# Физика, как геометрическая необходимость[1]).

*Артур Хааз.*

Старинное изречение, приписываемое Платону, гласит, что геометрия есть излюбленное занятие Бога, а основой всех вещей еще пифагорейцы считали число. В обоих этих утверждениях находит свое выражение стремление, столь же древнее, как и сама научная физика. Это стремление—рассматривать как *математическую необходимость* те *закономерности*, которые внимательный наблюдатель природы легко открывает среди разнообразия явлений чувственного мира.

Нередко это стремление приводило к наивным мистическим заблуждениям, когда пытались установить соотношение между физическими явлениями и особыми свойствами определенных чисел или геометрических фигур [2]). С другой стороны, оно вело к плодотворным и важным работам, благодаря которым удалось в значительной степени переработать, систематизировать и пополнить физику, вводя в нее *математический метод*. Но венцом этого стремления явилось признание, что не только физические явления могут описываться при помощи математики, и математика находит приложение в физике, но что математика и физика в самой сущности своей едины, что они отличаются не более, чем два различные языка, оба могущие служить для описания одних и тех же предметов; другими словами—что в силу геометрической необходимости мир, данный нам, как реальность, обнаруживает явления тяготения и электричества, а также магнетизма, света, движения и тепла.

К этим величественным и в высшей степени важным для нашего общего миропонимания представлениям теоретическая физика пришла за последние годы. Новые идеи возникли на почве одного из величайших творений человеческого духа, *теории относительности*, основанной Эйнштейном в 1905 году.

Поводом к установлению теории относительности послужила знаменитая дилемма. Из формул так называемой «классической» физики следовало, что *оптические явления* дают возможность установить *абсо-*

[1]) Речь в философском обществе Венского университета.

[2]) Так, например, Кеплер искал связь между расстояниями планет от солнца и численными соотношениями правильных тел.

*лютное движение*, тогда как из механических соображений само понятие абсолютного движения оказывалось лишенным смысла. Действительно, если мы предположим, что свет распространяется относительно какой-либо системы координат равномерно, т.-е. с одной и той же скоростью по всем направлениям, и вообразим вторую систему координат, находящуюся в движении относительно первой, то на основании формул классической физики распространение света относительно этой второй системы не может быть равномерным, т.-е. не может совершаться с одинаковой скоростью по всем направлениям. Отсюда следует, что мыслима постановка какого-нибудь остроумного оптического опыта, который должен был бы обнаружить в достаточной мере влияние собственного *движения земли*; однако, когда Майкельсон (Michelson) осуществил такой трудный опыт (1881), ожидаемое влияние не обнаружилось ни в малейшей степени. Это открытие чрезвычайно смутило физиков, хотя a priori должно было казаться весьма невероятным, чтобы в какой-нибудь отрасли физики—именно в оптике—могло быть обнаружено абсолютное движение, тогда как в другой—механике—оно не имеет смысла [1]).

Перед теоретической физикой встала трудная задача—устранить противоречие, возникшее таким образом между опытом и классической теорией.

Впервые ее полное решение было указано гением Эйнштейна, который вскрыл существование одного предрассудка, столь глубоко укоренившегося в физике, что он оставался совершенно незаметным,—именно предрассудка существования *абсолютного времени*.

В физических формулах выступают, вообще говоря, четыре независимые переменные: три пространственные координаты и время. Казалось совершенно самоочевидным, что пространственным координатам можно приписывать лишь *относительное* значение; но что касается времени—об этом не возникало и мысли.

Эйнштейн впервые указал, что данные времени совершенно так же, как и пространственные координаты, при помощи которых наблюдатель описывает физические процессы, суть нечто относительное. То противоречие между опытом и теорией, о котором выше шла речь, разрешается без всякого труда, если принять, что время, к которому относит события земной наблюдатель, вовсе не должно отождествляться со временем, к которому приурочивает те же события другой наблюдатель, находящийся на солнце. Опыт Майкельсона показывает, что между обоими этими различными временами необходимо должно существовать известное *соотношение*, выражаемое *постулатом относительности*. Именно, оба наблюдателя, хотя и движущиеся один относительно другого, должны иметь возможность *с одинаковым правом* утверждать,—

---

[1]) Ср. Эйнштейн. Специальный и общий принцип относительности (общедоступное изложение). Перевод. С. И. Вавилова. Петроград, 1921.

