МЕТРИКА ЦВЕТА.

Теория и техника колориметрии.

Н. Т. Федоров, Москва.

§ 1. Основы всего стройного здания современного измерительного учения о цветах были заложены еще Ньютоном[1], укреплены и расширены Максвеллом[2] в его классических мемуарах о смешении цветов, первый из которых появился в 1855 г.

Дальнейшее развитие этой науки через классические исследования Гельмгольца[3], Кенига и Дитеричи[4], Фр. Экснера[5], Айвса[6] и др. приводит к четырем замечательным мемуарам Э. Шрёдингера[7], впервые с чрезвычайной ясностью показавшего, что законы смешения цветов могут быть установлены совершенно независимо от вопроса о яркости различных цветов, образуя вполне замкнутый в себе комплекс фактов, названный им

---

[1] Ньютон. Оптика (1704 г.) Русск. пер. проф. С. И. Вавилова, стр. 107 и сл. Изд. Гиз, 1927.

[2] Maxwell. Scient. Papers, 1890.

[3] Helmholtz Hand. d. Physiol. Opt. (2-е изд.) 1896.

[4] König und Dieterici. ZS. f. Psych. und Physiol. d. Sinnesorgane 4, S. 241, 1892.

[5] F. Exner. Ряд сообщений в „Berichte d. Wiener Akad." с 1902 по 1922 год.

[6] Ives. Jour. of the Frankl. Inst. *195*, 25, 1923.

[7] E. Schrödinger. Ann. d. Phys. *63*. 397, 427, 481 и *62*, 603, 1920. См. также Müller-Pouillet. Lehrb. d. Ph. II том.

низшею метрикой цвета, в противоположность высшей метрике цвета, обнимающей вопросы о гетерохромной фотомерии, о чувствительности глаза к изменению цветности и т. п.

К работам Шрёдингера самым тесным образом примыкают исследования Гилда и Рёша, которые построили очень простые и остроумные приборы для колориметрического анализа цветов прозрачных и непрозрачных тел.

Учение о цветах можно излагать или как главу физиологии и биологической физики[1], или как главу измерительной физики. В нашем обзоре мы будем излагать его именно с этой последней точки зрения, совершенно не касаясь вопроса о сущности нашего цветного зрения и о физиологических процессах, лежащих в основе излагаемых нами фактов.

В отличие от других областей измерительной физики, где мы имеем всегда дело лишь с пространственно-временными совпадениями (стрелки, зайчика, вершины ртутного столбика с тем или иным делением шкалы, изображения креста нитей с изображением той или иной звезды и т. п.) или, наконец, с временным совпадением двух подобных пространственных совпадений и т. п., в каждом измерении цвета мы имеем кроме установок этого рода еще по крайней мере одну установку совершенно особого рода. В простейшем случае эта установка состоит в том, что два смежные цветовые поля при некотором определенном значении того или иного переменного параметра аппаратуры (угол поворота николя, величина диафрагмы, положение коллиматора и т. п.) делаются для нас в отношении их цвета неразличимыми,— в том, следовательно, что мы констатируем совпадение по цвету с одним из совпадений первого рода. В других случаях, как, например, при изуче-

---

[1] Хорошие обзоры всего сделанного в этом направлении даны в книгах: Parson. An Introduction to the Study of Colour Vision (1924) и L. Troland. The Present Status of Visual Science (1922). Количественная физико-химическая теория зрительных ощущений развита акад. П. П. Лазаревым в ряде его работ, изложенных в книге его „Theorie ionique de l'excitation des tissus vivants" (Paris, 1928).

нии нашей способности к различению цветности, мы наоборот исходим из положения полного равенства, изменяя один из физических параметров до тех пор, пока не получим едва заметного различия полей. Далее, в некоторых методах гетерохромной фотометрии, например, мы имеем дело с установкой не на равенство полей, но на их наибольшее сходство, и, наконец, возможна еще установка на наибольшее различие, наибольший контраст. Этими четырьмя видами установок и исчерпываются все возможные случаи.

Результаты измерений первого рода подчиняются чрезвычайно простым закономерностям, установленным формально еще Грассманом, причем систему этих закономерностей — обычные законы смешения цветов — Шрёдингер и называет низшею метрикой цвета, в отличие от гораздо более сложных и гораздо менее изученных законов высшей метрики цвета, которая занимается результатами измерений остальных родов.

Низшей метрике цвета, с которой мы постоянно имеем дело в колориметрической практике, и будет посвящена наша первая статья.

§ 2. Мы знаем, что видимый свет состоит из всевозможных смесей лучей, длины волн которых лежат в пределах приблизительно от 400 до 750 *mμ*. Многообразие возможных смесей, составленных из этих простых лучей, бесконечно велико, так как ведь каждый род лучей, взятый в любой интенсивности, может быть смешан со всеми другими, каждый из которых в свою очередь может быть взят какой угодно интенсивности. С другой стороны, опыт учит нас, что ряд известных нам цветовых тонов исчерпывается рядом спектральных цветов, если к нему прибавить еще смеси, составленные из крайних цветов спектра (красного и фиолетового), образующие ряд так называемых пурпуровых тонов. Все известные нам цвета, как бы сложно с физической точки зрения они ни были составлены, мы можем получить, смешивая в той или иной пропорции некоторый спектральный (или пурпуровый) цвет с белым и варьируя интенсивность полученной смеси („установка на равенство").

Этот спектральный (или пурпуровый) цвет называют тоном нашего цвета, причем в зависимости от количества прибавленного белого говорят о большей или меньшей „насыщенности“ или „чистоте“ цвета.

Для количественного определения цветового тона, чистоты и относительной яркости любого цвета американским физиком Неттингом[1] сконструирован особый прибор, названный им монохроматическим колориметром. Схема этого прибора чрезвычайно проста. Он представляет собою (рис. 1) спектроскоп с коллиматором *A*, призмою *P*

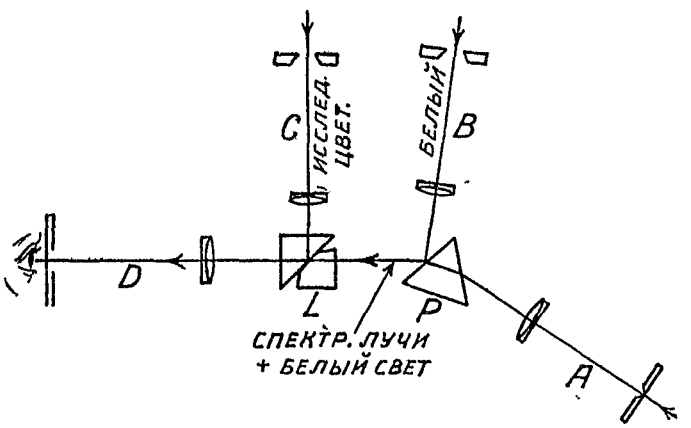

Рис. 1.

и телескопом *D*, окуляр которого удален и заменен щелью. Если удалить кубик Луммер-Бродхуна, то глаз, помещенный у щели, увидит призму *P*, освещенную монохроматическим светом.

