

## ТОНКАЯ СТРУКТУРА ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ. ИСТОРИЯ И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ<sup>1)</sup>

*А. Зоммерфельд, Мюнхен*

Теория Бора в 1913 г. впервые дала объяснение водородным линиям  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ , ... , которые вместе образуют серию Бальмера. Однако, она оставила без объяснения один пункт, а именно, найденную Майкельсоном дублетную структуру этих линий. Речь идет об очень малом расщеплении (Майкельсон нашел для  $H_\alpha$  значение  $\Delta\lambda = 0,14 \text{ \AA}$ ), которое может быть обнаружено лишь с помощью тончайших спектроскопических аппаратов. Мы говорим поэтому о «тонкой структуре водородных линий» для того, чтобы отличить ее от более грубой дублетной или мультиплетной структуры водородоподобных линий (например,  $\Delta\lambda = 6 \text{ \AA}$  — расщепление желтой натриевой линии).

Бор первоначально квантовал только круговое обращение электрона около протона, что выразилось в том, что он использовал только одно квантовое число — «азимутальное квантовое число»; в дальнейшем мы будем обозначать его через  $n_\varphi$ . Для того чтобы объяснить дублетный характер водородных линий, я должен был исследовать общее движение электронов по кеплерову эллипсу и квантовать также радиальное движение, т. е. ввести наряду с  $n_\varphi$  еще и радиальное квантовое число  $n_r$ . Мы полагаем

$$n_r + n_\varphi = n$$

и называем  $n$  главным квантовым числом. При данном  $n$  радиальное квантовое число  $n_r$  может принимать значение

$$n_r = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (1a)$$

а  $n_\varphi$ , следовательно, значение

$$n_\varphi = n, n-1, \dots, 1. \quad (1b)$$

Таким образом, каждый простой боровский уровень энергии расщепляется на  $n$  подуровней; в частности, основной уровень  $n=2$  бальмеровых линий — на два подуровня. Этим уже было бы дано объяснение дублетному характеру бальмеровых линий, если бы при вычислениях с помощью классической механики не оказалось, что эти подуровни между собою совпа-

<sup>1)</sup> Naturwiss., 28, 417, 1940.

дают. В самом деле, формула для энергии электрона в  $n$ -ом квантовом состоянии такова:

$$E = E_0 - \frac{R\hbar}{n^2}, \quad (2)$$

где  $E_0$  — энергия покоя электрона и  $R$  — так называемая постоянная Ридберга:

$$R\hbar = E_0 \frac{\alpha^2}{2}, \quad E_0 = m_0 c^2. \quad (2a)$$

Здесь  $m_0$  — масса покоя электрона и  $\alpha$  — «постоянная тонкой структуры»:

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}. \quad (3)$$

$\hbar$  означает постоянную Планка, деленную на  $2\pi$ ;  $e$  и  $c$ , — как обычно, заряд электрона и скорость света.

Когда  $e$  выражено в электростатической системе, то  $\alpha$  представляет собой универсальную постоянную. К ее величине, указанной в (3), мы вернемся впоследствии. Согласно формуле (2), энергия  $E$  водородного электрона зависит только от квантовой суммы  $n = n_r + n_\varphi$  и в  $n$ -состояниях, различающихся значениями  $n_r$  и  $n_\varphi$ , на самом деле имеет одну и ту же величину.

Однако, это имеет место лишь в том приближении, в каком справедлива классическая механика. Последняя, ведь, не учитывает конечную величину скорости света, т. е. полагает  $c = \infty$  и по (3), следовательно,  $\alpha = 0$ .

Если вычислять точнее, воспользовавшись теорией относительности, то вместо (2) получается

$$E = E_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha^2}{(n_r + \sqrt{k^2 - \alpha^2})^2} \right\}^{-1/2}, \quad (4)$$

где  $k$  означает не что иное, как азимутальное квантовое число, которое мы ранее называли через  $n_\varphi$ . Если разложить (4) по степеням  $\alpha^2$  и отбросить высшие степени  $\alpha^2$ , то мы придем вновь к формуле (2). Если же этого не делать, но воспользоваться точной формулой (4), то видно, что состояния  $(n_r, k)$  теперь энергетически немного «расходятся» вследствие присутствия  $\alpha^2$  в знаменателе (4); «немного» означает при этом: «только на порядок величины малого числа  $\alpha^2$ ».

