РОСТ ЗАРОДЫШЕЙ ПЕРЕМАГНИЧЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ СКАЧКАХ БАРКГАУЗЕНА

В. Деринг

Для полного теоретического понимания многих подробностей опытов Сикстуса и Тонкса[1] необходимо получить более точное представление о поведении границы между двумя противоположно намагниченными областями. Эта граница не представляет собой математической поверхности, на которой направление спонтанного намагничения внезапно меняет свое направление на прямо противоположное, а является некоторым переходным слоем конечной толщины, в котором имеется множество промежуточных ориентаций намагничения. В дальнейшем нас будут прежде всего интересовать следующие две величины, характеризующие свойства переходной зоны, а именно: толщина переходного слоя δ и энергия γ, приходящаяся на 1 *см*^{2} границы. Теоретическое вычисление этих величин было впервые дано Блохом[2] в 1932 г. Здесь приводятся его рассуждения в несколько измененной и упрощенной форме. Возможность экспериментальной проверки его данных до сих пор отсутствовала. Однако теоретическое объяснение опытов Сикстуса[3] о росте зародышей перемагничения при больших скачках Баркгаузена недавно открыло путь к экспериментальному определению энергии границы γ[4]. Потому в этой статье дается в основном теоретиче-

ское объяснение этих опытов и особенно выделяются те эксперименты, из которых можно получить γ.

Мы произведем теоретическую оценку величин γ и δ, опираясь на работу Блоха и положив в основу модель Гейзенберга для ферромагнетика, согласно которой каждый атом решетки обладает одним электронным спином и принимается во внимание обменное взаимодействие лишь между ближайшими соседями в решетке. Между более удаленными атомами этим взаимодействием пренебрегаем. Обменный интеграл предполагается положительным, так что параллельное положение соседних спинов соответствует состоянию наинизшей энергии. Будем рассматривать простую кубическую решетку. Легко понять, что переход спина из одного направления легкого намагничения в противоположное происходит не совсем резко, иначе на границе противоположно направленные спины оказались бы ближайшими соседями, что энергетически очень невыгодно. Вследствие положительного обменного интеграла расход энергии на создание границы будет значительно меньше, если в переходной зоне угол между направлениями соседних спинов будет возможно меньшим, если, следовательно, переход совершается достаточно медленно в очень толстом переходном слое. Если бы обменное взаимодействие было единственной причиной, влияющей на направление спинов, то энергетически самой выгодной была бы чрезвычайно большая ширина переходного слоя δ (теоретически бесконечно большая).

Однако, помимо обменного взаимодействия, необходимо принять во внимание еще натяжения, которые имеют противоположную тенденцию, а именно: они стремятся сделать переход резким, т. е. δ малой. В материалах с положительной магнитострикцией, как показано в опытах Сикстуса и Тонкса, напряжение создает направление легчайшего намагничения, параллельное нагрузке. Чем шире переходная зона, тем больше спинов ориентированы непараллельно этому преимущественному направлению, т. е. находятся в энергетически менее выгодных направлениях. Из-за конкуренции между обменным взаимодействием и напряжениями устанавливается такое распределение спинов в границе, при котором сумма обоих видов энергий приводит к наивозможно меньшей величине полной энергии границы.

На основе этих соображений нетрудно произвести грубую оценку порядка величины δ и γ. Для упрощения при этих рассуждениях предположим, что направление нагрузки совпадает с осью z кубической решетки. Граница считается плоской и параллельной плоскости $y-z$ так, что направление спинов в переходной зоне зависит только от их координаты x. Для сокращения обозначим через C работу, нужную, чтобы результирующее намагничение в 1 *см*³ спонтанно намагниченного вещества повернуть из направления легчайшего намагничения, параллельного нагрузке, в перпендикулярное направление. Таким образом $C = \frac{3}{2}\lambda\sigma$, где — λ магнитострикция насыщения, а σ — напряжение. Работа γ_σ, совершае-

мая против напряжений при создании 1 $см^2$ границы, пропорциональна $C \cdot \delta$, так как для создания каждого квадратного сантиметра границы нужно в объеме δ повернуть намагничение из направления легчайшего намагничения. Эта часть энергии границы возрастает пропорционально толщине границы δ, поэтому она будет тем меньше, чем резче переход, как было уже указано выше. Численный множитель, величина которого порядка единицы, конечно, будет зависеть еще от распределения направления спинов в переходной зоне. При этой первой грубой оценке мы положим его просто равным единице: $\gamma_\sigma = C \cdot \delta$. Квантовая теория приводит к следующему выражению для работы поворота двух спинов против сил обменного взаимодействия из параллельного положения в такое, при котором имеется угол ε между ними: $I \cdot \frac{1 - \cos \varepsilon}{2}$, где I — обменный интеграл. В нашем случае углы между направлениями соседних спинов малы, поэтому приближенно мы можем это выражение заменить $I \cdot \frac{\varepsilon^2}{4}$. На основе наших упрощенных предположений о расположении границы у двух соседних атомов с одинаковыми координатами x угол между направлениями спинов равен нулю. Для двух соседних атомов в направлении x, координаты которых отличаются на константу решетки a, угол в переходном слое в среднем равен $\pi \frac{a}{\delta}$ (потому что на отрезке δ этот угол должен возрасти, относительно направления легчайшего намагничения, от нуля до π). Это изменение угла по всей толщине граничного слоя разделяется на $\frac{\delta}{a}$ ступенек. Так как на 1 $см^2$ границы, т. е. на объем δ, приходится $\frac{\delta}{a^3}$ таких соседних спиновых пар в направлении x, то пренебрегая численным фактором порядка единицы, получаем долю обменного взаимодействия в граничной энергии равной

$$\gamma_a = I \cdot \left(\frac{a}{\delta}\right)^2 \frac{\delta}{a^3} = \frac{I}{a \cdot \delta}.$$

γ_a убывает с возрастанием толщины границы и имеет поэтому тенденцию сделать этот переход как можно менее резким. Полная энергия границы с точностью до численных факторов равна

$$\gamma = \gamma_a + \gamma_\sigma = C \cdot \delta + \frac{I}{a \cdot \delta}. \tag{1}$$

Для наглядного изображения зависимости этой величины от δ на рис. 1 нанесены энергия напряжений γ_σ, обменная энергия γ_a и их сумма γ в зависимости от δ. Осуществляющаяся в действительности толщина границы соответствует минимуму γ. Отсюда получается

$$\delta \sim \sqrt{\frac{I}{a \cdot C}}, \tag{2}$$

где I — обменный интеграл, рассчитанный на пару атомов. Если ввести вместо этого обменный интеграл на 1 $см^3$ $A = \frac{I}{a^3}$, то получим

$$\frac{\delta}{a} \sim \sqrt{\frac{A}{C}}. \tag{2a}$$

Итак, толщина переходного слоя, измеренная в постоянных решетки, приблизительно равна квадратному корню из отношения обменной энергии A, отнесенной к 1 $см^3$, к энергии напряжений $C = \frac{3}{2}\lambda\sigma$. Так как эти энергии относятся примерно как молекулярное поле Вейсса, к той силе поля, которая необходима для насыщения перпендикулярно к направлению легчайшего намагничения (в направлении труднейшего намагничения), то порядки величин относятся, как 10^6 к 100; для δ получается величина, по порядку равная 100 константам решетки. При малых нагрузках, т. е. при малых C, δ может стать, однако, значительно большей.