Пучок лучей белого света вводится посредством коллиматора *B*, причем лучи эти отражаются от поверхности призмы и присоединяются к спектральным. Анализируемый свет попадает через третий коллиматор на кубик Луммер-Бродхуна и отражается им в глаз наблюдателя. Наблюдатель видит таким образом среднюю часть кубика, освещенную смесью спектральных лучей + белый, а периферию, освещенную исследуемым светом. Меняя длину волны, коли-

[1] Nutting. Bull. Bur. of Stand. 9. 1913.

чество белого, прибавляемое к спектральным лучам, и увеличивая или уменьшая яркость смеси, можно получить в поле зрения цвет, тождественный с анализируемым образцом и определить отсюда соответствующие ему тон (λ), чистоту и относительную яркость [1].

На рис. 2 дана действительная схема этого прибора в том виде, как он выпущен в продажу фирмою А. Хильгера [2].

Более очевидно, что так как спектральные цвета вместе с пурпуровыми образуют некоторую замкнутую одномер-

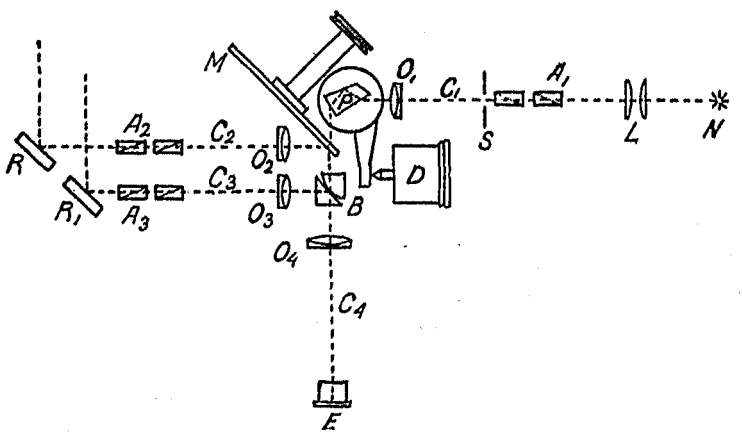

Рис. 2.

ную последовательность, они вместе с их ненасыщенными, бледными оттенками образуют некоторое двухмерное многообразие, которое можно сравнить с точками некоторой плоскости, хотя бы круга, в центре которого лежит белый цвет. Если же мы прибавим к этому еще то, что мы можем как угодно менять интенсивность каждого (и насыщенного и бледного) цвета, то очевидно, что совокупность всех цветов образует некоторое трехмерное многообразие, сравнимое с точками некоторого тела, например конуса, вершина которого соответствует

[1] Подробности о методах определения относительной яркости будут даны во второй статье, посвященной высшей метрике цвета.

[2] Аналогичный прибор сконструирован недавно проф. В. В. Шулейкиным.

объективной темноте, в то время как каждая образующая представляет некоторый спектральный (или пурпуровый) цвет во всевозможных ступенях его интенсивности, а каждый полулуч, идущий из вершины внутрь конуса, соответствует различным ступеням интенсивности некоторого более или менее бледного оттенка того или иного насыщенного цвета (ось такого конуса представила бы белый ахроматический цвет, интенсивность которого возрастала бы по мере удаления от вершины).

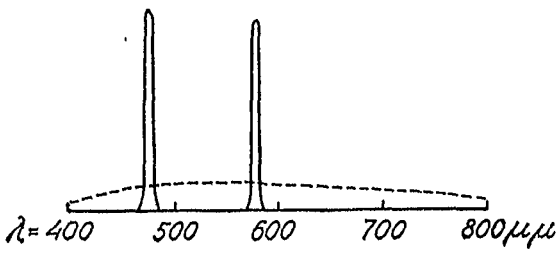

Рис. 3.

После всего вышесказанного для нас будет понятно и такое определение цвета (по Шрёдингеру): лучистая энергия, попадающая в наш глаз и вызывающая то или иное ощущение цвета является некоторой функцией от длины волны. Все эти функции $f(\lambda)$ можно разделить на большие группы таким образом, чтобы лучистая энергия, принадлежащая к одной из таких групп, попадая на сетчатку нашего глаза (в fovea centralis ее), вызывала одно и то же цветовое ощущение.

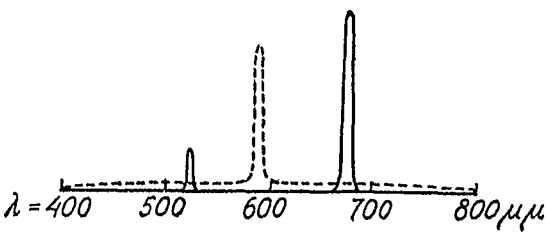

Рис. 4.

Примеры:

1) Белый солнечный свет и белый, полученный от смешения двух дополнительных цветов (рис. 3).

2) Свет зеленой линии талия + свет красной литиевой линии и свет желтой натровой линии + немного белого (рис. 4). Каждую такую группу $f(\lambda)$ мы будем называть цветом. Слово „смешение“ или „сложение“ в приложении к лучистой энергии обозначает просто суперпозицию нескольких пучков лучей. Обозначая волновую функцию одного из таких пучков через $f(\lambda)$, а другого через $\varphi(\lambda)$, мы можем

обозначить их сумму или смесь так: $f(\lambda)+\varphi(\lambda)$. Основным эмпирическим фактом, лежащим в основе всего дальнейшего, является возможность говорить также и о смешении или сложении цветов. A priori казалось бы, что в этом случае операция сложения не может быть однозначной, так как, как указывалось выше, один и тот же цвет может быть составлен самым различным образом. Опыт показывает, однако, что этого на самом деле нет, и что для определения цвета смеси имеет значение лишь цвет компонентов, что выражено Грассманом в виде следующего положения: „Одинаково выглядящие цвета дают при смешении одинаково выглядящие смеси“ (третий закон Грассмана). Этот опытный факт — и только он — позволяет нам строить колориметрию, совершенно не обращая внимания на физический состав света, вызывающего данное цветовое ощущение. В качестве символов для обозначения цвета мы будем пользоваться большими латинскими буквами, а в качестве символа для обозначения смешения цветов знаком $+$ ($A+B$; $A+B+C+D$ и т. д.).

Для обозначения того, что два цвета выглядят одинаково, мы будем употреблять знак $=$. Если какой-нибудь цвет L можно получить также смешивая цвета A и B, мы можем написать символически:

$$L=A+B$$

(например, третий закон Грассмана можно записать так: если $A=A_1$ и $B=B_1$, то и $A+B=A_1+B_1$).

Аналогично мы можем определить и „вычитание“ [1], и „умножение“ на некоторое число, и „деление“ цвета, причем возможность умножения на любое положительное число заключается уже во втором законе Грассмана, который Шредингер формулирует следующим образом; „Если свет (лучистая энергия, действующая на наш глаз) изменяется непрерывно, то и цвет его изменяется также“. Опыт далее учит нас, что для человека, обладающего нормальным цвет-

[1] Есть один случай, когда „вычитание“ невозможно. Если $S_{\lambda 1}$ и $S_{\lambda 2}$ два насыщенные спектральные цвета, то равенство $S_{\lambda 1}+X=S_{\lambda 2}$ и вытекающее из него: $S_{\lambda 1}=S_{\lambda 2}-X$ очевидно невозможно.