После этого напоминания давно известных фактов должна быть понятной левая часть нашего рис. 1. Она представляет собой тонкую структуру линии  $H_\alpha$ , т. е. переход от  $n = 3$  к  $n = 2$  с точки зрения электронных орбит. Мы должны еще только принять постулат, что при переходе электрона из его верхнего состояния (верхняя часть рисунка) в нижнее состояние (нижняя часть рисунка) азимутальное квантовое число может изменяться только на единицу:

$$\Delta k = \pm 1 \text{ (правило отбора)}. \quad (5)$$

Длины изображенных на рисунке стрелок указывают на разность энергии между начальным и конечным состоянием и одновременно

служат мерой частоты испускаемого при этих переходах колебания; более длинные стрелки означают коротковолновые, более короткие — длинноволновые компоненты испускаемой линии. Согласно изложенной теории, следовало бы ожидать у  $H_\alpha$  три компонента (столько же компонент у  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ , ... , т. е. при переходах с  $n=4$  на  $n=2$  и  $n=5$  на  $n=2$  и т. д.).

Для проверки теории решающим, однако, оказалось исследование не балмеровых линий, но линий ионизированного гелия ( $He^+$ ).

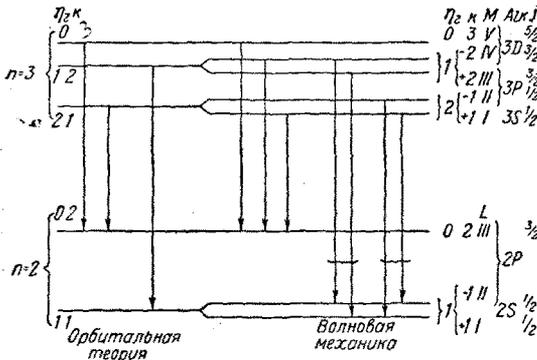


Рис. 1. Схема уровней для  $H_\alpha$ . Слева — по старой теории — 3 компонента; справа — по Дираку — 5 компонент с квантовыми числами  $n, k, j$  и сравнение с рентгеновскими спектрами и спектрами щелочных металлов

Последние были изучены в отношении их тонкой структуры в классической экспериментальной работе Пашена, которая появилась в том же 1915 г., одновременно с нашей теорией тонкой структуры. Эта теория охватывает также и линии  $He^+$ ; нужно только в формуле (4) заменить  $a$  через  $2a$  (ядро с удвоенным зарядом). Необходимо, однако, помнить, что наиболее существующая линия  $He^+$  —

— 46,86 соответствует переходу  $4 \rightarrow 3$ , а не переходу  $3 \rightarrow 2$ , как линия  $H_\alpha$ . В соответствии с этим увеличивается число компонент структуры, а именно, по изложенной теории, — до пяти. Число и взаимное расположение наблюдаемых и вычисленных компонент совпали, как показал Пашен, почти полностью. Таким образом, казалось, что не может быть сомнения в справедливости этой теории.

### Применение волновой механики; теория Дирака

Тем не менее вскоре обнаружили серьезные затруднения. Аналогия рентгеновских спектров с водородными линиями была подчеркнута уже в моей первой работе. В частности, было выяснено, что рентгеновский  $L$ -дублет является увеличенным отображением водородного дублета. Однако, в оболочке  $L$  ( $n=2$ ) имеется не два энергетических уровня, но три, в оболочке  $M$  ( $n=3$ ) — не три, но пять и вообще — не  $n$ , но  $2n-1$  энергетических уровней. Каким образом можно было подчинить это увеличенное число уровней теории водородного атома?

С другой стороны, Ландé неоднократно указывал на аналогию между рентгеновскими спектрами и спектрами щелочных металлов. Таким образом, возник вопрос как можно сопоставить тонкую структуру водородных линий с термами щелочных металлов.

Некоторые авторы склонялись к тому, чтобы рассматривать расщепление в водородном спектре не как релятивистское, но как магнитное или спиновое расщепление. В особенности эффект Зеемана, аномалии которого дали толчок к открытию спиновых явлений, обнаруживает (по Ганзену)<sup>1)</sup> у водорода черты, указывающие на электронный спин. Кроме того, подчеркивалось, что теория тонкой структуры использует теорию относительности не полностью, но ограничивается только зависимостью массы электрона от скорости, которую в качестве эмпирического результата можно выделить из теории относительности. К этому замечанию мы впоследствии еще вернемся.

