ЭЛЕКТРОННАЯ ОПТИКА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Д. Зернов, Москва

I. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ОПТИКИ

1. Введение

Электронная оптика является сравнительно молодой отраслью прикладной физики, выросшей за последние несколько лет в самостоятельную обширную область этой науки. Свое название электронная оптика получила вследствие известной аналогии между электронными и оптическими явлениями. Эта аналогия была обнаружена еще первыми исследователями, работавшими в этой области, которым было известно, что тело, помещенное на пути катодных лучей, испускаемых катодом круксовой трубки, отбрасывает на флуоресцирующий экран резко очерченную тень такой же формы, какая получилась бы от лучей света, исходящих из катода. Этот факт служит очевидным доказательством прямолинейности распространения катодных лучей. Таким образом поведение потока электронов в пространстве, свободном от действия электрических и магнитных полей, оказывается аналогичным поведению светового луча в оптически однородной среде.

В настоящее время аналогия между световыми и электронными явлениями может быть проведена значительно дальше. Известно, что световой поток и поток электронов обнаруживают как волновую, так и квантовую природу. Исходя из представлений современной волновой механики, мы полагаем, что электрон, при своем движении связан с фазовой волной, длина которой может быть подсчитана по формуле:

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

где h — постоянная Планка, m — масса и v — скорость движущейся корпускулы (электрона). Волновая природа электронов блестяще подтверждается известными опытами Дэвиссона и Джермера, Томсона и др. Эти опыты, как известно, позволили обнаружить явление диффракции электронов при отражении от поверхности

кристалла либо при прохождении электронного пучка сквозь тонкую кристаллическую пленку, совершенно аналогичное получаемой в тех же условиях диффракции коротковолнового (рентгеновского) излучения.

Особенно большой интерес для практических целей представляет геометрическая электронная оптика, занимающаяся вопросом о траекториях электронов в электрическом и магнитном силовом поле. При этом движение электронов рассматривается с оптической точки зрения. Основанием к этому является установленная еще в начале XIX в. В. Гамильтоном аналогия между законами распространения светового луча в оптически неоднородной среде и движением материальной частицы, движущейся в консервативном силовом поле.

Поводом к развитию геометрической электронной оптики послужила чисто практическая задача получения узких электронных пучков в брауновских трубках, применяемых для осциллографии и тому подобных целей. Таким образом геометрическая электронная оптика ставила себе прежде всего целью нахождение способов концентрации электронных лучей, исходящих из одной общей точки в некотором общем фокусе. Электроооптические системы, позволившие осуществить фокусировку электронных лучей, получили название «электронных линз». Как будет видно из дальнейшего, роль такой электронной линзы может играть любое электрическое и магнитное поле, обладающее осевой симметрией.

2. Электроооптические фокусирующие системы

В первоначальных конструкциях электроооптических фокусирующих устройств для концентрации электронного пучка использовались постоянные электрические или магнитные поля, действующие на электроны с силой, направленной непосредственно к оси пучка. Этим свойством обладают радиальное электростатическое поле цилиндрического конденсатора и круговое магнитное поле прямого тока. Так Вуд и Роговский для концентрации электронного пучка пытались использовать устройство, изображенное на рис. 1. По

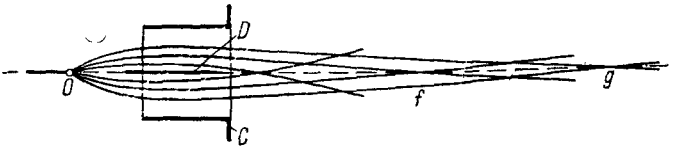


Рис. 1. Концентрация электронного пучка в поле цилиндрического конденсатора

оси пучка располагается тонкий металлический стержень, заряженный положительно по отношению к окружающему его цилиндру. В радиальном поле подобного цилиндрического конденсатора электроны получают ускорение, направленное к оси пучка, и стягиваются по направлению к оси.

Однако эта система оказалась мало пригодной по следующей причине. Очевидно, что для полной концентрации как внутренних (близких к оси), так и внешних лучей необходимо, чтобы внешние лучи при прохождении сквозь поле конденсатора отклонялись на больший угол, чем внутренние. Последнее условие приводит к требованию, чтобы отклоняющая сила увеличивалась пропорционально расстоянию от оси. Однако в вышеописанной системе отклоняющая сила не только не возрастает, но, напротив, убывает с увеличением расстояния от оси, изменяясь обратно пропорционально r. Таким образом внутренние лучи, испытывающие действие большей радиальной силы, отклоняются сильнее, чем внешние. В результате лучи, различным образом наклоненные к оси, собираются в разных точках. Говоря оптическим языком, подобная электронная линза обладает совершенно недопустимой величиной сферической аберрации. То же самое может быть сказано и в отношении поля прямого тока (расположенного по оси пучка), где радиальная сила также пропорциональна $\frac{1}{r}$.

Таким образом рассмотренные две системы не могут считаться удовлетворительным решением задачи фокусирования электронных лучей. Необходимым условием того, чтобы электрические или магнитные поля могли рассматриваться в качестве электронной линзы, является, как указывалось выше, пропорциональность радиальной силы, с которой эти поля действуют на движущиеся электроны, расстоянию электронов от оси пучка. Посмотрим, какие же электрические и магнитные поля удовлетворяют этому требованию.

Теоретическими работами Буша и ряда других авторов было доказано, что достаточно узкий пучок электронов фокусируется любым постоянным электрическим или магнитным полем, обладающим аксиальной симметрией. Такое поле может быть создано любой системой проводников, обладающих осевой симметрией. При этом предполагается, что векторы напряженности электрического и магнитного полей и их производные являются непрерывными и однозначными функциями координат во всем пространстве, пронизываемом электронными лучами (в двух рассмотренных выше примерах это требование не выполняется для поверхности центрального электрода).

Прежде чем перейти непосредственно к доказательству этого основного положения электронной оптики, рассмотрим механизм фокусировки электронных лучей электрическим и магнитным полем на нескольких простейших примерах. Наиболее простым примером фокусировки электронных лучей магнитным полем является случай однородного продольного магнитного поля, направление которого совпадает с направлением оси пучка.

Рассмотрим электрон e (рис. 2), выходящий из некоторой точки, расположенной на оси пучка, с начальной скоростью v_0, составляющей с осью пучка (осью z) и, следовательно, с направлением вектора напряженности магнитного поля $\mathbf{H}$ некоторый про-

извольный угол α. Величина лоренцовой силы, действующей на движущийся в магнитном поле электрон, определится при этом из соотношения

$$F = evH\sin\alpha = ev_{xy}H,$$

где v_{xy} — проекция начальной скорости электрона на плоскость xy.

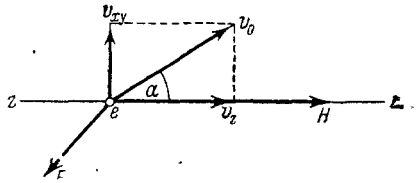


Рис. 2

Эта сила направлена перпендикулярно плоскости, проходящей через некторы v и H, и, следовательно, перпендикулярна оси z, а также компонентам скорости в направлении оси z и в плоскости xy (v_z и v_{xy}). Так как компонента силы в направлении оси z, очевидно, в любой момент времени равна нулю, то движение электрона в этом направлении будет равномерное, со скоростью $v_z = v_0\cos\alpha$. В плоскости, перпендикулярной к оси z, движение будет вращательное, с постоянной скоростью $v_{xy} = v_0\sin\alpha$ (так как сила все время остается перпендикулярной компоненте скорости в этой плоскости) под действием центростремительной силы $F = ev_{xy}H$. Радиус круговой орбиты, описываемой проекцией электрона на плоскость xy, может быть найден на основании известного закона динамики

$$\frac{mv_{xy}^2}{R} = ev_{xy}H,$$

откуда

$$R = \frac{mv_0}{eH}\cdot\sin\alpha \qquad (1)$$

Таким образом радиус этой окружности зависит от величины начального угла траектории электрона с осью z (угла вылета).

Определим теперь угловую скорость вращения электрона в плоскости xy. Полагая $v_{xy} = \omega R$, имеем

$$\omega = \frac{eH}{m}. \qquad (2)$$

Выражения (1) и (2) показывают, что электроны, вышедшие из некоторой точки, расположенной на оси пучка, описывают в плоскости xy окружности различных радиусов (в зависимости от величины и направления начальной скорости), но с одинаковой угловой скоростью, и снова пересекают ось z, спустя одинаковые промежутки времени (рис. 3). Допустим, что начальные скорости всех электронов одинаковы по величине, и ограничимся рассмотрением достаточно узкого пучка, так чтобы $\cos\alpha$ можно было считать равным единице. Тогда, учитывая, что движение всех элек-

тронов в направлении оси z происходит с постоянной скоростью $v_z = v_0 \cos\alpha \approx v_0$, мы приходим к выводу, что все электроны, вышедшие из некоторой точки оси z, снова пересекут эту ось в одной и той же точке. Траектории электронов в пространстве представятся при этом винтовыми линиями, шаг которых d равен периоду обращения электрона по окружности T, умноженному на скорость движения вдоль оси z (v_z)

$$d = T \cdot v_z = \frac{2\pi m v_z}{eH}.$$

На рис. 4 представлена модель траекторий электронов в однородном магнитном поле. Электроны, выходящие из общей точки, опи-

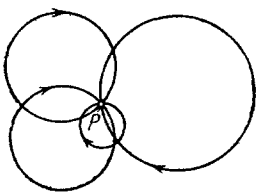


Рис. 3

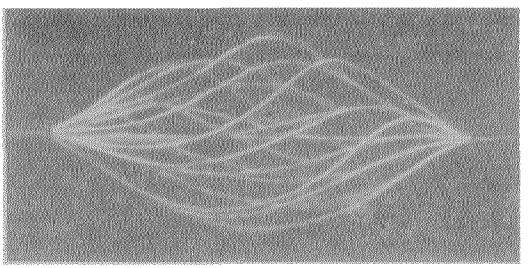


Рис. 4. Модель траекторий электронов в однородном магнитном поле

сывая винтовые линии, снова собираются в общем фокусе расположенном на оптической оси системы (оси пучка). Таким образом действие магнитного поля на электронные лучи оказывается в известной мере аналогичным действию обычной стеклянной собирающей линзы на лучи световые.

Механизм фокусировки электронных лучей электрическим полем существенно отличен от разобранного выше механизма фокусировки магнитным полем. Здесь однородное продольное поле не создает никакой радиальной силы. Применяя аналогию Гамильтона, можно показать, что электронный луч в электростатическом поле ведет себя точно так же, как световой луч в оптически неоднородной среде, причем роль показателя преломления n в данном случае играет $\sqrt{V}$, где V — потенциал электростатического поля. Разница состоит лишь в том, что в оптике мы большей частью имеем дело со скачкообразным изменением показателя преломления (при переходе луча из одной среды в другую), тогда как потенциал электростатического поля непрерывно изменяется от точки к точке. Однако и здесь может быть мыслима поверхность, на которой показатель преломления претерпевает скачкообразное изменение. Такой поверхностью может служить электрический двойной слой. Представим себе две параллельные пластины, расположенные на бесконечно близком расстоянии друг от друга, одна из которых име-

ет потенциал V_1 и другая V_2. Такие две пластины разделяют пространство на две части, каждая из которых обладает постоянным значением потенциала, причем при переходе с одной стороны подобного двойного электрического слоя на другую потенциал претерпевает скачкообразное изменение. Предположим, что поверхность MN (рис. 5) разделяет две области, обладающие постоянными, но различными значениями потенциала. Пусть потенциал сверху от MN будет V_1 и снизу V_2, причем $V_2 > V_1$. Теперь рассмотрим и электрон, движущийся по направлению SA со скоростью v_1. При его прохождении через двойной слой на него действует сила, нормальная к поверхности MN, в направлении AO'. В результате этого после прохождения электрона сквозь поверхность MN скорость его изменится и приобретет значение v_2. Так как сила, вызывающая изменение скорости, нормальна к поверхности MN, то изменению подвергается лишь нормальная компонента скорости v_n, тогда как тангенциальная слагающая скорости v_τ остается неизменной. Из чертежа (рис. 5) следует, что $v_\tau = v_1 \sin i = v_2 \sin r$, откуда

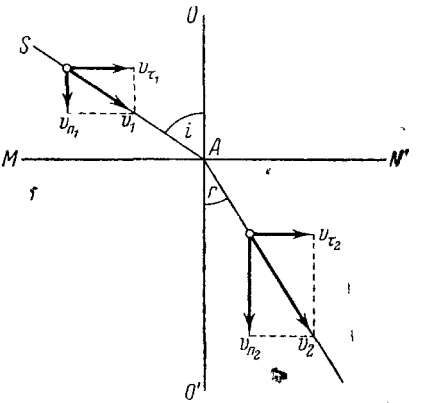


Рис. 5. Преломление электронного луча у поверхности двойного слоя

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_2}{v_1} = n. \qquad (3)$$

Это соотношение представляет собой известный закон геометрической оптики. Отношение $\frac{v_2}{v_1}$ играет, таким образом, роль показателя преломления второй среды относительно первой.

Полученному для показателя преломления выражению можно придать несколько иной вид. Работа поля при переходе электрона из первой среды во вторую равна $e(V_2 - V_1)$. На основании закона сохранения энергии мы можем написать

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + e(V_2 - V_1),$$

откуда, вычисляя $\frac{v_2}{v_1}$, имеем

$$n = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{e(V_2 - V_1)}{\frac{mv_1^2}{2}}}.$$

Полагая, что начальная скорость электрона v_1 соответствует потенциалу V_1, имеем

$$\frac{mv_1^2}{2} = eV_1,$$

и, следовательно, показатель преломления оказывается равным

$$n = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}. \qquad (4)$$

Последнее соотношение можно также рассматривать как частный случай общего закона, устанавливаемого аналогией Гамильтона. Если $V_2 < V_1$ и если $e(V_2 - V_1)$ превышает по абсолютной величине часть кинетической энергии электрона, соответствующую нормальной компоненте его скорости

$$\frac{m(v_1 \cos i)^2}{2},$$

то электрон вовсе не пройдет сквозь двойной слой и отразится от его поверхности, причем нормальная компонента его скорости остается при этом неизменной по величине, но меняет свое направление на обратное. Направление отраженного электрона образует при этом, очевидно, тот же угол i с нормалью к поверхности, что и направление падающего электрона. Последний случай аналогичен известному в оптике явлению полного внутреннего отражения. Таким образом поведение электронного луча у поверхности двойного электрического слоя оказывается вполне аналогичным поведению светового луча у границы раздела двух сред, обладающих различными показателями преломления.

