

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АТОМНЫХ КОНСТАНТ¹⁾

Ф. Кирхнер, Кельн

И. ВВЕДЕНИЕ

п. 1218/2.

Точное определение заряда электрона и постоянной Планка принадлежит к числу важнейших задач атомной физики. Понятно поэтому, что с течением времени целым рядом физиков было затрачено много труда, чтобы придумывать все новые методы экспериментального измерения этих констант и постоянно повышать точность их определения. И когда автору, принадлежащему к числу этих физиков, было предложено дать обзор полученных в этой области результатов и вместе с тем представить картину достигнутой в настоящее время точности, он с самого начала ясно увидел возникшие здесь трудности, — с большей ясностью, нежели всякий другой, кто не работал сам в этой области. Действительно, успешное осуществление «прецизионного измерения» связано не только с разработкой целесообразного и технически удачного расположения опытов, не только с основательной обработкой тщательнейших наблюдений и отсчетов и добросовестным определением окончательного результата, но и с критической оценкой достоверности этого результата. Было бы очень просто оценить точность, если бы она зависела только от «случайных ошибок измерения», к которым применима статистическая теория погрешностей.

К сожалению, однако, случайные ошибки измерения обыкновенно играют второстепенную роль по сравнению с другими источниками ошибок, которые невозможно охватить математически. Вследствие этого в конце концов точность полученного конечного результата вообще нельзя измерить или вычислить — ее необходимо «оценить», а результат подобной оценки зависит не только от одной истинной точности эксперимента, но и от опытности наблюдателя и его самокритики. Подобного рода замечания личного характера, которые, впрочем, существенны во всех экспериментах, имеющих целью довести результаты до предела возможностей наблюдения и измерения, очень редко встречаются в самих публикациях, так как в этих публика-

¹⁾ Ergebn. d. exakt. Naturwiss., 18, 26, 1939.

циях обычно стремятся к максимальной «деловитости», да и, кроме того, не подлежит сомнению, что описание трудного прецизионного эксперимента в журнале — даже в том случае, когда редакция не понуждает автора к сокращению статьи, — никогда не может дать полной картины всех источников недостоверности. Поэтому нет возможности проконтролировать субъективные по преимуществу данные относительно влияния на результат источников ошибок, не поддающихся статистическому учету.

Дальнейшее затруднение состоит в том, что данные о точности у различных наблюдателей с самого начала имеют различное значение. Один наблюдатель стремится указать свои «пределы погрешностей» и свою «максимальную погрешность» таким образом, чтобы было ясно, что истинное значение искомой величины лежит внутри этих границ; другой — дает лишь вычисленную по гауссову методу наименьших квадратов «вероятную» ошибку наблюдения, которая ничего не говорит о пригодности метода, но является лишь мерой воспроизводимости результата, полученного при помощи данного специального метода; наконец, третий — занимает промежуточное положение между указанными двумя крайними возможностями. («Вероятная» ошибка составляет 0,6745 «средней» ошибки в гауссовой теории погрешностей. Вероятность того, что истинная ошибка больше «вероятной», равна 1:2.)

Таким образом, неопределенность, кроющаяся в указаниях точности, сильно затрудняет критическое сравнение результатов измерений, выполненных различными авторами и в большинстве случаев различными методами. Если оказывается, что различные результаты между собой не совпадают, то, разумеется, нельзя просто «усреднять» отклонения и указывать результат в качестве «наиболее вероятного», но необходимо выждать пока появятся новые результаты измерений, достаточно достоверные для того, чтобы устранить возникшее затруднение. Но даже и в том случае, когда целый ряд результатов измерений различных наблюдателей, в пределах их собственных «границ погрешностей», между собою разумным образом совпадает и можно быть уверенным в том, что все они возникли независимо друг от друга, из этого еще нельзя делать вывод, что остающиеся отклонения отдельных результатов друг от друга обусловлены только случайными ошибками и что поэтому можно применять статистическую теорию ошибок. Таким образом, вовсе не всегда может считаться безукоризненным, когда путем механического усреднения из подобного рода различных отдельных измерений получается «наивероятнейшее» значение; точно так же и учет весов, соответствующих указанным ошибкам, не может устранить эту трудность, ибо ведь оценка ошибок авторами субъективна. Более того, значительная переоценка истинной точности и достоверности результата получается, когда вычисляют по правилам статистической теории ошибок «вероятную» ошибку усредненного «наивероятнейшего» значения и присоединяют ее к окончательному результату — как это за последнее время, к сожалению, сделалось обычным, — так как предпосылок для применения гауссовой теории здесь вовсе не имеется.

II. ЗАРЯД ЭЛЕКТРОНА

Мы начнем наш обзор рассмотрением определения заряда электрона по следующим причинам: во-первых, потому, что только элементарный электрический заряд может быть измерен в отдельности, — все остальные атомные константы встречаются всегда в комбинациях либо с элементарным зарядом, либо между собой; во-вторых, потому, что абсолютные измерения длин волн рентгеновских лучей, которые в настоящее время дают более удовлетворительное значение элементарного заряда, нежели непосредственные измерения, столь точны, что целесообразно при обсуждении измерений $\frac{h}{e}$ из коротковолновой границы рентгеновского спектра и других измерений, куда входят рентгеновские длины волн, считать эти длины волн известными с такой же определенностью, как и другие, входящие в эти измерения вспомогательные константы (например, скорость света).

1. Метод масляных капель. Для целого поколения физиков миллиkenовское определение электрического элементарного заряда служило образцом в высшей степени тщательной и мастерски исполненной прецизионной работы.

Полученное Милликеном число $e = 4,774 \cdot 10^{-10}$ CGSE за последние два десятилетия заняло почетное место во всех руководствах и справочниках по физике. В качестве наибольшей возможной ошибки Милликен⁷⁶, на основании своих тщательных и многолетних измерений, законченных в 1916 г., указал 1 промилле; эта максимальная ошибка $e = (4,774 \pm 0,005) \cdot 10^{-10}$ CGSE считалась общепринятой. Авторитет Милликена и чрезвычайно большая указанная им точность измерения привели к весьма своеобразному положению: в то время как опыт Милликена с масляными капельками повторялся бесчисленное количество раз во всех физических практикумах, — в течение 15 лет никто серьезно не предпринимал критическую проверку всех источников ошибок миллиkenовского определения e . Р. Т. Бэрджем²⁰ был выполнен только пересчет на основании изменившихся значений скорости света и на основании разницы между интернациональным и абсолютным вольтом, и сам Милликен⁷⁷ дал в 1930 г. вновь пересчитанное значение $e = (4,770 \pm 0,005) \cdot 10^{-10}$ CGSE. Более того, когда в 1928 г. благодаря пионерской работе Э. Бэклина³ об «Абсолютном измерении длин волн рентгеновых лучей» возникли некоторые сомнения в правильности миллиkenовского значения e , так как Бэклин вычислил из своих измерений значительно большую величину, — многие физики еще долго придерживались старого значения, а в критическом обзоре²⁰ наивероятнейших значений физических величин, появившемся в 1929 г., «подозрительно высокое» значение Бэклина было отброшено, между прочим, на том основании, что оно получено в пионерской работе и что весьма вероятно, что в этой пионерской работе содержатся различные непредвиденные систематические ошибки. Прошло еще почти 8 лет, прежде чем было показано вне всякого сомнения, что как раз, наоборот, в классической работе Милликена заключалась неожиданная систематическая ошибка, которая

во много раз больше принятого предела погрешности этой работы: именно — недостоверность величины коэффициента внутреннего трения воздуха, который, как известно, входит в степени $3/2$ в результат определения e по методу Милликена. В своем окончательном определении e Милликен опирался только на измерения Гаррингтона⁵³ из Чикаго. Эти измерения, по мнению Милликена, в то время были единственными по своей достоверности и точности, которую он оценил в $0,050/0^{76}$; тщательные измерения Фогеля из Берлина⁹⁸ и Гилля из Галле⁴⁹, которые (см. табл. 1) давали величину, на $0,50/0$ большую, Милликен отбросил как менее достоверные. Принятое Милликеном значение Гаррингтона затем в течение 16 лет без критики рассматривалось как правильное. Только в 1932 г. К. Шибя⁹¹ обратил внимание на то, что это значение, вероятно, слишком мало. В промежуток между 1936 и 1938 гг. проделано



Рис. 1. Старые и новые измерения коэффициента вязкости воздуха

разными авторами несколько новых измерений коэффициента вязкости воздуха; при этом отчасти был использован метод вращающегося цилиндра, отчасти метод капилляров. Результаты различных новых измерений сопоставлены в табл. 1 и на рис. 1 с прежними значениями.

Таблица 1

Измерения коэффициента внутреннего трения воздуха

Автор	Метод	$\eta_{230} \cdot 10^4$ CGSM
Фогель ⁹⁸ 1913	Метод колебаний	1,833 ¹⁾
Гилль ⁴⁹ 1914	Капилляр	1,831 ¹⁾
Гаррингтон ⁵³ 1916	Вращающийся цилиндр	1,8227
Кельштрем ⁶¹ 1936	Вращающийся цилиндр	1,8349
Бонд ^{31, 32} 1936	Капилляр	1,8338
Хаустон ⁵⁸ 1937	Вращающийся цилиндр	1,8292
Ригден ⁸¹ 1938	Капилляр	1,8303
Банержи и Паттанайк ¹⁰ 1938	Капилляр	1,8333

Все новые цифры лежат значительно выше числа Гаррингтона, а именно разница составляет от 3,6 промилле (Хаустон) до 6,7 про-

¹⁾ Результаты Фогеля и Гилля хотя и упоминаются в классической работе Милликена, но в многочисленных новых работах, в которых дискутируется вопрос о правильном значении η , не имеется никаких указаний на то, что эти результаты в противоположность тогдашнему взгляду Милликена правильны.

милле (Келльштрем). Но как раз измерения Келльштрема и Хаустана, которые произведены несомненно с максимальной тщательностью и которые быть может из всех новых измерений являются наиболее удовлетворительными, различаются еще друг от друга на 3,1 промилле (так как η входит в формулу для e в степени $3/2$, то этой разнице соответствует разница в значениях e на 4,6 промилле, т. е. в пять раз большей ранее принятого предела погрешности в определении e !).

В качестве среднего из результатов новых измерений получается $\eta_{230} = 1,832 \cdot 10^{-4}$ — блестящее подтверждение старых измерений Фогеля (1,833) и Гилля (1,831). При этом на $0,5\%_0$ большем значении η милликеновское число для e увеличивается на 7,5 промилле, т. е. до $4,805 \cdot 10^{-10}$ CGSE. Сам Милликен⁷⁸, который недавно высказался по этому вопросу, считает наиболее приемлемым значение Хаустана ($\eta = 1,8292 \pm 0,0045$) и потому вычислил из своих старых измерений $e = 4,796 \cdot 10^{-10}$ CGSE.

Измерения, выполненные в 1925 г. Маттаухом⁷⁴ по методу Милликена, привели со старым, использованным Милликоном значением $\eta = 1,8227 \cdot 10^{-4}$ к результату $e = 4,758 \cdot 10^{-10}$; если же взять для η по Фогелю и Гиллю 1,832, то это дает $e = 4,793 \cdot 10^{-10}$. Далее, в 1936 г. Бэклин и Флемберг⁹ опубликовали короткое сообщение о новом определении e по методу масляных капелек. При обработке своих измерений они приняли за правильное значение η число Келльштрема $1,8349 \pm 0,0027$ и получили $e = 4,800 \cdot 10^{-10}$ CGSE; при $\eta = 1,832$ измерения Бэклина и Флемберга ведут к результату $e = 4,788 \cdot 10^{-10}$ CGSE. Предел точности измерений Бэклина и Флемберга, повидимому, такой же, как и у Милликена.

2. Абсолютное измерение длин волн рентгеновских лучей. Обратимся теперь к абсолютным измерениям длины волны рентгеновских лучей, которые, как уже было упомянуто, дали толчок к только что обсужденному пересмотру прямых измерений элементарного электрического заряда и которые в настоящее время косвенным образом (см. п. 5 этого раздела) позволили получить более точное значение e , нежели прямые измерения по методу масляных капель. Фундаментом для этой важной ветви современной измерительной техники послужили: с одной стороны, спектроскопия рентгеновских лучей с кристаллическими решетками, которая была доведена до особенной точности, главным образом, Зигбаном и его школой, а с другой стороны, открытый Комптоном и Доаном факт, что при сильно скользящем падении рентгеновских лучей, т. е. в области полного отражения, можно получать дифракционные спектры рентгеновских лучей при помощи обыкновенных отражательных решеток. Последний метод был развит сначала Э. Бэклином в Институте Зигбана, а затем Дж. Бэрденем в Америке и превращен ими в прецизионный метод. Принцип этого метода показан на рис. 2. Рентгеновские лучи, исходящие от рентгеновской трубки, сначала подвергаются предварительному разложению в спектр при помощи кристаллической решетки K (кальцит); предварительно разложенный луч проходит через щель S и падает на отражательную решетку G , а от туда после зеркального отражения под «углом скольжения» φ

на фотографическую пластинку P . По обеим сторонам от отраженного луча нулевого порядка (C на рис. 2) появляются дифракционные спектры нулевого порядка под углом θ_n относительно C , причем θ_n совершенно так же, как в случае оптической отражательной решетки, удовлетворяет условию

$$n\lambda = d \{ \cos \varphi - \cos (\varphi + \theta_n) \} = 2d \sin \frac{2\varphi + \theta_n}{2} \sin \frac{\theta_n}{2}.$$

Разница в расположении опыта Бэклина³⁻⁸ и Бэрден^{11, 12, 15, 16} в существенных чертах такова: для того чтобы по возможности точно фиксировать необходимое для измерения углов расстояние R , Бэклин

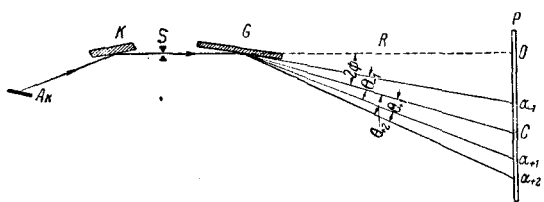


Рис. 2. Расположение опыта для абсолютных измерений длины волны рентгеновских лучей (по Бэклину³)

располагал перед решеткой G стальной нож, при помощи которого, так же как в рентгеновском спектрографе Зеемана, отражающая часть решетки ограничивалась участком, расположенным перед ножом. Далее, для облегчения измерения углов, Бэклин пользовался довольно длинноволновым излучением (линия $K\alpha$ алюминия $\lambda \cong 8,3 \text{ \AA}$) с тем, чтобы сделать углы дифракции возможно большими. Напротив, Бэрден работал с излучением $K\alpha$ меди ($\lambda \cong 1,5 \text{ \AA}$) и хрома ($\lambda \cong 2,3 \text{ \AA}$).

С целью устранить возражение, что при использовании малой части отражательной решетки небольшие местные нарушения правильности решетки могут повести к заметным ошибкам, он располагал в окончательных опытах решетку между двумя кристаллами двойного спектрометра таким образом, что использовалась почти вся поверхность решетки. При этом второй кристалл спектрометра служил для измерения угла лучей, отраженных решеткой; этот кристалл был монтирован на столике гониометра с прецизионным делением так, что можно было отсчитывать с точностью до 0,1 сек. Решетки, применявшиеся обоими исследователями, представляли собою стеклянные, неглубоко, но тщательно нарезанные решетки со 100—300 делениями на 1 мм; у Бэрден решетка, кроме того, была покрыта тонким слоем золота. Юстирование производилось обычными при точных оптических измерениях методами; оно требовало исключительной тщательности, так как речь идет об абсолютных измерениях.