В критическом для атомной теории 1926 г., в котором появилась первая работа Шредингера, Унсельд и я дали сопоставление водородных состояний с рентгеновскими спектрами, с одной стороны, и спектрами щелочных металлов, — с другой. Это сопоставление означало лишь новую квантовую нумерацию энергетических уровней при полном сохранении числа и положения этих уровней, указываемых формулой (4).

Теперь мы обратимся к правой половине нашего рис 1. Здесь нижний уровень конечного состояния и оба нижних уровня начального состояния изображены двойными, в то время, как верхний уровень обоих состояний остается однократным. Однако, это удвоение является лишь мысленным; значения энергии у двойных уровней, как и прежде, совпадают. Различными являются только их квантовые числа и притом не радиальное квантовое число  $n_r$ , которому мы приписываем те же значения 0, 1, 2, и соответственно 0, 1, как и в левой части рисунка, но азимутальные квантовые числа  $k$ . Последние в обеих частях удвоенных уровней различаются знаком:  $\pm 2, \pm 1$ . В том, что это на первый взгляд произвольное сопоставление на самом деле может быть оправдано, мы вскоре убедимся.

Вследствие нашего удвоения уровней число состояний, отвечающих данному главному квантовому числу  $n$ , возрастает от  $n$  до  $2n - 1$ , а именно, в нижней части рис. 1 с  $n = 2$  до 3, в верхней части  $n = 3$  до 5. Но таким путем оказывается возможным сопоставление рентгеновских уровней с водородными. Как уже было замечено, нижняя часть рисунка соответствует оболочке  $L$ , верхняя — оболочке  $M$ . Их подгруппы, по Бору, обозначаются указателями  $I, II$  и т. д. Это обозначение на рис. 1 приведено в третьем столбце справа; следует еще иметь в виду, что совпадающие в случае атома H уровни для рентгеновской области, при более высоких зарядах ядра, значительно расходятся.

Далее, в четвертом и пятом столбце рисунка мы производим сравнение со щелочными металлами; вообще говоря, атомные состояния при возрастании азимутального квантового числа характеризуются как  $S$ -,  $P$ -,  $D$ -состояния; обозначение  $2P, 3P$  и т. д. означает то, что главные квантовые числа соответственно равны 2 или 3 и т. д., но у щелочных металлов каждое  $P$ - и  $D$ -состояние — двойное

<sup>1)</sup> G. Hansen, Ann. Physik, 78, 558, 1925.

(только  $S$ -состояния — простые); мы имеем, таким образом,  $P$ -дублет (ср. сказанное выше относительно натрия),  $D$ -дублет и т. д. Для отличия обеих компонент этих дублетов служит квантовое число  $j$ , которое приведено в последнем столбце нашего рисунка и которое надо себе представить записанным в качестве индекса у символов  $S$ ,  $P$ ,  $D$ . Первоначально я назвал это квантовое число «внутренним квантовым числом». Однако, предпочтительнее название «квантовое число полного импульса вращения», так как оно означает алгебраическую сумму моментов количества движения орбитального и спинного. Дозволенные изменения этого числа  $j$ , при изменении состояния атома, таковы:

$$\Delta j = \pm 1 \text{ или } 0 \text{ (правило отбора)}. \quad (6)$$

Вместе с тем правило (5) для нашего теперешнего числа  $k$ , имеющего знак, следует дополнить таким образом, что возможны также переходы от  $k$  к  $-k$  и наоборот, т. е.

$$\Delta k = \pm 1 \text{ и } k \leftrightarrow -k. \quad (7)$$

На рис. 1 справа разрешенные правилами (6) и (7) переходы изображены при помощи стрелок. Здесь указано три перехода, которые ведут к верхнему простому уровню и которые поэтому и являются простыми переходами. Стрелки, ведущие к нижнему двойному уровню  $n_r = 1$ , соединены вместе по две, так как они фактически, вследствие совпадения двойных уровней, имеют одинаковую длину. Таким образом, в целом теперь имеется  $3 + 2 = 5$  компонент тонкой структуры.