При помощи приведенного выше выражения для δ мы получаем для граничной энергии

$$\gamma \sim 2\sqrt{\frac{CI}{a}} = 2\frac{I}{a^2}\cdot\frac{a}{\delta}. \tag{3}$$

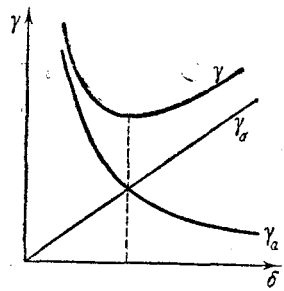

Рис. 1. Зависимость магнитноупругой части граничной энергии γ_σ, обменной части γ_a и полной энергии $\gamma = \gamma_a + \gamma_\sigma$ от толщины граничного слоя δ

Из второго написания ясно видно, что постепенное изменение направления спинов в переходном слое толщиной δ значительно выгоднее энергетически, чем резкое изменение скачком. Если, например, на поверхности $x = 0$ внезапно изменить направление спинов с положительной оси z на 180°, то на каждом квадратном сантиметре этой поверхности возникает $\frac{1}{a^2}$ антипараллельных спиновых пар. Для этого требуется энергия $\frac{I}{a^2}$. В действительности же энергия границы меньше в $2\cdot\frac{a}{\delta}$ раз.

Этот расчет можно без всякого труда провести совершенно строго. Пусть ϑ будет угол между направлением спина и направлением легчайшего намагничения, созданным напряжениями. В переходной зоне угол ϑ зависит от координаты $x: \vartheta = \vartheta(x)$. Для больших отрицательных x $\vartheta = 0$, для больших положительных x $\vartheta = \pi$, так как в переходном слое мы имеем поворот спинов на 180°. При помощи этой, сначала неизвестной функции $\vartheta = \vartheta(x)$ можно написать обменную и магнитноупругую часть граничной энер-

гии в форме двух интегралов от функций ϑ и $\frac{d\vartheta(x)}{dx}$. Функция $\vartheta(x)$ определяется по вариационному методу отысканием минимума суммы этих интегралов. Принимая во внимание граничные условия, получаем решение в таком виде:

$$\vartheta(x) = 2\operatorname{arc\,tg} e^{\frac{2x}{\delta}} \quad \text{или} \quad \cos\vartheta(x) = -\operatorname{tg} h\frac{2x}{\delta}, \tag{4}$$

где δ — уже приведенное выше значение для толщины граничного слоя: $\delta = \sqrt{\frac{I}{a \cdot C}}$ (см. Добавление II). Графическое изображение этой функции представлено на рис. 2. В средней части ϑ приближенно меняется линейно с x, а для больших значений (x) экспоненциально приближается к граничным значениям 0 и π.

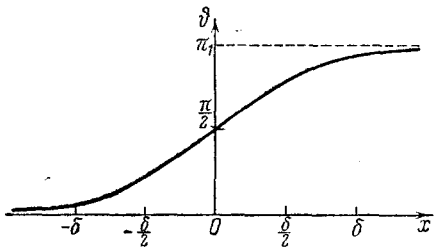

Рис. 2. Угол ϑ между направлением спинов и направлением легчайшего намагничения в переходной зоне в зависимости от расстояния x

При помощи этой функции $\vartheta(x)$ можно теперь строго определить энергию границы. Случайно получилось, что для простой кубической решетки мы находим точно такое же выражение γ, которое было получено выше приближенным путем, т. е.

$$\gamma = 2\sqrt{\frac{IC}{a}}. \tag{3}$$

Этот расчет аналогичным образом можно провести для других ориентаций направления легчайшего намагничения и граничного слоя. При этом оказывается, что граничная энергия совершенно не зависит от ориентации направления легчайшего намагничения и граничного слоя друг относительно друга и относительно кристаллографических осей.

Таким образом эта энергия ведет себя совершенно так же, как обычное поверхностное натяжение. Но это будет так до тех пор, пока мы не принимаем во внимание магнитное поле. В общем случае нормаль к граничному слою уже более не перпендикулярна к направлению легчайшего намагничения, как это имело место в нашем случае при особых предположениях, что с возникновением граничного слоя всегда возникает связанное с ним магнитное поле. Если же в переходной зоне дивергенция намагничения уже более не равна нулю, то возникает магнитное поле, источники которого лежат в граничном слое, и индукция $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{I}$, как это требуется по уравнениям Максвелла, лишена источников [$(\operatorname{div} \mathbf{B} = 0)$ (прим. перев.)]. Таким образом для создания 1 *см*^{2} граничного поля, вообще говоря, надо затратить не только рассчитанную выше энергию γ, но также еще определенное количество энергии для увеличения энергии магнитного поля, созданного граничным слоем. Однако

эту энергию нельзя написать в виде добавки к граничной энергии, так как ее величина зависит не только от величины и ориентации создавшего ее участка граничного слоя, но также и от расположения соседних граничных слоев. Этот вывод мы рассмотрим строго при разборе специального случая опытов с зародышами перемагничения.

Для решеток других типов получается тот же результат, что и в случае рассмотренной простой кубической решетки. За исключением множителя $\sqrt{2}$ в случае кубической пространственно центрированной решетки и множителя 2 в случае кубической гранецентрированной решетки получается точно такой же результат для γ, если под I мы попрежнему будем понимать обменный интеграл между ближайшими соседями. Однако этим численным множителям нельзя придавать очень большого значения, так как наша модель есть очень грубое изображение фактического положения вещей.

