сходство всё же неполное, так как формула Сэбина предполагает, что все волны имеют одинаковый коэффициент k, тогда как уравнение (5.12) различает волны косые, тангенциальные и аксиальные благодаря множителю e_n. Аксиальные колебания, которым соответствуют значения e_n, равные $1/2$, гораздо медленнее затухают, чем косые, которым соответствуют все три e_n, равные единице.

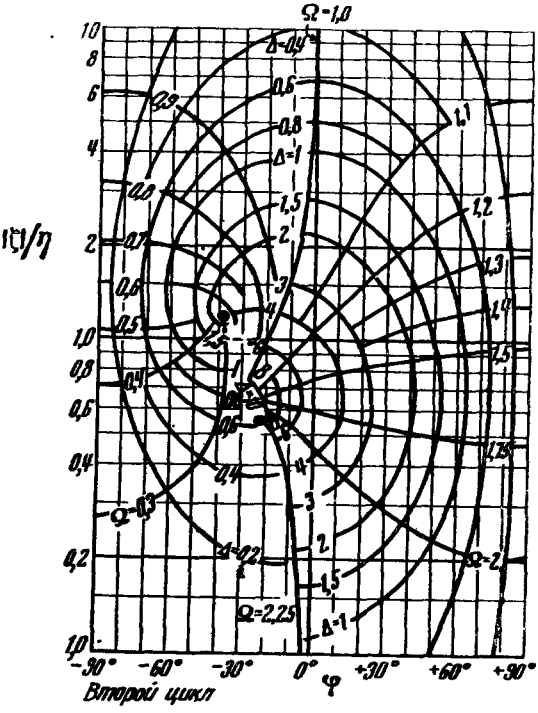


Рис. 17. Конформное преобразование χ^2 в $\ln(\zeta/\eta)$ для второго листа. Дополнительная точка разветвления имеет координаты $(|\zeta|/\eta)=0{,}5\,\varepsilon\,0$; $\varphi=21°{,}1$.

Для случая помещения, в котором одна стенка податливая, мы можем использовать уравнение (5.6). Сначала определим величины G и ϑ посредством уравнения

$$G_2 \exp(i\vartheta_2) = \left\{ 1 + \frac{i\,\beta_2\,\eta/\pi}{\chi_2^2 - \beta_2^2\,\eta^2} \right\}^{-1}, \qquad (5.13)$$

где χ_2 определяется уравнением (5.7). При малых значениях β_2 будет мало и χ_2, а G равно единице, если $n>0$, и равно $1/2$, если $n=0$. Другими словами, G приближённо выражается значением e_n в уравнении (5.12). Значения G и ϑ для больших значений β/n могут быть определены по диаграммам рис. 20 и 21, где изображены первые два листа преобразования от $\beta_2\eta$ к χ_2. Тогда слагаемые ве-

личин ω и k, обусловленные податливой и противоположной ей стенками, равны:

$$\left.\begin{aligned} \mu^2 - \chi^2 &= \Omega_2 + (2\rho c\eta\, G_2/\pi\,|Z_1|)\sin(\varphi_1 - \vartheta_2), \\ 4\pi\mu\chi/\eta &= \Delta_2/\eta + (4\rho c\, G_2/|Z_1|)\cos)(\varphi_1 - \vartheta_2), \\ \chi_2^2 &= \Omega_2 + (i\Delta_2/2\pi). \end{aligned}\right\} \qquad (5.14)$$

Значения Ω и Δ могут быть отсчитаны по диаграммам рис. 16 — 19 в зависимости от импеданса и фазового угла податливой стенки, а

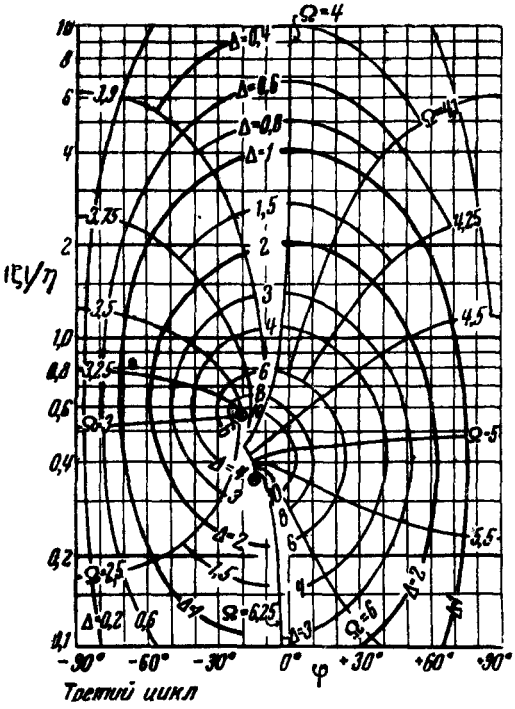


Рис. 18. Конформное преобразование χ^2 в $\ln(\zeta/\eta)$ для третьего листа. Дополнительная точка разветвления имеет координаты $(|\zeta|/\eta) = 335$, $\varphi = -15°{,}0$.

значения G и ϑ могут быть отсчитаны по диаграммам фиг. 20 и 21. Для следующих листов преобразования и для бо́льших значений $Z_1/\rho c\eta$, чем изображённые на диаграммах, можно с достаточной точностью положить $G = 1$, $\vartheta = 0$. Для первого листа предельным значением будет $G = 1/2$.

Величины Ω и $\Delta/2\pi$ представляют вещественную и мнимую части комплексного числа χ^2, связанного с $\beta\eta$ соотношением:

$$(1/\chi)\,\mathrm{cth}\,(-\pi i\chi) = 1/\beta\eta.$$

Поэтому, согласно уравнению (5.7), преобразование от вещественной и мнимой частей выражения $\ln(1/\beta\eta)$ к Ω или $(\Delta/2\pi)$ представляет конформное отображение; оно многозначное: заданному значению $\beta\eta$ соответствует бесконечное множество значений Ω и Δ. Каждый лист

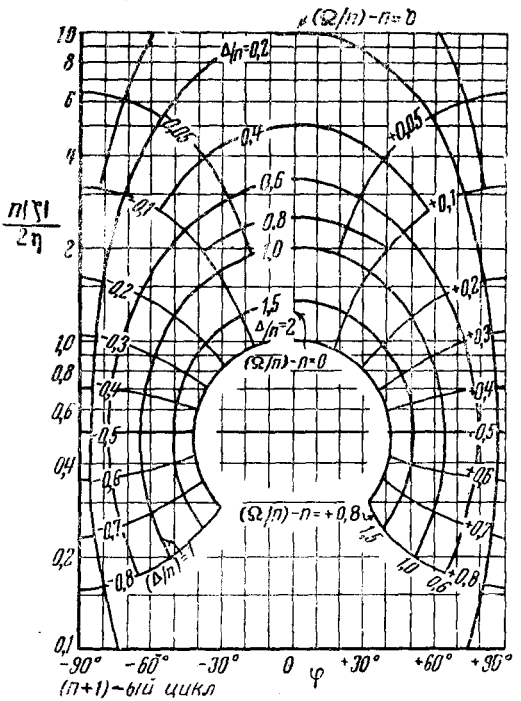


Рис. 19. Приближённое преобразование χ^2 в $\ln(\zeta/\eta)$ для $(n+1)$-го листа. Участки, прилегающие к точкам разветвления, не показаны, так как принятое приближение там неприменимо.

имеет свою точку разветвления и линии разреза, связывающие этот лист с соседними вышележащим и нижележащим. На диаграммах рис. 16 — 19 точки разветвления показаны жирными точками, а линии разреза обозначены белыми промежутками. Рис. 15 представляет обратное преобразование, причём линии разреза отмечены двойными штрихованными полосками. Другое представление этих преобразований было дано ранее [Н9, М13].

Уравнения (5.14) показывают, что поглощение стенки, противолежащей податливой стенке, является не аддитивным. Слагаемая ве-

личин ω и k, обусловленная этой стенкой (стенкой номер 1 в уравнениях 5.14), имеет множитель G_2 и фазовый угол ϑ_2, зависящий от импеданса податливой стенки. Это обусловлено тем, что наличие податливой стенки существенно искажает форму стоячей волны в помещении. В некоторых случаях ($n=0$, или положительное φ_2 при $n>0$) давление у податливой стенки имеет бо́льшую амплитуду,

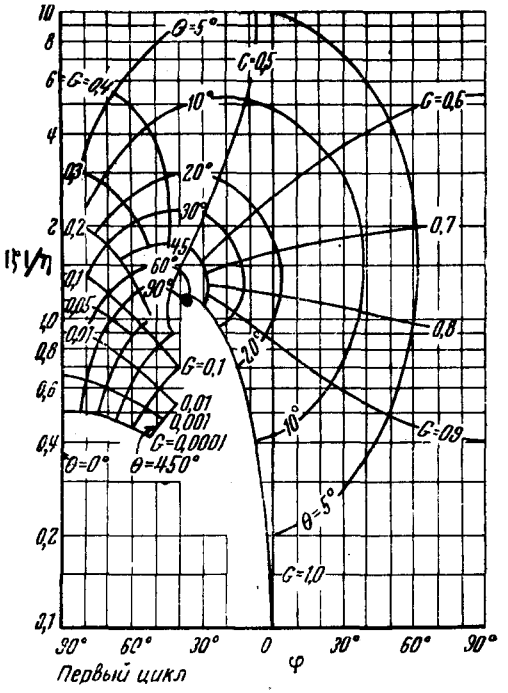


Рис. 20. Конформное преобразование нормирующей функции $Ge^{i\vartheta}$ в функцию импеданса стенки $\ln(\zeta/\eta)$ для первого листа.

чем у противолежащей жёсткой. Таким образом, относительное значение жёсткой стенки снижается. В других случаях (при $n>0$ и при отрицательных значениях φ для податливой стенки) амплитуда давления у податливой стенки снижается по сравнению с амплитудой давления у жёсткой стенки, так что G_2 делается больше единицы. В самом крайнем случае — когда $n=0$, $|\zeta_2|/\eta$ меньше единицы и φ_2 отрицательно — G_2 делается весьма малым, так что жёсткая стенка практически не поглощает звук. В этих случаях амплитуда давления убывает по экспоненциальному закону по мере удаления от податливой стенки, амплитуда у жёсткой стенки практически ничтожна, так что энергия, могущая быть поглощённой стенкой номер 1, совершенно незначительна.

28. Собственные функции

Приведённые соображения охватывают свойства характеристических чисел, определяемых уравнением (5.9). Мы должны теперь закончить рассмотрение собственных функций ψ_N. Эти функции ортогональны, т. е. интеграл от произведения $\psi_N(\omega)\psi_{N'}(\omega)$, взятый по всему объёму помещения, равен нулю, если только тройка

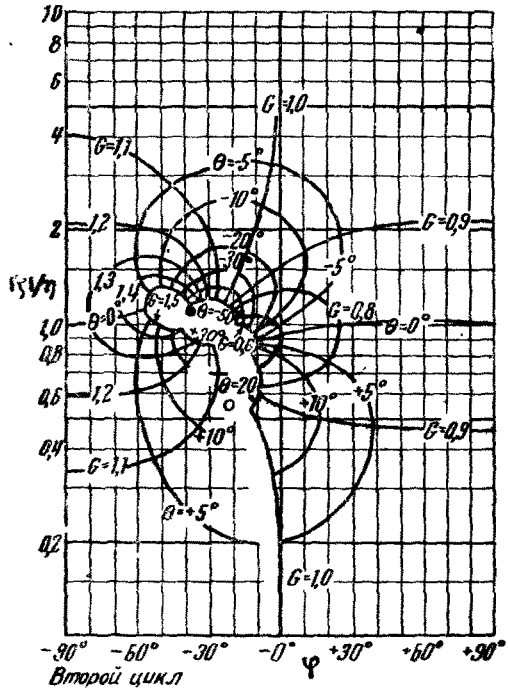


Рис. 21. Конформное преобразование от $Ge^{i\vartheta}$ к $\ln(\zeta/\eta)$ для второго листа.