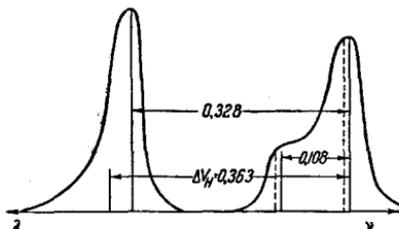


Рис. 2. Распределение интенсивности для  $H_\alpha$  и соответственно для  $D_\alpha$  (количественное). Вертикальные линии: теоретические интенсивности пяти компонент. Кривая взята из фотометрических наблюдений

Эту картину тонкой структуры мы изображаем еще раз на рис. 2, в шкале «волновых чисел»  $\nu$ . Так как волновые числа в спектроскопии определяются как обратные длины волн, то последние возрастают в направлении, обратном возрастанию волновых чисел, т. е. на нашем

рисунке справа налево. Мы получаем, таким образом, группу из трех длинноволновых компонент и группу из двух коротковолновых. Длины вертикальных черточек качественно показывают теоретические интенсивности компонент; в случае коротковолновых компонент они равны сумме теоретических интенсивностей, отвечающих обоим способам возникновения. Значение изображенных на рисунке пунктирных линий будет объяснено далее.

Однако, даже самыми тонкими спектроскопическими приборами (эталон Фабри и Перо или пластинка Льюмера — Герке) нет никакой возможности наблюдать отдельно эти пять компонент. То, что может быть достигнуто на самом деле, показано на нашем рисунке контурами интенсивности. Три длинноволновых компонента вместе дают горб

интенсивности, две коротковолновых — второй горб, который обнаруживает небольшой выступ, соответствующий более слабой из двух компонент 1).

Укажем еще, что означают изображенные на рис. 2 горизонтальные стрелки. Через  $\Delta_{\text{H}}$  обозначается идеальный водородный дублет, т. е. разделенная на  $h$  разность энергии обоих состояний, отвечающих  $n=2$ . Из формулы (4) для  $\Delta_{\text{H}}$  легко получается

$$\Delta_{\text{H}} = \frac{R\alpha^2}{6} = 0,363. \quad (8)$$

Полученное число, так же как и числа в последующих равенствах (9), (10), (11) и (15), выражено в обратных сантиметрах.

Однако, это  $\Delta_{\text{H}}$  на рис. 2 проявляется не как расстояние обеих главных компонент в длинноволновой и коротковолновой группах, но, как можно убедиться из рис. 1, в качестве расстояния между коротковолновой главной компонентой и длинноволновой средней компонентой. Расстояние обеих главных компонент соответственно меньше, а именно, теоретически

$$\Delta\nu = 0,328. \quad (9)$$

Кроме того, на рис. 2 обозначено еще теоретическое расстояние обеих коротковолновых компонент друг от друга:

$$\Delta\nu = 0,108. \quad (10)$$

Введением отрицательных значений  $h$  при нумерации уровней рис. 1 мы, выходя за пределы предложения Зоммерфельда и Унсельда, предвосхитили теорию электрона Дирака. Эта гениальная теория, которую следует рассматривать как венец волновой механики Шредингера, возникла из требования сделать волновую механику инвариантной по отношению к преобразованиям Лоренца. Здесь, таким образом, специальная теория относительности, содержание которой совпадает с требованием инвариантности по отношению к преобразованиям Лоренца, положена в основу в своем полном объеме, а не только в качестве одного закона релятивистской зависимости массы от скорости, как это делалось в старой орбитальной теории электронов.

Успех уравнения Дирака был решающим. Оно дает автоматически спин электрона и его правильный магнитный момент. Из значения последнего математически непринужденно вытекает объяснение аномального эффекта Зеемана. Точно так же двойной знак азимутального квантового числа получается сам собой и, наконец, путем интегрирования уравнения Дирака, — формула тонкой структуры (4).

Из того, что эта последняя зависит только от  $h^2$ , следует совпадение обоих уровней, отвечающих  $\pm h$ , которое ранее представля-

1) На превосходных фотографиях Ганзена (l. c.) у этой компоненты  $H_{\alpha}$  вследствие несимметричности фотометрической картины заглушено возвышение в коротковолновой части (см. рис. 12,  $a$  и  $b$  на стр. 589; ср. также рис. 20). Р. Вильямс (Phys. Rev., 54, 558, 1938) мог обнаружить отчетливый выступ только у  $D_{\alpha}$  — аналога  $H_{\alpha}$  в спектре тяжелого водорода (дейтерия).

лось нам произвольным. Тем самым устраняются также и указанные выше возражения, что водородный дублет не релятивистского происхождения, но должен рассматриваться как результат магнитного или спинного расщепления. На самом деле, как мы указывали, спин и его ориентация в магнитном поле в теории Дирака являются математическим следствием постулатов теории относительности. Таким образом, спиновое и релятивистское расщепления не противоречат друг другу. Во всяком случае наше доверие к формуле тонкой структуры со времени ее вывода из уравнения Дирака возросло.