ным зрением, многообразие всех цветов есть многообразие трех измерений, т. е. что можно найти три линейно независимых цвета, но что четыре цвета всегда будут связаны между собою. Если A, B и C три таких линейно независимых цвета, а F какой-либо четвертый, то мы можем написать:

$$\alpha A + \beta B + \gamma C + \xi F = 0,$$

откуда

$$F = x_1 A + x_2 B + x_3 C.$$

Все перечисленные здесь свойства цвета совпадают формально с теми аксиомами, которые лежат в основе аффинной геометрии пучка векторов, выходящих из некоторой точки. Многообразие цветов или иначе цветовое пространство является, следовательно, некоторым трехмерным образом, имеющим — с точки зрения установок первого рода — аффинную структуру (в высшей метрике цвета, имеющей дело с установками на наибольшее сходство или едва заметное различие, — цветовое пространство имеет уже своеобразную метрическую структуру).

Из экспериментальных работ в этой области мы назовем прежде всего исследования Максвелла[1], который, выбрав за основные цвета спектральный красный с длиною волны 630 $\mu\mu$, зеленый — 528 $\mu\mu$ и синий — 457 $\mu\mu$, показал, что действительно все остальные цвета являются линейными функциями этих основных. При этом оказалось однако, что возможность получать все цвета, смешивая три основных, справедлива лишь с известными ограничениями. Так, например, хотя из трех цветов, взятых Максвеллом, и можно получить все спектральные тона, насыщенность их будет меньше, чем в спектре. Желтый, например, получаемый смешением красного и зеленого, всегда оказывается менее насыщенным, чем в спектре. Прибавление к смеси третьего цвета — синего — лишь ухудшило бы дело, уменьшив еще больше насыщенность. То же относится и к смесям промежуточным между зеленым и синим: они получаются белесоватыми по сравнению со спектральными и приблиз-

[1] Maxwell, loc. cit.

жаются к белому еще больше, при прибавлении красного. Для того чтобы получить полное тождество по цвету смеси двух основных цветов (например красного и зеленого) — составить так называемое цветовое уравнение — с каким-либо промежуточным спектральным (желтым в нашем примере) необходимо к этому промежуточному цвету прибавить некоторое количество третьего основного цвета.

Символически это можно записать так:

$$F + x_3 B' = x_1 R' + x_2 G'$$

где R', G' и B' — три основные цвета, а F — некоторый подлежащий определению четвертый цвет, знак же равенства указывает на тождество цвета обоих смесей. В этом „цветовом уравнении“ x_1, x_2, — x_3 называются координатами цвета F по отношению к основным цветам R', G' и B'. Следует подчеркнуть, что отрицательную координату могут иметь лишь насыщенные спектральные цвета, в то время как смеси их с белым (огромное большинство цветов тел) характеризуются тремя положительными числами.

Далее из второго закона Грассмана следует, что при смешении двух любых пучков лучей соответствующие координаты их складываются — красная с красной, зеленая с зеленой, синяя с синей. Эти координаты, следовательно, характеризуют не только цвет должного света, взятого отдельно, но и его влияние в качестве составной части некоторой смеси. Поэтому, „проградуировав“ спектр раз навсегда, т. е. определив для всех спектральных цветов их координаты, мы сможем заранее предсказать цвет любой, сколь угодно сложной смеси световых лучей, зная лишь ее физический состав и определив ее цветовые координаты суммированием или графическим интегрированием, как это будет показано ниже.

После Максвелла „градуировка“ спектра со значительно большей точностью была произведена Кёнигом и Дитеричи, которые прежде всего учли нецелесообразность стрем-

ления получить любой спектральный цвет, смешивая в разных пропорциях три основных, так как опыт показывает, что при смешении двух цветов, лежащих в спектре далеко друг от друга (например, красного и зеленого), результат содержит всегда значительное количество белого, затрудняющее и делающее неточным, вследствие малой чувствительности нашего глаза к разницам в цвете таких бледных цветов, установку на равенство полей зрения. Метод их сводится поэтому к следующему.

Представим себе, что нам дано n точек спектра, для которых нужно найти координаты R', G' и B' (как у Максвелла) или R', G' и V' (как брали Кёниг и Дитеричи). Для этого вовсе не является необходимым составление уравнений, связывающих $(n-3)$ из данных нам спектральных цветов с тремя, принятыми нами за основные. Совершенно достаточно составить $(n-3)$ уравнения, связывающие между собой различные спектральные цвета по 4, причем эти 4 цвета следует выбирать так, чтобы точность измерений была наибольшей. Так, например, выбирают три недалеко друг от друга лежащих спектральных цвета и для того, чтобы получить тождество цвета смеси двух крайних из них цвету среднего, к последнему прибавляют небольшое количество цвета ему дополнительного или близкого к таковому, вследствие чего этот третий цвет делается несколько менее насыщенным и может быть приравнен смеси двух первых. Из этих $(n-3)$ уравнений можно затем вычислением найти искомые координаты R', G' и V' всех $(n-3)$ цветов спектра. Если за основные цвета выбрать крайний красный, крайний фиолетовый и спектральный зеленый ($\lambda=505\ \mu\mu$), то результаты измерений Кёнига и Дитерици можно изобразить графически, откладывая по оси абсцисс длины волн, а по оси ординат x_1, x_2 и x_3 (рис. 5). Исходя из этих кривых, мы сможем уже более точно построить и цветовое тело. Мы берем для этого три любых, исхо-

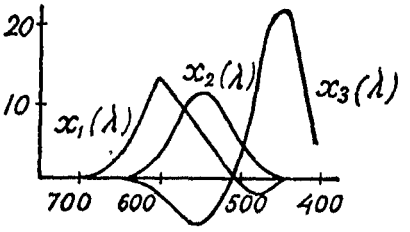

Рис. 5.

дящих из некоторой точки вектора R', G' и V' и совершенно произвольно полагаем, что они соответствуют некоторым „единичным квантам“ трех выбранных нами за основные цветов: красного, зеленого и фиолетового (рис. 6). Любому другому цвету будет тогда соответствовать вектор, являющийся суммой

$$x_1R' + x_2G' + x_3V',$$

причем один из коэффициентов может быть отрицательным. Каждый цвет будет, следовательно, однозначно определяться соответствующим ему вектором, или просто точкою пространства, соответствующей острию этого вектора. Приблизительное представление о виде такого цветового тела можно получить из рис. 6, на котором для большей наглядности дано также сечение этого тела плоскостью, отсекающей равные отрезки трех основных векторов. Образующие конуса, проходящие через кривую $R'G'V'$, соответствуют спектральным цветам; векторы, лежащие в плоскости $OR'V'$ — пурпуровым смесям, вектор OW — белому. Из этого же рисунка мы видим, что вектор, соответствующий смеси двух любых цветов, компланарен с векторами этих цветов. Его пересечение с плоскостью $R'G'V'$ лежит поэтому на линии, соединяющей в этой плоскости точки пересечения с нею векторов слагаемых цветов и притом всегда между ними. Между белым и одним из на-

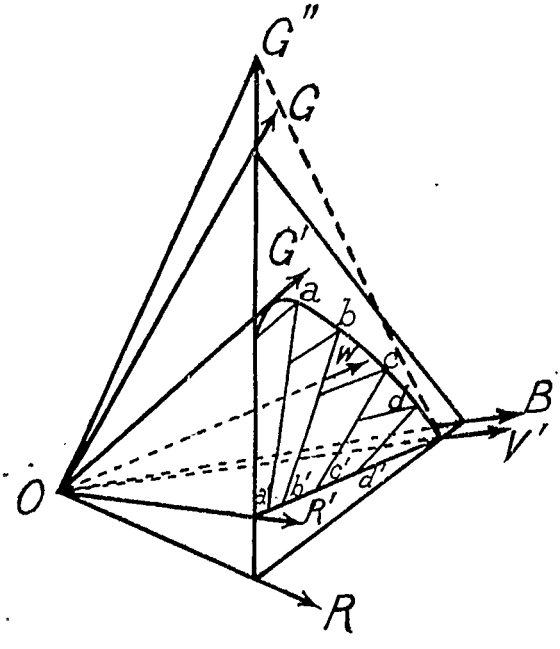

Рис. 6.

