1930 г. Т. X. ВЫП. 2.

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК
Фи 101

ВЕТРЯНЫЕ ДВИГАТЕЛИ В СВЕТЕ СОВРЕМЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ [1]

А. Бетц, Геттинген

Введение

В послевоенное время заметно возрос интерес к ветряным двигателям. Объясняется это, главным образом, двумя причинами: с одной стороны, недостаток угля заставляет искать новых источников энергии; с другой стороны, стало очевидным, что новые аэродинамические исследования и большой экспериментальный материал, накопленный при конструировании самолетов, позволит значительно усовершенствовать ветряные двигатели. Действительно, общие успехи аэродинамики, естественно, оказались весьма плодотворными для развития конструкции ветряков, но, к сожалению, до настоящего времени эти новые исследования не внесли ожидавшихся существенных улучшений в экономическую сторону дела и пока едва ли можно на них надеяться.

Здесь наблюдается весьма распространенное явление, заключающееся в том, что современная наука вносит лишь небольшие усовершенствования в те технические сооружения, опыт по устройству которых накопился с древнейших времен.

В частности, новые аэродинамические исследования главным образом выяснили сущность процессов, происходящих в ветряных двигателях и средства для достижения

[1] Naturwissenschaften, 18, Nov., 1927. Перевел проф. В. Шулейкин

желаемого эффекта, а также определили принципиальные границы мощности, которую можно ожидать от двигателя.

Задача ветряного двигателя заключается в извлечении энергии ветра и превращении ее в форму, удобную для использования.

Родственные цели преследуют водяные турбины, однако между ними и ветряными двигателями существует важное различие. Водяные силовые станции располагают, обычно, некоторым ограниченным запасом энергии, накопленным посредством дорого стоящей плотины. При превращении этой энергии в форму удобную для использования, обычно, заботятся о высоком коэффициенте полезного действия машины, так как всякая потеря при таком превращении равносильна расточению ценной энергии.

Здесь, естественно, играет большую роль стоимость и амортизация всего сооружения.

Напротив, в воздушном океане мы располагаем такими гигантскими запасами энергии, что наши ветряные двигатели никоим образом не могут охватить их. Поэтому совершенно не существенно, какие потери будут иметь место при превращении этой энергии. Существенна только стоимость сооружений, необходимых для такого превращения.

Наиболее экономическим является тот ветряной двигатель, при работе которого каждый добытый килоуат-час обходится наиболее дешево. А так как при добывании энергии посредством ветряных двигателей расходы сводятся, главным образом, к амортизации и к процентам на сумму, затраченную при постройке, то проблема конструирования ветряного двигателя сводится к получению наибольшей возможной мощности при данной стоимости постройки: иными словами — к понижению цифры, которая получается от деления стоимости постройки на количество энергии, выработанной за год.

Эту проблему — добывания энергии посредством ветряных двигателей — осложняют некоторые требования, зависящие отчасти от особенностей ветра, как источника энергии, а отчасти — от своеобразных качеств потребителей этой энер-

гии. Самое значительное осложнение вызывается непостоянством скорости ветра.

В течение значительной части года ветер может быть так слаб, что он не будет в состоянии вращать колеса двигателя: а если это колесо и вращается достаточно свободно, то энергия, даваемая в таких случаях, не покроет и малой доли потребного количества. Временами, напротив, буря может быть так сильна, что придется с большим трудом спасти установку от избыточной энергии, которая может ее разрушить. Едва ли возможно построить двигатель, который работал бы хорошо как при самом слабом ветре, так и в бурю.

Обычно приходится ограничиваться только расчетом на наиболее часто повторяющиеся скорости ветра (в глубине континента — от 3 до 10 *м* в секунду, в приморских районах — несколько больше).

Особенно приходится заботиться о хорошем приспособлении для регулирования двигателя, которое позволило бы безопасно отводить слишком большие потоки энергии при возрастании скорости ветра выше известного предела. Кроме того, непостоянство скорости ветра неудобно и в другом отношении: добытая энергия так колеблется по величине, что к этим колебаниям нельзя приспособиться при потреблении энергии. Так, например, если ветряной двигатель вращает динамомашину, служащую для электрического освещения, то потребление тока должно возрастать по вечерам. Но, очевидно, нельзя рассчитывать, чтобы как раз в это время ветер достигал наибольшей скорости. Напротив, в другое время, когда ветер особенно силен, энергия его может и не пригодиться. Поэтому необходимо либо накоплять добываемую энергию, либо искать такое применение энергии ветряного двигателя, которое не зависело бы от времени (например употреблять ветряные двигатели на водокачках для нужд водопровода или оросительных целей).

Приспособления для накопления энергии — например, электрические аккумуляторы — стоят дорого, а потому удорожают добычу энергии.

*

Дальнейшие затруднения возникают благодаря небольшому числу оборотов в минуту, присущему ветряным двигателям. По причинам, о которых будет подробнее сказано ниже, отношение окружной скорости конца крыльев двигателя к скорости ветра должно заключаться в известных границах. Но, с другой стороны, для получения сколько-нибудь значительной мощности, диаметр колеса ветряного двигателя должен быть довольно велик. Вот почему этому колесу приходится давать число оборотов в минуту значительно меньшее, чем во всех других машинах.

Чтобы посредством ветряного двигателя приводить в движение какую-нибудь машину, необходимо, следовательно, вводить промежуточную передачу, для повышения скорости вращения. А это всегда удорожает установку и, тем самым, увеличивает стоимость добываемой энергии. Затруднения здесь возникают тем более значительные, чем больше диаметр колеса, так как при увеличении его падает число его оборотов и увеличивается передаваемая мощность. Поэтому, весьма существенным оказывается достигнуть наибольшего числа оборотов колеса, возможного при данных внешних условиях, то есть, иными словами, — увеличить отношение окружной скорости колеса к скорости ветра.

К сожалению, у таких быстроходных колес имеются другие существенные недостатки, которые кладут предел стремлению к повышению быстроходности.