Этим обстоятельством воспользовались Кнолль и Руска, построившие ряд электроооптических систем, в которых электрический двойной слой был реализован при помощи двух, близко расположенных различно заряженных проволочных сеток. Придавая этим сеткам ту или иную форму, можно осуществить любую электроооптическую систему, аналогичную оптической системе, обладающей соответствующей формой преломляющих поверхностей. На рис. 6 приведены различные электроооптические системы Кнолля.

Известные из оптики законы отражения от плоских и сферических зеркал, а также законы преломления в призмах и линзах могут, естественно, быть распространены и на электроооптические системы Кнолля. В частности, преломление электронных лучей электронными линзами Кнолля, очевидно, должно следовать известному закону

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

причем фокусное расстояние f определится известным соотношением

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

где n — показатель преломления электрического двойного слоя, выражение которого было дано выше, r_1 и r_2 — радиусы кривизны преломляющих поверхностей (сеток).

Форма	Системы с ускорением движения	Форма	Системы с замедлением
		Плоскость	
		Вогнутое зеркало	
Призма Преломление к стороне основания		Призма с преломлением вверх	
Собирательная линза		Рассеивающая линза	
Рассеивающая линза		Собирательная линза	

Рис 6 Электроооптические системы Кнолля

Эти системы позволили экспериментально проверить законы геометрической электронной оптики. Однако практически они не имели значения ввиду невозможности изготовить необходимые для реализации двойного электрического слоя металлические сетки, которые одновременно удовлетворяли бы требованию хорошей проницаемости для электронов и возможно большей однородности электрического поля в пространстве между ними. На полете электронов

неизбежно будет сказываться неравномерность поля, имеющая место у краев ячеек сетки. Эта неравномерность будет тем большей, чем реже сетка. С другой стороны, при слишком частой сетке большая часть электронов будет ею задержана, что поведет к значительному уменьшению интенсивности электронного пучка. В на-

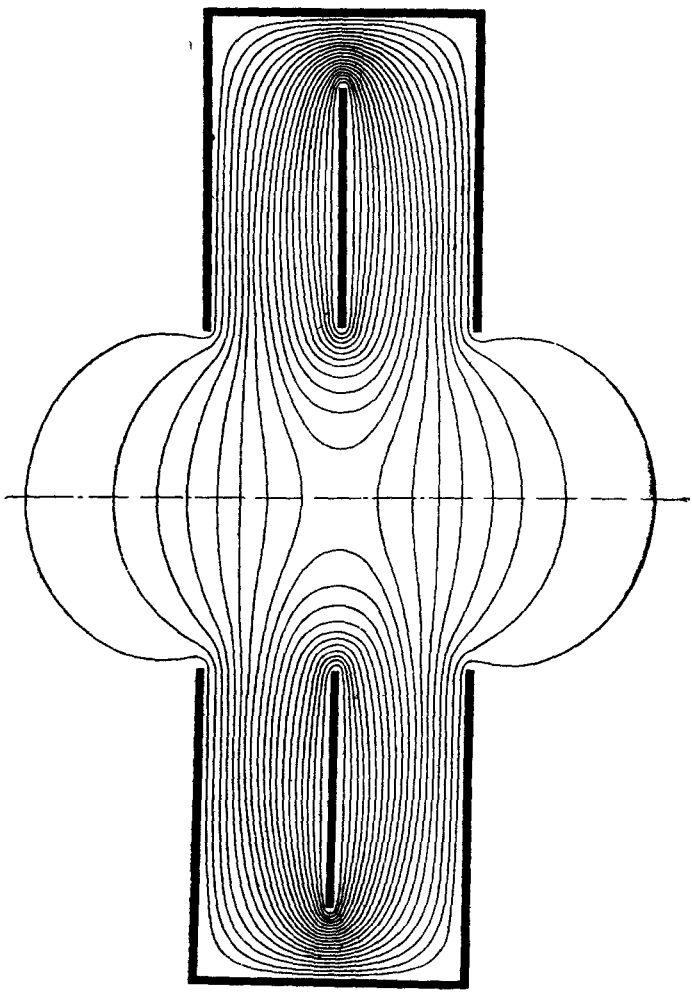


Рис. 7. Потенциальное поле электрической линзы

стоящее время фокусировка электронного пучка электростатическим полем осуществляется иначе. В качестве электронных линз используются аксиально-симметричные электростатические поля, которые могут быть созданы электродами, обладающими осевой симметрией. Примером подобной электроооптической системы может слу-

жить электронная линза, изображенная на рис. 7. Она состоит из трех диафрагм, из которых две внешние связаны между собой, а внутренняя находится при более высоком или более низком потенциале. Изображенные на рис. 7 эквипотенциальные поверхности соответствуют поверхностям постоянного показателя преломления ($n = \text{const.}$). Для уяснения действия подобной системы можно предположить, что n постоянно между двумя соседними эквипотенциальными поверхностями, а на самих поверхностях изменяется скачком. Тогда всю систему можно рассматривать как систему линз, обладающих разными показателями преломления, причем эквипотенциальные поверхности будут действовать как преломляющие поверхности в оптике. Естественная кривизна эквипотенциальных поверхностей аксиально-симметричного электростатического поля обеспечивает фокусирующее действие всей системы.

На самом деле показатель преломления внутри такой линзы будет, естественно, непрерывно изменяться от точки к точке, так как потенциал электростатического поля является непрерывной функцией координат. Однако и в оптике известны линзы, обладающие непрерывно изменяющимся показателем преломления. Примером такой линзы может служить желатино-глицериновый цилиндр Экснера, в котором из-за диффузии глицерина устанавливается радиальное падение концентрации и вместе с ней радиальное изменение показателя преломления. Такой цилиндр оказывает хорошее фокусирующее действие на световые лучи.

3. Определение оптических констант электронной линзы. Уравнение траектории электрона в аксиально-симметричном поле

Для полной характеристики фокусирующих свойств всякой оптической системы необходимо, как известно, знать положение ее главных плоскостей и величину фокусных расстояний. В случае электронной линзы положение ее главных точек может быть найдено путем вычисления траекторий электронов в заданном силовом поле. Действительно, если будут известны траектории двух электронов, входящих в электронную линзу с двух противоположных сторон так, что оба они первоначально движутся параллельно оптической оси системы (оси симметрии), то точки, в которых эти траектории по выходе из линзы пересекут оптическую ось, определят положение главных фокусов, а плоскости, перпендикулярные к оптической оси и проходящие через точки пересечения первоначального и конечного направления движения каждого электрона, будут являться главными плоскостями системы. Фокусные расстояния определятся при этом как расстояния между фокусом и соответствующей главной плоскостью. На рис. 8 изображены две подобные «фундаментальные траектории» и главные точки электростатической электронной линзы (поле двух цилиндров), найденные вышеописанным методом. Таким образом определение фокусирующих свойств любой электронной линзы сводится прежде всего к определению

траекторий электронов в заданном поле линзы. Уравнение траектории электрона, движущегося в аксиально-симметричном электростатическом или магнитном поле, может быть найдено, исходя из законов классической динамики. Уравнение движения электрона

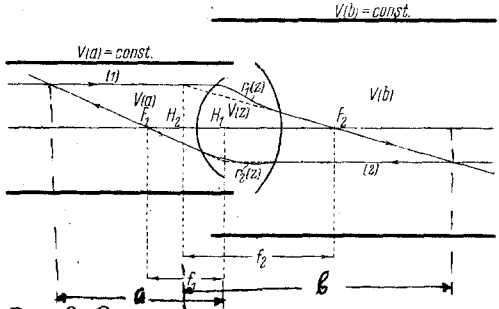


Рис. 8. Определение главных точек электронной линзы

в общем случае наличия как электрического, так и магнитного поля может быть представлено в виде

$$m\frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} = -e\,(\mathbf{E} + [\mathbf{v}.\mathbf{H}]) \tag{5}$$

или в координатной форме

$$m\ddot{x} = -e\{E_x + (\dot{y}H_z - \dot{z}H_y)\}, \tag{6}$$

$$m\ddot{y} = -e\{E_y + (\dot{z}H_x - \dot{x}H_z)\}, \tag{7}$$

$$m\ddot{z} = -e\{E_z + (\dot{x}H_y - \dot{y}H_x)\} \tag{8}$$

точками обозначены производные по t). Уравнение траектории получится, если исключить из этих уравнений время.

Заметим, что из уравнений (6), (7) и (8) можно легко получить уравнение энергии. Умножая уравнение (6) на $\dot{x}$, (7) — на $\dot{y}$ и (8) — на $\dot{z}$ и складывая их, находим

$$m\dot{x}\ddot{x} + m\dot{y}\ddot{y} + m\dot{z}\ddot{z} = -e\{\dot{x}E_x + \dot{y}E_y + \dot{z}E_z\}.$$

Учитывая, что $\boldsymbol{E} = -\operatorname{grad} V$, имеем

$$m\dot{x}\ddot{x} + m\dot{y}\ddot{y} + m\dot{z}\ddot{z} = e\left\{\dot{x}\frac{\partial V}{\partial x} + \dot{y}\frac{\partial V}{\partial y} + \dot{z}\frac{\partial V}{\partial z}\right\}$$

или

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)\right\} = e\frac{dV}{dt},$$

откуда

$$\frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = eV + \text{const}.$$

Полагая, что скорость электрона обращается в нуль в точке, обладающей нулевым потенциалом, окончательно имеем

$$\frac{m}{2}(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2)=eV. \tag{9}$$

Таким образом кинетическая энергия электрона зависит только от величины потенциала электростатического поля.

Примем за основу два первых уравнения движения (6) и (7) и уравнение энергии (9). Вследствие аксиальной симметрии можно выразить компоненты векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ по осям x и y через компоненты их в направлении радиуса-вектора r:

$$E_x=\frac{x}{r}E_r \quad \text{и} \quad E_y=\frac{y}{r}E_r.$$

Аналогично

$$H_x=\frac{x}{r}H_r \quad \text{и} \quad H_y=\frac{y}{r}H_r.$$

Таким образом мы приходим к следующей системе уравнений:

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{x}&=-e\frac{x}{r}E_r-e\dot{y}H_z+e\frac{y}{r}\dot{z}H_r,\\ m\ddot{y}&=-e\frac{y}{r}E_r+e\dot{x}H_z-e\frac{x}{r}\dot{z}H_r,\\ \frac{m}{2}&(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2)=eV.\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Дальнейшие выкладки упрощаются, если ввести комплексные переменные

$$w=x+iy \quad \text{и} \quad \overline{w}=x-iy. \tag{11}$$

Производя замену переменных в уравнениях (10), мы получаем уравнение движения в виде

$$m\ddot{w}=-e\frac{w}{r}E_r+ie\dot{w}H_z-ie\frac{w}{r}\dot{z}H_r \tag{12}$$

и уравнение энергии в виде

$$\frac{m}{2}(\dot{z}^2+\dot{w}\cdot\dot{\overline{w}})=eV. \tag{13}$$

Чтобы исключить из этих уравнений время, переходим от производных по t к производным по z

$$\frac{d}{dt}=\dot{z}\frac{d}{dz}.$$

Тогда уравнения (12) и (13) принимают следующий вид (штрихами обозначены производные по z):

$$m\dot{z}\frac{d\dot{z}w'}{dz}=-e\frac{w}{r}E_r+ie\dot{z}\left(w'H_z-\frac{w}{r}H_r\right), \tag{14}$$

$$\frac{m}{2}\dot{z}^2\left(1+w'\cdot\overline{w'}\right)=eV. \tag{15}$$

Определяя из уравнения (15) $\dot{z}$ и подставляя в уравнение (14), получаем уравнение, свободное от времени

$$\sqrt{\frac{2V}{1+w'\cdot\overline{w}'}}\cdot\frac{d}{dz}\left(w'\sqrt{\frac{2V}{1+w'\cdot\overline{w}'}}\right)=$$
$$=-\frac{w}{r}E_r+i\sqrt{\frac{e}{m}}\cdot\sqrt{\frac{2V}{1+w'\cdot\overline{w}'}}\left(w'H_z-\frac{w}{r}H_r\right). \tag{16}$$

Последнее уравнение представляет собой дифференциальное уравнение траектории электрона в аксиально-симметричном поле. Входящие в уравнение (16) компоненты векторов **E** и **H** могут быть определены через потенциал электростатического поля V и вектор-потенциал магнитного поля **A** на основании известных соотношений

$$\mathbf{E}=-\operatorname{grad}V \quad \text{и} \quad \mathbf{H}=\operatorname{rot}\mathbf{A}. \tag{17}$$

Таким образом, если бы потенциал электростатического поля и вектор-потенциал магнитного поля являлись известными функциями координат r и z или, что то же, функциями w, $\overline{w}$ и z (так как $r^2=w\cdot\overline{w}$), то уравнение (16) давало бы принципиальную возможность найти w, а следовательно, и координаты x и y в функции от z, т. е. найти уравнение траектории электрона.

4. Расчет электрического и магнитного поля электронной линзы

Из вышеизложенного следует, что для вычисления траектории электрона в поле линзы необходимо прежде всего знать распределение потенциала электростатического поля и вектор-потенциала магнитного поля в части пространства, пронизываемой электронными лучами.

Распределение потенциала электростатического поля может быть найдено, либо если известно распределение зарядов [объемная плотность $\rho(x, y, z)$], тогда

$$V=\iiint\frac{\rho(x, y, z)}{r}dxdydz, \tag{18}$$

либо если известны форма и потенциалы проводников, образующих поле. Последний случай значительно более интересен практически. В этом случае распределение потенциала может быть найдено путем решения уравнения Пуассона

$$\Delta V=-4\pi\rho. \tag{19}$$

Если пространственный заряд можно считать равным нулю (как это обычно имеет место в электронных линзах), то потенциал определится как решение уравнения Лапласа

$$\Delta V = 0. \tag{20}$$

При интегрировании этих уравнений необходимо иметь в виду граничные условия: потенциал принимает на поверхности проводников заданные значения.

В большинстве практических случаев, однако, получить простое аналитическое решение этих уравнений не оказывается возможным. Поэтому для нахождения распределения потенциала в пространстве приходится итти иным путем. Можно легко показать, что знания распределения потенциала на оптической оси электронной линзы (оси симметрии) достаточно для того, чтобы распределение потенциала могло быть с любой степенью точности определено во всем пространстве, окружающем ось.

Для доказательства этого воспользуемся уравнением Лапласа (20). Вводя цилиндрические координаты r, z и ψ и учитывая, что поле обладает осевой симметрией, т. е. что $E_\psi = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \psi} = 0$, имеем

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0. \tag{21}$$

Пусть $V(r, z)$ является решением уравнения (21). Представим $V(r, z)$ в виде бесконечного ряда

$$V(r, z) = V_0(z) + r^2 V_2(z) + r^4 V_4(z) + \ldots \tag{22}$$

[члены с нечетными степенями r отсутствуют, так как вследствие осевой симметрии изменение знака r не должно влиять на величину $V(r, z)$].