Ввиду этой неуверенности теории является чрезвычайно важным, что опыты Сикстуса с зародышами перемагничения при больших скачках Баркгаузена дают возможность экспериментального определения γ, а следовательно, и возможность проверки выводов теории. Для целей последующих теоретических расчетов идеализируем картину и примем, что в проволоке, с которой производится опыт, направление легчайшего намагничения повсюду совпадает с осью проволоки. Поэтому при перемагничивании граничная поверхность проходит через всю проволоку, и кривая намагничения имеет очный прямоугольный вид. Фактически, конечно, в образцах Сикстуса натяжение не столь велико, для того чтобы целиком преодолеть влияние внутренних напряжений и кристаллографической магнитной анизотропии и достичь идеального состояния. Последнее осуществляется лишь приближенно. Первоначально намагничение во всей проволоке направлено в одну сторону, которую мы назовем отрицательной. Маленькое поле в положительном направлении еще не в состоянии вызвать процесс перемагничивания. Он начинается только тогда, когда в каком-нибудь месте проволоки при помощи добавочного поля достигнуто поле старта H_s. Тогда там образуется небольшая область положительного намагничения внутри отрицательно намагниченного окружения. Этот зародыш растет путем движения границ, пока приложено добавочное поле. И граница может пройти через всю проволоку, если в остальной ее части поле больше некоторого критического значения H_0. Сикстус нашел, что при кратковременном превышении поля старта H_s в добавочной катушке также образуется зародыш перемагничивания, но только такой, что он не может расти при выключении добавочного поля и сохраняет свои размеры даже и в том случае, когда поле, после выключения добавочного поля, больше, чем критическое поле H_0, которое необходимо для движения границы. Сикстусу удалось измерить размеры этих «замороженных» зародышей, измеряя их поля рассеяния. Он нашел, что эти зародыши имеют вид вытянутых тонких областей.

Наибольшие из них имеют в длину 13 *см* и только 0,1 *мм* в максимальном пеперечнике. Причиной торможения роста этих замороженных зародышей является, во-первых, влияние поверхностной энергии и, во-вторых, действие собственного поля зародыша. Это размагничивающее поле, созданное «свободными зарядами» на поверхности зародыша, внутри него и на его боковых поверхностях, антипараллельно внешнему полю и поэтому тормозит движение боковых границ. Напротив того, размагничивающее поле на концах зародыша не может тормозить роста. Однако рост все же невозможен, так как он требует затраты энергии на увеличение поверхности границы, т. е. на увеличение граничной энергии γ.

Теперь рассмотрим, насколько надо увеличить поле, чтобы такой «замороженный» зародыш начал расти, и процесс перемагничивания произошел бы во всей проволоке. Нужное для этого поле H_S', конечно, меньше, чем поле H_S, которое необходимо для создания зародыша, и, кроме того, оно зависит от размеров зародыша. Эту связь мы хотим вывести теоретически. С этой целью рассмотрим энергетические условия, которые должны выполняться для того, чтобы могло происходить движение границ с ростом объема зародыша. Если объем зародыша V увеличился на dV, то вещество получает энергию $2HI_sdV$, где H — поле, созданное в проволоке внешней катушкой, так как в объеме dV намагничение меняется от $-I_s$ до $+I_s$ (I_s намагничению насыщения). Это количество энергии расходуется различным образом. Во-первых, с движением границы связано увеличение поверхности dF, что требует энергии $\gamma\, dF$. Далее рост зародыша связан с увеличением энергии размагничивающего поля. Обозначим энергию этого поля через W, а изменение ее — через dW. Излишки полученной энергии $2HI_sdV$ над суммой этих двух других энергий обозначим через

$$dA = 2HI_sdV - \gamma\, dF - dW. \qquad (5)$$

Этот излишек энергии dA исчезает необратимо при движении границы. Если движение границы могло бы само по себе происходить без всякого расхода энергии, то рост зародыша был бы возможен, так как при положительном dV dA тоже положительно. Но в действительности само существование критического поля H_0 указывает на то, что даже при бесконечно медленном смещении границы требуется по крайней мере энергия $2H_0I_s$ на 1 *см*^{2}, которая расходуется необратимо. Граница испытывает своего рода «трение»; $2H_0I_S$ есть наименьшее значение энергии, требуемое для преодоления этого «трения». Конечно, здесь идет речь отнюдь не о трении в механическом смысле. Причиной H_0 являются малые пространственные флюктуации γ. Переход энергии этого «трения» в тепло осуществляется возникающими при этом микроскопическими вихревыми токами. Вопрос об H_0 подробно рассмотрен, например, в статье Керстена[5]. Для настоящего же исследования достаточно указать, что границы зародыша могут смещаться только в том случае, если dA при росте объема зародыша превышает, по крайней

мере, наименьшее значение энергии «трения» $2H_0I_sdV$, т. е. когда имеет место неравенство

$$dA > 2H_0I_sdV. \tag{6}$$

Из этого неравенства можно получить условия для роста зародыша. Размагничивающее поле требует, чтобы образующийся зародыш был очень длинным и тонким. Обозначим через l его длину и через d — наибольший диаметр. В опытах Сикстуса, например, $\frac{l}{d} > 500$. Рост размеров зародышей такой формы может итти лишь двумя совершенно различными путями: либо путем увеличения длины, либо путем увеличения толщины. Конечно, и то и другое может происходить и одновременно. Но так как при этих обоих способах роста движение границ происходит в совершенно различных местах (при одном только на концах, при другом только на боковой поверхности), то одновременный рост длины и толщины может совершаться только в том случае, когда для увеличения длины при заданной толщине и для увеличения толщины при заданной длине удовлетворяется одно и то же неравенство (6). Поэтому оба способа роста можно рассматривать независимыми друг от друга.

В случае длинного и тонкого зародыша его объем пропорционален длине и квадрату линейных размеров поперечного сечения, т. е.

$$V = C_1 \cdot l \cdot d^2.$$

Все численные расчеты мы будем вести в предположении, что зародыши имеют форму эллипсоида вращения. Только в этом частном случае можно точно вычислить энергию размагничивающего поля W. Зародыши, фактически наблюдаемые в опытах Сикстуса, имеют примерно такую форму. В этом случае $C_1 = \frac{\pi}{6}$. Для очень удлиненного зародыша поверхность приближенно может быть записана в таком виде:

$$F = C_2 \cdot l \cdot d.$$

Для эллипсоида вращения $C_2 = \frac{\pi^2}{4}$.