В дальнейшем мы рассмотрим поближе две такие проблемы. Прежде всего — главную проблему о том, как можно добывать энергию посредством ветряного двигателя и какую мощность можно надеяться получить посредством колеса данных размеров и при данной скорости ветра. Вторая проблема связана с вопросом о быстроходности.

Механизм добывания энергии

Прежде всего спросим себя: как можно, вообще говоря, извлечь кинетическую энергию от движущегося воздуха? Мы можем представить себе такое схематическое устройство (рис. 1): под ветер поставлено некоторое тело, например плоская пластинка с поверхностью F. Ветер, дующий на

пластинку со скоростью v, давит на нее с силой W, пропорциональной площади F, квадрату скорости v и плотности воздуха ρ (в технической системе единиц „*м-кг-сек*^{2}“) для воздуха нормальной температуры и при нормальном давлении

$$\rho = \frac{1}{8} кг \cdot сек \cdot м^{-4}.$$

Это соотношение пытаются выразить следующим образом:

$$W = c_w \cdot \frac{\rho}{2} F \cdot v^2. \qquad (1)$$

Коэффициент пропорциональности C_w носит название коэффициента сопротивления и зависит от формы данного тела.

Если предоставить телу возможность двигаться по направлению действующей силы, то сила эта будет совершать работу, которую можно утилизировать (например, поднимать тяжесть (рис. 1).

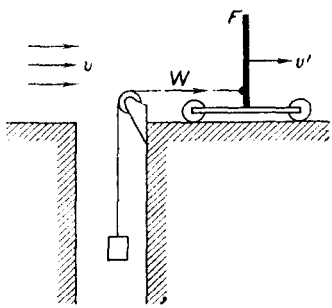

Рис. 1

Так как при таком движении скорость ветра относительно тела уменьшится, то уменьшится и производимое им давление.

Если скорость движения тела (пластинки) равна v', то относительная скорость ветра будет $v - v'$ и, следовательно, сила давления окажется равной:

$$W = c_w \frac{\rho}{2} F \left(v - v' \right)^2. \qquad (2)$$

Работа, производимая в течение секунды (мощность) будет:

$$L = Wv' = c_w \frac{\rho}{2} F \left(v - v' \right)^2 \cdot v'. \qquad (3)$$

Нетрудно показать, что эта мощность, при заданной величине площади F, достигает максимума, при $v' = \frac{1}{3} v$. Максимальная величина ее оказывается равной:

$$L_{max} = \frac{4}{27} \cdot c_w \frac{\rho}{2} F \cdot v^3. \qquad (4)$$

Между тем, располагаемая мощность ветра равняется, очевидно,

$$L' = W \cdot v, \tag{5}$$

так как воздух, движущийся со скоростью v, действует с силой W по направлению своего движения.

При $v' = \frac{v}{3}$, ветер отдает, следовательно, одну треть располагаемой мощности. Остальные две трети превращаются в энергию вихрей и, в конечном счете, в тепло.

Хотя, как мы говорили, такой плохой коэффициент полезного действия ни в коем случае не исключает пригодности ветряного двигателя, но он наводит однако на некоторые размышления, ибо установка, работающая с малыми потерями, при тех же размерах (а следовательно и той же стоимости) могла бы развить большую мощность.

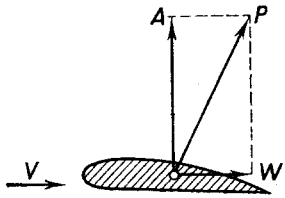

Рис. 2

Действие приспособления, которое только что было описано, было связано с неизбежным рассеянием энергии: в каждую секунду на образование вихрей расходовалась там работа, равная $w(v - v')$.

Возможно ли, спрашивается, представить себе такой способ воздействия ветра, при котором были бы исключены подобные потери?

Нетрудно показать, что это действительно возможно.

В самом деле, выберем такую форму тела, чтобы давление P, оказываемое на него потоком, не совпадало с направлением относительной скорости этого потока, а составляло с нею острый угол (рис. 2). Разложим силу давления на две компоненты: W, направленную вдоль потока, и A, перепендикулярную к нему. Тогда энергия, идущая на образование вихрей, будет обусловлена только компонентой W, выражающей так называемое лобовое сопротивление движению.

Работа, затрачиваемая на преодолевание его, в течение одной секунды, будет равняться: $L = Wv$, где v обозначает

скорость ветра относительно тела. Вторая компонента — „движущая сила“ — не вызывает никакой потери энергии, так как она перпендикулярна к направлению движения. В этом отношении она аналогична центростремительной силе: она только изменяет направление движения воздуха, но не меняет его энергии.

Поэтому, для получения большого количества энергии, при малых потерях, надо выбирать такую форму тела, которая давала бы возможно большую движущую силу и возможно меньшую силу сопротивления.

Такое тело называют крылом. Отношение силы движущей к силе сопротивления, характеризующее достоинство крыла, называют качеством крыла. В дальнейшем будет употребляться его обратная величина, носящая название обратного качества крыла. Обозначим эту обратную величину одной буквой ε. Следовательно:

$$\varepsilon = \frac{W}{A}. \tag{6}$$

Так же, как выше было вычислено давление на тело, можно теперь вычислить движущую силу и лобовое сопротивление:

$$A = C_a \cdot \frac{\rho}{2} F v^2 \tag{7}$$

$$W = C_w \cdot \frac{\rho}{2} F v^2, \tag{8}$$

где C_a и C_w — коэффициенты пропорциональности, зависящие только от формы и расположения крыла. Под символом F здесь подразумевается, обычно, наибольшая проекция крыла.

Для четырехугольного крыла эта площадь равняется произведению длины на ширину: $F = l \cdot t$. Для добывания энергии от ветра мы будем применять только такие крылья.

Пусть скорость ветра равняется v. Поставим под ветер крыло и будем его перемещать перпендикулярно к направлению ветра со скоростью u (рис. 3).