Контроль прямых абсолютных измерений Бэклина и Бэрден позволил осуществить опыты Седермана⁹⁴ и Тирена⁹⁶, выполненные в Институте Зигбана. При этих опытах рентгеновские линии K -излучения алюминия регистрировались одновременно с оптическими линиями крайнего ультрафиолета других элементов, что давало возможность непосредственно примкнуть к оптической шкале длин волн. При этом были использованы вогнутые решетки; решетка Тирена имела 576 штрихов на 1 мм и радиус кривизны в 471 см. На рис. 3

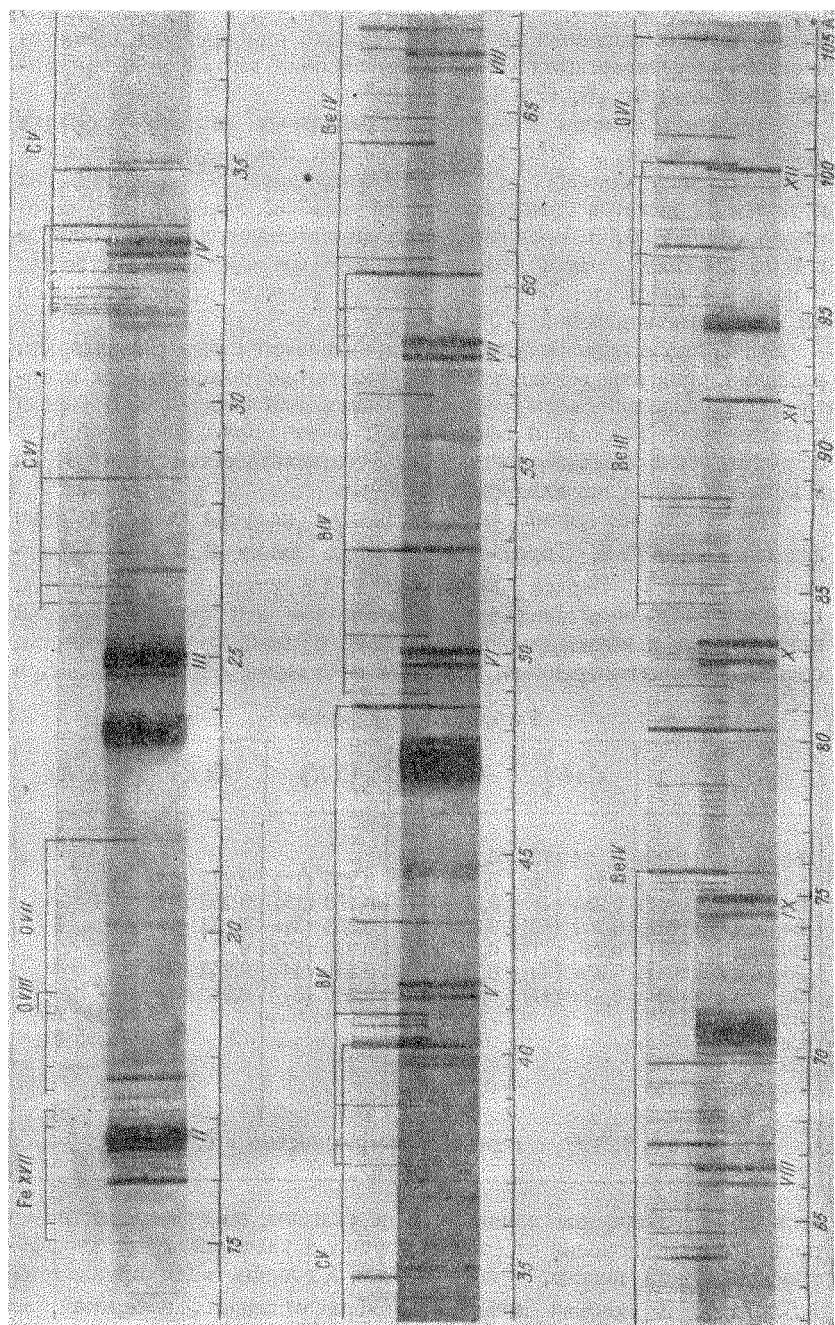


Рис. 3.

приведен один из полученных Тиреном спектров, на котором можно видеть K -линии алюминия во II—XII порядке одновременно с многочисленными стандартными оптическими линиями высоко ионизированных элементов Ве, В, С и О.

Случайные ошибки измерения у различных авторов — порядка десятых промилле, а иногда и еще меньше. Бэклин указывает в качестве средней ошибки $\pm 0,12$ промилле для 56 измерений, из которых 32 лежат в границах средней ошибки. Бэрден дает вероятную ошибку 0,03 промилле, что соответствует средней ошибке в 0,05 промилле; максимальное отклонение от среднего составляет у него 0,4 промилле. Тирен получает в качестве средней ошибки 68 отдельных измерений 0,04 промилле.

Величина систематической ошибки оценивается разными авторами различно. Отличное совпадение непосредственно примыкающих к оптической шкале длин волн результатов измерений Седермана и Тирена с измерениями Бэклина и Бэрдена (ср. ниже) позволяет заключить с достаточной достоверностью, что систематическая ошибка ни в коем случае не превосходит случайные.

Результаты измерений таковы. Бэклин получил для $K\alpha$ -линии алюминия 8,3395 Å, Тирен — для той же линии 8,3397 Å, Седерман — 8,3401 Å. Бэрден получил для $K\alpha$ -линии меди 1,5406 Å. Его многочисленные измерения, выполненные как фотографическим методом, так и ионизационным, а также с двойным спектрометром, сопоставлены с измерениями Бэклина и Седермана в табл. 2. При

Т а б л и ц а 2 (Бэрден¹⁵)

	Cu $K\beta$	Cu $K\alpha$	Cr $K\beta$	Cr $K\alpha$	Al $K\alpha$
Бэрден (1929)	0, 24 (10)	0,25 (10)			
Бэрден (1931)	0,241 (26)	0,229 (46)	0,239 (16)	0,245 (28)	
Бэрден (1931)	0,234 (4)	0,250 (11)	0,250 (15)	0,255 (27)	
Бэрден (1931)	0,264 (30)	0,257 (49)	0,253 (3)	0,254 (5)	
Бэрден (1931)	0,246 (41)	0,234 (73)	0,235 (32)	0,239 (51)	
Бэрден (1931)	0,259 (49)	0,250 (82)	0,256 (44)	0,255 (67)	
Бэрден (1931)	0,239 (11)	0,244 (16)	0,240 (3)	0,240 (4)	
Бэклин (1935)					0,249 (56)
Седерман (1935)		Cu $K\alpha_1$			0,255 (9)
Бэрден (1935)		0,245 (6)			
Бэрден (1935)		0,261 (6)			
Среднее: 0,248 ⁰ / ₀ с вероятной погрешностью в 0,0016 ⁰ / ₀ .					

этом самые измеренные длины волн не указаны, но приведены только процентные отклонения от соответствующих значений кристаллоспектроскопической шкалы, в которой для $K\alpha$ -линии меди принимается 1,53671 Å. В скобках добавлены числа отдельных измерений, из которых определено каждое из приведенных в таблице значений. Принятая Бэрденом кристаллоспектроскопическая шкала смещена

относительно общепринятой в рентгеноспектроскопии шкалы Зигбана, где за длину волны $K\alpha$ меди берется $1,537395 \text{ \AA}$, на $0,045\%$ в сторону коротких длин волн; на соответствующую величину следует уменьшить и отклонения, если отнести длины волн к шкале Зигбана. В качестве результата выполненного Бэрденем усреднения своих собственных результатов и результатов Бэклина и Седермана получается поэтому, что истинные длины волн на $0,203\%$ больше, нежели длины волн по шкале Зигбана. Новейшие измерения Тирена, которые при усреднении не приняты во внимание, дают по сравнению с новыми измерениями Хэглунда⁵², выполненными с кристаллической решеткой, разницу в $0,202\%$. Этот результат, таким образом, находится в прекрасном согласии с указанным выше.

Как известно, шкала Зигбана устанавливается таким образом, что «эффективная» постоянная решетки каменной соли, которую следует подставить в простую формулу Брэгга без учета преломления для 18°C и первого порядка, принимается равной $2,81400 \cdot 10^{-8} \text{ см}$. Для эффективной постоянной решетки кальцита кристаллоспектроскопические измерения дают в таком случае по Зигбану $3,02904 \cdot 10^{-8} \text{ см}$. Если теперь требуется по измеренному на кристалле углу дифракции и абсолютной длине волны определить абсолютную постоянную кристалла, то следует принять во внимание, что при брэгговском отражении от кристалла существует также и преломление; ввиду этого для вычисления «истинной» константы кристаллической решетки необходимо пользоваться вместо простой формулы Брэгга модифицированной:

$$n\lambda = 2d \sin \theta \left(1 - \frac{\delta}{\sin^2 \theta} \right),$$

где δ — разность между показателем преломления и единицей. Поэтому истинная постоянная решетки кальцита при 18°C получается несколько большей (а именно, на $0,135$ промилле), нежели эффективная постоянная; ее значение: $3,02945 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ (в шкале длин волн Бэрдена соответствующее значение будет $3,02810 \cdot 10^{-8} \text{ см}$). Окончательно, для абсолютной постоянной решетки кальцита получается: $3,02945 \cdot 1,00203 = 3,02810 \cdot 1,00248 = 3,03560 \cdot 10^{-8} \text{ см}$.

3. Какое влияние на плотность могут оказать отклонения от идеальной решетки кристалла? Только что приведенный расчет не встречает никаких возражений и может считаться совершенно корректным. Если, однако, при помощи найденной таким способом абсолютной постоянной решетки вычислить объем элементарной ячейки для того, чтобы отсюда при помощи молекулярного веса и плотности, в свою очередь, найти число Авогадро, а затем и элементарный электрический заряд, то возникает вопрос, насколько законно приписывать одинаковую плотность кристаллу во всей его толще. В самом деле, ведь брэгговское отражение происходит в чрезвычайно тонком поверхностном слое, порядка величины примерно $10^{-4} - 10^{-6} \text{ см}$, а это значит, что о постоянной решетки в глубине кристалла таким путем, вообще говоря, нельзя делать никаких заключений. Этот вопрос возникает тем естественней, что данные относительно интенсивности и угловой

ширины брэгговского отражения для большинства кристаллов уже давно привели к необходимости допущения так называемой « мозаичной структуры », т. е. к выводу, что многие кристаллы, которые внешне выглядят безукоризненно правильными, построены в действительности не из сплошь однородной решетки, как этого следовало бы ожидать для идеального кристалла, но из многочисленных ничтожно малых блоков. Очевидно, что эти маленькие блоки расположены не параллельно, но под очень малыми углами друг к другу. К сожалению, об этой несомненно существующей « мозаичной структуре » кристаллов экспериментально известно очень мало. Поэтому было очень трудно судить о том, является ли она, и если является, то в какой мере, причиной обнаруженного Бэклином и Бэрденом расхождения между абсолютной постоянной решетки и постоянной, вычисленной при помощи милликеновского значения e и вытекающего из него значения числа Авогадро.

Если бы постоянная решетки в поверхностном тонком слое, от которого, главным образом, зависит брэгговское отражение первого порядка, отличалась заметно от постоянной в более глубоких слоях, то эта разница сказалась бы на отражениях высших порядков, так как при этих условиях угол падения становится меньше, а глубина проникновения больше. По измерениям Эллисона¹ этого, однако, не наблюдается вплоть до пятого порядка, для которого глубина проникновения составляет приблизительно $1 \cdot 10^{-3}$ см, тогда как для первого порядка ее можно считать равной примерно $5 \cdot 10^{-5}$ см. Более того, согласно особенно тщательным измерениям Дю-Монда и Больмана⁴¹, даже в том случае, когда брэгговское отражение происходит внутри кристаллической пластинки, т. е. на еще значительно большем расстоянии от поверхности, угол отражения совпадает с полученным при отражении на поверхности в пределах достигнутой точности измерения, а именно 0,1 промилле. При этих исследованиях обнаружилось одно очень любопытное явление, которое первоначально оказалось помехой: при прохождении лучей сквозь тонкую, отполированную с обеих сторон пластинку известкового шпата оказалось, что кристалл отражает неравномерно по всей своей глубине, но части, прилегающие к поверхности как со входной, так и с выходной стороны, отражают сильнее, нежели внутренние части. Это явление обусловлено, очевидно, структурными изменениями поверхности, вызванными полировкой; Дю-Монд и Больман достигали уменьшения разницы в интенсивности отражения путем травления поверхности. Наблюдаемое увеличение интенсивности отражения на механически обработанной поверхности, согласно Дю-Монду и Больману, возникает следующим образом: интервал углов, внутри которого кристалл заметно отражает, в случае хорошего кристалла известкового шпата (кальцит), который, как известно, с довольно большим приближением ведет себя как « идеальный кристалл », — очень мал; он составляет несколько секунд дуги. Вследствие этого из всей интенсивности, исходящей от определенной точки антикатада, лишь ничтожная доля отражается от кристалла кальцита. Если теперь решетка кальцита под действием механической обработки кристалла

у поверхности нарушается, то в различных местах поверхности возникают новые, несколько различно ориентированные кристаллики, так что лучи, исходящие из каждой точки антикатода, встречаются на поверхности кристалла области, где происходит дополнительное отражение.

Таким путем, при определенных условиях опыта, может на самом деле получиться увеличение полной отраженной интенсивности.

Тю⁹⁵ указал на то, что вычисление N и e из абсолютной постоянной решетки и плотности при помощи таких кристаллов, которые, как, например, CaCO_3 и NaCl , ведут себя очень различно в отношении устанавливаемой рентгеноспектроскопически мозаичной структуры, должно вести к существенно различным результатам, если мозаичная структура оказывает какое-нибудь заметное влияние на результат. Однако, Тю установил, что для всех точно измеренных кристаллов — CaCO_3 , NaCl , KCl , алмаза — получается один и тот же результат.

Дальнейшее важное исследование по вопросу о том, можно ли по измеренной на больших кристаллах абсолютной постоянной решетки вычислять число Авогадро и элементарный электрический заряд, было проведено Дю-Мондом и Больманом⁹⁹ на порошкообразном известковом шпате. Применявшиеся кристаллики были достаточно малы (10^{-4} см и меньше) и потому принимали участие в отражении всем своим объемом. На одном и том же порошке сначала производилось измерение плотности при помощи пикнометра; далее, в спектрографе Зеемана-Болина точно измерялся угол интерференции для целого ряда сетчатых плоскостей решетки. Отсюда, наконец, выяснилось расстояние для плоскостей, параллельных плоскости спайности. Это расстояние оказалось равным $d = 3,02823 \text{ \AA}$ по шкале Зигбана, в то время как на больших кристаллах измеренное и вычисленное в той же шкале расстояние $d = 3,02904$. Разница (0,27 промилле) лежит в пределах точности измерений при интерференционных опытах с порошками. Равным образом и измерение плотности порошка, применявшегося для интерференционных опытов, дало результат, совпадающий в пределах точности метода (0,18 промилле) со значением, полученным для больших кристаллов ($\rho = 2,71022$ для порошка и $\rho = 2,71030$ для большого кристалла известкового шпата).

Таким образом, в границах достигнутой в опытах Дю-Монда и Больмана точности как постоянная решетки, так и измеренная обычными методами плотность порошка кальцита при размерах частиц от 10^{-4} до 10^{-5} см совпадают с постоянной решетки и плотностью больших кристаллов, применяемых в рентгеноспектроскопических исследованиях. Если даже считать полученные небольшие отклонения реальными и прибавить к ним еще вероятную ошибку определения плотности, то и тогда произведение $d^3\rho$, входящее в формулу для вычисления N и e (ср. ниже) для порошка, отличается не более чем на 1 промилле от того же произведения для большого кристалла.

Впрочем, если бы имели место неправильности решетки в масштабе, отвечающем величине частиц порошка, то следовало бы скорее ожидать разницы в плотности, нежели в величине постоянной решетки.

Все-таки с полной достоверностью нельзя считать исключенным, что какие-нибудь неправильности в решетке существуют на протяжении 10^{-5} см и меньших расстояниях. В самом деле, хотя столь малые частицы без сомнения имелись в порошке, применявшемся Дю-Мондом и Больманом и приготовлявшемся путем растирания в агатовой ступке, тем не менее они едва ли могли оказать влияние на интенсивность интерференции. Причина этого в том, что хотя для использованных рентгеновских лучей ($K\alpha$ никеля) погашение, т. е. ослабление вследствие отражения, для частиц размером меньше 10^{-4} очень мало, интенсивность отраженного от отдельной частицы излучения уменьшается пропорционально числу атомов, т. е. пропорционально кубу линейных размеров частицы. Для того чтобы установить, существуют ли в субмикроскопической области неправильности в структуре решетки, соответствующие исследования должны производиться со значительно меньшими частицами.

По предложению автора Г. Боохс³³ произвел ряд сравнительных измерений с электронными лучами в области размеров частиц порядка 10^{-6} см. При этом, в отличие от других исследователей, Боохс не мог обнаружить никаких отклонений от свойств больших кристаллов.

4. Вычисление постоянной Авогадро. Положение вопроса в настоящий момент можно резюмировать следующим образом: не подлежит сомнению, что в строении решетки нормально обнаруживаются неправильности, которые обуславливают, например, известные в рентгеновской спектроскопии явления мозаичной структуры. Однако, до сих пор не существует никаких экспериментальных указаний на то, что эти неправильности могут вызывать заметную разницу в пространственном распределении масс в большом кристалле по сравнению с очень малым, т. е. идеальным кристаллом. Напротив, для частиц размером до 10^{-4} см экспериментально доказано, что постоянная решетки и плотность в пределах 1 промилле такие же, как и в большом кристалле.