чисел N не совпадает с тройкой N'. Отметим, что мы умножаем ψ_N на $\psi_{N'}$, а не на функцию, комплексно сопряжённую с $\psi_{N'}$, так как последняя соответствовала бы собственной функции от $-\omega$. Нормирующие множители определятся так:

$$\left.\begin{aligned} &\Lambda_N(\omega) = \int\int\int \psi_N^2(\omega)\, dV = \Lambda_{n_x} \Lambda_{n_y} \Lambda_{n_z} \\ \text{и} \quad &\Lambda_n(\omega) = \frac{L}{2}\left\{1 + \frac{i\beta_1\eta/\pi}{\chi_n(\omega) - \beta_1^2\eta^2} + \frac{i\beta_2\eta/\pi}{\chi_n^2(\omega) - \beta_2^2\eta^2}\right\}, \end{aligned}\right\} \quad (5.15)$$

причём во втором уравнении должны быть подписаны значки x, y и z для того, чтобы образовать три сомножителя для Λ_N. Если обе противолежащие стенки твёрдые, то из разложения в ряд получается:

$$\Lambda_n \approx \left\{ \begin{array}{l} L\,[1 - (\pi i\eta/3)\,(\beta_1^3 + \beta_2^3)\,(\beta_1 + \beta_2)^{-2}], \\ \qquad n = 0;\ \beta_1\,\eta,\ \beta_2\,\eta < 1; \\ L/2\,[1 + (i\eta/\pi n^2)\,(\beta_1 + \beta_2)],\ n > 0;\ \beta_1\eta,\ \beta_2\eta < n. \end{array} \right\} \tag{5.16}$$

Если все стенки жёсткие, то нормирующий множитель имеет более обычное значение:

$$\Lambda_N \longrightarrow (V\varepsilon_N),$$

$$\varepsilon_N = \frac{\frac{1}{8}}{e_{n_x}\,e_{n_y}\,e_{n_z}} = \left\{ \begin{array}{l} 1,\ n_x = n_y = n_z = 0, \\ \frac{1}{2},\ \text{только два } n \text{ равны нулю}, \\ \frac{1}{4},\ \text{только одно } n \text{ равно нулю}, \\ \frac{1}{8},\ \text{ни одно } n \text{ не равно нулю}. \end{array} \right\} \tag{5.17}$$

Здесь $V = L_x L_y L_z$ — объём помещения.

В том случае, когда одна из стенок (например, стенка номер 2) параллельной пары податлива, а противоположная—жёсткая, мы можем при определении соответствующего сомножителя в (5.15) воспользоваться уравнениями (5.13) и (5.14):

$$\Lambda_n \approx (L/2)\,[(1/G_2)\exp(-i\,\vartheta_2) + (i\,\beta_1\,\eta/\pi\chi_2^2)].$$

Точно так же для самих собственных функций, x-ый сомножитель в выражении для ϕ_N принимает более простой вид по сравнению с уравнением (5.8) в том случае, если стенка с координатой $x = 0$ жёсткая ($\beta_{x1}\eta_x$ мало):

$$D_{nx} \approx \operatorname{ch}\,[(\pi i x/L_x)\,\chi_x + (\eta_x\,\beta_{x1}/\chi_x)]. \tag{5.18}$$

Если и противоположная стенка также жёсткая, то справедливы следующие приближённые формулы:

$$D_{x_n} \approx \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ch}\left\{\left[\frac{\pi\,\eta_x}{i\,(\beta_{x_1} + \beta_{x_2})}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{L_x}\left[\beta_{x1}\,(x - L_x) + \beta_{x2}\,x\right]\right\} \\ \qquad (n_x = 0), \\ \operatorname{ch}\,\{(\pi i n x/L_x) - (\eta_x\,/\,n\,L_x)\,[\beta_{x1}\,(x - L_x) + \beta_{x_2}\,x]\} \\ \qquad (n_x > 0). \end{array} \right. \tag{5.19}$$

Этим завершается разбор стоячих волн в прямоугольном помещении с равномерным покрытием стенок таким материалом, импеданс которого не зависит от угла падения φ_i. Точное решение для случая, когда импеданс зависит от φ_i, выходит за рамки настоящего обзора. Когда все стенки твёрдые, то угол падения звукового луча, например на x-ю стенку, приблизительно равен:

$$\arccos \{(n_x/L_x)\,[(n_x/L_x)^2+(n_y/L_y)^2+(n_z/L_z)^2]^{-\frac{1}{2}}\}.$$

Для этого приближённого значения угла может быть определено значение импеданса стенок x, а также значения μ_x, $\varkappa_x$, и т. д. Если точность этого результата недостаточна, можно получить более точное значение угла падения, подставляя полученные значения μ_x, $\varkappa_x$ в уравнение

$$\cos\varphi_i \approx (\pi c/\omega_N L_x)\,(\mu_x^2-\varkappa_x^2)^{\frac{1}{2}}$$

и перевычисляя после этого значения импеданса и соответствующих ему резонансной частоты и коэффициента затухания.

29. Установившийся режим

Применим полученные результаты к изучению установившегося режима в прямоугольных помещениях. Зададимся каким-нибудь распределением источников звука, т. е. допустим, что из одного кубического сантиметра около точки x, y, z в момент t вытекает объём воздуха $q(x,y,z,t)$ *см*^{3} в секунду. В этом разделе мы будем рассматривать только точечные источники, хотя можно исследовать поле источников любой формы путём суперпозиции точечных источников различной силы*). Уравнение для потенциала скоростей при наличии заданного распределения источников таково:

$$\nabla^2\Psi-(1/c^2)\,(\partial^2\Psi/\partial t^2)=-q\,(x,y,z,t).$$

Если источник простой гармонический

$$q=Q\,(x,y,z)\,e^{-i\omega t}\quad,$$

то можно разложить Ψ и Q в ряды по собственным функциям, рассмотренным выше. Эти ряды должны удовлетворять граничным условиям для частоты $(-\omega/2\pi)$. Подставив ряд в уравнение для Ψ и воспользовавшись соотношением, связывающим фундаментальные

*) И фазы. (*Прим. ред.*)

функции $\Psi_N(-\omega)$ с характеристическими значениями $\omega_N - ik_N$, мы получим следующие ряды:

$$\left.\begin{aligned} \Psi &= -c^2 \sum_N \frac{B_N \Psi_N(-\omega;\, x, y, z)}{\omega^2 - (\omega_N - ik_N)^2}\, e^{-i\omega t}, \\ B_N &= \frac{1}{\Lambda_N(-\omega)} \int\int\int Q\, \Psi_N(-\omega)\, dv. \end{aligned}\right\} \qquad (5.20)$$

Давление в точке (x, y, z) в установившемся режиме выразится: $-i\rho\omega\Psi$.

Если репродуктор рассматривать как простой точечный источник силою Q_0 в точке (x_0, y_0, z_0), тогда

$$B_N = Q_0 \Psi_N(-\omega;\, x_0, y_0, z_0) / \Lambda_N(-\omega). \qquad (5.21)$$

Это означает, что относительное значение N-й волны в ряде колебаний, возбуждённых точечным источником, пропорционально амплитуде волны в месте расположения источника. Для того чтобы устранить какое-либо собственное колебание при установившемся режиме, следует поместить источник звука в том месте, где амплитуда нежелательной волны равна нулю *).

Более важное значение, однако, имеет резонансный знаменатель в каждом члене ряда. Он мал тогда, когда возбуждающая частота близка к резонансной частоте $(\omega_N/2\pi)$. Тогда соответствующий член делается большим. Резонансные пики для каждой стоячей волны достаточно узки. Полуширина резонансной кривой (т. е. величина, на которую должна отличаться частота возбуждения от ревонансной частоты, чтобы среднее квадратичное значение давления уменьшилось до половины своего резонансного значения) равна $k_N/2\pi$. Для низких частот, т. е. при длине волны, не малой по сравнению с размерами помещения, расстояние между соседними резонансными частотами в среднем больше, чем эта полуширина. Сила звука при этих частотах сильно изменяется с частотой. Она мала, когда возбуждающая частота не равна ни одной из резонансных частот, и весьма велика при резонансе. В этом случае мы имеем возможность изучать раздельно каждую стоячую волну, возбуждая колебания соответствующей резонансной частоты.

Предельная частота, ниже которой отдельные стоячие волны могут быть возбуждены независимо от других, определяется из уравнения (3.4), которое даёт среднее значение числа резонансных частот, меньших чем ν. Продифференцировав уравнение (3.4) и положив $dn = 1$, можно найти соответствующее значение $d\nu$. Оно определит

*) Если только такое место существует. Нужно было сказать так: «чтобы всемерно ослабить какое-либо колебание..., где амплитуда минимальна».

(*Прим. ред.*)

средний частотный интервал в промежутке между резонансами. Сохранив в разложениях только первый член, мы увидим, что среднее значение этого числа равно $c^3/4\pi V\nu^2$. Для того, чтобы можно было разделить отдельные резонансные пики, это число должно быть больше, чем $k_N/2\pi$. Таким образом, отдельные стоячие волны могут быть возбуждены в помещении при таких частотах ν, которые удовлетворяют неравенству

$$\nu < (c^3/2Vk_N)^{1/2}. \tag{5.22}$$

Здесь V означает объём помещения, а k_N определяется уравнением (5.10).

30. Явления при низких частотах

До сих пор мы ставили себе задачу вычислить акустические свойства помещения, если заданы импедансы стенок. Но существует и обратная задача не меньшей важности: найти импеданс материала, покрывающего одну стенку помещения, путём измерения акустических свойств этого помещения. Только что изложенные соображения дают два различных метода разрешения этой задачи.

Оба метода требуют маленьких камер для того, чтобы резонансные частоты были в нужном диапазоне удалены друг от друга, и соответствующие им стоячие волны можно было бы возбудить раздельно. Камеры с наибольшим размером 3 фута (0,9 *м*) и остальными размерами в отношениях 1,5:2,5:3,5 оказались наиболее пригодными для таких измерений [B5, B9, H7]. Источником звука может служить трубка, проведённая сквозь канал в одной из стенок и действующая как точечный источник. Для этого случая коэффициенты B_N в уравнении (5.20) определяются уравнением (5.21). При надлежащем расположении конца трубки на поверхности стенки иногда возможно раздельно определить интенсивность даже таких стоячих волн, резонансные пики которых частично перекрываются. Камера должна быть построена из очень тяжёлого жёсткого непроницаемого материала так, чтобы значение k_N, обусловленное всеми не покрытыми поглотителем стенками, было пренебрежимо мало.

Первый из упомянутых методов предполагает измерение давления в камере в зависимости от частоты [B5, H7]. Измеряя давление вблизи от резонансных частот, можно вычислить значения ω и k_N. Сравнивая значения этих величин для камеры с акустически необработанными стенками и для камеры с исследуемым материалом на одной стенке, можно из уравнения (5.14) определить значения Ω и Δ, соответствующие поглощающей стенке. Пользуясь графиками рис. 16 — 19, можно определить удельный импеданс поглощающего материала при различных резонансных частотах.

На практике представляется гораздо более трудным определить Ω, чем Δ. В первом случае требуется определить изменение частоты

резонанса, вызванное внесением исследуемого материала *), в то время как для определения Δ нужно только сравнение полуширины резонансных кривых в отсутствии и в присутствии исследуемого материала. Если определено только значение Δ, а значение Ω неизвестно, то величину ζ определить нельзя. Однако если известны значения Δ для двух или нескольких различных стоячих волн, близких по часто-

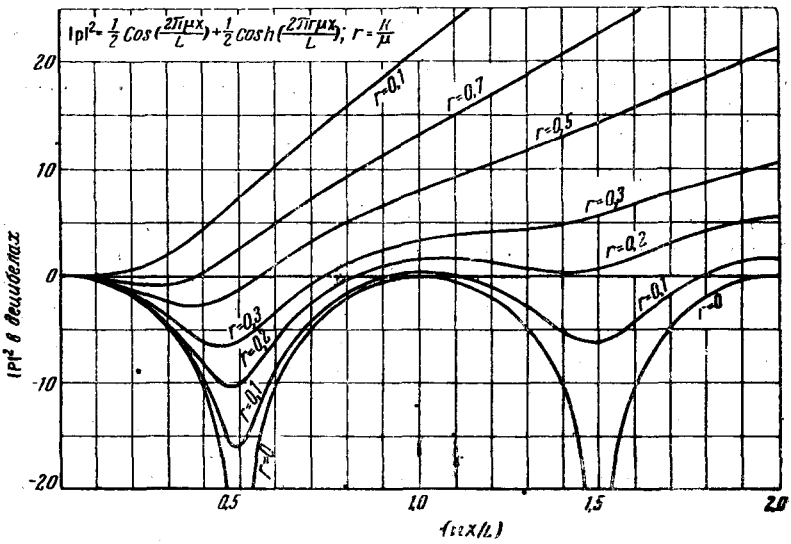


Рис. 22. Среднее квадратичное давление в децибелах в зависимости от одной координаты.

те, но имеющих различные значения n_x, то иногда возможно определить и значения ζ. В частности, если известны значения Δ для скользящего звукового луча ($n_x=0$) и для луча с почти нормальным падением ($n_n \gg 1$), то можно путём сравнения рис. 16 и 17 найти, какое значение ζ даст эта пара значений Δ. Впрочем, этот метод не всегда даёт однозначный результат [B5, H7], и небольшие погрешности в измерениях k_N могут привести к очень большим ошибкам в определяемых значениях ζ. В общем, метод изменения частот более удобен тогда, когда могут быть измерены обе величины Ω и Δ.