сыщённых цветов поверхности конуса лежат, следовательно, бледные ненасыщенные оттенки последнего. При смешении попарно основных цветов (R' с G' или G' с V') мы, вследствие вида кривой $R^1G^1V^1$, будем получать не спектральные цвета в их полной насыщенности, но лишь эти ненасыщенные оттенки. Дополнительные цвета лежат в одной плоскости с вектором OW, который должен при этом проходить между ними.

Для того чтобы избавиться от отрицательных коэффициентов в цветовых уравнениях вместо вектора OC^1 можно, как это и было сделано Кёнигом и Дитеричи, взять некоторый другой вектор G'', лежащий вне цветового конуса и получаемый при пересечении плоскостей касательных

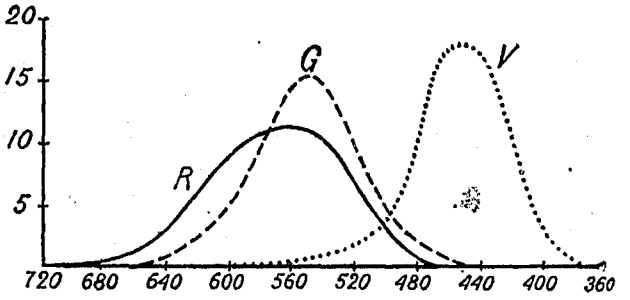

Рис. 7.

к крайним прямолинейным отрезкам кривой $R'G'V'$. Этот новый, лежащий вне цветового конуса, вектор будет очевидно соответствовать некоторому нереальному, более чем в спектре насыщенному зеленому цвету, представление о котором мы можем получить, утомив наш глаз красным и посмотрев затем на зеленую часть спектра. Переход от одной системы „основных“ векторов к другой совершается чисто формально без каких-либо новых измерений. В этой новой системе „основных“ векторов все коэффициенты x_1, x_2 и x_3 будут всегда положительными, кривые же R', G'' и V' примут такой вид (рис. 7). (При построении этих кривых Кёнигом и Дитеричи совершенно произвольно принято, что для белого цвета $R' = G' = V'$,

и поэтому площади, ограниченные этими кривыми и осью абсцисс, сделаны ими равными).

В этом выборе основных цветов есть разумеется известный произвол. Вместо векторов R', G'' и V' можно взять три любые, которые не давали бы отрицательных значений x_1, x_2 и x_3, и Кёнигом и Дитеричи поэтому на основании изучения явлений цветной слепоты была сделана попытка найти такие три основные вектора, которые соответствовали бы некоторым реальным, физиологическим особенностям нашего глаза.

Известно, что среди цветнослепых наиболее часто встречаются так называемые красно-и зеленослепые или, по терминологии Криса, протанопы и дейтеранопы. И для тех и для других характерно то, что любой спектральный цвет, данный им, положим, на одном поле гельмгольцевского аппарата для смешения цветов, может быть для них совершенно точно воспроизведен на другом поле этого прибора при помощи смеси крайних лучей спектра: красных и сине-фиолетовых. Их мир цветов имеет, следовательно, лишь два измерения. Далее и для протанопа, и для дейтеранопа характерно присутствие в спектре некоторой узкой нейтральной зоны, которая кажется им ахроматической, серой, причем для протанопов точка эта лежит около 495 $\mu\mu$, а для дейтеранопов около 505 $\mu\mu$. Изучая количественно смешение ими спектральных лучей, можно было определить относительное количество красных и сине-фиолетовых лучей, необходимых для воспроизведения остальных цветов спектра. Каждому спектральному цвету, положим (рис. 6) „b“, будет для них соответствовать некоторый цвет „b'“ на линии $R'V'$. Проведя плоскости $Oa\,a_1$, $Ob\,b_1$ и т. д., мы увидим, что все они пересекутся для протанопа по некоторой линии OR. Этот вектор и будет, очевидно, соответствовать отсутствующему у протанопа красному цвету, так как прибавление его к векторам, характеризующим спектральные цвета, их не изменяет. Проделав такое же построение для дейтеранопа, мы получим вектор G, соответствующий отсутствующему у дейтеранопа зеленому цвету. Положение вектора B, соответствующего основному сине-фиолетовому цвету, которое

было бы можно определить из изучения случаев соответствующей цветовой слепоты, до сих пор определено еще недостаточно точно, и поэтому многие (например Американское оптическое о-во) предпочитают пользоваться основными цветами R', G'', V', а не R, G и B.

Формально же все эти системы совершенно равноценны, так как получаются они одна из другой простыми математическими преобразованиями. Кривые Кёнига и Дитеричи (с поправками Айвса[1]) для белого дневного света[2] в этих новых координатах изображены на рис. 8, численное же значение ординат через 10 $m\mu$ дано в таблице I (см. стр. 106).

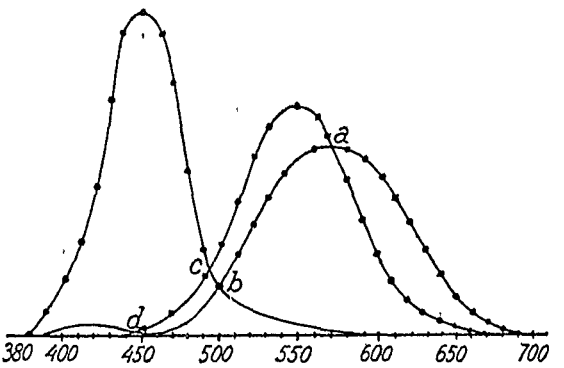

Рис. 8.

Несмотря на то, что пространственное представление цветов является наиболее естественным, на практике пользуются более простым методом, локализуя все цвета в одной плоскости и вводя третье измерение цвета, его относительную яркость, при помощи некоторой эмпирической формулы, связывающей эту координату цвета с величинами R, G и B.

Подобное двухмерное изображение цветового многообразия мы получим, взяв какое-либо произвольное плоское сечение цветового тела, называемое обычно цветовым

[1] Ives. J. Frankl. Inst. Vol. 195, 1923 г. Эти сами по себе еще не очень точные кривые согласуются с экспериментом лучше, чем все остальные варианты. Новое определение этих кривых для целого ряда лиц является более чем желательным.

[2] Кривые R, G и B для любого другого источника света мы получим, разделив ординаты этих кривых на ординаты кривой распределения энергии в спектре дневного света и помножив частное на соответствующие ординаты кривой распределения энергии в спектре другого источника.

