1934 г. Т. XIV, вып. 2

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

СФ и 101

НОВЕЙШИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ВНЕШНЕГО ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

Л. Б. Линфорд, Принстон, США *

Предлагаемая статья представляет собой сокращенный перевод обзора Линфорда **. Этот обзор в основном распадается на две части, из которых первая посвящена общим теориям внешнего фотоэлектрического эффекта, а вторая описывает явления более специального характера, истолкование которых выходит за пределы применимости общих теорий. Мы выпустили из второй части несколько параграфов отчасти вследствие того, что в них автор приводит уже устаревшие в данный момент точки зрения, а отчасти по той причине, что те же вопросы обстоятельно разобраны в статье М. В. Савостьяновой „Селективный фотоэффект". Кроме того, мы не перевели вступления, поскольку в нем излагаются общеизвестные факты. В текст же первой части статьи, изложенной весьма конспективно, мы нашли уместным внести ряд примечаний и вставок. Действительно, теории фотоэффекта, а в особенности те из них, которые пользуются аппаратом квантовой механики, отражены в нашей обзорной литературе весьма слабо. В противоположность Линфорду, который по большей части ограничивается изложением конечных результатов, мы старались всюду приводить выводы, а в случаях, когда это оказывалось затруднительным, указывали общий ход решения. Все вставки переводчика отмечены в начале и в конце знаком (x).

С. Ч.

I. Основные теории фотоэлектрического эффекта

Мы начнем с обзора наиболее важных и оказавшихся наиболее плодотворными теорий внешнего фотоэлектрического эффекта. Большая их часть должна по необходимости класть в основу описания упрощенные модели, благодаря чему область их применения ограничивается чистыми поверхностями и абсолютным нулем температуры.

А. Классические теории

В электронной теории металлов, предшествовавшей зоммерфельдовской, обычно принималась та модель, согласно которой внутри металла свободные электроны, числом около 1 на каждый атом, образовывали „газ" с распределением скоростей по Максвеллу-Больцману. Эта теория хорошо объясняла высокую электропроводность и высокую теплопроводность металла, но приводила к слишком большим значениям для теплоемкости. Был сделан ряд попыток преодолеть это затруднение, но все они оказывались в большей

* Перевод и обработка *С. В. Чердынцева.*

** Reviews of Modern Physics, 5, № 1. стр. 34, 1933 г.

или меньшей степени неудачными. Теории фотоэлектрического эффекта, базировавшиеся на указанной старой модели металла, уже оказались способными объяснить тот факт, что спектральный порог чувствительности и величина фотоэлектрического испускания мало изменяются с температурой. Этот результат связан с тем, что изменение величины наивероятнейшей энергии электрона в области температур, применяемых в фотоэлектрических экспериментах, мало по сравнению с работой выхода.

Теоретическая функция распределения по спектру была вычислена Ричардсоном [1], Д. Д. Томсоном [2] и Успенским [3]. Кривая Ричардсона образует при длинноволновой границе конечный угол с осью абсцисс. Кривые двух прочих авторов касаются оси абсцисс в этом месте. Все три кривые дают вблизи порога более резкое возрастание с частотой, нежели экспериментальные кривые. Уравнение Ричардсона имеет максимум при $\nu = {}^3/_2\nu_0$ *, уравнение Томсона — при $\nu = 2\nu_0$. Селективные максимумы были найдены на опыте как раз в этой области. Максимум кривой Успенского лежит при $\nu = 9\nu_0$. Юз и дю-Бридж [4] указывают, что если изменить предпосылки Томсона и предположить, что коэфициент поглощения света зависит от частоты, то можно получить функцию распределения по спектру, хорошо удовлетворяющую экспериментальным данным вблизи порога. Однако это уравнение уже не будет иметь максимума. Таким образом ни одна из перечисленных теорий не дает согласия с экспериментом в широком интервале частот.

Ричардсон [5] вывел уравнение для фотоэлектрической эмиссии с поверхности, подвергаемой действию излучения черного тела, не делая каких-либо специальных допущений, касающихся теории металлов или процесса вырывания электрона. Уравнение Ричардсона для термоэлектронной эмиссии гласит:

$$I = AT^r e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}}; \qquad (1)$$

здесь I — плотность тока эмиссии, A — постоянная, T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана, r — постоянная, равная, в зависимости от допущений, делаемых при выводе, либо $^1/_2$, либо 2. Новая теория металлов дает значение 2, которое и считается в настоящее время правильным.

Уравнение (1) можно вывести без всяких предположений о механизме испускания, определяя число электронов, испускаемых поверхностью, помещенной внутри полости черного тела **. Вырывание этих электронов может происходить за счет либо термоэлектронной, либо фотоэлектрической эмиссии под действием чер-

---

* ν_0 — частота длинноволновой границы. — *С. Ч.*

** Такой вывод уравнения Ричардсона дан Дешманом [6]. Уравнение Ричардсона в написанном виде, строго говоря, не совсем верно, так как E_0 зависит от температуры. Но для чистых металлов отступления незначительны. Для наших целей будет вполне достаточным писать уравнения в этом упрощенном виде.

ного излучения полости. Мы имеем здесь равновесный процесс, и можно ожидать, что, коль скоро условия равновесия выполняются, одно и то же уравнение остается справедливым независимо от того, где находится поверхность, испускающая электроны под действием черного излучения. Отступления от этого уравнения могут поэтому служить мерой для отступлений от равновесного состояния. При этом A будет, очевидно, становиться меньше; T будет представлять температуру черного тела.

Это уравнение было проверено экспериментальным путем Роем [7], пользовавшимся в своих опытах излучением черного тела, и Зурманом [8], который вычислял полное испускание по найденной экспериментально функции распределения по спектру. Обозначим эту функцию $F(\nu)$, а функцию распределения энергии в спектре черного тела по закону Планка — $E(\nu, T)$; тогда полное испускание I_c будет равно:

$$I_c = \int_{\nu_0}^{\infty} F(\nu) E(\nu, T)\, d\nu. \qquad (2)$$

Графическое интегрирование позволяет определить полное испускание для разных температур.

Откладывая по осям абсцисс $\frac{1}{T}$, а по осям ординат $\frac{I_c}{T^2}$, и Рой и Зурман получают прямые, наклон которых дает хорошее значение для работы выхода. Позже Зурман [9] сообщил, что еще лучшие прямые получаются, если константу r в уравнении (1) положить, примерно, равной 4, а не 2. Теоретически оправдать это, однако, не удается.

В. Квантово-механические теории

1. Новая электронная теория металлов. Применяя к свободным электронам в металле принцип запрета Паули и вытекающую из него статистику Ферми, Зоммерфельду и другим удалось построить новую теорию, позволяющую объяснить электропроводность, теплопроводность и прочие свойства металлов, не приписывая слишком высоких значений теплоемкости. Это дало, наряду с методами квантовой механики, новый, весьма плодотворный способ описания явлений, связанных с электронным испусканием металлов [10].

Изложению теорий фотоэлектрического эффекта уместно будет предпослать краткую сводку результатов новой теории металлов.

Предположим, что поверхность металла, испускающая электроны, совпадает с (xy)-плоскостью нашей координатной системы, а внешняя нормаль к поверхности металла — с положительной z-осью. Пусть ξ, η, ζ суть составляющие скорости некоторого электрона соответственно по x-, y- и z-оси. Чтобы вычислить испускание с единицы поверхности металла, необходимо найти число электронов $N(W)\,dW$, у которых нормальная составляющая энергии

$W = \frac{1}{2} m\zeta^2$ * лежит в пределах между W и $W + dW$, падающих на единицу поверхности металла в единицу времени, умножить это число на вероятность $D(W)$ прохождения электрона, обладающего нормальной составляющей энергии W, сквозь поверхность металла и проинтегрировать по всем значениям W. Таким образом для плотности тока мы получаем:

$$I = \int_0^\infty N(W) D(W) dW. \tag{3}$$

Согласно статистике Ферми, функция распределения электронов в металле по скоростям имеет вид **:

$$f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \frac{2m^3}{h^3} \frac{d\xi d\eta d\zeta}{e^{\frac{\frac{1}{2} m (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) - \varepsilon}{kT}} + 1}, \tag{4}$$

где $f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$ — число электронов в единице объема, составляющие скорости которых по x-, y- и z-осям лежат соответственно в пределах от ξ до $\xi + d\xi$, от η до $\eta + d\eta$ и от ζ до $\zeta + d\zeta$, а ε — максимальная энергия электрона в распределении Ферми при 0°К, равная

$$\varepsilon = h\nu = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}; \tag{5}$$

здесь m — масса электрона, n — число свободных электронов в единице объема ***. Значения ε изменяются в пределах от, примерно,

---

* Хотя энергию мы и не можем разлагать на составляющие в буквальном смысле этого слова, тем не менее такой способ выражения оказался удобным и получил распространение, поскольку не полная кинетическая энергия $\varepsilon = \frac{1}{2} m (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)$, а введенная нами величина W определяет способность электрона к вырыванию с поверхности металла.

** Изложение основ статистики Ферми и вывод формулы (4) даны, например, в статье К. Дарроу, Усп. физ. наук, т. X. вып. 2, стр. 225, 1930 г. *С. Ч.*

*** Нетрудно проверить равенство (5). Для этого представим себе прямоугольный кусок металла, стороны которого равны l_1, l_2, l_3. Простоты ради допустим, что внутри металла потенциал постоянен и равен V_0, а на границах его имеются бесконечно высокие потенциальные барьеры. Уравнение Шредингера для электрона, находящегося внутри металла, будет иметь вид:

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V_0) \psi = 0 \tag{5a}$$

(E — полная энергия электрона). Пограничные условия будут: $\psi = 0$ на границе металла. К этому следует еще присоединить условие нормировки

$$\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \psi \psi \, dx \, dy \, dz = 1$$

2 электрон-вольт у щелочных металлов до значений, превосходящих 10 V, у некоторых тяжелых металлов.

Функция $f(\xi, \eta, \zeta)$, определяемая равенством (4), при 0°K постоянна и равна $\frac{2m^3}{h^3}$ для энергий электрона $\varepsilon = \frac{1}{2} m(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) < \varepsilon$; для энергий же, превосходящих эту величину, она обращается в нуль. При более высоких температурах функция $f(\xi, \eta, \zeta)$ в области $\varepsilon \approx \varepsilon$ падает экспоненциально от $\frac{2m^3}{h^3}$ до нуля, достигая половинного значения при $\varepsilon = \varepsilon$.

Функция распределения электронов по энергиям имеет вид:

$$F(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{8\pi m}{h^3} \frac{(2m\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\,d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\varepsilon}{kT}} + 1}. \tag{6}$$

(x) Чтобы получить распределение (6) из распределения (4), достаточно проинтегрировать выражение (4) по всему тому объему пространства скоростей, которому соответствуют значения энергии в пределах от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$. Для этой цели удобно перейти к сферическим координатам v, φ, θ, где $v = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}$ —

(черта сверху означает комплексную сопряженность). Уравнение (5a) решается элементарным путем (посредством разделения переменных). Его решение выписано ниже [см. формулы (13a) и (13b)]. Из этих формул видно, что мы получаем ряд дискретных, хотя и весьма близких друг к другу дозволенных уровней энергии электронов. Величины k_j, связанные с энергией электрона [см. формулы (13c) — (13d)], в каждом дозволенном состоянии должны принимать одно из значений ряда:

$$k_j = \frac{\pi \cdot n_j}{l_j},\ j = 1,\ 2,\ 3;\ n_j = 1,\ 2, \ldots \tag{5b}$$

В каждом таком состоянии могут находиться, согласно принципу Паули, самое большее два электрона (с противоположными спинами). При абсолютном нуле все состояния, соответствующие низким энергиям, заполнены электронами „до отказа", в то время как все вышележащие уровни энергии совсем не содержат электронов. Если в пространстве импульсов (или, вернее, волновых чисел k_1, k_2, k_3) провести шар радиусом k, соответствующим максимальной энергии ε [т. е. $\varepsilon = \frac{h^2k^2}{8\pi^2 m}$, ср. (13d)], то все электроны будут находиться внутри первого октанта этого шара, в котором все $k_j > 0$, заполняя его с равномерной плотностью по два на ячейку объемом $\frac{\pi^3}{l_1, l_2, l_3}$ [см. (5b)]. Деля объем октанта $\frac{1}{6}\pi k^3$ на объем ячейки и умножая частное на 2, мы получим полное число электронов в металле, которое, с другой стороны, равно $l_1 l_2 l_3 n$. Приравнивая одно выражение другому получаем:

$$k = \sqrt[3]{3\pi^2 n}, \tag{5c}$$

а подставляя (5c) в (13d), находим формулу (5). — *С. Ч.*

полная скорость электрона. Действительно, тогда мы получим:

$$F(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{2m^3}{h^3}\int\limits_{\varphi=0}^{2\pi}\int\limits_{\theta=0}^{\pi}\int\limits_{v=\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}}^{\sqrt{\frac{2(\varepsilon+d\varepsilon)}{m}}} \frac{v^2\sin\theta\,dv\,d\theta\,d\varphi}{e^{\frac{\frac{mv^2}{2}-\varepsilon}{kT}}+1} =$$

$$= \frac{2m^3}{h^3}\,4\pi\,\frac{\sqrt{2\varepsilon}}{m}\,\frac{\sqrt{\frac{2}{m}}\left(\sqrt{\varepsilon+d\varepsilon}-\sqrt{\varepsilon}\right)}{e^{\frac{\varepsilon-\bar{\varepsilon}}{kT}}+1},$$

что совпадает с (6). (x)

Наиболее резкое различие между классической теорией и новыми воззрениями заключается в том, что согласно первой все электроны при абсолютном нуле температуры находятся в покое, по новой же теории они обладают энергией, величина которой доходит до относительно большого значения $\bar{\varepsilon}$. При повышении температуры по старой теории все электроны увеличивали свою энергию, по новой же теории это происходит только с небольшим числом наиболее быстрых электронов, энергия которых становится больше $\bar{\varepsilon}$.

Фаулер [11] воспользовался распределением (6) для построения предварительной теории фотоэлектрического эффекта. Уже указывалось, что способность электрона к вырыванию из металла определяется единственно лишь нормальной составляющей энергии; Нордгейм [10] вычислил функцию $N(W)\,dW$; она оказалась равной:

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}kT\ln\left(1+e^{-\frac{W-\bar{\varepsilon}}{kT}}\right)dW. \tag{7}$$

(x) Действительно, число электронов в единице объема, z-компонента скорости которых заключена в пределах от ζ до $\zeta+d\zeta$, согласно формуле (4) должно быть равно:

$$n(\zeta)\,d\zeta = d\zeta\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(\zeta,\eta,\zeta)\,d\xi\,d\eta =$$

$$= \frac{2m^3}{h^3}\,d\zeta\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\xi\,d\eta}{e^{\frac{{}^1/_2\,m(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)-\varepsilon}{kT}}+1}.$$

Вводя цилиндрические координаты φ, ρ, ζ (причем $\xi=\rho\sin\varphi$, $\eta=\rho\cos\varphi$), имеем:

$$n(\zeta)\,d\zeta = \frac{4\pi m^3}{h^3}\,d\zeta\int\limits_0^{\infty}\frac{\rho\,d\rho}{e^{\frac{\frac{m}{2}(\rho^2+\zeta^2)-\varepsilon}{kT}}+1} \tag{7a}$$

Преобразуя последний интеграл к переменной $y = \frac{m\rho^2}{2kT}$, мы приводим его к виду:

$$\frac{kT}{m}\int_0^\infty \frac{dy}{e^{y+\frac{W-\varepsilon}{kT}}+1},$$

где $W = \frac{1}{2}m\zeta^2$ — нормальная составляющая энергии рассматриваемых электронов. Вводя еще раз новую переменную интегрирования по формуле $z = e^{y+\frac{W-\varepsilon}{kT}}$, мы получаем:

$$n(\zeta)\,d\zeta = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3}\,d\zeta\int_{e^{\frac{W-\varepsilon}{kT}}}^{\infty}\frac{dz}{z(z+1)} =$$

$$= -\frac{4\pi m^2 kT}{h^3}\ln\left(1+\frac{1}{z}\right)\Bigg|_{e^{\frac{W-\varepsilon}{kT}}}^{\infty}d\zeta = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3}\ln\left(1+e^{-\frac{W-\varepsilon}{kT}}\right)d\zeta. \quad (7b)$$

Число электронов в единице объема, нормальная составляющая энергии которых лежит в пределах от W до $W+dW$, должно быть равно $n(\zeta)\frac{d\zeta}{dW}dW$. Вспоминая данное выше определение функции $N(W)$, мы легко убедимся в справедливости равенства: $N(W) = n(\zeta)\,\zeta\,\frac{d\zeta}{dW} = \frac{n(\zeta)}{m}$. Окончательно формулу Нордгейма мы получим, подставляя сюда вместо $n(\zeta)$ его выражение (7b). (x)

Для различных интервалов значений $\frac{W-\varepsilon}{kT}$ формула (7) может быть заменена одной из следующих трех приближенных формул:

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}(\varepsilon - W)\,dW$$

$$\left(\text{для } \frac{W-\varepsilon}{kT} \ll 0\right), \quad (8a)$$

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}kT\,dW$$

$$\left(\text{для } \frac{W-\varepsilon}{kT} \approx 0\right), \quad (8b)$$

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}kT\,e^{-\frac{W-\varepsilon}{kT}}\,dW$$

$$\left(\text{для } \frac{W-\varepsilon}{kT} \gg 0\right). \quad (8c)$$

При абсолютном нуле мы получаем:

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}(\varepsilon - W)\,dW \quad \text{для } W < \bar{\varepsilon}, \tag{9a}$$

$$N(W)\,dW = 0 \quad \text{для } W > \bar{\varepsilon}. \tag{9b}$$

Различие в виде функций $F(\varepsilon)$ и $N(W)$ иллюстрировано на рис. 1, где они даны для абсолютного нуля (сплошные линии) и для температуры 1000° К (пунктир). W и ε нанесены в одинаковом масштабе, но масштабы для отложенных по оси ординат $F(\varepsilon)$ и $N(W)$ взяты совершенно разные.