### Сравнение с опытом

По поводу этого вопроса в моей книге «Строение атома и спектры», т. II сказано: «По поводу экспериментальной проверки формулы тонкой структуры вопрос еще окончательно не решен. В то время как тщательные американские работы, в особенности Хаустона и его учеников, повидимому, обнаруживают небольшие отклонения от теории, работа Марии Гейден, выполненная под руководством Конфермана, подтверждает формулу в пределах погрешностей. Идеальное расположение опыта, согласно любезному личному сообщению К. В. Мейсснера, состояло бы в поперечном наблюдении каналовых лучей в водороде, так как при этом эффект Доплера почти совершенно исключается. В конце концов вопрос сводится к тому, играет ли здесь роль, кроме кулоновых сил, еще взаимодействие между протоном и электроном такого типа, какие рассматриваются в ядерной физике».

Я думаю, что в этом отрывке правильно представлено положение, которое существовало в момент окончания моей книги. В добавлении, в конце книги, кроме того, указана заметка Пастернака (*Phys. Rev.*, **54**, 1013; ср. также *Phys. Rev.*, **55**, 421). Пастернак основывается, между прочим, на упомянутых выше измерениях Вильямса, согласно которым расстояние в волновых числах между коротковолновой и длинноволновой главными компонентами равно не 0,328, как указано в (9), но для H и D

$$\Delta\nu = 0,319, \quad (9a)$$

а между обеими коротковолновыми компонентами не 0,108, как дано в (10), но в случае D:

$$\Delta\nu = 0,135. \quad (10a)$$

Для объяснения этих отклонений Пастернак предполагает, что уровень  $2S$  смещен в сторону больших энергий, т. е. на рис. 1—вверх. Все остальные уровни остаются неизменными.

Смещение уровня  $2S$  влечет за собой в качестве следствия то, что обе пары стрелок, ведущие к  $2S$  и объединенные скобками, несколько укорочены. Картина тонкой структуры состоит в таком случае уже не из пяти, но собственно из семи компонент, из которых, однако, две пары компонент, обусловленные одним лишь смещением  $2S$ , настолько тесны, что их практически можно заменить

линией, проходящей через центр тяжести. Отыскание центра тяжести при этом следует, конечно, производить с учетом интенсивности обеих линий пары таким образом, чтобы в той паре, в которой компоненты, ведущие к  $2S$ , обладают наибольшей интенсивностью, смещение центра тяжести было наибольшим.

На рис. 2 линии обеих пар, проходящие через центр тяжести, нанесены пунктиром. Из рисунка видно, что прежнее расстояние  $\Delta\lambda = 0,328$  уменьшается лишь незначительно, а прежнее расстояние  $\Delta\lambda = 0,108$  соответственно увеличивается сильнее.

Пастернак находит, что допущение

$$\Delta\lambda_{2S} = 0,003 \text{ см}^{-1} \quad (11)$$

ведет к эмпирически правильным значениям (9а) и (10а). Кроме того, он показал, что то же допущение (11) также и для линий  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ , ... бальмеровской серии дает эмпирически правильные величины водородных дублетов (расстояния главных линий). Заметим попутно, что отсюда можно заключить о том, что смещение (11), выведенное из структуры Вильямса для D, имеет место также и для атома H, что (ср. ниже) вовсе не является само собой разумеющимся.

Какая же причина может вызвать смещение уровня  $2S$  и неизменное положение остальных уровней? — Можно думать, как это указывалось в приведенной цитате, изменение кулонова поля вследствие взаимодействий ядерного типа. Из знаменитых опытов с рассеянием протонов протонами, поставленных Гейденбургом, Хафстадом и Тювом, недавно еще улучшенных, Брейт и его сотрудники сделали заключение о радиусе действия ядерных сил порядка величины «классического радиуса электрона»

$$r_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2,81 \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (12)$$

Когда протоны сближаются на это расстояние, то кроме кулоновского отталкивания проявляются гораздо более сильные ядерные силы, в известном смысле соответствующие взаимной непроницаемости ядер. Половина расстояния (12) должна бы, таким образом, соответствовать эффективному для рассеяния радиусу протона. Мы можем себе представить на этом половинном расстоянии около протона потенциальный барьер, который препятствует дальнейшему сближению обоих протонов. Действие такого потенциального барьера на волновую функцию Шредингера заменяется в (нерелятивистской) волновой механике краевым условием  $\psi = 0$ .

