Н. ИДЕЛЬСОН. Уравнительные вычисления по способу наименьших квадратов. ГИЗ. 1927. стр. 192. Цена 2 р. 40 коп., папка 15 к.

Способ наименьших квадратов является таким всеобщим кумиром и считается *такой панацеей* [1]), что *почти ежегодно в каждой из крупных*

---

[1]) Заслуженно или незаслуженно — это другой вопрос; см., напр., Б. П. Вейнберг „К методологии осреднения", Журн. прикл. физики, *4*, № 2, 3 — 24, 1927.

научных стран посвящается по нескольку новых руководств по применению этого способа. Казалось бы, что ввиду значительного развития методики этих применений и сравнительно медленных дальнейших ее успехов, можно было бы довольствоваться в этом направлении чуть ли не таким стереотипом, как для таблиц логарифмов, но на деле оказывается иное.

Такое стремление к новизне изложения — иногда крайне незначительной — симптом того, что методика обучения способу наименьших квадратов значительно менее разработана, чем методика его применений,— и книга Н. И. Идельсона, получившая недавно премию Главнауки, представляет наглядное доказательство этому. Можно оспаривать, рационально ли начинать изложение „со способа неопределенных множителей, называемого в геодезии методой коррелат“ (первые 54 стр. книга Идельсона), переходить отсюда „к обработке рядов наблюдений одной величины, изучаемой на основе понятий статистических“ (следующие 47 стр.) и затем обращаться „к системам с избыточным числом уравнений“ (56 стр.), решение которых по способу наименьших квадратов считается обычно основным содержанием подобных руководств. Мне лично такое распределение материала, несколько необычное в курсе „Методы наименьших квадратов“, представляется вполне правильным с дидактической точки зрения, но окончательными судьями могут быть лишь потребители—как студенты высших учебных заведений, так и те геодезисты, астрономы, физики, статистики, которые, имея нужду в ознакомлении с этим основным методом уравнивания, изучат эту книгу. Думается, что, может быть, многим из них изложение покажется несколько трудным, но вина в этом случае будет лежать не на том, как я уже указывал, вполне рациональном подходе, какой применил автор, а на самом способе изложения (отчасти, на слоге), не всегда отличающемся достаточной простотой,— может быть, из-за слишком щепетильного стремления автора к строгости и полноте доказательств всех деталей той чисто практической (курсив, как и далее наш) задачи, какую „прежде всего настоящий курс имеет назначением“ [1]). Совершенно соглашаясь с положением автора, что при этом „ни одна деталь, которая могла бы облегчить эту работу практика, не должна быть опущена“, я все же нахожу, что к числу этих деталей нельзя относить все детали доказательств, наличность которых затрудняет местами усвоение книги.

Автор справедливо считает, что „свести изложение способа наименьших квадратов к нескольким схемам и вычислительным правилам — все-таки значило бы взять вопрос с его узкой стороны. В математическом смысле этот способ приобретает свою полную ценность только после

---

[1]) Автор, сам повидимому этого не замечая, часто отклоняется от такой практической постановки вопросов, отбрасывая, например, при выборе весов (стр. 89), все „вопросы целесообразности, стоящие в стороне от математического исследования“.

появления мемуара П. Л. Чебышева об интерполировании по способу наименьших квадратов, т. е. о построении функции, которая приближалась бы к заданной совокупности ее отдельных значений в наилучшем, с точки зрения способа наименьших квадратов, смысле". И можно вполне согласиться с утверждением автора, что „в последнем отделе книги дано строгое и вместе с тем элементарное изложение этого способа (т. е. метода Чебышева), органически связанное с предыдущими частями курса, причем показано, что все нужное для его применения удобно укладывается в обычные формулы и схемы способа наименьших квадратов". Этот последний отдел, занимающий, несмотря на включение в него и основ метода корреляции, и применение способа Чебышева к гармоническому анализу — всего 33 стр. (последние 2 стр. посвящены весьма интересному и полезному обзору литературы по способу наименьших квадратов), является украшением книги и, вероятно, после ее появления изложение построения ортогональных полиномов Чебышева станет непременной частью всякого серьезного руководства по применению способа наименьших квадратов.

Переходя теперь к недостаткам книги и не останавливаясь на некоторых мелких дефектах изложения, что вряд ли было бы уместно в журнальной рецензии, отмечу, что основным пробелом ее является сугубая беспринципность, представляющая впрочем неизбежное следствие беспринципности самого принципа наименьших квадратов. Но, называя беспринципность изложения Н. И. Идельсона сугубою, я имею ввиду лишь то, что он, столь щепетильный в вопросах строгого обоснования каждого своего слова, тщательно — умышленно или неумышленно — обходит все вопросы, касающиеся обоснования самого метода наименьших квадратов и особенно границ его применимости, вопросы, являющиеся, пожалуй, не менее важными для практики и для практиков, чем обоснование того или другого вычислительного приема. Чтобы избежать упрека в голословности и познакомить читателей с отношением автора к этим вопросам, приведу фразы, касающиеся обоснования способа наименьших квадратов и фундаментальнейшего вопроса о различии между „случайными" и „систематическими" погрешностями (то же можно было бы сделать и для „действительных" или „истинных" значений наблюдаемых величин и т. д. — стр. 14 и 54).