Воздух будет тогда двигаться относительно крыла со скоростью V, равной геометрической сумме v и u (рис. 4)

$$V = \sqrt{v^2 + u^2}. \tag{9}$$

Направление скорости V составляет с направлением v угол β (рис. 3 и 4), который, на основании рис. 4, может быть определен из соотношения

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{V}. \tag{10}$$

Так как „движущая“ сила A, действующая на крыло при такого рода перемещении, направлена перпендикулярно к V, то она составляет тот же угол β с направлением движения u (рис. 3 и 5).

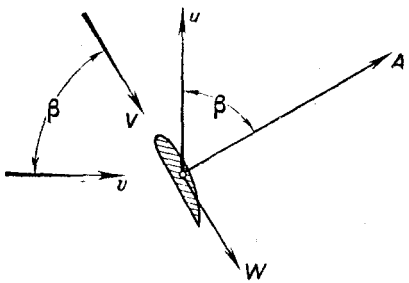

Рис. 3

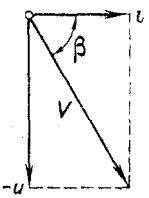

Рис. 4

Полезную работу будет производить та компонента силы A, которая совпадает по направлению с u

$$T_1 = A \cdot \cos\beta.$$

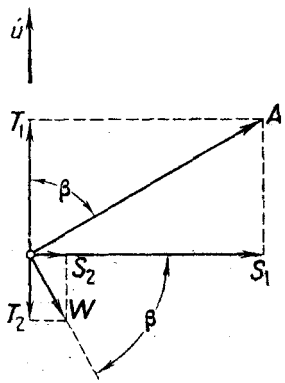

Рис. 5

Сопротивление движению представится в виде компоненты

$$T_2 = W \cdot \sin\beta.$$

В направлении движения будет, поэтому, действовать сила, равная в общей сложности:

$$T = T_1 - T_2 = A\cos\beta - W\sin\beta = \\ = A\cos\beta\,(1 - \varepsilon\operatorname{tg}\beta), \tag{11}$$

где $\varepsilon = \frac{W}{A}$ обозначает упомянутое выше обратное качество крыла.

Полезная работа оказывается равной

$$L_N = T \cdot u = A\,u\cos\beta\,(1 - \varepsilon\operatorname{tg}\beta). \tag{12}$$

Компоненты сил, совпадающие по направлению со скоростью ветра v, будут стремиться сдвинуть крыло. Сила сдвига S будет:

$$S = S_1 + S_2 = A \sin\beta + W \cos\beta = A \sin\beta\ (1 + \varepsilon \operatorname{cotg}\beta). \quad (13)$$

Располагаемая энергия ветра равняется

$$L_W = S \cdot v = Av \cdot \sin\beta\ (1 + \varepsilon \operatorname{cotg}\beta). \quad (14)$$

Принимая во внимание, что $v \cdot \sin\beta = u \cdot \cos\beta$, можно из (12) получить:

$$L_N = L_W \cdot \frac{1 - \varepsilon \operatorname{tg}\beta}{1 + \varepsilon \operatorname{cotg}\beta} = L_W \cdot \frac{1 - \varepsilon \frac{u}{v}}{1 + \varepsilon \frac{v}{u}} \quad (15)$$

Если бы лобовое сопротивление равнялось нулю (так же как и обратное качество крыла), то энергия, получаемая крылом в одну секунду, равнялась бы располагаемой энергии ветра. В этом случае получилось бы превращение энергии, не сопровождающееся никакими потерями.

В действительности сопротивление движению существует, а стало быть существуют и потери. Коэффициент полезного действия крыла определяется, очевидно, отношением:

$$\eta_1 = \frac{1 - \varepsilon \frac{u}{v}}{1 + \varepsilon \frac{v}{u}}, \quad (16)$$

то есть отношением полезной работы к располагаемой.

Обратное качество ε, вообще говоря, является очень малым числом (примерно от 0,02 до 0,1). Поэтому коэффициент полезного действия бывает плохим только тогда, когда отношение $\frac{u}{v}$ скорости движения крыла к скорости ветра бывает либо слишком велико, либо слишком мало. В первом случае $\varepsilon \frac{u}{v}$ (в числителе), а во втором $\varepsilon \frac{v}{u}$ (в знаменателе) оказываются такими, что коэффициент полезного действия заметно понижается. Особенно важен случай, когда отношение во много раз превышает

единицу. Вот почему верхний предел для скорости ставится стремлением к хорошему коэффициенту полезного действия. Ниже мы еще раз вернемся к этому вопросу.

Выясним теперь, насколько велика должна быть площадь крыла, потребная для получения заданной мощности.

Согласно уравнению (7), движущая сила равняется

$$A = C_a \frac{\rho}{2} FV^2,$$

где C_a означает коэффициент подъемной силы (он — порядка единицы) а ρ и F, как и раньше, обозначают плотность воздуха и площадь крыла. Величина скорости V, входящая в эту формулу, определяется из соотношения,

$$V = \sqrt{v^2 + u^2} = u \sqrt{1 + \left(\frac{v}{u}\right)^2}.$$

Это — скорость ветра относительно крыла (рис. 3 и 4).

Если мы подставим это выражение в (12) и примем во внимание, что $\cos\beta = \frac{v}{V}$ и $\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v}$, то найдем для развиваемой мощности:

$$L_N = C_a \frac{\rho}{2} FV^2 \cdot u \cdot \frac{v}{V}\left(1 - \varepsilon \frac{u}{v}\right) =$$

$$= C_a \cdot \frac{\rho}{2} F \left(\frac{u}{v}\right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{v}{u}\right)^2} \left(1 - \varepsilon \frac{u}{v}\right). \qquad (17)$$

Сравнивая это выражение с (4) и принимая во внимание, что оба коэффициента — и C_w и C_a — порядка единицы, нетрудно убедиться, что теперь, при той же величине площади крыла и той же скорости ветра достигается значительно большая мощность.