Далее, экспериментально доказано, что постоянная решетки внутри большого кристалла такая же, как и на его поверхности. Поэтому в настоящее время нет никаких оснований сомневаться в том, что вычисление постоянной Авогадро, а, следовательно, и заряда электрона, при помощи абсолютных измерений длины волны рентгеновских лучей законно. Так как элементарная ячейка у известкового шпата представляет собою ромбоэдр, то в выражение для объема элементарной ячейки входит также угол ромбоэдра β . Этот последний может быть измерен как гониометрически на большом кристалле, так и интерферометрически при помощи рентгеновских лучей. Дю-Монд и Больман и для этого угла ромбоэдра получили с кристаллическим порошком точно такую же величину, какая была измерена у больших кристаллов.

Постоянная Авогадро получается, если разделить массу M моля CaCO_3 на массу отдельной молекулы, причем последнюю необходимо выразить через объем решетки, приходящийся на одну молекулу и плотность ρ . Таким образом, получается

$$N = \frac{M}{2a^3\Phi(\beta)\rho}$$

Полагая

$$\begin{aligned}
 M &= 100,078 \pm 0,005 \\
 d_{18^\circ} &= 3,0356 \pm 0,0001 \text{ \AA} \quad (d_{20^\circ} = 3,03566 \text{ \AA}) \\
 \Phi(\beta) &= 1,0960 \pm 0,0005 \\
 \rho_{20^\circ} &= 2,7103 \pm 0,0004 \text{ г/см}^3,
 \end{aligned}$$

получаем для постоянной Авогадро:

$$N = (6,022 \pm 0,005) \cdot 10^{23}.$$

При оценке точности этого значения следуем Тирену⁹⁶. Указываемая погрешность окончательного результата получается следующим образом путем сложения отдельных ошибок:

Максимальная неточность константы решетки	0,033 промилле
	× 3 = 0,1 промилле
Неточность определения плотности ρ	0,15 »
Неточность $\Phi(\beta_1)$	0,5 »
Максимальная полная ошибка	0,75 промилле

При этом подсчете, разумеется, не принята во внимание неточность, связанная с возможными нарушениями идеальной структуры кристалла. Если допустить, что опытами Дю-Монда и Больмана заведомо исключаются отклонения больше 1 промилле, то в самом неблагоприятном случае следовало бы считать максимальную полную ошибку в 1,75 промилле. Таким образом, строго говоря, нужно было бы написать

$$N = (6,022 \pm 0,011) \cdot 10^{23}.$$

5. Вычисление заряда электрона. Для вычисления элементарного электрического заряда необходимо разделить полный заряд, переносимый при электролизе 1 моле одновалентного вещества, на постоянную Авогадро. Полный заряд, переносимый одним моле, — постоянная Фарадея — получается, как известно, если разделить атомный вес серебра (107,88) на количество серебра, выделяемого током, равным 1 в единицу времени (по определению 0,001118 г). Если считать интернациональный кулон равным абсолютному кулону, то отсюда получается (ср. Геннинг и Егер⁸⁶)

$$\begin{aligned}
 F &= 96494 \text{ кулон/моль} = \\
 &= 9649,4 \text{ CGSE/моль}.
 \end{aligned}$$

Р. Т. Бэрдж принимает, однако, отношение q международной к абсолютной единице силы тока равным не 1, но 0,99995²⁰ или 0,99993²⁷; при этом условии получается

$$F = 9648,9 \text{ CGSM/моль} \text{ или } 9648,7 \text{ CGSE/моль}.$$

¹) Дэннингтон (Rev. Mod. Physics, 11, 65, 1939) дает следующие вновь вычисленные значения: $M = 100,090$; $\Phi(\beta_1) = 1,00595$; $\rho_{20^\circ} = 2,71025$. С этими значениями получается $N = 6,023 \cdot 10^{23}$.

В недавно появившемся обзоре Вензеля⁹⁹ на основании вновь выполненных в американском Бюро стандартов измерений⁹⁷ принимается даже ¹⁾

$$q = 0,99986.$$

При этом постоянная Фарадея уменьшается до

$$F = 9648,0 \text{ CGSM/моль.}$$

Вензель считает, однако, что значение этой константы не следует выводить только из измерений с серебряным вольтметром, так как не вполне достоверно, что измеряемое количество выделившегося серебра действительно соответствует количеству, связанному с измеренным электрическим зарядом. Он учитывает поэтому еще измерения, произведенные в том же Бюро стандартов, с иодным вольтметром⁹⁷, которые приводят к результату

$$F = 9650,0 \text{ CGSM/моль,}$$

и предлагает в качестве окончательной цифры среднее из обоих чисел:

$$\begin{aligned} F &= 9694,0 \text{ CGSM/моль} = \\ &= 2,8926 \cdot 10^4 \text{ CGSE/моль.} \end{aligned}$$

Мы принимаем поэтому

$$\begin{aligned} F &= (9649 \pm 1) \text{ CGSE/моль} = \\ &= (2,8926 \pm 0,0003) \cdot 10^{14} \text{ CGSE/моль.} \end{aligned}$$

Отсюда получается

$$e = \frac{2,8926 \cdot 10^{14}}{6,022 \cdot 10^{23}} = (4,803 \pm 0,004) \cdot 10^{-10} \text{ CGSE.}$$

И здесь также предел погрешности следует увеличить еще на 1 промилле, т. е. до 0,009, если учесть остающуюся недостоверность относительно возможных отклонений от идеального строения кристалла. Несмотря на это вычисленное таким образом значение e следует считать значительно более точным, нежели значение, полученное любым другим способом, включая метод масляных капель. Из многочисленных других методов, которые ведут к величине элементарного заряда отчасти совершенно другими путями, здесь следует упомянуть только счет α -частиц и измерение переносимого ими полного заряда, измерение флуктуаций в усилительных лампах, обусловленных атомной природой электронного тока, и целый ряд механических и оптических явлений, связанных с флуктуациями (диффузия, броуновское движение, седиментационное равновесие коллоидных частиц, опалесценция), которые позволяют вычислить число Авогадро. Все эти методы

¹⁾ Дэннингтон (I. c.) указывает на то, что для единицы силы тока следует брать два различных переводных множителя, а именно: 0,99997 для системы нормального элемента и 0,99993 для системы «серебряного вольтметра». Для постоянной Фарадея он дает $F = (9649,11 \pm 0,24) \text{ CGSM/моль.}$

ведут к результатам, совпадающим в пределах свойственных им более или менее значительных погрешностей с приведенным выше числом.

6. Масса атома водорода. Для определения массы m_H водородного атома мы должны прежде всего перечислить константу Фарадея F на физическую шкалу масс. Действительно, в то время как в химической шкале химический атомный вес кислорода, который, как известно, кроме атомов с массой 16 содержит также атомы с массами (в круглых числах) 17 и 18, полагается равным 16,0000, в физической шкале масс за 16,0000 принимается только масса изотопа O^{16} . Поэтому физическая единица массы меньше химической в отношении, соответствующем доле всех трех изотопов кислорода в смеси. По Бэрджу²⁷ это отношение, на основании измеренного изотопного состава $O^{16}:O^{17}:O^{18} = 99,76:0,04:0,20^{102}$, следует принять равным 1,00027. Для постоянной Фарадея поэтому в физической шкале получается:

$$9649 \cdot 1,00027 = 9651,5 \text{ CGSM.}$$

Получающееся отсюда при помощи формулы $N = \frac{Fc}{e}$ число Авогадро, отнесенное к физической шкале масс, как раз на 0,27 промилле меньше приведенного числа, отнесенного к химической шкале масс. Для того чтобы вычислить массу водородного атома, следует разделить массу изотопа водорода $H^1 = 1,00813$ на число Авогадро, отнесенное к физической шкале масс

$$m_H = \frac{1,00813}{6,022 \cdot 10^{23} \cdot 1,00027} \text{ г} = 1,673_6 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$$

Далее, при $H^1 = 1,00813$ (из $F = 9651,5$) получается

$$\frac{e}{m_H} = 9573,8 \text{ CGSM.}$$

III. УДЕЛЬНЫЙ ЗАРЯД ЭЛЕКТРОНА

Едва ли существует какая-нибудь другая физическая проблема, для разрешения которой в течение ряда лет многочисленными исследователями было затрачено столько труда и экспериментального искусства, как для определения удельного заряда электрона. Однако, из многочисленных методов, которые с течением времени были разработаны и испробованы для определения $\frac{e}{m}$, здесь будут рассмотрены только те, при помощи которых в течение последних десяти лет были выполнены действительно прецизионные измерения.

Как известно, различные методы определения $\frac{e}{m}$ можно разделить на две группы: к одной группе относятся методы, в которых имеют дело со свободными электронами и изучают их поведение в электрических и магнитных полях; другая группа методов применяется к электронам, связанным в атомной оболочке, и использует

излучение света этими электронами или их взаимодействие со светом. В то время, когда Бэрдж опубликовал упомянутый выше подробный обзор вероятных значений физических констант, результаты, которые давали методы той и другой группы, столь сильно различались друг от друга, что представлялось необходимым принять два различных значения $\frac{e}{m}$ — «спектроскопическое» $(1,761 \pm 0,001) \cdot 10^7$ и $\frac{e}{m}$ из опытов с отклонением электронов $(1,769 \pm 0,002) \cdot 10^7$ CGSM/z. Это затруднение, особенно сильно подчеркнутое Бэрджем, несомненно дало толчок к целому ряду выполненных в последующие годы новых измерений при помощи различных методов, которые обсуждаются ниже. Результаты этих измерений настолько хорошо совпадают между собой, что теперь указанное затруднение следует считать полностью устраненным.

А. Измерения над свободными электронами

7. Определение $\frac{e}{m}$ по методу Кирхнера. Рассмотрим сначала методы определения $\frac{e}{m}$ у свободных электронов. Среди них в настоящее время наиболее точными являются те, в которых время пробега электронами определенного отрезка сравнивается с периодом колебания быстрых электрических колебаний. Этот принцип был впервые использован Ф. Кирхнером^{64, 65, 67} для прецизионных измерений. Выделенный диафрагмами узкий пучок катодных

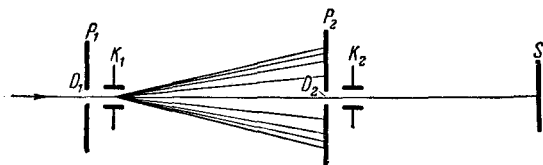


Рис. 4. Схема расположения опыта для непосредственного измерения скорости (Ф. Кирхнер^{64, 65})

лучей с одинаковой скоростью поступает (ср. рис. 4) после прохождения щели или отверстия D_1 в конденсатор K_1 , на который накладывается быстропеременное поле электрических колебаний. Вследствие этого катодный луч отклоняется в ту и другую сторону в такт с электрическими колебаниями. Широко развернутый веер катодных лучей у P_2 задерживается экраном, у которого в середине (у D_2) имеется щель или отверстие. Таким образом, через D_2 могут проходить только те катодные лучи, которые прошли через конденсатор K_1 в тот момент, когда электрическое поле в нем равнялось нулю. Так как колеблющийся туда и сюда катодный луч через каждые полпериода встречает D_2 , то через каждые полпериода сквозь D_2 проходит короткий импульс тока, который попадает далее в конденсатор K_2 . На этот последний наложено то же переменное поле, что и на K_1 . Вследствие этого электроны, проходящие через D_2 , отклоняются в ту или другую сторону в зависимости от того, какое поле было в K_2 в момент прохождения электронов. В результате на флуоресцирующем экране S появляется, вообще говоря, два отклоненных

изображения щели D_2 , расположенных симметрично относительно неотклоненного. Расстояние между обоими отклоненными лучами достигает наибольшей величины, если при прохождении луча через K_2 он застает там максимальное значение напряженности поля. Наоборот, оба луча сливаются в один, когда время, нужное частицам катодных лучей для того, чтобы дойти от K_1 до K_2 , как раз равно периоду колебания или целому кратному от него, так как в этом случае частицы, прошедшие через конденсатор K_1 в момент, когда поле в нем было равно нулю, застает в конденсаторе K_2 поле, также равное нулю. Точность установки на этот исключительный случай необычайно велика; в самом деле, изменение скорости Δv вызывает на флуоресцирующем экране отклонение Δa , которое выражается следующим образом:

$$\Delta a = \frac{e}{m} E_0 \omega l s s' \frac{\Delta v}{v^4}$$

(здесь $\frac{e}{m}$ — удельный заряд электрона в электромагнитных единицах, E_0 — максимальная напряженность поля в конденсаторах — в тех же единицах, ω — угловая частота колебаний, l — длина конденсаторов, s — расстояние между ними, s' — расстояние между вторым конденсатором и флуоресцирующим экраном и v — скорость катодных лучей).

Для электронов приблизительно в 2 000 V ошибка установки, как легко вычислить по приведенной формуле, без особого труда может быть сведена к нескольким сотысячным. Так как, далее, частота колебаний и расстояния конденсаторов могут быть измерены с точностью до 0,1 промилле, то абсолютная скорость катодных лучей может быть безупречно найдена с точностью до нескольких десятитысячных. Для того чтобы найти удельный заряд, нужно выполнить еще одно измерение, например, измерение ускоряющего потенциала, который должны пробежать электроны прежде, чем они вступают в прибор для измерения скорости. Из уравнения энергии

$$eV = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

при известной скорости v сразу получается удельный заряд

$$\frac{e}{m_0} = \frac{c^2}{V} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Измерение напряжения можно выполнить по методу компенсации путем сравнения с нормальным элементом, с точностью до 1 промилле. Необходимо, однако, считаться с возможностью, что действительная скорость электронов, вследствие наличия контактной разности потенциалов, отличается от измеренного потенциала на величину порядка 1 V.

Это затруднение можно избежать двумя путями: или пытаясь непосредственно определить контактный потенциал и внести соответствующую поправку, или производя измерения скорости с одним и тем же расположением, но при двух существенно различных напряжениях. Первый путь был использован автором этого обзора при обработке его измерений 1930 г.; попытки достигнуть цели вторым путем были недавно предприняты по предложению автора Бергом.

При объяснении принципа измерения было принято, что луч, попадающий в конденсатор K_2 , проходит конденсатор K_1 в тот момент, когда поле там равно нулю. Так как, однако, электронам требуется конечный промежуток времени для того, чтобы пройти конденсатор K_1 , при входе и выходе их из конденсатора электрическое поле несколько отличается от нуля. Вследствие этого, те электроны, которые покидают конденсатор без изменения направления, испытывают небольшое параллельное смещение и могут не пройти через диафрагму перед вторым конденсатором. Для того чтобы вообще попасть во второй конденсатор, они должны быть отклонены на соответствующий малый угол, т. е. изменение знака электрического поля в конденсаторе должно произойти немного раньше, чем электрон пройдет через середину конденсатора. Это «время опережения» можно вычислить из данных опыта; оно равно $\Delta t = \frac{l^2}{12vs}$.

Если бы электроны проходили через второй конденсатор с тем же временем опережения, то они бы прошли конденсатор без отклонения и встретили бы флуоресцирующий экран не на оси, но на продолжениях обоих косо входящих в конденсатор K_2 лучей. Для того чтобы оба луча встретились на оси, т. е. для того чтобы оба изображения на экране совпали, лучи должны проходить через конденсатор K_2 со временем опережения, увеличенным или уменьшенным на Δt , смотря по тому, происходит ли отклонение в ту же сторону, что и в первом конденсаторе, или в противоположную. Таким образом, измеренное расстояние s между центрами обоих конденсаторов электрон проходит на самом деле не в течение времени $\frac{T}{2}$, но в промежуток времени $\frac{T}{2} + \frac{l^2}{12vs}$ или $\frac{T}{2} - \frac{l^2}{12vs}$, в зависимости от того, «параллельны» или «скрещены» подводки к обоим конденсаторам. Поправка на конечную длину конденсаторов, которую следует внести в окончательный результат измерения скорости, составляет поэтому $\frac{l^2}{12s^2}$, т. е. при $l = 3$ см и $s = 50$ см (цифры отвечают действительным условиям опыта автора) 0,3 промилле. Так как при вычислении $\frac{e}{m}$ в формулу входит квадрат скорости, то поправка к окончательному результату составляет 0,6 промилле.