Подставляя (22) в (21), собирая коэфициенты при одинаковых степенях r и приравнивая их нулю, определяем коэфициенты ряда (22). Таким образом находим

$$V(r, z) = V_0(z) - V_0''(z)\left(\frac{r}{2}\right)^2 + \frac{1}{2^2} V_0^{(4)}(z)\left(\frac{r}{2}\right)^4 - \ldots$$

или

$$V(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n V_0^{(2n)}}{(n!)^2}\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}. \tag{23}$$

Полагая в этом выражении $r = 0$, находим

$$V(o, z) = V_0(z),$$

т. е. $V_0(z)$ представляет собой распределение потенциала на оптической оси. Таким образом распределение потенциала в пространстве может быть найдено посредством (23), если известно распределение потенциала на оптической оси линзы.

Вектор-потенциал магнитного поля **A** определяется формулой

$$\mathbf{A} = -4\pi \iiint \frac{\mathbf{j}}{r}\, dx dy dz, \tag{24}$$

где **j** — вектор плотности тока. В случае, если поле обладает аксиальной симметрией, для вектор-потенциала может быть получено выражение, аналогичное выражению (23) для потенциала аксиально-симметричного электростатического поля.

Так как токи, образующие аксиально-симметричное магнитное поле, не имеют компоненты в направлении оси z и так как вектор-потенциал слагается, как это видно из формулы (24), из векторов, параллельных векторам тока, то очевидно, что компонента вектора **A** в направлении оси $z\,(A_z)$ в этом случае равна нулю. Из соображений симметрии следует также, что и компонента **A** в направлении радиуса-вектора $r\,(A_r)$ равна нулю. Таким образом для аксиально-симметричного магнитного поля

$$A_z = A_r = 0 \quad \text{и} \quad A_\varphi = A,$$

т. е. векторные линии вектор-потенциала имеют форму концентрических окружностей, общей осью которых является оптическая ось системы.

Как известно, в пространстве, свободном от тока, вектору **H** можно приписать однозначный скалярный потенциал φ, удовлетворяющий уравнению Лапласа

$$\Delta \varphi = 0,$$

или для аксиально-симметричного поля

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{dz^2} = 0. \tag{25}$$

Решение этого уравнения, как уже было показано выше, может быть представлено в виде бесконечного ряда

$$\varphi(r, z) = \varphi_0(z) - \varphi_0''(z)\left(\frac{r}{2}\right)^2 + \frac{1}{2^2}\varphi_0^{(4)}(z)\left(\frac{r}{2}\right)^4 - \ldots$$

или

$$\varphi(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \varphi_0^{(2n)}}{(n!)^2}\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}, \tag{26}$$

где $\varphi_0(z) = \varphi(o, z)$.

Далее, так как $\mathbf{H} = -\operatorname{grad}\varphi$ и, с другой стороны, $\mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$, то

$$\operatorname{rot}\mathbf{A} = -\operatorname{grad}\varphi \tag{27}$$

или в цилиндрических координатах

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \psi}-\frac{\partial A_\psi}{\partial z}=-\frac{\partial \varphi}{\partial r},\\ &\frac{\partial A_r}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial r}=-\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \psi},\\ &\frac{1}{r}\frac{\partial (rA_\psi)}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \psi}=-\frac{\partial \varphi}{\partial z}; \end{aligned}\right\} \qquad (27')$$

так как вследствие аксиальной симметрии $A_z = A_r = 0$ и $A_\psi = A$, то из уравнений (27′) непосредственно следует

$$\frac{\partial A}{\partial z}=\frac{\partial \varphi}{\partial r}.$$

Из равенства (26)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r}=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n \varphi_0^{(2n+2)}}{n!\,(n+1)!}\left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}.$$

Выполняя интегрирование по z, находим

$$A=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n \varphi_0^{(2n+1)}}{n!\,(n+1)!}\left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}. \qquad (28)$$

Обозначим вектор напряженности магнитного поля, измеренный на оптической оси системы, через H_0. Тогда

$$H_0 = H(o, z) = -\operatorname{grad}\varphi_0 = -\varphi_0'.$$

Заменяя в выражении (28) производные скалярного потенциала магнитного поля φ_0' через измеренную на оптической оси величину напряженности H_0, получаем окончательное выражение для вектор-потенциала аксиально-симметричного магнитного поля в виде

$$A=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n H_0^{(2n)}}{n!\,(n+1)!}\left(\frac{r}{2}\right)^{(2n+1)}. \qquad (29)$$

Таким образом значения вектор-потенциала магнитного поля в пространстве, окружающем ось, могут быть определены с любой степенью точности, если известно распределение магнитного поля на оптической оси электронной линзы.

Зная распределение потенциала электростатического поля $V(r, z)$ и вектор-потенциала магнитного поля $A(r, z)$, можно определить входящие в уравнение (16) величины E_r, H_r и H_z по формулам

$$E_r=-\frac{\partial V}{\partial r};\quad H_r=\operatorname{rot}_r \mathbf{A}=-\frac{\partial A}{\partial z};\quad H_z=\operatorname{rot}_z \mathbf{A}=\frac{1}{r}\frac{\partial (rA)}{\partial r}. \qquad (30)$$

5. Экспериментальные методы определения распределения электрического и магнитного поля на оптической оси электронной линзы

Выше было показано, что для расчета электрического и магнитного полей электронной линзы необходимо знать распределение потенциала электростатического поля и вектора напряженности магнитного поля на оптической оси системы. В большинстве практических случаев, однако, это распределение не может быть выражено в простой аналитической форме. В этих случаях распределение поля находится экспериментальным путем.

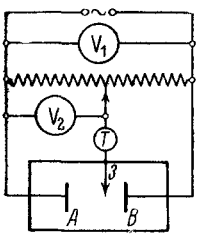


Рис. 9. Схема измерения распределения потенциала в электролитической ванне

Для определения распределения потенциала электростатического поля обычно пользуются следующим методом. Увеличенная модель электродов погружается в электролитическую ванну, и распределение потенциала измеряется посредством зонда, связанного с чувствительным мостиком (рис. 9). Распределение потенциала в электролитической ванне получается при этом таким же, как и распределение потенциала электростатического поля, создаваемого данной системой электродов. Действительно, если обозначить через $\mathbf{j}$ плотность тока и λ — удельную проводимость электролита, то

$$\mathbf{j} = \lambda \mathbf{E} = -\lambda \operatorname{grad} V.$$

Так как вектор $\mathbf{j}$ в электролите не имеет истоков, то $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$, и следовательно,

$$-\lambda \operatorname{div} \operatorname{grad} V = -\lambda \Delta V = 0,$$

откуда

$$\Delta V = 0.$$

Таким образом распределение потенциала в электролите удовлетворяет тому же уравнению Лапласа, что и потенциал свободного от пространственных зарядов электростатического поля. Если условия на границах будут те же, что и в случае электростатического поля, то распределение потенциала будет иметь ту же форму. Следует, однако, иметь в виду влияние стенок электролитической ванны и принимать специальные меры к его устранению.

Распределение магнитного поля на оптической оси электронной линзы проще всего может быть найдено следующим образом. В исследуемую точку магнитного поля помещается маленький плоский шлейф (или катушка) так, что плоскость шлейфа перпендикулярна направлению силовых линий. Затем шлейф быстро удаляется за пределы магнитного поля. Возникающая при этом индуцированная э. д. с. измеряется баллистическим гальванометром. Эта

э. д. с., очевидно, пропорциональна напряженности магнитного поля в исследуемой точке, площади витка и числу витков шлейфа. Таким образом, зная величину наведенной э. д. с. и размеры шлейфа, можно подсчитать величину напряженности магнитного поля в исследуемой точке.

6. Параксиальные электроны

При расчете фокусирующих электроооптических систем можно в первом приближениии ограничиться, как это обычно делается и в световой оптике, вычислением траекторий электронов, весьма близких к оптической оси линзы. Подобные параксиальные электроны характеризуются тем, что их расстояния от оси, а также углы наклона траектории к оси являются величинами настолько малыми, что вторыми и более высокими степенями этих величин можно в первом приближении пренебречь. Следовательно, в этом случае в уравнении (16) и выражениях (23) и (29) можно пренебречь всеми членами, содержащими величины r, w, $\bar{w}$ w' и $\bar{w}'$ в степенях выше первой, а также их произведениями. Уравнение траектории (16) при этих предположениях после замены входящих туда величин V, E_r, H_r и H_z на основании формул (23), (29) и (30) принимает следующий вид:

$$\sqrt{V_0}\,\frac{d}{dz}\left(w'\sqrt{V_0}\right) = -\frac{w}{4}\,V''_0 + i\sqrt{\frac{eV_0}{8m}}\,(2w'H_0 + wH'_0). \qquad (31)$$

Мнимый член в правой части последнего уравнения показывает, что магнитное поле вносит с собой вращение плоскости траектории электрона. Это вращение, накладывающееся на плоское движение, известно под названием «ларморовской прецессии».

Для практических целей удобнее пользоваться дифференциальным уравнением траектории, свободным от мнимых величин. Такое уравнение может быть получено, если преобразовать уравнение (31), введя новую координату u, вращающуюся с «частотой Лармора» ω_L,

$$u = w \cdot e^{-i\int \omega_L\, dt}, \qquad (32)$$

где

$$\omega_L = \frac{eH_0}{2m}.$$

Подинтегральное выражение в равенстве (32) преобразуем следующим образом:

$$\omega_L\, dt = \frac{eH_0}{2m}\, dt = \frac{eH_0}{2m}\,\frac{dz}{\dot{z}}. \qquad (33)$$

Из уравнения энергии (15) непосредственно следует, что для параксиальных электронов

$$\dot{z} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}.$$

Подставляя полученное значение $\dot{z}$ в (33), находим

$$\omega_L\, dt = \sqrt{\frac{e}{8mV_0}} \cdot H_0 dz. \tag{34}$$

Итак, вводим новые комплексные переменные

$$\left.\begin{aligned} &u = w \cdot e^{-i\varkappa} \quad \text{и} \quad \bar{u} = \bar{w} \cdot e^{i\varkappa}, \\ \text{где} \quad &\varkappa = \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_{z_a}^{z} \frac{H_0}{\sqrt{V_0}}\, dz. \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Тогда

$$\left.\begin{aligned} &w = ue^{i\varkappa} \\ &w' = \left(u' + \frac{i}{4} u \sqrt{\frac{2e}{mV_0}} \cdot H_0\right) e^{i\varkappa}, \\ &w'' = \left[u'' - \frac{euH_0^2}{8mV_0} + i\sqrt{\frac{2e}{mV_0}} \left(\frac{u'}{2} H_0 + \right.\right. \\ &\left.\left. + \frac{u}{4} H'_0 - \frac{u}{8} \frac{V'_0}{V_0} H_0\right)\right] e^{i\varkappa}. \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Подставляя полученные значения w, w' и w'' в уравнение (31), приходим к уравнению, свободному от мнимых величин

$$V_0 u'' + \frac{1}{2} V'_0 u' + \frac{1}{4} V''_0 u + \frac{eH_0^2}{8m} u = 0. \tag{37}$$

Уравнение (37) может быть положено в основу расчета траекторий параксиальных электронов в аксиально-симметричных электростатических и магнитных полях. Это уравнение линейно и однородно относительно u, следовательно, решение его может быть представлено в виде

$$u = C_\alpha r_\alpha(z) + C_\beta r_\beta(z), \tag{38}$$

где $r_\alpha(z)$ и $r_\beta(z)$ — два частных независимых интеграла уравнения (37); C_α и C_β — постоянные интегрирования, определяемые по начальным условиям.

Аналогичное выражение может быть получено для сопряжений комплексной величины $\bar{u}$

$$\bar{u} = \bar{C}_\alpha r_\alpha(z) + \bar{C}_\beta r_\beta(z). \tag{38'}$$

Зная u, можно путем разделения действительной и мнимой части легко найти уравнение траектории в декартовых координатах на основании равенства

$$x + iy = w = ue^{i\varkappa}.$$

Однако вследствие аксиальной симметрии при определении траектории на практике значительно удобнее пользоваться цилиндрическими координатами.

Введем цилиндрические координаты z, r, ψ и представим переменные w и $\bar{w}$ в виде

$$w = re^{i\psi}; \quad \bar{w} = re^{-i\psi},$$

но, на основании (35)

$$ue^{i\varkappa} = re^{i\psi}; \quad \bar{u}e^{-i\varkappa} = re^{-i\psi},$$

откуда

$$u = re^{(i\psi - \varkappa)}; \quad \bar{u} = re^{-i(\psi - \varkappa)}.$$

Обозначим $\psi - \varkappa = \theta$,

тогда
$$u = re^{i\theta}; \quad \bar{u} = re^{-i\theta}. \tag{39}$$

Таким образом, если величина u найдена, то путем разделения действительной и мнимой части может быть найдено уравнение траектории в цилиндрических координатах. Координата r определится при этом как модуль комплексной величины u: ее аргумент θ в сумме с величиной $\varkappa$ определит угловую координату ψ

$$\psi = \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_{z_a}^{z} \frac{H_0}{\sqrt{V_0}} dz + \theta. \tag{40}$$

Рассмотрим теперь равенство (38). Положим, что в некоторой плоскости $z = z_a$ (плоскость объекта) одна из функций, например r_α, обращается в нуль, тогда как другая, r_β, принимает значение 1. Далее положим, что в этой плоскости $r'_\alpha(z_a) = 1$ и $r'_\beta(z_a) = 0$. Определим постоянные C_α и C_β, исходя из начальных условий, что в плоскости $z = z_a$ величины r, r', ψ и ψ' принимают заданные значения r_a, r'_a, ψ_a и ψ'_a, причем для простоты положим, что $\psi_a = 0$. Тогда на основании (38), (39) и (40) находим

$$C_\beta = r_a; \quad C_\alpha = r'_a + ir_a\theta'_a = r'_a + \\ + ir_a\left(\psi'_a - \sqrt{\frac{e}{8mV_a}} \cdot H_a\right). \tag{41}$$

Рассмотрим другую плоскость $z = z_b$. Пусть в этой плоскости r_α снова обращается в нуль, т. е. $r_\alpha(z_b) = 0$. Тогда в этой плоскости $u_b = r_a r_\beta(z_b)$. Так как величина u_b в данном случае имеет действительное значение, то очевидно, что в плоскости $z = z_b$, $\theta_b = 0$ и $u_b = r_b$. Следовательно, в плоскости $z = z_b$

$$r_b = r_a \cdot r_\beta(z_b) \text{ и } \psi_b = \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_{z_a}^{z_b} \frac{H_0}{\sqrt{V_0}}\, dz.$$

Таким образом мы приходим к следующему выводу: все электроны, вышедшие из некоторой точки плоскости $z = z_a$, отстоящей от оси на расстоянии r_a, снова соберутся в плоскости $z = z_b$ в одну точку, отстоящую от оси на расстоянии r_b, независимо от начального угла наклона траектории к оси z. В плоскости $z = z_b$ мы получаем, таким образом, увеличенное в отношении $r_\beta(z_b) : 1$ изображение плоскости $z = z_a$. При наличии магнитного поля все изображение оказывается повернутым на угол ψ_b. Приведенными рассуждениями доказывается основное положение геометрической электронной оптики: всякое аксиально-симметричное электростатическое или магнитное поле оказывает на электронные лучи фокусирующее действие. Иными словами, всякое аксиально-симметричное электростатическое или магнитное поле может рассматриваться как «электронная линза».