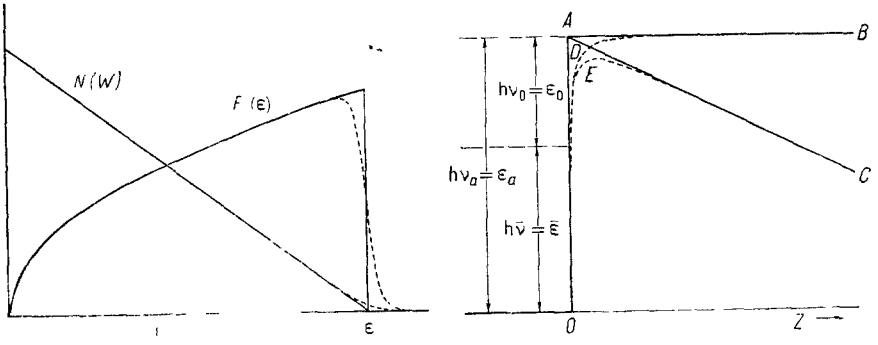

Рис. 1. Рис. 2.

Рис. 1. Распределение Ферми для электронов при абсолютном нуле (сплошная линия) и 1000° К (пунктир): $F(\varepsilon)d\varepsilon$ есть число электронов с энергией в пределах от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$, $N(W)dW$ — число электронов с нормальной составляющей энергии в пределах от W до $W + dW$ и падающих на единицу поверхности в единицу времени. При $T > 0$°К, согласно уравнению (9), $N(W)$ при любом значении W должно быть больше, чем при $T = 0$. Площадь кривой $N(W)$ равна числу электронов, упавших на поверхность за промежуток времени, равный 1 сек., и должна возрастать с температурой. Нордгейм [11] проводит кривую при $T > 0$ так, что она оказывается ниже кривой для $T = 0$ при значении W, немного меньшем ε, и приближается к последней при уменьшении W. Подобную же ошибку повторили и другие авторы (A. L. Hughes a. L. A. Du Bridge, Photoelectric Phenomena, Mc Graw Hill, New York 1932; S. Dushmann, Rev. Mod. Phys. 2, 381, 1930.

Рис. 2. Два рода потенциальных барьеров у поверхности металла. OAB — ступенчатый барьер в отсутствие внешнего поля, OAC — он же при наличии ускоряющего внешнего поля; ODB и OES суть барьеры, создаваемые силами электрического изображения соответственно при отсутствии и наличии ускоряющего поля.

Для определения коэфициента пропускания поверхности [12] $D(W)$ необходимо задать форму потенциального барьера, удерживающего электроны в металле; затем следует определить волновую функцию как внутри, так и вне металла. Обычно волновая функция нормируется так, чтобы плотность тока, направленного перпендикулярно к поверхности, из металла наружу, была равна единице, и пишутся функции с неопределенными коэфициентами, соответствующие проходящей электронной волне, выходящей из металла наружу, и отра-

женной волне, возвращающейся внутрь металла. Коэфициенты должны быть подобраны таким образом, чтобы полная волновая функция и ее первая производная были всюду непрерывны. Этих условий достаточно для определения коэфициентов в выражениях для проходящего и для отраженного лучей. Коэфициент пропускания равен квадрату абсолютной величины коэфициента в члене, соответствующем проходящему лучу, коль скоро аналогичная величина для падающего луча нормирована к единице. Получаемый таким образом коэфициент пропускания, будучи функцией нормальной энергии электрона W, зависит от формы выбранного потенциального барьера.

Простейшей формой потенциального барьера является внезапное возрастание потенциала от его значения внутри металла до значения на бесконечности (OAB на рис. 2). Более близок к действительности барьер, удовлетворяющий уравнению:

$$V = h\nu_a - \frac{e^2}{4z} \text{ (для } z > z'), \tag{10}$$

которое выводится в предположении, что на расстояниях, больших чем z' (z' порядка атомных размеров), вылетающий электрон испытывает действие силы притяжения к своему электрическому изображению в металле. Соответствующая кривая обозначена на рис. 2 буквами ODB. В обоих случаях разность потенциалов внутри металла и вне его равна $h\nu_a = \varepsilon_a$. Из предыдущего ясно, что ε_a равно сумме ε, т. е. наибольшей энергии электрона в распределении Ферми, и ε_0 — работы выхода, т. е. работы, которую нужно затратить для вырывания из металла электрона, обладающего максимальной энергией ε:

$$\varepsilon_a = \varepsilon + \varepsilon_0; \qquad = h\nu_a \; h\nu + h\nu_0. \tag{11}$$

Вычисления Нордгейма и других показали, что для обоих барьеров $D(W) = 0$, если $W < h\nu_a$ и $D(W)$ быстро возрастает до единицы при $W > h\nu_a$. Для значения $W - h\nu_a$, соответствующего 0,1 электрон-вольту, имеем $D(W) > 0{,}99$.

(x) Мы ограничимся здесь тем, что произведем расчет для первого случая как наиболее простого. Итак, пусть имеется потенциальный барьер, определенный равенствами:

$$V = 0 \text{ при } x < 0, \; V = V_0 \text{ при } x > 0, \; V_0 > 0.$$

Другими словами, при $x = 0$ мы имеем прямоугольную ступеньку, высота которой равна V_0. От y и z потенциал не зависит, т. е. наша задача — одномерная. Тогда волновая функция электронов, имеющих энергию W, будет иметь вид:

I. $W > V_0$:

a) $x < 0 \qquad \psi = A(W) e^{i \frac{2\pi p}{h} x} + B(W) e^{-i \frac{2\pi p}{h} x}$,

b) $x > 0 \qquad \psi = C(W) e^{i \frac{2\pi p_0}{h} x}$.

II. $W < V_0$:

$$\text{a)}\ x < 0 \qquad \psi = A'(W)\, e^{i\frac{2\pi p}{h}x} + B'(W)\, e^{-\frac{2\pi p}{h}x},$$

$$\text{b)}\ x > 0 \qquad \psi = C'(W)\, e^{\frac{2\pi p_0'}{h}x}.$$

$$p = \sqrt{2mW} \qquad (m \text{ — масса электрона}),$$

$$p_0 = \sqrt{2m(W - V_0)}, \qquad p_0' = \sqrt{2m(V_0 - W)}.$$

(Множители, зависящие от времени, нами опущены.)

Вспоминая статистическое толкование волновой функции и подставляя последнюю в квантово-механическое выражение для плотности тока $\mathfrak{i} = \frac{eh}{4\pi i m}\left(\psi\frac{d\bar{\psi}}{dx} - \bar{\psi}\frac{d\psi}{dx}\right)$, мы убеждаемся, что первый член в выражениях для ψ при $x < 0$ соответствует движению электронов с импульсом p от $x = -\infty$ к барьеру, причем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную x-оси, проходят $\frac{p}{m} A(W)\overline{A(W)}$ электронов [численное значение коэфициента $A(W)$ зависит от того, как мы условимся производить нормировку волновой функции]. В случае I часть этих электронов, числом $\frac{pB(W)\overline{B(W)}}{m}$, отразится от барьера и будет двигаться обратно от барьера к $x = -\infty$ с импульсом $-p$ [см. второй член в формуле (Ia)], а остальные $\frac{p_0 C(W)\overline{C(W)}}{m}$ электронов будут продолжать движение в том же направлении, т. е. от барьера к $x = +\infty$, с импульсом, равным p_0 [см. формулу (Ib)]. В случае II вероятность найти электрон где-либо правее барьера будет быстро стремиться к нулю с увеличением расстояния [см. формулу (IIb)]. Нетрудно формально убедиться в том, что плотность тока будет одинакова по обе стороны барьера, т. е. что число падающих частиц равно сумме чисел отраженных и прошедших частиц. Действительно, умножая уравнение Шредингера $\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W - V)\psi = 0$ на $\bar{\psi}$, его комплексно-сопряженное выражение — на ψ, вычитая из одного другое и интегрируя результат по x, мы получаем: $\psi\frac{d\bar{\psi}}{dx} - \bar{\psi}\frac{d\psi}{dx} = \text{const}$; т. е. $\mathfrak{i} = \text{const}$. Вычисляя в случае II плотность тока в точках $x = -\infty$ и $x + \infty$ и приравнивая результаты, мы убедимся, что $A(W)\overline{A(W)} = B'(W)\overline{B'(W)}$; следовательно, в этом случае все электроны, подходящие к барьеру, будут отражаться обратно.

Коэфициент пропускания $D(W)$ барьера (т. е. отношение числа прошедших барьер электронов к числу электронов, упавших на него) в случае I будет равен $\frac{p_0 C(W)\overline{C(W)}}{p\ A(W)\overline{A(W)}}$, а в случае II — нулю.

Коэфициент отражения $R(W)$ барьера (определение вполне аналогично) в случае I равен $\frac{B(W)\overline{B(W)}}{A(W)\overline{A(W)}}$, а в случае II — единице.

Отношение коэфициентов волновой функции легко может быть найдено из условия непрерывности ψ и $\frac{d\psi}{dx}$ в точке $x=0$. Мы получаем:

$$A(W)+B(W)=C(W)$$

и

$$p\ \{A(W)-B(W)\}=p_0\,C(W),$$

и, следовательно,

$$A(W)=\frac{C(W)}{2}\left(1+\frac{p_0}{p}\right)$$

и

$$B(W)=\frac{C(W)}{2}\left(1-\frac{p_0}{p}\right).$$

Отсюда имеем для случая I:

$$D(W)=\frac{4\frac{p_0}{p}}{\left(1+\frac{p_0}{p}\right)^2}$$

и

$$R(W)=\left(\frac{1-\frac{p_0}{p}}{1+\frac{p_0}{p}}\right)^2.$$

Легко видеть, что при возрастании $W-V_0$ от нуля вверх $D(W)$ очень быстро возрастает, стремясь к единице. (x)

Если к поверхности приложено ускоряющее поле, потенциальный барьер OAB получает форму OAC, а барьер ODB — форму OEC. В первом случае приложенное поле не должно влиять на максимальную высоту барьера, во втором же случае оно уменьшает высоту барьера и соответственно эффективную работу выхода. Как и в случае отсутствия внешнего поля, $D(W)\to 1$, когда W превышает наибольшую высоту барьера, но в случае, когда W меньше вершины барьера, $D(W)$ остается конечным, хотя и малым. Эта возможность прохождения электрона из одной классически дозволенной области в другую через область, где его энергия отрицательна, объясняет испускание электронов холодными металлическими поверхностями в сильных полях, равно как и некоторые другие явления, которых классическая теория не была в состоянии объяснить.

(x) Качественно в наличии этого, не имеющего аналога в классической механике эффекта нетрудно убедиться, рассматривая барьер в форме прямоугольной стенки ширины a, поставленной перпендикулярно x-оси:

$$V=0 \text{ при } x<0;\ V=V_1 \text{ при } 0<x<a;$$
$$V=V_0 \text{ при } x>a;\ V_1>V_0>0,$$

Если $W < V_0$, то в пространстве правее $x = a$ волновая функция будет опять убывать по экспоненциальному закону и $D(W)$ будет равно нулю. Если же $V_0 < W < V_1$, то мы будем иметь:

$$\psi(x) = A_1(W)\, e^{i\frac{2\pi p}{h}x} + A_2(W)\, e^{-i\frac{2\pi p}{h}x} \quad (\text{при } x < 0),$$

$$\psi(x) = B_1(W)\, e^{\frac{2\pi p'}{h}} + B_2(W) e^{\frac{2\pi p'}{h}x} \quad (\text{при } 0 < x < a),$$

$$\psi(x) = C(W)\, e^{i\frac{2\pi p_0}{h}x} \quad (\text{при } x > a),$$

причем $p' = \sqrt{2m(V_1 - w)}$, а p и p_0 имеют те же значения, что и в случае ступенчатого барьера. Определяя отношение коэфициентов волновой функции из условия непрерывности ψ и $\frac{d\psi}{dx}$ в точках $x = 0$ и $x = a$, мы получаем для $D(W)$ довольно сложное выражение, отличное от нуля при любой конечной ширине и высоте барьера. Аналогичным образом нетрудно разобрать тот случай, когда $W > V_1$: при возрастании W от V_1 к бесконечности $D(W)$ стремится к единице, но не монотонно, как в случае ступенчатого барьера, а колеблясь. (x)

Подставляя значения $N(W)\,dW$ и $D(W)$ в уравнение (5) и интегрируя, можно получить уравнение Ричардсона для термоэлектронной эмиссии и эмпирически найденное уравнение для аутоэлектронного эффекта.

Проблема фотоэлектрического испускания оказывается более сложной, поскольку здесь необходимо определять влияние падающего света на распределение электронов по скоростям и пользоваться полученной новой функцией распределения для определения испускания. Задача разбивается на следующие этапы: 1) написать уравнение для света, проникающего внутрь металла; 2) определить вероятность того, что электрон с составляющими скорости ξ, η, ζ поглотит квант света частоты ν и получит окончательно нормальную составляющую энергии, равную W' (эта вероятность будет зависеть, среди прочих факторов, от ξ, η, ζ, ν, интенсивности и поляризации света и характера электростатического поля в окрестности электрона), 3) вычислить $N'(W')\,dW'$, т. е. число возбужденных электронов с нормальной составляющей энергии, лежащей в пределах между W' и $W' + dW'$, которые падают на единицу поверхности в единицу времени. Плотность тока эмиссии будет равна:

$$I = \int_0^\infty N'(W')\, D(W')\, d(W'). \tag{12}$$

Поскольку точного решения по этой схеме получить невозможно, существующие теории принуждены прибегать к различным способам приближений. Мы дадим краткий очерк наиболее важных из них.

2. Способ Венцеля. В решении задачи о фотоэлектрическом испускании, данном Венцелем [13], взаимодействие излучения и электронов впервые трактовалось квантово-механическим путем. Венцель рассматривает свободные электроны, заключенные в прямоугольный кусок металла со сторонами, равными l_1, l_2, l_3, волновая функция внутри этого „ящика" равна*:

$$\psi_0 = u_0 e^{\frac{2\pi i}{h}(mc^2 + \varepsilon_0)t}, \tag{13a}$$

где

$$u_0 = \left(\frac{8}{l_1 l_2 l_3}\right)^{1/2} \sin k_1 x \cdot \sin k_2 y \cdot \sin k_3 z, \tag{13b}$$

$$k_j = \frac{\pi n_j}{l_j}, \quad j = 1, 2, 3, \; n_j = 1, 2, \ldots, \tag{13c}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{h^2 k^2}{8\pi^2 m}, \; k^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2. \tag{13d}$$

Здесь ε_0 — кинетическая энергия электрона до возбуждения светом. Венцель предполагает, далее, что свет обладает в металле классическим затуханием с коэфициентом поглощения α, так что электрический вектор световой волны в металле, где координата z положительна, дается выражением**:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 e^{-\alpha z} \cos\{2\pi\nu t - (\mathfrak{K}\mathfrak{r})\}. \tag{14}$$

Таким предположением он пытался преодолеть трудности, связанные с законом сохранения количества движения. На указанном обстоятельстве мы еще остановимся подробнее ниже, в связи с теорией Тамма и Шубина.

Венцель рассматривает электрический вектор как причину возмущения волновой функции электрона (13a) и получает новую волновую функцию:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1. \tag{15}$$

(x) Классическая энергия возмущения рассматриваемой задачи равна $H' = -e\mathfrak{A}\mathfrak{v}$, где e — заряд электрона, $\mathfrak{A}$ — векторный потен.

---

* Равенства (13) представляют решение уравнения Шредингера $\Delta\psi_0 + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - V)\psi_0 = 0$, где $E > V = \text{const}$, с условиями $\psi_0 = 0$ на границах ящика и с нормировочным условием $\int_{x=0}^{l_1}\int_{y=0}^{l_2}\int_{z=0}^{l_3} \bar{\psi}_0 \psi_0 \, dx\, dy\, dz = 1$ (принимается, что вне „ящика" всюду $\psi_0 = 0$, что, строго говоря, верно только при наличии бесконечно высоких потенциальных барьеров на границах „ящика"). Уравнение решается элементарным путем (посредством разделения переменных). — *С. Ч.*

** В формуле (14) $\mathfrak{K}$ есть вектор волнового числа, по величине равный $\frac{2\pi\nu}{C}$. Поверхность металла, на которую падает свет, совпадает с (xy)-плоскостью. — *С. Ч.*

циал световой волны, $\mathfrak{v}$ — скорость электрона. Соответствующий квантовый оператор получаем обычной заменой $\mathfrak{v}$ на $\frac{h}{2\pi\, im}$ grad, т. е. $H' = -\frac{eh}{2\pi\, im}\,\mathfrak{A}\,\mathrm{grad}$.

