ДИФФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ НА БОЛЬШИХ -РАССТОЯНИЯХ

А. Ф. Панасенков

Диффракционные явления Френеля к настоящему времени можно считать достаточно изученными как теоретически, так и экспериментально. Однако, при всём многообразии исследований в этой области вопрос о диффракции на больших расстояниях, порядка сотен и тысяч метров, не говоря уже об астрономических, оставался в тени до самых последних лет. Лишь в 1930 г. в Америке появились по этому вопросу работы Вильямса¹ и Уайтфорда².



Рис. 1. Распределение освещённости на Земле в полутени Луны от лучей звезды. При $\delta = 0^{\prime\prime},001$ расстояние $b\delta = 1.9$ *м*. При $\delta = 0^{\prime\prime},004$ расстояние $b\delta = 7,6$ *м*

, В работе Вильямса дан теоретический анализ диффракции лучей звезды от диска Луны, экспериментальное осуществление которой сделал Уайтфорд.

Проблема возникла в связи с определением угловых диаметров звёзд. Хотя линейные диаметры звёзд и громадны, при огромных расстояниях звёзд их угловые диаметры оказываются меньше разрешающей способности современных телескопов. Поэтому для измерения угловых диаметров звёзд пользуются косвенными методами.

В 1909 г. Мак Магон^в предположил, что по времени закрытия Луной звезды можно определить угловой диаметр последней. Это можно показать таким образом.

Пусть звезда находится позади тёмного диска Луны и мы рассматриваем неподвижную картину распределения освещённости на Земле. Так как звезда имеет конечные размеры, то от края Луны мы получим полутень, которая показана на рис. 1 заштрихованной один раз. Вычисление распределения освещённости в полутени на Земле даёт:

$$I(y) = i_0 \frac{nR^2}{2} + i_0 \left(\frac{a}{b}y - R\right) \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{b}y - R\right)^2} + i_0 R^2 \arcsin\frac{\frac{a}{b}y - R}{R}$$
(1)

Здесь a — расстояние от звезды до Луны, b — расстояние от Луны до Земли и i_0 — яркость диска звезды.

Графическое распределение освещённости на Земле, вычисленное по формуле (1), представлено на рис. 1. Обозначив угловой диаметр звезды $\frac{2R}{a}$ буквой δ , формулу (1) представим в виде

$$I(y) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{\pi} \left(\frac{2y}{b\delta} - 1\right) \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b\delta} - 1\right)^2} + \frac{I_0}{\pi} \arcsin\left(\frac{2y}{b\delta} - 1\right), \quad (1')$$

где $I_0 = i_0 \pi R^2$ — сила света звезды.

Если в определённый момент во время прохождения Луны измерить I в различных точках по линии Oy, то можно подобрать такой параметр δ , который позволит представить полученную кривую распределения освещённости I(y) формулой (1'). Иначе, поставив в какую-либо точку A на линии Ov аппарат, записывающий в разные моменты времени t освещённость в этой точке A, получают I(t): так как y = vt, где v — скорость движения тени по Земле, то по I(t) легко найти I(vt) = I(y). В остальном поступают по-

Эддингтон 4 показал, что при измерении угловых диаметров по этому метолу необходимо учесть диффракцию от края Луны; чтобы измерения были возможны, по Эдлингтону, звезда должна иметь угловой диаметр не менее 0".008: поэтому подхол к проблеме опроделения угловых диаметров звёзд с точки зрения геометрической оптики, по Эдлингтону, совершенчо безнадёжен, за чсключением звёзд очень большого углового лиаметра. Анализируя задачу тиффракции лучей звезды от диска Луны, Вильямс предполагает, что диффракция от края диска Луны будет такая же, как и от плоского экрана, перпендикулярного к линии наблюдения и расположенного так, что его край является касательной к диску Лучы в точке, где поярляется диффракция. Тогда эта задача сволится к простой задаче диффракции на прямом крае, которая решена теоретически и экспериментально Френелем ⁵.