Сначала мы рассмотрим предельный случай столь длинного и тонкого зародыша, для которого можно свободно пренебречь энергией размагничивающего поля W. Тогда для величины, изменение которой дается (5), находим

$$A = 2C_1HI_s \cdot l \cdot d^2 - C_2\gamma \cdot l \cdot d.$$

Условие возможности роста длины согласно (6) гласит

$$\frac{\partial A}{\partial l} > 2HI_{o_s}\frac{\partial V}{\partial l}; \tag{7}$$

пренебрегая W и используя вышеприведенное выражение для A, получаем

$$d > \frac{C_2 \gamma}{2C_1 I_S (H - H_o)}. \tag{9}$$

Таким образом существует определенная критическая толщина $d_k = \frac{C_2\gamma}{2C_1 I_s (H - H_o)}$, которая обратно пропорциональна $(H - H_o)$. В случае очень длинного тонкого зародыша рост длины возможен, если $d > d_k$. В случае эллипсоида вращения

$$d_k = \frac{3\pi\gamma}{4I_s (H - H_o)}. \tag{10}$$

Условие для возможности роста толщины может быть получено совершенно таким же образом и оно гласит

$$\frac{\partial A}{\partial d} > 2H_o I_s \frac{\partial V}{\partial d}, \tag{8}$$

откуда, опять пренебрегая W, следует, что

$$d > \frac{C_2\gamma}{4C_1 I_s (H - H_o)} = \frac{1}{2} d_k. \tag{11}$$

Следовательно, увеличение толщины очень длинных тонких зародышей становится уже возможным, если толщина превысила лишь половину критического значения d_k. То обстоятельство, что рост толщины наступает раньше, чем длины, объясняется тем, что объем квадратично зависит от толщины и линейно от длины. При относительно одинаковом изменении поверхности рост объема при увеличении толщины больше, чем при увеличении длины.

Но если мы перейдем к коротким зародышам, то энергия размагничивающего поля W становится заметной. Однако это поле действует различным образом в случае роста длины или толщины. На боковой поверхности зародыша, где в основном и происходит движение границы при росте толщины, размагничивающее поле антипараллельно внешнему полю. Следовательно, оно уменьшает внешнее поле. Поэтому толщина, выше которой может быть рост толщины, с уменьшением $\frac{l}{d}$ растет и остановится больше чем $\frac{d_k}{2}$. При каком-то определенном значении отношения размеров $\frac{l}{d}$ размагничивающее поле на граничной поверхности становится равным $H - H_o$. Поэтому суммарное поле на боковой поверхности не может превысить значения H_o ни при каком увеличении зародыша. Напротив того, совсем иное имеет место при росте длины. На концах зародыша размагничивающее поле вне зародыша параллельно внешнему полю. Следовательно, оно способствует росту зародыша. Поэтому с уменьшением отношения размеров $\frac{l}{d}$ должна становить-

ся меньше и d_k, т. е. толщина, выше которой возможен рост длины. Эти соотношения лучше всего изобразить графически на $l-d$-плоскости. Каждая точка на этой плоскости[1]) соответствует зародышу определенных размеров. Фазовая $l-d$-плоскость разбивается на области, фазовые точки которых удовлетворяют определенным условиям роста, либо длины, либо толщины. Граничная кривая области, где возможен рост длины, дается уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial l}=2H_oI_s\frac{\partial V}{\partial l}. \qquad (7a)$$

Эта кривая при больших l должна асимптотически приближаться к прямой $d=d_k$ и при уменьшении длины падать. Граничная кривая области, где возможен рост толщины, получается из уравнения

$$\frac{\partial A}{\partial d}=2H_oI_s\frac{\partial V}{\partial d}. \qquad (8a)$$

Она должна иметь своей асимптотой $d=\frac{d_k}{2}$ при увеличении отношения размеров $\frac{l}{d}$ и приближаться к прямой, проходящей через начало координат и имеющей наклон, равный $H-H_o=H_d$, где H_d означает величину размагничивающего поля внутри зародыша. Эта картина, качественно понятная на основе вышеприведенных рассуждений, изображена на рис. 3. Граничные кривые на этом рисунке вычисляются в предположении, что зародыш имеет форму эллипсоида вращения. В этом случае можно точно вычислить энергию размагничивающего поля W. А именно легко показать, что

$$W=2NI_s^2\cdot V, \qquad (12)$$

N — размагничивающий фактор, который для длинного и тонкого зародыша равен

$$N=4\pi\frac{d^2}{l^2}\left(\ln 2\frac{l}{d}-1\right).$$

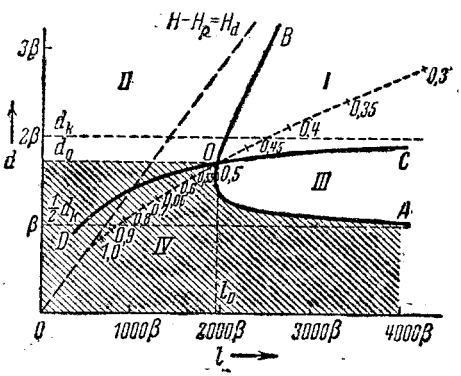

Рис. 3. ($l-d$) плоскость с граничными кривыми для $H-H_0=0{,}5$ эрстед

Рис. 3 сделан для $H-H_o=0{,}5$ эрстед и $I_s=1650$ гаусс. Это последнее число равно насыщению вещества (15% Ni — 85% Fe), на котором Сикстус производил свои опыты. Неизвестная величина γ изменяет лишь масштаб чертежа, не меняя форму кривых. В качестве единицы длины β выбрана критическая длина d_k при

[1]) Будем называть их в дальнейшем фазовыми точками и фазовой плоскостью. *Прим. пер.*

поле $H - H_o = 1$ эрстеду, так что имеет место $d_k = \frac{\beta}{H - H_o}$. Для эллипсоида вращения $\beta = \frac{3\pi\gamma}{4I_s}$.

Граничная кривая AOB отделяет область, где возможен рост толщины, а кривая COD — область, где возможен рост длины. Благодаря различному действию размагничивающего поля на рост длины и толщины обе граничные кривые пересекаются и тем самым делят плоскость $l - d$ на 4 области. В области I нет вообще никакого торможения роста. Зародыш, фазовая точка которого попала в эту область, энергетически не ограничен в своем росте. Фазовая точка зародыша будет двигаться на чертеже вправо вверх. Зародыш может сделаться сколь угодно большим, и, следовательно, перемагничивание может произойти во всей проволоке. В области IV не может происходить ни рост длины, ни рост толщины. Следовательно, там лежат точки, соответствующие замороженному состоянию зародышей. В области II возможен рост длины, но невозможен рост толщины. Фазовая точка двигается в этой области параллельно оси абсцисс направо. Ее дальнейшее поведение будет зависеть от того, больше или меньше толщина соответствующего ей зародыша, чем толщина d_o зародыша, соответствующего точке пересечения граничных кривых. Если $d > d_o$, то фазовая точка достигает в конце концов граничную кривую OB, пересекает ее и попадает в область «свободного» роста. Следовательно, такой зародыш вызывает перемагничение во всей проволоке. Если, напротив того, $d < d_o$, то фазовая точка достигает при росте длины граничной кривой OD, и тогда рост прекращается, так как точка попадает в область полного торможения роста. В области III запрещен рост длины, но возможно увеличение толщины. Фазовые точки этой области двигаются параллельно оси ординат вверх. Пересекая границу CO, они попадают в область свободного роста. Только те фазовые точки, которые находятся в малой линзообразной части области III, длина которых меньше длины l_o, соответствующей зародышу, изображаемому точкой O, задерживаются на граничной кривой AO. Вся область на рис. 3, в которой зародыши не могут вызвать перемагничивания во всей проволоке, заштрихована.