С одной стороны, в случае крыла, отпадает коэффициент $\frac{4}{27}$, входивший в формулу (4), а потому мощность может еще возрастать, при возрастании отношения $\frac{u}{v}$. Так, например, если $\frac{u}{v} = 3$, то фактор, увеличивающий мощность, равняется

$$\left(\frac{u}{v}\right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{v}{u}\right)^2} = 3^2 \cdot 1{,}05 = 9{,}45.$$

Хотя, с другой стороны, последний множитель $\left(1 - \varepsilon \frac{u}{v}\right)$ вызывает некоторое ухудшение, но он не играет большой роли до тех пор, пока обратное качество крыла мало и отношение $\frac{u}{v}$ не слишком велико.

Например, при $\frac{u}{v} = 3$ и $\varepsilon = 0{,}05$, этот множитель будет:

$$\left(1 - \varepsilon \frac{u}{v}\right) = (1 - 0{,}05 \cdot 3) = 0{,}85.$$

Допуская, что коэффициенты C_a и C_w в уравнениях (17) и (4) равны друг другу, обнаружим, что посредством крыла может быть получена мощность, которая в $\frac{27}{4} \cdot 9{,}45 \cdot 0{,}85$, то есть примерно в 54 раза превышает получавшуюся посредством примитивного приспособления, описанного раньше. Если бы отношение скоростей было 2, то мощность возросла бы в 27 раз и даже при $\frac{u}{v} = 1$, она возросла бы все же примерно в 9 раз.

Такое колоссальное различие в получаемой мощности заставляет безусловно предпочесть крыло тому телу, на которое мы заставляли действовать ветер в первом случае, несмотря на большую стоимость постройки крыла.

Колесо ветряного двигателя

Обратимся теперь к вопросу о том, как практически осуществить добывание энергии посредством движущихся крыльев. До сих пор мы рассматривали уединенное крыло или уединенное тело, на которое в упор действовал ветер, причем оба двигались прямолинейно.

Такого рода добывание энергии осуществляется на парусном судне, движущемся под действием ветра.[1]

---

[1] Качество такого „крыла“ очень невелико, ибо по соображениям устойчивости нельзя делать паруса достаточной длины — как требуют аэродинамические условия (см. A. Betz. Theorie der Tragflügel. Naturwiss. 1918, S. 557).

В стационарных сооружениях приходится заставлять крылья, или другие тела, на которые действует ветер, двигаться по замкнутому пути (рис. 6). Проще всего — заставить их вращаться вокруг некоторой оси. Было много попыток применять здесь тела, о которых была речь вначале, но на основании сказанного легко убедиться в непригодности их и в больших преимуществах крыльев перед такими несовершенными телами. Поэтому мы ограничимся описанием только наиболее употребительных форм крыльев.

Обычно, колесо устраивается так: некоторое количество крыльев укрепляют на оси, вокруг которой вся система может вращаться, будучи поставленной под ветер. Если угловая скорость вращения ветряного колеса равняется ω, то некоторая точка крыла, отстоящая от оси на расстоянии r, обладает линейной скоростью $u = r \cdot \omega$, направленной перпендикулярно к ветру. Можно было бы думать, что те же самые вычисления, как и в предыдущем параграфе, дадут и здесь величины сил, действующих на крылья, и величину развиваемой колесом мощности. То обстоятельство, что линейная скорость на крыльях меняется от точки к точке, является как будто только некоторым осложнением в вычислениях, но отнюдь не существенным препятствием.

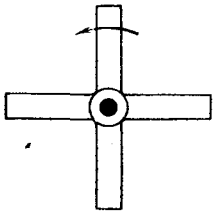

Рис. 6

Но нетрудно заметить, что здесь мы упускаем из виду уже то обстоятельство, что до сих пор мы полагали развиваемую мощность пропорциональной площади крыльев. Поэтому, казалось бы, можно было добиться какой угодно большой мощности от совсем малого колеса, — стоило бы только увеличить число крыльев и сделать каждое крыло пошире, что противоречит всем опытам. Очевидно, здесь крылья мешают друг другу, так что их действие оказывается на колесе иным по отношению к случаю уединенного крыла. Мы должны, следовательно, прежде всего обратить внимание на это искажение картины, вызванное большим числом крыльев.

В предыдущем параграфе мы познакомились с силами с которыми ветер действует на крыло. Те же силы, но с обратным знаком, действуют на частицы воздуха со стороны крыла. Особенно важную роль играет компонента S, совпадающая по направлению с ветром и уменьшающая угловую скорость, в то время как компонента T вызывает только отклонение воздушного потока.

В том случае, когда одно крыло бежит вслед за другим, каждое из них работает в области, где струи воздуха более или менее искажены предшествовавшими крыльями. [1]

Точное исследование всех искажений чрезвычайно хлопотливо. Для наших целей достаточно решить упрощенную задачу — попытаться исключить неизвестные мешающие воздействия, заменив их простой и надежной схемой, которая позволила бы приблизительно подсчитать максимальную достижимую мощность колеса.

Действительная мощность колеса будет немного менее такой теоретической величины, — в зависимости от совершенства выполнения постройки. Для разрешения этой задачи будем рассуждать так.

Энергия ветра есть энергия кинетическая. Если v — скорость ветра, то некоторая масса воздуха m обладает кинетической энергией $\frac{m}{2} v^2$. Так как мы до сих пор обозначали плотность воздуха через ρ, то энергия единицы объема его равняется $\frac{\rho}{2} v^2$.

Так как ветряное колесо отнимает часть этой энергии, то позади колеса кинетическая энергия воздуха, а следовательно и его скорость, должна быть меньше нежели перед колесом.

Обозначим, для отличия, скорость на большом рас-

[1] В случае уединенного крыла, движение воздуха в непосредственном соседстве с крылом тоже искажается телом крыла. Но влияние его уже учитывается эмпирическими коэффициентами u, так как при их определении на опыте существуют те же искажения струй. Это приходится иметь ввиду при изменении профиля крыла, когда условия меняются.