Для невозмущенной системы имеем волновое уравнение:

$$\frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial\psi_0}{\partial t} = H_0\,\psi_0, \tag{15a}$$

где

$$H_0 = -\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta + mc^2$$

(постоянный потенциал внутренности металла мы считаем включенным в mc^2).

Для возмущенной системы получаем:

$$\frac{h}{2\pi i}\,\frac{d\psi}{dt} = H_0\psi + H'\psi = H_0\psi - \frac{eh}{2\pi\, im}\,\mathfrak{A}\,\mathrm{grad}\,\psi, \tag{15b}$$

причем $\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial t} = \mathfrak{E}$, откуда, принимая во внимание (14), находим:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{4\pi i\nu}\,\mathfrak{E}_0 e^{-\alpha z}\left(e^{i[2\pi\nu t - (\mathfrak{K}\mathfrak{r})]} - e^{-i[2\pi\nu t - (\mathfrak{K}\mathfrak{r})]}\right). \tag{15c}$$

Подставляя в уравнение (15b) вместо ψ его выражение (15), а вместо $\mathfrak{A}$ — его выражение (15c) (причем второй член этого выражения отбрасывается, так как он не вызывает фотоэффекта), мы получим, если принять еще во внимание уравнение (15a) и пренебречь членом второго порядка малости $H'\psi_1$, уравнение, из которого определяется поправка первого порядка ψ_1: (x)

$$\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta\psi_1 + \frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial\psi_1}{\partial t} - mc^2\psi_1 =$$
$$= \frac{eh}{8n^2 m\nu}\,e^{\alpha z - i(\mathfrak{K}\mathfrak{r}) + 2\pi i\nu t}\,(\mathfrak{E}_0\,\mathrm{grad}\,\psi_0). \tag{16}$$

(x) Поправка ψ_1 ищется в виде разложения в ряд:

$$\psi_1 = \sum_{m_1 m_2 m_3} a_{m_1 m_2 m_3}(t)\, e^{2\pi i\left(\frac{m_1 x}{l_1} + \frac{m_2 y}{l_2} + \frac{m_3 z}{l_3}\right)}\, e^{\frac{2\pi i}{h}(mc^2 + \varepsilon)\,t} =$$
$$= \sum_{\mathfrak{k}} a\,(\mathfrak{k}, t)\, e^{i\,(\mathfrak{k}\mathfrak{r}) + \frac{2\pi i}{h}(mc^2 + \varepsilon)}, \tag{16a}$$

где

$$\varepsilon = \frac{h^2|(\mathfrak{k})|^2}{8\pi^2 m}, \quad \mathfrak{k}_x = 2\pi\frac{m_1}{l_1}, \quad \mathfrak{k}_y = 2\pi\frac{m_2}{l_2}, \quad \mathfrak{k}_z = 2\pi\frac{m_3}{l_3}$$

и коэфициенты разложения считаются зависимыми от времени. Коль скоро $\mathfrak{E} = 0$, все $a(\mathfrak{k}, t) = 0$, но с момента включения освещения ($t = 0$) они начинают медленно изменяться. Чтобы найти в пер-

вом приближении это изменение, достаточно подставить предыдущее выражение в уравнение (16). Мы находим:

$$\frac{h}{2\pi i}\sum_{R}\frac{da(\mathfrak{k}_1 t)}{dt}\cdot e^{i(\mathfrak{k}\mathfrak{r})+\frac{2\pi i}{h}(mc^2+\varepsilon)t}=$$

$$=\frac{eh}{8\pi^2 m\nu}e^{-\alpha z-i(\mathfrak{K}\mathfrak{r})}\cdot(\mathfrak{E}_0\,\mathrm{grad}\,u_0)\cdot e^{\frac{2\pi i}{h}(h\nu+mc^2+\varepsilon_0)t},$$

а это есть не что иное, как разложение в ряд Фурье выражения, стоящего в правой части уравнения, причем коэфициенты Фурье равны:

$$\frac{h}{2\pi i}\frac{da(\mathfrak{k}\mathfrak{r})}{dt}=$$

$$=\frac{1}{l_1 l_2 l_3}\frac{eh}{8\pi^2 m\nu}\int_0^{l_1}\int_0^{l_2}\int_0^{l_3}dx\,dy\,dz\,e^{-\alpha x-i[(\mathfrak{K}+\mathfrak{k})\mathfrak{r}]}(\mathfrak{E}_0\,\mathrm{grad}\,u_0)\times$$

$$\times e^{\frac{2\pi i}{h}(h\nu+\varepsilon_0-\varepsilon)t}.$$

Интегрируя по t, имеем:

$$a(\mathfrak{k},t)=\frac{1}{l_1 l_2 l_3}\frac{eh}{8\pi^2 m\nu}\frac{e^{\frac{2\pi i}{h}(h\nu+\varepsilon_0-\varepsilon)t}-1}{h\nu+\varepsilon_0-\varepsilon}\times$$

$$\times\int_0^{l_1}\int_0^{l_2}\int_0^{l_3}dx\,dy\,dz\,e^{-\alpha z-i[(\mathfrak{K}+\mathfrak{k})\mathfrak{r}]}(\mathfrak{E}_0\,\mathrm{grad}\,u_0).\ \text{(x)}\qquad(16b)$$

Согласно теории, $|\psi|^2$ дает вероятность поглощения кванта энергии $h\nu$ электроном с начальной энергией ε_0. Это выражение должно быть проинтегрировано по всему объему и просуммировано по всем значениям начальной энергии ε_0.

(x) Действительно, квантовая механика учит, что квадраты модулей коэфициентов $a(\mathfrak{k}, t)$ разложения (16a) равны с точностью до множителя, определяемого из соображений нормировки тех функций, по которым ведется разложение, вероятности того, что в момент времени t (мало отличающийся от $t=0$) электрон, имевший в невозмущенном состоянии энергию ε_0, окажется в состоянии с энергией $\varepsilon=\frac{h^2(\mathfrak{k})^2}{8\pi^2 m}$. Полная вероятность возбуждения электрона будет равна $P=l_1 l_2 l_3\sum_k[a(\mathfrak{k})]^2$ (если учесть нормировочный множитель), что, в свою очередь, равно $\int\int\int dx\,dy\,dz\,|\psi_1|^2$ (согласно теореме замкнутости). Мы можем также писать:

$$P=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\int\int d\mathfrak{k}_x d\mathfrak{k}_y d\mathfrak{k}_z\,|a(\mathfrak{k})|^2,\qquad(16c)$$

заменяя суммирование по точкам m_1, m_2, m_3 [см. формулу (16a)] интегрированием по пространству импульсов. Чтобы фактически вы-

числить это выражение, необходимо предварительно определить $a(\mathfrak{k})$ по формуле (16b), где при интегрировании можно считать, что $e^{-\alpha l_3}=0$ (т. е. что слой металла достаточно толст), а найдя $a(\mathfrak{k})$, взять тройной интеграл по пространству импульсов. Этот расчет сравнительно сложен, почему мы его и не приводим. (x)

Венцель предполагает затем, что все электроны, обладающие энергией, достаточной для вылета из металла, действительно выходят наружу независимо от направления своего движения, так что коэфициент пропускания D равен единице, если только $\varepsilon_0+h\nu>h\nu_a$.

(x) Чтобы вычислить полный фототок, нужно просуммировать выражение P по всем электронам, удовлетворяющим последнему неравенству; другими словами, в пространстве импульсов нужно взять интеграл

$$\frac{2l_1l_2l_3}{\pi^3}\int\int\int dk_1\,dk_2\,dk_3\,P,$$

распространив его на шаровой слой, ограниченный радиусами k' и $\bar{k}$, где $\bar{k}$ имеет тот же смысл, что и в формуле (5c), а k' соответствует электрону, начальная энергия которого, сложенная с энергией фотона, как раз достаточна для вырывания из металла, т. е. $\varepsilon_0+h\nu=h\nu_a$; легко видеть, что $k'=\sqrt{\frac{8\pi^2m(\nu_a-\nu)}{h}}$. (x)

В конечном результате Венцель получает формулу:

$$I\sim\left[\nu^{5/2}-(\nu_a-\nu)^{5/2}\right]\nu^{-7/2}E_z^2+\frac{1}{14}\left[\nu^{7/2}(\nu_a-\nu)^{7/2}\right]\nu^{-9/2}\left[3E_z^2+2E_x^2+2E_y^2\right]+\ldots \tag{17}$$

Здесь E_x, E_y, E_z суть составляющие электрического вектора, причем составляющая E_z направлена перпендикулярно к поверхности.

Хаустон [14] строго показал, что только те электроны могут выйти из металла, которые после своего последнего столкновения внутри металла имеют нормальную к поверхности составляющую энергии, превосходящую ε_a. Он выводит формулу:

$$I\sim\left(\frac{\bar{\nu}}{\nu}\right)^{1/2}\left\{\frac{E_z^2}{\nu}\left(1+\frac{\nu}{2\nu}\right)+\frac{E_x^2+E_y^2}{3\nu}\left[\frac{\nu-\nu_0}{\nu}\right]\right\}\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu}\right)^2. \tag{18}$$

Учитывая поправку Хаустона, Венцель [15] изменяет свою формулу, которая принимает вид:

$$I\sim\nu^{-7/2}\left\{\frac{1}{3}\bar{\nu}\left[\bar{\nu}^{3/2}(\nu_a-\nu)^{3/2}\right]-\frac{1}{5}\left(\bar{\nu}^{5/2}-(\nu_a-\nu)^{5/2}\right)\right\}E_z^2+\ldots \tag{19}$$

Несмотря на большое различие в уравнениях (18) и (19), соответствующие им кривые распределения сходны по форме.

Важнейшие особенности кривых спектральной чувствительности, получаемых по уравнениям (18) и (19), заключаются в том, что 1) кривые встречают в точке $\nu = \nu_0$ ось абсцисс, образуя с нею конечный угол; 2) кривые обладают максимумом в области $\nu_a > \nu_{max} > \nu_0$; 3) уравнения показывают, что составляющая E_z в большей степени способствует вырыванию электрона, нежели E_x или E_y. Хотя эти кривые и образуют с осью абсцисс при $\nu = \nu_0$ угол конечной величины, их вид в области бо́льших частот вполне соответствует экспериментальным кривым.

3. Теория Фрелиха для тонких слоев. Фрелих[16] указал на ограниченность наших знаний о поведении света внутри металла. Он предпочел поэтому рассматривать слой, толщина которого достаточно тонка для того, чтобы поглощением света в металле можно было пренебречь. Этим путем он исключает множитель, содержащий коэфициент поглощения α, из уравнения для электрического вектора световой волны в металле [см. ур. (16)].

Он разделяет пространство на три части: I) внути слоя; II) вне слоя, на стороне падающего излучения (направление положительной z-оси) и III) сзади слоя (направление отрицательной z-оси); для этих трех областей он получает соответственно волновые функции:

$$1)\quad u_0 = 2a \cos k_3 z \sin k_1 x \sin k_2 y, \tag{20a}$$

$$2)\quad u_0 = b e^{ipz} \sin k_1 x \sin k_2 y, \tag{20b}$$

$$3)\quad u_0 = b e^{-ipz} \sin k_1 x \sin k_2 y, \tag{20c}$$

причем тонкий слой предполагается прямоугольным, со сторонами l_1 и l_2 и толщиной l_3. Здесь $\frac{hk_j}{2\pi m}$ — классическая скорость в направлениях x-, y- и z-осей, соответственно при значениях j, равных 1, 2 и 3; далее,

$$p^2 = k_3^2 - \frac{8\pi^2 m \nu_a}{h}, \tag{21a}$$

$$b = 2a \cos k_3 l_3 e^{-ipl_3}, \tag{21b}$$

$$a = (2 l_1 l_2 l_3)^{-\frac{1}{2}}. \tag{21c}$$

(x) Нетрудно вывести формулы (21a) — (21c).

Пусть потенциал в области I равен $V_0 = \text{const}$, в области II и III равен $V_0 + h\nu_a$, причем (xy)-плоскость параллельна поверхностям, ограничивающим слой металла, и лежит посредине между ними. Пусть, далее, $2l_3$ — толщина слоя, l_1 и l_2 — его длина и ширина. На границах $x = 0$, l_1, $y = 0$, l_2 предполагается наличие бесконечно высоких потенциальных барьеров. В силу того, что потенциал зависит только от z, переменные в уравнении Шредингера $\Delta u_0 + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(\varepsilon_0 - V)\, u_0 = 0$ разделяются, и можно положить:

$u_0 = X(x)\,Y(y)\,Z(z)$. Принимая во внимание пограничные условия, мы получаем:

$$\left.\begin{aligned} X(x) &= \sin k_1 x, \quad k_1 = \frac{\pi n_1}{l_1}, \\ Y(y) &= \sin k_2 y, \quad k_2 = \frac{\pi n_2}{l_2} \end{aligned}\right\} n_1,\ n_2 = 0, 1, 2, \ldots \tag{21d}$$

$$\left[k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = k^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2}(\varepsilon_0 - V)\right].$$

Для $Z(z)$ получается:

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + k_3^2 Z(z) = 0 \text{ в области I,}$$

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + p^2 Z(z) = 0 \text{ в областях II и III.}$$

В невозбужденном состоянии $p^2 < 0$ и $p = i\sqrt{\frac{8\pi^2 m}{h}\varepsilon_0 - k_3^2}$.

Пограничные условия $Z(z) = 0$ при $\pm\infty$ дают:

$$\left.\begin{aligned} Z(z) &= a_1 e^{ik_3 z} + a_2 e^{-ik_3 z} && \text{(в. области I),} \\ Z(z) &= b_1 e^{ipz} && \text{(в области II),} \\ Z(z) &= b_2 e^{-ipz} && \text{(в области III).} \end{aligned}\right\} \tag{21e}$$

Условия непрерывности $Z(z)$ и $\frac{dZ(z)}{dz}$ при $z = \pm l_3$ дают однородную систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными a_1, a_2, b_1, b_2, откуда могут быть определены $\frac{a_2}{a_1}$, $\frac{b_1}{a_1}$, $\frac{b_2}{a_1}$. Система может иметь отличные от нуля решения только в случае, если ее определитель

$$\begin{vmatrix} e^{ik_3 l_3} & e^{-ik_3 l_3} & e^{ipl_3} & 0 \\ e^{ik_3 l_3} & -e^{-ik_3 l_3} & \frac{p}{k_3} e^{ipl_3} & 0 \\ e^{-ik_3 l_3} & e^{ik_3 l_3} & 0 & e^{ipl_3} \\ e^{-ik_3 l_3} & -e^{ik_3 l_3} & 0 & -\frac{p}{k_3} e^{ipl_3} \end{vmatrix}$$

равен нулю. Раскрывая определитель, получаем трансцендентное уравнение $\operatorname{tg} k_3 l_3 = -\frac{ip}{k_3}$, решения которого суть дозволенные значения k_3. Теперь однородная система дает:

$$a_1 = a_2 = a, \quad b_1 = b_2 = b = 2a \cos k_3 l_3 e^{-ipl_3}. \tag{21f}$$

Подставляя (21f) в систему (21e), убеждаемся в справедливости уравнений (20a) и (21b). Равенство (21c) следует из условия нормировки:

$$\int_{\infty}^{\infty} dz \int_0^{l_2} dy \int_0^{l_1} dx\, |u(xyz)|^2 = 1. \tag{x}$$

Далее Фрелих трактует, подобно Венцелю, действие света как возмущение и определяет число электронов, которые после

возбуждения светом приобретают энергию и направление, позволяющие им выйти из металла наружу.

(x) Исходным уравнением в этом расчете является снова уравнение (15b); в выражении (14) для электрического вектора в металле теперь опускается вещественный экспоненциальный множитель, учитывающий поглощение света. Решение ищется в виде:

$$\psi = \psi_0 + \lambda_1\psi_1 + \lambda_2\psi_2 + \lambda_3\psi_3, \tag{21g}$$

где $\lambda_i = \frac{e}{h\nu}\mathfrak{E}_i$ (под ψ мы подразумеваем теперь полную волновую функцию). Если подставить (21g) в уравнение (15b), то нетрудно получить, пренебрегая квадратами малых величин λ_i, три следующих уравнения:

$$\Delta\psi_i + \frac{4\pi i m}{h}\frac{\partial\psi_i}{\partial t} - \frac{8\pi^2 m}{h^2}V(z)\psi_i = \frac{\partial u_0}{\partial x_i}\cdot\left\{e^{-i(\mathfrak{K}\mathfrak{r})-\frac{2\pi i}{h}(\varepsilon_0+h\nu)t} + e^{i(\mathfrak{K}\mathfrak{r})-\frac{2\pi i}{h}(\varepsilon_0-h\nu)t}\right\};$$

здесь u_0 — не зависящий от времени множитель невозмущенной волновой функции; $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$. В стационарном состоянии мы должны иметь:

$$\psi_i = \varphi^+ e^{-\frac{2\pi i}{h}(\varepsilon_0+h\nu)t} + \varphi_i^- e^{-\frac{2\pi i}{h}(\varepsilon_0-h\nu)t},$$

где φ_i^+ и φ^- не содержат времени. Второй член не имеет значения для фотоэффекта и может быть отброшен. Тогда для $\varphi_i^+ = \varphi$ мы получим уравнение:

$$\Delta\varphi_i + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[\varepsilon_0 + h\nu - V(z)]\varphi_i = \frac{\partial u_0}{\partial x_i}e^{-i(\mathfrak{K}\mathfrak{r})},$$

которое можно еще упростить, считая, что $\mathfrak{K}$ мало по сравнению с $\mathfrak{k}$, и отбрасывая в связи с этим справа показательный множитель. Подставляя сюда U_0 из решений (20), мы получаем, например, для φ_3 следующие уравнения:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{В области I:}\\
&\Delta\varphi_3 + \left(k^2 + \frac{8\pi^2 m}{h}\nu\right)\varphi_3 = -2ak_3\sin k_3 z\sin k_2 y\sin k_1 x.\\
&\text{В области II:}\\
&\Delta\varphi_3 + \left(k^2 + \frac{8\pi^2 m}{h}(\nu-\nu_a)\right)\varphi_3 = ipbe^{ipz}\sin k_2 y\sin k_1 x.\\
&\text{В области III:}\\
&\Delta\varphi_3 + \left(k^2 + \frac{8\pi^2 m}{h}(\nu-\nu_a)\right)\varphi_3 = -ipbe^{-ipz}\sin k_2 y\sin k_2 x.
\end{aligned}\right\} \tag{21h}$$

Написанные уравнения могут быть решены точно, путем разделения переменных, которое возможно благодаря тому, что неоднородный член удовлетворяет пограничным условиям для x и y. Аналогичным образом могут быть решены уравнения для φ_1 и φ_2.