Эти представления мы перенесем на взаимодействия между протоном и электроном. Место потенциального барьера мы перенесем на расстояние  $\frac{r_0}{q}$ , где  $q$  — соответствующее число. Таким образом, мы пишем краевое условие

$$\psi = 0 \text{ при } r = r_q = \frac{r_0}{q}. \quad (13)$$

Итак, мы приходим к модифицированной проблеме Кеплера: в обычной проблеме Кеплера рассматривают волновую функцию между границами  $r=0$  и  $r=\infty$  и пишут «естественные краевые условия»:  $\psi$  конечна для  $r=0$  и  $\psi=0$  для  $r=\infty$ .

Теперь мы ограничиваем интервал применимости  $\psi$  областью между  $r_q$  и  $\infty$  и пишем в точке  $r=r_q$  искусственные краевые условия (13), сохраняя условие  $\psi=0$  для  $r=\infty$ .

В номере *Annalen der Physik*, 1938 г., посвященном Планку, я рассмотрел, совместно с Велькером, проблему Кеплера с искусственными краевыми условиями, которые представляют интерес для астрофизических вопросов. При этом рассмотрении  $\psi$ -функция была ограничена внешним потенциальным барьером областью  $0 \leq r \leq r_q$ . Мы говорили в этой работе о «заключенном электроны» и исследовали влияние заключения на энергию основного состояния водорода. Теперь при нашем потенциальном барьере при  $r=r_q$  мы можем говорить об «освобожденном электроны» и изучать влияние освобождения на его уровень энергии.

Сразу видно, что это влияние в случае  $P$ - и  $D$ -состояний, так же как и во всех состояниях, которым отвечают большие значения  $k$ , должно быть мало. В самом деле, собственные функции для этих состояний исчезают при  $r=0$  уже в нормальной проблеме Кеплера; условие  $\psi=0$  при малом  $r_q$  оказывает поэтому небольшое влияние. Иначе дело обстоит в случае состояний  $S$ . Соответствующие собственные функции при обычном нормировании их имеют значение

$$\psi = \frac{1}{n\sqrt{n}}$$

для  $r=0$ . Поэтому условием (13) они сильно изменяются, в особенности при малых  $n$ , вследствие чего можно ожидать заметного изменения также и соответствующих уровней энергии.

Для того чтобы рассчитать это строго, мы должны рассмотреть аналитический характер собственных функций. Вместо так называемых полиномов Лагерра, которые в случае обычной проблемы Кеплера составляют существенную часть собственных функций, теперь появляются трансцендентные решения дифференциального уравнения Лагерра, а именно, необрываемые конфлюэнтные гипергеометрические функции. Так как их асимптотическое поведение для  $r=\infty$  находится в наших руках, их можно прежде всего приспособить к условию  $\psi=0$  для  $r=\infty$ . Для того чтобы удовлетворить другому краевому условию, а именно,  $\psi=0$  для  $r=r_q$ , можно воспользоваться заключающимся в волновой функции параметром энергии  $E$ .

Вместо того чтобы интересоваться значениями  $E$ , можно также при формальном соблюдении соотношения (2) рассматривать соответствующие значения  $n$ . В то время, как раньше  $n$  было целым числом, например,  $n=2$  для состояния  $2S$ , теперь  $n$  становится не целым. Мы пишем поэтому  $n + \Delta n$  и находим из краевого условия (13), примененного к нашей гипергеометрической функции, простой результат:

$$\Delta n = 2 \frac{r_q}{a} \quad (14)$$

при достаточно малом  $r_q$ . Здесь  $a$  — так называемый водородный радиус

$$a = \frac{\hbar^2}{m_0 e^2}$$

и, согласно (12) и (13), мы получаем

$$\frac{r_0}{a} = \frac{e^4}{\hbar^2 c^2} = \alpha^2.$$

Поэтому вместо (14) мы можем также написать

$$\Delta n = \frac{2\alpha^2}{q}. \quad (14a)$$

Принимая во внимание (2), напомним измененную энергию

$$E + \Delta E = E_0 - \frac{R\hbar}{\left(n + \frac{2\alpha^2}{q}\right)^2} = E_0 - \frac{R\hbar}{n^2} \left(1 - \frac{4\alpha^2}{qn}\right).$$