ТАБЛИЦА I.

λ λ	x_1	x_2	x_3
380	0,0000	—	0,0000
390	0,0029	—	0,0485
400	0,0073	—	0,127
410	0,0118	—	0,230
420	0,0144	—	0,365
430	0,0117	0,0000	0,588
440	0,0065	0,0039	0,763
450	0,0000	0,0147	0,803
460	0,0009	0,0319	0,756
470	0,009	0,0598	0,630
480	0,0203	0,100	0,421
490	0,0575	0,154	0,217
500	0,117	0,231	0,117
510	0,192	0,334	0,0778
520	0,268	0,442	0,0521
530	0,335	0,518	0,0361
540	0,396	0,561	0,0282
550	0,440	0,576	0,0216
560	0,466	0,555	0,0168
570	0,472	0,496	0,0138
580	0,464	0,396	0,0105
590	0,440	0,288	0,0051
600	0,399	0,199	0,0024
610	0,349	0,133	0,0009
620	0,288	0,0921	0,0005
630	0.212	0.0551	0,0002
640	0,150	0,0334	0,0000
650	0,0934	0,0180	—
660	0,0561	0,0097	—
670	0,0330	0,0052	—
680	0,0140	0,0022	—
690	0,0090	0,0013	—
700	0,0018	0,0007	—

треугольником (треугольник *RGB* рис. 6). Все цвета, которые при пространственном изображении лежат на одном полулуче, проходящем через точку *O*, т. е. все возможные ступени интенсивности некоторого определенного цвета, мы локализуем в одной точке цветового треугольника, через которую проходит этот полулуч. Все цвета, обладающие одинаковым тоном цвета и одинаковой насыщенностью, будут, следовательно, характеризоваться некоторым, вполне определенным отношением их координат. Эти

координаты можно поэтому рассматривать геометрически, как проективные (трилинейные) однородные координаты на плоскости. Как известно, плоская трилинейная система координат состоит из некоторого координатного треугольника и „единичной точки“, причем как то, так и другое выбираются произвольно. В учении о цветах обычно со времен Максвелла за „единичную точку“ выбирают центр тяжести треугольника, и, кроме того, сам треугольник берут равносторонним. Этот специальный выбор координатного треугольника влечет за собою то, что точка, соответствующая белому цвету (единичная точка), является одновременно центром тяжести и геометрическим центром координатного треугольника. Вследствие выбора за единичную точку центра тяжести положение в треугольнике какого-либо цвета с координатами x_1, x_2 и x_3 совпадает с центром тяжести координатного треугольника, в углах которого помещены грузы x_1, x_2 и x_3. Отсюда вытекает очень простой прием нахождения места данного цвета в цветовом треугольнике.

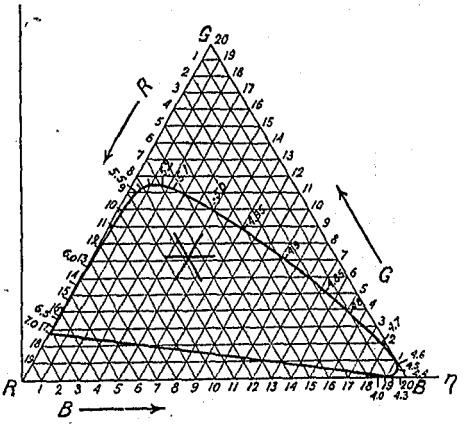

Рис. 9.

Совмещают хотя бы точку R с нулем прямоугольной системы координат $\xi\eta$, направляя при этом ось ξ по RB. Тогда для определения положения цвета (x_1, x_2, x_3) мы должны найти координаты ξ и η центра тяжести системы масс x_1, x_2, x_3, приложенных в точках R, G и B. Если сторона треугольника будет равна l, то эти координаты определятся по формулам:

$$\xi = \frac{1}{2} l \cdot \frac{x_2 + 2x_3}{x_1 + x_2 + x_3} \quad \text{и} \quad \eta = \frac{1}{2} l \frac{x_1 \sqrt{3}}{x_1 + x_2 + x_3}.$$

Положение спектральных цветов в таком цветовом треугольнике изображено на рис. 9, причем значения x_1, x_2 и x_3

взяты из кривых Кенига-Айвса. На этом же треугольнике нанесена сетка трилинейных координат, позволяющих определять x_1, x_2 и x_3 и без посредства декартовых координат ξ и η (для этого нужно лишь x_1, x_2 и x_3 выразить в таких единицах, чтобы $x_1+x_2+x_3=l$. Тогда, откладывая R по стороне GR в направлении, указанном стрелкой, G по стороне BG и B по стороне RB и проводя линии, параллельные соответственно сторонам треугольника GB, RB и GR, мы найдем искомый цвет на пересечении этих линий).

Точка, определяемая на рисунке пересечением трех жирных линий, имеет координаты: $R=7{,}67$, $G=7{,}29$ и $B=5{,}03$.

§ 3. Задачею практической колориметрии является нахождение места любого данного нам цвета в многообразии других цветов. На практике мы имеем дело обычно с цветами различных тел (ткани, бумаги, стекла, растворы и т. п.), спектры которых содержат лучи всевозможных длин волн, но в иных, по сравнению с белым светом, пропорциях, как это видно, например, из рис. 10, где даны спектры отражения для ряда нормированных цветов оствальдовского атласа, измеренные Кольраушем в Вене, причем по оси ординат отложены значения $\frac{I}{I_0}$. Если мы знаем спектр какого-либо тела, и не имеем под рукою никаких колориметрических приборов из тех, что будут описаны ниже, то координаты x_1, x_2, x_3 мы сможем найти следующим образом. Обозначив $\frac{I}{I_0}$ через $\rho(\lambda)$, мы получим координаты нашего цвета, вычислив три таких интеграла:

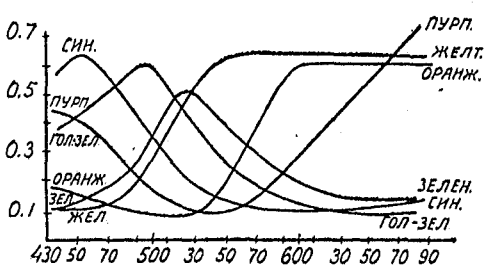

Рис. 10.

$$x_f' = \int x_1(\lambda)\rho(\lambda)d\lambda; \quad x_f'' = \int x_2(\lambda)\rho(\lambda)d\lambda \text{ и}$$

$$x_f''' = \int x_3(\lambda)\rho(\lambda)d\lambda.$$

Нахождение этих интегралов, для чего нужно составить произведения $x_1(\lambda)\rho(\lambda)$, $x_2(\lambda)\rho(\lambda)$ и $x_3(\lambda)\rho(\lambda)$ по всему спектру и проинтегрировать (взвешиванием, при помощи планиметра, по формуле Симпсона, или просто суммированием ординат через каждые 10 $\mu\mu$), отнимает немало времени и может быть значительно упрощено при помощи следующего, предложенного проф. Р. Лютером[1] приема.