В детали этих довольно несложных вычислений мы входить, однако, не будем.

Окончательное решение получается в виде:

$$\psi = u_0 e^{-\frac{2\pi i}{h}\varepsilon_0 t} + (\lambda_1\varphi_1 + \lambda_2\varphi_2 + \lambda_3\varphi_3) e^{-\frac{2\pi i}{h}(\varepsilon_0 + h\nu)t}. \quad (21i)$$

Силу фототока Фрелих находит, подставляя (21i) в формулу:

$$I = \frac{eh}{4\pi m i}\int_0^{l_1}\int_0^{l_2}\left(\psi\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x} - \bar{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)dx\,dy$$

и производя суммирование по всем электронам подобно тому, как это делает Венцель. (x)

В результате получаются следующие уравнения.

Для $\nu_0 < \nu < \nu_a$:

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{e^2\nu_a^2\nu E_z^2}{16\pi h^2}\nu^{-4}\left\{A_1\frac{\nu-\nu_0}{\nu_a} + A_2\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_a}\right)^2 + \ldots\right\}, \\ \text{где} \\ A_1 &= -\frac{7\nu_0}{\nu_a} + \left(\frac{21}{2} - \frac{7}{2}\frac{\nu}{\nu_a}\right)\frac{\nu}{\nu_a} - \left(\frac{21}{8} + \frac{5}{4}\frac{\nu}{\nu_a}\right)\left(\frac{\nu}{\nu_a}\right)^2 + \ldots, \\ A_2 &= \left(-\frac{11}{2} + \frac{2\nu}{\nu_a}\right) + \left(3 + \frac{3}{4}\frac{\nu}{\nu_a}\right)\frac{\nu}{\nu_a} + \left(\frac{9}{16} + \frac{11}{8}\frac{\nu}{\nu_a}\right)\left(\frac{\nu}{\nu_a}\right)^2 + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (22a)$$

Для $\nu > \nu_a$:

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{e^2\nu_a^2\nu E_z^2}{16\pi h^2}\nu^{-4}\{B_1 + B_2 + \ldots\}, \\ \text{где} \\ B_1 &= \left(\frac{1}{2}\frac{\nu_a}{\nu} - 1\right)\frac{\nu}{\nu_a} + \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{8}\frac{\nu_a}{\nu}\right) + \\ &+ \left(\frac{7}{4} - \frac{3}{8}\frac{\nu_a}{\nu}\right)\frac{\nu_a}{\nu} - \frac{3}{2}\left(\frac{\nu_a}{\nu}\right)^2 + \ldots, \\ B_2 &= \left(-2 + \frac{\nu}{\nu}\right) + \left(\frac{15}{4}\frac{\nu}{\nu_a} - \frac{9}{16}\right)\frac{\nu_a}{\nu} + \\ &+ \left(\frac{21}{16} - \frac{5}{8}\frac{\nu}{\nu_a}\right)\left(\frac{\nu_a}{\nu}\right)^2 + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (22b)$$

Общий вид кривых спектральной чувствительности остается тот же, что у Венцеля и Хаустона. Но распределение скоростей получается другое. Согласно этой теории, наивероятнейшее значение энергии вырываемого электрона мало отличается от максимальной энергии, — явление, подтвержденное на опыте Лукирским и Прилежаевым [17], которые вообще показали, что чем тоньше слой, тем наблюденное распределение энергии ближе подходит к требуемому рассматриваемой теорией.

Положение спектральных максимумов, определенное Фрелихом с помощью его теории для некоторых щелочных металлов, хорошо согласуется с данными эксперимента. Численные значения ν были

найдены по формуле (5) в предположении, что на каждый атом приходится один свободный электрон. Для частоты спектрального порога были взяты значения не совсем точные, но во всяком случае правильного порядка. Вычисленная частота максимального испускания ν_{max} отличалась от наблюденной величины не более чем на $10^0/_0$. Наилучшее совпадение теории с опытом получилось для калия, причем экспериментальные значения частоты спектрального порога и спектрального максимума были взяты из данных Зурмана и Тейссинга[18] для пленки дестиллированного калия на платине. Вычисленное ν_{max} было, примерно, на $5^0/_0$ меньше соответствующей экспериментальной величины.

(x) Поскольку теория не учитывает поверхностной структуры металла, мы вправе ожидать хорошего согласия с опытом лишь в том случае, когда длины де-бройлевских волн вылетающих электронов достаточно велики, чтобы поверхность металла можно было считать вполне гладкой, или, другими словами, когда работа выхода поверхности металла достаточно мала. Отсюда становится понятно, почему теория дает хорошее согласие с экспериментом для щелочных металлов, которые обладают, как известно, особенно малой работой выхода. (x)

4. Теория Тамма и Шубина. Вычисления Фрелиха были в основных чертах, независимо от него, повторены Таммом и Шубиным[19], которые, однако, пошли дальше и дали более удовлетворительное истолкование ряду экспериментальных результатов. Тамм и Шубин указывают, что свободный электрон не может целиком поглотить энергию светового кванта, сохраняя одновременно и энергию и импульс *. Если электрон находится в электрическом поле, то импульс может быть передан через посредство поля его источнику, в данном случае — кристаллической решетке металла. Составляющие решетку ионы обладают значительной массой, и поэтому избыточный импульс может быть передан им с малой потерей энергии.

Существует два типа полей, в которых могут находиться электроны проводимости: во-первых, поля потенциальных барьеров на

---

* Это легко может быть показано на следующем примере. Пусть фотон частоты ν, несущий импульс $\frac{h\nu}{c}$ и энергию $h\nu$, целиком поглощается электроном, находящимся в покое в пространстве, лишенном поля. Тогда условия сохранения энергии и импульса приводят к простым равенствам:

$$h\nu = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right), \quad \frac{h\nu}{c} = \frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

(m_0 — масса покоящегося электрона, v — скорость электрона после поглощения фотона), которые должны удовлетворяться одновременно. Нетрудно видеть, что это не имеет места, откуда и следует сделанное в тексте утверждение. — *С. Ч.*

границе металла, во-вторых, поля кристаллических решеток. Но поскольку последние малы по сравнению с первыми, мы вправе пренебрегать объемным эффектом, обусловленным действием решетки, при вычислении поверхностного эффекта, связанного с потенциальным барьером на поверхности металла.

Тот способ, которым Венцель пытается удовлетворить закон сохранения импульсов, не свободен от возражений. Правда, равномерно затухающая волна может быть разложена в ряд Фурье таким образом, что формально можно удовлетворить требованию одновременного сохранения и энергии и импульса в фотоэлектрических процессах. Но Тамм и Шубин[19] и позже Блох[20] обращают внимание на тот факт, что поглощение света в металле носит по сути дела фотоэлектрический, т. е. прерывный, характер. Определить влияние этой прерывности в поглощении света на результаты теории трудно. Поэтому является весьма желательным построение теории, свободной от этого недостатка.

Вычисления Фрелиха, предполагавшего, что электрический вектор световой волны не затухает в металле и что электроны внутри металла свободны, дают испускание, обусловленное поверхностным эффектом. Тамм и Шубин указывают на ошибочность делаемого Фрелихом обобщения на случай сплошного металла, которое он производит, суммируя эффекты для отдельных слоев и пользуясь одним коэффициентом поглощения для света и электронов. Этот способ предполагает, что фотоэлектрическое возбуждение внутри металла имеет тот же самый характер, что и на поверхности. Вычисленное Таммом и Шубиным испускание с поверхности толстого слоя металла оказывается равным:

$$I = \frac{e^2 \nu_a (E_z)^2}{2ch^2 \nu^4 \cos\theta} \left[(\nu\Delta)^2 (3\Delta - \nu) - (\Delta - \nu)(3\Delta + \nu) \ln \frac{\nu^{1/2} + \Delta^{1/2}}{(\Delta - \nu)^{1/2}} \right], \quad (23)$$

где $\Delta = \nu - \nu_0$, θ — угол падения света. Спектральное распределение (23) имеет тот же вид, что и распределение, найденное на опыте Зурманом и Тейссингом[21] для толстого слоя калия.

Из приведенного соотношения видно, что, хотя лишь весьма малая доля света поглощается в поверхностном слое металла, он все же доставляет большую часть фотоэлектронов в области частот, примыкающих к длинноволновой границе фотоэлектрического эффекта. Большая часть света поглощается внутри металла, но оттуда вырывается наружу лишь малое число электронов. Это может происходить либо в силу неупругих столкновений электронов в металле перед выходом из него, либо вследствие того, что внутри металла возбуждаются электроны с меньшей энергией, чем вблизи поверхности. Последнее обстоятельство должно привести к тому, что число возбужденных электронов будет велико, но энергия их будет недостаточна для вырывания.

Для определения условий поглощения света внутри металла Тамм и Шубин пользуются определенными Блохом собственными

функциями электрона, движущегося в периодическом поле решетки металла:

$$\psi_{k_1'', k_2'', k_3''} = e^{i(2\pi\nu_{k_1'' k_2'' k_3''} t - k_1'' x - k_2'' y - k_3'' z)} U_{k_1'' k_2'' k_3''}(x,y,z) \quad (24)$$

Здесь $k''^2 = k_1''^2 + k_2''^2 + k_3''^2 = \gamma\nu$; $\gamma = \frac{8\pi^2 m}{h}$, U — некая периодическая функция координат с периодом, равным постоянной решетки. k''^2 имеет размер обратной длины и пропорционально энергии рассматриваемого состояния *.

---

* Приведем вывод формулы (24), данный Блохом (F. Bloch, Zs. f. Phys. 52, 555, 1929), который решает одноэлектронную задачу для пространства с периодически изменяющимся в трех основных направлениях потенциалом. Простоты ради мы будем считать, что эти три направления взаимно перпендикулярны и совпадают соответственно с направлениями x, y и z осей нашей координатной системы (хотя тот же результат остается верен и для любого триклиномерного кристалла). Тогда условие периодичности потенциала в уравнении Шредингера

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2}{h^2}(\varepsilon - V)\psi = 0 \quad (\mathrm{I})$$

можно записать в виде:

$$V(x, y, z) = V(x + g_1 a, y + g_2 b, z + g_3 c), \quad (\mathrm{II})$$

где a, b, c — периоды изменения V в направлениях координатных осей, g_1, g_2, g_3 — произвольные целые числа.

Подстановки:

$$\left.\begin{array}{l} Rg_1 : x' = x + g_1 a, y' = y, z' = z, \\ Sg_2 : x' = x, y' = y + g_2 b, z' = z, \\ Tg_3 : x' = x, y' = y, z' = z + g_3 c \end{array}\right\} \quad (\mathrm{II})$$

принадлежат группе подстановок уравнения Шредингера нашей задачи; это значит, что если $\psi(xyz\varepsilon)$ есть решение этого уравнения, принадлежащее собственному значению ε, то и $\psi(x'y'z'\varepsilon')$ тоже является его решением, принадлежащим тому же собственному значению ε. Но всякое такое решение может быть представлено в виде линейной комбинации полного числа линейно независимых решений, принадлежащих собственному значению ε; поэтому можно писать:

$$\left.\begin{array}{l} \psi_j(x + a, y, z, \varepsilon) = \sum_k a_{kj}\varphi_k(xyz\varepsilon), \\ \psi_j(x, y + b, z, \varepsilon) = \sum_k b_{kj}\psi_k(xyz\varepsilon), \\ \psi_j(x, y, z + c, \varepsilon) = \sum_k c_{kj}\psi_k(xyz\varepsilon). \end{array}\right\} \quad (\mathrm{III})$$

Между матрицами, стоящими в правой части системы (III), и подстановками типа (II) можно установить одноднозначное соответствие. При этом элементу группы $R^{g_1} S^{g_2} T^{g_3}$ будет соответствовать произведение матриц:

$$(a_{kj})^{g_1} (b_{kj})^{g_2} (c_{kj})^{g_3}.$$

Если ввести в качестве пограничного условия требование, что собствен-

Если электрон, поглощая квант энергии $h\nu$, переходит из состояния k'' в состояние k', то должно быть выполнено энергетическое соотношение:

$$\nu_{k_1'k_2'k_3'} = \nu_{k_1''k_2''k_3''} + \nu. \tag{25}$$

Кроме того, результатом дискретности энергетических уровней в металле является следующее условие дифракции:

$$k_j' = k_j'' \pm \frac{2\pi n_j}{a} \qquad (n_j = 1,\ 2, \ldots;\ j = 1,\ 2,\ 3), \tag{26}$$

где a — постоянная решетки металла.

(x) Правило отбора (26) нетрудно получить по общему закону, согласно которому переход из состояния k'' в состояние k' под

ные функции суть периодические функции координат с периодами G_1a, G_2b, G_3c (G суть большие целые числа), то подстановкам

$$R^{G_1},\ R^{G_2},\ R^{G_3}$$

будут отвечать матрицы:

$$(a_{kj})^{G_1} = (b'_{kj})^{G_2} = (c_{kj})^{G_3} = \delta_{kj} \ldots, \tag{IV}$$

где δ_{kj} — единичная матрица.

Вместо взятых наудачу линейно-независимых решений мы можем подставить в правую часть другую систему решений $\psi'_j = \sum_k t_{kj}\psi_k$, выбрав матрицу $T = (t_{kj})$ так, чтобы новые матрицы

$$(a'_{kj}) = T^{-1}(a_{kj})T,\ (b'_{kj}) = T^{-1}(b_{kj})T,\ (c'_{kj}) = T^{-1}(c_{kj})T$$

были диагональными. Одновременное приведение всех трех матриц к диагональному виду возможно, так как они коммутируют друг с другом. Из уравнения (IV) следует теперь, что

$$a'_{jj} = e^{\frac{2\pi i}{G_1}k_j},\ b'_{jj} = e^{\frac{2\pi i}{G_2}l_j},\ c'_{jj} = e^{\frac{2\pi i}{G_3}m_j} \ldots, \tag{V}$$

где k_j, l_j, m_j — целые числа. Уравнение (III) дает:

$$\psi'_\lambda(x + a, y, z, E) = e^{\frac{2\pi i}{G_1}k_j}\psi'_\lambda(xyz\varepsilon) \tag{VI}$$

и два других аналогичных выражения. Соотношения (VI) равносильны равенству:

$$\psi_{klm}(xyzt) = e^{2\pi i\left(\frac{kx}{aG_1} + \frac{ly}{bG_2} + \frac{mz}{cG_3} + \nu_{klm}t\right)}U_{klm}(xyz), \tag{VII}$$

где $U_{klm}(x, y, z)$ — периодическая функция координат с периодами a, b, c, вид которой зависит от хода потенциальных кривых и из общей теории определен быть не может. В уравнении (VII) введен обычный периодический временной множитель, характерный для стационарных состояний. Итак, мы имеем дело с плоскими де-бройлевскими волнами, на которые накладывается модуляция с частотой структуры решетки. Если поле решетки невелико (т. е. электрон связан слабо), то можно допустить, что $\frac{2\pi k}{aG_1} = k_1''$, где волновое число k_1'' связано с частотой электронного колебания так же, как и в случае свободной частицы.

Волновая функция (VII) должна быть нормирована к единице в объеме „основного параллелепипеда" со сторонами aG_1, bG_2, cG_3. — *С. Ч.*

действием света возможен только в том случае, когда соответствующий этому переходу матричный элемент возмущающей энергии световой волны

$$(k'|H'|k'') = \iiint \overline{\psi_{k'}} H' \psi_{k''} \, dx\, dy\, dz \tag{26a}$$

отличен от нуля (интегрирование ведется по объему основного параллелепипеда). Оператор возмущающей энергии, как мы видели, имеет вид:

$$H' = -\frac{eh}{2\pi i}\left(A_x \frac{\partial}{\partial x} + A_y \frac{\partial}{\partial y} + A_z \frac{\partial}{\partial z}\right),$$

причем пространственной периодичностью составляющих векторного потенциала A_x, A_y, A_z можно пренебречь, поскольку для большинства электронов проводимости в металле длина де-бройлевской волны очень мала по сравнению с длиной световой волны; мы будем пренебрегать также и поглощением света в металле (можно считать, что коэффициент поглощения света мал по сравнению с волновыми числами электронов). Волновые функции по Блоху могут быть представлены в форме:

$$\psi_k = e^{-i(k_1x+k_2y+k_3z)} \sum_{r_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{r_2=-\infty}^{+\infty} \sum_{r_3=-\infty}^{+\infty} b_{r_1r_2r_3\,k_1k_2k_3}\, e^{2\pi i\left(\frac{r_1x}{a}+\frac{r_2y}{b}+\frac{r_3z}{c}\right)}, \tag{26b}$$

где a, b, c — периоды решетки для трех основных направлений.