стоянии перед колесом через v_1, а на большом расстоянии позади колеса через v_2 (рис. 7). Тогда, следовательно, будет: $v_2 < v_1$.

Мы знаем также, что крылья действуют на воздух с силой S, направленной против ветра и уменьшающей скорость движения воздуха.

Переход от большой скорости к малой происходит, разумеется, не внезапно: ведь медленный поток должен обладать бо́льшим поперечным сечением чем поток быстрый (рис. 7), а линии тока требуют для своего искривления некоторого конечного промежутка времени.

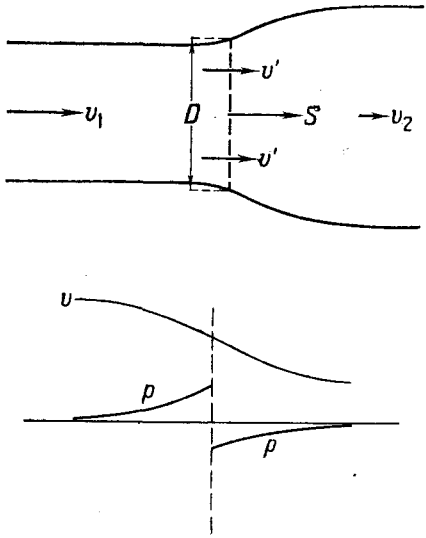

Рис. 7

Явление протекает так, как будто перед колесом в струе воздуха образуется некоторый подпор. Скорость превращается в напор. Поэтому воздух входит в колесо с пониженной скоростью, но под повышенным давлением. Поглощение энергии ветра колесом сказывается в понижении энергии давления, так что воздух, вступивший в колесо под повышенным давлением, выходит из него под давлением пониженным. Если мы представим себе колесо бесконечно-тонким, то сама по себе скорость движения воздуха может совсем не измениться при проходе через колесо. Только позади колеса продолжается уменьшение скорости, причем кинетическая энергия переходит в энергию девления до тех пор, пока это давление не достигнет вновь нормальной величины (рис. 7, внизу).

Крылья ветряного колеса не заполняют колесо равномерно по всей его поверхности: между ними остаются значительные промежутки, и можно было бы думать, что задерживание

воздушных струй происходит только в тех местах, где, как раз, находятся крылья и что в промежутках между ними воздух не подвергается никаким воздействиям.

Но в действительности это не так. В самом деле, ведь крылья вращаются вокруг оси, а стало быть, если не одновременно, то через короткие промежутки времени, они должны влиять на весь воздух, который протекает через ометаемый крыльями круг или круговое кольцо (в том случае, когда крылья не доходят до оси).

Благодаря такому периодическому воздействию возникает некоторая неравномерность, но она, при практических пропорциях колеса, бывает совсем незначительна. Мы можем, следовательно, в нашем анализе мысленно заменить колесо некоторым диском, способным пропускать воздух и вызывающим только замедление в движении воздуха (благодаря существованию сопротивления S), ведущее к добыче энергии колесом.

Мы можем здесь отвлечься от тангенциальных сил T, вызывающих только отклонение струй воздуха. Мы могли бы, например, представить себе за колесом неподвижный аппарат, который отклонял бы струи к прежнему направлению.

Если в каждую секунду через диск ветряного колеса проходит масса воздуха равная m и если скорость потока уменьшается при этом от v_1 до v_2, то мощность, которую мог бы извлечь двигатель, равняется:

$$L = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2). \tag{18}$$

Это — энергия, которую можно было бы получить в идеальном случае: в действительности извлекается только часть ее, благодаря существованию различных потерь, которые были учтены выше, при выводе коэффициента полезного действия крыла. Приходится, естественно, стремиться к получению возможно большей энергии от воздушного потока. Поэтому мы можем задать себе вопрос: как велика та мощность, которую можно получить, в лучшем случае, при данном диаметре колеса (D), а стало быть

определенной его площади $F_0 = \frac{\pi D^2}{4}$ и данной скорости ветра v_1. При беглом взгляде на уравнение (18) может показаться, что максимальная мощность получится при $v_2 = 0$, то есть тогда, когда воздух, пройдя через колесо, отдаст ему всю свою энергию. Но это — неверно, так как при уменьшении v_2 уменьшается и масса воздуха m, протекающего через колесо. Чем сильнее замедляется воздушный поток, тем меньше воздуха протекает через двигатель. При этом, воздух минует препятствие, поставленное на его пути, и протекает по сторонам, не производя никакой полезной работы.

Для определения массы m, протекающей в секунду, необходимо знать скорость v', с которой воздух проходит сквозь колесо. Масса эта выражается так:

$$m = \rho \cdot F_0 \cdot v'$$

Величина v' скорости прохождения сквозь колесо лежит, очевидно, между v_1 и v_2 (перед и за колесом). Можно показать, что v' является как раз средним арифметическим между v_1 и v_2:

$$v' = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

В самом деле, когда сквозь колесо протекает ежесекундно масса воздуха, равная m, и колесо уменьшает скорость этого воздуха от v_1 до v_2, то колесо получает при этом мощность, определяемую на основании уравнения (18). С другой стороны, ту же мощность можно выразить иначе: воздух, протекающий со скоростью v', встречает на своем пути сквозь колесо силу сопротивления S, а потому расходуемая им мощность должна равняться:

$$L = S \cdot v'. \tag{19}$$

Соединяя знаком равенства выражения (18) и (19), найдем:

$$\frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = Sv'.$$

Но сила S должна уменьшать скорость воздуха от v_1

до v_2. Следовательно, по закону об импульсах сил и количестве движения:

$$S = m(v_1 - v_2). \tag{20}$$

Подставляя это выражение в предыдущее уравнение и принимая во внимание, что $v_1^2 - v_2^2 = (v_1 - v_2)\ (v_1 + v_2)$, найдем:

$$\frac{m}{2}\ (v_1 - v_2)\ (v_1 + v_2) = m\ (v_1 - v_2) \cdot v$$

или

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = v'. \tag{21}$$

Теперь у нас есть весь необходимый материал для определения мощности L по начальной v_1 и конечной v_2 скоростям. Согласно предыдущему:

$$m = \rho \cdot F_0 \cdot v' = \rho F_0 \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} \tag{22}$$