В ряде практических случаев можно считать, что в исходной точке (в плоскости объекта $z = z_a$) напряженность магнитного поля и угловая скорость вращения электрона обращаются в нуль, т. е. $\psi'_a = H_a = 0$. В этом случае величина u приобретает, как это видно из (38) и (41), чисто действительное значение и, следовательно, становится равной расстоянию r электрона от оси z. Уравнение (37) при этом предположении может быть написано в виде

$$V_0 r'' + \frac{1}{2} V'_0 r' + \frac{1}{4} V''_0 r + \frac{eH_0^2}{8m} r = 0. \tag{42}$$

Угловое перемещение электрона в этом случае, очевидно, будет непосредственно определяться формулой

$$\psi = \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_{z_a}^{z} \frac{H_0}{\sqrt{V_0}}\, dz. \tag{43}$$

В случае чисто электрической линзы последний член в уравнении (42) обращается в нуль, и уравнение траектории представится в виде

$$V_0 r'' + \frac{1}{2} V'_0 r' + \frac{1}{4} V''_0 r = 0. \tag{42'}$$

Уравнение (42′) линейно и однородно относительно V_0. Таким образом, если все потенциалы будут увеличены пропорционально некоторому постоянному фактору, то уравнение (42′) будет удовлетворяться при том же r, и, следовательно, форма траектории при этом не изменится. Отсюда ясно, что в случае чисто электрической линзы ее оптические константы будут зависеть лишь от соотношения фокусирующих напряжений, а не от их абсолютных значений. Последнее обстоятельство находится в полном согласии с опытом.

Само собой очевидно, что в чисто электрических линзах вращение электрона отсутствует ($\psi = 0$) и траектория имеет плоскую форму.

7. Приближенный расчет траекторий параксиальных электронов

Определение оптических констант электронной линзы в общем случае сводится к вычислению траекторий параксиальных электронов путем интегрирования дифференциального уравнения (37). При условии, что распределение электростатического и магнитного поля на оптической оси линзы известно, эта задача может быть выполнена. Однако, так как распределение поля обычно дается не в аналитической форме, то интегрирование уравнения (37) приходится вести приближенным методом. Существует несколько методов приближенного вычисления траекторий параксиальных электронов; мы ограничимся здесь описанием лишь одного из них применительно к частному случаю, изображаемому уравнениями (42) и (43). Описываемый метод заключается в следующем. Найденное экспериментально распределение потенциала электростатического поля и напряженности магнитного поля на оптической оси системы наносится на график, изображающий зависимость $V_0(z)$ и $H_0(z)$ от z. Далее, путем графического или числового дифференцирования находят значения $V'_0(z)$ и $V''_0(z)$ и также наносят их на график. Ось z разбивается на n интервалов, настолько малых, чтобы величины V_0, V'_0, V''_0 и H_0 можно было считать постоянными внутри каждого интервала.

Рассмотрим i-тый интервал и положим

$$\frac{1}{2}\frac{V'_0(z)}{V_0(z)} = -2A \quad \text{и} \quad \frac{1}{4}\frac{V''_0}{V_0} + \frac{eH_0^2}{8mV_0} = -B.$$

Величины A и B постоянны внутри i-того интервала. Тогда уравнение (42) представится в виде

$$\frac{d^2r}{dz^2} - 2A\frac{dr}{dz} - Br = 0. \tag{44}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$r = \frac{(r'_i - r_i m_2)\cdot e^{m_1 z}}{2\sqrt{A^2+B}} - \frac{(r'_i - r_i m_1)\, e^{m_2 z}}{2\sqrt{A^2+B}}, \tag{45}$$

где r_i и r'_i — значения r и $\frac{dr}{dz}$ в начале i-того интервала, $m_1 = A + \sqrt{A^2+B}$ и $m_2 = A - \sqrt{A^2+B}$. Из (45) находим

$$\frac{dr}{dz} = \frac{(m_1 r'_i + r_i B)\, e^{m_1 z}}{2\sqrt{A^2+B}} - \frac{(m_2 r'_i + r_i B)\, e^{m_2 z}}{2\sqrt{A^2+B}}. \tag{46}$$

Значения r и $\frac{dr}{dz}$ для конца i-того интервала принимаются за r_{i+1} и r'_{i+1} для $i+1$-го интервала и т. д. Продолжая, таким образом, далее, можно определить значения r на протяжении всей траектории электрона в поле линзы.

Угловое перемещение электрона может быть определено тем же методом. Действительно, положим для i-того интервала

$$\sqrt{\frac{e}{8mV_0}}\, H_0 = C,$$

где C — постоянно внутри i-того интервала. Тогда на основании (43) имеем

$$\psi = \psi_i + \int_{z_i}^{z} C dz \quad \text{или} \quad \psi = \psi_i + C\,(z - z_i), \tag{47}$$

где ψ_i — угол поворота в начале i-того интервала. Значение ψ для конца i-того интервала принимается затем за ψ_{i+1} для $i+1$-го интервала и т. д. Таким образом траектория параксиального электрона может быть шаг за шагом полностью определена во всем пространстве.

Если промежуточные значения ψ не представляют интереса, то можно непосредственно определить окончательное значение угла поворота изображения путем графического интегрирования выражения (43).

В общем случае задача может быть решена аналогичным образом. Путем приближенного интегрирования могут быть найдены два независимых интеграла $r_\alpha(z)$ и $r_\beta(z)$ уравнения (37). Далее по начальным условиям можно определить константы C_α и C_β, после чего комплексная величина u может быть представлена в виде функции от z. Зная u, можно путем разделения действительной и мнимой частей найти уравнение траектории в декартовых или цилиндрических координатах, пользуясь соотношением

$$x + iy = re^{i\psi} = ue^{ix},$$

где

$$\varkappa = \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_{z_a}^{z} \frac{H_0}{\sqrt{V_0}}\, dz.$$

8. Тонкие линзы

Как видно из предыдущего, определение оптических констант электронной линзы в общем случае приводит к весьма длительным и утомительным расчетам. Задача сильно упрощается для одного, важного с практической точки зрения, частного случая так называемой тонкой электронной линзы. Под тонкой электронной линзой обычно понимают линзу, у которой действующая длина, т. е. отрезок оси, на котором поле имеет заметные значения, мала по сравнению с расстоянием до исходной точки и фокуса. В этом случае траектория искривляется только на коротком отрезке AB (рис. 10) внутри линзы и может рассматриваться как имеющая излом прямая линия. Далее, в случае тонкой линзы можно считать расстояние электрона от оси r внутри линзы постоянной величиной ($r = r_0$). При этих предположениях уравнение (37) может быть легко проинтегрировано.

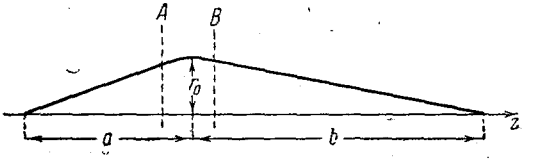


Рис. 10. Ход лучей в тонкой магнитной линзе

Рассмотрим, прежде всего, случай тонкой чисто магнитной линзы. В этом случае потенциал электростатического поля постоянен во всем пространстве и производные его обращаются в нуль. Уравнение (37) приобретает, таким образом, следующую форму (очевидно, в данном случае $u = r$):

$$-\frac{d^2r}{dz^2} = r_0 \frac{eH_0^2}{8mV_0}.$$

Интегрирование этого уравнения по z дает

$$-\left[\frac{dr}{dz}\right]_A^B = r_0 \frac{e}{8mV_0} \int_A^B H_0^2(z)\, dz.$$

Левая часть последнего равенства представляет собой разность между углом, под которым электронный луч входит в линзу, и углом, под которым луч выходит из нее, т. е. угол, на который луч отклоняется в линзе. Равенство показывает, что этот угол про-

порционален расстоянию от оси точки прохождения луча через линзу (r_0), как это имеет место для тонкой линзы в световой оптике. Из чертежа следует, что

$$-\left[\frac{dr}{dz}\right]_A^B = -\left[\frac{dr}{dz}\right]^B + \left[\frac{dr}{dz}\right]^A = \frac{r_0}{b} + \frac{r_0}{a}.$$

Таким образом по сокращении на r_0 имеем

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{e}{8mV_0} \int_A^B H_2^0(z)\,dz.$$

Здесь a — расстояние до объекта и b — расстояние до изображения. Сравнивая последнее выражение с известной формулой оптической тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

для фокусного расстояния тонкой магнитной линзы, находим

$$f = \frac{8V_0}{\frac{e}{m} \int_A^B H_2^0(z)dz}. \tag{48}$$

Подобным же образом может быть рассмотрена тонкая электрическая линза. В этом случае уравнение (37) приобретает следующий вид:

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \frac{V_0'}{2V_0}\frac{dr}{dz} + \frac{V_0''}{4V_0} r_0 = 0. \tag{49}$$

Положим

$$\frac{\sqrt{V_0}}{r_0}\frac{dr}{dz} = P.$$

Тогда уравнение (49) принимает вид

$$\frac{dP}{dz} + \frac{V_0''}{4\sqrt{V_0}} = 0.$$

Полагая, что электростатическое поле ограничено в пределах узкой зоны $A \leqslant z \leqslant B$, и интегрируя последнее уравнение в этих пределах, находим:

$$P_B - P_A + \int_A^B \frac{V_0''}{4\sqrt{V_0}}dz = 0. \tag{50}$$

Рассмотрим электрон, движущийся в пространстве объекта $z \leqslant A$ параллельно оптической оси, на расстоянии r_0 от нее (рис. 11).

Тогда при $z = A, \frac{dr}{dz} = 0$, и следовательно, $P_A = 0$. При $z = B$ электрон выходит из линзы все еще на расстоянии r_0 от оси, но с наклоном к оси, равным

$$\frac{dr}{dz} = -r'(B);$$

отсюда

$$P_B = -\frac{\sqrt{V_0(B)}}{r_0} \cdot r'(B).$$

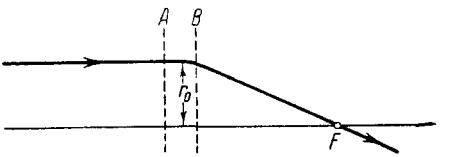


Рис. 11. Ход лучей в тонкой электрической линзе

Обозначая фокусное расстояние в пространстве изображения через f_2, из чертежа рис. (11) имеем

$$f_2 = \frac{r_0}{r'(B)};$$

таким образом

$$P_B = -\frac{\sqrt{V_0(B)}}{f_2}.$$

Подставляя эти значения P_B и P_A в уравнение (50), находим

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{4\sqrt{V_0(B)}} \int_A^B \frac{V_0''}{\sqrt{V_0}} \cdot dz.$$

Откуда для величины фокусного расстояния в пространстве изображения тонкой электрической линзы находим

$$f_2 = \frac{4\sqrt{V_0(B)}}{\int_A^B \frac{d^2V_0}{dz^2} \cdot \frac{dz}{\sqrt{V_0(z)}}}. \tag{51}$$

Аналогичным путем может быть найдено фокусное расстояние тонкой электрической линзы в пространстве объекта

$$f_1 = -\frac{4\sqrt{V_0(A)}}{\int_A^B \frac{d^2V_0}{dz^2} \cdot \frac{dz}{\sqrt{V_0(z)}}}. \tag{52}$$

Таким образом вычисление фокусных расстояний тонкой электрической и магнитной линзы сводится к простым квадратурам.

9. Различные типы электронных линз

а) Электрические линзы. Простейшей электрической линзой может служить круглое отверстие в одной из пластин плоского конденсатора (диафрагма). Эквипотенциальные поверхности, выходящие из этого отверстия, образуют электронную линзу, распределение потенциала на оптической оси которой показано на рис. 12 *a*. В общем случае подобная диафрагма может являться границей между двумя однородными электростатическими полями, обладающими различным градиентом (рис. 12, *b* и *c*). Характерным признаком линзы этого типа является, таким образом, то, что она состоит из диафрагмы, граничащей по крайней мере с одной стороны с однородным электростатическим полем.

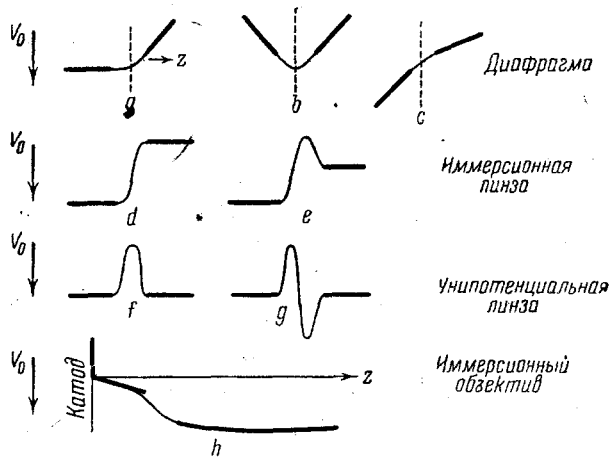


Рис. 12. Распределение поля на оси различных электрических линз

Путем комбинации двух или нескольких диафрагм (или другого типа электродов, обладающих осевой симметрией) может быть получена линза, по обеим сторонам которой лежат области постоянных потенциалов. Если эти потенциалы равны между собой (рис. 12. *f* и *g*), мы получаем линзу, эквивалентную одиночной стеклянной линзе световой оптики (так называемую унипотенциальную линзу). Потенциалы по обеим сторонам линзы могут быть и неравны (рис. 12, *d* и *e*). В этом случае электронная линза соответствует оптическим линзам, отделяющим «иммерсионную жидкость» от воздуха. Поэтому подобные электронные линзы принято называть иммерсионными (или бипотенциальными).

Специальным случаем иммерсионной линзы, весьма важным для практических целей, является прилегающее к собирающей линзе ускоряющее поле (рис. 12, *h*). Эту систему в соответствии с аналогичным устройством в световой оптике принято называть иммер-

сионным объективом. Это называние предусматривает также весьма близкое расположение объекта.