Отсюда получается следующее изменение волнового числа:

$$\Delta \nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{4R\alpha^2}{qn^3}. \quad (15)$$

Из этого соотношения мы получаем прежде всего

$$\Delta \nu_{1S} : \Delta \nu_{2S} : \Delta \nu_{3S} : \dots = 1 : \frac{1}{8} : \frac{1}{27} : \dots \quad (16)$$

Следовательно, пользуясь результатом Пастернака  $\Delta \nu_{2S} = 0,03$ , мы получаем

$$\Delta \nu_{1S} = 8\Delta \nu_{2S} = 0,24; \quad \Delta \nu_{3S} = \frac{8}{27}\Delta \nu_{2S} = 0,009.$$

Поскольку мы можем рассматривать последнее значение как недостаточное для наблюдения вследствие своей малости, мы подтверждаем тем самым постулированное выше неизменное положение всех исходных уровней  $H_\alpha$  (так же, как и  $H_\beta$ ), после того, как мы уже ранее объяснили нечувствительность уровней  $P$ ,  $D$  и т. д. (а именно, как для начального, так и для конечного состояний). Мы понимаем также теперь, почему не было установлено несогласия в тонкой структуре линий  $He^+ = 4\ 686$ <sup>1)</sup>.

В самом деле, здесь низшим состоянием является как раз нечувствительный уровень  $3S$ . С другой стороны, можно было бы думать о проверке влияния на наиболее чувствительный уровень  $1S$ , обнаружив это влияние на линиях серии Лаймана. Однако, это ожидание иллюзорно, так как конечный уровень серии Лаймана — простой и состоит только из одного термина  $1S$ : его смещение  $\Delta \nu_{1S}$  не оказывает поэтому влияния на тонкую структуру, но лишь на общее расположение линий серии и притом в процентном отношении незаметным образом.

<sup>1)</sup> При этом мы молчаливо предполагаем, что ядерные силы  $\alpha$ -частицы (ядра гелия) те же, что и у протона, что не является безусловно необходимым.

Наконец, вычислим из (15) величину  $q$ , подставляя  $n=2$  и  $\Delta\nu=0,03$ . Мы получаем

$$q = \frac{1}{2} \frac{R\alpha^2}{0,03} = 84, \quad (17)$$

так как

$$R = 1,10 \cdot 10^5, \quad \alpha^2 = 5,27 \cdot 10^{-5}.$$

Это значение поразительно велико. На основании результатов с рассеянием протонов мы бы могли ожидать приблизительно  $q=2$ . Для того чтобы вытекающие из  $q=84$  малые значения  $r_q$  сделать правдоподобными, можно было бы себе представить, что вследствие кулоновского притяжения в кеплеровой проблеме приближение электрона к протону может быть больше, нежели в случае кулоновского отталкивания при рассеянии протонов.

Приведенные выше замечания возникли под влиянием недавно появившейся интересной работы <sup>1)</sup>, в которой поле протонов в кеплеровой проблеме вычисляется на основании мезонной теории. Оказалось, что отталкивание, налагающееся на кулоновское притяжение, обнаруживается довольно внезапно при  $\frac{r_0}{6}$ . Поскольку авторы идеализировали это отталкивание бесконечно крутым потенциальным барьером, они пришли к указанному выше краевому условию  $q=6$ . Обусловленные этим изменения уровня энергии вычисляются авторами приближенным методом, основанным на теореме Грина <sup>2)</sup>, при котором остается в стороне исследование аналитического характера измененных собственных функций. Результат соответствует нашему уравнению (15), в частности, получается правильное отношение  $\Delta\nu_{1S}:\Delta\nu_{2S}=8:1$ . Абсолютное значение  $\Delta\nu_{2S}$  получается, конечно, вследствие  $q=6$ , слишком большим. Однако, мы отсюда не хотим заключать о неправильности мезонной теории или о неправильности самой работы Фрелиха, Гейтлера и Кана. Мы обратим только внимание на одно возражение, которое относится как к работе этих авторов, так и к нашим собственным соображениям, намеченным выше: волновая механика Шредингера справедлива только до порядка величины  $\alpha$ . Если, как это на самом деле имеет место в случае нашей проблемы, получается различие этого порядка величины, — следует вычислять по Дираку. Это, однако, завело бы нас здесь слишком далеко и будет сделано в другом месте.