Результат измерений, выполненных в 1930 г., таков:

$$\frac{e}{m} = (1,7598 \pm 0,0025) \cdot 10^{17} \text{ CGSM.}$$

Указанная «максимальная ошибка» в 1,4 промилле складывается следующим образом:

Максимальная ошибка измерения расстояния конденсаторов	0,1 промилле
Максимальная ошибка определения частоты колебаний (пьезо-кварцевый стандарт)	0,1 »
<hr/>	
Оба эти измерения входят в окончательный результат квадратично, т. е. $0,2 + 0,2$	0,4 промилле
Максимальная ошибка измерения сопротивления и потенциала	0,1 »
Недостоверность поправки на падение потенциала на нити накала	0,1 »
Максимальная ошибка измерения напряжения, обусловленная контактным потенциалом	0,8 »
<hr/>	
Максимальная полная ошибка равна сумме всех отдельных ошибок	1,4 промилле

В 1931 г. была сделана попытка уменьшить неопределенность, связанную с контактным потенциалом, путем промера характеристик в области пространственного заряда. Эти измерения привели к поправке на пространственный потенциал в 1,3 V; окончательный результат уменьшился поэтому до

$$\frac{e}{m} = (1,7585 \pm 0,0012) \cdot 10^7 \text{ CGSM}$$

с ошибкой, уменьшенной до 0,7 промилле. Новый ряд измерений, сделанных при том же приблизительно напряжении, дает, если учесть указанную поправку на контактный потенциал,

$$\frac{e}{m} = (1,7590 \pm 0,0015) \cdot 10^7.$$

Этот результат, полученный почти десять лет назад, и до сих пор может считаться правильным. Правда, в последующие годы, при новых измерениях $\frac{e}{m}$ с помощью других методов, были получены отличные от указанного и неодинаковые между собой результаты, однако, самые последние значения $\frac{e}{m}$ снова совпадают в пределах погрешностей с приведенными результатами автора.

Перри и Чэффи⁸⁰ таким же методом произвели определение $\frac{e}{m}$ в интервале напряжений 10—20 kV. Разрешающая способность примененной ими аппаратуры была в 10 раз меньше, нежели в описанных опытах автора, и, кроме того, она была еще уменьшена применением фокусирующих катушек. Несмотря на это, Перри и Чэффи достигли замечательной точности; в конечном итоге они получили

$$\frac{e}{m} = (1,761 \pm 0,001) \cdot 10^7 \text{ CGSM}.$$

8. Определение $\frac{e}{m}$ по методу Дэннингтона. Другой метод, в котором, так же как и в предыдущем, время пробега

электронов сравнивается с периодом электрических колебаний, был предложен Э. Лауренсом и использован Ф. Дэннингтоном^{42, 43} в качестве прецизионного. В этом методе, однако, измерение скорости комбинируется не с измерением напряжения, но с магнитным отклонением по круговому пути, фиксируемому щелями.

Расположение опыта у Дэннингтона схематически изображено на рис. 5. Электроны нити накала в течение одного полупериода частотного переменного поля, прикладываемого между 1 и 2, ускоряются последним и проходят через щель 2. Их скорость различна и находится в зависимости от напряжения, которое имеет место между нитью и щелью в момент ускорения. Однородное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости чертежа, отклоняет электроны. Из этих отклоненных электронов только те могут пройти сквозь щели 3, 4, 5 и попасть в приемник, круговой путь которых имеет определенный радиус, задаваемый расположением щелей. Перед приемником, а именно между 5 и 1, то самое поле, которое служило для ускорения электронов, будет уже задерживать их. Частота переменного поля и его напряжение выбираются так, чтобы время пробега по кругу для части электронов было приблизительно равно целому

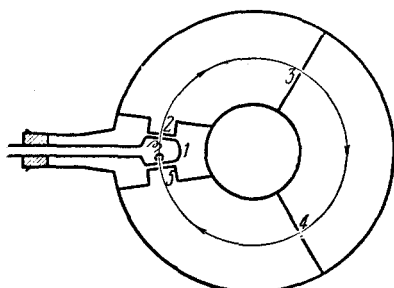


Рис. 5. Схема опыта Дэннингтона^{42, 43}

периоду. При каждом значении напряженности магнитного поля систему щелей могут пройти лишь электроны только одной определенной скорости. Суть опыта заключается в том, что (при постоянной частоте переменного электрического поля) отыскивается такая величина напряженности магнитного поля, при которой время пробега электронов, проходящих систему щелей, равно периоду электрического поля. В этом случае электроны, подлетающие к приемнику, всякий раз встречают тормозящее поле такой же величины, как и ускоряющее, вследствие чего они не могут попасть в приемник. При всякой другой величине магнитного поля электроны, проходящие систему щелей, встречают тормозящее поле, которое имеет то большую, то меньшую величину, нежели ускоряющее поле, так что всегда половина электронов со скоростью, соответствующей данному магнитному полю, попадает в приемник. Измерение состоит, таким образом, в определении для заданной частоты ω напряженности магнитного поля H , при которой ток к приемнику достигает минимума. Если угол, описываемый электронами, равен θ , то

$$\frac{mv}{p} = eH\rho \quad \text{и} \quad v = \rho\omega,$$

откуда

$$\frac{e}{m} = \frac{\theta\omega}{H\rho}.$$

Рис. 6 показывает, что минимум характеризуется необычайной резкостью. Однако, некоторую трудность представляет определение угла θ . «Эффективный» угол θ не может быть отождествлен с «аппаратным» углом θ по следующим причинам:

1. Так как для ускорения и торможения электронов требуются конечные промежутки времени, то время, в течение которого электроны пробегают свой круг со скоростью v , никогда не бывает равно периоду, но всегда несколько меньше его.

2. Пространство, свободное от поля, простирается не от выходной щели до входной, но имеет меньшее протяжение, так как ускоряющее и тормозящее поля проникают через соответствующие щели (когда ускорение совершается на отрезке $d = 1,6$ мм и ширина щели составляет $\Delta y = 0,25$ мм, поле на расстоянии $0,1 d$ от щели составляет еще $10^0\%$ своей максимальной величины).

Вычисление «эффективного угла θ » при конечной ширине щели наталкивается на непреодолимые математические трудности; оно проводится поэтому только для случая $\Delta y = 0$, т. е. для ширины щели, равной 0. Поэтому резонансная величина магнитного поля в функции ширины щели должна быть определена экспериментально и экстраполирована к нулю. Если пренебречь членами $< 1:10^6$, вычисление дает

$$\theta_{эфф} = \frac{d_f + \frac{4}{3}d}{r} = \theta_f + \frac{4}{3}\theta,$$

где d_f — длина пути от щели 2 (рис. 5) к щели 5 (около 60 см), d — расстояние между щелями 1 и 2 и соответственно 5 и 6 ($\sim 0,16$ мм), θ_f и θ — соответствующие углы.

Измерительная камера была сконструирована с максимальной прецизионностью. Для того чтобы по возможности уменьшить влияние поверхностных зарядов на путь электронов, внутренность измерительной камеры была покрыта тонким слоем золота; в части камеры, непосредственно прилегающей к горячему катоду, оказалось необходимым часто возобновлять золотой налет, так как в той части, которая подвергалась действию катодных лучей на тонких изолирующих слоях, особенно легко образовывались поверхностные заряды. Для измерения угла θ было спроектировано особое добавочное приспособление, так же как и для измерения радиуса. Последний хотя и не входит в формулу для вычисления $\frac{e}{m}$, но его необходимо знать для вычисления магнитного поля. Магнитное поле создавалось

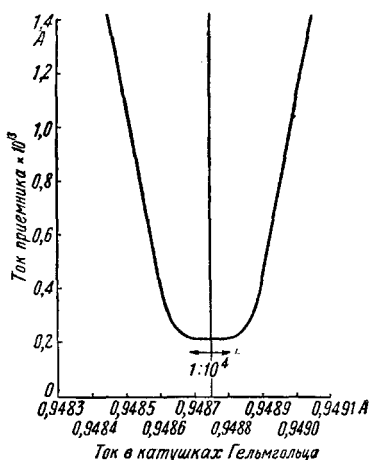


Рис. 6. Ход тока вблизи минимума (Дэннингтон⁴³)

двумя катушками Гельмгольца, из которых каждая состояла из девятнадцати секций по 21 витку; их средний радиус равнялся приблизительно 20 см. Абсолютные значения констант поля этих катушек определялись по сравнению с тщательно сконструированным соленоидом. Конструкция и размеры соленоида, а также калибровка катушек Гельмгольца с большой подробностью описаны Дэннингтоном.

С целью выяснения возможных возмущающих влияний на окончательный результат были произведены специальные серии опытов. К числу таких влияний, кроме уже упомянутых поверхностных зарядов, которые могут воздействовать на траекторию электронов, принадлежат: несимметричный вид «резонансного минимума», т. е. решающей кривой тока приемника в функции силы тока в катушках Гельмгольца; возможное влияние энергии электронов на величину $\frac{e}{m_0}$; влияние пространственного заряда перед горячим катодом на ускоряющее поле и, наконец, влияние ширины щели. Дэннингтон⁴³ тщательно дискутировал все источники ошибок; следующие две таблицы дают обзор величины вероятных ошибок, которые по оценке автора входят в определение $\frac{e}{m}$.

В качестве окончательного результата Дэннингтон дает

$$\frac{e}{m_0} = 1,7597 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$$

с вероятной ошибкой в $0,0004 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$. [Комбинируя это значение с девятью ранее найденными в течение предшествовавших де-

Таблица 3

Вероятная ошибка определения намагничивающего тока в случае резонанса (Дэннингтон⁴³)

Источник ошибки	Вероятная ошибка $r \cdot 10^5$
Ошибка наблюдения при измерении тока	0,9
Неточность поправки на ширину щели	1,2
Влияние вероятной ошибки в определении констант катушки	0,1
Неточность напряжения нормального элемента	5,0
Вероятная ошибка сопротивления сравнения	2,5
Омическая ошибка и термонапряжения потенциометра	0,5
$\sqrt{\sum r^2}$	5,8
Учет постоянных ошибок, включая экстраполяцию и т. д.	14,2
Полная вероятная ошибка	20,0

сяти лет, Дэннингтон получил в качестве «вероятнейшего значения» $\frac{e}{m} = (1,7584 \pm 0,0003) \cdot 10^7 \text{ CGSM}$.]

Из табл. 3 и 4 видно, что наиболее существенный источник ошибки в этом методе связан с измерением магнитного поля, несмотря

на то, что вероятная ошибка определения констант катушек Гельмгольца составляет всего 0,06 промилле!

При сравнении пределов погрешности этого метода с пределами погрешности других методов определения $\frac{e}{m}$ следует иметь в виду, что здесь приходится иметь дело с вероятными ошибками и что полная ошибка получается не путем сложения отдельных ошибок.

Т а б л и ц а 4

Вероятная ошибка в $\frac{e}{m_0}$, оцененная по различным компонентам, входящим в определение этой величины

Источник ошибки	Вероятная ошибка $r \cdot 10^5$
Определение угла θ	0,8
Частота ν	0,6
Константа катушек Гельмгольца	6,0
Дополнительная неточность в константах катушки вследствие вероятной ошибки в 0,5 промилле в измерении радиуса траектории электрона	0,7
Измерение намагничивающего тока	20,0
Окончательная величина вероятной ошибки в $\frac{e}{m_0} \sqrt{\sum r^2}$	20,9

но путем извлечения корня из квадрата суммы. (Разница в определении полной ошибки будет, конечно, тем меньше, чем в большей степени полная ошибка зависит от какой-нибудь одной особенно существенной ошибки.) Если сложить все частные ошибки и допустить, что пределы погрешностей приблизительно в четыре раза больше вероятной ошибки, то числа, указываемые Дэннингтоном, дают максимальный предел погрешности окончательного результата в 1,2 промилле).

Таким образом, точность окончательного результата здесь приблизительно того же порядка величины, что и в определении $\frac{e}{m}$ при помощи измерения скорости и напряжения (ср. стр. 328). Указать на это необходимо потому, что в последнее время, путем сравнения пределов погрешности одного метода с вероятной ошибкой другого метода, неоднократно создавалось впечатление, что точность измерений Дэннингтона значительно выше точности других определений $\frac{e}{m}$.

9. Измерения Гедике по методу Буша. Следующий прецизионный метод определения удельного заряда, который был указан еще в 1922 г. Бушем³⁴, основан на фокусирующем действии

продольного магнитного поля на слабо расходящийся пучок катодных лучей. Как известно, лучи, выходящие из диафрагмы, описывают в однородном продольном магнитном поле цилиндрические винтовые линии, у которых шаг определяется формулой

$$l = \frac{2\pi v \cos \alpha}{\frac{e}{m} H}.$$

Таким образом, если все электроны, выходящие из диафрагмы, вылетают под одинаковым углом α к оси, т. е. к магнитным силовым линиям, и если, кроме того, все они имеют одинаковую скорость v , то для таких электронов $l = \text{const}$ и все они, продвинувшись на расстояние, равное шагу винта, вновь встречаются в одной точке. Измерение состоит поэтому в отыскании такой напряженности магнитного поля H , при которой диафрагма, откуда исходят лучи, отчетливо отображается на определенном расстоянии l , например, на флуоресцирующем экране. Для нахождения $\frac{e}{m}$, конечно, необходимо еще одно измерение, — скажем, измерение ускоряющего напряжения, которое электроны должны пробежать прежде, чем они пройдут сквозь диафрагму.

Прецизионные измерения по этому методу были уже давно выполнены Ф. Вольфом¹⁰¹. Эти измерения дали, однако, для $\frac{e}{m}$ величину, значительно ббльшую, нежели все последующие измерения, а именно: $\frac{e}{m} = 1,7679 \pm 0,0018$ CGSM.

Так как из работы Вольфа нельзя усмотреть никаких источников ошибок, которые могли бы объяснить столь большое расхождение, то Э. Гедике⁵¹ в Институте референта в 1935—1938 гг. произвел новое измерение удельного заряда по этому методу. Максимальная резкость изображения определялась при этих измерениях не только путем наблюдений на флуоресцирующем экране, но и путем фотографирования изображения диафрагмы. Окончательно получилось:

$$\frac{e}{m_0} = 1,7586 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$$

с максимальной ошибкой в 1,3 промилле. Максимальная ошибка окончательного результата складывается при этом из следующих частей:

Полная неточность измерения длины (при измерениях на катушке эта неточность входит квадратично в окончательный результат)	0,4 промилле
Неточность измерения напряжения и возможное влияние контактного потенциала	0,4 »
Влияние пределов погрешностей на измерение тока катушки (0,1 промилле)	0,2 »
Неточность установки на максимальную резкость изображения	0,3 »
Максимальная ошибка окончательного результата	1,3 промилле

10. Определение $\frac{e}{m}$ Шоу по методу скрещенных электрических и магнитных полей. Наконец, совсем недавно Шоу⁹⁰ опубликовал измерения $\frac{e}{m}$ по методу, в котором используются фокусирующие свойства скрещенных электрических и магнитных полей. Принцип расположения опыта следующий: электроны от нити накала проходят через щель шириной в 0,03 мм и длиной в 2 мм в цилиндрический конденсатор. На эти электроны кроме электрического поля конденсатора действует еще перпендикулярное к нему однородное магнитное поле. При этих условиях для электронов, орбиты которых почти круговые, получается фокусировка после прохождения угла в 127°17'. В качестве приемника служит золотая проволока диаметром 0,045 мм. Для случая оптимальной фокусировки имеет место соотношение:

$$\frac{e}{m} = \frac{4V}{H^2 \rho^2 \lg \frac{r_2}{r_1}},$$

где V — напряжение на цилиндрическом конденсаторе, H — напряженность магнитного поля, ρ — радиус пути электрона, r_2 и r_1 — радиусы пластин конденсатора. В результате своих измерений Шоу дает:

$$\frac{e}{m} = (1,7571 \pm 0,0013) \cdot 10^7 \text{ CGSM.}$$

Указываемая ошибка вычислена просто по методу наименьших квадратов из четырнадцати отдельных измерений; детальную дискуссию возможных источников ошибок Шоу не дает. Согласно личному сообщению в письме к автору, Шоу намеревается еще дальше усовершенствовать измерения и только после этого дать окончательные указания по поводу достигнутой точности. Приведенный результат следует еще перечислить от интернациональных к абсолютным электромагнитным единицам; он повышается поэтому до

$$(1,7581 \pm 0,0013) \cdot 10^7 \text{ абс. CGSM.}$$

В только что изложенной работе Шоу высказывает суждение о достоверности результатов Кирхнера и Дэннингтона. На этом суждении мы здесь коротко остановимся, так как оно несостоятельно. В самом деле, в расположении опыта Шоу при данном электрическом и магнитном полях точная фокусировка происходит лишь для электронов с определенной вольтовой скоростью, величину которой можно вычислить из напряженностей поля и констант прибора. Шоу обнаружил, что вычисленная скорость не совпадает с ускоряющим напряжением между нитью накала и тонкой щелью, но, в зависимости от величины вольтовой скорости, на 10, 15 или 20 V меньше. Это явление Шоу сводит к поляризационным зарядам на щели и предполагает, что существование наблюдаемого им «поляризационного эффекта» представляет серьезное затруднение для моих измерений $\frac{e}{m}$, ко-

которые были произведены при еще больших ускоряющих напряжениях, нежели примененные в его опытах. Этот взгляд, однако, основан на заблуждении. Для того чтобы показать это, рассмотрим подробнее условия опыта, при которых возникает эффект, наблюдавшийся Шоу.