Расположение граничных кривых на рис. 3 зависит еще также от величины поля H. Но можно показать, что форма этих кривых при изменении поля качественно мало меняется. В основном меняется только масштаб. Поэтому достаточно указать только положение точки O при различных полях. На рис. 3 оно изображено пунктирной кривой. Указанные численные значения на этой кривой соответствуют величине $H - H_o$.

Мы не можем до сих пор объяснить возможность того, что размеры зародыша могут также и уменьшаться путем смещения границ. Для этого было бы необходимо выполнение условия

$$dA < -2H_o I_s dV, \quad (dV > 0) \tag{13}$$

которое обратно (6).

Уравнения граничных кривых, соответствующих этому процессу уменьшения зародышей, могут быть получены из только что рассмотренных, если в них $H - H_o$ заменены $H + H_o$. Соответствующие области лежат на рис. 3 в левом нижнем углу. Но мы на этом останавливаться не будем, так как это не имеет никакого интереса для дальнейшего.

Мы можем легко ответить на вопрос, при каком поле H'_S данный замороженный зародыш приведет к процессу перемагничивания. Очевидно, это будет такое поле, при котором заштрихованная область рис. 3 станет столь малой, что фазовая точка, соответствующая этому зародышу, точно попадет на ее границу. При этом надо различать два случая.

1. Фазовая точка лежит выше (пунктирной) кривой точек O. При увеличении поля эта фазовая точка, сначала лежавшая в области IV, где рост полностью заторможен, достигает граничной кривой OD и переходит в область, где возможен рост длины, но не толщины. Его длина, таким образом, начинает расти, но не безгранично, а лишь до тех пор, пока фазовая точка не попадет на новую кривую OD. Процесс перемагничения начнется лишь тогда, когда толщина d_o зародыша, соответствующего точке O, будет меньше, чем толщина замороженного зародыша. В этом случае H'_s зависит только от толщины зародыша.

2. Если фазовая точка лежит ниже линии точек O, то если исключить из рассмотрения маленькую линзообразную часть области III около точки O, где $l < l_0$, зародыш начнет процесс перемагничивания при том поле H'_s, при котором граничная кривая AO будет проходить через его фазовую точку. В этом случае H'_s зависит от длины и толщины зародыша. Только в том случае, если длина столь велика, что AO практически может быть заменена своей асимптотой, то H'_S снова зависит только от толщины.

В опытах Сикстуса наблюдаемые зародыши имеют фазовые точки выше линии точек O. Мы далее увидим, что для наибольших из полученных им зародышей так и должно быть в силу способа их получения. Согласно теории эти зародыши должны испытывать ограниченный рост длины, прежде чем вызывать процесс перемагничивания во всей проволоке. Это, однако, не было наблюдено Сикстусом. Поле старта H'_S такого зародыша должно зависеть только от толщины. В этом пункте теория подтверждается опытом. Принимая, что зародыш имеет форму эллипсоида вращения для больших значений $\frac{l}{d}$, в хорошем приближении получаем, что толщина d_o зародыши с фазовой точкой в O равна 5/6 d_k, так что мы получаем

$$d_o = \frac{5\pi}{8} \cdot \frac{\gamma}{I_s (H - H_o)} . \qquad (14)$$

Разность между полем старта H'_s и граничным полем H_o в этих зародышах обратнопропорциональна толщине зародыша, т. е.

$$H'_s - H_o = \frac{K}{d} , \qquad (15)$$

где константа пропорциональности K, кроме известных величин, содержит еще энергию границы

$$K = \frac{5\pi}{8} \cdot \frac{\gamma}{I_s}. \tag{16}$$

Сравнение теоретической формулы (15) с опытом представлено на рис. 4. Точки на чертеже изображают связь между $H'_s - H_0$ и толщиной зародыша, полученную из опытов Сикстуса. Кривая дает теоретический ход для подобранного значения K. Совпадение кривой с точками дает хорошее подтверждение правильности теории. Этому значению K соответствует следующее значение граничной энергии:

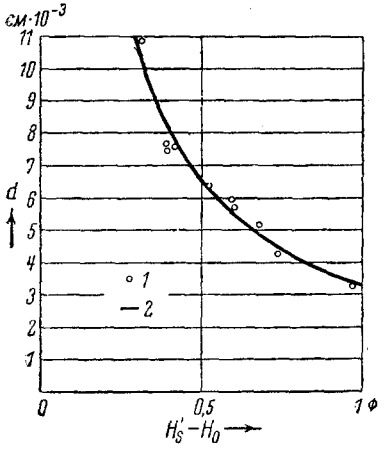

Рис. 4. Связь между $H_s' - H_0$ и толщиной зародыша d (см рис. 11 в статье Сикстуса). *1* — экспериментальные точки Сикстуса, *2* — теоретический ход для $\gamma = 2{,}7$ *эрг/см*

$$\gamma = 2{,}7 \text{ эрг/см}^2.$$

Сравним теперь эту величину с теоретическим значением по Блоху. Материал, с которым работал Сикстус (15% Ni — 85% Fe), имеет пространственно-центрированную решетку. Поэтому имеет место

$$\gamma = 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{I \cdot C}{a}}.$$

$C = \frac{3}{2}\lambda\sigma$. Натяжение для этих опытов было равно $\sigma = 65$ *кг/мм*$^2 = 6{,}5 \cdot 10^9$ *дин/см*^{2}. Обменный интеграл согласно Гейзенбергу определяется температурой Кюри; для пространственно-центрированной решетки имеем в частности

$$2I = k\theta.$$

Принимая, далее, $\theta = 1000°$ абс.; $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$; $a = 2{,}7$ Å, находим

$$\gamma = 2{,}1 \text{ эрг/см}^2.$$

Принимая во внимание слишком грубую оценку теоретического значения, можно считать, что получается хорошее совпадение.