#### Замечания об основных константах атомной физики

В уравнении (3) мы дали для константы тонкой структуры значение, равное обратному целому числу 137. Против этого имеется следующее возражение. Эддингтон в 1929 г. развил смелую теорию

<sup>1)</sup> H. Fröhlich, W. Heitler u. B. Kahn, Proc. Roy. Soc., 171, 269, 1939.

<sup>2)</sup> H. Fröhlich, Phys. Rev., 54, 945, 1938.

основанную на уравнении Дирака, согласно которой он пришел к следующему значению  $\alpha$ :

$$\alpha = 16 + \frac{16 \cdot 15}{2} = 136.$$

С целью объяснения этого результата необходимо предпослать следующие соображения. Для того чтобы удовлетворить требованию четырехмерной инвариантности, Дирак считал необходимым ввести в свое уравнение четыре матрицы с четырьмя строчками, пользование которыми несколько громоздко. Эддингтон, Заутер и др. заметили, — а я в своей книге последовательно провел, — замену этих матриц четырьмя гиперкомплексными числами, которые ведут себя антикоммутативно и при умножении образуют группу из шестнадцати гиперкомплексных единиц. Число пар этих единиц таково:

16 (комбинация двух одинаковых единиц),

$$\frac{+16 \cdot 15}{2} \text{ (комбинация двух различных единиц).}$$

Эддингтон пытался обосновать тот факт, что сумма 136 должна быть равной числу степеней свободы электрона и совпадать с обратной величиной  $\alpha$ . Вскоре после этого он решился прибавить еще одну степень свободы, вследствие чего было улучшено совпадение с эмпирическим значением  $\alpha$ . Последнее, на основании имевшихся в то время значений  $e$  и  $h$ , равнялось 137,3. Безусловно замечательно то, что при дальнейшем улучшении, в особенности значения  $e$ , для  $\alpha$  получилось число, стоящее ближе к целому числу 137. Современное наилучшее значение  $\frac{1}{\alpha} = 137,02$ .

Нельзя, однако, умолчать о том, что в другом случае предсказание, сделанное Эддингтоном на основании аналогичных соображений, не подтвердилось. Магнитный момент протона, согласно Эддингтону, должен бы составлять  $\frac{5}{2}$  в единицах так называемых ядерных магнетонов. Однако, известное в настоящее время очень точное значение магнитного момента протона равно  $2,785 \pm 0,2$ , т. е. ни в коем случае не рационально и, разумеется, отлично от  $\frac{5}{2}$ .

На конгрессе, посвященном памяти Гальвани, в Болонье в 1937 г., после доклада М. Зигбана, дискутировался вопрос о точных значениях основных констант  $e$ ,  $h$ ,  $m_0$  и об их согласовании с значительно более точно известной величиной константы Ридберга  $R$ . Мы тогда настоятельно побуждали Зигбана, как мастера прецизионных измерений, проверить путем рентгеновских измерений в то время наименее точно измеренное значение  $h$ , что он и обещал выполнить. Однако, окончательные результаты до сих пор неизвестны. В высшей степени тщательная и наглядная дискуссия существующих в настоящее время затруднений дана Дю-Мондом [Phys. Rev., 56, 153, 1939<sup>1)</sup>].

Уже в 1919 г., при первом издании моей книги, я предложил определять значения  $e$ ,  $m$ ,  $h$  чисто спектроскопически, с одной

<sup>1)</sup> См. также статьи Дэннингтона и Кирхнера (Успехи физич. наук, 23, 162, 1940; 24, 309, 1940).

стороны, из квантово-теоретических формул постоянной Ридберга для  $H$  и  $He^+$ , а, с другой стороны, из очень точных измерений тонкой структуры. По поводу последней мы вновь настоятельно указываем на предложение Мейсснера, упомянутое в начале предыдущего раздела.

Однако, положение сейчас изменилось. Как мы видели, измерение тонкой структуры дает сведения не только о фундаментальных константах, но и об еще весьма загадочных ядерных силах. Было бы, конечно, весьма наивно считать, что кулоново поле должно иметь вплоть до области в непосредственной близости ядра и даже до центра ядра  $r=0$ . Но отклонение от кулонова поля, как мы показали, даже в том случае, если оно наступает при самых малых значениях  $r$ , оказывает влияние на тонкую структуру, особенно у  $H_2$ . Интерес к точному знанию тонкой структуры тем самым хотя и смещается, однако, конечно, нисколько не уменьшается.

---