Рассмотрим эти четыре основных типа электрических электронных линз несколько подробнее. На рис. 13 представлено потенциальное поле электронной линзы 1-го типа (диафрагмы) для случая, когда поле прилегает к диафрагме только с одной стороны (*a*),

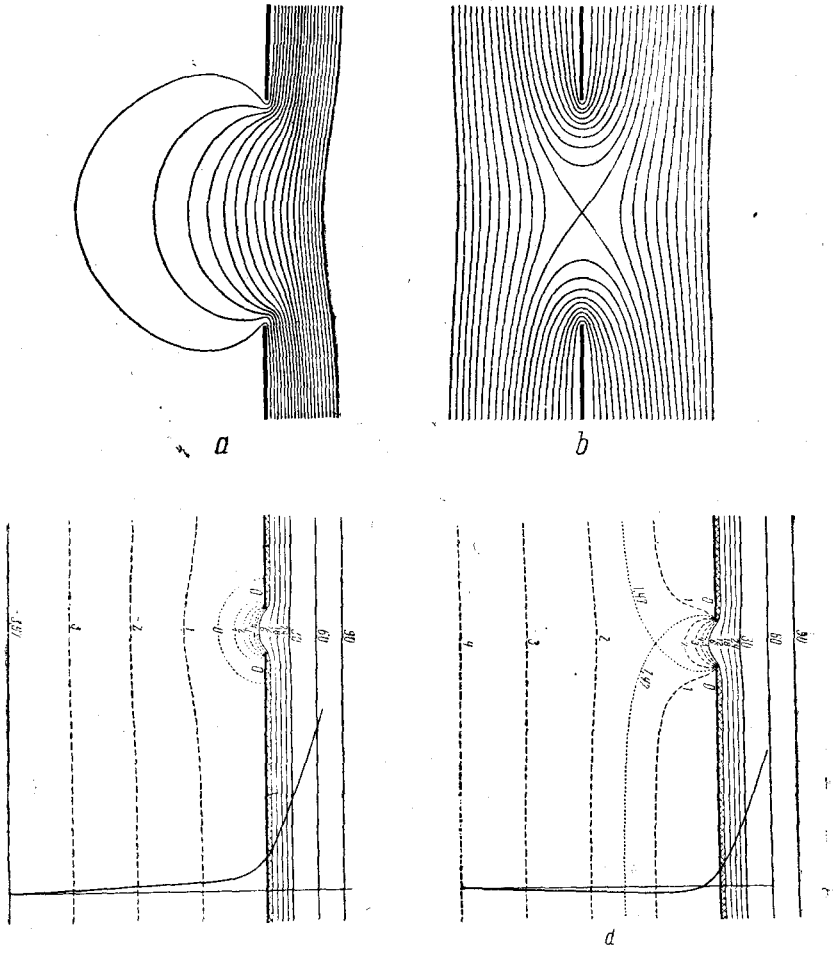


Рис. 13. Потенциальное поле диафрагмы

и для случаев, когда диафрагма граничит с полем с обеих сторон (*b*, *c* и *d*). Более наглядно форма поля может быть представлена в виде пространственной модели, изображенной на рис. 14. Очевидно, что электроны, проходящие сквозь отверстие диафрагмы (рис. 15), будут испытывать действие радиальной силы, направ-

ленной либо к оси пучка (если диафрагма имеет отрицательный потенциал), либо в сторону от оси (если диафрагма имеет положительный потенциал). В соответствии с этим подобная электронная линза будет в первом случае действовать как собирающая и во втором — как рассеивающая.

Фокусное расстояние подобной линзы может быть легко вычислено, если рассматривать

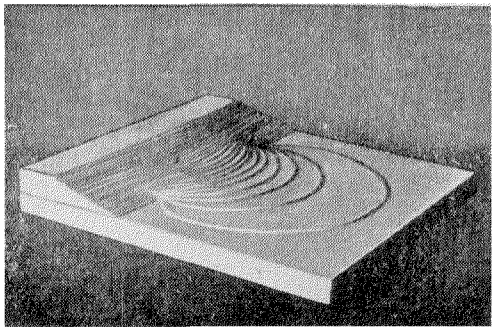


Рис. 14. Модель потенциального поля диафрагмы

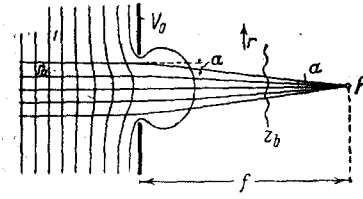


Рис. 15. Траектории электронов в поле диафрагмы

эту линзу как тонкую. Будем считать потенциал внутри линзы всюду одинаковым и равным потенциалу диафрагмы V_0. Если линза сосредоточена на участке ab, то, применяя формулу (51) для электронов, движущихся слева от диафрагмы параллельно оси, находим

$$f = \frac{4\sqrt{V_0}}{\int\limits_a^b \frac{V''}{\sqrt{V_0}}\,dz} = \frac{4V_0}{V_b' - V_a'},$$

но $V_a' = -E_a$ и $V_b' = -E_b$.

Таким образом фокусное расстояние диафрагмы оказывается равным

$$f = \frac{4V_0}{E_a - E_b}, \tag{53}$$

где V_0 — потенциал диафрагмы, E_a — градиент поля перед линзой и E_b — градиент поля позади нее. В зависимости от знака $E_a - E_b$ подобная линза будет собирающей или рассеивающей.

Необходимо, однако, отметить, что равенство (53) не дает действительного положения точки пересечения с осью пучка параллельных электронных лучей в случае, если диафрагма граничит с полем с обеих сторон. В этом случае траектория электрона по выходе из линзы будет искривляться полем. Однако, зная величину f, можно определить угол, под которым электрон выходит из линзы, а затем рассчитать и самую траекторию.

Рассмотренный тип электронной линзы представляет сравнительно малый интерес с практической точки зрения. Гораздо более

интересными в этом смысле являются иммерсионная и одиночная (унипотенциальная) линзы и иммерсионный объектив.

Иммерсионная линза может быть получена в результате комбинации двух диафрагм, по обеим сторонам которых потенциал имеет постоянные значения. Комбинируя две иммерсионные линзы, мы получаем одиночную линзу, по обеим сторонам которой лежат области одинаковых потенциалов, именно потенциалов внешних диафрагм. Одиночная линза отличается тем свойством, что она, как и стеклянная линза в световой оптике, может перемещаться вдоль направления распространения лучей, не внося изменений в окружающую среду, т. е. не влияя на величину потенциала окружающего пространства.

Здесь необходимо отметить следующее: в световой оптике принято считать, что луч, проходящий через центр линзы, не изменяет своего направления. Иначе обстоит дело в случае иммерсионной линзы. Для тонкой иммерсионной линзы центральный луч, входящий в нее под углом i, претерпит преломление, причем

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \sqrt{\frac{V_a}{V_b}}.$$

Таким образом при подсчете увеличения, даваемого иммерсионной линзой, приходится пользоваться вместо известного соотношения $m = \frac{b}{a}$ формулой

$$m = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{\frac{V_a}{V_b}}.$$

На рис. 16 представлены различные варианты одиночной линзы. Если разрезать эти фигуры вдоль плоскости, проходящей через их середину и перпендикулярной к оси симметрии, то получим возможные варианты иммерсионной линзы.

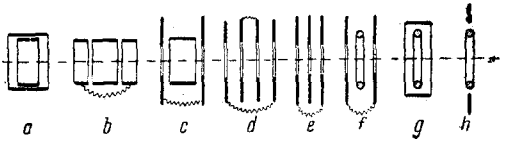


Рис. 16. Различные варианты одиночной (унипотенциальной) линзы

На рис. 17 представлена одиночная линза, потенциальное поле которой изображено на рис. 18. Пространственная модель поля той же линзы представлена на рис. 19. Весьма распространенным типом иммерсионной линзы является поле двух цилиндров. Иммерсионная линза может быть образована двумя диафрагмами, обладающими различными потенциалами.

Рассматривая потенциальное поле одиночной линзы (рис. 18), нетрудно видеть, что в случае, если, например, внутренняя диа-

фрагма имеет положительный потенциал относительно внешних частей то электрон, проходящий сквозь поле линзы, будет испытывать действие радиальной силы, направленной к оси только во внешних частях

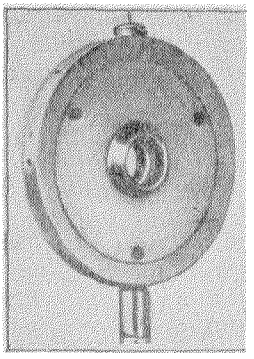


Рис. 17. Внешний вид одиночной линзы (по Иоганнсону и Шерцеру)

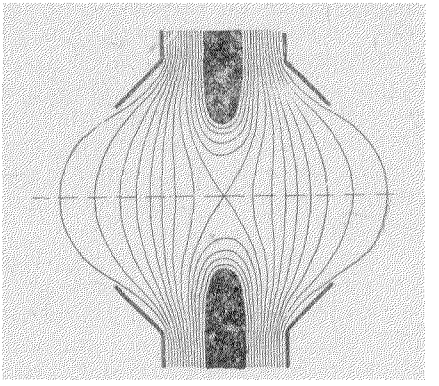


Рис. 18. Потенциальное поле одиночной линзы

поля этой линзы, там, где эквипотенциальные поверхности изогнуты наружу. Во внутренних частях линзы радиальная компонента электрической силы будет направлена в противоположную сторону.

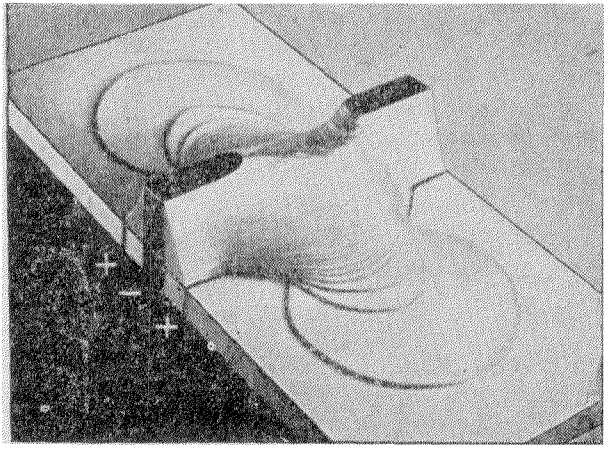


Рис. 19. Пространственная модель потенциального поля одиночной линзы

Таким образом внешние части поля этой линзы будут оказывать собирающее действие, тогда как внутренние — рассеивающее. Однако несмотря на это, вся линза в целом будет всегда собирающей. Это объясняется тем, что электрон в данном случае, очевидно, проходит

внутренние части линзы с бо́льшей скоростью, чем внешние, и, следовательно, меньшее время подвергается действию рассеивающих сил, чем собирающих. То же самое будет иметь место, если внутренняя диафрагма заряжена отрицательно относительно внешних, с той только разницей, что теперь электрон будет быстрее проходить внешние, рассеивающие части линзы и медленнее внутренние — собирающие. Таким образом одиночная линза всегда является линзой собирающей. То же самое относится и к иммерсионным (бипотенциальным) линзам.

Иммерсионный объектив, применяемый обычно в качестве системы, позволяющей получать увеличенное изображение эмитирующей электроны поверхности, состоит бо́льшей частью из катода, у поверхности которого начинается потенциальное поле, и одного или двух ускоряющих электродов, расположенных друг за другом на небольшом расстоянии от поверхности катода. Для получения четкого изображения оказывается необходимым создать у поверхности катода поле, эквипотенциальные поверхности которого имели бы кривизну, направленную в сторону катода. Это достигается либо приданием катоду вогнутой формы, либо в случае плоского

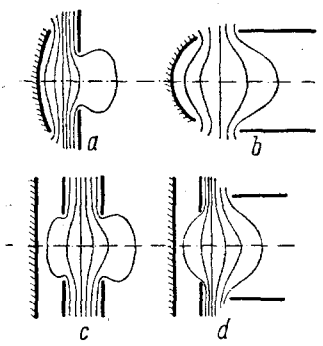


Рис. 20. Различные конструкции иммерсионного объектива

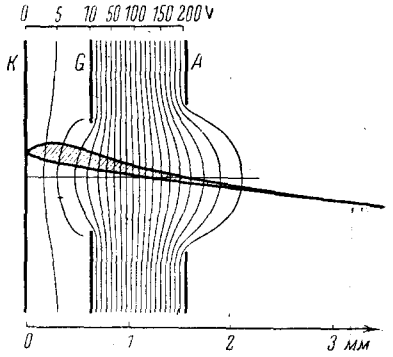


Рис. 21. Потенциальное поле иммерсионного объектива

катода, путем использования двух электродов, расположенных перед катодом и создающих поле требуемой формы. Плоские эквипотенциальные поверхности у катода неспособны вызвать фокусирование эмитируемых катодом электронов, так как движение электронов в однородном электростатическом поле будет, как известно, совершаться по параболам.

На рис. 20 сопоставлены различные конструкции иммерсионного объектива. Рис. 20, *a* и *b* соответствует случаю вогнутого, рис. 20, *c* и *d* — случаю плоского катода. Рис. 21 изображает измеренное при помощи электролитической ванны потенциальное поле иммерсионного объектива и ход электронных лучей, вышедших из некоторой точки поверхности катода.

Расчет оптических констант иммерсионного объектива может быть приближенно произведен посредством формулы (53), если предположить, что обе диафрагмы (рис. 21) действуют как тонкие линзы и что пути лучей между ними прямолинейны. Обозначая начальный тангенс угла наклона потенциальной кривой (рис. 22) через V_0', тангенс угла наклона в точке перегиба — через V_1', значение потенциала в области первой диафрагмы — V_1 и второй — V_2, для оптической силы первой линзы находим

$$\frac{1}{f_1} = \frac{V_1' - V_0'}{4V_1}.$$

Оптическая сила второй линзы будет равна

$$\frac{1}{f_2} = -\frac{V_1'}{4V_2}.$$

Полученные формулы позволяют ориентировочно оценить порядок величины оптических констант иммерсионного объектива либо порядок величины фокусирующих напряжений.

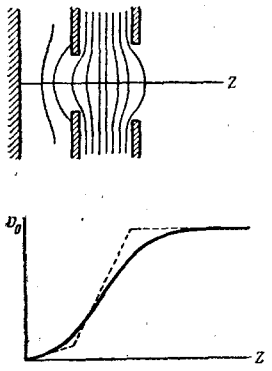


Рис. 22. Распределение потенциала на оси иммерсионного объектива

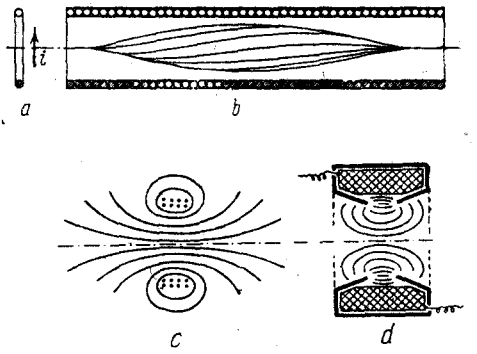


Рис. 23. Различные типы магнитных линз

Более строгий расчет фокусирующих свойств иммерсионного объектива, как и любой другой электрической линзы, может быть произведен путем вычисления траекторий электронов в заданном электростатическом поле. При этом необходимо учитывать начальные скорости электронов, с которыми они покидают поверхность катода. Кроме того, при расчете траекторий электронов в поле иммерсионного объектива приходится вносить поправки на изменение поля вблизи поверхности катода под влиянием пространственного заряда.