Составив раз навсегда таблицы значений интегралов:

$$\int_{700}^{\lambda} x_1(\lambda)d\lambda; \quad \int_{700}^{\lambda} x_2(\lambda)d\lambda \quad \text{и} \quad \int_{700}^{\lambda} x_3(\lambda)d\lambda$$

для всего видимого спектра через каждые 10 $\mu\mu$, мы деформируем ось абсцисс, нанося длины волн не равномерно, но на расстояниях от начала координат (700 $\mu\mu$), пропорциональных написанным интегралам, как это показано на рис. 11. Если мы в этих координатных сетках нанесем кривую $\rho(\lambda)$, то площади полученных кривых будут пропорциональны соответственно x_1, x_2 и x_3 (на рис. 11 вверху дан спектр изумруда по Ф. Экснеру и этот же спектр, деформированный по Лютеру. Штрихами очерчены площади, равные ограниченным осью абсцисс и непрерывными кривыми).

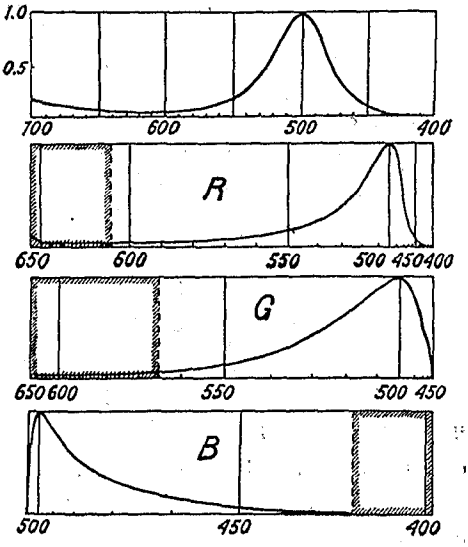

Рис. 11.

Однако и этот метод для практики оказывается все же слишком сложным, требуя для каждого образца знания его спектра. Гораздо быстрее приводят к цели методы колориметрические, основанные на приравнивании цвета данного образца смеси нескольких цветов раз навсегда прока-

[1] R. Luther. ZS. für techn. Physik, № 12, стр. 540, 1927

либрированных эталонов. Самый простой из этих методов представляет собой видоизменение метода Максвелла [1] и требует лишь небольшого моторчика и трех кружков: красного, зеленого и сине-фиолетового цвета (Максвелл окрашивал красный кружок киноварью, зеленый — изумрудной зеленью и синий — ультрамарином. Можно разумеется брать любые краски соответствующих цветов).

Кружки эти должны быть тщательно прокалибрированы, т. е. для каждого из них должна быть промерена отражательная способность, а затем вычислены:

$$x_{f1}', x_{f1}'', x_{f1}'''; x_{f2}', x_{f2}'', x_{f2}''' \text{ и } x_{f3}', x_{f3}'', x_{f3}'''.$$

Образец, цвет которого мы хотим проанализировать, наклеивается на небольшой картонный кружок, который также разрезается по радиусу. Кружки эти насаживаются на общую ось моторчика так, как это показано на рис. 12, причем для получения при вращении полного тождества цветов большого и малого кружков необходимо бывает иногда прибавить по сектору белого и черного цвета или оба к малому или черный к большому.

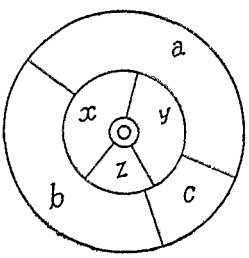

Рис. 12.

Относительную величину секторов трех эталонов, испытуемого кружка и кружков белого и черного мы изменяем до тех пор, пока при вращении цвет снаружи и внутри не будет совершенно одинаковым. Пусть это будет, если взять a° красного цвета, b° — зеленого, c° — синего, d° — анализируемого цвета, y° — белого и z° — черного, в малом кружке. Мы можем тогда написать, что наш анализируемый цвет плюс некоторое количество ахроматического будет содержать:

$$dx_f' + yx_w = ax_{f1}' + bx_{f1}'' + cx_{f1}''';$$
$$dx_f'' + yx_w = ax_{f2}' + bx_{f2}'' + cx_{f2}''';$$
$$dx_f''' + yx_w = ax_{f3}' + bx_{f3}'' + cx_{f3}''',$$

[1] П. Т. Федоров, Изв. Текст. Пром. № 13—14, 1927 г.

после чего можем определить и положение цвета в цветовом треугольнике. Вместо прибавления белого мы можем, на основании сказанного выше, составить большой кружок из двух эталонов, третий же прибавить к анализируемому малому кружку.

Гораздо более точные результаты можно получить при помощи одного из колориметров английского физика Гилда или при помощи очень простого и остроумного прибора З. Рёша.

В колориметре, названном Гилдом трехцветным, мы приравниваем данный нам цвет оптической смеси трех основных цветов (красного, зеленого и синего), к которой можно прибавлять также, если нужно, то или иное количество белого. Схема этого прибора Гилда дана на рис. 13.

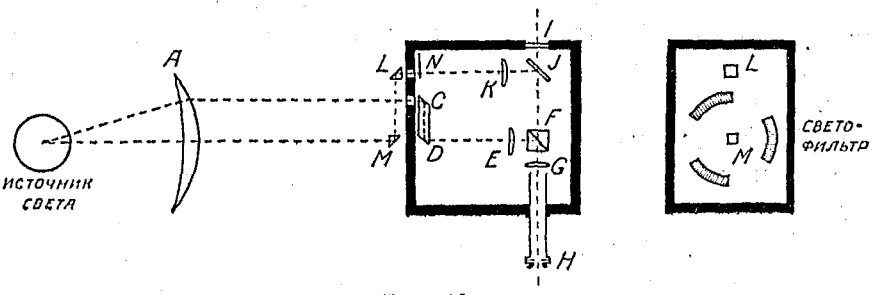

Рис. 13.

Параллельный пучок лучей от лампы, изображенной слева, падает на левую стенку ящика, содержащую три секторообразных отверстия, каждое около 59°. Эти отверстия могут закрываться красным, зеленым и синим желатиновыми светофильтрами. С внутренней стороны этой стенки находится призма CD, которая при помощи моторчика может быстро вращаться перед стенкой вокруг оси, проходящей через D. Во время вращения отражающая поверхность C движется перед отверстиями, проходящий через них свет отражается в C и D и идет по направлению D. Свет этот, пройдя через линзу, попадает на кубик Луммер Бродхуна и, после полного внутреннего отражения, в глаз наблюдателя, смотрящего через установленную на бесконечность зрительную трубу. При достаточно быстром вращении призмы CD фотометрическое поле кажется окрашенным в однородный цвет,

соответствующий смеси цветов трех секторов. Выбрав, с одной стороны, надлежащим образом светофильтры и изменяя при помощи подвижных заслонок величины секторов, можно получить любой цвет. Лучи от анализируемого цветного предмета, пройдя через линзу I и попав на кубик Луммер-Бродхуна, освещают другую часть поля зрения.

Упомянутое выше уменьшение насыщенности исследуемого цвета может быть произведено следующим образом.