Второй метод основан на измерении давления в функции от пространственных координат. Для измерения амплитуды давлений применяют подвижной микрофон, располагаемый на разных расстояниях от поглощающей стенки. Если исследуемый поглощающий

*) Смещения резонансной частоты были экспериментально обнаружены [B8, K5], но количественной связи с импедансом стенки установить не удалось. (*Прим. ред.*)

материал расположен на стенке $x = L_x$, а стенка $x = 0$ абсолютно твёрдая, то зависимость среднего квадратичного значения давления от x определяется множителем

$$(p^2)_{\text{ср}} = \frac{1}{2}\operatorname{ch}(2\pi k_x x/L_x) + \frac{1}{2}\cos(2\pi\mu_x x/L_x). \qquad (5.23)$$

Семейство кривых, изображающих умноженный на десять логарифм этого фактора (p^2 в децибелах) в функции $\mu x/L$ для различных значений параметра $\varkappa/\mu$ представлено на рис. 22. Путём сопоставления шкалы по оси абсцисс экспериментальных кривых со шкалой по оси абсцисс этого рисунка можно определить μ_x, после чего сравнение формы экспериментальной кривой с формой одной из теоретических кривых позволяет определить $\varkappa_x$. Когда определены эти два параметра, можно вычислить значения $\Omega_x^2 = \mu_x^2 - \varkappa_x^2$ и $\Delta x = 4\pi\mu_x\varkappa_x$. Далее по графикам рис. 16—19 можно найти значения удельного импеданса ζ_{x2}. Если стенка $x=0$ не совершенно жёсткая, то нулевая точка в уравнении (5.23) будет смещена, по сравнению с её положением при абсолютно твёрдой стенке, на величину, определяемую из уравнения (5.18). Точно так же, согласно уравнения (5.14), чтобы найти Ω_x и Δ_x для дальнейшего вычисления ζ_{x2}, нужно вычесть из $\mu_x^2 - \varkappa_x^2$ и $4\pi\mu_x\varkappa_x$ поправочный член. Величину этой поправки можно определить путём измерения распределения давления в помещении до установки на одной из его стенок поглощающего материала.

Опубликованные данные по применению этих методов пока немногочисленны, но они уже позволили решить некоторые вопросы и показали, что такой приближённый способ может дать сведения, которые иным способом трудно было бы получить. В частности, изучение отдельных собственных колебаний в прямоугольных помещениях может дать значения импеданса в зависимости от угла падения и от условий закрепления образцов. Для полноценности результата измерений необходимо, чтобы образцы имели достаточно большие размеры.

Хунт [H7], используя первый из приведённых методов, измерял резонансные пики и определял поглощающие свойства акустических материалов для различных видов звуковых колебаний, однако эта работа была проделана до того, как Беранек [B3] и другие показали своими измерениями важное значение мнимой части импеданса. Поэтому в ней не учитывалась реактивная составляющая: определялось только Δ, а величина Ω игнорировалась. Автор применял подвижные плиты толщиной 5 *см*, из которых составлялись модели помещений разных размеров. При этом резонансные пики менялись в пределах от 250 до 1500 герц. Источник звука имел большой импеданс для уменьшения обратного влияния на него стоячей волны, так как, согласно уравнению (5.20), импеданс, характеризующий это обратное влияние, испытывает вблизи резонансной частоты значительные изменения. Измерялась ширина резонансного пика между точками, в которых p^2 равно половине максимального резонансного значения. Эта ширина

(в герцах) равна удвоенному значению коэффициента затухания k_N в уравнении (5.12).

Измеряя данную стоячую волну в присутствии и в отсутствии поглощающего материала, можно было определить величину γ для материала, если все остальные значения γ в уравнении (5.12) равны друг другу и имеют значение, соответствующее жёстким стенкам. В то время волновая акустика помещений не была достаточно разработана, поэтому результаты измерений были интерпретированы методом плоских свободных волн, изложенным ниже в главе VIII. Хунт вычислял $\alpha(\vartheta)$ из уравнения, подобного уравнению (8.5) (в предположении, что акустический импеданс не зависит от угла падения звукового луча), путём сопоставления измерений импеданса в одной и той же точке. При этом было обнаружено, что значения $\alpha(\vartheta)$, измеренные этим методом для различных углов падения, вообще говоря, хорошо воспроизводят эту зависимость, за тем исключением, что для скользящего направления звукового луча поглощение не обращается в нуль, как это предсказывается теорией свободных волн. С точки зрения анализа, приводимого в настоящей главе, это понятно. В замкнутом помещении колебания, «скользящие» вдоль стенки (когда одно или два из n равны нулю), в известной мере поглощаются этой стенкой.

Бэтт[B5] применял вариант первого из указанных выше методов. Он определял Δ для двух или нескольких колебаний, имеющих почти одинаковые частоты, но разные углы падения. Как уже указывалось, этот способ не всегда даёт однозначный ответ. Однако Бэтт показал, что если определить ряд значений Δ, посредством таких пар колебаний построить зависимость этих значений от частоты и сгладить полученную кривую, то истинная кривая импеданса может быть получена достаточно точно. Найденные этим путём значения точно соответствуют значениям, полученным методом гиперболического тангенса (глава IV). Вместо того, чтобы измерять ширину пиков, он пользовался двумя другими методами для определения Δ: а) измерением показателя затухания и б) измерениями давления для отдельных собственных колебаний. Первый метод оказался очень точным. Он давал значения k_N с погрешностью, не превышающей нескольких процентов. Измерения пиков давления были гораздо менее точными: были обнаружены необъяснимые отклонения, обусловленные, возможно, изменениями условий закрепления образцов.

Второй из указанных методов — измерение распределения давления в пространстве — также уже получил применение. Камера с массивными стенками, подобная камере Бэтта, имевшая размеры около $0{,}6 \times 0{,}9 \times 1{,}2$ *м*, была оборудована миниатюрным микрофоном, могущим перемещаться во всех направлениях; управление этим перемещением осуществлялось снаружи камеры. Были получены кривые давления как при голых стенках, так и при стенках, различным образом покрытых поглощающими материалами. Эти кривые непосредст-

венно и легко сопоставляются с кривыми рис. 22. Было исследовано изменение импеданса с углом падения луча для пористых войлочных поглотителей. Импеданс материалов этого типа был изучен сначала при нормальном падении[B9]. Теоретически этот вопрос разобран выше в разделе 21. Была отчётливо продемонстрирована разница, выражаемая уравнениями (4.13) и (4.14), т. е. зависимость импеданса от угла падения в том случае, когда звуковые колебания могут распространяться в пространстве позади поглотителя параллельно его поверхности, и независимость импеданса от угла, когда это пространство расчленено решётчатым каркасом. Этот метод будет полезным орудием при изучении новых звукопоглощающих устройств.

31. Явления при высоких частотах

Отдельные стоячие волны могут быть исследованы независимо друг от друга в маленьких камерах при обычных частотах и в больших помещениях при очень низких частотах. В помещениях обычного размера в «нормальном» диапазоне (от 200 до 5000 герц) резонансные частоты так тесно примыкают друг к другу, что один источник может вызвать несколько стоячих волн с почти одинаковыми амплитудами. Поэтому эти колебания не могут быть изучены раздельно. В этом случае весьма трудно определить значение импеданса стенок по измерениям поля в установившемся режиме, хотя и возможно предсказать акустическое поведение помещения, если заданы импедансы стенок.

Если даже одновременно возбуждено только несколько стоячих волн, то невозможно сделать общие заключения об акустическом давлении в помещении. Распределение звукового давления можно определить только детальным расчётом по уравнению (5.20). Акустическое давление в этом диапазоне довольно сложно зависит от частоты, и распределение давления в пространстве очень далеко от равномерного. Однако когда собственные частоты настолько тесно примыкают друг к другу, что в полуширине резонансной кривой располагается сто или более различных частот стоячих волн, то можно пользоваться для расчёта статистическими методами. Путём рассуждений, подобных тем, которые использованы при выводе уравнения (5.22), можно убедиться, что статистический метод может быть применён в диапазоне частот, определяемом неравенством:

$$\nu > (50c^3/Vk_N)^{\frac{1}{2}}. \qquad (5.24)$$

В этом случае количество стоячих волн достаточно для того, чтобы в выражении (5.20) суммирование заменить интегралом. Однако, прежде чем применить анализ, приведённый в главе III, для осуществления этого преобразования, мы должны ввести некоторые приближения, а также подразделить наши стоячие волны на косые, тангенциальные и аксиальные, как это изложено в названной главе.

Прежде всего при этих более высоких частотах волновые числа μ обычно гораздо больше параметра затухания $\varkappa$, так что в качестве нормирующего множителя можно воспользоваться выражением (5.17). Это даёт хорошее приближение для косых колебаний, которые составляют большинство; оно несправедливо для тангенциальных и аксиальных колебаний, если одна или несколько стенок податливы. Далее заметим, что, хотя введение поглощения изменило резонансные частоты по сравнению с теми простыми выражениями для них, которые даны в главе III, однако средняя плотность резонансных частот в этом диапазоне такая же, какая даётся уравнением (3.5). Поэтому в первом приближении среднее число колебаний трёх разных типов, имеющих резонансные частоты между ω и $\omega + d\omega$, таково:

$$\left.\begin{aligned} dn_p &\approx (V\omega^2/2\pi^2c^3)\,d\omega \text{ для косых колебаний;} \\ dn_t &\approx (L_yL_z\,\omega/2\pi c^2)\,d\omega \text{ для } yz\text{-тангенциальных;} \\ dn_a &\approx (L_x/\pi c)\,d\omega \text{ для } x\text{-аксиальных.} \end{aligned}\right\} \quad (5.25)$$

Мы можем рассматривать ω_N в уравнении (5.20) как величину вектора в пространстве частот. Суммирование производится по всему первому октанту этого пространства, причём «плотность» векторов определяется уравнениями (5.25). Это суммирование можно заменить интегрированием по всем направлениям и по всем длинам вектора в пределах первого октанта. Предварительно нужно ещё знать зависимость коэффициента затухания k_N от вектора частоты.

В силу уравнения (5.12) коэффициенты затухания для помещения с достаточно твёрдыми стенками зависят от величины вектора ω_N, но они не зависят от его направления (от относительных величин n_x, n_y и n_z), если только дело идёт о косом колебании, т. е. если этот вектор не параллелен ни грани, ни ребру помещения. Все тангенциальные xy-колебания, векторы которых параллельны *) плоскости xy, имеют одинаковое значение коэффициента затухания, отличающееся от такового для косых колебаний. Даже в том случае, когда одна или несколько стенок помещения податливы, большинство косых колебаний имеют почти равные коэффициенты затухания. В частности, когда стенка $x = L_x$ умеренно податлива, уравнения (5.14) и рис. 16—19 показывают, что значения Δ_2 для $n_x = 0$ или $n_x = 1$ заметно отличаются от остальных корней, но когда значение n_x увеличивается, то допустимые значения Δ_2 быстро приближаются к предельному значению, определяемому уравнением (5.11). В большинстве практически интересных случаев только два первых корня заметно отличаются от предельного значения. Таким образом, даже в этом

*) В действительности вектор не может быть точно параллельным стенке, потому что в поглощающем помещении ни одна из трёх компонент вектора ω_N, $(\pi c/L_x)(\mu_x^2 - \varkappa_x^2)^{1/2}$ и т. д. не равна точно нулю. Однако для нашего статистического рассмотрения мы можем считать вектор ω_N для тангенциальных колебаний параллельным соответствующим стенкам.

случае для всех косых колебаний (кроме только таких, для которых вектор ω_N почти параллелен податливой стенке) получается одинаковое значение k_N. Эти крайние случаи можно назвать «почти тангенциальными» колебаниями.

32. Коэффициенты стенки

Мы внесём ещё одно изменение для того, чтобы, по возможности, приблизить наши уравнения по форме к уравнениям Сэбина. Определим [B2, H8] для стенки x коэффициент стенки помощью уравнения

$$a_{n\,x1x} + a_{n\,x2x} = 8\pi\mu_{n_x}\varkappa_{n_x}/\eta_x$$

и двумя такими же уравнениями — коэффициенты для стенок y и z. Эти коэффициенты играют в волновой акустике роль, подобную роли коэффициентов поглощения в геометрической акустике. Они не равны отношению поглощённой звуковой энергии к падающей, но приблизительно пропорциональны отношению поглощённой энергии к средней энергии в помещении. В некоторых случаях энергия распределяется далеко не равномерно по всему помещению, причём сила звука у некоторых стенок больше, чем средняя сила звука. Поэтому коэффициенты стенки могут в некоторых случаях быть больше единицы.