б) Магнитные линзы. Различные типы магнитных электронных линз представлены на рис. 23.

Простейшей магнитной линзой является виток, обтекаемый током *a*. От одного витка можно перейти к цилиндрической катушке, создающей продольное, однородное магнитное поле *b*. На практике в качестве магнитных линз обычно применяются короткие, многослойные катушки *c*, которые часто в целях уменьшения рассеяния магнитного поля заключают в железный кожух, оставляя воздушный зазор лишь в той части, где должна быть расположена магнитная линза *d*. В этом случае силовые линии распространяются лишь на весьма незначительное пространство, и подобная магнитная линза может рассматриваться как тонкая. Для устранения нежелательного в некоторых случаях вращения электронного изображения, создаваемого магнитным полем, применяют две фокусирующие катушки, обтекаемые током разного направления.

Рассмотренные типы электрических и магнитных электронных линз являются основными элементами любой электроооптической системы. Комбинации этих линз позволяют либо концентрировать электроны, исходящие из некоторого источника, в пучок весьма малого сечения, либо получать увеличенное изображение объекта эмитирующего электроны. И те и другие комбинации широко применяются на практике в различных электроооптических приборах.

10. Электроооптические аберрации

В электронной оптике, как и в световой, можно говорить об аберрациях, являющихся следствием отклонения действительного хода лучей в поле линзы от идеального, вычисляемого посредством уравнения (37). Наличие этих аберраций ведет к нечеткости получаемого изображения.

К числу аберраций, наблюдаемых в электронной оптике, прежде всего относится хроматическая аберрация, причем роль цветности в данном случае играет начальная скорость электронов. Вследствие различия в начальных скоростях, с которыми электроны покидают объект, лучи, вышедшие из одной точки, будут описывать различные траектории и фокусироваться в разных точках. Хроматическая аберрация иногда достигает весьма значительной величины. В качестве примера можно привести график (рис. 24), изображающий зависимость расстояния между катодом и его изображением, получаемым посредством иммерсионного объектива, от величины начальной скорости электронов, выраженной в эквивалентных вольтах. Как видно из кривой, хроматическая аберрация в этом случае весьма значительна. Однако величина хроматической аберрации может быть снижена соответствующим подбором формы поля у по-

Рис. 24. Изменение положения изображения катода в зависимости от начальной скорости электронов (по Малову и Эпштейну)

верхности катода. Так например, если эквипотенциальные поверхности, прилегающие к катоду, обладают достаточно большим по отношению к нему положительным потенциалом, то электроны, покидающие катод у самой его поверхности, приобретают значительные скорости, и так как величина начальной скорости обычно не превышает нескольких десятых долей вольта, то разница в скоростях электронов у поверхности катода будет невелика и хроматическая аберрация мала.

Кроме хроматической аберрации, электронным линзам присущи также монохроматические аберрации, известные из световой оптики. Сюда могут быть отнесены сферическая аберрация, кома, астигматизм и т. п. Расчет величины этих аберраций может быть произведен, исходя из более строгого уравнения (16).

Для этого введем в уравнение (16) переменные u и $\bar{u}$, определяемые соотношениями

$$u = w \cdot e^{-i\varkappa} \quad \text{и} \quad \bar{u} = \bar{w} e^{-i\varkappa}, \tag{54}$$

где

$$\varkappa = \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_{z_a}^{z} \frac{H_0}{\sqrt{V_0}}\, dz.$$

Далее, положим

$$\left.\begin{aligned} &\frac{V}{1 + w'\bar{w}'} = V_0 (1 - 2\omega), \\ \text{где} \quad &\omega = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{w'\bar{w}'}\frac{V}{V_0}\right). \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

Подставляя значения w, $\bar{w}$, w' и $\bar{w}'$, выраженные через новые переменные u, $\bar{u}$, u' и $\bar{u}'$, в уравнение (16) и заменяя E_r, H_r и H_z, на основании равенств (23), (29) и (30) приходим после перегруппировки членов к следующему уравнению:

$$V_0 u'' + \frac{1}{2} V_0' u' + \frac{1}{4} V_0'' u + \frac{eH_0^2}{8m} u = B_0, \tag{56}$$

где

$$\left.\begin{aligned} B_0 = {} & 2\omega \left[V_0 u'' - \frac{eu}{8m} H_0^2 + \frac{u'}{2} V_0' + i\sqrt{\frac{eV_0}{2m}} \times \right. \\ & \left. \times \left(u' H_0 + \frac{u}{2} H_0' \right) \right] + V_0 \omega' \left(u' + \frac{i}{4} u \sqrt{\frac{2e}{mV_0}} H_0 \right) + \\ & + i(\sqrt{1 - 2\omega} - 1) \sqrt{\frac{2V_0}{2m}} \left(u' H_0 + \frac{i}{4} u \sqrt{\frac{2e}{mV_0}} H_0^2 + \frac{u}{2} H_0' \right) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (u \cdot \bar{u})^n}{4^n (n!)^2} \left[\frac{nV_0^{(2n+2)}}{4(n+1)} - \right. \\ & \left. - i\sqrt{\frac{2V_0}{2m}} (1 - 2\omega) \left\{ \left(u' + \frac{i}{4} u \sqrt{\frac{2e}{mV_0}} H_0 \right) H_0^{(2n)} + \frac{uH_0^{(2n+1)}}{2(n+1)} \right\} \right] \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

Левая часть уравнения (56) совпадает с левой частью уравнения (37). Таким образом первым приближением при расчете траекторий электронов является предположение, что $B_0 = 0$ (для параксиальных электронов). Величина B_0 определяет отклонения от идеального хода лучей и вместе с тем величину аберраций. Второе приближение заключается в том, что в правой части уравнения (56) удерживают члены с наинизшими степенями малых величин u, $\bar{u}$, u' и $\bar{u}'$ и придают им значения, полученные в качестве первого приближения, при решении уравнения (37). B_0 становится, таким образом, известной функцией z. Уравнение (56) приобретает при этом вид линейного относительно неизвестной переменной величины u, уравнения с правой частью и может быть проинтегрировано. Так как наинизшая степень, в которой малые величины u, $\bar{u}$ и т. д. входят в правую часть уравнения (56),— третья, то мы получаем при этом «аберрации третьего порядка». Дальнейшие приближения приводят к определению аберраций более высокого порядка.

Пренебрегая в правой части уравнения (56) всеми членами, меньшими третьего порядка малости, и подставляя u'', выраженное из уравнения (37), имеем

$$\left.\begin{aligned} B_0 = u'\left[V_0\omega' + i\sqrt{\frac{eV_0}{2m}}\left(\omega H_0 - \frac{u\bar{u}}{4}H_0''\right)\right] + \\ + u\left[\frac{u\bar{u}}{32}V_0^{(4)} - \frac{\omega}{2}V_0'' + \frac{eu\bar{u}}{16m}H_0H_0'' - \frac{e\omega}{4m}H_0^2 + \right. \\ \left. + i\sqrt{\frac{eV_0}{8m}}\left(\omega H' + \omega' H_0 - \frac{u\bar{u}}{8}H_0'''\right)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (58)$$

Величина ω в этом случае согласно (54), (55), (23) и (29) будет равна

$$\omega = \frac{u\bar{u}V_0''}{8V_0} + \frac{u'\bar{u}'}{2} + \frac{eu\bar{u}H_0^2}{16mV_0} + \frac{i}{8}(u\bar{u}' - \bar{u}u')\sqrt{\frac{2e}{mV_0}}H_0. \quad (58a)$$

Придавая величинам u, $\bar{u}$ и т. д. приближенные значения (38) и (38′), получаем B_0 в виде известной функции z. В правой части уравнения (56) переменную величину u полагаем равной сумме приближенного решения u^* и аберрации Δu, т. е.

$$u = u^* + \Delta u.$$

Так как приближенное решение u^* обращает левую часть уравнения (56) в нуль, то аберрация Δu будет удовлетворять тому же уравнению

$$V_0\Delta u'' + \frac{1}{2}V_0'\Delta u' + \frac{1}{4}V_0''\Delta u + \frac{eH_0^2}{8m}\Delta u = B_0.$$

Решение этого уравнения представится в виде

$$\Delta \bar{u} = \frac{r_\alpha}{\sqrt{V_a}} \int_{z_a}^{z} \frac{B_0 r_\beta}{\sqrt{V_0}} dz - \frac{r_\beta}{\sqrt{V_a}} \int_{z_a}^{z} \frac{B_0 r_\alpha}{\sqrt{V_0}} dz, \tag{59}$$

где r_α и r_β попрежнему представляют собой фундаментальную систему решений уравнения (37). Индекс a отмечает величины, измеренные в плоскости объекта.

Зная Δu, можно легко определить величину аберраций в направлении осей x и y

$$\Delta x + i \Delta y = \Delta w = \Delta u \cdot e^{i\varkappa},$$

где

$$\varkappa = \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_{z_a}^{z} \frac{H_0}{\sqrt{V_0}} dz.$$

Таким образом, если распределение поля на оптической оси известно, то величина аберраций может быть вычислена. Однако одного знания величины аберраций недостаточно. Основной задачей электронной оптики является расчет поля линзы на минимум аберраций. Так как величина аберраций выражается в виде интегралов, то задача об отыскании поля, обеспечивающего минимум аберраций, решается методами вариационного исчисления. Этим путем прежде всего может быть найдено распределение поля на оптической оси, удовлетворяющее требованиям поставленной задачи. Далее полученное распределение поля экстраполируется в окружающее ось пространство. Зная основные уравнения электромагнитного поля, можно выполнить эту экстраполяцию однозначно. Наконец, по найденной форме поля определяют и форму проводников, создающих это поле. Необходимо отметить, что теоретическое исследование аберраций электронных линз приводит к весьма сложным расчетам и в настоящее время почти не используется на практике. Однако с аберрациями электронных линз приходится считаться в целом ряде существующих электроооптических приборов и принимать меры к их устранению. При этом единственным практическим способом определения величины аберраций является экспериментальный. Тем не менее дальнейшее совершенствование электроооптических приборов требует детальной разработки данного вопроса как с практической, так и с теоретической точек зрения. Во всяком случае теоретикам предстоит в этой области еще большая работа.

II. ЭЛЕКТРОНООПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Развитие электронной оптики привело к усовершенствованию ранее известных и созданию ряда новых электроооптических приборов. К числу приборов, известных сравнительно давно, но доведенных до высокой степени технического совершенства лишь с развитием электронной оптики, относится, например, трубка Брауна,

применяемая для осциллографии и телевидения. Повышенные требования, предъявляемые в настоящее время к степени концентрации и мощности электронного пучка в приборах этого типа, могли быть выполнены лишь после того, как было изучено фокусирующее действие электрических и магнитных полей, обладающих осевой симметрией. Электроооптическая система, выполняющая в подобных приборах функции получения и концентрации электронных лучей, получила название «электронного прожектора», или «электронной пушки».

Далее, с развитием электронной оптики стало возможным построение электроооптических приборов, аналогичных световым, как, например, электронный микроскоп и спектрограф. Электронная оптика нашла также широкую область применений в ряде специальных приборов, как то: электронный преобразователь изображений, вторичноэлектронные умножители и т. п. Ниже будут рассмотрены наиболее характерные применения электронной оптики, каковыми в первую очередь являются электронный прожектор и электронный микроскоп.

1. Электронный прожектор

Назначением электронного прожектора, как уже указывалось выше, является получение и концентрация электронного пучка, причем в частных случаях прожектор должен также допускать возможность управления интенсивностью электронного тока в пучке.

Источником электронов в электронных прожекторах обычно служит оксидный катод, выполняемый либо в виде накаливаемой

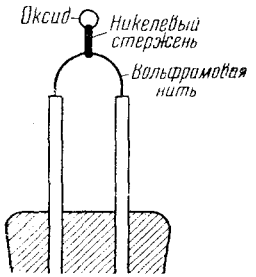


Рис. 25. Оксидный катод с непосредственным подогревом

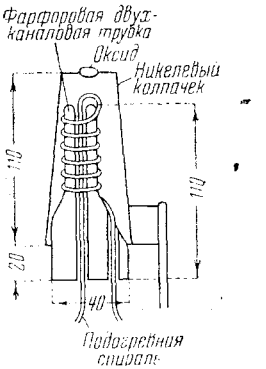


Рис. 26. Оксидный катод с посторонним подогревом

током проволочки, к середине которой приваривается металлический стерженек, покрываемый с торца оксидом (рис. 25), либо в виде никелевого колпачка, подогреваемого изнутри вольфрамовой спиралью, торец которого также покрывается оксидом, являясь, таким образом, эмитирующей поверхностью (рис. 26).

В данном случае задачей является фокусирование эмитируемых катодом электронов для получения на удаленном экране пятна весьма малых размеров. Для достижения этой цели фокусировка электронов осуществляется в электронном прожекторе обычно в два приема. Непосредственно у поверхности катода располагается первая электронная линза (иммерсионный объектив), собирающая электроны, эмитируемые сравнительно большой поверхностью катода, почти в одну точку. Далее электроны, выходящие из этой точки, попадают в поле второй (главной) электронной линзы и фокусируются на экране трубки.

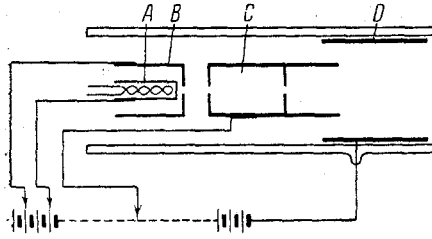


Рис. 27. Прожектор Зворыкина

В качестве первой линзы обычно применяется электростатическое аксиально-симметричное поле, вторая линза может быть как электростатическая, так и магнитная.

Типичным примером электронного прожектора с чисто электростатической фокусировкой электронного пучка может служить прожектор, предложенный Зворыкиным, для телевизионных электроннолучевых трубок (рис. 27). Источником электронов в этой системе служит подогревный оксидный катод *A*. Электрод *B* (цилиндр Венельта) окружает катод и имеет круглое отверстие, находящееся как раз напротив эмитирующей поверхности катода. Далее располагается цилиндрический электрод *C* (первый анод), снабженный рядом диафрагм, срезающих периферические части пучка, и, наконец, второй анод *D*, выполняемый либо в виде самостоятельного цилиндрического электрода, либо в виде проводящего слоя, нанесенного на внутреннюю поверхность стеклянной колбы.