и

$$\begin{aligned} L &= \frac{m}{2}\ (v_1^2 - v_2^2) = \frac{\rho F_0}{4}\ (v_1 + v_2)\ (v_1^2 - v_2^2) = \\ &= \frac{\rho F_0 \cdot v_1^3}{4} \left(1 + \frac{v_2}{v_1}\right) \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\right] \end{aligned} \tag{23}$$

Максимальная мощность получится, если мы добьемся отношения между скоростями:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3} \tag{24}$$

Величина этой максимальной мощности будет:

$$L_{\max} = \frac{16}{27}\,\frac{\rho}{2}\,F_0 \cdot v^3 \tag{25}$$

В действительности, этого отношения скоростей $\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3}$ трудно достичь в ветряном колесе: кроме того, как мы знаем, на самих крыльях происходят некоторые потери. Все это, разумеется, еще понижает полезную мощность колеса, по сравнению с вычисленной цифрой.

Степень совершенства колеса выразится некоторым коэффициентом ζ, равным отношению действительной мощности к максимальной теоретической:

$$\zeta = \frac{L}{L_{\max}} \tag{26}$$

Для выражения результатов опытов часто употребляется несколько иное число, — некоторый коэффициент мощности:

$$C_l = \frac{L}{\frac{\rho}{2} F \cdot v^3} = \frac{16}{27} \tag{27}$$

(ср. с рис. 9). Следует иметь в виду, что теоретическим пределом для C_l является не единица, а $\frac{16}{27}$.

Размеры крыльев и быстроходность двигателя

Мы научились теперь определять коэффициент полезного действия ветряного колеса и предвычислять максимальную его мощность. Теперь на очереди новый вопрос: какими средствами можно добиться наивыгоднейшего соотношения скоростей $\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3}$. Очевидно, здесь существуют известные условия, которым должны удовлетворять размеры крыльев и их число, так как в случае слишком тесного расположения крыльев колесо будет слишком сильно уменьшать скорость воздушного потока, а в случае слишком редкого их расположения — слишком много энергии пройдет сквозь колесо, не будучи использованным. Но решающую роль здесь играет не только площадь крыльев, но и скорость, с которой они вращаются.

Во втором разделе мы вычисляли мощность, развиваемую одним крылом, и обнаружили, что мощность эта зависит не только от площади крыла, но — в большой мере — также и от отношения $\frac{u}{v}$, то есть от скорости движения. Отсюда видно, что для достижения той же самой мощности мы можем ограничиться тем меньшей площадью крыла, чем больше скорость его движения.

Уравнение (17), найденное для уединенного крыла, мы не можем непосредственно применить к крыльям ветряного колеса, ибо, как мы уже знаем, крылья эти влияют друг на друга. Но мы теперь знаем это влияние: оно заключается в том, что скорость ветра, действующая на крылья, равна не первоначальной величине v, а меньшей v', благо-

даря чему мощность соответственно понижается. Мы можем уравнение (17) применить к крыльям ветряного колеса, подставив в него только вместо v величину v_1 (скорость потока сквозь колесо). Из предыдущего известно еще, что мы должны постараться сделать $v_2 = \frac{v}{3}$, а стало быть: $v' = \frac{v + v_2}{2} = \frac{2v}{3}$.

Поэтому мы можем принять, что нормально должно быть:

$$v' = \frac{2}{3} v.$$

Теперь у нас есть все необходимое для вычисления требуемых размеров крыльев. Небольшое осложнение, впрочем, заключается в том, что линейная скорость u неодинакова для различных точек колеса.

Если ω обозначает угловую скорость вращения колеса, то

$$u = \omega \cdot r.$$

Поэтому мы должны производить наши вычисления в отдельности, применительно к каждой величине радиуса. Если мы рассмотрим только кольцо толщиной b, вырезанное из всей площади колеса (рис. 8) и если средний радиус кольца равен r, то площадь такой кольцевой полоски будет $\Delta F = 2\pi r b$.

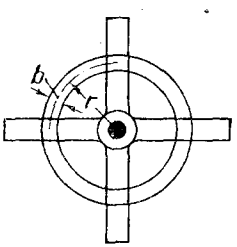

Рис. 8

Чтобы втрое уменьшить скорость воздуха, протекающего сквоз колесо в количестве $m = 2\pi r b \rho \cdot v'$ за одну секунду, надо, чтобы эта полоска действовала в аксиальном направлении с силой равной:[1]

$$\Delta S = m\ (v_1 - v_2) = m\ \frac{2}{3}\ v = 2\pi r b \rho \cdot \frac{4}{9}\ v^2.$$

Если колесо обладает n крыльями шириной t и если

[1] Это не совсем точно: в действительности, благодаря компенсационным потокам, частицы воздуха подвержены также некоторым аксиальным силам взаимодействия (ср. Д. Тома. Основы простой теории винта. Zeitschr. f. Flugtechn. 1905, S. 206).