Давно известно, что в высоком вакууме на металлических поверхностях могут возникать «поляризационные заряды», если на металлах осаждаются тонкие изолирующие слои (речь идет об углеродах; например, конденсирующиеся пары жировых веществ, при известных обстоятельствах также водяные пленки). Эти поляризационные заряды становятся особенно значительными тогда, когда на соответствующие поверхности попадают катодные лучи или лучи, состоящие из других заряженных частиц, т. е., например, в том случае, когда катодные лучи проходят через узкую щель. Вследствие этого перед такой щелью на самом деле может возникнуть задерживающее поле, когда на поверхности щели образуется отрицательный поляризационный заряд. Но если электрон прошел через щель, то он уже будет ускоряться поляризационным зарядом, и при этом он, конечно, вновь приобретает такое же количество энергии, какое он потерял, преодолевая задерживающее поле тех же поляризационных зарядов. Поэтому мнение Шоу, что его наблюдения можно свести к задерживающему действию таких поверхностных зарядов, несостоятельно. Установленная им разница в вольтовой скорости объясняется скорее какими-то неупругими соударениями электронов. Тот факт, что наблюдаемые Шоу отличия вольтовой скорости измеряются скачком на 5 V, заставляет предположить, что речь идет о неупругих соударениях с атомами ртути (резонансное напряжение 4,9 V). При этом, быть может, вовсе нет необходимости допускать наличие атмосферы ртутных паров; достаточно существования тонкого поверхностного слоя слабо адсорбированных атомов Hg на золотой поверхности щели. Во всяком случае критика, которую Шоу направляет по адресу моих определений $\frac{e}{m}$, совершенно необоснована.

В. Спектроскопические методы определения $\frac{e}{m}$

Спектроскопические методы определения удельного заряда электрона основаны на измерении очень тесно расположенных спектральных линий, т. е. на измерении разностей длин волн.

11. Определение $\frac{e}{m}$ Кинслером и Хаустоном из эффекта Зеемана. Первый метод основан на «классической теории» так называемого нормального эффекта Зеемана, согласно которой при так называемом нормальном дублетном расщеплении разность длин волн выражается формулой

$$\Delta\lambda = \frac{e}{m} \cdot \frac{h\lambda^2}{4\pi c}.$$

Наиболее точные измерения по этому методу были произведены в 1934 г. Кинслером и Хаустоном^{62, 63}. Их результаты, полученные из расщепления различных линий цинка, кадмия, гелия и неона, приведены в следующей таблице:

	$\frac{e}{m} \cdot 10^7$
Цинк	$1,7570 \pm 0,0009$
Кадмий	$1,7570 \pm 0,0008$
Гелий	$1,7564 \pm 0,0009$
Неон	$1,7580 \pm 0,0014$

Приписывая веса, соответственно пределам погрешностей различных измерений, Кинслер и Хаустон получили отсюда в качестве среднего

$$\frac{e}{m} = 1,7570 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$$

с вероятной ошибкой $0,0007 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$.

12. Определение $\frac{e}{m}$ из различия постоянной Ридберга для D и H и He^+ и H. Второй метод дает собственно не непосредственно удельный заряд электрона, но его массу и притом в единицах шкалы атомных весов ($O=16$). Он основан на измерении разностей длин волн соответствующих линий в спектрах водорода и ионизированного гелия или обыкновенного водорода (H) и тяжелого водорода (D). Согласно теории спектральных линий Бора-Зоммерфельда, вследствие собственного движения ядра постоянная Ридберга, которая определяет величину спектрального терма, зависит от отношения массы электрона к массе ядра. Если обозначить через R_∞ значение, какое имела бы постоянная Ридберга при условии, что масса ядра бесконечно велика по сравнению с массой электрона, то постоянные Ридберга для H и D будут

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{m_H}}, \quad R_D = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{m_D}}$$

(здесь m_H и m_D обозначают массы атомных ядер!).

Комбинируя оба равенства, получаем

$$\frac{m}{m_H} = \frac{(R_D - R_H)(m_D + m)}{R_H \cdot (m_D - m_H)}$$

Таким образом, измерение дает непосредственно «атомный вес» электрона. Так как, однако, $F = Ne$, $m_H = \frac{H}{N} - m$, $m_D = \frac{D}{N} - m$, то при помощи предыдущей формулы получается:

$$\frac{e}{m} = \frac{F}{Nm} = \frac{F \cdot R_H (m_D - m_H)}{(R_D - R_H)(m_D - m)m_H} = F \frac{R_H(D - H - Nm)}{(R_D - R_H)(D - Nm)(H - Nm)}$$

При этом нет надобности знать с особенно большой точностью величины Nm в правой части, так как речь идет о поправочных величинах. Аналогичная формула имеет место для вычисления $\frac{e}{m}$ из значений постоянной Ридберга для водорода и ионизированного гелия.

Трудность этого метода состоит в том, что для определения искомых разностей длин волн приходится пользоваться не простыми линиями, но компонентами дублета, линии которого не могут быть полностью разделены, т. е. частично перекрываются, и в котором имеется, кроме того, неизвестное точно число более слабых компонент. В последнее время было произведено несколько новых определений на красном водородном дублете. Шэн и Спеддинг⁶⁹, так же как и Гиббс и Вильямс^{48, 100}, полагали, что отношение интенсивностей компонент дублета у обоих изотопов водорода одно и то же; в результате, согласно новому перечислению Бэрджа²⁷, получается:

$$\begin{array}{l} \text{Из данных Шэна и Спеддинга} \quad \frac{e}{m} = 1,7581 \cdot 10^7 \text{ CGSM} \\ \text{» » Вильямса} \quad \frac{e}{m} = 1,7579 \cdot 10^7 \quad \text{»} \\ \text{с вероятной ошибкой в} \quad \quad \quad 0,0004 \cdot 10^7 \quad \text{»} \end{array}$$

В специальном исследовании Вильямс изучил вопрос о том, зависит ли распределение интенсивности в дублете от условий разряда; он не мог установить никакой зависимости. Далее он нашел в противоположность Шэну и Спеддингу, но в согласии с более ранними результатами других исследователей, что истинное расщепление дублета приблизительно на 2⁰/₀ меньше, чем можно было ожидать по теории.

Особенно тщательные исследования тонкой структуры водородных линий выполнены В. Хаустоном и его сотрудниками. Для того чтобы избежать неопределенности, которая возникает при обычном промере линий вследствие частичного перекрывания с другими яркими линиями или же с более слабыми компонентами, Хаустон⁵⁷ разработал новый метод, при котором интерферометрические фотографии дублета обрабатываются при помощи анализа Фурье. Практическое применение этого метода сводится к тому, что по найденным коэффициентам Фурье стараются отыскать путем проб правильные параметры линий. На основании этого нового метода Хаустона Робинзон⁸⁶ недавно вновь определил удельный заряд электрона из разности длин волн в спектрах H и D. Его результат таков:

$$\frac{e}{m} = 1,7592 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$$

с вероятной ошибкой в $0,0005 \cdot 10^7$ CGSM.

Наконец, Чу⁸⁵ в том же Институте вновь промерил постоянную Ридберга однократно ионизированного гелия; обработка его наблюдений дала

$$\frac{e}{m} = 1,7596 \cdot 10^7 \text{ CGSM.}$$

Хаустон справедливо указал на то, что хорошее совпадение этих значений с результатами «прямых» определений $\frac{e}{m}$ другими методами дает независимое доказательство правильности численной величины постоянной Фарадэя.

13. Определение $\frac{e}{m}$ Бэрденом из преломления рентгеновских лучей. В заключение мы должны еще указать на определения $\frac{e}{m}$ из преломления рентгеновских лучей. Этот метод, предложенный Бэрденом, может быть также назван спектроскопическим. Если применить к преломлению рентгеновских лучей теорию дисперсии Друде, то для δ -разности между единицей и показателем преломления получается выражение

$$\delta = n \cdot \frac{e^2}{m} \cdot \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum N_s (1 + A),$$

где n — число молекул в единице объема, λ — длина волны, N_s — число молекул с частотой s и A — поправочный фактор (малый по сравнению с единицей!), зависящий от прочности связи электронов и от абсорбции рентгеновских лучей.

Если заменить n через $\frac{N_p}{M}$ и Ne через константу Фарадэя F , то получается

$$\frac{e}{m} = \frac{\delta \cdot 2\pi M}{\lambda^2 \cdot \rho F \cdot \sum N_s (1 + A)}.$$

Измерения показателя преломления, пригодные для такой обработки, были выполнены Бэрденом и Шоу¹⁸ для $K\alpha$ -линии Си и кварца в качестве преломляющей среды и недавно Бэрденом¹⁷ с той же

линией и большим алмазом (размеры $9 \times 9 \times 3$ мм). Ход лучей, использованный в последней работе, показан на рис. 7. Рентгеновский луч встречается под малым углом α грань алмазной призмы. Угол α , однако, немного больше предельного угла полного внутреннего отражения для $K\alpha$. Вследствие этого излучение $K\alpha$, преломляясь, входит в призму и, выйдя из нее, падает на фотопластинку в C , тогда как более

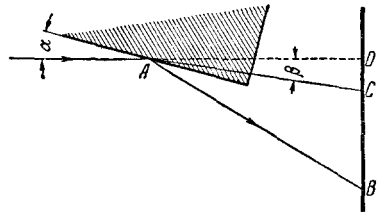


Рис. 7. Схема опыта для измерения показателя преломления рентгеновских лучей (определение $\frac{e}{m}$ по Бэрдену¹⁷)

длинноволновое излучение сплошного спектра испытывает у A полное отражение и вследствие этого встречается фотопластинку в B . Наконец, убирая призму, получают в точке D след падения первичного луча. Расстояния DC и DB определяют угол преломления и расположение призмы; показатель преломления определяется по известной формуле

$$n = 1 - \delta = \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha - \beta)}.$$

В результате промера двадцати пяти снимков Бэрден¹⁷ получил $\delta = 9,2244 \cdot 10^{-9}$ с вероятной ошибкой 0,1 промилле; при этом максимальное отклонение отдельных значений от среднего составляет 0,5 промилле. При вычислении суммы $N_s(1+A)$, которое было выполнено полуклассическими, полуквантовыми методами, в формулы входит кроме длины волны критической границы абсорбции также и показатель в законе абсорбции. Он был принят Бэрденем за 2,75. Так как, однако, сумма может быть высчитана только для полупрозрачных или для целых показателей в законе абсорбции, то искомое значение приходится находить путем интерполяции между значениями для показателя 2,5 (6,0194) и 3,0 (6,0131); получается

$$N_s(1+A) = 6,0163 \pm 0,0006.$$

Найденное таким путем значение было подтверждено еще тем, что применение волно-механического приближенного вычисления по Гёнлю приводит как раз к величине 6,016. В окончательный результат входят, кроме того, еще молекулярный вес углерода, который был принят за $12,0148 \pm 0,0005$, плотность алмаза, которую Бэрден определял специально и нашел $3,51536 \pm 0,00004$, постоянная Фарадея $F = 96513 \pm 8$ и абсолютная длина волны $\text{Cu K}\alpha$, равная

$$\lambda = (1,39220 \pm 0,00003) \text{ \AA}.$$

С этими числами Бэрден получил

$$\frac{e}{m} = 1,7601 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$$

с вероятной ошибкой в $0,0003 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$.

Опыты Бэрдена и Шоу с кварцем¹⁸ дали, однако, значительно более низкое значение, а именно $1,757 \cdot 10^7 \text{ CGSM}$; отклонение обусловлено, вероятно, недостоверностью вычисления суммы $N_s(1+A)$, которая в случае кварца значительно больше, нежели в случае алмаза.

Точность измерений Бэрдена на алмазе, так же как и остальных спектроскопических измерений $\frac{e}{m}$, того же порядка величины, как и точность определения $\frac{e}{m}$ на свободных электронах.

14. Сводка результатов новых определений $\frac{e}{m}$.

Результаты определения $\frac{e}{m}$ несколько раз сопоставлялись различными исследователями. К сожалению, при этом указывалась чрезмерная точность, так как при обработке допускалось, что ошибки различных измерений можно рассматривать как случайные и вследствие этого при помощи гауссова метода исчисления погрешностей определять не только «наивероятнейшее» среднее значение, но и «вероятную» ошибку этого среднего значения. Это, однако, как уже было указано во введении, недопустимо, так как речь идет, главным образом, о так называемых «систематических» источниках ошибок, а не о случайных ошибках измерения.

На рис. 8 мы даем сопоставление результатов всех новых определений $\frac{e}{m}$; в их истинных пределах погрешностей — около 1 промилле — они согласуются между собой вполне удовлетворительно.



Рис. 8. Результаты определения $\frac{e}{m}$ за последние 10 лет

образом¹⁾. Отсюда можно сделать заключение, что истинное значение $\frac{e}{m}$ достаточно достоверно лежит между $1,758$ и $1,760 \cdot 10^7$ и что оно, вероятно, составляет около $1,7590 \cdot 10^7$. Мы пишем поэтому

$$\frac{e}{m} = (1,7590 \pm 0,0015) \cdot 10^7 \text{ CGSM.}$$

Комбинируя это значение с $e = 4,803 \cdot 10^{-10}$ CGSE, получаем массу покоя электрона $m = 9,108 \cdot 10^{-28}$ г.

IV. ОПРЕДЕЛЕНИЕ $\frac{h}{e}$

Обстоятельные обзоры различных методов определения постоянной Планка h имеются, с одной стороны, в статье Р. Ладенбурга в «Handbuch der Physik»⁷², с другой, — в упомянутой уже сводке наивероятнейших значений общих физических констант Р. Т. Бэрджа²⁰ и, наконец, в недавно появившемся обзоре Вензеля⁹⁹, посвященном константам излучения. Самым точным из всех методов является определение $\frac{h}{e}$ из коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра; только при помощи этого метода за последние десять лет был произведен ряд новых определений h . Значение остальных методов ($\frac{h}{e}$ из фотоэффекта, $\frac{h}{e}$ из ионизационных и резонансных потенциалов, $\frac{h}{e}$ из закона смещения Вина, $\frac{h}{e^{1/3}}$ из закона излучения Стефана-Больцмана и формулы излучения Планка) состоит, главным образом, в том, что при помощи всех этих методов получаются совпадающие в пределах соответствующих погрешностей значения h .

¹⁾ Бэрден (Phys. Rev., 55, 584, 1939), однако, придерживается того мнения, что существует реальное различие между «спектроскопическим значением $\frac{e}{m}$ ($1,7583 \pm 0,0002$)» и «значением $\frac{e}{m}$ для свободных электронов ($1,75988 \pm 0,00017$)», причем он свои собственные измерения относит к последней группе.

15. Определение $\frac{h}{e}$ из коротковолновой границы спектра торможения. Новые определения $\frac{h}{e}$ выполнены исключительно по методу «изохромат», развитому Э. Вагнером. Метод состоит, как известно, в том, что определяется интенсивность определенной длины волны в функции напряжения на рентгеновской трубке, в то время как Дюэн и его сотрудники, наоборот, исследовали распределение интенсивности у коротковолновой границы сплошного спектра при постоянном напряжении на трубке.

Напряжение V , при котором впервые появляется определенная длина волны λ , связано с этой длиной волны простым соотношением

$$eV = h\nu = h \frac{c}{\lambda}.$$

До тех пор пока не существовало абсолютных измерений длин волн рентгеновских лучей, естественно было выражать входящую в эту формулу длину волны при помощи соотношения Брэгга через постоянную решетки d , а d вычислять из макроскопически измеренной плотности, числа Авогадро и молекулярного веса соответствующего кристалла при помощи формулы

$$d^3 = \frac{M}{2N\Phi(\beta)\rho}$$

(ср. стр. 320). Если, далее, в этой формуле заменить число Авогадро N через постоянную Фарадея и элементарный заряд и принять, что константа Фарадея известна с такой достоверностью, что ее можно объединить вместе со скоростью света в один известный постоянный фактор, то в конце концов получается следующая формула для длины волны коротковолновой границы

$$\frac{h}{e^{4/3}} = \text{const} \cdot V \cdot \sin \vartheta.$$

Таким образом, согласно этому представлению, измеренное напряжение V вместе с углом отражения ϑ рентгеновского спектрометра дает отношение $\frac{h}{e^{4/3}}$. Однако, по мнению автора настоящей статьи этот способ вычисления уже не является достаточно обоснованным, так как абсолютные значения длин волн рентгеновских лучей, как показано на стр. 316, в настоящее время известны по крайней мере с такою же достоверностью, как и численное значение постоянной Фарадея. Поэтому в настоящее время можно считать, что измерения коротковолновой границы рентгеновского спектра дают непосредственно отношение $\frac{h}{e}$, а именно:

$$\frac{h}{e} = \frac{2dV \sin \vartheta}{c},$$

где в качестве d теперь, конечно, нужно брать абсолютное значение постоянной примененного кристалла. Новые измерения коротковолновой границы в последние годы были произведены Федером⁴⁴ и Шайтбергером⁸⁸ в Германии и Киркпатриком и Россом^{70,71}, а также Дю-Мондом и Больманом⁴⁰ в Америке.