Ко всему тому надо добавить еще одно замечание. Мы повсюду предполагали, что зародыш лежит внутри материала, а не на поверхности проволоки. В нескольких случаях Сикстусу удалось это предположение доказать непосредственно. Он брал проволоку, в которой имелся замороженный зародыш, и травил ее с поверхности. При этом не наблюдалось изменения толщины зародыша[6].

Следовательно, зародыш лежал внутри материала, а не на поверхности проволоки.

Это приводит нас к вопросу, как вообще может возникнуть зародыш, способный к росту внутри добавочной катушки? Согласно всем, до сих пор известным наблюдениям очень маленькие зародыши никогда не приводят к росту, напротив того, они всегда имеют тенденцию уменьшаться, так как для очень маленьких зародышей при росте всегда требуется затрата энергии на создание поверхности, которая пропорциональна увеличению объема зародыша. Это полностью аналогично тому положению вещей, которое имеет место в случае конденсации пересыщенного пара, где благодаря поверхностному натяжению наименьшие капельки всегда имеют тенденцию испариться, а не расти путем конденсации. В случае газов конденсация всегда идет на ионах, частицах пыли или на других местах, где этой трудности зародышеобразования нет. Если бы только было возможно полностью удалить все эти факторы, облегчающие рост зародышей, то можно было бы столь сильно увеличить пересыщение, что началось бы заметное спонтанное зародышеобразование, которое обусловлено флюктуациями плотности. Последние благодаря атомистической структуре материи имеют место всегда; однако они слишкои малы, и лишь при очень высокой степени пересыщения эти флюктуации приводят к образованию зародышей такой большой величины, что они могут расти. При этом всякий раз нарушается второе начало термодинамики, так как, строго говоря, такой процесс согласно этому началу невозможен. Аналогично этому можно предположить, что процесс перемагничения возникает в местах нарушения однородности кристалла, например, там, где граничная энергия очень мала или же в материале имеются остаточные области от предыдущих намагничений, которые и являются зародышами перемагничивания. Однако мы еще очень мало знаем по этому вопросу. Можно лишь с уверенностью сказать, что спонтанное образование зародышей, при котором преодолевается затруднение в зарождении при заданном поле, еще не подвергалось обсуждению.

В этих опытах наблюдался еще один неожиданный факт. Добавочная катушка, при помощи которой Сикстус получал зародыш, имела в длину примерно 1 *см*. Несмотря на это, замороженный зародыш, который получается при кратковременном включении поля старта H_s в этой короткой катушке, имеет длину до 13 *см*. Его концы находятся, таким образом, вне добавочного поля. Концы положительно намагниченного зародыша в состоянии, таким образом, пока включено добавочное поле, прорасти внутри отрицательного намагниченного материала, но они теряют эту способность при выключении этого добавочного поля, хотя само это поле не оказывает никакого заметного действия на концах зародыша. Это можно легко понять опять-таки при помощи рис. 3. Такой зародыш, концы которого вышли из добавочного поля, находится в бо́льшей своей части в основном поле, которое тормозит его рост, последний прекращается при выключении добавочного поля. Это можно

представить таким образом. Короткая добавочная катушка со своей стороны прекращает торможение роста толщины Поэтому начинается заметное смещение боковых границ зародыша. Фазовая точка на $l - d$ - плоскости пересекает граничную поверхность OD и попадает в область II, где возможен ограниченный рост длины в основном поле. Таким образом рост длины происходит косвенным путем благодаря тому, что вследствие роста толщины под действием поля добавочной катушки у зародыша уменьшается отношение размеров $\frac{l}{d}$, что приводит к возможности роста длины в основном поле. При выключении добавочного поля рост толщины снова тормозится. А длина тогда растет еще до тех пор, пока фазовая точка не достигнет кривой OD, соответствующей основному полю, где будет заторможен и рост длины. Являются ли эти рассуждения правильными, можно решить, проверив, лежат ли фактические фазовые точки этих удлиненных зародышей на кривой OD. Результат сравнения изображен на рис. 5. Поле, при котором Сикстусом производились опыты с наибольшими зародышами, было $H - H_0 = 0{,}28$ эрстед. На рис. 5 изображена граничная кривая OD для этого поля. $\gamma = 2{,}7$ *эрг/см²*. Фазовые точки нанесены для трех наибольших зародышей. Две из них точно лежат на кривой OD. Третья, очевидно, соответствует слишком короткому зародышу, для которого эта теория неприменима, так как большая часть его находится внутри добавочной катушки.

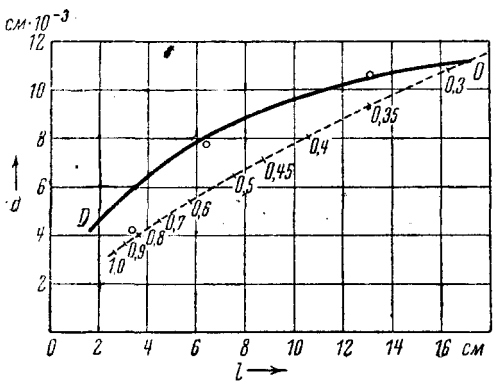

Рис. 5. Положение трех наибольших зародышей на ($l - d$) плоскости

Таким образом и в этом случае мы получаем хорошее подтверждение развитой здесь теории. Для дальнейшего обоснования теории мы пока не имеем еще экспериментального материала. Измерения Сикстуса были единственными до сих пор в этой области. Но так как при их постановке не было этих теоретических соображений, то естественно, что они не могут полностью служить для целей проверки этой теории. В связи с этим нами предпринимается ряд экспериментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. J. Sixtus a. L. Tonks, Phys. Rev., **37**, 930 (1931); **42**, 419, 1932; **43**, 70, 1933; **43**, 931, 1933; предыдущая статья, см. стр. 000.
2. F. Bloch, Z. Physik, **74**, 295, 1932.
3. K. J. Sixtus, Phys. Rev., **48**, 425, 1935.
4. W. Döring, Z. Physik, **108**, 137, 1938.
5. M. Kersten, Probleme der technischen Magnetisierungskurve, J. Springer, 1938, S. 42.
6. Личное сообщение д-ра Сиктуса о неопубликованной работе.

ДОБАВЛЕНИЕ I.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ПРОНИКНОВЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРОВОЛОКУ ПРИ НАМАГНИЧЕНИИ [1])

Формула (2) для времени проникновения магнитного поля в перемагничиваемую проволоку, цитируемая Сикстусом в § 3, может быть получена из следующих простых соображений[1].