Каждой стенке помещения мы, таким образом, можем приписать ряд коэффициентов α, зависящих, вообще говоря, от формы и размеров помещения, от рассматриваемой стоячей волны, от акустического импеданса стенки, а в некоторых случаях даже от импеданса противоположной стенки. Если стенка твёрдая ($|Z|/\eta$ больше чем примерно ρc) и если частотный вектор ω_N рассматриваемой стоячей волны непараллелен стенке ($n>0$), то коэффициент стенки имеет значение:

$$\alpha_p = 8\gamma = (8\rho c/|Z|)\cos\varphi. \tag{5.26}$$

Здесь Z и φ — акустический импеданс рассматриваемой стенки и его фазовый угол. Это число называется нормальным коэффициентом. Если стенка твёрдая, но частотный вектор параллелен стенке, то коэффициент стенки имеет значение

$$\alpha_s = (8\rho c\, G_2/|Z|)\cos(\varphi - \vartheta_2). \tag{5.27}$$

Здесь G_2 и ϑ_2 зависят от импеданса противоположной стенки. Значения их можно получить из диаграмм рис. 20 и 21. Такие коэффициенты называются дополнительными. Если $|Z|/\eta$ больше, чем примерно $4\rho c$, то как α_s, так и α_t приближённо равняются $\frac{1}{2}\alpha_p$.

Если стенка податлива и если частотный вектор ей параллелен ($n = 0$), то соответствующий коэффициент будет:

$$\alpha_t = 2\Delta/\eta. \tag{5.28}$$

Здесь значения Δ нужно взять из рис. 16 (первый лист преобразования). Он называется скользящим или тангенциальным коэффициентом. Для $n=1$, когда частотный вектор почти тангенциален, коэффициент равен $2\Delta/\eta$, причём значение Δ нужно взять из рис. 17 (второй лист преобразования). В большинстве случаев коэффициент для $n=2$, отсчитываемый по рис. 18, почти равен нормальному коэффициенту, согласно уравнению (5.26). Для ещё больших значений n, кроме совершенно исключительных случаев, коэффициенты вполне точно определяются уравнением (5.26) или графиком рис. 13.

Таким образом, коэффициент затухания (см. уравнения 4.1 и 5.10) для какой-нибудь стоячей волны определяется формулой

$$k_N = ca_N/8V,$$

$$a_N = L_y L_z (\alpha_{x1} + \alpha_{x2}) + L_x L_z (\alpha_{y1} + \alpha_{y2}) + L_x L_y (\alpha_{z1} + \alpha_{z2}). \quad (5.29)$$

Здесь a_N представляет множитель поглощения помещения для колебания, определяемого тройкой чисел $N=(n_x, n_y, n_z)$. Для помещения с жёсткими стенками и для косых колебаний все значения α равны соответствующим нормальным коэффициентам для каждой стенки. Для волн тангенциальных или аксиальных для стенок, перпендикулярных к частотному вектору, коэффициенты α также равны нормальным, а для стенок, параллельных частотному вектору, коэффициенты α равны соответствующим скользящим коэффициентам, в этом случае равным половине нормальных. Если одна из двух параллельных стенок податлива, и если частотный вектор параллелен ей, то коэффициент для более твёрдой стенки этой пары равен дополнительному коэффициенту, а для более податливой — скользящему, значение которого определяется из рис. 16. В случае колебаний, частотный вектор которых почти параллелен данной паре стенок ($n=1$), для более твёрдой стенки следует брать её нормальный коэффициент, для податливой следует брать коэффициент α_1, получаемый из рис. 17. Для колебаний с немного меньшими углами падения ($n>1$) в большинстве случаев можно брать как для податливой, так и для твёрдой стенок их нормальные коэффициенты. Если обе стенки данной пары податливы, необходимо из уравнения (5.3) найти значения μ и $\varkappa$, а из уравнения (5.26) найти сумму коэффициентов. В этом случае она не может быть разбита на два слагаемых, одно из которых зависит только от свойств одной стенки, второе — от свойств противоположной.

Уравнение (5.29) по форме напоминает уравнение Сэбина (4.1) для эргодического распределения звука. Разница заключается в том, что в данном случае коэффициенты поглощения зависят не только от свойств стенок, но и от характера данной стоячей волны, а иногда ещё и от размеров и формы помещения. Для большинства косых колебаний коэффициенты поглощения суть нормальные коэффициенты.

Они не зависят от размеров помещения, причём могут оказаться бо́льшими единицы. Тангенциальные и аксиальные колебания всегда имеют неодинаковые значения коэффициентов, и в тех случаях, когда одна или несколько стенок податливы, их скользящие коэффициенты зависят как от размеров помещения, так и от импедансов этих стенок. Если стенка достаточно податлива, то коэффициенты для «почти тангенциальных колебаний» имеют специальные значения.

33. Волны когерентные и некогерентные

Возвращаясь к вопросу о звуковой энергии в помещении, мы можем теперь сказать, что коэффициенты затухания для большинства стоячих волн в разложении (5.20) независимы от направления вектора ω_N. Когда частота источника удовлетворяет неравенству (5.24), суммирование иногда можно заменить интегрированием по всем величинам вектора ω_N и по всем его направлениям в пределах первого октанта пространства частот. В уравнении (5.20) каждый член ряда содержит произведение $\psi_N(-\omega; x_0, y_0, z_0) \times \psi_N(-\omega; x, y, z)$. Выразив гиперболические косинусы через показательную функцию и выполнив умножения, мы получим всего 64 разных показательных функции в составе каждого члена разложения. Некоторые из этих функций будут иметь вид: $\exp[(i/c)(\omega_N - ik_N)\cdot \mathbf{R}]$. Направление вектора $(\omega_N - ik_N)$ определяется отношением чисел n_x, n_y, n_z, а $\mathbf{R}$ представляет собой вектор расстояния от источника (x_0, y_0, z_0) до точки $P(x, y, z)$. Наряду с этими экспонентами будут встречаться ещё семь других экспонент такого же вида, но, вместо вектора $(\omega_N - ik_N)$, в них будут входить его зеркальные отражения, расположенные в семи остальных октантах пространства частот. Поэтому, вместо интегрирования восьми экспонент в пределах первого октанта, можно интегрировать одну экспоненту по всем направлениям пространства частот. Точно так же будут встречаться экспоненты, в которых вектор $\mathbf{R}$ заменён вектором расстояния от точки P до зеркального изображения источника звука в одном или нескольких октантах (зеркальное изображение источника в ближайших стенках).

При интегрировании первоначально упомянутых восьми экспонент по всем направлениям приходится наложить ограничение на величину вектора $\mathbf{R}$. Резонансный знаменатель обусловливает то обстоятельство, что подинтегральное выражение значительно только при значениях ω_N, заключающихся в пределах между $\omega + k_N$ и $\omega - k_N$. Когда вектор ω_N пробегает значения в пределах этого существенного сферического слоя в пространстве частот, нельзя суммирование по некоторым дискретным направлениям заменять интегрированием по всем направлениям, если только $\mathbf{R}$ не настолько мало, что $(1/c)\,\omega_N \mathbf{R}$ изменяется по величине меньше, чем на $\pi/2$ при изменениях ω_N от одного дискретного направления к следующему. На основании уравнений (5.25) и (5.29) это требование можно свести

к такому простому неравенству:

$$R < (a_p / 64)^{1/2}. \tag{5.30}$$

Здесь величина a_p равна величине a_N, определяемой уравнением (5.29), если для каждой стенки можно пользоваться значением нормального коэффициента α_p. Это означает, что точка P должна быть расположена весьма близко к источнику звука по сравнению с размерами помещения — при этом условии допустимо подобное интегрирование.

Если R удовлетворяет неравенству (5.30), то результат интегрирования восьми экспонент даёт простое выражение:

$$\phi_c = (Q_0/4\pi R)\, e^{(i\,\omega/c)(R-ct)}. \tag{5.31}$$

Здесь использованы уравнения (5.17) и (5.21), а также (5.25) для определения dn_p. В правой части уравнения (5.31) стоит потенциал скоростей точечного источника в свободном пространстве. Эта часть потенциала скоростей может быть названа когерентной частью. Если только источник не расположен ближе к какой-нибудь стенке, чем предел, устанавливаемый неравенством (5.30), то ни в одной из 64 оставшихся экспонент суммирование не может быть заменено интегрированием. Поэтому эти члены суммы составляют некогерентную часть. Она не соответствует какому-либо определённому потоку звуковой энергии или упорядоченному волновому движению. Она изучается статистическими методами, излагаемыми ниже в этом же разделе.

Если источник звука расположен вблизи от стенки, то расстояние от точки P до зеркального изображения источника в этой стенке достаточно мало, так что оно удовлетворяет неравенству (5.30). Поэтому в этом случае к когерентной части прибавляется ещё член, представляющий отражение звуковых волн от этой стенки. Этот член умножен на коэффициент, возникающий из-за поглощения энергии при отражении. Этот добавочный член рассматривается в разделе 53. Там когерентная часть будет исследована методами, более прямыми, хотя и менее строгими.

Если точка P удаляется от источника звука, то когерентная часть уменьшается в интенсивности и когда R доходит до предела, установленного неравенством (5.30), она имеет ту же среднюю величину, что и некогерентная. При дальнейшем увеличении R когерентная часть продолжает существовать, но она быстро теряется на фоне некогерентной части потенциала скоростей, и её экспериментальное измерение делается исключительно трудным [R1].

При высоких частотах, удовлетворяющих неравенству (5.24), некогерентная часть звуковой энергии распределена весьма равномерно по всему объёму помещения и обладает высокой степенью изотропии, за исключением пространства, непосредственно прилегающего к стен-

кам. Это не означает, однако, что некогерентная часть звуковой энергии в простом прямоугольном помещении имеет эргодическое распределение, так как в ней сохраняется возможность различать между собой колебания косые, тангенциальные и аксиальные. Это различие аналогично различию между периодическим движением со многими степенями свободы и эргодическим движением в механике.

34. Среднее квадратичное давление

Для исследования некогерентной части определим её среднюю квадратичную амплитуду. Принимая во внимание выражения (5.17), (5.20) и (5.21), найдём, что общее выражение для среднего квадратичного давления в точке P, обусловленное наличием источника звука в точке (x_0, y_0, z_0), равно:

$$(p^2)_{\text{ср}} = \frac{4c^4\rho^2\omega^2Q_0^2}{V^2}\left|\sum_N\left(\frac{1}{\varepsilon_N}\right)\frac{\psi_N(-\omega; x_0, y_0, z_0)\,\psi_N(-\omega; x, y, z)}{\omega^2-(\omega_N-ik_N)^2}\right|^2. \quad (5.32)$$

При измерениях в реверберационных камерах принято два способа расположения микрофона и репродуктора: либо в вершинах телесных углов помещения, либо на вращающейся консоли, чем достигается пространственное усреднение. Для вершины угла камеры ψ_N приблизительно равно ± 1, в то время как пространственное среднее ψ_N^2 приблизительно равно ε_N. Поэтому уравнение (5.32) приобретает три специальные формы, которые полезно выписать. Один вид соответствует случаю, когда как микрофон, так и репродуктор находятся в «усредняющих» положениях в помещении (достаточно далеко друг от друга, чтобы когерентной частью можно было пренебречь). Второй вид соответствует случаю, когда один прибор — либо микрофон, либо репродуктор — находится в вершине угла камеры, а другой перемещается для усреднения. Третий вид соответствует случаю, когда один прибор расположен в одной, другой — в какой-либо другой вершине помещения. Во всех трёх случаях члены, содержащие различные значения N, выпадают из суммы, либо по причине ортогональности функций ψ при пространственном усреднении, либо по причине равенства числа членов со знаком плюс и минус в случае, когда микрофон и источник расположены в разных углах помещения. Таким образом, суммируются только квадратичные члены. Окончательный результат:

$$(p^2)_{\text{ср}} = \frac{c^4p^2\omega^2Q_0^2}{2V^2}\sum_N\frac{E_N}{(\omega^2-\omega_N^2+k_N^2)^2+4\omega_N^2k_N^2}. \quad (5.33)$$

Здесь $E_N = \begin{cases} 1, & \text{пространственное усреднение для обоих приборов;} \\ (1/\varepsilon_N), & \text{усреднение для одного, другой — в углу;} \\ (1/\varepsilon_N)^2, & \text{оба прибора в углах.} \end{cases}$

Величина ε_N определяется уравнением (5.17).