Работы Федера и Шайтбергера обе были произведены в Вюрцбургском институте. Расположение опыта в той и другой работе в существенных чертах было одно и

то же; только Федер применял в качестве источника напряжения аккумуляторную батарею высокого напряжения, а Шайтбергер работал с трансформатором, ток которого выпрямлялся вентильными трубками и выравнивался конденсаторами.

Некоторые из полученных Шайтбергером ионизационных кривых в функции напряжения на трубке воспроизведены на рис. 9. Шайтбергер указывает,

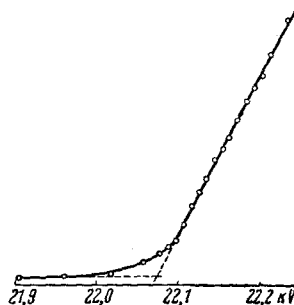
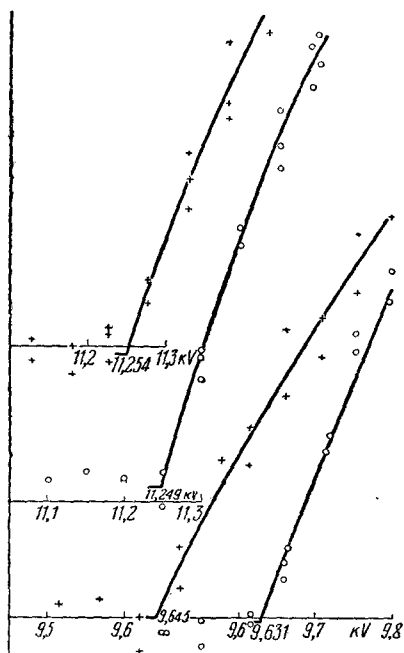


Рис. 9. Определение $\frac{h}{e}$ по методу «изохромат»: интенсивность определенной рентгеновской длины волны в функции напряжения на трубке (измерения Шайтбергера⁸⁸)

Рис. 10. Изохромата по измерениям Киркпатрика и Росса^{73,71}

что наибольшая ошибка в его определении критического напряжения обусловлена неточностью определения хода электрометра. В качестве предела погрешности для окончательного значения $\frac{h}{e}$ Шайтбергер принимает 0,5 промилле. Сюда входят:

- Неточность измерения напряжения 0,2 промилле
- Неточность поправки на ширину щели 0,03 >
- Ошибка вследствие колебаний температуры кристалла 0,07 >

В качестве кристалла спектрометра был использован очень хороший кристалл каменной соли. Измерения были произведены при четырех длинах волн ($W\text{L}\beta_1$, $W\text{L}\gamma_1$, $\text{Pt } L\gamma_1$ и $\text{Pb } L\gamma_1$).

Киркпатрик и Росс работали с двойным спектрометром с двумя кристаллами кальцита и с длиной волны $\text{Ag } K\alpha$; одна из их ионизационных кривых приведена на рис. 10. В качестве вероятной ошибки

окончательного значения $\frac{h}{e}$ они дают 0,1 промилле; сюда входят, между прочим:

Статистическая вероятная ошибка 11 отдельных измерений	0,05 промилле
Вероятная ошибка измерения напряжения	0,02 »

Исключительно тщательные измерения произведены Дю-Мондом и Больманом⁴⁰. Они пользовались также двойным спектрометром с кристаллами кальцита и работали с линией $K\beta_2$ молибдена и линией $L\beta_1$ вольфрама. Они исследовали в особенности влияние ограниченной разрешающей способности спектрометра, даже при наилучшем диафрагмировании лучей, выделяется не строго монохроматический пучок, но более или менее широкая область спектра, интенсивность которой в обе стороны убывает приблизительно как квадрат расстояния (рис. 11). Поэтому, как бы ни была велика разрешающая способность спектрометра, измеренная полушириной его спектральной кривой, все же через спектрометр всегда проходит известная часть излучения с длинами волн, отстоящими на расстояние, в несколько раз превышающее полуширину от средней длины волны. Если теперь — как это, конечно, и бывает при измерениях у коротковолновой границы — удаленные длины волн имеют значительно большую интенсивность, нежели средняя длина волны, на которую установлен спектрометр, то ограниченная разрешающая способность может стать серьезным источником ошибок. Уменьшения этой ошибки Дю-Монд и Больман достигали применением в качестве антикатада тонкого слоя вольфрама, полученного путем испарения нити накала, на массивной никелевой подложке. Куленкамф показал, что наклон изохроматы для данного материала антикатада пропорционален атомному номеру элемента, из которого состоит этот антикатод. Поэтому в случае тонкого слоя с более высоким атомным номером изохромата сначала т. е. непосредственно у границы, должна идти круто вверх, а затем на расстоянии стольких вольт от границы, какова потеря энергии электронов в тонком слое, она должна с изломом изменить свой наклон и пойти более полого.

К измеренному напряжению были сделаны, так же как и Киркпатриком и Россом, следующие две поправки: 1) падение напряжения на нити накала (3 V); 2) работа выхода электронов (4,5 V). Обе эти поправки должны быть прибавлены к измеренному напряжению, как это обстоятельно было показано Дю-Мондом и Больманом.

Рассмотренная выше конечная ширина пропускаемой спектрометром области влечет за собой то, что измеренные изохроматы начнутся не сразу под острым углом к оси абсцисс, но смотря по величине напряжения приближаются к ней более или менее асимптотически. Дю-Монд и Больман показали, что принятый до них способ определения места начала изохроматы, состоящий в приведении ней касательной и продолжении ее до пересечения с осью абсцисс

ведет к безупречным результатам только тогда, когда изохромата на некотором расстоянии от коротковолновой границы идет действительно прямолинейно. Это, вообще говоря, не имеет места. В самом деле, уже из прежних наблюдений было известно, что изохроматы на некотором расстоянии от границы обнаруживают «излом», а Дю-Монд и Больман нашли еще один излом в непосредственной близости от

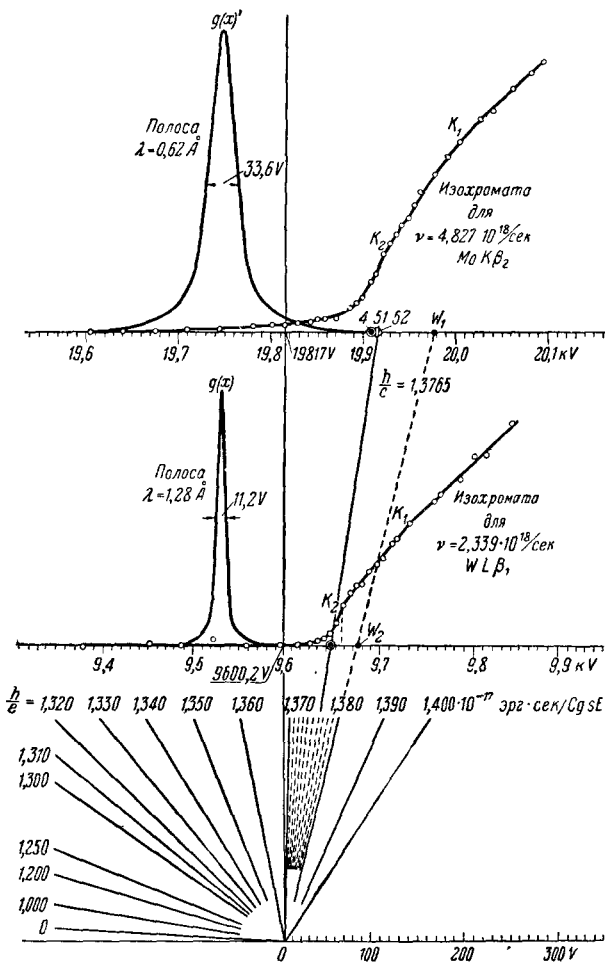


Рис. 11. Определение $\frac{h}{e}$ по Дю-Монду и Больману⁴⁰

границы (рис. 11). Необходимо поэтому при обработке результатов учитывать сглаживание хода изохромат вследствие конечной ширины пропускаемой спектрометром области спектра (и, в незначительной степени, также конечной шириной напряжения источника термоэлектронов). Дю-Монд и Больман дают аналитическое рассмотрение

Эффекта сглаживания; они дискутируют различные методы решения, основанные на аналитическом рассмотрении, но отдают предпочтение следующему графическому методу: по измеренной изохромате определяются первые и вторые производные и строятся кривые для них; резко выраженные заострения этих кривых позволяют найти положение истинной границы с большой точностью. Окончательные результаты Дю-Монда и Больмана представлены на рис. 11. При этом измерения с обеими рентгеновскими длинами волн нанесены на одной диаграмме примерно тем же способом, каким при изучении фотоэффекта наносят измеренную максимальную энергию электронов в функции длины световой волны. В левой части рисунка представлены для обоих примененных напряжений спектральные области, пропускаемые спектрометром; большая ширина при более высоком напряжении непринужденно объясняет более сильное сглаживание соответствующей изохроматы. Граница верхней изохроматы ($Mo K\beta_2$), определенная из первой (51 на рис. 11) и из второй (52) производной, лежит вместе с найденной аналогичным образом границей нижней изохроматы (WLi_1) на проходящей через начало координат прямой

Таблица 5

Автор	$\frac{h}{e} \cdot 10^{17}$
Федер	1,3766
Киркпатрик и Росс	1,3756
Шайтбергер	1,3783
Дю-Монд и Больман	1,3762

$$\frac{h}{e} = 1,3762 \cdot 10^{-17} \text{ эрг} \cdot \text{сек} / \text{CGSE}.$$

Что касается точек пересечения W_1 и W_2 с обеими осями напряжения, то к ним мы еще вернемся на стр. 354.

В табл. 5 мы даем сопоставление результатов различных определений $\frac{h}{e}$ из коротковолновой границы сплошного спектра.

Результаты Федера, Киркпатрика и Росса и Шайтбергера перечислены на систему абсолютных рентгеновских длин волн для того, чтобы их можно было сравнить с результатами Дю-Монда и Больмана; к результатам Федера и Шайтбергера, кроме того, внесена поправка в 4,5 V на работу выхода электронов из нити накала (ср. выше стр. 342).

Как уже было упомянуто, последние опыты Дю-Монда и Больмана как с точки зрения экспериментальной постановки, так и по точности обработки результатов следует считать наиболее удовлетворительными.

Однако, их итог $\frac{h}{e} = 1,3762 \cdot 10^{-17}$, как будет показано на стр. 354,

не согласуется с системой остальных значений атомных констант тогда как значение Шайтбергера еще удовлетворяет этому требованию. Пределы погрешностей в этих опытах лежат примерно около 1 промилле.

16. Обзор результатов определений $\frac{h}{e}$ другими методами. В следующей таблице мы даем обзор результатов некоторых определений $\frac{h}{e}$ другими методами. Этим определениям

однако, вследствие их меньшей точности, как уже было упомянуто, нельзя приписывать решающего значения. Мы пользуемся при этом числами, которые приведены в недавно появившемся обзоре Вензеля⁹⁹.

Таблица 6

Автор	Год	Метод	$\frac{h}{e} \cdot 10^{17}$
Милликен ⁷⁵ . .	1916	Фотоэффект	1,3777±0,006
Ольпин ⁷⁹ . . .	1930		1,3748±0,006
Лауренс ⁷³ . . .	1926		1,3753±0,004
Среднее ⁹⁹ . . .	1899—1922	Ионизационный потенциал	1,3769±0,005
Среднее ⁹⁹ . . .	1898—1919		
Вензель и Резер ⁹⁹	1939	Константа излучения из оптически-пирометрических измерений	1,3771±0,004

По поводу обсуждения этих методов следует обратиться к обзорам Бэрджа²⁰ и Вензеля⁹⁹, в которых имеются также подробные литературные указания. Результат всех этих измерений в пределах погрешностей опыта совпадает с результатами определений $\frac{h}{e}$ из коротковолновой границы спектра торможения. Замечательно, однако, что и эти результаты сплошь несколько ниже тех значений, которые следовало бы ожидать на основании наиболее достоверных в настоящее время значений e , $\frac{e}{m}$ и т. д. и соотношения Ридберга (ср. рис. 14 и стр. 354).

V. ДАЛЬНЕЙШИЕ КОМБИНАЦИИ h , m и e

17. Определение $\frac{h}{m}$ из эффекта Комптона и из длины волны Де-Брогля и скорости. Для определения отношения $\frac{h}{m}$ существует два метода. Один основан на теории эффекта Комптона, согласно которой изменение длины волны при рассеянии жестких рентгеновских лучей под углом 90° должно быть равно $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}$; второй метод, предложенный Кирхнером⁶⁶, основан на комбинации измерения длины волны электрона ($\lambda = \frac{h}{mv}$) с измерением скорости.

Наиболее точные измерения по первому методу выполнены Россом и Киркпатриком⁸⁷. Они работали с линиями $K\beta$ молибдена (0,631 Å), серебра (0,496 Å) и олова (0,435 Å). При фотографировании спектра рассеяния этих линий на углероде они установили, что изменение длины волны при процессе рассеяния не является

независимым от длины волны, как это следует из элементарной теории эффекта Комптона, но возрастает с уменьшением длины волны.

На рис. 12 нанесены измеренные комптоновские смещения для 90° в функции λ^2 ; через три измеренные точки можно провести прямую, пересечение которой с осью ординат, по Россу и Киркпатрику, и дает искомую величину $\frac{h}{mc}$ для длины волны $\lambda=0$. (Измеренные точки для бериллия настолько разбросаны, что они не дают убедительного доказательства правильности этой экстраполяции.) Если допустить, что экстраполяция законна, то пересечение с осью ординат дает $\Delta\lambda_{90^\circ} = \frac{h}{mc} = 0,02415 \text{ \AA}$; умножая на c , получаем отсюда $\frac{h}{m} = 7,240$. Эту величину еще нужно перечислить на абсолютную шкалу длин волн, так как Росс и Киркпатрик относили свои измерения к шкале длин волн кристаллической решетки; таким путем получается окончательно $\frac{h}{m} = 7,255$. На основании рис. 12 можно принять, что

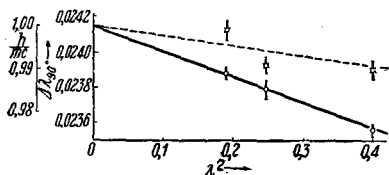


Рис. 12. Зависимость комптоновского смещения от длины волны (Росс и Киркпатрик⁸⁷)

точность этого результата составляет $0,3\%$. (Росс и Киркпатрик в тексте своей работы указывают, что точка пересечения с осью ординат прямой, проходящей через точки, измеренные на углероде, лежит у $0,02418 \pm 0,00004 \text{ \AA}$; однако, из их чертежа не видно, откуда берется это число. Оно дало бы $\frac{h}{m} = 7,264$.)

Второй метод основан на более простых началах: он требует только измерения длины волны и непосредственного измерения скорости; их комбинация дает искомую величину $\frac{h}{m}$. К сожалению до сих пор существует только одно единственное безупречное измерение по этому методу; оно выполнено Гнаном⁸⁰ по предположению автора. Для того чтобы получить хорошие дифракционные картины при прохождении тонких кристаллических слоев, Гна работал с электронами, скорость которых лежала около $0,3-0,4 c$. Дифракционные картины — речь идет о диаграммах Дебая — Шеррера — промерялись фотометрически. К сожалению, вследствие большой скорости катодных лучей и при помощи примененных экспериментальных средств нельзя было добиться слишком большой точности.

Если принять для использованной для дифракционных измерений решетки висмута найденную Джеттом и Футом⁸⁰ константу $2d = 4,5353 \text{ \AA}$ в шкале кристаллической решетки, а затем перечислить ее на абсолютную шкалу, то измерения Гна дают $\frac{h}{m} = 7,267$. В качестве предела погрешности этого результата Гн. указывает $0,4\%$.