каждый со своей точки зрения,—что свет распространяется во все стороны с одной и той же скоростью, если только выражать эту скорость в их относительных пространственных координатах и их относительном времени.

Признание *относительности времени* представляет теоретическое открытие первостепенного значения, но еще более глубокий смысл его был впервые указан геттингенским математиком Минковским (Minkowski, 1908). Именно Минковский нашел, что выражаемая постулатом относительности связь между относительными пространственными координатами и относительным временем может быть *интерпретирована геометрически* в том смысле, что время, умноженное на скорость света и на мнимую единицу, и пространственные координаты соотносятся между собой так же, как *четыре координаты четырехмерной геометрии* [1]).

Чтобы сделать более понятным значение мысли Минковского, освежим в памяти основные представления *аналитической геометрии*, творения великого философа Декарта (Descartes). Всякий, кто когда-либо занимался аналитической геометрией, хотя бы на плоскости, легко вспомнит, что если на плоскости дана какая-нибудь кривая, напр., эллипс, то ее аналитическим выражением служит определенное *уравнение*. Оно указывает «функциональную зависимость», связывающую между собой обе координаты каждой точки кривой. Но всякий, занимавшийся аналитической геометрией на плоскости, знает также, что аналитическая геометрия покоится на том, что общий вид такого уравнения не меняется, если мы произвольно выбранную на плоскости чертежа прямоугольную систему координат заменим какой-либо другой прямоугольной координатной системой. Математики говорят (и это выражение в силу вышеизложенного понятно без разъяснений), что уравнение кривой *инвариантно* (т.-е. сохраняет свою форму) *по отношению к преобразованиям системы координат.*

Совершенно то же самое, как в аналитической планиметрии, имеет, конечно, место и в аналитической геометрии пространства.

Одним уравнением между тремя координатами определяется поверхность (напр., эллипсоид и т. под.) и точно так же это уравнение инвариантно относительно любого преобразования системы координат. С точки зрения абстрактной геометрии не представляет никаких затруднений вообразить *четырехмерную геометрию*, как бы сверх-стереометрию (Überstereometrie), в которой каждая точка будет определяться, конечно, четырьмя координатами.

---

[1]) Появление мнимой единицы (квадратный корень из минус единицы) объясняется тем, что в четырехмерной геометрии сумма квадратов четырех координат не должна, конечно, зависеть от системы координат, тогда как в физике сумма квадратов трех пространственных координат, *уменьшенная* на квадрат произведения из скорости света и времени, не зависит от системы отсчета. Следует заметить, что произведение из скорости света на время имеет размерность длины: оно представляет путь пройденный светом за рассматриваемое время.

Мы можем теперь таким образом формулировать упомянутый выше принцип Минковского: три пространственные координаты и величина, получаемая умножением времени на скорость света и мнимую единицу, представляют *четырехмерную систему координат*; по отношению к любому преобразованию построенной таким образом системы координат *уравнения физики — инвариантны.*

На основании этого представления, являющегося лишь простым геометрическим описанием принципа относительности, старая проблема теории познания получает совершенно новое освещение. Для физического познания сбываются поэтические слова, которые Рихард Вагнер заставляет Гурнеманца сказать Парсифалю: «Du siehst, mein Sohn, zum Raum wird hier die Zeit»—«Ты видишь, мой сын, здесь время обращается в пространство». Действительно, в четырехмерном многообразии, которое мы будем называть миром Минковского (или просто «миром»), остается вполне произвольным положение координатных осей, одну из которых мы интерпретируем, как ось времен. Различие между временем и пространством не абсолютно, а лишь относительно.