Суммирование можно заменить интегрированием, если частота звука достаточно велика и удовлетворяет неравенству (5.24). Как видно из вышеприведённых рассуждений и из уравнения (5.29), в большинстве случаев величины k для всех косых колебаний в заданном диапазоне частот одинаковы, так как при их вычислении в выражения для a_N подставляются нормальные коэффициенты. Соответствующие значения a_N мы обозначим через a_p. Подобным же образом величины k для yz-тангенциальных колебаний можно получить, принимая скользящие коэффициенты для x-овых стенок и нормальные коэффициенты для остальных стенок. Соответствующие значения a_N обозначим через a_{tyz}. Коэффициенты затухания для остальных тангенциальных и аксиальных колебаний определяются подобным же образом, причём значения a_N могут быть отмечены соответствующими индексами.

Вспоминая соотношения (3.5) — (3.7), можно видеть, что в тех случаях, когда суммирование заменено интегрированием, приходится интегрировать выражения $\omega_N^2 d\omega_N$, $\omega_N d\omega_N$ или $d\omega_N$, делённые на резонансный знаменатель $[(\omega^2 - \omega_N^2 + k_N^2)^2 + 4\omega_N^2 k_N^2]$ в пределах $0 < \omega_N < \infty$. В тех случаях, когда k_N мало по сравнению с частотой источника ω, приближённые значения интегралов, соответственно равны:

$$\pi/4k_N, \quad \pi/4\omega k_N \text{ и } \pi/4\omega^2 k_N.$$

По выполнении всех интегрирований и подстановке вместо значений k приведённых выше выражений их через посредство a, получается приближённая формула для среднего квадратичного давления некогерентной части. В том случае, когда оба прибора — источник и микрофон — движутся для усреднения, эта формула имеет вид:

$$(p^2)_{\text{ср}} = \frac{\rho^2\omega^2 Q_0^2}{2\pi}\left[\frac{1}{a_p}\left(1 - \frac{\pi S c}{4V\omega} + \frac{\pi L c^2}{8V\omega^2}\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_{xy} \frac{\pi L_x L_y c}{\omega V a_{txy}}\left(1 - c\frac{L_x + L_y}{L_x L_y \omega}\right) + \sum_x \frac{2\pi L_x c^2}{\omega^2 V a_{ax}}\right]. \quad (5.34)$$

Эта формула довольно сложна, но во многих случаях имеет существенное значение только её первый член. Этот первый член представляет собой то значение, которое получается из элементарной теории Сэбина для точечного источника в помещении, если стены этого помещения имеют коэффициент поглощения, равный нормальному коэффициенту, определяемому по формуле (5.26). Поэтому большинство измерений в установившемся режиме в прямоугольных помещениях даёт значения нормальных коэффициентов, а не сэбиновских коэффициентов поглощения. В тех исключительных случаях, когда одна стенка гораздо податливее остальных, одно из значений a для тангенциальных колебаний может оказаться гораздо меньше, чем a_0, и поэтому один из членов суммы (xy) может оказаться больше, чем первый член в выражении (5.34). В этих

случаях результат измерений в установившемся режиме ближе соответствует скользящему коэффициенту податливой стенки, чем нормальному коэффициенту. Именно этим и обусловливается то хорошо известное обстоятельство, что размещение всего поглощающего материала на одной только стенке прямоугольного помещения не даёт полного его использования. Некоторые тангенциальные и аксиальные колебания, распространяющиеся параллельно материалу, поглощаются им слабо.

В том случае, когда либо микрофон, либо источник звука установлен в вершине угла помещения, а другой прибор перемещается для усреднения, первые скобки выражения (5.34) должны быть умножены на 8, вторые скобки — на 4 и последний член — на 2. В том случае, когда и микрофон, и источник установлены в углах, соответствующие множители суть 64, 16 и 4.

35. Приближённая формула

Если ни одна из стенок не обладает особой податливостью, точнее, если наименьшее значение величины a для тангенциальных колебаний больше, чем a_p, разделённое на наибольший размер помещения в полуволнах, то можно упростить выражение (5.34). На основании определений величин S и L, данных выражением (3.4), и вспоминая, что $\eta_x = (2L_x/\lambda)$, и т. д., мы можем написать приближённое выражение, справедливое до величин второго порядка относительно $(a_p/\eta_x a_{tyz})$ и т. д.,

$$(p^2)_{\text{ср}} \approx \frac{\rho^2\omega^2 Q_0^2}{2\pi a_p}\left(1 - \frac{1}{2\eta_x} + \frac{a_p}{\eta_x a_{tyz}}\right)\times$$
$$\times\left(1 - \frac{1}{2\eta_y} + \frac{a_p}{\eta_y a_{txz}}\right)\cdot\left(1 - \frac{1}{2\eta_z} + \frac{a_p}{\eta_z a_{txy}}\right). \qquad (5.35)$$

Выражение $\rho\omega^2 Q_0^2/8\pi c$ представляет полную мощность, излучаемую точечным источником силы Q_0. Поэтому последнее уравнение может быть обобщено на случай слабого источника достаточно малых размеров, не превосходящих существенно длину волны. Если источник излучает звуковую энергию в количестве π эргов в секунду, то приближённая формула для определения среднего квадратичного некогерентного давления в прямоугольном помещении при пространственном усреднении как для источника, так и для микрофона выразится:

$$\left.\begin{aligned} &(p^2)_{\text{ср}} \approx \left(\frac{4\rho c}{a_p}\Pi\right) B_x B_y B_z, \\ &\text{где:} \\ &B_x = \left[1 - \frac{1}{2\eta_x} + \frac{a_p}{\eta_x a_{tyz}}\right] \text{ и т. д.} \end{aligned}\right\} \qquad (5.36)$$

Первый сомножитель в круглых скобках представляет собой число, получаемое из формулы теории Сэбина путём подстановки в неё

нормальных коэффициентов для каждой стенки. Множители B представляют поправочные коэффициенты, возникающие из-за отклонений распределения звука в прямоугольном помещении с однородными стенками от эргодического.

Когда либо источник, либо микрофон расположены в вершине угла помещения, а другой прибор перемещается, множитель B_x приобретает вид $[2-(1/\eta_x)+(a_p/\eta_x a_{tyz})]$ и т. д. Когда оба прибора расположены в углах, множитель B_x приобретает вид: $[4-(2/\eta_x)+$ $+(a_p/\eta_x a_{tyz})]$ и т. д.

Если одна из стенок, например $x2$, достаточно податлива, так что «почти тангенциальные» колебания характеризуются коэффициентом α, который не равен α_p, то выражение для B_x приобретает вид:

$$B_x = 1 - \frac{3}{2\eta_x} + \frac{a_p}{\eta_x a_{1yz}} + \frac{a_p}{\eta_x a_{tyz}}. \qquad (5.37)$$

Здесь a_{1yz} представляет такое значение a, которое получается, если вместо $\varkappa_{x2}$ в выражении (5.29) для K_{x2} подставить «почти тангенциальный» коэффициент α_1 податливой стенки. Изменение формулы для случая размещения одного или обоих приборов в вершинах углов заключается в том, что первые три члена помножаются соответственно на 2 или на 4, последний член остаётся без изменения.

Уравнение (5.36) показывает, что сэбиновский коэффициент поглощения не может быть измерен в установившемся режиме в простом прямоугольном помещении. Если помещение велико (величины η велики), или, если частота высока и если ни одна из стенок не отличается податливостью, то число, получаемое из измерений, почти равно нормальному коэффициенту. Как мы увидим ниже, он не точно равен сэбиновскому коэффициенту и иногда сильно от него отличается. С другой стороны, интерпретация результатов таких измерений наталкивается на дальнейшие трудности, связанные с тем, что сомножители B отличаются от единицы. Число, получаемое в результате таких измерений, представляет среднее взвешенное значение из нормального коэффициента и скользящего коэффициента, причём веса, с которыми входят эти коэффициенты, зависят от размеров помещения, измеренных в длинах волн.

36. Измерения в установившемся режиме

Экспериментальные работы с установившимися режимами развились значительно позже работ с устанавливающимися режимами. Это отчасти обусловлено тем, что звуки музыки и речи имеют преимущественно неустановившийся характер, поэтому было естественно сопоставлять акустические качества помещения с затуханием звука в нём. С другой стороны, Сэбин и его современники, не располагавшие современной электронной техникой, видели в длительности реверберации такой параметр, который может быть непосредственно

наблюдаем ухом. В то же время ухо лишено возможности судить об относительной силе звука в установившемся режиме с достаточной для измерения поглощения точностью. С появлением современной аппаратуры эти соображения потеряли силу.

Некоторые из измерений, о которых мы упоминали выше в этом обзоре, здесь будут описаны подробнее. Венте[W8] в 1935 г. изучал коэффициент передачи в помещениях при помощи быстродействующего самопишущего прибора. Репродуктор получал питание от генератора, частота которого очень медленно изменялась. Звуковой сигнал воспринимался в какой-либо другой точке помещения. Определённый, таким образом, в установившемся режиме коэффициент передачи характеризовал свойства помещения. Этот метод обычно применяется при изучении коэффициента передачи электрических систем. На рис. 23 даны два примера записей Венте. Верхняя соответствует жилой комнате объёмом около 270 $м^3$; нижняя — той же комнате, дополнительно оборудованной поглощающим материалом. В заглушённой комнате резонансные пики сильно расплылись, как вытекает из уравнения (5.20), и вся кривая соответственно сглажена. Венте сделал ещё дальнейший шаг, обнаружив простую эмпирическую связь между «неправильностями коэффициента передачи» и общим количеством поглощающего материала в помещении. Эта работа Венте вызвала исследования Хунта[H7] и Бэтта[B5], о которых упоминалось в предыдущем разделе. Измерения в установившемся режиме были использованы Кнудсеном[K4] в форме «метода интенсивностей» для определения коэффициентов поглощения. Этот метоед требует усреднения по большому числу стоячих волн и принятия специальных мер для устранения влияния отдельных резонансных пик. Уравнение, играющее в этом методе основную роль, получается из приближённой теории Сэбина. Оно имеет вид (5.36):

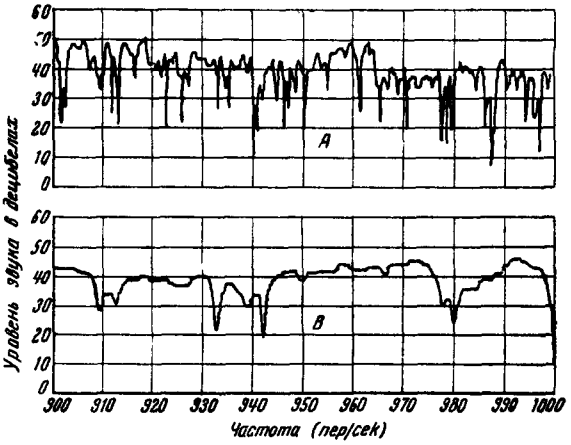


Рис. 23. Акустическая характеристика помещения в установившемся режиме. Кривая A — жилая комната, кривая B—комната заглушена (W 8).

$$a \approx \frac{4\rho c \Pi}{(p^2)_{\text{ср}}}.$$

Здесь $a = \sum \alpha S$ представляет полное поглощение на стенках помещения; p означает акустическое давление; $(p^2)_{ср}$ пропорционально средней силе звука в помещении. Согласно этому уравнению, полное поглощение обратно пропорционально силе звука в установившемся режиме. Применяя это уравнение, необходимо сначала определить полное поглощение самой камеры посредством оборудования её «стандартным» поглощающим материалом с известным коэффициентом поглощения. После этого коэффициент любого материала может быть определён непосредственным сравнением двух сил звука в установившемся режиме. Этот метод имеет то преимущество перед реверберационными методами, что умеренный фон помех не препятствует измерениям, которые можно производить при больших мощностях. Наоборот, определения затухания можно выполнять только в очень тихой обстановке, а не всегда удаётся её легко создать.