В случае точечного источника света интенсивность равна нулю внутри геометрической тени экрача, затем вблизи края увеличивается, достигая на геометрической тени края 1/4 интенсивности свободной волны, а вне геометрической тени появляются колебания интенсивности, которые сглаживаются, и вдали от тени края интенсивность равна интенсивности своботной волны. Указанное распределение интенсивности выражается следующей формулой:

$$I = \frac{I_0}{2} \left(C^2 + S^2 \right), \tag{2}$$

где

$$C(v) = \int_{0}^{\infty} \cos \frac{\pi v^{2}}{2} dv = \frac{1}{2} \pm \int_{0}^{\tau} \cos \frac{\pi v^{2}}{2} dv,$$

$$S(v) = \int_{0}^{\infty} \sin \frac{\pi v^{2}}{2} dv = \frac{1}{2} \pm \int_{0}^{\tau} \sin \frac{\pi v^{2}}{2} dv.$$

Здесь параметр v связан с дугой s волнового фронта формулой

$$v = s \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}},$$

где λ — длина волны источника света; верхние знаки соответствуют точ кам вне тени, нижние — точкам внутри тени; интенсивность свободной вол ны $I_0 = 1$.

Эти интегралы Френеля вычислены и даны в таблицах для значений аргу мента v, различающихся на $\Delta v = 0,1$. Вычисленная по формуле (?) кривая рас пределения интенсивности света приведена на рис. 2, который представляе собой модификацию известного опыта Френеля с диффракцией на остром тупом краях бритвы.

Рис. 2 взят из работы В. К. Аркадьева ⁶. Здесь представлены четыр полоски, вырезанные из диффракционных снимков, полученных от края экран с различным радиусом конвизны. Верхний снимок 2*a* представляет диф фракциончую тень острого лезвия боитвы с радиусом кривизны. мень пим 1µ. Снимок 2*b* относится к краю экрана, образованного стеклянной палоч кой, с раднусом кривнаны в 3,83 мм. Следующие полоски, рис. 2с и 2d, представляют тепь экрана, раднус кривизны которого был равен 40 м. На снимке



2с поверхность экрана была гладкая и блестящая (стекло), а на снимке 2d она была покрыта копотью.

Нетрудно видеть, что расположение и относительная яркость диффракционных полос во всех четырёх случаях одна и та же; то и другое не зависит ни от радиуса кривизны, ни от вещества края. Поэтому упрощение Вильямса, состоящее в замене части диска Луны краем плоского экрана, вполне возможно.



Рис. 2. Диффракция от прямого края экрана различного радиуса кривизны

30

40

20

NMM

10

Рис. 3. Диффракционная кривая от края диска Луны, вычисленная для точечного источника и для звезды углового диаметра δ = 0",004

Для разбираемого случая, схематически представленного на рис. 3, мы имеем:

50 MM

 $b = 3,8 \cdot 10^8 \, cm$ — расстояние от Земли до Лу́ны, $\lambda = 4,3 \cdot 10^{-7} \, m = 4300 \text{Å}$ — длина волны света, отвечающая максимуму фотографического действия на пластинку.

Расстояние от звезды до Луны во много раз больше расстояния от Луны до Земли, так что можно написать

 $a \gg b$.

Если через x, связанный с параметром v по формуле

$$x = v \sqrt{\frac{b\lambda(a+b)}{2a}} \leq v \sqrt{\frac{b\lambda}{2}}, \qquad (3)^7$$

обозначить расстояние в метрах от геометрического края тени, то для положения первых максимумов и минимумов мы получим следующие значения x:

> максимум 11,0 21,2 27,8 м минимум 16,9 24,7 м

Нанося эти значения на график, Вильямс получает диффракционную кривую от края диска Луны. На этой кривой, представленной на рис. 3, ширина диффракционных полос порядка 10 м.