Действуя на $\psi_{k''}$ оператором H' и подставляя результат в (26a), мы получим сумму выражений, содержащих множителями интегралы типа

$$\iiint_{aG_1} \overline{\psi_k}\, \psi_{k''}\, dx\, dy\, dz,$$

$$\int_0^{aG_1} e^{i(k_1'-k_1'')x}\, dx$$

и

$$\int_0^{aG_1} e^{i\left(k_1'-k_1''\pm\frac{2\pi n_1}{a}\right)x}\, dx\,;$$

$a_{G_1} = \frac{2\pi s}{k'}$ — длина одной из сторон основного параллелепипеда; s — целое число, g_1 и n_1 — положительные целые числа. Первый из написанных интегралов обращается в нуль в силу ортогональности собственных состояний. Остальные интегралы могут быть отличны от нуля только в том случае, когда мнимые показатели подинтегральных выражений обращаются в нуль, т. е. когда $k_1'' = k_1'$ (случай, не соответствующий никакому переходу) или когда $k_1' = k_1'' \pm \frac{2\pi n_1}{a}$, что и требовалось доказать.

Частота поглощаемого света ν_0 должна удовлетворять условию:

$$\gamma\nu_0 = \sum_{j=1}^{3}\left\{\left(k_j'' \pm \frac{2\pi}{a} n_j\right)^2 - k_j''^2\right\},$$

ибо ν_0 должно быть равно изменению частоты электронного колебания [ср. (24) и (26)]. Вводя обозначения $k_0 = \frac{2\pi}{a}$ и $\nu_1 = \frac{k_0^2}{\gamma}$, мы получаем:

$$\nu_0 = \nu_1 \sum_{j=1}^{3} n_j^2 \left(1 \pm \frac{2k_j''}{k_0 n_j}\right). \tag{26c}$$

Нетрудно показать, что $\frac{2k_j''}{k_0} < 1$. Действительно, при $T = 0°$ мы имеем: $k_j'' < \bar{k}$, где k взято из формулы (5c); с другой стороны, приняв во внимание, что в кубической решетке $n = \frac{1}{a^3}$, мы можем написать:

$$\frac{2\bar{k}}{k_0} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} < 1,$$

откуда и следует справедливость доказываемого неравенства. (x)

Наименьшую поглощаемую частоту мы определим, полагая в равенстве (26c) одно из чисел n_j равным 1, а два других — нулю *.

(x) Полагая, например, $n_1 = 1$, $n_2 = n_3 = 0$, мы найдем: $\nu_{\min} = \nu_1 \left(1 - \frac{2k_1''}{k_0}\right)$; отсюда видно, что для электронов, находящихся в различных начальных состояниях, $\nu_{\min}$ будет различным. В области низких частот (видимый спектр) квант $h\nu$ может быть поглощен электроном лишь в том случае, когда выполнено соотношение:

$$k_1'' = \frac{k_0}{2}\left(1 - \frac{\nu}{\nu_1}\right) \tag{26d}$$

или такое же соотношение для k_2'' или k_3''. (x)

Наименьшая из частот, могущих сообщить электрону энергию, достаточную для выхода из металла, и удовлетворяющих предыдущим условиям, равна:

$$\nu_0' = 2\sqrt{\nu_1 \nu_a} - \nu_1,$$

где

$$\nu_1 = 4\left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} \nu.$$

(x) В этом нетрудно убедиться, подставляя в равенство

$$\frac{hk_1''^2}{\gamma} + h\nu = h\nu_a,$$

выражающее тот факт, что начальная энергия электрона, сложенная с энергией фотона, должна быть равна высоте потенциального барьера $h\nu_a$ у поверхности металла, дозволенное значение k_1'', взятое из (26d), и помня, что $k_0^2 = \gamma\nu_1$. (x) Таким образом мы получаем второй спектральный порог при ν_0^1; этот новый порог чув-

* Поглощение меньших частот в металле связано со столкновениями электронов с ионами решетки и друг с другом.— *С. Ч.*

ствительности может быть назван порогом для объемного эффекта. Для ряда металлов частота ν_0^1 почти вдвое превосходит длинноволновую границу для поверхностного эффекта; для щелочных металлов она больше частоты, соответствующей первому максимуму кривой спектрального распределения. Объемный порог не резок и положение его не может быть установлено точно; небольшой объемный эффект наблюдается в области частот между поверхностным и объемным порогами. В области частот, больших чем ν_0^1, испускание изнутри металла может вызвать вторичный подъем кривой спектрального распределения. Это явление и было обнаружено в действительности на поверхностях щелочных металлов. Рис. 3, принадлежащий Тамму и Шубину, показывает, каким образом наблюденное спектральное распределение складывается из эмиссии, обусловленной поверхностным эффектом (ломаная линия), и эмиссии, обусловленной объемным эффектом (пунктир). Сплошная кривая взята из данных Зурмана и Тейссинга [18] для толстого слоя калия *.

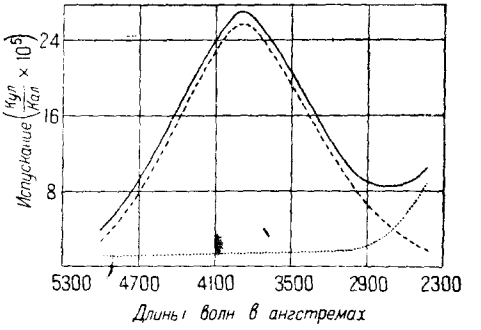

Рис. 3. Наблюденная кривая спектрального распределения складывается из кривых, соответствующих поверхностному эффекту (ломаная линия) и объемному эффекту (пунктир). Сплошной линией представлено испускание, наблюденное Зурманом и Тейссингом на толстом слое калия (Тамм и Шубин).

5. Теория Пенни. Пенни [22] пытается дать более точную теорию испускания в тонком слое металла, пользуясь моделью, обладающей структурой решетки, и вводя коэффициент поглощения для света внутри металла. Наиболее важно в его теории то, что она требует наличия в металле ряда дискретных уровней и полос, дозволенных энергий электрона, отделенных друг от друга запретными энергетическими областями **. Не занятые электронами дозво-

* Описанные здесь спектральные максимумы не следует смешивать с теми, которые наблюдаются при селективном фотоэффекте с сенсибилизированных поверхностей (например, с поверхности калия, очувствленной тлеющим разрядом в атмосфере водорода). Оба эффекта совершенно различны и по своей природе и по порядку величины (в случае селективного фотоэффекта максимумы оказываются гораздо более резко выраженными и силы фототоков получаются в десятки раз большие, чем в фотоэффекте соответствующих чистых поверхностей; ср., например, R. Suhrmann и H. Theissing, loc. cit., (рис. 2 и табл. 1). — *С. Ч.*

** Этот общий результат квантовой теории кристаллических решеток был получен Пайерльсом (R. Peierls, Ann. d. Phys., 4, 121, 1930) и Кронигом и Пенни (R. de L. Kronig a. W. G. Penney, Proc. Roy. Soc., L. A., 130, 499, 1931). У электрона, находящегося в потенциальном поле,

ленные энергетические полосы простираются от ε до ε_a и дальше. Наличие этих полос существующими экспериментальными методами подтверждено быть не может. Прочие результаты теории Пенни аналогичны результатам рассмотренных выше теорий.

6. Общие замечания. Наилучшей из работ, развивающих общую теорию фотоэлектрического эффекта, следует признать работу Тамма и Шубина. Несмотря на некоторую свою неполноту, эта теория все же дает хорошее объяснение целому ряду наблюденных на опыте явлений. Подводя итоги результатам квантово-механических теорий, можно сделать следующее общее резюме.

Все теории дают кривую спектрального распределения, образующую с осью абсцисс при $\nu = \nu_0$ угол конечной величины. Все они исходят из распределения Ферми при 0° К. Они дают максимум при частоте ν_{max}, такой, что $\nu > \nu_{max} > \nu_0$.

По теории Тамма и Шубина должен быть максимум, минимум и вторичное возрастание. Для тяжелых металлов второй спектральный порог, вычисленный теоретически, расположен дальше в ультрафиолетовой части спектра, нежели найденный на опыте. Все теории приводят к тому результату, что нормальная к поверхности составляющая электрического вектора играет большую роль в вырывании электронов, чем составляющие, параллельные поверхности *. В данном здесь приближении формулы Фрелиха и Тамма и Шубина зависят только от E_z.

В заключение заметим, что критика теории Тамма и Шубина, произведенная Френкелем [23], а также данное им в той же статье другое объяснение спектрального максимума оказались ошибочными [24].

II. Отдельные фотоэлектрические явления

Рассмотренные нами выше общие теории дают правильное описание наиболее общих и характерных свойств фотоэлектрического

обладающем пространственной периодичностью, запретные зоны энергии имеются при любой отличной от нуля величине потенциальных барьеров, но ширина их стремится к нулю при беспредельном уменьшении барьеров. — *С. Ч.*

* Следуя Тамму и Шубину, можно дать этому явлению следующее упрощенное объяснение. Как мы видели, переход $k'' \to k'$ возможен только в том случае, когда

$$\iiint \bar{\psi}_{k'} \left(\mathfrak{E} \operatorname{grad} \psi_{k''} \right) dx\, dy\, dz \neq 0.$$

Пусть мы имеем металл, ограниченный (xy)-плоскостью. Тогда волновые функции электронов в металле будут вида: $w(zt)\, e^{-i(k_1'' x + k_2'' y)}$, причем зависимость первого множителя от z будет определяться формой поверхностного барьера. Пренебрегая зависимостью $\mathfrak{E}$ от координат [см. вывод формулы (26)] и полагая $E_z = 0$, мы получаем, принимая во внимание свойство ортогональности волновых функций:

$$\iiint \bar{\psi}_{k'} \left(\mathfrak{E} \operatorname{grad} \psi_{k''} \right) dx\, dy\, dz = -i \left(E_x k_1'' + E_y k_2'' \right) \iiint \bar{\psi}_{k'} \psi_{k''}\, dx\, dy\, dz = 0,$$

т. е. тангенциальные компоненты не дают никакого испускания. Небольшой наблюдающийся на опыте эффект должен быть приписан действию поля решетки, которого мы не учли, а также шероховатости поверхности металла. — *С. Ч.*

эффекта; тем не менее существует целый ряд более специального характера явлений, главным образом связанных с поверхностями сложного строения, которые оставляются ими без объяснений. Зачастую, однако, и в этом случае нам могут помочь те или иные применения квантово-механических теорий, а иногда даже и классические соображения. Некоторые из этих соображений должны будут впоследствии войти в улучшенную общую теорию фотоэлектрического эффекта.

А. Влияние температуры на фотоэлектрическое испускание

В рассмотренных квантово-механических теориях мы исходили из распределения скоростей при 0° К, причем работа выхода $\varepsilon_0 = h\nu_0$ определялась из равенства $\varepsilon_0 = \varepsilon_a - \varepsilon$. Если температура металла выше абсолютного нуля, то существуют электроны, энергия которых больше ε. В силу отсутствия определенной верхней границы для энергии электронов, которая могла бы служить характеристической энергией в рассматриваемом случае, мы должны будем удержать прежнее определение работы выхода для всех температур. Таким образом при температурах выше абсолютного нуля электроны могут быть вырваны из металла квантами света, частота которых меньше частоты спектрального порога. При установленной нами терминологии работа выхода будет зависеть от температуры лишь в том случае, если энергия, необходимая для вырывания электрона, обладающего нормальной составляющей энергии, равной ε, меняется с температурой, т. е., другими словами, если ε_a зависит от T.

Лауренс и Линфорд [25], работавшие с пленками калия, обнаружили различие между теоретическими кривыми Венцеля и Хаустона, соответствующими уравнениям (19) и (20), и наблюденными ими кривыми спектрального распределения, которые приближались к оси абсцисс, касаясь ее. Они сообщают, что это различие может быть объяснено температурным эффектом.

Позднее Фаулер [26] развил теорию, которая дает различные способы определения спектральной границы при 0° К по экспериментальным данным. Он строит свою теорию для трех различных случаев, соответствующих различным исходным предпосылкам, и определяет, между прочим, зависимость испускания I_{ν_0}, соответствующего длинноволновой границе, от температуры. Предположения, делаемые Фаулером, суть:

1) Все электроны, энергия которых больше $\bar{\varepsilon}_a$, выходят наружу. Результат при $T = 0$ аналогичен первому члену первого уравнения Венцеля [уравнение (17)]. При этом найдено, что $I_{\nu_0} \sim T$ и что при $T > 0$ кривые доходят до нуля, образуя конечный угол с осью абсцисс. Вычисленный температурный эффект оказался меньше наблюденного, так что рассматриваемый случай был отброшен как не соответствующий действительности.

2) Все электроны с нормальной составляющей энергии, превосходящей ε_a, выходят наружу. При $T=0$ получается результат, сходный с первым членом уравнения (18) Хаустона и исправленной формулой (19) Венцеля. В этом случае $I_{\nu_0} \sim T^2$.

3) Вводится член для учета вероятности возбуждения электрона светом. При $T=0$ получается результат, аналогичный первому члену формулы Фрелиха (22а). При этом $I_{\nu_0} = T^{3/2}$.

В двух последних случаях кривая спектрального распределения подходит к оси абсцисс, касаясь ее. Температурные поправки в обоих случаях получаются правильные, и степень точности существующих экспериментальных данных не позволяет еще произвести однозначного решения в пользу того или другого предположения.

Юнг и Франк [27] определяют вероятность выхода электрона из металла по способу, отличному от примененного Фаулером в последнем из рассмотренных вариантов теории; они получают $I_{\nu_0} \sim T^{5/2}$. Это выражение еще не было сверено с экспериментальными данными, но сомнительно, чтобы различие в температурных поправках было столь значительно, чтобы его можно было обнаружить.

Вычисляя функцию распределения по спектру для разных температур на основании второго предположения, Фаулер интересовался, главным образом, областью частот вблизи длинноволновой границы. Это позволило ему внести упрощающее предположение, что вероятность возбуждения электрона не зависит от частоты света и энергии электрона. Он определяет затем число электронов, которые при добавлении к ним энергии $h\nu$ получают нормальную составляющую энергии, достаточную для выхода.

Интегрируя уравнение (4), дающее распределение электронов по скоростям, по всем значениям ξ и η, мы получаем число $n(\zeta)\,d\zeta$ электронов в единице объема, z — компоненты, скорости которых лежат в пределах от ζ до $\zeta + d\zeta$. Число N электронов в единице объема, могущих под действием света частоты ν получить достаточную для вырывания z-компоненту энергии, будет равно сумме выражений $N(\zeta)\,d\zeta$, взятой по всем скоростям, удовлетворяющим неравенству $\frac{1}{2} m \zeta^2 \geqslant h(\nu_a - \nu)$, т. е.:

$$N = \frac{2m^3}{h^3} \int\limits_{\zeta=-\infty}^{+\infty} \int\limits_{\eta=-\infty}^{+\infty} \int\limits_{\frac{1}{2}m\zeta^2 = h(\nu_a-\nu)}^{+\infty} \frac{d\xi\, d\eta \cdot d\zeta}{e^{\frac{\frac{1}{2}m(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)-\varepsilon}{kT}} + 1}. \qquad (29)$$

В зависимости от знака величины $\mu = \frac{h\nu - h\nu_0}{kT}$, мы получаем одно из двух следующих разложений в ряд:

$$N = \frac{\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \frac{k^2T^2}{(h\nu_a - h\nu)^{1/2}} \left[e^{\mu} - \frac{e^{2\mu}}{2^2} + \frac{e^{3\mu}}{3^2} - \ldots \right] \qquad (30)$$

$$(\mu < 0)$$

и

$$\overline{N} = \frac{\pi (2m)^{3/2}}{h^3} \frac{k^2 T^2}{(h\nu_a - h\nu)^{1/2}} \left[\frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2}\mu^2 - \right.$$

$$\left. - \left\{ e^{-\mu} - \frac{e^{-2\mu}}{2^2} + \frac{e^{-3\mu}}{3^2} - \ldots \right\} \right] \tag{31}$$

$$(\mu \geqslant 0).$$

При $T \to 0$ имеем:

$$\overline{N} \propto \frac{(h\nu - h\nu_0)^2}{(h\nu_a - h\nu)^{1/2}} \quad \text{при } \nu > \nu_0, \tag{32a}$$

$$N = 0 \quad \text{при } \nu < \nu_0, \tag{32b}$$

$$N \propto T^2 \quad \text{при } \nu = \nu_0. \tag{33}$$

Предположение, что испускание пропорционально числу электронов с такой нормальной компонентой энергии, которая, будучи увеличена на $h\nu$, позволяет электрону выйти из металла, может быть записано в виде: $I \sim N$. Тогда уравнения (30) и (31) дают:

$$\frac{I (h\nu_a - h\nu)^{1/2}}{T^2} = A f(\mu) = A f\left(\frac{h\nu - h\nu_0}{kT}\right), \tag{34}$$

где A — постоянная, не зависящая от ν и T, а $f(\mu)$ обозначает члены, поставленные в уравнениях (30) и (31) в квадратные скобки, причем выбор того или другого уравнения зависит от знака μ.