К сожалению, в настоящее время мы не располагаем достаточным цифровым материалом, чтобы сопоставить экспериментальные данные «метода интенсивностей» с вышеизложенными выводами волновой теории. Опубликованы только две работы, которые тоже не дают возможности вычислить импедансы. Однако при некоторых правдоподобных допущениях оказывается возможным вычислить поправочные множители в упрощённом уравнении (5.36) для того случая, который соответствовал измерениям Кнудсена[K4]. Это вычисление показывает, что разница между геометрической и волновой теориями в данном случае экспериментально несущественна, по крайней мере, для относительных значений коэффициентов поглощения. Для штукатурки с $\alpha = 0{,}083$, покрывающей все поверхности квадратной комнаты размером $5{,}4 \times 5{,}4 \times 4{,}8$ *м*, произведение $B_x B_y B_z$ поправочных коэффициентов в выражении (5.36) равно примерно 1,14. Это означает, что действительное значение поглощения немного больше, чем значение, выведенное из измерений интенсивности посредством упрощённой формулы. Впрочем, поправочные множители обычно имеют одинаковое значение как для голых стен ($\alpha = 0{,}014$), так и для оштукатуренных. Поэтому отношение поглощения при наличии и в отсутствии штукатурки изменяется меньше, чем на 0,5% при использовании волновой теории. Тем не менее волновая теория выявляет здесь один важный момент: величина, которая измеряется, на деле представляет собой не статистический коэффициент, а нормальный. Хорошее совпадение с реверберационными измерениями обусловлено тем, что и реверберационный метод ниже примерно 500 герц также определяет именно нормальный коэффициент. Применимость геометрической теории для получения правильных относительных величин поглощений в данном случае обусловлена низкими значениями α и одинаковым материалом покрытия всех поверхностей. Большинство важнейших акустических материалов обладает бо́льшим

поглощением, чем штукатурка, о которой шла здесь речь, и обычно ими покрывают только одну поверхность или даже часть её. Во многих таких случаях выражение (5.36) существенно отличалось бы от своего простейшего вида.

V'. УСТАНАВЛИВАЮЩИЕСЯ ПРОЦЕССЫ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ

Характеристики помещения для устанавливающихся режимов можно получить из характеристик его для установившегося режима, применяя операторное исчисление. Уравнения (5.20) и (5.17) определяют потенциал скоростей в установившемся режиме в точке (x, y, z) для помещения, где звук возбуждается точечным источником силою, равной единице, и с частотою $(+\omega)$, помещённым в точку (x_0, y_0, z_0):

$$\Psi_S(\omega) = \\ = -c^2 \sum_N \frac{1/\Lambda_N}{\omega^2 - \xi_N^2(\omega)} \psi_N(\omega, x, y, z)\, \psi_N(\omega, x_0, y_0, z_0)\, e^{i\omega t}. \qquad (6.1)$$

Здесь ψ_N означает собственную функцию, ξ_N — характеристическое значение (см. 5.9), соответствующее N-й стоячей волне при частоте источника $(+\omega)$. Свойства этого потенциала были рассмотрены в предыдущем разделе. Согласно нашему условию:

$$\xi_N(\omega) = (\omega)_N + ik_N; \quad \xi_N(-\omega) = \omega_N - ik_N.$$

37. Операторное исчисление

Как мы видели в предыдущем разделе, в непосредственной близости от источника преобладает когерентная часть излучения. Из уравнения (5.31) вытекает, что для установившегося режима и для расстояний от источника R, удовлетворяющих неравенству (5.30), пригодна приближённая формула

$$\Psi_s(\omega) \approx \Psi_c(\omega) = (1/4\omega R)\, e^{i\omega\,[t - (R/c)]}. \qquad (6.2)$$

На больших расстояниях преобладает некогерентная часть излучения, и необходимо брать полный ряд (6.1).

Операторное исчисление позволяет получить выражения для устанавливающихся процессов в системе в общем виде через условную проводимость. Последняя представляет собой характеристику устанавливающегося процесса в системе под действием единичного толчка. Можно доказать, что потенциал скоростей в помещении с источником в точке (x_0, y_0, z_0), имеющем силу нуль при $t < 0$ и силу единица при $t > 0$, может быть представлен интегра-

лом по контуру:

$$A(t) = U(t)\,\Psi_s(0) + (1/2\pi i)\int_{-\infty}^{+\infty} [\Psi_s(\omega) - \Psi_s(0)]\,(d\omega/\omega), \qquad (6.3)$$

причём контур интегрирования расположен непосредственно над вещественной осью. Здесь

$$U(t) = \begin{cases} 0 & \text{для } t < 0 \\ 1 & \text{для } t > 0 \end{cases} \qquad (6.4)$$

представляет «единичную функцию» Хевисайда. Функция Ψ_s (0) представляет потенциал скоростей в указанных условиях для нулевой частоты. При этой частоте большинство стенок имеет бесконечно большой импеданс, так что соответствующие характеристические числа и собственные функции имеют очень простой вид.

Наличие под интегралом в (6.3) потенциала $\Psi_s(0)$ сдвигает полюс функции A в точку $\omega = 0$. Остальные полюсы обусловлены резонансными знаменателями отдельных членов ряда. На каждый член приходится по два полюса: один в точке $\omega = \xi_N(\omega_N + ik_N)$, другой в точке $\omega = -\xi_N(-\omega_N + ik_N)$. Эти значения ω суть самосогласованные решения уравнения (5.9). Другими словами, величины ξ должны иметь такое значение, что если вместо η_x и т. д. в уравнениях (5.4) подставить значения $(\xi_N L_x/\pi c)$ для определения величины χ, то уравнение (5.9) будет удовлетворено теми же значениями ξ_N. Вещественная часть (положительная) этого самосогласованного решения называется N-й собственной частотой помещения и обозначается через ω_{ON}. Мнимая часть называется собственным показателем затухания и обозначается через k_{ON}. Отметим, что эти числа для устанавливающегося режима затухания звука не те же самые, что резонансная частота $\omega_N(\omega_N)$ и коэффициент затухания $k_N(\omega_N)$ в установившемся режиме. В некоторых специальных случаях эта разница вырастает настолько, что может быть обнаружена экспериментально [К5].

Приняв во внимание, что два полюса, соответствующих N-му члену ряда, суть $\omega_{ON} + ik_{ON}$ и $-\omega_{ON} + ik_{ON}$, и вычисляя вычеты для каждого члена суммы, можно доказать, что условная проводимость для положительных значений t выражается так:

$$A(t) = U(t)\,\Psi_s(0) - c^2 \sum_N \frac{1}{\omega_{ON}^2 + k_{ON}^2} \times$$

$$\times W_N \exp(-k_{ON}t)\cos(\omega_{ON}t + \Gamma_N - 2\Phi_N). \qquad (6.6)$$

Здесь:

$$\xi_N(\omega_N + ik_N) = \omega_{ON} + ik_{ON} = (\omega_{ON}^2 + k_{ON}^2)^{1/2}\exp(i\Phi_N);$$

$$(1/\Lambda_N)\,\psi_N(\omega_{ON} + ik_{ON}; x_0, y_0, z_0)\,\psi_N(\omega_{ON} + ik_{ON}; x, y, z) = W_N \exp(i\Gamma_N).$$

Это общее выражение полезно при изучении некогерентной части звукового процесса. Для когерентной части условная проводимость

принимает следующий простой вид:

$$A_c(t) = (1/4\pi R)\, U\,[t - (R/c)]. \tag{6.7}$$

Тогда потенциал скоростей в помещении в момент t, обусловленный источником звука силы $q(t)\,U(t)$, расположенным в точке (x_0, y_0, z_0), выразится так:

$$\Psi = A(t)\, q(0) + \int_0^t A(t-\lambda)\, q'(\lambda)\, d\lambda \tag{6.8}$$

(источник $q(t)\,U(t)$).

Здесь через $q'(t)$ обозначено $dq(t)/dt$. Эта формула имеет общее значение: она может служить для определения акустических свойств помещения как в установившемся, так и в устанавливающемся режимах. Акустическое давление получается из неё посредством формулы $p = \rho\,(\partial\Psi/\partial t)$.

Для простого гармонического источника звука, включённого неопределённо давно, соответствующий акустический процесс может быть определён из выражения (6.7), если отодвинуть в нём начало отсчёта времени в прошедшее. Тогда в помещении, согласно определению, имеет место установившийся режим и

$$\psi_s(\omega) = \int_{-\infty}^{t} A(t-\lambda)\, q'(\lambda)\, d\lambda, \tag{6.9}$$

$$(dq/dt = i\omega q).$$

Если источник звука был включён давно, а выключен в момент $t = 0$, то потенциал скоростей после выключения источника может быть определён путём вычитания (6.8) из (6.9):

$$\psi = \int_0^\infty [A(t+\lambda)\, q'(-\lambda)]\, d\lambda - q(0)\, A(t) \tag{6.10}$$

(источник: $q(t)\,[1 - U(t)]$).

38. Импульсная волна

Рассмотрим потенциал скоростей в устанавливающемся режиме, соответствующем толчкообразному импульсу:

$$q_p = \lim_{\Delta t \to 0} \{(B/\Delta t)\,[U(t+\Delta t) - U(t)]\}, \tag{6.11}$$

при котором из источника за время Δt выталкивается объём воздуха B.

Из уравнения (6.7) видно, что когерентная часть процесса состоит в распространении сферического импульса:

$$\Psi_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \left\{(B/4\pi R\,\Delta t)\left[U\left(t+\Delta t - \frac{R}{c}\right) - U\left(t - \frac{R}{c}\right)\right]\right\}. \tag{6.12}$$

Он достигает точки P по прошествии промежутка времени (R/c) после толчка, созданного источником. В этом уравнении пренебрегается той частью когерентной волны, которая отражена от стенок. В таком резком толчке, который предполагается здесь, когерентная часть волны будет ещё наблюдаться после неоднократных отражений. Из физических соображений следует, что в этом случае можно будет обнаружить на фоне некогерентной части явления нескольких последовательных импульсов когерентных волн.

Для одномерного случая звуковой импульс был исследован Маа [M3]. В этом случае все звуковые волны являются плоским, собственные частоты — гармоническими (при жёстких стенках), и волна сохраняет когерентность. Таким образом, точное решение состоит из последовательности импульсов, подобных по форме (6.12), возникающих в результате ряда последовательных отражений плоскости источника в двух параллельных стенках. Решение в виде ряда как раз и изображает эту последовательность импульсов. Маа применил это решение для объяснения некоторых свойств порхающего эхо.

Соответствие результатов с действительным явлением порхающего эхо получилось только приблизительное. Дело в том, что обычные источники звуковых импульсов ближе к точечным, чем к плоскостным, и что лишь в очень редких случаях звук отражается, главным образом, только от двух стенок, так что влиянием остальных четырёх стенок можно пренебречь. Формулы, приводимые в настоящем разделе, являются апроксимациями. Их сравнительно сложный вид делает их мало пригодными для объяснения свойств порхающего эхо.

Некогерентная часть получается из полного ряда (6.6), который приобретает следующий вид:

$$\Psi_p = c^2 B \sum_N (\omega_{ON}^2 + k_{ON}^2)^{\frac{1}{2}} W_N \exp(-k_{ON} t) \times$$
$$\times \sin(\omega_{ON} t + \Gamma_N - \Phi_N). \qquad (6.13)$$

Среднее квадратичное давление, соответствующее этому потенциалу скоростей, определится таким образом:

$$(p_p^2)_{\text{ср}} = \sum_N \frac{\rho^2 c^2 B^2}{2 |\Lambda_N|^2} [\phi_N (\omega_{ON} + i k_{ON};\ x_0,\ y_0,\ z_0) \times$$
$$\times \phi_N (\omega_{ON} + i k_{ON};\ x,\ y,\ z)]^2 \exp(-2 k_{ON} t). \qquad (6.14)$$

В некогерентной части процесса, обусловленного толчкообразным импульсом, все частоты имеют одинаковый вес. Кривая зату-

хания*) среднего квадратичного давления не является прямой линией, как у простой колебательной системы — крутизна её постепенно убывает. Начальная крутизна её довольно велика: она соответствует сильному затуханию высокочастотных колебаний. Конечная крутизна её соответствует наименее затухающим колебаниям. Обычно это — наинизшие по частоте аксиальные колебания между обеими наиболее жёсткими стенками.

Экспериментальные кривые затухания не имеют того сглаженного вида, который предсказывается уравнением (6.14) вследствие толчкообразного характера когерентной части устанавливающегося процесса. Звуковой импульс весьма резок и силён перед тем, как он испытывает первое отражение, и хотя при последующих отражениях он сглаживается и уменьшается по высоте (в частности, если стенка податлива, как мы это увидим в разделе 53), тем не менее искажения, вносимые им в кривую затухания, заметны на значительном протяжении после $t=0$. Как показывает опыт, в точке P ничего не слышно вплоть до момента $t=R/c$, прихода первого импульса. Последующие когерентные импульсы постепенно относительно уменьшаются по сравнению со сглаженным некогерентным затуханием.