Формулы (2) и (3) справедливы для точечного источника света. Звезда же имеет хотя и малый угловой диаметр, но всё же конечный. Следовательно, и закон изменения интенсивности света должен измениться. Соответствующая

in

кривая для источника света с угловым диаметром 0",004 дана на том же рис. S. Сравнивая кривые рис. З, можно заметить, что положения максимумов и минимумов в диффракционном узоре совпадают, но различие в интенсивности является значительным.

Распределение интенсивности при точечном источнике было изучено Ляймопом⁸. С помощью микрофотометра он измерял почернение на диффракционной картине фотонегатива и загем вычислял из этих данных отношение интенсивности первого максимума к интенсивности следующих максимумов и минимумов. Результаты оказались совпадающими с теорней Френеля.

Экспериментальное наблюдение диффракции лучей звезды от диска Лупы должно состоять в измерении и регистрировании различной интенсивности света от звезды на Земле в момент затмения; в это время вычисленная скорость диффракционных полос составляет около 500 м/сек.

Ясно, что обеспечить это наблюдение возможно только, во-первых, применением достаточно чувствительного прибора, каким является фотоэлемент, и, во-вторых, прибора, достаточно безинерционного для записи колебаний, каким является катодный осциллограф.

Применив такую быстро действующую фотоэлектрическую систему, Уайтфорд в 1938 г. на обсерватории Моунт-Вилсон произвёл этот эксперимент. В качестве источников света были

Рис. 4. Схема для наблюдения диффракции лучей Рис. 5. Изменение силы звезды от края диска Луны света в момент начала затмения

взяты звёзды β-Козерога и ν-Водолея, которые в сентябре месяце 1938 г. были подвержены затмению Луной.

Согласно описанию схема наблюдения может быть представлена так, как показано на рис. 4. Здесь диффрагированный на крае диска Луны свет звезды (S) улавливался 100-дюймовым (258 см в диаметре) рефлектором R и направлялся на фотоэлемент Ph. Напряжение возникшего фототока снималось с сопротивления r, усиливалось четырёхкаскадным усилителем M и подавалось на вертикально отклоняющие пластины 3-дюймового (7,5 см) катодного осциллографа Os. Вертикальные колебания светящейся точки фотографировались на движущейся ленте, которая была намотана на барабан, вращающийся на осн с винтовой нарезкой. Скорость плёнки составляла 450 мм/сек.

Наблюдённая кривая изменения света, полученная фотографированием экрана осциллографа, представлена на рис. 5 в виде отрезка в 5 *см* от сплошной ленты в 90 *см*, намотанной на вращающийся барабан. Время возрастало справа налево и снизу вверх.

Из этой картины видно, что до начала затмения пятно вычерчивает на осциллографе равномерную освещённость с небольшими искажениями, которые можно приписать действию атмосферных воли при 100-дюймовом зеркале рефлектора. Резкое же искажение картины появляется в момент наступления затмения звезды, т. е. когда звезда окажется позади тёмного диска Луны. Точки паблюдённой таким способом кривой диффракции лучей звезды от диска Луны представлены на рис. 6 в виде кружков.

Для сравнения результата эксперимента с теорией на этом же рисунке приведены ещё две кривые. Сплошной линией представлена диффракционная



кривая от точечного источника света. Она вычислена методом снирали Корню для широкого́ интервала длин волн, который даёт звезда. Пунктирной линпей представлена диффракционная кривая от звез-

Рис. 6. Сравнение вычисленной и наблюдённой диффракционной кривой от края диска Луны. Движение телескопа справа палево представлена диффракционная кривая от звезды β -Козерога. Её вычисленный угловой диаметр был равен 0",001. Видно, что равница между этими кривыми незначительна. Сравнение же точек наблюдённой кривой с теоретической даёт вполие удовлетворительное согласие. Ширина диффракционных полос, кан и в вычислениях Вильямса, оказалась порядка 10 м.

Необходимо отметить, что затмение имело место на сравнительно гладкой части лунной поверхности, так что в диффракции не принимали участия горы и прочие неровности Луны. Для звёзд, диаметра большего чем 0",005, этот метод может быть применён для непосредственного измерения их диаметра. Для этого достаточно сравнить наблюдёнпую диффракционную кривую с кривыми, вычисленными для различ-

ных угловых диаметров. Идентичность сравниваемых кривых укажет размер звезды.