18. Работа Стен фон-Фризена по определению $\frac{h}{m} \cdot \frac{h}{e}$ из длины волны Де-Брогля и разрядного напряжения. Очень точные измерения длины волны катодных лучей были произведены Стеном фон-Фризен⁴⁵ в Упсале. Его катодные лучи весьма тонко дифрагмировались двумя щелями в 0,03 и 0,016 мм, расположенными на расстоянии в 10,5 см; в качестве дифракционной решетки он применял очень хороший кристалл свинцового блеска, который был протравлен горячей концентрированной соляной кислотой. На

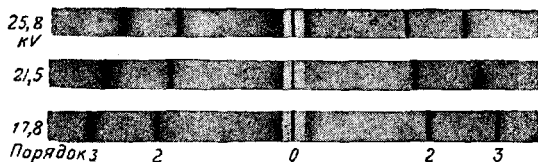


Рис. 13. Спектры электронных лучей различной вольтовой скорости, полученные при помощи кристалла (Стен фон-Фризен⁴⁵)

рис. 13 воспроизведено несколько полученных им с этим кристаллом дифракционных спектров. Измерение этих спектров после перечисления константы решетки на абсолютную шкалу дает длину волны $\lambda = \frac{h}{mv}$. Если мы сначала не будем учитывать изменения массы электрона в зависимости от скорости, то измерение напряжения дает

$$\frac{mv^2}{2} = eV \quad \text{или} \quad mv = \sqrt{2meV}.$$

Если подставить это в формулу для длины волны, то получается

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{em}} \cdot \frac{h}{\sqrt{2V}} \quad \text{или} \quad \frac{h}{m} \cdot \frac{h}{e} = 2V\lambda^2.$$

При учете зависимости массы от скорости следует положить

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em_0V \left(1 + \frac{eV}{2m_0c^2}\right)}};$$

вследствие этого к правой части выражения для $\frac{h}{m} \cdot \frac{h}{e}$ присоединяется фактор $1 + \frac{eV}{2m_0c^2}$, в котором, однако, нет надобности знать $\frac{e}{m}$ с очень большой точностью.

Стен фон-Фризен обработал результаты своих измерений другим способом. Он вычислил из измеренной волны Де-Брогля с помощью формулы Ридберга и при допущении, что $\frac{e}{m} = 1,7592 \cdot 10^7$, заряд электрона e и квант действия h . Полагая $R = 109\,737$, $c = 2,998 \cdot 10^{10}$ и для $\frac{e}{m}$ — указанное выше значение $1,7594 \cdot 10^7$, Стен фон-Фризен получил:

$$e = (4,7963 \pm 0,005) \cdot 10^{-10} \text{ CGSE},$$

$$h = 6,610 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}.$$

Обработка же указанным ранее способом дает

$$\frac{h}{m} \cdot \frac{h}{e} = 1,0017 \cdot 10^{-16}.$$

Максимальный предел погрешности при этом способе обработки дает менее благоприятную картину, нежели при вычислении Фризенем *e*. Разные источники ошибок подробно обсуждены Стеном фон-Фризенем.

Ошибка измерения длины волны

Неточность измерения расстояния кристалл — пластинка	0,3	промилле
Неточность измерения постоянной решетки	0,3	»
Неточность измерения спектров	0,4	»

Ошибка при измерении напряжения

Нормальный элемент	0,1	промилле
Потенциометр	0,1	»
Сопротивление сравнения	0,2	»
Высокоомное сопротивление	0,3	»
Температурный коэффициент сопротивления	0,1	»
Контактные потенциалы	0,1	»

Так как в окончательный результат длина волны входит в квадрате, а напряжение — только в первой степени, то ошибка в измерении длины волны оказывает преобладающее влияние. Если принять вместе со Стеном фон-Фризенем полную ошибку измерения напряжения за 0,5 промилле, то максимальная полная ошибка $\frac{h}{m} \cdot \frac{h}{e}$ получается равной 2,5 промилле.

19. Определение $\frac{e}{m} \cdot \frac{e}{h}$ путем измерения магнитного отклонения фотоэлектронов, освобождаемых рентгеновскими лучами. Когда рентгеновские лучи с частотой ν падают на вещество, то они, как известно, освобождают фотоэлектроны, энергия которых равна произведению $h\nu$ минус работа освобождения электрона. Так как при этом по преимуществу освобождаются электроны внутренних оболочек, то работа отрыва равна просто произведению h на частоту соответствующей границы абсорбции (например, границе *K*-абсорбции и т. д.). Таким образом, получается

$$\frac{mv^2}{2} = h(\nu - \nu_{K, L, \dots}).$$

Морис Де-Брогль впервые показал, что можно получить спектр фотоэлектронов, если фотоэлектроны, освобождаемые рентгеновскими лучами из тонких слоев, заставить описать в магнитном поле полукруг и затем принять на фотопластинку. Для магнитного отклонения электронов в однородном магнитном поле, перпендикулярном к траектории электрона, как известно, имеет место соотношение

$$\frac{mv}{\rho} = eH.$$

Магнитные спектры электронов изучались различными исследователями — детальнее всего Робинзоном. Для определения или для

проверки численных значений атомных констант магнитные спектры электронов были использованы, с одной стороны, Кречмером⁸³, с другой — Робинзоном и его сотрудниками⁸²⁻⁸⁵. Кречмер работал с K -излучением молибдена и воспользовался своими измерениями для вычисления $\frac{e}{m}$, причем значение $\frac{h}{e}$ он заимствовал из измерений коротковолновой границы рентгеновских спектров (полагая $\frac{h}{e} = 1,3737 \cdot 10^{-17}$, он получил $\frac{e}{m} = 1,7570 \cdot 10^7$ CGSM). Робинзон и его сотрудники использовали K -излучение Sr, Si и Mo и благодаря этому смогли исключить некоторые неточности, обусловленные недостаточно точными данными относительно границ абсорбции. Если подставить значение v из уравнения энергии в уравнение для магнитного отклонения и записать несколько иначе, то получается:

$$\frac{e}{m} \cdot \frac{e}{h} = \frac{2(v - v_{K...})}{\rho^2 H^2}.$$

Если мы будем считать абсолютные длины волн (а вместе с тем и стоящие в формуле частоты) известными очень точно, то в правой части останутся только измеряемые величины ρ и H ; описанные здесь измерения с фотоэлектронами дают поэтому $\frac{e}{m} : \frac{h}{e}$. Подобная обработка наблюдений дает по Робинзону⁸⁵

$$\frac{\frac{e}{m}}{\frac{h}{e}} = (3,822 \pm 0,004) \cdot 10^{34},$$

если заряд выражен в электростатических единицах.

VI. СВЯЗЬ МЕЖДУ АТОМНЫМИ КОНСТАНТАМИ И ИХ КОМБИНАЦИЯМИ

Кроме соотношений между константами, которые уже были обсуждены при рассмотрении отдельных измерений, очень важную роль играет основное спектроскопическое соотношение — так называемая формула Ридберга. Постоянная Ридберга, как известно, характеризует низший энергетический терм водородного атома; она может быть поэтому непосредственно определена из спектроскопических наблюдений положения границы серии или с большой точностью вычислена из измерений длины волны различных линий одной и той же серии. Таким путем получается

$R_H = 109\,677,759$. Согласно теории Бора-Зоммерфельда, число Ридберга $R_\infty = R_H \cdot \frac{m_H + m}{m_H}$ для атома, масса ядра которого очень велика по сравнению с массой электрона, выражается следующей формулой:

$$R_\infty = \frac{2\pi^2 e^5}{h^3 c^2} \frac{e}{m} = \frac{2\pi^2 e^2}{c^2} \left(\frac{h}{e}\right)^3 \cdot \frac{e}{m}.$$

Пока еще было сомнение, какое из значений e правильно — число Милликена или величина, полученная из абсолютных измерений длины волны рентгеновских лучей, — представлялось желательным подставить в эту формулу значение $\frac{h}{e}$, найденное из коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра и $\frac{e}{m}$ — из измерений с катодными лучами; это дало бы совершенно независимое значение e . Такой путь был испробован в 1932 г. автором⁶⁸, причем были приняты за правильные имевшиеся в то время значения абсолютных длин волн коротковолновой границы. Полагая $R_\infty = 109737,4$ и $\frac{e}{m} = 1,7585 \cdot 10^7$ CGSM, автор получил из измерений Дюэна и его сотрудников ($\frac{h}{e} = 1,3787 \cdot 10^{-17}$):

$$e = 4,798 \cdot 10^{-10} \text{ CGSM},$$

а из измерений Федера ($\frac{h}{e} = 1,3755 \cdot 10^{-17}$):

$$e = 4,782 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}.$$

Таким образом, отчетливый выбор между рентгеновским значением ($4,80 \cdot 10^{-10}$) и значением Милликена $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ оказался невозможным. Для того чтобы сделать этот выбор, Киркпатрик и Росс предприняли упомянутое на стр. 341 новое определение $\frac{h}{e}$. Они получили еще меньшую величину $\frac{h}{e}$, нежели Федер; кроме того, они внесли значительные поправки в число, полученное Дюэном, вследствие чего это число сделалось меньшим результата Федера, и отсюда вывели заключение, что миллиkenовское значение e правильно, а вычисленное из абсолютной длины волны рентгеновских лучей — слишком велико. Однако, это заключение, как теперь известно, несостоятельно; вероятно, следует, наоборот, искать ошибку в определении $\frac{h}{e}$ (ср. ниже стр. 354).

Бонд²⁸ и Бэрдж²¹ детально дискутировали соотношение между h и e при помощи графического метода. Так как при этом была также использована формула Ридберга, то приходилось считаться с только что упомянутой трудностью привести измеренные значения e , $\frac{h}{e}$ и $\frac{e}{m}$ ¹⁾ в требуемое формулой Ридберга совпадение между собой. Бонд^{29,30} предложил устранить эту трудность при помощи допущения, что измеренное значение $\frac{e}{m}$ является не истинным удельным зарядом электрона, но $\frac{136}{137}$ истинного значения. Он пытался

1) Особенно детальное и тщательное обсуждение при помощи диаграмм Бэрджа-Бонда было дано в последнее время Дэннингтоном F. Dunnington, Rev. Mod. Phys., 11, 65, 1939 (см. Успехи физич. наук 23, 162, 1940. Ред.).

обосновать это допущение ссылкой на теорию Эддингтона. Предложение Бонда было поставлено на дискуссию Бэрджем²³; однако, по мнению Бэрджа, следует считаться также с возможностью, что формула Ридберга неточна и, быть может, требует поправки порядка величины $\frac{136}{137}$.

Этим широким заключением Стен фон-Фризен⁴⁶ противопоставил осторожную точку зрения экспериментатора. Он предложил, на основании результатов измерений, выполненных до 1936 г., считать правильными следующие числа:

$$e = (4,800 \pm 0,005) \cdot 10^{-10} \text{ CGSE},$$

$$\frac{e}{m} = (1,7585 \pm 0,002) \cdot 10^7 \text{ CGSM}/z,$$

$$h = (6,610 \pm 0,015) \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}.$$

Против этой системы значений Бэрдж²⁶ выдвинул то возражение, что числа эти точно не удовлетворяют формуле Ридберга. Однако, Стен фон-Фризен на это возразил⁴⁷, что формула Ридберга удовлетворяется его значениями, хотя и не точно, но в пределах указанных погрешностей.

Другой путь для устранения упомянутой трудности предложил К. Шива⁹¹⁻⁹³. Он с самого начала отбрасывает определения $\frac{h}{e}$ как непригодные, не приводя, впрочем, вполне убедительных оснований для этого, и затем комбинирует остальные определения между собой так, что h исключается. Таким путем он получает, кроме двух результатов непосредственных измерений $e = 4,8030 \cdot 10^{-10}$ и $\frac{e}{m} = 1,7590 \cdot 10^7$, еще следующие комбинации обеих этих величин:

$$e^2 \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^3 = 1,2525 \cdot 10^3,$$

$$e^{-1} \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^4 = 1,9950 \cdot 10^{38},$$

$$e \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^2 = 1,4843 \cdot 10^5,$$

$$e^2 \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^{-1} = 1,3004 \cdot 10^{-26}.$$

Отсюда, при помощи метода наименьших квадратов, он находит в качестве «вероятнейших значений»:

$$e = 4,8025 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE},$$

$$\frac{e}{m} = 1,7589 \cdot 10^7 \text{ CGSM}/z,$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}$$

Наилучшую возможность обозрения всех отдельных измерений основных атомных констант представляет метод изображения, предложенный Дю-Мондом³⁸. Дю-Монд записывает прежде всего результаты различных методов определения атомных констант в

следующей форме:

$$e = A_1 \quad (1) \quad em^{-1} = A_5 \quad (5)$$

$$e^{-1}h = A_2 \quad (2) \quad e^2m^{-1}h^{-1} = A_6 \quad (6)$$

$$e^{-\frac{1}{2}}m^{-\frac{1}{2}}h = A_3 \quad (3) \quad e^4mh^{-3} = A_7 \quad (7)$$

$$m^{-1}h = A_4 \quad (4)$$

Если теперь e_0 , m_0 , h_0 являются произвольно фиксированными значениями вблизи истинного значения, то относительное отклонение x_e измеренного значения e от этого фиксированного значения равно

$$x_e = \frac{e - e_0}{e_0}$$

и соответственно: $x_m = \frac{m - m_0}{m_0}$ и $x_h = \frac{h - h_0}{h_0}$. Аналогичным образом относительные отклонения измеренных констант A_i от соответствующих значений этих констант A_{i0} , вычисленных при помощи произвольно фиксированных e_0 , m_0 и h_0 , могут быть записаны в виде

$$a_i = \frac{A_i - A_{i0}}{A_{i0}}$$

В трехмерной прямоугольной системе координат с осями x_e , x_m , x_h каждое из уравнений (1)—(7) представляется поверхностью, которая внутри малой области около $x_e = x_m = x_h = 0$ с достаточной точностью может быть заменена касательной плоскостью. При помощи разложения Тэйлора получаются в качестве уравнений касательных плоскостей, соответствующих уравнениям (1)—(7), следующие соотношения:

$$x_e = a_1 \quad (1) \quad x_e - x_m = a_5 \quad (5)$$

$$x_h - x_e = a_2 \quad (2) \quad 2x_e - x_m - x_h = a_6 \quad (6)$$

$$x_h - \frac{1}{2}x_e - \frac{1}{2}x_m = a_3 \quad (3) \quad x_m + 4x_e - 3x_h = a_7 \quad (7)$$

$$x_h - x_m = a_4 \quad (4)$$

Каждая из этих плоскостей имеет иную ориентацию, фиксирующуюся коэффициентами x_i , т. е. степенями e , m и h , входящими в определение.

Изменение измеренного значения A_i обуславливает смещение соответствующей плоскости в направлении ее нормали, так что плоскость остается параллельной своему первоначальному положению. Если три (или больше) плоскости пересекаются в одной точке x_e , x_m , x_h , то им отвечают одни и те же значения e , m и h .

Пять плоскостей, соответствующих уравнениям (2)—(6), параллельны некоторой общей оси; направление этой общей оси таково, что оно образует одинаковые углы с тремя положительными осями x_e , x_m и x_h . Смещения, которые испытывают эти пять плоскостей при изменении измеренных значений A_1 , могут быть поэтому изображены без искажений прямыми пересечения этих плоскостей с плоскостью, перпендикулярной к их общей оси. На чертеже, построен-

ном таким способом (рис. 14)¹⁾, различные параллельные прямые соответствуют различным значениям A_i , полученным каждым определенным методом, тогда как различным методам соответствуют различные направления прямых пересечения. Если три или большее число прямых пересечения проходят через одну точку, то это означает для со-

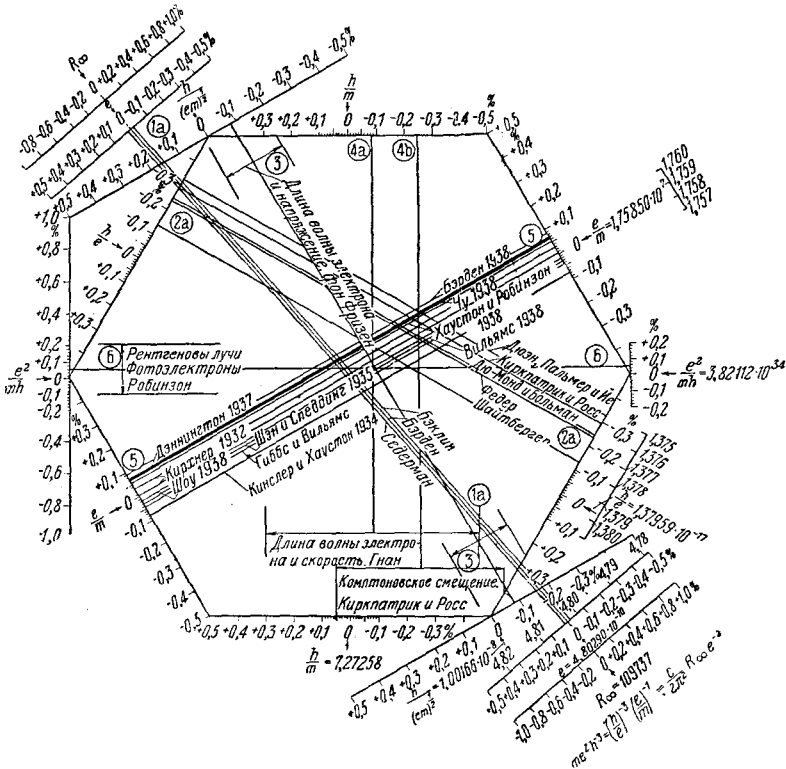


Рис. 14. Сопоставления результатов измерения численной величины атомных констант (Дю-Монд³⁸)

ответствующих методов, что их результаты находятся между собой в согласии, т. е. что они ведут к общей системе значений e , m , h .