39. Реверберация

Измерения реверберации в помещениях не производятся, однако, для столь резких звуковых импульсов. Обыкновенно источник звука излучает либо одну частоту, либо полосу частот (воющий тон), столь длительное время, что достигается установившийся режим, после чего источник выключается. Мы рассмотрим сначала случай простого гармонического сигнала; при воющем тоне результат может быть подсчитан путём суперпозиции результатов для отдельных частот. Пользуясь выражениями (6.10) и (6.6), можно выполнить интегрирование и получить в точке P в момент t $(t>0)$ следующее выражение для потенциала скоростей, обусловленного источником звука $Q\sin(\omega t-\varphi)[1-U(t)]$, расположенного в точке (x_0, y_0, z_0):

$$\Psi=-c^2Q\sin\varphi\sum_N\frac{W_N\exp(-k_{ON}t)}{\omega_{ON}^2+k_{ON}^2}\cos(\omega_{ON}t+\Gamma_N-2\Phi_N)-$$

$$-\frac{1}{2}c^2\omega Q\sum_N\frac{W_N\exp(-k_{ON}t)}{\omega_{ON}^2+k_{ON}^2}\left\{\frac{\sin\omega_{ON}t+\Gamma_N-2\Phi_N-\varphi-\Omega_N-}{[(\omega_{ON}-\omega)^2+k_{ON}^2]^{1/2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{\cos(\omega_{ON}t+\Gamma_N-\Phi_N+\varphi-\Omega_N+)}{[(\omega_{ON}+\omega)^2+k_{ON}^2]^{1/2}}\right\}, \qquad (6.15)$$

*) Термин «кривая затухания» в этой статье всегда обозначает кривую, представляющую логарифм среднего квадратичного давления в функции времени (в секундах). Она часто вычерчивается в масштабе децибел (десятикратный десятичный логарифм квадрата давления).

где фазовые углы Γ_N и Φ_N определяются выражениями (6.6), и мы положили:

$$(\omega_{ON} \pm \omega) + ik_{ON} = [(\omega_{ON} \pm \omega)^2 + k_{ON}^2]^{1/2} \exp(i\,\Omega_{N\pm}).$$

Давление, соответствующее этому потенциалу, определится так:

$$p = \rho c^2 Q \sin\varphi \sum_N W_N (\omega_{ON}^2 + k_{ON}^2)^{-1/2} \exp(-k_{ON}t) \times$$

$$\times \sin(\omega_{ON}t + \Gamma_N - \Phi_N) -$$

$$-\frac{1}{2}\rho c^2 \omega Q \sum_N \frac{W_N \exp(-k_{ON}t)}{(\omega_{ON}^2 + k_{ON}^2)^{1/}} \left\{ \frac{\cos(\omega_{ON}t + \Gamma_N - \Phi_N - \varphi - \Omega_{N-})}{[(\omega_{ON} - \omega)^2 + k_{ON}^2]^{1/2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{\cos(\omega_{ON}t + \Gamma_N - \Phi_N + \varphi - \Omega_{N+})}{[(\omega_{ON} + \omega)^2 + k_{ON}^2]^{1/2}} \right\}. \qquad (6.16)$$

В этом выражении первый ряд представляет толчок давления, вызванный внезапным выключением источника. Мы можем назвать его толчком выключения. Величина этого толчка зависит от фазы φ источника в момент выключения. Происхождение толчка яснее видно из выражения для когерентной части процесса. Пользуясь выражениями (6.7) и (6.10), находим потенциал скоростей для когерентной части

$$\Psi_c \approx (Q/4\pi R) \sin\left[\omega\left(\frac{R}{c} - t\right) + \varphi\right] U\left(\frac{R}{c} - t\right). \qquad (6\cdot17)$$

Когерентная часть акустического давления пропорциональна производной от этого потенциала по времени. Выключение источника не оказывает влияния до момента $t = \frac{R}{c}$. В этот момент потенциал скоростей начинает спадать до нуля. Однако, если φ не равно нулю или π, то получается разрыв потенциала, обусловливающий резкий толчок давления перед началом его спадания. Этот толчок отсутствует только в том случае, если репродуктор выключается в момент, когда скоростъ мембраны — нуль, т. е. $\varphi = 0$ или π. Характер толчка указывается тем обстоятельством, что первый ряд в выражении (6.16) для давлений пропорционален ряду в выражении (6.13) для потенциала скоростей при толчкообразном импульсе. Толчок давления при импульсе содержит две последовательные фазы: за сжатием следует разрежение. Толчок давления при выключении источника звука содержит либо только сжатие, либо только разрежение, в зависимости от фазы φ.

Конечно, в действительности источник звука не выключается мгновенно. Если φ не нуль и не π, то мембрана репродуктора, прежде чем остановиться, будет совершать своё собственное устанавливаю-

Замеченные опечатки

Стр.	Строка	Напечатан	Следует читать	По чьей вине
153	9 сн.	$\pm \frac{1h}{22\pi}$	$\pm \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$	тип.
197	9 св. и 11 св.	$\frac{W_c}{4} \alpha S$	$\frac{Wc}{4} \alpha S$	»
289	1 сн.	$\frac{\varkappa_0^2}{\ }(\Phi_4^2 - \Phi_s^2)$	$\frac{\varkappa_0}{8\pi}(\Phi_4^2 - \Phi_s^2)$	»
290	18 св.	S [F Φ]	S = [F Φ]	ред.
299	14 св.	$\int \frac{d\mathbf{k}}{\mathbf{K}}$	$\int \frac{d\mathbf{k}}{K}$	ред.
309	1 сн.	ларанжиан	лагранжиан	тип.
311	4 св.	$M\ddot{x} = g\mathrm{F}$	$M\ddot{\mathbf{x}} = g\mathrm{F}$	»
328	таблица, графа V, 7 св.	$aD_{1/2} = \frac{1}{v}$	$R \gg D_{1/2} = \frac{1}{v}$	»
343	1 сн.	$\frac{i\beta_1\eta/\pi}{\chi_n(\omega) - \beta_1^2\eta^2}$	$\frac{i\beta_1\eta/\pi}{\chi_n^2(\omega) - \beta_1^2\eta^2}$	»
367	6 сн.	$\frac{\sin \omega_{ON}t + \Gamma_N - 2\Phi_N - \varphi - \Omega_N -}{[(\omega_{ON} - \omega)^2 + k_{ON^2}^2]^{1/2}}$	$\frac{\sin(\omega_{ON}t + \Gamma_N - 2\Phi_N - \varphi - \Omega_N -)}{[(\omega_{ON} - \omega)^2 \quad {}_{ON}^2]^{1/2}}$	ред.
371	1 сн.	$\frac{1}{(\omega_{ON} + \omega)^2 + \omega k O_N}$	$\frac{1}{(\omega_{ON} + \omega)^2 + k_{ON}^2}$	тип.
375	подпись к рис. 26	линии) [9]	линии) [H9]	»

щееся движение. Если репродуктор обладает большим затуханием, то звуковой процесс будет иметь почти такой же характер, как если бы мембрана остановилась мгновенно; толчок выключения получится односторонним, он будет только шире и ниже, чем это соответствует первому члену уравнения (6.16). Если затухание репродуктора невелико, то устанавливающийся режим его мембраны будет содержать серию колебаний, причём их собственная частота вообще не совпадает с частотой возбуждения. Математические ряды для толчка выключения в этом случае могут быть вычислены так, как это изложено выше, если только известно собственное колебание репродуктора. Полученные выражения нужно подставить в уравнение (6.16) вместо первого члена. В этом выражении будут особенно выделяться те собственные частоты помещения, которые близки к собственной частоте репродуктора. Второй член в уравнении (6.16) будет выделять те частоты, которые близки к возбуждающей частоте.

40. Детали кривой затухания

Теперь мы можем сделать несколько общих замечаний о свойствах устанавливающегося режима, наблюдаемого в точке P после того как в момент $t=0$ выключен гармонический источник звука, расположенный в точке (x_0, y_0, z_0). В момент $t=R/c$ наблюдается толчок давления — это первый (прямой) приход толчка выключения. Величина толчка зависит от фазы выключения, а его форма зависит от устанавливающегося процесса репродуктора. После этого момента звуковое давление начинает убывать, причём каждая стоячая волна имеет свою собственную частоту и показатель затухания. Могут быть заметны также отражения толчка выключения от стенок помещения. Они вызывают на кривой затухания характерные неправильности. Для получения сглаженной кривой затухания необходимо либо выключать источник звука в тот момент, когда скорость его мембраны равна нулю, либо усреднять много кривых, соответствующих разным значениям фазы φ. Сглаженная кривая соответствует второму члену в уравнении (6.16).

Вопросу о выключении источника звука посвящено несколько работ Хунта[Н6] и других исследователей. Автоматическое реверберационное устройство Хунта (см. раздел 8) даёт возможность выключать источник всегда в одинаковой фазе периода изменения частоты воющего тона. Можно было бы сделать ещё шаг дальше и устроить выключение в любой заданной фазе основной частоты. Однако, повидимому, экспериментально гораздо проще производить выключение в случайные моменты, но усреднять множество повторных измерений. Применённый Хунтом метод дозировки сам по себе сглаживает мелкие пики кривых затухания, так что и те пики, которые обусловлены толчком выключения, должны сглаживаться.

С другой стороны, колебательный характер затухания звука выступает вполне отчётливо на осциллограммах и автоматических

записях уровня громкости. Детальное сопоставление флуктуаций этих колебаний с физическими свойствами помещения представляет очень сложную проблему, работа над которой только ещё начата. Джонс J3 изучал влияние среднего затухания на величину флуктуаций. Ватсон W3 экспериментально исследовал флуктуации посредством записывающего устройства, снабжённого компенсацией экспоненциального затухания.

При низких частотах, соответствующих неравенству (5.22), собственные частоты ω_{ON} достаточно удалены друг от друга, так что

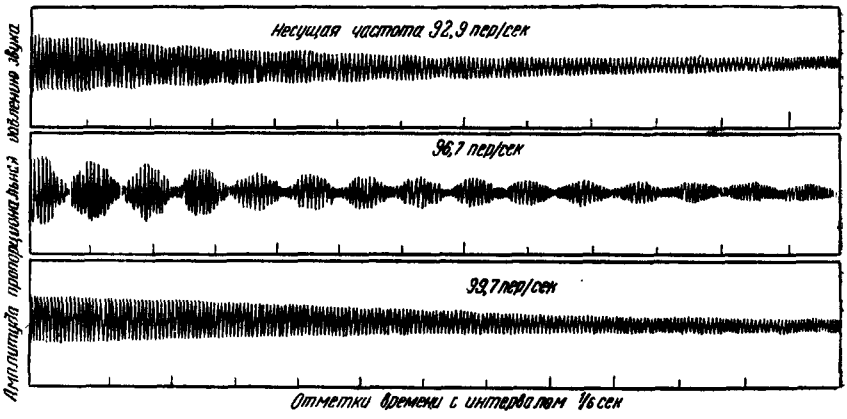


Рис. 24. Осциллограммы, иллюстрирующие возникновение биений при затухании звука для разных частот возбуждения. Верхняя и нижняя кривые сняты при возбуждении звука в помещении на одной из резонансовых частот. При этом сильно возбуждается только одно собственное колебание. Средняя кривая соответствует случаю, когда частота возбуждения расположена между собственными резонансовыми частотами. Тогда оба собственных колебания возбуждаются одинаково сильно. В кривой затухания наблюдаются биения между обоими собственными колебаниями K5.

обычно один член второго ряда (именно тот, для которого $\omega_{ON} - \omega$ близко к нулю) гораздо больше всех остальных вместе взятых. При этом источником возбуждается только одна стоячая волна; кривая её затухания прямолинейна, наклон её соответствует постоянной затухания этой волны. Отметим, что даже и в этом случае на кривых наблюдается толчок выключения. В тех случаях, когда частота несколько выше, чем это соответствует неравенству (5.22), или когда две собственные функции имеют близкие частоты, могут быть резко выражены две стоячие волны. Пока источник звука работает, эти колебания имеют частоту, одинаковую с частотой источника, как это вытекает из уравнения установившегося режима (5.20). По выключении источника обе стоячие волны продолжают существовать теперь со своими собственными частотами. Если эти частоты несколько отличаются, то на кривой затухания возникают неправиль-

ности [К5], обусловленные биениями, добавляющиеся к тем неправильностям, которые вызваны толчком выключения. Форма их зависит от относительной амплитуды обоих колебаний и фазы источника в момент выключения. Эти обстоятельства вытекают из анализа уравнения (6.16).