*

угловая скорость вращения колеса равняется ω, то для рассматриваемого кольца:

$$u = r\omega \text{ и } V = r\omega \sqrt{1 + \left(\frac{V'}{r\omega}\right)^2}$$

На основании уравнения (17) и принимая во внимание, что $\Delta L = \Delta S v$ мы найдем, после некоторых преобразований:

$$\Delta_1 S = c_a \frac{P}{2} nt \cdot b \cdot v'^2 \left(\frac{\omega r}{v'}\right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{v'}{\omega r}\right)^2} \left(1 - \varepsilon \frac{\omega r}{v'}\right) =$$

$$= c_a \frac{P}{2} tnbv^2 \left(\frac{\omega r}{v}\right)^2 \sqrt{1 + \frac{4}{9}\left(\frac{V}{\omega r}\right)^2} \left(1 - \frac{3}{2} \varepsilon \frac{\omega r}{V}\right)$$

Сопоставив это с предыдущим уравнением, получим отсюда:

$$c_a \frac{nt}{2\pi r} = \frac{16}{9}\left(\frac{v}{\omega r}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4}{9}\left(\frac{V}{\omega r}\right)^2} \left[1 - \frac{3}{2} \varepsilon \left(\frac{\omega r}{v}\right)\right]} \tag{28}$$

Выражение $\frac{nt}{2\pi r}$ представляет собою отношение ширины крыла t к расстоянию между крыльями, $\frac{2\pi r}{n}$. Его можно было бы назвать „частотой“ крыльев. Выражение, стоящее в знаменателе правой части, мало отличается от единицы, поэтому важнейшим фактором является $\left(\frac{v}{\omega r}\right)^2$, то есть квадрат отношения скорости ветра к линейной скорости точек крыльев, отстоящих на данное расстояние r от оси вращения.

„Частота“ крыльев будет как раз тем меньшей, чем больше линейная скорость в данной кольцевой зоне колеса.

Благодаря существованию известной свободы в выборе коэффициента движущей силы C_a, мы можем приспособить ширину крыльев к конструктивным требованиям. При постоянном значении C_a ширина крыльев должна была бы увеличиться, по мере приближения к оси вращения.

Обычно же бывает удобнее оставлять ширину крыльев приблизительно одинаковой, вследствие чего приходится мириться с убыванием коэффициента C_a по мере приближения к периферии колеса. Но в непосредственном соседстве с осью невозможно осуществить размеры, требуемые

уравнением (28), так как коэффициент C_a нельзя увеличивать далее известного предела и широкие крылья не могут быть здесь размещены. К тому же тут начинает невыгодно проявляться тангенциальная сила, которой до сих пор мы пренебрегали. Поэтому, обычно, поступаются центральной частью колеса, которая все равно работала бы в невыгодных условиях.

Так как линейная скорость ωr в любой точке крыла, удаленной от оси на расстояние r, пропорциальна скорости u_0 оконечностей крыльев ($u_0 = \omega R$; R — радиус ветряного колеса), то „частота" крыльев может быть охарактеризована отношением окружной скорости колеса к скорости ветра, $\frac{u_0}{v} = \frac{R\omega}{v}$. Это отношение выражает быстроходность колеса. Таким образом мы приходим к выводу:

Чем быстроходнее должно быть колесо, тем меньше должна быть частота крыльев.

Большая быстроходность ветряного колеса желательна по двум причинам: во-первых, требуется меньшая поверхность крыльев и колесо, следовательно, оказывается проще. Во-вторых, как указывалось уже во введении, это облегчает конструкцию привода к машинам, обслуживаемым ветряным двигателем. Большинство машин делает значительно больше оборотов, чем ветряной двигатель, а потому возникает потребность в передаче, увеличивающей число оборотов. Эта передача, очевидно, упрощается, когда само ветряное колесо оказывается более быстроходным. Однако, при значительном увеличении быстроходности, возникают серьезные конструктивные затруднения:

1. Обратное качество. Фактор $\left(1 - \varepsilon \frac{\omega r}{v}\right)$, понижающий мощность, делается ощутимым, как только порядок $\frac{\omega r}{v}$ приближается к $\frac{1}{\varepsilon}$. Поэтому, быстроходные колеса приходится выполнять чрезвычайно тщательно, заботясь о правильном выборе профиля крыльев и о высоком их аэродинамическом качестве (малом обратном качестве). Это, естественно, удорожает колесо и сводит на-нет преимущество быстроходного колеса — его простоту.

2. Начальный вращающий момент. В быстроходных колесах сила необходимая для их вращения возникает тогда, когда сравнительно малые их крылья движутся с большой скоростью. Но пока колесо неподвижно, на его малые по площади крылья действуют значительно меньшие силы, чем на большие крылья тихоходных колес. Поэтому, при одинаковом трении, тихоходные колеса приходят в движение от более слабого ветра, чем колеса быстроходные. А так как, благодаря непостоянству скорости ветра, колеса часто могут останавливаться, после чего им снова надо приходить в движение, то трудно-пускаемые быстроходные двигатели часто отказываются работать при слабом ветре, когда тихоходные еще работают.

3. Центробежные силы, возникающие благодаря неизбежным неточностям при уравновешивании подвижных частей колеса, оказывают на его ось и всю установку тем большее действие, чем больше скорость вращения. Поэтому приходится либо строить более прочную башню и более массивный фундамент, либо более тщательно центрировать и уравновешивать колесо. Но и то и другое удорожает конструкцию двигателя.

Повидимому, из-за этих причин слишком быстроходные двигатели не получили прав гражданства. Однако можно заметить некоторую тенденцию постепенно переходить к более быстроходным моделям.

Очень употребительными являются такие значения $\frac{u_0}{v}$: $\frac{u_0}{v} = 1$ до 2, тихоходные, с большим числом крыльев (ветряные турбины); $\frac{u_0}{v} = 2$ до 3, переходный тип, с повышенной скоростью (к нему относятся и старые четырехкрылые мельницы); $\frac{u_0}{v} =$ до 34, быстроходные.

С отношением $\frac{u_0}{v}$, превышающим 4, едва ли встречаются работающие двигатели, хотя и были единичные попытки их строить.

Результаты опытов

В предыдущих параграфах мы выяснили явления, сопровождающие добывание энергии от ветра, и границы достижимой мощности. Поэтому мы можем теперь судить о совершенстве данного двигателя, если из опыта будет найдена его действительная мощность. К сожалению, по этому вопросу имеется очень мало экспериментального материала. Существуют два пути для определения мощности: 1) посредством опытов с техническими типами двигателей, предназначенными для практических нужд, 2) посредством опытов над моделями, помещенными в искусственный воздушный поток.