Электроны, эмитируемые катодом, попадают в ускоряющее поле в пространстве катод — цилиндр Венельта — первый анод. Это поле образует электронную линзу (иммерсионный объектив), дающую изображение эмитирующей поверхности катода. Роль электрода *B*, помимо участия его в создании электронной линзы, заключается в управлении интенсивностью электронного тока пучка. Этот электрод создает отрицательный потенциал вблизи известной части эмитирующей поверхности катода, препятствуя электронам покидать эту область. Управляющее действие электрода *B* ясно из рис. 28, на котором показано распределение потенциала в пространстве катод — анод при нуле и — 30 V на управляющем электроде. При потенциале управляющего электрода, равном нулю, эмитирует вся поверхность катода; при — 30 V эмитирует только центральная его часть, отрицательный потенциал вблизи внешних краев эмитирующей поверхности препятствует электронам покидать эту часть катода.

Расчет траекторий электронов в поле первой электронной линзы (в области катод — первый анод) показывает, что если бы все элек-

троны покидали катод с нулевой начальной скоростью, то при соответствующей форме поля в этом пространстве все электроны пересекали бы оптическую ось системы приблизительно в одной

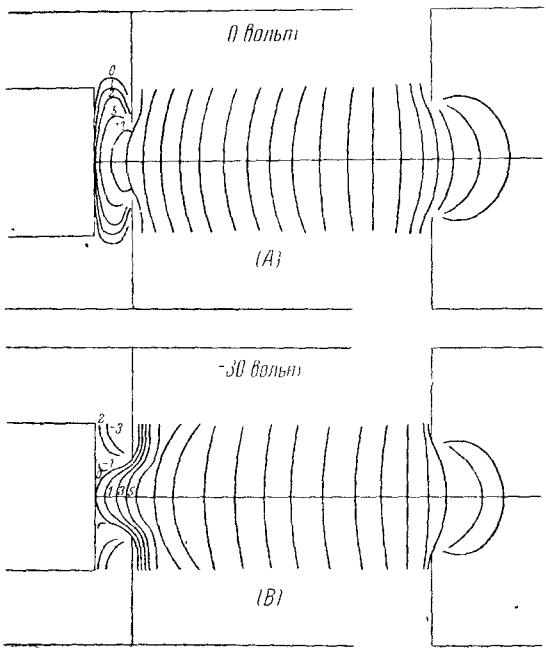


Рис. 28. Распределение потенциала в пространстве катод—первый анод электронного прожектора: A) при 0 V на венельтовом цилиндре, B) при —30 V на венельтовом цилиндре

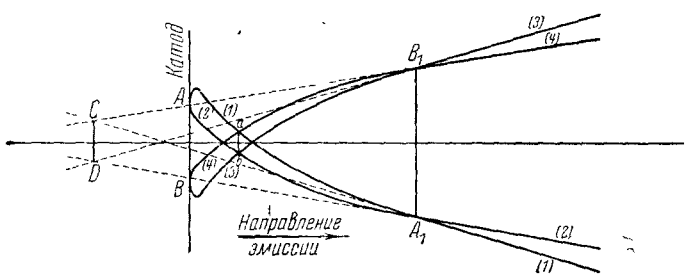


Рис. 29. Траектория электронов в поле первой линзы

точке. Однако наличие радиальных компонент начальных скоростей электронов приводит к тому, что траектории эти имеют вид, представленный на рис. 29. Траектории электронов, выходящих из точки A и обладающих диаметрально противоположными радиаль-

ными компонентами начальной скорости, изображаются кривыми *1* и *2*. В точке A_1 собираются все электроны, вышедшие из точки A и обладавшие разнообразными значениями радиальной компоненты начальной скорости. То же относится к точкам B, и B_1 и кривым *3* и *4*.

Электронное изображение эмитирующей поверхности катода получается, таким образом, в плоскости A_1B_1. На участке ab пересекаются лучи, вышедшие из различных точек эмитирующей поверхности катода. Сечение ab может, далее, рассматриваться как некоторый новый источник электронов и посредством соответствующей электронной оптики проектироваться на экран трубки.

В целях уменьшения размеров конечного сечения электронного пучка (изображения) необходимо стремиться к тому, чтобы сделать размеры площади первого пересечения электронных лучей ab (объекта) возможно меньшими. Теоретический анализ первого пересечения электронных лучей приводит к следующему соотношению между величиной тока I, прошедшего через отверстие диафрагмы, помещенной в плоскости первого пересечения электронных лучей (центр отверстия диафрагмы совпадает с оптической осью), и общим эмиссионным током I_s:

$$\frac{I}{I_s} = 1 - \varepsilon^{-ar^2V},$$

где

$$a = \frac{e}{kT}\,\frac{F^2}{z^2}.$$

Здесь ε — основание натуральных логарифмов, e — заряд электрона, k — константа Больтцмана, T — температура катода в градусах Кельвина, z — расстояние от катода до плоскости первого пересечения электронных лучей (ab), r — радиус отверстия диафрагмы, V — полное напряжение, приложенное к системе электродов, образующих поле первой линзы, F — коэфициент, зависящий от распределения поля в области первой линзы.

Из приведенной формулы ясно, что для того, чтобы сконцентрировать возможно бо́льшую часть электронного тока в пределах возможно меньшей площади, т. е. для того, чтобы при минимальном r отношение $\frac{I}{I_s}$ имело максимальное значение, следует применять возможно бо́льшие потенциалы на первом аноде, возможно более низкую температуру катода, а также добиться такого распределения потенциала в области катод — первый анод, которое обеспечило бы максимальное значение величины F. Таким путем можно добиться того, что размеры площади первого пересечения электронных лучей будут значительно меньше размеров эмитирующей поверхности катода.

В электронном прожекторе Зворыкина фокусирование лучей, выходящих из области первого пересечения, осуществляется посред-

ством электронной линзы, образованной электростатическим полем, созданным разностью потенциалов между первым и вторым анодом (поле двух цилиндров). Благодаря наличию этой линзы на экране трубки получается увеличенное изображение области первого пересечения электронных лучей. Получаемое при этом увеличение может быть приближенно подсчитано по формуле

$$m = \frac{b}{a}\sqrt{\frac{V_1}{V_2}},$$

где a — расстояние от объекта до линзы, b — расстояние от изображения до линзы, V_1 — потенциал первого анода, V_2 — потенциал второго анода.

Рис. 30 показывает ход электронных лучей в электронном прожекторе системы Зворыкина и соответствующую оптическую аналогию. Эта электроооптическая система позволяет получать электронный ток в пучке порядка нескольких сот микроампер при диаметре конечного сечения пучка порядка 0,5 *мм*. Применяемые для фокусировки напряжения составляют 1—2 kV на первом и 5—10 kV на втором аноде.

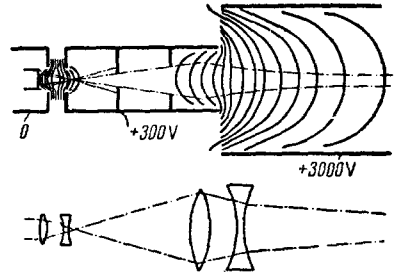


Рис. 30. Ход лучей в прожекторе Зворыкина и оптическая аналогия

Описанная система фокусировки не является, конечно, единственно возможной. Здесь может быть применена любая система электродов, образующих электростатическое поле, обладающее аксиальной симметрией.

Электронные прожекторы с магнитной фокусировкой отличаются от вышеописанной системы в большинстве случаев лишь тем, что конечная фокусировка электронных лучей осуществляется при помощи магнитной линзы. В качестве магнитной линзы может служить любое аксиально симметричное магнитное поле. Подобное поле легко может быть получено при помощи короткой катушки, надеваемой на горло трубки. Система электродов, образующих первое пересечение электронных лучей, в данном случае может быть точно такой же, как и в прожекторах с чисто электростатической фокусировкой.

Примером электронного прожектора с магнитной фокусировкой может служить система, применяемая в настоящее время в Америке (фирмой RCA) в мощных проекционных телевизионных трубках. Подобный прожектор состоит из подогревного оксидного катода и ряда диафрагм, с постепенно повышающимися потенциалами, назначением которых является получение наивыгоднейшего распределения потенциала в области первого пересечения электронных лучей (рис. 31). Непосредственно в точке пересечения располагается ограничительная диафрагма с весьма узким отверстием ($\varnothing = 0{,}1$ *мм*),

срезающая периферическую часть пучка. Распределение потенциала подобрано таким образом, что в этом отверстии концентрируется 90% общего эмиссионного тока катода, диаметр рабочей поверхности которого равен 1 *мм*. Отверстие в ограничительной диафрагме рассматривается, далее, как самостоятельный источник электронов и отображается на экране трубки посредством магнитной линзы

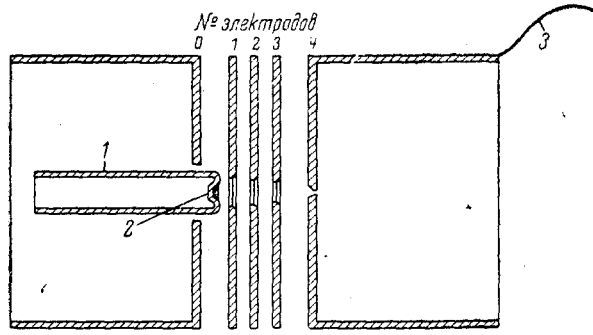


Рис. 31. Система электродов, образующих первую линзу в прожекторе для проекционных электроннолучевых телевизионных трубок

(рис. 32). Такой прожектор при напряжении на ограничительной диафрагме, равном 10 kV, позволяет получить электронный пучок диаметром в несколько десятых (0,2—0,3) миллиметра при силе тока в пучке порядка 1,5—2 mA.

Электронные прожекторы имеют широкую область применения во всех электронных приборах, где требуется иметь узкий пучок

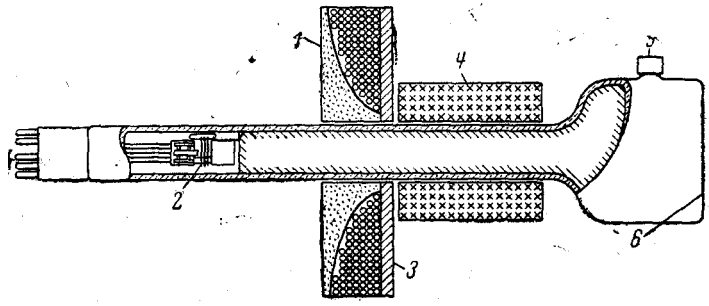


Рис. 32. Электроннолучевая проекционная телевизионная трубка с магнитной фокусировкой (по Лоу)

электронов. Сюда относятся электронно-лучевые трубки, применяемые для осциллографии и телевидения, передающие телевизионные трубки, электронные коммутаторы и т. п. Описание этих приборов не входит в рамки настоящей статьи.

2. Электронный микроскоп

Наиболее характерным примером из области применений электронной оптики является электронный микроскоп. Этот прибор, как и микроскоп световой оптики, служит для получения сильно увеличенного изображения объектов малых размеров. Электронный микроскоп может быть использован как для микроскопического исследования электронной эмиссии катодов, так и для получения увеличенных изображений объектов, не обладающих собственной электронной эмиссией.

В зависимости от того, какие линзы — электрические или магнитные — используются для фокусировки электронных лучей, различают электрические и магнитные электронные микроскопы. Типичным примером электрического электронного микроскопа является рассмотренный выше «иммерсионный объектив» (рис. 21), состо-

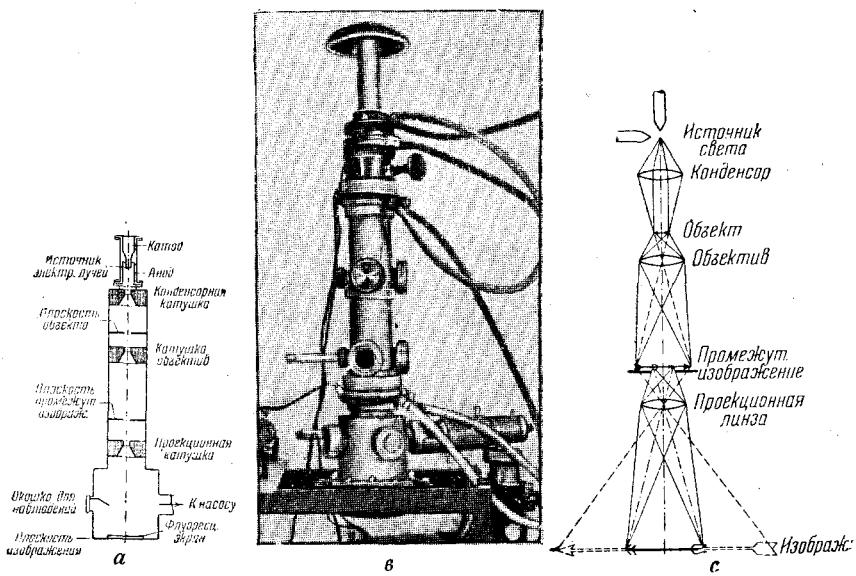


Рис. 33. Магнитный электронный микроскоп: *а* — внешний вид, *в* — принципиальная схема, *с* — оптическая аналогия

ящий из двух диафрагм, расположенных вблизи эмитирующей поверхности катода. Образованное этими диафрагмами поле оказывает на эмитируемые катодом электроны фокусирующее действие, и при соответствующем подборе напряжений на флуоресцирующем экране трубки удается получить увеличенное изображение эмитирующей поверхности катода. Подобные микроскопы могут, естественно, применяться лишь для исследования объектов, обладающих собственной электронной эмиссией (главным образом термионной). Обычно они используются без «окуляра», так как даваемое ими увеличение и без того достаточно велико.

На рис. 33 изображен магнитный микроскоп, предназначенный для наблюдения объектов, не обладающих собственной электронной эмиссией. Электроны, эмитируемые катодом, ускоряются электростатическим полем и посредством короткой магнитной катушки, играющей роль конденсорной линзы, направляются на исследуемый объект. Объект помещается либо на тонкой металлической сетке, либо на тонкой пленке из коллодия, достаточно хорошо проницаемой для электронов. Следующая катушка, расположенная за объектом, играет роль объектива и дает увеличенное электронное изображение объекта на промежуточном экране. Расположенная в этой плоскости диафрагма вырезает часть этого изображения, которая в еще более увеличенном виде, посредством третьей катушки, проектируется на флуоресцирующий экран трубки. Этот прибор соответствует, таким образом, проекционному микроскопу световой оптики. В новейшей конструкции магнитного микроскопа этого типа (фирмы Сименс) объектив дает промежуточное изображение объекта, увеличенное в отношении 80 : 1. Далее, посредством проекционной катушки промежуточное изображение увеличивается в отношении 350 : 1. Изображение, получаемое на экране трубки, оказывается, таким образом, увеличенным в отношении $\sim$ 30 000 : 1. Это изображение еще увеличивается оптическим путем примерно в отношении 3 : 1, так что окончательно достигаемое посредством этого прибора увеличение имеет порядок 100 000 : 1 (!). Скорость электронов, облучающих объект, составляет при этом 100 000 V.