Выберем ось x за ось проволоки. Пусть $R = R(x)$ дает нам уравнение, неизвестного пока сечения плоскостью, проходящей через ось проволоки, граничной поверхности, между антипараллельными областями. Нашей первой задачей является определение этой функции $R(x)$.

Изменение потока в поперечном сечении проволоки за время dt равно $2\pi RdR \cdot 4\pi\Delta I$, где $4\pi\Delta I$ — изменение индукции между двумя областями. Циркуляция индуцируемого электрического поля вокруг проволоки на расстоянии $r > R$ от оси равна

$$2\pi rE = \left(8\pi^2 R\frac{\Delta I}{c}\right)\cdot\frac{dR}{dt} \tag{I,1}$$

(конечно, для $r < R$, $E = 0$). Вводя продольную скорость распространения $v = \frac{dx}{dt}$ и обозначая $\frac{dR}{dx}$ через R', находим, что

$$E = \frac{4\pi vRR'\Delta I}{rc}. \tag{I,2}$$

Так как плотность тока $j = \frac{E}{\rho}$ (ρ — удельное сопротивление), то полный циркулярный ток на единицу длины проволоки равен

$$\int_R^a \frac{E}{\rho}\,dr = \frac{4\pi vRR'\Delta I}{\rho c}\ln\frac{a}{R}. \tag{I,3}$$

где a — радиус проволоки.

Этот переменный ток в свою очередь создает магнитное поле H_e, которое на расстоянии R равно

$$H_e = -\frac{16\pi^2 v\Delta I}{\rho c^2}RR'\ln\frac{a}{R}. \tag{I,4}$$

---

[1]) См. § 3 статьи Сикстуса, стр. 67—69.

Отрицательный знак указывает на то, что H_e *антипараллельно внешнему полю* H, являясь, таким образом, полем торможения.

Помимо этого поля имеется еще поле H_p от свободных «полюсов» на границе. Поэтому результирующее поле H_m равно

$$H_m = H + H_e + H_p. \tag{I,5}$$

Движение границы будет происходить, если

$$H_m \geqslant H_0,$$

где H_0 — критическое поле; таким образом

$$H_e + H_p = -(H - H_0) = -\Delta H.$$

Пренебрегая H_p (см. Сикстус, § 3) и исключая H_e из (I,4), находим

$$RR' \ln \frac{a}{R} = \frac{\Delta H \cdot \rho c^2}{16\pi^2 v \cdot \Delta I}. \tag{I, 6}$$

Интегрируя (I, 6), получаем уравнение сечения $R = R(x)$

$$R^2 \left[\ln \frac{a^2}{R^2} + 1 \right] = \frac{\Delta H \cdot \rho c^2 x}{4\pi^2 v \cdot \Delta I}, \tag{I, 7}$$

причем постоянная интегрирования выбирается так, чтобы кривая $R(x)$ пересекала ось проволоки в точке $x = 0$. Длина граничной «воронки» λ может быть получена из (I, 7), если положить $R = a$, так как между δt, λ и v существует очевидное соотношение

$$v \delta t = \lambda. \tag{I,8}$$

Подставляя λ из (I, 7), сразу приходим к формуле Сикстуса § 3 (2).

ДОБАВЛЕНИЕ II

ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ НАМАГНИЧЕНИЯ В ПЕРЕХОДНОЙ ЗОНЕ МЕЖДУ ОБЛАСТЯМИ СПОНТАННОГО НАМАГНИЧЕНИЯ[2]

Распределение направлений магнитного момента в граничном слое между двумя антипараллельно намагниченными областями может быть найдено следующим образом. Перечислим сперва все энергии, которыми обладает ферромагнетик. Это будет: 1) положительная обменная энергия, появление которой вызвано неоднородностями в распределении направлений магнитных моментов. Плотность этой энергии равна[2]

$$F_1 = \frac{I}{4a} [(\Delta\alpha_x)^2 + (\Delta\alpha_y)^2 + \Delta\alpha_z)^2], \tag{II, 1}$$

где α_x, α_y и α_z — направляющие косинусы спонтанного намагничения относительно координатных осей, I — обменный интеграл, a — константа решетки.

2) Энергия магнитной анизотропии, например для железа, имеет такой вид[3]:

$$F_2 = K_1(\alpha_x^2\alpha_y^2 + \alpha_y^2\alpha_z^2 + \alpha_z^2\alpha_x^2) + K_2\alpha_x^2\alpha_y^2\alpha_z^2, \qquad \text{(II, 2)}$$

где K_1, K_2 — так называемые константы магнитной анизотропии.

3) Магнитноупругая энергия внешних натяжений

$$F_3 = -\frac{3}{2}\sigma\lambda_{100}(\alpha_x\beta_x + \alpha_y\beta_y + \alpha_z\beta_z)^2 +$$

$$+ 3\sigma(\lambda_{100} - \lambda_{111})\cdot(\alpha_x\alpha_y\beta_x\beta_y + \alpha_y\alpha_z\beta_y\beta_z + \alpha_z\alpha_x\beta_z\beta_x), \qquad \text{(II, 3)}$$

где λ_{100} и λ_{111} — константы магнитострикции вдоль кристаллографических направлений (100) и (111), а β_x, β_y и β_z — направляющие косинусы натяжения относительно координатных осей.

В опытах Сикстуса натяжения σ столь велики, что мы можем пренебречь энергией F_2 по сравнению с $F_3\left(\frac{3}{2}\sigma\lambda_{100} \gg K_1\right)$. Таким образом вся анизотропия практически определяется F_3; именно поэтому однородное натяжение σ по всему объему проволоки превращает последнюю в магнитном смысле в «одноосный» монокристалл (т. е. создает одну ось наилегчайшего намагничения, параллельную направлению $\vec{\sigma}$). Выберем ось проволоки за ось z, тогда $\beta_x = \beta_y = 0$, $\beta_z = 1$, и, следовательно,

$$F_3 = -\frac{3}{2}\sigma\lambda_{100}\alpha_z^2. \qquad \text{(II, 4)}$$

Распределение магнитных моментов между двумя областями с антипараллельным намагничением находим в пренебрежении эффектами, вызываемыми поверхностью образца. Они существенны лишь для определения размеров спонтанных областей, но практически не влияют на знак изменения направлений намагничения в граничной зоне между ними. Кроме того, мы предполагаем заранее, что в слое не возникают магнитные «заряды», т. е. мы повсюду имеем $\operatorname{div}\mathbf{I} = 0$ и не имеем скачка нормальной слагающей намагничения I_n для любой поверхности, проведенной в граничном слое. Это означает, что если мы выберем ось x перпендикулярно оси проволоки и нормально к границе между спонтанными областями, то распределение магнитных моментов будет зависеть исключительно от координаты x. Вектор намагничения, имея направление вдоль положительной оси z в одной области, поворачивается в слое на 180° и смотрит в другой области вдоль отрицательной оси z. Закон распределения моментов находим из условий, что полная энергия кристалла (в указанных выше приближениях) имеет минимум, т. е.