Вблизи порога $(\nu_a - \nu)$ велико, и небольшое изменение ν почти не изменяет величины $(\nu_a - \nu)^{1/2}$, которая может быть поэтому включена в постоянную A. Обозначая $\varphi(\mu) = \log f(\mu)$ и логарифмируя равенство (34), получаем:

$$\log \frac{I}{T^2} = B + \varphi(\mu) = B + \varphi\left(\frac{h\nu - h\nu_0}{kT}\right). \tag{35}$$

График зависимости $\varphi(\mu)$ можно рассматривать как видоизмененную кривую спектрального распределения; ее вид будет один и тот же для всех поверхностей. Если построить в том же масштабе график зависимости величины $\log \frac{I}{T^2}$, взятой из экспериментальных данных, от $\frac{h\nu}{kT}$, то получится кривая той же формы, но смещенная относительно теоретической кривой. Вертикальное перемещение кривой, необходимое для того, чтобы привести обе кривые к совпадению, является мерой для постоянной B, зависящей от выбора единиц для тока и интенсивности света, а также от вероятности вырывания электрона квантом света. Но поскольку последняя для заданной поверхности практически не зависит от температуры, кривые для одной поверхности при разных температурах должны обладать одним и тем же вертикальным смещением относительно теоретической кривой

Строя теоретическую кривую, мы откладывали по оси абсцисс $\mu = \frac{h\nu - h\nu_0}{kT}$; по абсциссам экспериментальной кривой откладывается величина $\frac{h\nu}{kT}$; таким образом горизонтальное смещение кривых друг относительно друга должно быть равно $\frac{h\nu_0}{kT}$; отсюда вычисляется ν_0 и работа выхода.

Рис. 4 показывает результаты анализа данных для обезгаженного палладия, произведенного по описанному методу Дю-Брид-

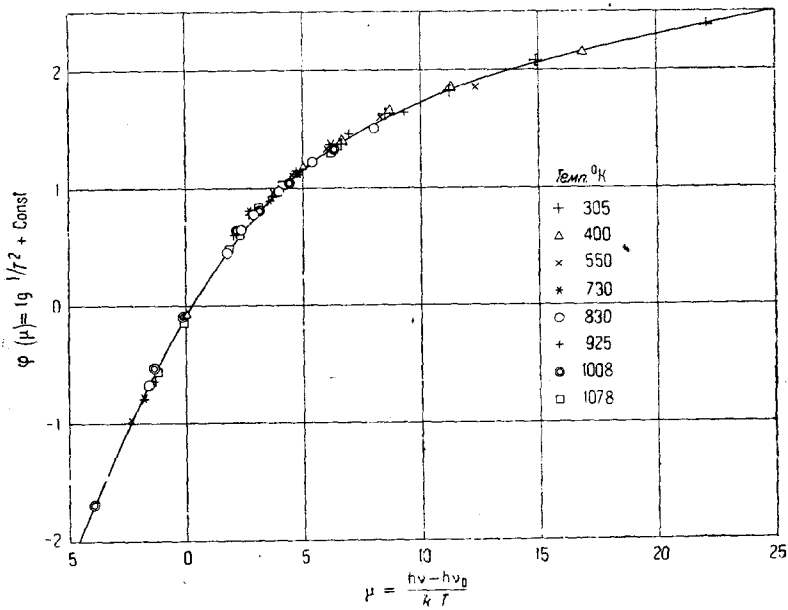

Рис. 4. Анализ результатов фотоэлектрических измерений для чистого палладия по методу Фаулера. Точки изображают данные наблюдений при разных температурах; они уже смещены для приведения экспериментальной кривой к совпадению с теоретической (дю-Бридж и Рер).

жем и Рером [28]. Сплошной чертой проведена теоретическая кривая; точки соответствуют результатам наблюдений при разных температурах, причем здесь уже произведен параллельный перенос для приведения обеих кривых к совпадению.

Описанный способ требует определения относительных спектральных интенсивностей источника света для различных частот. Дю-Бридж [29] показал, что можно обойтись и без этого. Он предлагает строить зависимость $\varphi(\mu)$ от $\log|\mu|$, а затем определять опытным путем испускание I при разных температурах для света некоторой одной частоты и строить зависимость $\frac{I}{T^2}$ от $\log\frac{I}{T}$ $(= -\log T)$. Для приведения обеих кривых к совпадению при-

дется опять производить параллельное перемещение в обоих направлениях, причем вертикальное перемещение не будет играть большой роли, а горизонтальное перемещение, равное теперь $\log \frac{h\nu - h\nu_0}{k}$ (так как $\log \mu = \log \frac{h\nu - h\nu_0}{k} - \log T$), позволит определить ν_0, если известна частота ν падающего света.

Чтобы показать совместимость обоих методов и степень совпадения результатов анализа экспериментальных данных, произведенного по обоим методам, в табл. 1 приведены результаты, полученные для чистого палладия.

ТАБЛИЦА 1

Метод Фаулера [28]		Метод лю-Бриджа [29]	
Температура поверхности (° K)	Работа выхода (V)	Длина волны падающего света (Å)	Работа выхода (V)
305	4,96	2482	4,96
400	4,97	2399	4,95
550	4,97	2378	4,94
730	4,97	2345	4,94
830	4,98	2302	4,98
925	4,98	2225	4,98
1005	4,96		
1078	4,97		
Среднее . . . 4,97 V		Среднее . . . 4,96 V	

Оба метода дают в существенных чертах один и тот же результат. Принципиально метод Фаулера, пожалуй, более безупречен. В обоих случаях ошибка в определении спектрального порога по данным наблюдений значительно превосходит ошибку, происходящую от небольших загрязнений испускающей электроны поверхности. Для чистой поверхности выбор метода должен диктоваться удобством получения требуемых опытных данных.

Табл. 1, в согласии с другими данными [18] для чистых поверхностей, не показывает никакого перемещения порога с температурой в области изменения температур от комнатной до 1100° K. Между тем для палладия легко было бы заметить изменение спектрального порога на 1%, что соответствует 0,05 V. Таким образом установлено, что для исследованных металлов высота потенциального барьера $h\nu_a$ остается постоянной с точностью до 1%.

Величина вертикального перемещения, необходимого для совпадения экспериментальной кривой с фаулеровской теоретической кривой, равна постоянной B из уравнения (35), а антилогарифм B равен постоянной A из уравнения (34). Для заданной поверхности, A пропорционально вероятности того, что падающий квант света вырвал из металла электрон. Коэфициенты отражения для большинства металлов практически постоянны, так что заметное изменение A означает изменение в испускании. Таким образом метод Фаулера позволяет рассматривать в отдельности изменения длинноволновой границы и испускательной способности. Если B, а следовательно, и A, меняется с температурой, то в методе Фаулера это проявит себя в изменении относительного вертикального смещения

кривых с температурой. Метод дю-Бриджа обладает тем недостатком, что в случае зависимости B от T приводить обе кривые к совпадению будет уже невозможно. Изменение B при загрязнении поверхности и при изменении температуры можно проследить по данным Уэлча и Уэрнера.

Уэлч [30] определяет функцию распределения по спектру для разных металлов для различных моментов времени после механической очистки поверхности.

Происходящие при этом изменения должны быть, очевидно, приписаны действию газов и паров, адсорбированных на поверхности. Работа выхода со временем возрастает; величина этого возрастания доходит до 0,16 V; исключение составляет германий, для которого работа выхода немного уменьшается. Изменения вертикального смещения соответствовали во всех случаях уменьшению испускательной способности, которая падала примерно до половины первоначальной величины.

Уэрнер [31] воспользовался методом Фаулера для анализа экспериментальных данных, полученных для вольфрамовой нити. Его чертеж (см. рис. 2 его статьи) показывает изменение вертикального смещения, которое соответствует увеличению испускательной способности при изменении температуры от 790° K до 1100° K примерно в 10 раз. Этот результат был объяснен загрязнениями вольфрама.

В рассмотренных случаях мы имеем дело с большими изменениями испускательной способности, с очевидностью обнаруживающими себя в спектральной кривой распределения. Когда изменения малы и сопровождаются смещением порога, то анализ по этому методу приобретает особое значение.

Для удобства анализа экспериментального материала по обоим изложенным методам дю-Бридж дал таблицу значений $\log_{10}|\mu|$ и $\varphi(\mu)$ для значений аргумента μ от $-8{,}0$ до $+50{,}0$.

В. Явления насыщения

В противоположность чистым поверхностям, где явление насыщения обнаруживается уже при слабых полях, некоторые сложные поверхности требуют для получения тока насыщения приложения аномально большого ускоряющего потенциала. Айвс [32] сообщает, что насыщение в щелочных металлах наступает при тем больших ускоряющих полях, чем тоньше слой металла. Зурман [33] подтверждает этот результат и находит кроме того, что при освещении поверхности светом, частота которого мало отличается от длинноволновой границы фотоэлектрического эффекта, для насыщения требуется более сильное поле, чем при освещении светом больших частот. Хексфорд [34] также обнаружил оба эти эффекта, исследуя оксидные катоды типа употребительных термоэлектронных излучателей.

Рассматриваемые явления находятся в тесной связи с обнаружи-

вающимися у активированных поверхностей отступлениями от уравнения Шоттки [35] для термоэлектронной эмиссии в ускоряющем поле. Уравнение Шоттки выведено в предположении, что электроны, вылетающие из металла, находятся в поле своего электрического изображения в поверхности металла [см. уравнение (10)]; оно оказалось справедливым для чистых поверхностей [36, 37].

Дебай [38] показал, предполагая справедливым закон электрических изображений, что в ускоряющем поле, равном $E \frac{CGSE}{cm}$, эффективная работа выхода ε_e следует уравнению:

$$\varepsilon_0 - \varepsilon_e = e\,(eE)^{\frac{1}{2}}. \tag{36}$$

Лауренс и Линфорд [25] нашли, что смещение порога для толстых слоев калия на вольфраме приблизительно следует этому соотношению. В слабых полях некоторые поверхности дают большее смещение порога, чем этого требует теория.

Отступления от уравнения Шоттки для термоэлектронной эмиссии были исследованы Беккером и Меллером [39] и Рейнольдсом [40]. Сильные отступления от уравнения (36) нашел Линфорд [41] для торированного вольфрама и Хексфорд [34] для оксидных поверхностей.

Беккер и Меллер показали, что если известна эффективная работа выхода как функция приложенного напряжения поля, то напряжение поля на поверхности, против которого должны двигаться вылетающие электроны, может быть вычислено по формуле:

$$\frac{d\varepsilon_e}{dE} = -z_1 e, \tag{37}$$

где E — приложенное напряжение поля в абсолютных электростатических единицах, а z_1 — расстояние от поверхности до точки, где приложенное поле компенсируется полем поверхности, давая результирующее поле, равное нулю. Вычисленные авторами напряжения полей были порядка полей электрического изображения на расстояниях меньше $2 \cdot 10^{-6}$ *см*, но значительно больше последних на больших расстояниях. Так, на расстоянии 10^{-4} *см* вычисленное поле было порядка 1000 $\frac{V}{см}$, тогда как поле электрического изображения должно было равняться всего лишь 3,6 $\frac{V}{см}$.

Формулу (37) удобнее писать в виде:

$$\frac{d\nu_e}{dE_v} = -z_1\, e\, 300\, h, \tag{38}$$

где ν_e — эффективный спектральный порог и E_v — приложенное поле в вольтах на сантиметр.

Для объяснения замедленного насыщения Лангмюр [42] предположил, что вещество, покрывающее поверхность, расположено на ней

не однородным слоем, а пятнами, которые покрыты плотнее остальных мест. Работа выхода для сложной поверхности зависит от толщины пленки, покрывающей поверхность, а потому она будет различной для различных участков неоднородной поверхности. Это объяснение было использовано рядом исследователей для трактовки экспериментальных результатов.

Для проведения количественного сравнения теории с опытом необходимо вычислить величину локальных полей упомянутых пятен и определить ожидаемое испускание при наложении этого поля на поле электрического изображения.

Если два металла A и B, имеющие соответственно работы выхода, равные ε_A и ε_B, приводятся в соприкосновение, то между ними возникает контактная разность потенциалов, равная $V_B - V_A$. Из энергетических соображений очевидно, что

$$\varepsilon_A - \varepsilon_B = V_B - V_A + P_{AB}, \tag{39}$$

где P_{AB} — коэфициент Пельтье для рассматриваемой пары металлов; ввиду его малости по сравнению с контактной разностью потенциалов им можно пренебречь. Таким образом контактную разность потенциалов между двумя металлами можно считать равной разности их работ выхода. Металл, обладающий меньшей работой выхода, является более электроположительным. Наличие других металлов в цепи между A и B не должно влиять на соотношение (39).

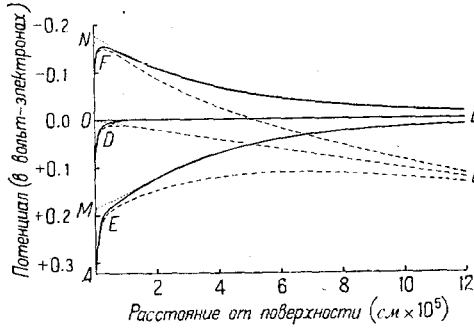

Рис. 5. Потенциальный барьер поля электрического изображения и влияние на него локального поля неоднородностей в пленке и внешнего ускоряющего поля; ADB — потенциал электрического изображения, N и M — потенциалы пятен, обладающих соответствующей наибольшей и наименьшей работой выхода, NB и MB — потенциалы поля пятен. Результирующие потенциальные барьеры суть AFB и AEB. Ломаные линии изображают эти же барьеры в ускоряющем поле 1000 V. $см^{-1}$ (кривые вычислены при $MN = V_0 = 0{,}36$ V и диаметре пятен, равном $b = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ $см$. См. стр. 171 и рис. 6).

Если работа выхода для некоторых участков поверхности будет отличаться от работы выхода остальной части поверхности, то между обеими частями поверхности должна возникнуть некая контактная разность потенциалов, что в свою очередь повлечет за собою возникновение местных электростатических полей.

Контактный потенциал всей поверхности в целом может поэтому рассматриваться лишь относительно поверхности, которая достаточно удалена для того, чтобы действием локальных полей можно было пренебрегать. Определенный таким образом контактный потенциал определяет работу выхода в отсутствие поля. Он

представляет собою среднее значение контактных потенциалов для различных участков поверхности.

В отсутствие ускоряющего поля вылету электронов с участков поверхности, обладающих наименьшей работой выхода, т. е. с наиболее электроположительных участков, препятствует, кроме поля электрического изображения, еще и поле упомянутых пятен. Электроны же, вылетающие с электроотрицательных участков поверхности, совершают работу против сил электрического изображения, уменьшенных полем пятен. На рис. 5 схематически представлены потенциальные барьеры у поверхностей обоего типа для случая, когда поле пятен простирается на гораздо большее расстояние от поверхности, нежели поле электрического изображения; предполагается, что площади пятен обоего типа одинаковы. Горизонтальная прямая *OB* представляет потенциал в пространстве вне поверхности в случае отсутствия поля; мы можем его принять равным нулю. Кривые, расположенные над и под прямой *OB*, относятся соответственно к участкам поверхности с большей и меньшей работой выхода. *MN* равно контактной разности потенциалов между участками обоего типа. Кривые *MB* и *NB* представляют ход потенциала для центров пятен обоего рода. Сумма этого потенциала и потенциала поля электрического изображения (кривая *ADB*) дает результирующий потенциальный барьер, который представлен для обоих случаев соответствующими кривыми *AEB* и *AFB*. Потенциальные кривые для других точек поверхности имеют форму, промежуточную между этими двумя. Высота прямой *OB* определяет длинноволновую границу в отсутствие поля; при этом ясно, что электроны, энергия которых как раз равна той энергии, которая необходима для их вырывания с поверхности, не будут в состоянии проходить через наиболее электроотрицательные участки поверхности. Эффективная работа выхода в центрах наиболее электроположительных участков при отсутствии поля больше той работы выхода, которая была бы в отсутствие локальных полей, на величину *OM*.

Если приложить ускоряющее электрическое поле, то потенциал изобразится прямой *OC* (рис. 5), наклон которой будет определять напряжение поля. Результирующие потенциальные барьеры (пунктирные линии) получаются при сложении потенциала поля с потенциальным барьером в отсутствие поля. Изменение работы выхода равно разности максимальных высот барьера при наличии поля и без него. Чертеж показывает, что эффективная работа выхода для электроположительных пятен (кривые *AEB* и *AEC*) уменьшается на значительно бо́льшую величину, чем для электроотрицательных пятен (кривые *AFB* и *AFC*). Работа выхода для чистой поверхности, потенциальный барьер которой (кривые *ADB* и *ADC*) есть барьер поля электрического изображения, также уменьшается несколько сильнее, чем работа выхода для электроотрицательных пятен. Таким образом в ускоряющих полях эффективная работа выхода электроположительных участков определяет поведение всей

поверхности в целом, и большая часть термоэлектронов испускается именно этими участками.

При малых изменениях напряжения приложенного поля изменение $\Delta\varepsilon_e$ наибольшей высоты потенциального барьера в первом приближении равно изменению потенциала приложенного поля в точке, соответствующей вершине барьера. А это в свою очередь равно произведению изменения приложенного поля ΔE на заряд электрона e и на расстояние Z_1 от поверхности до вершины барьера, т. е. до той точки, где напряжения поверхностного поля и поля, приложенного извне, становятся равными по величине и противоположными по направлению, т. е. $\Delta\varepsilon_e = Z_1 e \Delta E$. Отсюда при переходе к пределу получается уравнение (37).