Для исследования структуры и эмиссионных свойств катодов могут быть использованы электронные микроскопы, обладающие сравнительно небольшой разрешающей способностью. Такой микроскоп (магнитный), применявшийся для исследования фотокатодов, изображен на рис. 34. Фотокатод K освещается посредством кварцевой ртутной лампы Q, свет от которой проходит через кварцевое окошко F. Изображение катода проектируется посредством магнитной линзы M и катушки A на флуоресцирующий экран S. Окошко G служит для непосредственного наблюдения фотокатода.

Для наблюдений объекта при помощи электронного микроскопа, естественно, необходимо, чтобы этот объект в силу тех или иных причин излучал электроны. Можно привести следующий перечень условий, при которых это требование может быть выполнено:

1. Электроны эмитируются объектом вследствие: а) термионной эмиссии, б) фотоэлектрической эмиссии, в) вторичной эмиссии, под действием бомбардировки первичным пучком электронов или ионов.

2. Электроны испускаются нанесенным на исследуемый объект тонким активным слоем вследствие: а) термионной эмиссии, б) фотоэлектрической эмиссии, в) вторичной эмиссии.

3. Объект облучается пучком быстрых электронов. В этом случае упруго отраженные электроны, обладающие приблизительно начальным значением скорости, образуют изображение объекта (рис. 35).

4. Объект пронизывается быстрыми электронами. Проходящие сквозь объект электроны почти не меняют своей скорости и дают его изображение (рис. 33).

В двух первых случаях электроны возникают на самом объекте и покидают его с незначительной скоростью. В последних двух случаях электроны эмитируются специальным источником («осветителем») и достигают поверхности объекта с большими скоростями. Очевидно, последние два метода делают возможным наблюдение разнообразных, не обладающих собственной электронной эмиссией объектов.

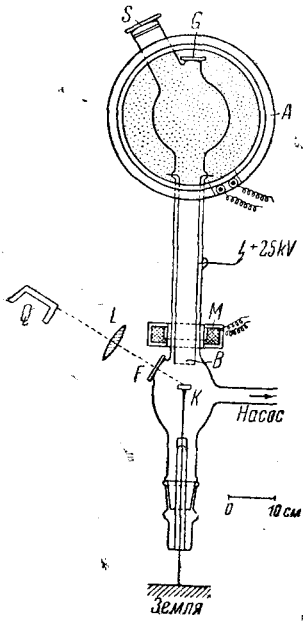


Рис. 34. Электронный микроскоп для исследования фотокатодов (по Малю)

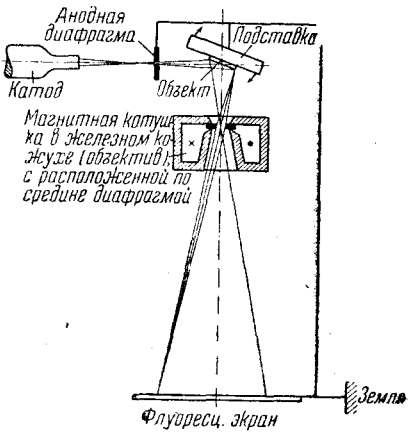


Рис. 35. Устройство для получения электронных изображений посредством упругоотраженных электронов

Развитие электронной микроскопии представляет большой интерес по следующим соображениям. Прежде всего электронная оптика, по замечанию Руска, позволяет «видеть вещи в ином свете», что уже само по себе является важным при всестороннем исследовании того или иного объекта. Далее, электронная оптика дает возможность значительно расширить границы разрешающей способности микроскопов, так как длина электронной волны на несколько порядков меньше длины волны видимого света. Наконец, электронные микроскопы делают возможным наблюдение объектов, находящихся при высокой температуре, выявляя при этом особенности их кристаллической структуры, в то время как при наблюдении раскаленных тел при помощи светового микроскопа, вследствие одинаковой температуры всех частей объекта, последний представляется совершенно однородным.

Электроооптические исследования эмитирующих поверхностей позволили изучить процесс активации торированных, оксидных и других катодов. В качестве примера здесь можно привести снимки поверхности торированного вольфрама (рис. 36). На первом снимке (*a*) ясно видны центры, из которых торий поступает на поверхность металла. При дальнейшем прогреве торий почти равномерно распространяется на всю поверхность катода (*b*). При нагреве до еще более высокой температуры вследствие испарения тория поверхность частично дезактивируется. При этом выступает кристаллическая структура вольфрама и появляются новые центры выхода тория на поверхность (*c*).

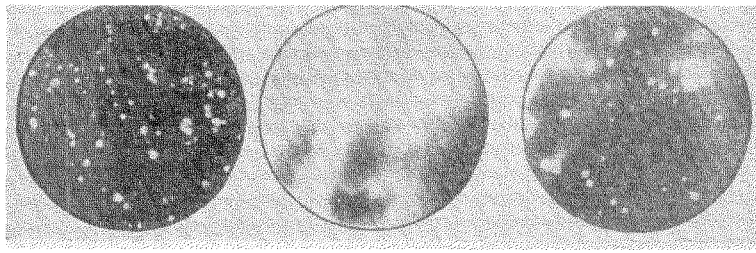
Электроооптические исследования эмиссии чистых металлических поверхностей и поверхностей, покрытых адсорбированными (мономолекулярными) пленками газов и особенно щелочных и щелочноземельных металлов, позволили получить картину кристаллической структуры материала катода. Эти исследования показывают, что различные грани кристаллов могут обладать неодинаковой работой выхода, отличающейся на десятые доли вольта. Картина кристаллической структуры катода становится особенно отчетливо видной в случае покрытия поверхности катода тонкой пленкой щелочного или щелочноземельного металла. При этом существует известная оптимальная в этом смысле толщина покрытия.

Особенный интерес представляет возможность исследования изменений структуры металлов при критических температурах. Так например, оказывается возможным наблюдать процесс перекристаллизации железа при 900° С (переход α-железа в γ-железо, см. рис. 37).

Наконец, чрезвычайно большой интерес представляет возможность использования электронного микроскопа для наблюдения микроорганизмов и других микроскопических объектов, не обладающих собственной электронной эмиссией, плохо поддающихся или вовсе не поддающихся наблюдению при помощи световых микроскопов вследствие их чрезвычайно малых размеров. Для этой цели может быть использован электронный микроскоп изображенного на рис. 33 типа. В качестве примера получаемых при помощи подобного микроскопа изображений можно привести снимки тромбоцитов (рис. 38) и вируса мозаичной болезни табака (рис. 39). Таким образом электронный микроскоп в современной стадии его развития является весьма ценным орудием для целого ряда исследований. По мере его дальнейшего совершенствования область его применений, несомненно, будет быстро расширяться.

3. Электронный преобразователь изображений и другие электроооптические приборы

Частным случаем электронного микроскопа является прибор, получивший название электронного преобразователя изображений. Назначением этого прибора является преобразование светового изображения в электронное. Принципиальная схема прибора такова



a *b* *c*

Рис. 36. Электронное изображение торированного вольфрама (по Брюхе и Малю). Увеличение 25 : 1. *a* — после прогрева в течение 1 мин. при температуре 2800° К, *b* — после прогрева в течение 2 мин. при температуре 2350° К, *c* — после прогрева в течение 2 мин. при температуре 2750° К

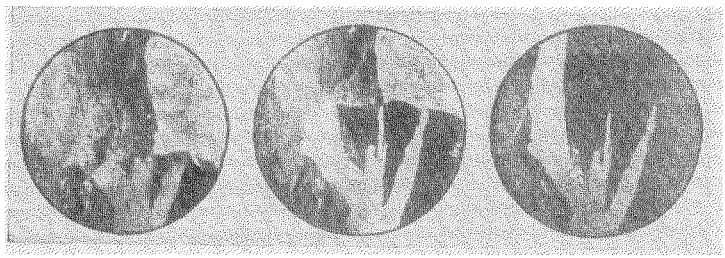


Рис. 37. Рекристаллизация железа при критической температуре. Увеличение 30 : 1

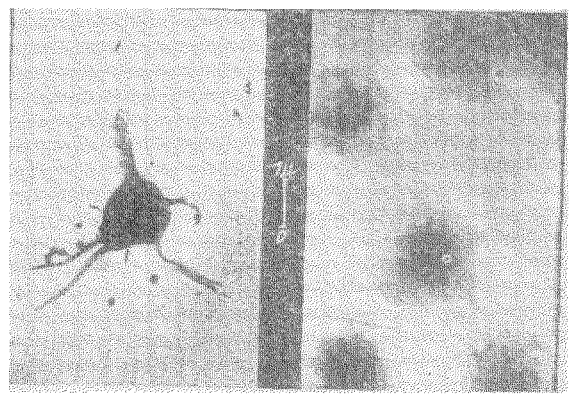


Рис. 38. Электронное изображение тромбоцитов (кровяных пластинок). Увеличение 10 000 : 1

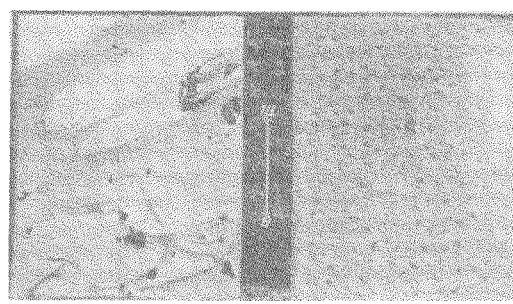


Рис. 39. Электронное изображение вируса мозаичной болезни табака. Увеличение 20 000 : 1

(рис. 40). Объект посредством линзы L_1 проектируется на полупрозрачный фотоэлектрический катод K. Эмитируемые катодом в количестве, соответствующем освещенностям отдельных его участков, фотоэлектроны посредством электронной линзы L_2 фокусируются на флуоресцирующем экране $Э$. Таким образом на экране $Э$ возникает видимое изображение объекта.

Подобный прибор может применяться для усиления яркости изображений, поскольку яркость изображения на флуоресцирующем экране может регулироваться изменением ускоряющего электроны поля, и, кроме того, принципиально возможно прибегать к усиле-

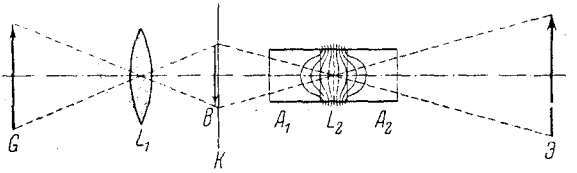


Рис. 40. Схема электронного преобразователя изображений

нию эмитируемого фотокатодом первичного электронного тока за счет вторичной эмиссии, располагая на пути электронных лучей активированные сетки или тонкие пленки. Кроме этого, данный прибор может быть использован для преобразования невидимых изображений, спроектированных на фотокатод в инфракрасном или ультрафиолетовом свете, в видимые. Последнее является весьма важным для целого ряда практических целей, как то: инфракрасная и ультрафиолетовая микроскопия, наблюдение удаленных объектов в инфракрасном свете (электронный телескоп) и т. п. У нас в Союзе подобные приборы нашли применение для визуального контроля качества кинопленки, проектируемой на фотокатод преобразователя в инфракрасном свете. Наконец, преобразование видимых изображений в электронные используется в специальных типах передающих телевизионных трубок (диссектор Фарнсворта, супериконоскоп).

Область практических приложений электронной оптики не ограничивается описанными выше, наиболее характерными примерами. К числу приборов, при конструировании которых также необходимо считаться с законами геометрической электронной оптики, могут быть отнесены электронные умножители, спектрографы, монохроматоры и др. Сущность действия электронного умножителя заключается в том, что электроны, эмитируемые некоторым источником, последовательно направляются на ряд электродов, обладающих постепенно повышающимися потенциалами, освобождая на них вторичные электроны. Принципиальная схема действия электронного умножителя изображена на рис. 41. Однако в таком простом виде этот прибор не давал бы никакого усиления, так как эмитируемые источником первичные электроны в основном направлялись бы непосредственно к коллектору. Для того чтобы заставить электроны последовательно концентрироваться на всех промежуточных элект-

родах (эмиттерах), оказывается необходимым фокусировать их специально подобранными электрическими или магнитными полями.

Действие приборов, предназначенных для исследования распределения скоростей в потоке заряженных частиц (спектрографов), основано на зависимости формы траектории частицы в электромагнитном поле от ее начальной скорости. В масспектрографах используется зависимость формы траектории от величины отношения заряда частицы к ее массе $\left(\frac{e}{m}\right)$. При этом, очевидно, необходимо прибегать к одновременному воздействию на частицу как электрического, так и магнитного поля, так как траектория частицы в чисто электростатическом поле, как видно из предыдущего, не зависит от величины $\frac{e}{m}$. Наконец, влияние электрического и магнитного поля на форму траекторий частиц, обладающих различным значением скорости, может быть использовано для выделения потока заряженных частиц, обладающих одним определенным значением скорости (монохроматор).

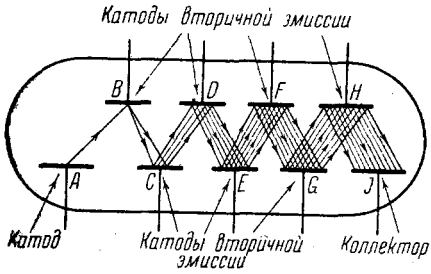


Рис. 41. Схема действия электронного умножителя

Из всего вышеизложенного ясно, какое огромное значение имеет электронная оптика для самых разнообразных практических целей. Развитие электронной оптики к настоящему времени отнюдь нельзя считать законченным. Предстоит еще большая работа как для теоретиков, так и для практиков в области дальнейшего совершенствования уже достигнутых результатов, а также в направлении выявления новых возможностей, которые, по всей вероятности, далеко еще не исчерпаны.

ЛИТЕРАТУРА

E. Brüche u. O. Scherzer, Geometrische Elektronenoptik, Berlin, 1934.
I. G. Maloff a. D. V. Epstein, Electron optics in Television, New-York, 1938.
H. Busch u. E. Brüche, Beiträge zur Elektronenoptik, Leipzig, 1937.
R. R. Low, Television, II, 328—350, 1937.
B. v. Borries u. E. Ruska, Z. techn. Phys., **19**, № 11, 402, 1938; B. v. Borries u. E. Ruska, Z. Ver. Ing., **82**, 937, 1938; Electronics, November, № 11, 30—33, 1938.
W. Schaffernicht, Z. techn. Phys., **17**, 596—604, 1936; см. также Успехи физич. наук, **17**, 491, 1937.
V. K. Zworykin, Z. techn. Phys., **17**, 170—183, 1936; см. также Успехи физич. наук, **16**, 814, 1936.