Некоторые из этих явлений чётко продемонстрированы Кнудсеном [К3, К5]. Типичные кривые приведены на рис. 24. На нём изображены осциллограммы затухания звука в прямоугольной камере размером 2,4 × 2,4 × 2,9 *м*. Кривые получены при разных частотах возбуждения, помеченных над каждой кривой. Теоретические собственные частоты помещения в этом диапозоне: 70,3; 92,8; 99,8 и 115,9 герц. На осциллограммах отчётливо видно, что при частотах 92,9 и 99,7 герц кривые затухания спадают чисто экспоненциально. В то же время при частоте 96,7 герц, лежащей примерно посредине, затухание сопровождается резко выраженными биениями частотой около 7 герц. При других возбуждающих частотах обе компоненты имеют неодинаковую амплитуду, что даёт начало биениям с различной глубиной модуляции. Однако при любой частоте возбуждения в диапазоне 92,8—99,8 герц получаются биения частотой около 7 герц: это убедительно доказывает, что только указанные два собственных колебания принимают участие в явлении затухания звука. При частоте сигнала 118 герц в этой же камере Кнудсен наблюдал сосуществование биений с частотами 3,3 и 19,3 герц, возникающих вследствие одновременного возбуждения трёх собственных колебаний с частотами 99,8, 116 и 119,2 герц. При несколько более высоких частотах, когда одновременно возбуждается много собственных колебаний, устанавливающиеся процессы в помещении становятся гораздо сложнее.

41. Приближённая формула для кривой затухания

В тех случаях, когда возбуждается много собственных колебаний, процесс реверберации можно изучать статистическими методами, аналогичными тем, которые обсуждены в предыдущем разделе. Это имеет место либо для частот, столь высоких, что удовлетворяется неравенство (5.24), либо при воющем тоне с шириной полосы $\Delta\nu$ и средней частотой ν, удовлетворяющим неравенству $\Delta\nu > 50c^3/V\nu^2$. Оставляя в стороне толчок выключения и его отражения, для определения среднего квадратичного давления достаточно использовать второе слагаемое в выражении (6.16). Применяя методы, аналогичные тем, которые привели к выводу уравнения (5.33), получим:

$$(p^2)_{\text{ср}} = \frac{c^4\rho^2\omega^2Q^2}{8V^2}\sum_N \frac{E_N \exp(-2k_{ON}t)}{\omega_{ON}^2 + k_{ON}^2}\left\{\frac{1}{(\omega_{ON}-\omega)^2 + k_{ON}^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{(\omega_{ON}+\omega)^2 + \omega k_{ON}}\right\}. \qquad (6.18)$$

Это выражение следует просуммировать по всем волнам: косым, тангенциальным и аксиальным. Тогда получается формула, соответствующая уравнению (5.34):

$$(p^2)_{\text{ср}} = \frac{\rho^2 \omega^2 Q^2}{2\pi} \left\{ [\exp(-a_p\, ct/4V)] \left(\frac{1}{a_p}\right) \left(1 - \frac{\pi S c}{4V\omega} + \frac{\pi L c^2}{8 V\omega^2}\right) + \right.$$
$$+ \sum_{xy} [\exp(-a_{txy}\, ct/4V)] \left(\frac{\pi L_x L_y c}{\omega V a_{txy}}\right) \left(1 - c\frac{L_x + L_y}{\omega L_x L_y}\right) +$$
$$+ \sum_{x} [\exp(-a_{ax}\, ct/4V)] \left(\frac{2\pi L_x c^2}{\omega^2 V a_{xa}}\right). \qquad (6.19)$$

Это выражение соответствует пространственному усреднению посредством движения обоих приборов: источника и микрофона.

Наконец, если ни одна из стенок не отличается особенной податливостью и если все η более, примерно, 3, то аналогично (5.36) можно получить такое приближённое выражение:

$$(p^2)_{\text{ср}} \approx (4\rho c\, \Pi/a_p)\, D_x(t) \cdot D_y(t) \cdot D_Z(t),$$
$$D_x(t) = \left\{ \left(1 - \frac{1}{2\eta_x}\right) \exp[-L_y L_z (\alpha_{px1} + \alpha_{px2})\, ct/4V] + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\alpha_p \upsilon}{\eta_x a_{tyz}}\right) \exp[-L_y L_z (\alpha_{tx1} + \alpha_{tx2})\, ct/4V] \right\}. \qquad (6.20)$$

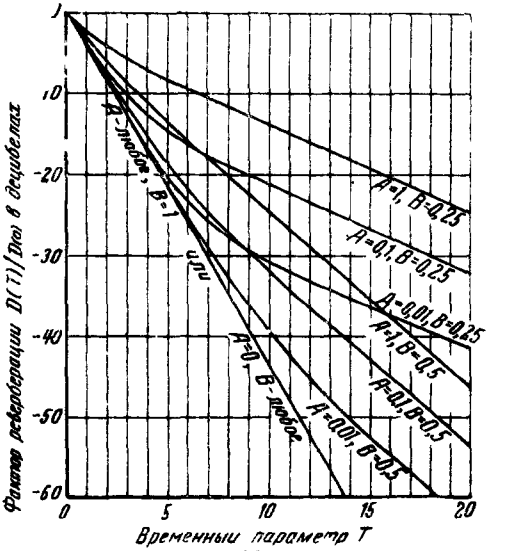
В нём α_{px1} означает нормальный коэффициент для стенки $x1$, α_{tx1} означает скользящий коэффициент для той же стенки и т. д. Число υ равно единице в случае, когда источник и микрофон перемещаются; оно равно 1/2, когда один из приборов расположен в вершине угла и когда оба прибора находятся в разных вершинах. Графики затухания, соответствующие этой формуле, приведены на рис. 25.

Кривая затухания представляет зависимость $(p^2)_{\text{ср}}$ от времени в полулогарифмическом масштабе. Мы видим, что в приближении, выражаемом последним уравнением, кривая затухания является суммой трёх кривых, каждая из которых относится к одной из пар стенок. Каждая из этих кривых начинается с таким наклоном, который соответствует нормальному коэффициенту обеих стенок пары, а оканчивается с наклоном, соответствующим скользящему коэффициенту. «Перелом» кривой, т. е. переход от начального наклона к конечному, получается в момент, когда оба члена в выражениях D делаются равными, т. е. в момент:

$$t_{bx} = (4L_x/c)(\alpha_{px1} + \alpha_{px2} - \alpha_{tx1} - \alpha_{tx2})^{-1} \times$$
$$\times \ln\left[(a_{ty2}/v a_p)\left(\eta_x - \frac{1}{2}\right)\right]. \qquad (6.21)$$

Вообще говоря, этот момент наступает позднее, если нормальные коэффициенты α_p малы и не сильно отличаются от скользящих коэф-

фициентов, и раньше, если один или оба нормальных коэффициента велики. Поэтому обычно для логарифмической кривой D, соответствующей более податливой паре стенок, «излом» наступает раньше, чем для обеих остальных. Кроме того, она имеет и наибольшую крутизну изо всех трёх кривых. Действительно, если одна только стенка прямоугольного помещения податлива (как в реверберационной камере), то та составляющая в кривой затухания, которая обусловлена податливой стенкой, так резко снижает ординаты кривой затухания, что «переломы» составляющих от более твёрдых стенок обычно получаются ниже пределов измерений. В подобных случаях можно определить только нормальные коэффициенты более твёрдых стенок и единственный перелом, заметный на экспериментальных кривых, относится к наиболее податливой паре стенок.



$D_x(T)=(1-\frac{1}{2\eta_x})[e^{-T_x}+A_x e^{-B_x T_x}]$ $B_x=(\alpha_{tx1}+\alpha_{tx2})/(\alpha_{px1}+\alpha_{px2})$

$T_x=L_yL_z(\alpha_{px_1}+\alpha_{px_2})(ct/4V)$ $\eta_x=2L_x/\lambda$

$A_x=(a_p/a_{tyz})[2/(2\eta_x-1)]$.

Рис. 25. Приближённые показатели затухания для прямоугольного помещения.

Предположим, что единственная податливая стенка перпендикулярна к оси x и что частота достаточно высока, так что $\eta_x=(2L_x/\lambda)$ больше десяти. Подставив выражение (6.21) в выражение (6.20), можно убедиться, что первый перелом в кривой затухания возникнет при уровне громкости приблизительно на

$$(10a_p/L_yL_z)(\alpha_{px1}+\alpha_{px2}-\alpha_{tx1}-\alpha_{tx2})^{-\frac{1}{2}}\lg(\eta_x a_{tyz}/\upsilon a_p) \text{ децибел}$$

ниже начального уровня громкости для $t=0$. Это произойдёт в момент, определяемый равенством (6.21).

Резюмируем. Каждая кривая затухания для высоких частот $\upsilon < (400c^2/a_p)^{1/2}$, снятая в реверберационной камере с одной податливой стенкой, имеет более или менее неправильную форму из-за наложения толчков выключения и начинает падать только после того, как первый толчок от источника звука достигнет микрофона. Усреднённая кривая затухания, полученная из ряда кривых с разными фазами

в момент выключения, спадает очень равномерно. Начальный её наклон зависит от нормальных коэффициентов стенок. Она обычно имеет только один «перелом» на протяжении измеримого участка. Наклон её после перелома соответствует скользящему коэффициенту податливой стенки, дополнительному коэффициенту противоположной стенки и нормальному коэффициенту для остальных четырёх стенок. Если разность между скользящим и нормальным коэффициентами для податливой стенки велика, то перелом может получиться очень близко к началу кривой. В этом случае трудно определить начальный наклон на фоне толчка выключения. Такие кривые на большей части своего протяжения зависят от колебаний, параллельных податливой стенке, которые не столь быстро затухают и имеют бо́льшую начальную амплитуду, чем косые колебания.

С другой стороны, как мы увидим в следующей главе, наличие каких-либо неправильностей в очертаниях стенок, или в равномерности распределения поглощающего материала, или использование вращающихся мешалок для рассеивания звука — всё это сближает численные значения нормальных и скользящих коэффициентов. Может оказаться, что под влиянием этих неправильностей скользящие коэффициенты будут возрастать быстрее, чем будут убывать нормальные коэффициенты. Этим способом можно так удлинить начальную часть кривой затухания, что даже первый «перелом» получится вне измеримого предела. В то же время наклон этой начальной части кривой будет очень хорошо соответствовать значениям нормальных коэффициентов, определяемых уравнением (5.26) и относящихся к недиффузным колебаниям. Поэтому для помещений, в которых рассеивание звука не настолько совершенно, чтобы обеспечить эргодическое распределение его, «коэффициент поглощения», определённый по кривым затухания (которые кажутся прямолинейными на протяжении первых тридцати или сорока децибел), ближе соответствует нормальному коэффициенту Сэбина. Равным образом, сопоставление с уравнением (5.36) показывает, что коэффициенты, полученные при измерениях в установившемся режиме для таких помещений, обычно получаются меньше, чем нормальные коэффициенты, определённые по начальному наклону кривых затухания. Это обусловлено тем, что измерения в установившемся режиме дают средний результат по всем возбуждённым колебаниям, тогда как начальная крутизна кривой затухания обусловлена только косыми колебаниями.

Кривые затухания того вида, как на рис. 25, часто получаются на практике, и будет интересно сопоставить измеренные в этих условиях импедансы стенок с кривыми затухания, полученными обычным способом. Хунт, Беранек и Маа[H9] пользовались уравнением, подобным уравнению (6.20) для анализа кривых затухания. Они получили вполне удовлетворительное совпадение с теорией, как это видно из рис. 26. Измерения производились в камере размером $6 \times 4{,}2 \times 2{,}4$ *м* с оштукатуренными стенками и потолком и с полом, по-

крытым поглощающим материалом. Кружками помечены экспериментальные точки, сплошные линии представляют теоретические кривые. Отклонение тех и других от прямой линии бросается в глаза. Подобный же анализ [B12], при котором использовалось модифицирован-

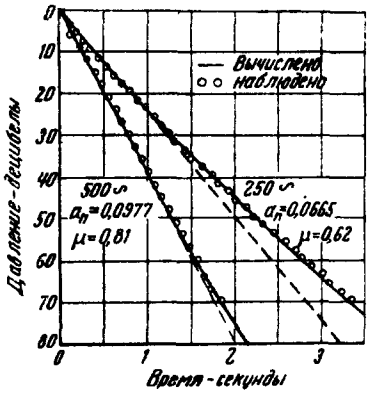


Рис. 26. Кривые затухания. Согласие опытных результатов (кружки) с теоретическими (сплошные линии) [9].

ное уравнение (6.20) и иные экспериментальные условия, дал также удовлетворительное совпадение результатов измерений с теорией.

При использовании уравнения (6.20) необходимо помнить, что это лишь приближённое выражение; оно становится неверным, когда какое-либо из η становится меньше двух. Равным образом, пользуясь приближённым выражением $\alpha_s = \alpha_t = 4\gamma$, необходимо помнить, что оно верно только, если $(|z|/\eta\rho c)$ больше примерно четырёх.

(Окончание в следующем выпуске.)