Расчёт явлений диффракции для больших расстояний в несколько километров выполнен в указанной выше статье В. К. Аркадьевым в 1912 г. при помощи закона подобия диффракционных фигур.



Рис. 7. Резкая тень диска, диаметром $d_1 = 21 \, cm$, на расстоянии $a + b = 3 \, m$

Исходя из теории Ломмеля⁹ о диффракции от диска, можно сделать заключение, что геометрически подобны диффракционные узоры в том случае, если функции

$$Y = 2\pi n = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a+b}{ab} r^{2}$$

$$Y_{1} = 2\pi n_{1} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a_{1}+b_{1}}{a_{1}b_{1}} r_{1}^{2}$$
(4)

1

И

будут одинаковы. Здесь n — количество выделенных зон Гюйгенса-Френеля, d = 2r — диаметр диска, а остальные величины — вышеуказанные параметры.

Приравнивая эти функции, имеем

 $\frac{1}{\lambda_1}\frac{a+b}{ab}r^2 = \frac{1}{\lambda_1}\frac{a_1+b_1}{a_1b_1}r_1^2.$

Наложив условие

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = K \quad \text{H} \quad \lambda_1 = \lambda, \tag{5}$$

получаем:

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{a_1 + b_1}{a + b} = \frac{d_1}{d^2},$$
(6)

т. е. при условин сохранения длины волны источника света диффракционные узоры будут подобны, если расстояния будут находиться в таком же отношении, как квадраты диаметров кругов.



Рис. 8. Диффракция от диска, диаметром $d_1 = 21 \ cm$, на расстоянии $a + b = 150 \ \kappa m$

Для иллюстрации этого вывода на рис. 7 приведён снимок из указанной статьи В. К. Аркадьева, который представляет тень диска, днаметром $d_1 = 21 \text{ см}$, на расстоянии a + b = 3 м. Если же взять расстояние $a_1 + b_1 \pm 150 \text{ км} = 15 \cdot 10^4 \text{ м}$, то вместо резкой тени получим диффракционную картину, представленную на рис. 8.

Последний снимок был получен путём увеличения снимка, сделанного на расстоянии $a + b = 30,6 \ m$ от маденькой модели руки с диском, днаметра $d = 3 \ mm$, вырезанной из тонкой жести. Согласно отношению (6) картина была увеличена в 70 раз, так как модель диска была меньше натуры в $\frac{d_1}{d_1} = 70$ раз.

Теперь, после наблюдений Уайтфорда диффракции на астрономических расстояниях, реальность снимков, подобных рис. 8, не может подлежать сомнению.

ЛИТЕРАТУРА

- J. L. Williams, Astroph. Journ, 89, 4, 1939.
 A. E. Whitford, Astroph. Journ., 89, 4, 1939.
 Mac Mahon, Monthly Notices, London, 63, 126, 19 9.
 A. S. Eddington, Monthly Notices, London, 69, 178, 1909.
 A. Fresnel, Oeuvres complètes, 1, 232, 239, 1866.
 B. K. Аркадьев, ЖРФО, 44, 145, 1912; Phys. Z., 14, 832, 1913
 Рэлей, Волновая теория света, М.—Л., ГТТИ, 1940, стр. 94.
 Th. Lyman, Proc. Nat. Acad. Sci., 16, 71, 1930.
 E. v. Lommel, Abh. d. Bayr. Ak. d. Wiss., 15, 231, 1886.

Редактор Э. В. Шпольский.

Л66221. Подписано к печати 26/VI 1944 г. 9,5 печ. л. 12,6°авт. л. 54800 тип. зн. в печ. л. Тираж 3000 экз. Цена книти 8 руб. Заказ № 497 ----

1-я Ооразцовая типография треста "Полиграфкинга" Огиза пі и СНК РСФСР. Москва, Валовая, 28.