При помощи призмочек с полным внутренним отражением L и M и пластинки зеркального стекла, поставленной под углом в 45°, белый свет от лампы примешивается к исследуемому световому пучку. Интенсивность этого примешиваемого света может изменяться измеримым образом при помощи кругообразного серого клина N. Можно также вместо примеси белого света примешивать к анализируемому цвету цвет, соответствующий одному из трех основных светофильтров, причем соответствующий светофильтр помещается тогда за M. Что же касается выбора светофильтров, то в этом отношении имеется широкий произвол. Необходимо лишь чтобы цвет одного из них не мог быть составлен из цветов двух других. Для практики удобны светофильтры фирмы Wratten, цвет которых соответствует длинам волн в 630 $\mu\mu$, 537 $\mu\mu$ и 450 $\mu\mu$. Само собою разумеется, что для светофильтров заранее должны быть определены величины: x_{f1}', x_{f1}'', x_{f1}'''; x_{f2}', x_{f2}'', x_{f2}''' и x_{f3}', x''_{f3}, x_{f3}'''. (Трехцветный колориметр Гилда в настоящее время выпущен в продажу фирмою А. Хильгер).

Другой колориметр, сконструированный тем же Гилдом и названный им „векторным", основан на совершенно ином принципе. Мы видели выше (стр. 106), что все спектральные цвета располагаются в цветном треугольнике по некоторой кривой линии $R'G'V'$. Если нам дан какой-нибудь цвет C, лежащий внутри цветового треугольника (рис. 14), то мы можем соединить его прямыми с двумя точками, лежащими около концов кривой спектральных цветов, положим с точками, которым соответствуют длины волн $\lambda = 670$ $m\mu$ и $\lambda = 470$ $m\mu$. Проложив эти прямые за точку C, мы найдем их два другие пересечения с кривой спектральных цветов, в двух других,

соответствующих, положим, длинам волн в 496 и 586 $\mu\mu$ точках.

Если нам заранее не было известно положение цвета в цветовом треугольнике, то оно найдется, когда мы определим такие два спектральных луча (586 $m\mu$ и 496 $m\mu$), которые, будучи смешаны соответственно с 470 и 670 $m\mu$, дадут нам наш цвет C. Этот искомый цвет будет тогда лежать в цветовом треугольнике на пересечении линий, соединяющих точки 470 $m\mu$ — 586 и 670 $m\mu$ — 496 $m\mu$. Для практического применения этого метода Гилдом построен прибор, схема которого сводится к следующему (рис. 15). Спектроскоп имеет два коллиматора C_1 и C_2; перед щелями их помещено по серому клину W_1 и W_2. Источником света служит точечная

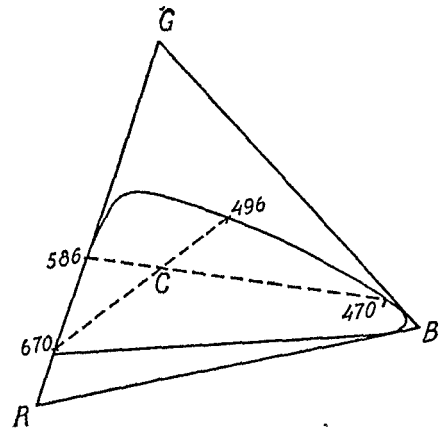

Рис. 14.

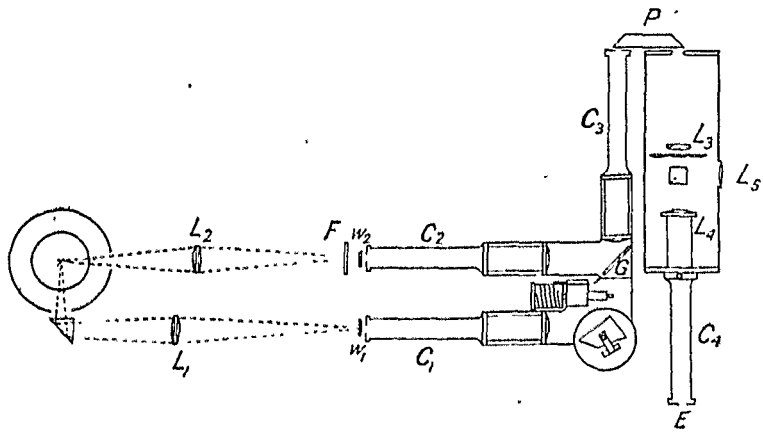

Рис. 15.

лампа, освещающая обе щели. Перед C_2 помещается или красный или синий светофильтр F. Сначала ставят, положим, красный. Красный свет отражается плоскопараллельной

пластинкой G в зрительную трубу спектрального аппарата и попадает, после двукратного отражения в призме P, в собственно фотометрическую часть прибора, изображенную на рис. справа. Кубик Луммер-Бродхуна освещается с одной стороны светом, поступающим от P, а с другой — через L_5 светом, цвет которого мы желаем проанализировать. C_4 — зрительная труба, через которую производятся наблюдения. Пока закрыт коллиматор C_1 оба поля призмы Луммер-Бродхуна будут вообще иметь различную окраску. Открыв же его, мы можем, поворачивая надлежащим образом призму, найти такую длину волны, при которой оба поля будут иметь одинаковый цвет. После этого красный светофильтр заменяют синим и снова находят нужную длину волны. Определив заранее положение цветов обоих светофильтров в цветовом треугольнике, мы из этих двух опытов найдем положение в треугольнике и данного нам испытуемого цвета так, как было показано выше.

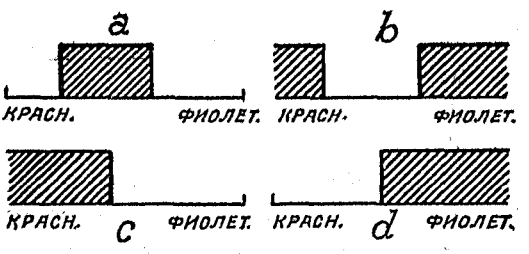

Рис. 16.

Совсем недавно (в 1928 г.) описан еще один очень простой и остроумный прибор, сконструированный З. Рёшем[1]). В основу этого прибора положена идея о так называемых оптимальных пигментальных цветах, высказанная Э. Шрёдингером в 1920 г.[2]). Эти оптимальные цвета обладают тем свойством, что при данном цветовом тоне и насыщенности они являются наиболее светлыми, при заданных же цветовом тоне и светлоте — наиболее насыщенными. Оптимальные цвета могут иметь спектр одного из четырех типов (рис. 16), т. е. иными словами:

1) отражательная или пропускная способность их может иметь значения от 0 или 1,

---

[1]) S. Rösch. Phys ZS. *29*. S. 83—91, 1928.

[2]) E. Schrödinger. Ann. d. Phys. *62* 603—622, 1920.

2) она может иметь на протяжении всего спектра лишь два скачка (от 1 к 0 и от 0 к 1).

Если нам дан какой-нибудь цветной образец, то мы всегда можем найти две такие длины волны λ_1 и λ_2, чтобы ограниченный ими отрезок спектра давал при смешении цвет тождественный с этим образцом по тону и насыщенности. Так как, однако, оптимальные цвета являются предельным, недостижимым на практике, идеальным случаем, мы для получения тождества должны в той или иной степени ослабить интенсивность такого оптимального цвета, сделать ординаты его спектра равными не 0 и 1, но 0 и $a < 1$. Триада (λ_1, λ_2 и a) исчерпывающе характеризует любой цвет, причем $(1-a)$ по существу своему соответствует тому, что В. Оствальд называет „содержанием в цвете черного". Рис. 17 изображает действительный спектр некоторой зеленой краски и его метамерную деформацию по Э. Шрёдингеру.