Комптон и Лэнгмюр [37] сделали допущение, что локальные неоднородности располагаются на поверхности в шахматном порядке причем каждое пятно имеет форму квадрата длиной в b *см* и что между двумя соседними пятнами существует контактная разность потенциалов, равная V_0. Авторы вычисляют в этих предположениях локальные поля и выражают результат в виде ряда Фурье. Считая, что пятна представляют собой скопления плотно упакованных атомов тория, они приходят на основании некоторых соображений к численным значениям: $b = 10^{-6}$ *см* и $V_0 = 1{,}9$ *V*. Вычисленная для такой поверхности зависимость термоэлектронной эмиссии от приложенного ускоряющего поля следует закону Шоттки при слабых полях, но отступает от этого закона при увеличении напряжения поля все сильнее, опыт же дает как раз обратный результат. Они делают поэтому вывод, что теория пятен не в состоянии объяснить наблюденных явлений испускания.

Однако анализ данных термоэлектронных наблюдений, произведенный Беккером и Рованским [13], и данных фотоэлектрических наблюдений, сделанный Линфордом [11], показывает, что при надлежащем выборе V_0 и b вычисления приводят к согласным с опытом результатам. Для b получаются значения порядка 10^{-4}, а V_0 оказывается зависящим от количества абсорбированного вещества. Относительно расположения пятен сохраняется предположение, сделанное Комптоном и Лэнгмюром. В пространстве вблизи поверхности потенциал V_p поля пятен немного отличается от потенциала самой поверхности. Вводя поправку на это изменение, мы получаем выражение:

$$V_p = \frac{1}{2} V_0 + \frac{8V_0}{\pi^2} \sum_{jk} (-1)^{j+k} e^{-\left\{(2j+1)^2 + (2k+1)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \frac{\pi z}{b}} \times$$

$$\times \frac{\cos(2j+1)\frac{\pi x}{b}}{2j+1} \cdot \frac{\cos(2k+1)\frac{\pi y}{b}}{2k+1}, \qquad (40)$$

$$j,\ k = 0,\ 1,\ 2\ \ldots$$

причем начало координат помещено в центр электроположительного пятна.

Фотоэлектрический метод определения поверхностного поля связан с измерениями длинноволновой границы. С наименьшей энергией электроны могут вылетать из точек поверхности, расположенных в центрах пятен, обладающих меньшей работой выхода; этим точкам и будут соответствовать напряжения полей, определенные указанным способом. Для вычисления напряжения поля E_p возле центра электроположительного пятна нужно положить в уравнении (40) $x = y = 0$ и $E_p = -\frac{dV_p}{dz}$. В согласии с данными фотоэлектрических измерений, в формуле (40) был оставлен только первый член разложения, т. е. было положено $j = k = 0$. Поверхностное поле E_s складывается из поля электрического изображения E_i и поля местных неоднородностей E_p:

$$E_s = E_i + E_p = \frac{e}{4z^2} + \frac{8V_0 2^{1/2}}{\pi b} e^{-\frac{2^{1/2}\pi z}{b}} \qquad (40a)$$

Полагая $V_0 = 0{,}36$ V и $b = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *см*, можно привести вычисленные и наблюденные значения для напряжений полей почти к полному совпадению. Беккер и Рожанский нашли, что численные значения того же порядка требуются и для объяснения данных термоионных наблюдений.

Для торированного вольфрама работа выхода примерно на 1,5 V ниже, чем для чистого вольфрама. Малая контактная разность потенциалов между пятнами указывает, поэтому на то, что атомы тория распределены по всей поверхности, но с неодинаковой поверхностной плотностью. Размеры пятен по порядку величины те же, что и размеры кристаллов вольфрама в употреблявшихся нитях. Д-р Беккер предполагает определенную связь между размерами тех и других.

Общий характер поля местных неоднородностей представлен на рис. 6, где в логарифмической шкале нанесена зависимость напряжения поля поверхности от расстояния до поверхности. Прямая AB дает поле электрического изображения. Пунктирная кривая изображает поле пятен, вычисленное в предположениях, сделанных Комптоном и Лангмюром при численных значениях постоянных $V_0 = 0{,}36$ V и $b = 10^{-6}$ *см*. Сплошная кривая над ней, сливающаяся с кривой поля электрического изображения при расстояниях от поверхности порядка 10^{-5} *см*, дает результирующее поле поверхности. Прерывистая кривая представляет поле местных неоднородностей при значениях постоянных $V_0 = 0{,}36$ V и $b = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *см*; соответствующее этим значениям результирующее поле поверхности изображено сплошной кривой, сливающейся с кривой поля электрического изображения в области сильных полей и с кривой поля пятен в области меньших полей. В обоих случаях стрелки отмечают расстояние от поверхности, равное диаметру пятна.

Кружками отмечены значения напряжения поверхностного поля,

определенные из тех фотоэлектрических измерений [41], для которых были определены постоянные. Треугольники указывают напряжения полей для 70% торированного вольфрама, вычисленные Беккером и Меллером [39] по данным термоэлектронных исследований.

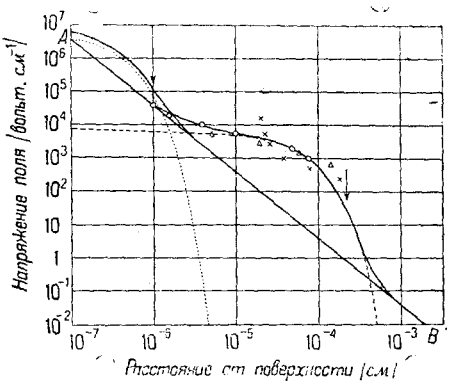

Рис. 6. Кривые поверхностных полей, нанесенные в логарифмической шкале. AB есть поле электрического изображения. Ломаная линия изображает поле пятен при $V_0 = 0{,}36$ V и $b = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *см*. Сплошная линия над ней, сливающаяся с AB в области малых и сильных полей, представляет результирующее поле над пятном с малой работой выхода. Кружки обозначают поля, определенные по фотоэлектрическим измерениям (Линфорд). По этим данным были вычислены константы пятен. Треугольники дают значения полей, определенных из термоэлектронных измерений с торированным вольфрамом (Беккер и Меллер). Крестики соответствуют полям вблизи оксидированного катода, найденным из данных фотоэлектрических измерений Хексфорда. Пунктирная линия и сплошная линия над ней изображают соответствующее поле пятен и результирующее поле вблизи поверхности при значениях констант пятен, данных Комптоном и Лэнгмюром: $V_0 = 1{,}9$ V и $b = 10^{-6}$ *см*. Стрелки отмечают точки кривой, соответствующие расстоянию до поверхности, равному диаметру пятна.

Из уравнения (40а) и рис. 6 вытекают следующие факты: 1) Поле местных неоднородностей на поверхности пропорционально V_0 и обратно пропорционально b. 2) При удалении от поверхности поле уменьшается примерно в 10 раз на расстоянии $^1/_2\ b$, в 100 раз — на расстоянии b и в 1000 раз — на расстоянии $2b$. Из рисунка видно, почему численные значения постоянных, выбранные Комптоном и Лэнгмюром, приводят к отступлениям от уравнения Шоттки при больших полях.

Следует помнить, что вышеприведенные вычисления исходили из идеализованной модели и что вычисленные постоянные представляют поэтому лишь некоторые средние значения. Если, вместо того чтобы считать, что все пятна приблизительно одинаковы по своей величине, ввести предположение, что в пленке, покрывающей металл, на пятна больших размеров накладываются часто следующие друг за другом флуктуации плотности слоя, то мы должны получить кривую с двумя максимумами, вроде самой верхней сплошной кривой на рис. 6. Пользуясь данными фотоэлектрических измерений Хексфорда [36] с оксидированными катодами и производя вычисления по формуле (38), мы получаем в действительности подобный результат; на рис. 6 точки построенной таким образом кривой изображаются крестиками. Ход этой кривой можно

объяснить наложением пятен с диаметром около 10^{-5} *см* на пятна с диаметром $2 \cdot 10^{-4}$ или $3 \cdot 10^{-4}$ *см*, хотя для окончательного выяснения вопроса недостает опытных данных в области достаточно сильных полей. Чтобы объяснить отсутствие насыщения фототока, наблюдающееся у некоторых поверхностей в слабых полях, достаточно предположить наличие пятен, у которых b имеет порядок 10^{-4}—10^{-3} *см* и V_0 — порядок нескольких десятых долей вольта. Свет, частота которого лишь немного превышает частоту длинноволновой границы, может вырвать электрон только с поверхностей, обладающих меньшей работой выхода. Слабые ускоряющие поля будут вызывать сравнительно большие изменения в работах выхода этих поверхностей, и в результате в спектральной области, примыкающей к длинноволновой границе, мы будем иметь большие относительные изменения испускания.

Если мы осветим поверхность светом большей частоты, то испускание электронов будет происходить на всех участках поверхности. Длинноволновая граница участков поверхности с большей работой выхода будет в несколько меньшей степени зависеть от приложенного поля, чем у чистой поверхности. Относительное изменение испускания с участков поверхности, обладающих меньшей работой выхода, будет меньше, чем в области низких частот, благодаря тому, что заданная величина абсолютного изменения будет составлять меньшую долю полного испускания. Если частота света приближается к частоте, соответствующей спектральному максимуму, то абсолютное изменение испускания с эффективной работой выхода будет уменьшаться. В результате мы будем наблюдать в области высоких частот гораздо меньшее относительное изменение полного испускания с приложенным напряжением поля, чем вблизи длинноволновой границы.

Особенно сильное изменение работы выхода с приложенным напряжением поля было наблюдено Ноттингэмом [45]. Одна из пленок щелочного металла на тяжелом металле показала уменьшение эффективной работы выхода на 1,9 V при ускоряющем потенциале, равном 4 V. Никаких деталей экспериментов автор не описывает; указывается, однако, что при пользовании плоско-параллельными электродами на расстоянии d *см* друг от друга поле, требуемое для такого смещения, должно быть равно $\frac{4}{d}$ V/*см*$^{-1}$. Обращаясь к уравнению (37), мы видим, что если изменение работы выхода на 1,9 V вызвано полем в $\frac{4}{d}$ V/*см*$^{-1}$, то среднее расстояние z_1 от поверхности до точки, где поле поверхности и приложенное внешнее поле становятся равными, должно быть порядка $\frac{1}{2}d$, т. е. половины расстояния между электродами. Никакое равномерное распределение зарядов по поверхности не может вызвать поверхностных полей на таких расстояниях, и остается допустить, что в пленке имеются неоднородности, линейные размеры которых имеют тот же

порядок, что и расстояние между электродами. Эти неоднородности могут происходить по причине неравномерного осаждения щелочного металла на пленке. В работе, произведенной автором настоящей статьи совместно с Лауренсом и посвященной исследованию тонкой пленки калия на вольфрамовой нити, где заведомо не было и не могло быть пятен, сравнимых по размерам с расстоянием между электродами, подобного эффекта наблюсти не удалось. Резкий скачок скорости изменения длинноволновой границы с напряжением поля от величины, характерной для тормозящего поля, до величины, примерно вдвое большей, нежели та, которая требуется теорией электрических изображений, был использован для определения нулевого поля между анодом и катодом.

Зурман и Тейссинг [16] сообщают, что ими установлено в пленке калия на платине наличие участков с различающимися в широких пределах работами выхода. Авторы пользуются методом Зурмана [8] для подсчета полного испускания I_c по уравнению (2) и наблюденным кривым спектрального распределения. С помощью уравнения (1) они строят график зависимости $\log I/T^2$ от I/T. Теория требует, чтобы зависимость изображалась прямой линией, наклон которой равен $-\frac{\varphi_0}{k}$. Авторы нашли, что наклон меняется с температурой. В области температур $1200^\circ\,K < T < 2000^\circ\,K$, где T — температурная характеристика излучения черного тела, наклон кривой соответствует работе выхода, равной 2,02 V. В области $2400^\circ\,K < T < 4000^\circ\,K$ наклон соответствовал 2,98 V. Они объяснили это явление тем, что при низких температурах источника излучения электроны могли вырываться лишь с участков поверхности с малой работой выхода, тогда как излучение источника высокой температуры могло вырывать электроны отовсюду, и определяемая в этих условиях работа выхода относилась ко всей поверхности в целом.

Если положить $r = 2$, то наклоны будут всего лучше соответствовать значениям 2,46 и 2,93 V, а при $r = 5$ получается хорошая прямая. Зурман указывает поэтому, что наилучшие результаты дают значения $r > 2$.

Анализ экспериментальных данных по методу Фаулера показывает, что для двух более толстых пленок (см. рис. 7 и 8 в цитированной статье) наклон прямой практически не меняется при переходе от комнатной температуры к температуре жидкого воздуха. Очень тонкая пленка, содержащая в себе значительно меньше одного атомного слоя (см. рис. 6 в цитированной статье), давала при температуре жидкого воздуха уменьшение работы выхода на 0,2 V. Но здесь следует иметь в виду, что малые изменения в количестве щелочного металла вызывают в таких тонких пленках значительные изменения в работе выхода и что поэтому наблюденное изменение в работе выхода может быть приписано конденсации небольшого количества калия при охлаждении поверхности. Форма всех кривых очень близко подходит к теоретической кривой Фау-

лера, — результат, которого трудно было бы ожидать, если бы эффективная работа выхода заметно изменялась с частотой.

Кривизну графика зависимости $\log \frac{I}{T^2}$ от $\frac{1}{T}$ можно объяснить тем, что фотоэлектрическая эмиссия не следует в точности уравнению Ричардсона. Функция распределения по спектру, которую Ричардсон [1] находит, приравнивая друг другу правые части равенств (1) и (2), дает более крутой наклон кривой возле $\nu = \nu_0$, чем этого требуют данные опыта. Если полное испускание, вычисленное по ричардсоновской функции распределения по спектру даст прямолинейную зависимость $\log \frac{I}{T^2}$ от $\frac{1}{T}$, то следует ожидать, что наблюденные кривые спектрального распределения будут иметь форму, описанную Зурманом и Тейссингом, хотя бы поверхность и обладала одной определенной работой выхода.

Уже после того как эта статья была написана, Ноттингэм [17] опубликовал другую теорию, объясняющую наблюденное на опыте изменение работы выхода с приложенным полем для некоторых сложных поверхностей. Как уже указывалось, это изменение не может быть объяснено теорией электрических изображений.

Ноттингэм анализирует данные как своих, так и произведенных другими авторами наблюдений термоэлектронной и фотоэлектрической эмиссий различных сложных поверхностей в слабых ускоряющих и замедляющих полях. Изучая термоэлектронную эмиссию торированной вольфрамовой нити как функцию напряжения поля, он находит, что наблюденное распределение скоростей подчиняется закону Максвелла, но оно соответствует температуре более высокой, нежели температура нити. В добавление к этому он отмечает, что коэфициент A в уравнении Ричардсона (1), являющийся мерой испускательной способности, уменьшается при увеличении напряжения поля. Так, при ускоряющем потенциале больше 6 V его величина составляла всего лишь около одной десятой доли его величины для чистой поверхности.

Для объяснения этих явлений автор вводит в рассмотрение потенциальный барьер, состоящий из потенциала электрического изображения типа BDO на рис. 2, на расстояниях, превосходящих расстояние от поверхности до слоя атомов тория, минимума потенциала на этом слое и максимума, имеющего приблизительно форму параболы, в пространстве между слоем тория и металлом, служащим подложкой. Предполагается, что этот последний максимум выше, чем AB. Если анод будет иметь потенциал AB, то электроны, обладающие энергией, как раз достаточной для того, чтобы дойти до анода, должны будут преодолеть барьер.

Если приложить тормозящее поле, то форма потенциального барьера будет при удалении от торцевого слоя приближаться к прямой с положительным угловым коэфициентом, в противоположность прямой AC на рис. 2, у которой угловой коэфициент отрицателен. Если потенциал анода выше вершины барьера между

пленкой и подложкой (film barrier), то любой электрон с энергией, достаточной для того, чтобы достичь анода, свободно пройдет над барьером. В этом случае наблюденное испускание оказалось, как то и должно было ожидать, таким же, как если бы пленка вообще отсутствовала. Если потенциал анода упадет до потенциала источника электронов, то медленные электроны будут преодолевать барьер в пленке, коэфициент пропускания которого меньше единицы. Быстрые же электроны будут попрежнему беспрепятственно проходить поверх барьера. В результате мы получим преимущественное испускание электронов больших скоростей, и, следовательно, распределение электронов по скоростям будет соответствовать более высокой температуре, чем температура нити. Ноттингэму удалось построить модель пленочного барьера атомных размеров, фильтрующего медленные электроны.

Он использовал затем эту модель для объяснения полученных им опытных данных, о которых мы уже упоминали выше [45]. Он нашел, что в тормозящих полях смещение порога следует уравнению Эйнштейна:

$$h\nu - \varepsilon_0 = \frac{1}{2} mv^2 = eV \tag{41}$$

и что в умеренно сильных полях величина смещения приближается к величине, предусматриваемой теорией электрических изображений. Когда потенциал анода мало отличается от потенциала источника электронов, наблюденное смещение оказывается слишком большим, чтобы его можно было объяснить действием поля электрических изображений, и недостаточно большим, чтобы удовлетворить уравнению Эйнштейна.