Не принятые еще во внимание плоскости (1) $x_e = a_1$ и (7) $x_m + 4x_e - 3x_h = a_7$, которые не параллельны общей оси остальных плоскостей, пересекаются по прямой, наклоненной к плоскости чертежа рис. 14; эта прямая спроектирована на плоскость чертежа. Ясно, что результаты измерений, представляемые уравнениями (1) и (7), находятся в согласии с различными результатами, пред-

¹⁾ Чертеж изменен по сравнению с первоначальным чертежом Дю-Монда; в него внесены: значение $\frac{e}{m}$, полученное Бэрденом, $\frac{h}{m}$ — по измерениям Гана и $\frac{h}{m}$ — по Киркпатрику и Россу (ср. стр. 346).

ставленными уравнениями от (2) до (6), в том только случае, если только что упомянутая прямая пересечения проходит через общую точку пересечения прямых, соответствующих уравнениям (2)—(6).

Для некоторых методов указаны их пределы погрешности; для более точных методов, при помощи которых выполнен целый ряд измерений различными исследователями, погрешности не указаны. В последнем случае различие между отдельными значениями уже указывает степень достоверности соответствующего результата.

Чертеж показывает с исключительной наглядностью, что с принятыми Дю-Мондом стандартными значениями $e_0 = 4,8029 \cdot 10^{-10}$, $m_0 = 9,11096 \cdot 10^{-28}$, $h_0 = 6,62602 \cdot 10^{-27}$ (и соответственно: $\frac{e}{m} = 1,7585 \cdot 10^7$, $\frac{h}{m} = 7,27258$, $\frac{h}{e} = 1,37959 \cdot 10^{-17}$) все отдельные измерения различных комбинаций констант находятся между собой в очень хорошем согласии, за исключением определений $\frac{h}{e}$ из коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра и определений $\frac{h}{m}$ из эффекта Комптона. В последнем случае отклонение лежит в довольно широких пределах погрешности. Из отдельных измерений группы $\frac{h}{e}$ можно считать во всяком случае измерения Шайтбергера еще согласующимися с приведенной системой стандартных значений; однако, отклонение новейших значений Дю-Монда и Больмана слишком велико, чтобы его можно было приписать какой-нибудь понятной ошибке. Отклонение лежит в таком направлении, что определенная рентгеновская линия частоты ν появляется уже при более низком напряжении на трубке, нежели можно было ожидать по стандартному значению $\frac{h}{e}$ (рис. 14). То напряжение, при котором впервые должны появляться линии, измеренные Дю-Мондом и Больманом, обозначено на рис. 11 через W_1 и соответственно W_2 ; при 20 000 V оно ниже на 70 V, а при 10 000 V — на 35 V выше, нежели наблюдаемое минимальное напряжение. Оба «теоретических» значения напряжения лежат настолько далеко от истинной границы напряжения, что отклонение ни в коем случае не может быть сведено к какой-нибудь тривиальной ошибке наблюдения. Очень трудно найти правдоподобное объяснение для этого расхождения. В самом деле, необходимо объяснить, почему падающие на антикатод электроны (или некоторые из них) обладают на 35—70 V большей энергией по сравнению с той, которая соответствует ускоряющему напряжению. Без сомнения, рентгеновские лучи, идущие от антикатада, освобождают из катода фотоэлектрическим путем некоторое число электронов, которые частично имеют значительно большую начальную энергию. Однако, неизвестно, почему эти фотоэлектроны должны иметь начальные энергии именно в 35—70 V, и, кроме того, их число совершенно недостаточно для объяснения наблюдаемого эффекта, как это было показано специальными опытами Дю-Монда и Больмана. Другая возможность объяснения, обсуждавшаяся Дю-Мондом и Больманом, заключается

в предположении, что на поверхности антикатода образуется тонкий, изолированный от массивного металла слой, который под влиянием вторичного излучения заряжается положительно и потому сообщает падающим на антикатод электронам добавочное ускорение. Однако, такое зарядение должно было бы зависеть от силы первичного тока, в то время как величина «смещения» по данным Дю-Монда и Больмана определенно не зависит от силы тока в рентгеновской трубке.

В заключение мы дадим сводку численных значений атомных констант, которые на основании современных измерений можно считать достоверными. Из комбинации измерений абсолютных длин волн рентгеновских лучей с кристаллоспектроскопическими измерениями получается для постоянной решетки кальцита

$$d = 3,0356 \pm 0,0001 \text{ \AA}.$$

На основании допущения, что решетка кальцита является решеткой идеального кристалла (ср. по этому поводу стр. 318), отсюда получается

$$N = (6,022 \pm 0,005) \cdot 10^{23}$$

(N относится при этом к 1 молю по химической шкале атомных весов!). Принимая $F = (9649 \pm 1) \text{ CGSE} = 2,8926 \cdot 10^{14} \text{ CGSE}$ на моль, получаем

$$e = (4,803 \pm 0,004) \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}.$$

После перечисления постоянной Авогадро на физическую шкалу масс получается

$$m_{\text{H}} = \frac{H^1}{N \cdot 1,00027} = \frac{1,00813}{6,022 \cdot 10^{23} \cdot 1,00027} = 1,6736 \cdot 10^{-24} \text{ г}.$$

При $H^1 = 1,00813$ получается далее

$$\frac{e}{m_{\text{H}}} = \frac{F \cdot 1,00027}{1,00813} = (9573,8 \pm 1) \text{ CGSE}.$$

Комбинируя это с

$$\frac{e}{m} = 1,759 \cdot 10^7 \text{ CGSE},$$

получаем

$$\frac{m_{\text{H}}}{m} = 1837 \text{ и } m = 9,108 \cdot 10^{-28} \text{ г}.$$

Наконец, следует указать значение h , которое вытекает из принятых за правильные значения $e = 4,803 \cdot 10^{-10}$ и $\frac{e}{m} = 1,759 \cdot 10^7 \text{ CGSE}$, путем подстановки в формулу Ридберга $R_{\infty} = 109\,737$:

$$h = 6,626 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}.$$

Этому противостоит, однако, значение $h = 6,614 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}$ как результат комбинации точнейших измерений $\frac{h}{e}$ из коротковолновой границы рентгеновского спектра со значением $e = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$.

Пока еще не существует удовлетворительного объяснения для своеобразного положения, которое занимают определения $\frac{h}{e}$ в системе остальных измерений атомных констант. Но именно эта ситуация создает особенно сильный стимул к развитию новых методов и к дальнейшему повышению точности измерений, так что в ближайшие годы можно ожидать дальнейших успехов в этой области.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. K. Allison, *Phys. Rev.*, **44**, 163, 1933.
2. L. W. Alvarez, *Phys. Rev.*, **47**, 636, 1935.
3. E. Bäcklin, *Diss.*, Uppsala, 1928.
4. E. Bäcklin, *Nature*, **123**, 409, 1929.
5. E. Bäcklin, *Nature*, **125**, 239, 1930.
6. E. Bäcklin, *Phys. Rev.*, **40**, 112, 1932.
7. E. Bäcklin, *Nature*, **135**, 32, 1935.
8. E. Bäcklin, *Z. Physik*, **93**, 450, 1935.
9. E. Bäcklin and H. Flenberg, *Nature*, **137**, 655, 1936.
10. G. B. Banerjea and B. Pattanaik, *Nature*, **141**, 1016, 1938.
11. J. A. Bearden, *Phys. Rev.*, **33**, 1088, 1929.
12. J. A. Bearden, *Phys. Rev.*, **37**, 1210, 1931.
13. J. A. Bearden, *Phys. Rev.*, **38**, 2089, 1931.
14. J. A. Bearden, *Phys. Rev.*, **39**, 1, 1932.
15. J. A. Bearden, *Phys. Rev.*, **47**, 883, 1935; **48**, 385, 1935.
16. J. A. Bearden, *Phys. Rev.*, **51**, 378, 1937.
17. J. A. Bearden, *Phys. Rev.*, **54**, 698, 1938.
18. J. A. Bearden and C. H. Shaw, *Phys. Rev.*, **46**, 759, 1934.
19. J. A. Bearden and C. H. Shaw, *Phys. Rev.*, **48**, 18, 1925.
20. R. T. Birge, *Phys. Rev. Suppl.*, **1**, 1, 1929.
21. R. T. Birge, *Phys. Rev.*, **40**, 228, 1932.
22. R. T. Birge, *Phys. Rev.*, **42**, 736, 1932.
23. R. T. Birge, *Nature*, **137**, 187, 1936.
24. R. T. Birge, *Phys. Rev.*, **48**, 918, 1935.
25. R. T. Birge, *Phys. Rev.*, **49**, 204, 1936.
26. R. T. Birge, *Phys. Rev.*, **52**, 241, 886, 1937.
27. R. T. Birge, *Phys. Rev.*, **54**, 972, 1938.
28. W. N. Bond, *Phil. Mag.*, **10**, 994, 1930.
29. W. N. Bond, *Nature*, **133**, 327, 1934.
30. W. N. Bond, *Nature*, **135**, 825, 1935.
31. W. N. Bond, *Phil. Mag.*, **22**, 624, 1936.
32. W. N. Bond, *Proc. Phys. Soc.*, **49**, 202, 1937.
33. H. Boochs, *Ann. Physik*, **35**, 333, 1939.
34. H. Busch, *Physik. Z.*, **23**, 438, 1922.
35. Djen-Yuen Chu, *Phys. Rev.*, **55**, 175, 1939.
36. Curtis, Curtis and Critchfield, *Nat. Bur. Stand. J. Res.*, **22**, 485, 1935.
37. J. W. M. Du-Mond, *Phys. Rev.*, **52**, 1251, 1937.
38. J. W. M. Du-Mond, *Phys. Rev.* (в печати).
39. J. W. M. Du-Mond and V. L. Bollmann, *Phys. Rev.*, **50**, 524, 1936.
40. J. W. M. Du-Mond and V. L. Bollmann, *Phys. Rev.*, **51**, 401, 1937.
41. J. W. M. Du-Mond and V. L. Bollmann, *Phys. Rev.*, **54**, 1005, 1938.
42. F. G. Dunnington, *Phys. Rev.*, **43**, 404, 1933.
43. F. G. Dunnington, *Phys. Rev.*, **52**, 475, 1937.
44. H. Feder, *Ann. Physik*, **1**, 494, 1929.
45. Sten v. Friesen, *Diss.*, Uppsala, 1935.
46. Sten v. Friesen, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A 160**, 424, 1937.
47. Sten v. Friesen, *Phys. Rev.*, **52**, 886, 1937.
48. R. C. Gibbs and R. C. Williams, *Phys. Rev.*, **44**, 1029, 1933.

49. A. Gille, *Ann. Physik*, **48**, 823, 1914.
50. J. Gnan, *Ann. Physik*, **20**, 361, 1934.
51. Goedicke, *Verh. dtsh. physik. Ges.*, **19**, 23, 1938; *Ann. Physik* (в печати).
52. P. Haglund, *Z. Physik*, **94**, 369, 1935.
53. E. L. Harrington, *Phys. Rev.*, **8**, 738, 1916.
54. E. L. Harrington, *Phys. Rev.*, **55**, 230, 1939.
55. F. Henning u. W. Jaeger, *Handb. d. Physik*, herausg. von Geiger-Scheel, **2**, 502.
56. W. V. Houston, *Rhys. Rev.*, **30**, 608, 1927.
57. W. V. Houston, *Phys. Rev.*, **51**, 446, 1937.
58. W. V. Houston, *Phys. Rev.*, **52**, 751, 1937.
59. W. V. Houston u. Kinsler (см. 62, 63).
60. E. R. Jette u. F. Foot, *Phys. Rev.*, **39**, 1019, 1932.
61. G. Kellström, *Phys. Rev.*, **50**, 190, 1936; *Phil. Mag.*, **23**, 313, 1937.
62. L. E. Kinsler and W. V. Houston, *Phys. Rev.*, **45**, 104, 134, 1934.
63. L. E. Kinsler and W. V. Houston, *Phys. Rev.*, **46**, 533, 1934.
64. F. Kirchner, *Physik Z.*, **25**, 302, 1924.
65. F. Kirchner, *Ann. Physik*, **8**, 975, 1931.
66. F. Kirchner, *Ann. Physik*, **11**, 754, 1931.
67. F. Kirchner, *Ann. Physik*, **12**, 503, 1932.
68. F. Kirchner, *Ann. Physik*, **13**, 59, 1932.
69. G. G. Kretschmar, *Phys. Rev.*, **43**, 417, 1933.
70. P. Kirkpatrick and P. A. Ross, *Phys. Rev.*, **45**, 454, 1934.
71. P. Kirkpatrick and P. A. Ross, *Phys. Rev.*, **51**, 529, 1937.
72. R. Ladenburg, *Handb. d. Physik*, herausg. von Geiger-Scheel, **23**, 1933.
73. E. O. Lawrence, *Phys. Rev.*, **28**, 947, 1926.
74. J. Mattauach, *Z. Physik*, **32**, 439, 1925.
75. R. A. Millikan, *Phys. Rev.*, **7**, 373, 1916.
76. R. A. Millikan, *Phil. Mag.*, **34**, 1, 1917.
77. R. A. Millikan, *Phys. Rev.*, **35**, 1231, 1930.
78. R. A. Millikan, *Ann. Physik*, **32**, 34, 1938.
79. A. R. Olpin, *Phys. Rev.*, **36**, 251, 1930.
80. C. T. Perry and L. Chaffee, *Phys. Rev.*, **36**, 904, 1930.
81. P. J. Rigden, *Nature*, **141**, 82, 1938; *Phil. Mag.*, **25**, 961, 1938.
82. H. R. Robinson, J. P. Andrews and E. J. Irons, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A 143**, 48, 1934.
83. H. R. Robinson, *Proc. Phys. Soc.*, **46**, 693, 1934.
84. H. R. Robinson and C. J. B. Clews, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A 149**, 587, 1935.
85. H. R. Robinson and C. J. B. Clews, *Phil. Mag.*, **22**, 1129, 1936.
86. C. F. Robinson, *Phys. Rev.*, **55**, 423, 1939.
87. P. A. Ross and P. Kirkpatrick, *Phys. Rev.*, **46**, 668, 1934.
88. G. Schaitberger, *Ann. Physik*, **24**, 84, 1935.
89. C. D. Shane and F. H. Spedding, *Phys. Rev.*, **47**, 33, 1935.
90. A. E. Shaw, *Phys. Rev.*, **54**, 193, 1938.
91. K. Shiba, *Inst. Phys. Chem. Res., Tokyo, Sci. Pap.*, **19**, 197, 1932.
92. K. Shiba, *Inst. Phys. Chem. Res., Tokyo, Sci. Pap.*, **21**, 128, 1933.
93. K. Shiba, *Inst. Phys. Chem. Res., Tokyo, Sci. Pap.*, **34**, 1308, 1938.
94. M. Södermann, *Diss., Uppsala*, 1935; *Nature*, **135**, 67, 1935.
95. Y. C. Tu, *Phys. Rev.*, **40**, 662, 1932.
96. F. Tyrén, *Z. Physik*, **109**, 722, 1938.
97. G. W. Vinal and Bates, *Bull. Bureau of Standards*, **10**, 425, 1914.
98. H. Vogel, *Ann. Physik*, **41**, 759, 1913.
99. H. T. Wensei, *Nat. Bur. Stand. J. Res.*, **22**, 375, 1939.
100. R. C. Williams, *Phys. Rev.*, **54**, 568, 1938.
101. F. Wolf, *Ann. Physik*, **83**, 849, 1927.
102. *Ber. d. Atomkom., Rev. Sci. Instr.*, **7**, 334, 1936.