У обоих методов есть свои существенные недостатки. Первый из них позволяет без труда измерять полезную мощность, развиваемую двигателем (обычными техническими приборами). Но при этом чрезвычайно трудно бывает судить о скорости ветра, от которой зависит максимальная достижимая мощность. При измерении скоростей ветра вероятность погрешностей очень велика и требуется очень большой навык для достижения надежных результатов. А так как мощность изменяется прямо пропорционально третьей степени скорости ветра (уравнение 25), то все ошибки при этой скорости измерений сказываются особенно заметно. Так, если, например, скорость в действительности на 10% больше измеренной, то в результате вычислений коэффициент полезного действия окажется преувеличенным примерно на 37%.

Если же действительная скорость ветра вдвое превышает измеренную, то коэффициент полезного действия получится в 8 раз больший. Осложняет измерения само непостоянство скорости ветра: большинство инструментов дает, например, приблизительно среднюю скорость ветра за некоторый промежуток времени, тогда как для мощности решающую роль играет средняя величина кубов скоростей. Так, если в течение одинаковых промежутков времени скорость ветра равнялась 8, а затем 4 метрам в секунду, то средняя скорость равнялась 6 (ее-то и показывает измерительный при-

бор). Куб этой величины равняется 216 $м^3$ в сек.^{3} В действительности, мощность зависит от другой величины, именно, от: $v_m^3 = \frac{1}{2}(4^3 + 8^3) = 288$ $м^3$/сек.^{3} К сожалению, в различных каталогах нередко можно встретить преувеличенные значения коэффициентов полезного действия, помещаемые там в расчете на такие систематические погрешности в измерениях.

Сравнительно хорошие испытания новых ветряных двигателей в естественных условиях произведены в последнее время Сельскохозяйственным институтом Оксфордского университета.

Второй путь для исследования ветряных двигателей — опыты на моделях — позволяет устранить трудности, возникающие при измерении скорости ветра в естественных условиях: здесь применяется искусственный воздушный поток, скорость которого можно легко и точно измерить. Однако тут приходится считаться с погрешностями, которые обусловлены применением маленькой модели вместо настоящего двигателя.

Совершенно невозможно представить на модели все мельчайшие детали настоящего двигателя: все его болты, заклепки. Но если бы даже это удалось сделать, то силы, действующие на модель, не дали бы истинного представления о силах, имеющих место в действительности, так как закон подобия, на основании которого производится пересчет, не выполняется как раз для мелких деталей, вследствие наличия между воздухом и деталями двигателя. Однако, ошибки, возникающие по этой причине, не бывают слишком велики, так как при постройке моделей избегают подобных деталей. На рис. 9 приведены результаты некоторых опытов, проделанных в Аэродинамическом институте в Геттингене над моделями ветряных колес. Одна из них (*a*) относилась к числу тихоходных, другая (*c*) — к числу самых быстроходных, а третья (*d*) соответствовала современному промежуточному типу.

По оси абсцисс отложены значения $\frac{u_0}{v}$ — отношения ок-

ружной скорости колеса к скорости ветра, а по оси ординат — коэффициент мощности

$$c_l = \frac{L}{\frac{\rho}{2} v^3 \frac{\pi D^2}{4}}.$$

Из предыдущего мы знаем, что этот коэффициент ограничен верхним теоретическим пределом $\frac{16}{27}$. Чтобы дать представление о поведении колеса при пуске в ход, на диа-

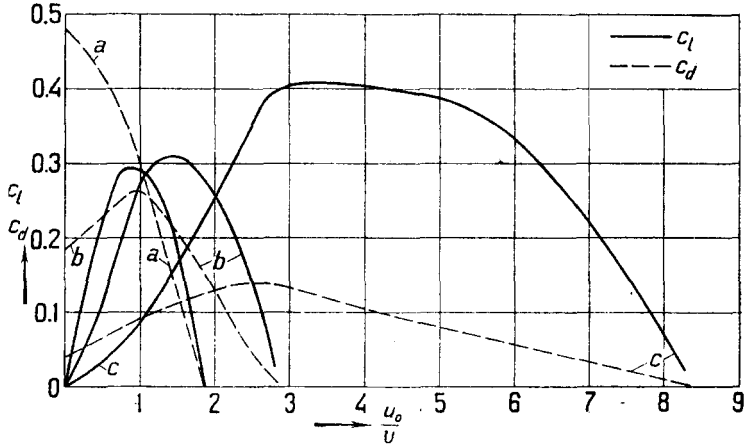

Рис. 9

грамме пунктирной кривой изображено изменение величины:

$$c_d = \frac{M}{\frac{\rho}{2} v^2 \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{D}{2}} = c_l \cdot \frac{v}{u_0} —$$

коэффициента, характеризующего вращающий момент $M = \frac{L}{\omega}$, при различных значениях $\frac{u_0}{v}$. Из диаграммы видно, что первое колесо (тихоходное) развивает максимальную мощность, при $\frac{u^0}{v} = 0{,}9$, другое (промежуточный тип) — при $\frac{u_0}{v} = 1{,}5$ и, наконец, третье (быстроходное) — при значениях $\frac{u_0}{v}$ от 3 до 5. С другой стороны, диаграмма показывает, что начальный вращающий момент $\left(\text{при } \frac{u_0}{v} = 0\right)$ у быстроходных колес значительно меньше, чем у тихоходных.

Обзор изложенного.

После указания на особенности постановки вопроса в случае ветряных двигателей рассмотрен вопрос о получении энергии из движущегося воздуха. При этом оказалось, что наиболее пригодной деталью для указанной цели является крыло. Далее показано, что мощность ветряного колеса данного диаметра не может быть повышена беспредельно по мере увеличения площади крыльев. Напротив, размеры диаметра колеса уже накладывают верхний предел мощности. Для поверхности крыльев (плотности крыльев) существуют наиболее благоприятные величины: плотность крыльев должна быть тем меньше, чем быстроходнее должно быть колесо. Для быстроходности, принципиально желательной, существуют границы, которые определяются, главным образом, растущими вместе с быстроходностью потерями энергии. В заключение приведены некоторые результаты опытов.