$$\int\left\{\frac{I}{4a}\left[\left(\frac{\partial\alpha_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_z}{\partial x}\right)^2\right] - \frac{3}{2}\sigma\lambda_{100}\alpha_z^2\right\}dV = \min. \qquad \text{(II, 5)}$$

Обозначим угол между вектором намагничения $\mathbf{I}$ и осью z через ϑ; тогда, так как вектор $\mathbf{I}$ лежит в плоскости yz, имеем

$$\alpha_x = 0, \quad \alpha_y = \sin\vartheta, \quad \alpha_z = \cos\vartheta,$$

где ϑ есть функция только x, и, следовательно, (II, 5) принимает вид

$$\int\left[\frac{I}{4a}\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)^2 - \frac{3}{2}\sigma\lambda_{100}\cos^2\vartheta\right]dx = \min,$$

Уравнения Эйлера гласят

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{I}{a}\cdot\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}-3\sigma\lambda_{100}\sin\vartheta\cdot\cos\vartheta=0,$$

откуда, интегрируя, находим

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)^2-\frac{6\sigma\lambda_{100}a}{I}\sin^2\vartheta=\text{const}. \qquad \text{(II, 6)}$$

Размеры спонтанных областей велики по сравнению с шириной граничного слоя. Поэтому в качестве граничных условий можно принять

$$\vartheta=0 \text{ для } x=-\infty;\ \vartheta=\pi \text{ для } x=+\infty$$

и

$$\vartheta'=0 \text{ для } x=\pm\infty \text{ или для } \vartheta=0,\pi. \qquad \text{(II, 7)}$$

Тогда const в (II, 6) равна нулю, и мы получаем

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)^2=\frac{6\sigma\lambda_{100}a}{I}\sin^2\vartheta. \qquad \text{(II, 8)}$$

Интегрируя это уравнение, мы находим решение, которое удовлетворяет условиям (II, 7), в следующем виде:

$$\cos\vartheta=-\operatorname{tg}h\sqrt{\frac{3\sigma\lambda_{100}a}{2I}}\cdot 2x. \qquad \text{(II, 9)}$$

Замечая, далее, что в обозначениях Деринга [3] (см. предыдущую статью) $\frac{3}{2}\sigma\lambda_{100}=C$ видим, что (II, 9) совпадает с его формулой (4).

ДОБАВЛЕНИЕ III

НОВЫЕ ОПЫТЫ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГРАНИЧНОЙ ЭНЕРГИИ γ ПРИ БОЛЬШИХ СКАЧКАХ БАРКГАУЗЕНА

После выхода в свет сборника по технической кривой намагничения, где были помещены вышеприведенные статьи Сикстуса и Деринга, появилась работа Деринга и Хааке [4], которая дает новые экспериментальные оценки энергии граничного слоя и, следовательно, дальнейшее подтверждение теории.

Опыты производились с упруго натянутой проволокой с диаметром сечения в 0,3 *мм* из сплава Fe — Ni (40% Fe, 60% Ni). Уже при нагрузках в 5 *кг/мм*^{2} получились почти полностью прямоугольные петли гистерезиса.

Было получено много замороженных зародышей и измерялась зависимость поля старта от их поперечного сечения. Согласно формулам Деринга (15) и (16) мы имеем

$$H_s'=H_0+\frac{5\pi}{8}\cdot\frac{\gamma}{I_s}\cdot\frac{1}{d}.$$

На рис. 1 приведены результаты измерений при двух значениях нагрузки σ. Разброс точек в основном определяется неоднородностями значений H_0 для различных участков проволоки. Наклон прямых про-

пропорционален граничной энергии γ. Уже из рис. 1 видно, что γ растет с ростом σ, что и требуется теорией Блоха — Кондорского [см. (3) в статье Дерринга и замечая, что $c \cong \frac{3}{2}\lambda_s$].

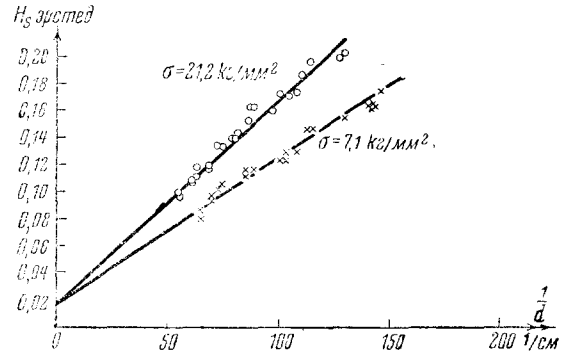

Рис. 1. Зависимость поля старта H_S от величины обратной толщине зародыша $\frac{1}{d}$

На рис. 2 показана зависимость γ от σ для пяти значений напряжений. Разброс точек опять определяется флюктуациями. Кривая дает теоретический ход γ от σ по формуле (3). Обменный интеграл вычислен

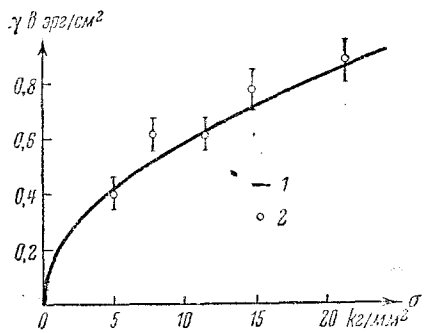

Рис. 2. Зависимость энергии границы γ от напряжений σ. *1* — теоретическая кривая по Блоху, *2* — экспериментальные точки

по Гейзенбергу по точке Кюри. Совпадение получается достаточно хорошее для столь приближенных оценок. Авторы указывают, что они продолжают работать над дальнейшим развитием теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Landau a. E. Lifschitz, Sow. Phys., **8**, 157, 1935.
2. K. J. Sixtus a. L. Tonks, Phys. Rev., **42**, 419, 1932.
3. R. Gans, Ann. Phys., **24**, 680, 1935.
4. W. Döring u. H. Haake, Physik. **7**, 39, 865, 1938.
5. Кондорский, Журн. эксп. и теор. физики, **7**, 1117, 1937., Sow. Phys., **11**, 597, 1937.