„Такая попытка фактически и была сделана Лапласом, который имел ввиду обосновать всю теорию ошибок и уравнительных вычислений на принципе [(λ)] — минимум. Однако, по причинам, на которых мы не будем останавливаться, эта идея осталась математически бесплодною» (стр. 18). «Таким образом, наилучшее решение в смысле «[εε] — минимум» есть в то же время наилучшее решение в смысле «вес неизвестных — минимум» и в этом обстоятельстве заключается обоснование способа наименьших квадратов как общей методы уравнивания» (140).

«Мы предполагаем, что все наблюдения произведены с одинаковой точностью и не подвержены так называемым систематическим ошибкам инструментального или личного характера. Опыт показывает, что благодаря случайным погрешностям (NB: первое употребление автором этого термина!) наблюдений, данные измерения l_1, l_2... l_n будут несколько отличаться друг от друга, колеблясь в ту и другую сторону от некоторого среднего значения. Мы учтем простейшим образом все эти случайные уклонения, если за наилучшее определение измеряемой величины x на основании данного ряда примем среднее арифметическое из всех полученных l." (16—17). „Мы делаем основное предположение, что не случайные погрешности, с которыми сопряжено каждое из наблюдений, группируются по своей величине согласно некоторому вполне определенному закону, общему для всех и всяких рядов наблюдений, если только эти наблюдения не искажены постоянными или систематическими ошибками" (54). „Если имеете основание утверждать, что все измерения данного ряда свободны от постоянной или систематической, т. е. изменяющейся по определенному, хотя бы и неизвестному закону, погрешности, то разногласия между результатами отдельных наблюдений можно объяснить только влиянием случайных погрешностей" (70). „Таковы основные формулы теории ошибок. Еще раз обращаем внимание на то, что они вытекают как следствие из самого определения „случайного" распределения, находящего свое математическое выражение в законе Гаусса. Можно сказать, что теория ошибок, признает за случайные именно те ряды погрешностей, к распределению которых применим закон Гаусса; и если в отношении данного ряда можно установить заметное уклонение его от этого закона, мы не будем уже считать такой ряд свободным от постоянной или систематической погрешности" (72—73). „Однако можно представить себе случаи, когда любая система поправок дает весьма малое улучшение решения (разрядка автора). Это покажет, что наблюденные величины стали неточны и противоречат друг другу, что способ наименьших квадратов не может внести в дело заметного улучшения" (111).

Позволю себе усумниться в том, что читатель, если он даже найдет и сопоставит все эти „определения" систематических и случайных погрешностей, поймет, в чем заключается различие между ними и,— если даже он согласится «считать обязательным всякий ряд наблюдений исследовать „на нормальное распределение"» (75),—то будет знать, как это сделать. Пользоваться ли для этого хотя бы теми тремя критериями, которые приводит Н. И. Идельсон (64), или же просто сопоставлять наблюденное распределение уклонений от среднего с теоретическим, как это делает автор? Если читатель предпочтет второе, ему придется стать в тупик перед вопросом, какое согласие считать „в общем прекрасным" (61), какое — „удовлетворительным" (62 и 77 на последней странице все разности одного знака!), какое — „весьма близким" (96), а какое — „нельзя назвать вполне удовлетворительным" (127). Не меньше затруднения встретит он и в последнем случае, ибо единственным указанием как быть, будет что в случаях, когда „крайние погрешности не удовлетворяют условиям нормального распределения,... соответствующие наблюдения нецелесообразно принимать в расчет с полным весом при обработке ряда" (76).

Я нарочно привел все то, что можно извлечь из разбираемой книги в этом отношении, чтобы показать, какие затруднения встречает желающий сознательно пользоваться способом наименьших квадратов, даже имея под руками такое образцовое его изложение, какое дает книга Идельсона. Вина в этом — не в авторе, а в том, что нет не только руководств, но и монографий (и мало даже отдельных работ), посвященных общим вопросам теории и практики обработки наблюдений, а нужду в них зачастую ощущает болезненно и физик, и статистик, и астроном и биолог, и инженер заводской лаборатории, и геолог-разведчик.

Во всяком случае надо быть признательным и автору, составившему это прекрасное руководство, и Госиздату, очень хорошо напечатавшему и выпустившему по сравнительно недорогой цене эту книгу.

Б. П. Вейнберг.

Ответственные редакторы: *П. П. Лазарев* и *Э. В. Шпольский*

Главлит А-20818 П. 21. Л. 8, 16$\frac{3}{4}$, 62 × 94 Гиз. № 26986. Зак. 2074. Тираж 2 000.

1-я Образцовая типография Госиздата. Москва, Пятницкая, 71.