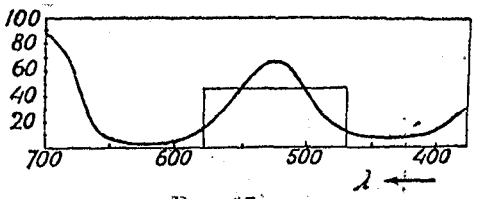

Рис. 17.

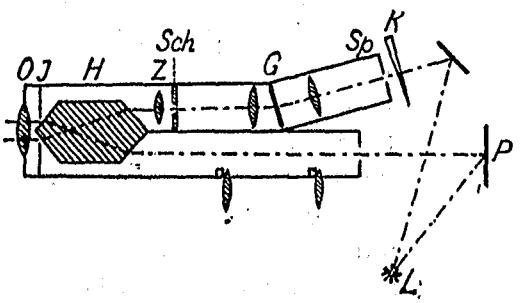

Рис. 18.

Прибор Рёша (изготовляемый в настоящее время фирмой К. Цейсс) позволяет чрезвычайно просто и быстро находить λ_1 и λ_2, и a, и переходить от этой системы координат к системе трехцветной.

Схема этого прибора изображена на рис. 18 и сводится в основных своих чертах к следующему.

Анализируемый непрозрачный образец, помещенный в P и освещаемый некоторым источником света L, рассматривается через линзу O и призму Гюфнера, заполняя своим цветом половину поля зрения. В P помещена матовая белая

пластинка, которая направляет лучи того же источника света L в спектроскоп, решетка которого обозначена буквою G, а щель Sp. Действительный спектр лампы получается в плоскости Sch, где находится подвижной шаблон, позволяющий вырезать любую часть спектра и имеющий вид, изображенный на рис. 19 (a или $в$). Шаблон a можно передвигать по двум взаимно перпендикулярным направлениям (справа налево и сверху вниз), шаблон $в$ передвигается лишь в горизонтальном направлении, вертикальное же перемещение заменено здесь вращательным движением около оси, проходящей через центр диска. В Z находится цилиндрическая линза, соединяющая вырезанные шаблоном лучи так, что соответствующая половина призмы Гюфнера кажется окрашенной в некоторый однородный цвет их смеси. Легко видеть, что при помощи этих шаблонов мы сможем воспроизвести все четыре вида спектров оптимальных пигментных цветов, изображенных на рис. 16. Относительная интенсивность спектральных лучей (величина a) изменяется при помощи ахроматического клина $к$ перед щелью Sp. Ход измерений с этим прибором таков. Сначала находят нулевое положение ахроматического клина, поместив в P и P' одинаковые белые поверхности, затем, передвигая Sch и $к$, устанавливают оба поля зрения на равенство, после чего находят сразу и координаты цвета: λ_1, λ_2 и a или, что то же, ширину выреза, sp, длину волны λ_m, соответствующую середине его, и a.

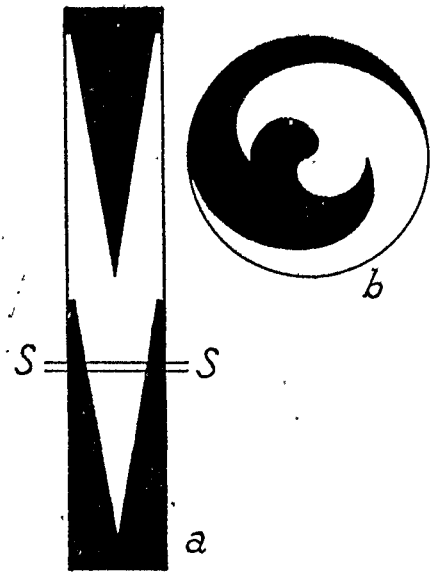

Рис. 19.

Для того чтобы эти обозначения цвета перевести на язык трехкомпонентной теории, нужно лишь раз навсегда опре-

делить и нанести в цветовом треугольнике ряд кривых „одинаковой ширины вырез sp“, и кривых „одной и той же λ_m“ (рис. 20; длина всего спектра и принята за 300, спектрам

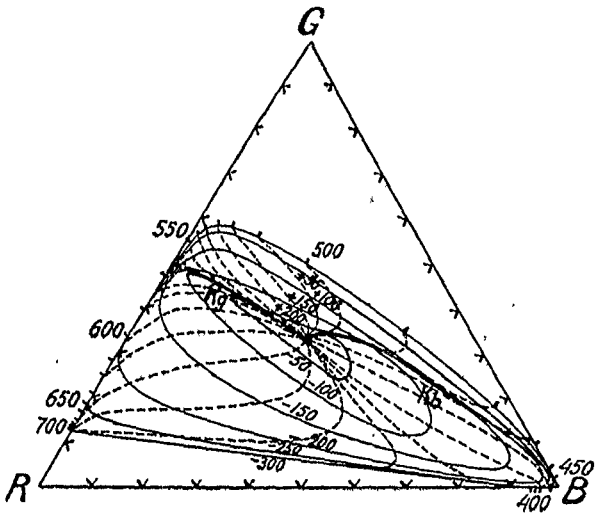

Рис. 20.

типов c и d соответствуют линии k_g и k_b; выше этих линий лежат цвета, соответствующие спектрам типа „а“ ниже „в“; кривые одинаковой λ изображены пунктиром). Из рис. 21

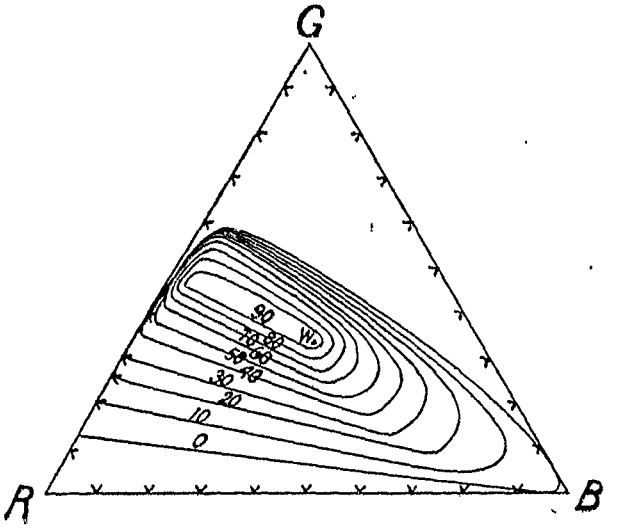

Рис. 21.

мы видим, что эти системы кривых однозначно и исчерпывающе определяют качество цвета с точки зрения трехкомпонентной теории, и поэтому, построив эти кривые в большом масштабе и достаточно часто, мы без всяких вычислений можем переходить от одной системы координат цвета к другой. Кроме того Рёш построил диаграмму, которая позволяет по величине a (относительная интенсивность цвета по сравнению с оптимальным) находить и светлоту цвета. В этой диаграмме (рис. 21) он наносит в треугольнике линии одинаковой светлоты оптимальных пигментных цветов („изогипсы"), от которых легко, найдя на опыте a, перейти к светлоте пигмента. Но об этом подробнее будет сказано во второй статье, посвященной высшей метрике цвета и различным системам цветов.