Рассмотренное объяснение предполагает, что закон Эйнштейна остается в силе, коль скоро потенциал анода оказывается выше барьера в пленке. В противном случае более медленные электроны будут вынуждены преодолевать барьер. Автор отмечает, что поскольку мы в состоянии измерять только лишь токи определенной конечной величины, то ощутимый ток мы можем получить лишь в том случае, когда имеются электроны, энергия возбуждения которых больше, чем минимальная энергия, необходимая для того, чтобы достичь анода после прохождения барьера в пленке. Этот эффект будет тем более заметен, чем ниже упадет потенциал анода; поэтому наблюденное изменение спектрального порога окажется меньше, чем изменение потенциала анода.

Несмотря на всю удовлетворительность этого объяснения для данного случая, оно перестает быть верным, когда прилагается внешнее ускоряющее поле. Распространяя объяснение Ноттингэма на случай слабых ускоряющих полей, мы должны ожидать, что аналогично предыдущему наблюденное смещение спектрального порога будет меньше, чем изменение высоты барьера электрического изображения вне пленки, которая уменьшится в согласии с законами электрических изображений. Опыт показывает, однако,

угое: как данные наблюдений Ноттингэма, так и данные, приводимые другими авторами, дают смещение, равное или даже большее, нежели смещение, предсказываемое теорией электрических изображений.

В своей последней статье Ноттингэм приводит схему своей установки. Источником электронов служил никелевый цилиндр, помещенный внутрь цилиндрического анода, откуда его можно было вынимать для очищения от грязи и нанесения слоя натрия. Когда пленка на цилиндре тонка, то трудно, или даже невозможно, покрыть цилиндр однородным слоем. Малое изменение толщины вызывает в такой пленке большое изменение в работе выхода. В пленке могут присутствовать неоднородности того же порядка величины, что и диаметр катода, а такие неоднородности могут, как мы видели, быть причиной указанных эффектов.

Применение рассматриваемой теории к термоэлектронной эмиссии выходит из рамок настоящей статьи. Следует, однако, отметить, что теория пленочного барьера, справедливость которой в области слабых полей не подлежит сомнению, вряд ли будет оставаться применимой к эмиссии в таких полях, которыми пользовались Беккер и Меллер [39], ибо мы вправе ожидать от нее результата, аналогичного тому, к которому она приводит в случае фотоэлектрического эффекта. На этом пункте мы остановимся несколько подробнее.

Теория местных неоднородностей в пленке объясняет „отфильтровывание“ части медленных электронов в термоэлектронной эмиссии, а также малые значения константы A в уравнении Ричардсона в сильных полях. Чтобы в этом убедиться, мы должны вспомнить, что каждое из пятен должно быть разделено на площадки, соответствующие различным потенциальным барьерам, форма которых будет промежуточной между предельными барьерами AFB и AEB на рис. 5. Для определения эмиссии необходимо вычислить ее отдельно для барьеров каждого типа и затем просуммировать по всей поверхности, подобно тому как это сделали Беккер и Рожанский [44]. Если потенциал анода будет больше F, то все участки поверхности будут обладать нормальным испусканием. Если он будет лежать в пределах между F и B, то эмиссия электроположительных участков поверхности останется прежней, а электроотрицательные участки будут теперь испускать лишь те электроны, энергия которых достаточна для того, чтобы миновать барьер вне пленки.

Другими словами, мы будем иметь здесь преобладание электронов большей скорости. При дальнейшем падении потенциала анода поле становится ускоряющим, а увеличение испускания происходит за счет центров электроположительных пятен. Это влечет за собой уменьшение той части поверхности нити, которая испускает электроны, и, следовательно, уменьшение A.

Сравнивая обе теории, мы видим, что теория пленочного барьера может дать качественное объяснение фотоэлектрическому

испусканию в весьма слабых полях и перестает быть верной в области более сильных полей. Теория местных неоднородностей объясняет явления, происходящие в сильных полях, а при добавочных предположениях вполне приемлемого свойства также и явления, наблюдающиеся при слабых полях. В области термоэлектронных явлений теория пленочного барьера также дает объяснение результатам наблюдений в области слабых полей, а теория местных неоднородностей — результатам, полученным в сильных ускоряющих полях.

Возможность применения теории пленочного барьера к испусканию в сильном поле сомнительна, зато теория местных неоднородностей способна дать качественное объяснение ряду свойств испускания и в слабых полях. Для окончательного решения вопроса необходимы более тщательные экспериментальные и теоретические исследования по данному вопросу.

C. Влияние объемных зарядов

Исследование возможного влияния объемных зарядов на эффективное поле поверхности и, следовательно, фотоэлектрическое испускание этой поверхности представляет несомненный интерес. Действительно, следует вспомнить, какую большую роль играют объемные заряды при сильной термоэлектронной эмиссии.

Бертлетт и Уотерман [48] вычисляли поверхностные поля в предположении, что объемный заряд играет главную роль даже и в случае малой эмиссии. При этом они пренебрегают силой взаимодействия электрона с его электрическим изображением, которое несомненно имеется налицо, и пользуются уравнением Пуассона, предполагающим непрерывное распределение зарядов, применяя его и к тем частям пространства, где плотность электронов весьма мала.

При низких температурах объемный заряд не может быть причиной возникновения полей на расстояниях порядка 10^{-5} *см* от поверхности, и поэтому их расчеты не могут быть приложимы к таким температурам.

Цвиккер [49] производит аналогичные вычисления, учитывая одновременно и объемный заряд и поле электрического изображения. Получить точное решение ему не удается, но приближенные вычисления показывают, что объемный заряд играет в образовании поля у поверхности лишь малую роль.

Влияние объемного заряда на фотоэлектрический эффект при абсолютном нуле может быть описано весьма просто. Независимо от причины образования поля у поверхности, мы имеем некоторый потенциальный барьер, вершина которого превосходит энергию ε самого быстрого электрона в металле на величину ε_0, равную работе выхода. При отсутствии добавочной энергии ни один из электронов не может удалиться от поверхности металла дальше,

чем на то критическое расстояние, которому соответствует высота потенциального барьера $\bar{\varepsilon}$ *. Следовательно, на расстояниях от поверхности, превосходящих критическое расстояние, никаких объемных зарядов быть не может и последние не могут оказывать влияния на потенциальный барьер в этой области. Ближе к поверхности действие объемных зарядов может стать заметным.

Известно, что закон электрических изображений для чистых поверхностей безусловно справедлив на больших расстояниях, где объемные заряды перестают играть роль; поэтому можно считать, что на расстояниях больше критического поле поверхности есть поле электрического изображения. Для объяснения наблюденных значений работы выхода критическому расстоянию нужно приписать величину порядка 10^{-7} *см*; на этом расстоянии поле оказывается равным примерно $4 \cdot 10^6$ V/*см*$^{-1}$. Эффективное изменение длинноволновой границы фотоэлектрического эффекта в ускоряющем поле зависит от характера поля у поверхности. Поскольку применяемые в опытах напряжения полей гораздо меньше напряжений поверхностных полей в тех частях, где могут играть роль объемные заряды, изменения спектрального порога не должны зависеть от объемных зарядов.

В предельном случае слабого фотоэлектрического испускания объемный заряд вырываемых светом электронов будет мал, и поэтому наблюдаемая эмиссионная характеристика не должна при абсолютном нуле зависеть от объемных зарядов.

При повышении температуры увеличивается число электронов, имеющих достаточно энергии для того, чтобы перейти критическое расстояние. Если поле вне области объемных зарядов при абсолютном нуле является полем электрического изображения, то оно не должно зависеть от температуры. Влияние объемных зарядов на поле в этой части пространства должно сказываться в увеличении работы выхода с увеличением температуры. Анализ данных фотоэлектрических измерений по методу Фаулера показывает, что работа выхода в области температур от комнатной до 1100° К меняется меньше, чем на 1%. Таким образом, если объемный заряд и оказывает какое-то влияние на фотоэлектрическое испускание в ускоряющих полях, то это влияние во всяком случае крайне мало.

В тормозящем поле явление, приписанное действию объемного заряда, было найдено и исследовано Марксом и Мейером [50], работавшими с фотоэлементом, в котором катодом служила толстая пленка калия. Они измеряли струнным электрометром максимальный потенциал, до которого заряжается анод, и нашли, что уравнение Эйнштейна (41) оказывается выполненным, если пользоваться

* С точки зрения квантовой механики существует малая вероятность того, что электрон окажется на расстоянии от металла, большем, чем критическое расстояние. Этим эффектом можно, однако, пренебречь.

монохроматическим светом. При пользовании светом высокой частоты анод доходит до какого-то определенного потенциала; если к этому свету добавить свет другой меньшей, но во всяком случае превосходящей длинноволновую границу частоты, то потенциал анода уменьшается на величину, пропорциональную $(\nu_1 - \nu_2)\frac{n_2\nu_1}{n_1\nu_2}$, где ν_1 и ν_2 — частоты, удовлетворяющие условию $\nu_1 > \nu_2 > \nu_0$, а n_1 и n_2 — числа электронов, вырванных соответственно светом частоты ν_1 и ν_2.

Приводимое авторами теоретическое объяснение описанного явления основано на том, что при добавлении света меньшей частоты происходит перераспределение объемных зарядов в пространстве между электродами, что влечет за собой увеличение энергии, необходимой электрону для того, чтобы он после вырывания из катода мог достичь анода. Уменьшение максимального потенциала было найдено зависящим от отношения $\frac{n_2}{n_1}$ и не зависящим от абсолютных значений этих величин. Однако при малых интенсивностях света плотность электронов в пространстве между электродами будет настолько малой величиной, что уравнение Пуассона, которым авторы пользуются, перестает быть верным вследствие того, что электрический заряд нельзя уже будет считать распределенным непрерывно. Дальнейшее теоретическое исследование вопроса не представляет особенного смысла, так как данные описанных экспериментов могут быть объяснены и более простым образом.

Результатам, изложенным в первой появившейся в печати заметке, где отсутствовали еще сведения о деталях экспериментов, Ольпин [51] дает следующее объяснение. Потенциал достигает равновесия в монохроматическом свете в тот момент, когда число электронов с энергией, достаточной для того, чтобы достичь анода, становится равным числу электронов, испускаемых анодом под действием рассеянного света. В случае калиевого фотоэлемента на аноде образуется тонкая пленка калия, которая делает его фотоэлектрически чувствительным и, вероятно, даже в большей мере, чем катод.

При добавлении света меньшей частоты число электронов, достигающих анода, остается прежним, но рассеянный свет меньшей частоты будет вырывать электроны с анода, благодаря чему его потенциал будет падать до тех пор, пока необходимое добавочное количество электронов, вырванных с катода светом большей частоты, не компенсирует этого падения. Употребляя фотоэлектрически нечувствительный анод, Ольпин не смог обнаружить никакого эффекта.

Из последующего более подробного описания экспериментов Маркса и Мейера видно, что анод у них был совершенно загорожен от рассеянного света и они считали, что тем самым ими был исключен всякий эффект, связанный с рассеянным излучением. Но поскольку в их фотоэлементе находился калий, фотоэлектрически чувствительный слой должен был образоваться на всех

стеклянных поверхностях и эти последние должны были играть роль анода в объяснении Ольпина. Фотоэлектроны, вырванные с катода, могли достигать анода лишь в случае, когда потенциал окружающего стекла становился равным потенциалу анода; таким образом вся внутренность фотоэлемента действовала совершенно так же, как действовал бы анод, не будь он загорожен от света. При этих добавочных замечаниях объяснение Ольпина остается попрежнему в силе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Richardson O. W, Phil. Mag., **24**, 570, 1912.
2. Thomson J. J., Phil. Mag., **2**, 674, 1926.
3. Uspensky A. W., Ztschr. f. Phys., **40**, 456, 1926.
4. Hudges A. L a. Du Bridge L. A., Photoelectric Phenomena. Mc. Graw. Hill, New-York 1932; стр. 200.
5. Richardson O. W., Phil. Mag., **23**, 594, 1912.
6. Dushman S., Phys. Rev. (2), **21**, 623, 1923.
7. Roy S. C., Proc. Roy. Soc., A, **112**, 599, 1926.
8. Suhrmann R., Ztschr. f. Phys., **33**, 63, 1925.
9. Suhrmann, R. Ztschr. f. Phys. **54**, 99, 1928.
10. Нордгейм (Nordheim L., Phys. Ztschr., **30**, 177, 1929) дал превосходный обзор по теории металлов, термоэлектронной и аутоэлектронной эмиссии, а также обзор более старых теорий фотоэлектрического эффекта.
11. Fowler R. H., Proc. Roy. Soc., A, **118**, 229, 1928.
12. Кроме обзора старых работ по этому вопросу, указанного в сноске 10, существует более свежий и подробный обзор, сделанный Кондоном (Condon E. U., Rev. Mod. Phys., **3**, 43, 1931). Из позднейших работ укажем на следующие: Frank N. H. a. Young L. A., Phys. Rev. (2), **38**, 80, 1931; Wetzel W, Phys Rev. (2) **38**, 1205, 1931; Rojansky a. Wetzel W. Phys. Rev. (2), **38**, 1979, 1931.
13. Wentzel G., Sommerfeld's 60 Geburtstag-Festschrift, Probl. der Mod. Phys, 79, Leipzig 1928.
14. Houston W. V., как указано на стр. 495 Лауренса и Линфорда (Lowrense E. O., Linford L. B. Phys. Rev. (2), **36**, 482, 1930.
15. См. Lawrence E. O. a. Linford L. B., Phys. Rev. (2), **36**, 496, 1930.
16. Fröhlich H., Ann. d. Phys., **7**, 103, 1930).
17. Lukirsky P. u. Prilezaev S., Ztschr. f. Phys., **49**, 236, 1928.
18. Suhrmann R. u. Theissing, Ztschr. f. Phys, **53**, 701, 1929.
19. Tamm J. u. Schubin S, Ztschr. f. Phys, **68**, 97, 1931.
20. Bloch F., Phys. ZS., **32**, 881, 1931.
21. Suhrmann R. u. Theissing H., Ztschr. f. Phys, **52**, 453, 1928.
22. Pennly W. G., Proc. Roy. Soc., A, **133**, 407, 1931.
23. Frenkel J., Phys. Rev. (2), **38**, 309, 1931.
24. Tamm J., Phys. Rev. (2), **39**, 170, 1932.
25. Lawrence E O. a. Linford L. B., Phys. Rev. (2), **36**, 482, 1930.
26. Fowler R H., Phys. Rev. (2), **38**, 45, 1931.
27. Young L. A. a. Frank N. H., Phys. Rev. (2), **38**, 838, 1931.
28. Du Bridge L. A. a. Roehr W. W., Phys. Rev. (2), **39**, 99, 1932.
29. Du Bridge L. A., Phys. Rev. (2), **39**, 108, 1932.
30. Welch G. B., Phys. Rev. (2) **32**, 657, 1928. Определение работы выхода по методу Фаулера, Phys. Rev. (2), **40**, 470, 1932. Автор приносит благодарность д-ру Уэлчу за доставление данных, касающихся вертикального смещения.
31. Warner A. H., Phys. Rev. (2), **38**, 1871, 1931.
32. Ives H. E., Astroph. J., **60**, 209, 1924.

33. Suhrmann R., Naturwis., **16**, 336, 1928.
34. Huxford W. S., Phys. Rev. (2), **38**, 379, 1931.
35. Schottky W., Phys. Ztschr. **15**, 872, 1914.
36. Dushman S., Rev. Mod. Phys., **2**, 381, 1930; автор дает хороший обзор по термоионному испусканию.
37. Compton K. T. a. Langmuir I., Rev. Mod. Phys., **2**, 123, 1930. В отделе, посвященном контактным потенциалам и электронной эмиссии в ускоряющих электрических полях (стр. 144—160), дано описание ряда относящихся сюда явлений.
38. Debye P., Ann. d. Phys, **33**, 441, 1910.
39. Becker J. A. a. Mueller D. W., Phys. Rev. (2) **31**, 341, 1928.
40. Reynolds N. B., Phys. Rev. (2), **35**, 158, 1930.
41. Linford L. B., Phys. Rev. (2), **36**, 1100, 1930.
42. Langmuir I., Gen. Elec. Rev, **23**, 504, 1920.
43. Беккер и Рожанский (Becker J. A. a. Rojansky V.) имели любезность сообщить автору этот результат из своей неопубликованной работы:
44. Linford L. B., Phys. Rev. (2), **37**, 1018, 1931.
45. Nottingham W. B., Phys. Rev. (2), **35**, 669, 1930.
46. Suhrmann R. u. Theissing H., Ztschr. f. Phys., **73**, 709, 1932.
47. Nottingham W. B., Phys. Rev (2), **41**, 793, 1932.
48. Bartlett R. S. a. Waterman A. T., Phys. Rev. (2), **37**, 279, 1931; Bartlett R. S., Phys. Rev. (2), **37**, 959, 1931; (2), **38**, 1566, 1931; Waterman A. T., Phys. Rev. (2), **38**, 1497, 1932.
49. Zwickker C., Physica, 11, 161, 1931.
50. Marx E, Naturwiss., **17**, 806, 1929; Phys. Rev. (2), **35**, 1059, 1930; Meyer A. E. H., Ann d. Phys, **9**, 787, 1931. Теоретическое исследование вопроса дано в статье Marx E. and Meyer A. E. H, Phys. Ztschr., **32**, 153, 1931.
51. Olpin, A. R., Phys. Rev. (2), **35**, 112, 1930.