Благодаря изумительному открытию Минковского еще одно понятие, имеющее первостепенное значение для теоретической физики, испытало полное превращение; это—понятие *физического поля.* Под физическим полем понимают область, по которой распределено какое-нибудь физическое состояние так, что каждому месту области соответствует определенная величина, характеризующая это состояние.

Классическая физика при исследовании физического поля всегда задавалась двумя вопросами: во-первых, определением свойств поля для определенного мгновения, во-вторых, изменением поля во времени. Наряду с пространственными различиями состояния необходимо было также принимать во внимание изменения, которые претерпевает с течением времени состояние в каком-либо определенном месте. Новая физика, построенная на идеях Минковского, вообще не знает понятия изменяющегося поля. Новая физика знает только один вопрос: *как распределены в мире Минковского величины, характеризующие физическое состояние?* Действительно, если мы, например, знаем четырехмерное температурное поле мира Минковского, то мы этим самым знаем, какая температура господствует в любом месте для каждого момента. Ибо из четырех осей какой-либо системы координат, построенной в температурном поле, одна истолковывается нами как ось времен, так что различия в направлении этой оси представляют собою изменение температуры во времени. Таким образом понятие изменяемости поля теряет в четырехмерном мире всякий смысл. Мир Минковского, рассматриваемый, как арена физических событий, есть осуществление определения вечности, даваемого Фомой Аквинским: вечность он называл «nunc stans» (остановившееся ныне).

Теоретическая физика может, таким образом, пониматься, как совокупность закономерностей, согласно которым распределяются в мире Минковского величины, характеризующие физическое состояние. Физические состояния могут, конечно, быть весьма разнообразны. В смысле экспериментальной физики мы различаем механическое, электромагнитное, оптическое и тепловое состояние [1]). *Громадное значение кинетической теории тепла* состояло, как известно, в том, что она свела тепловые состояния на механические, и совершенно также Максвеллу (Maxwell) удалось обосновать электромагнитную теорию оптических процессов. Наконец, как раз на основе теории относительности сделалось ясным, что *процессы движения* должны быть по существу *процессами электромагнитными*, так что и механические состояния сводятся на электромагнитные.

Таким образом, в конце концов, вся физика свелась к проявлению *электромагнитного поля*. Но на основании уравнений, которые со времени Максвелла установлены для электромагнитного поля, можно показать, что в четырехмерном представлении все величины, характеризующие электромагнитное состояние, могут быть сведены к одной, из которой они легко получаются простой *вычислительной операцией*. Эта величина может быть представлена при помощи отрезка определенного направления, она есть так называемая *векторная величина*. Из принципа, лежащего в основании элементарного закона параллелограмма сил следует далее, что на плоскости всякий направленный отрезок вполне определяется, если известны две его компоненты по осям какой-нибудь определенной системы координат, построенной на этой плоскости; в *пространстве*, направленный отрезок вполне определяется тремя компонентами; в четырехмерном мире Минковского для его определения необходимо *четыре* компоненты. Четырехкомпонентный вектор, при помощи которого вполне определяется электромагнитное поле, называется *электромагнитный вектор-потенциал*. То обстоятельство, что этот вектор в мире Минковского не постоянен, но меняется от места к месту (и по величине и по направлению), обусловливает существование электромагнитного поля и вместе с тем осуществляет возможности для человека при помощи его органов чувств воспринимать механические, тепловые и оптические явления. Таким образом, физика, собственно говоря, вызывается существованием четырехмерного векторного поля. Одно лишь явление занимает особое место, это—тяготение.

Итак, физика вынуждена свести все физические явления к существованию *двух полей*, конечно, совпадающих во времени и в пространстве: *электромагнитного поля* и *поля тяготения*. Роль, которую в электромагнитном поле играет электричество, в поле тяготения при-

---

[1]) То, что акустические явления покоятся на процессах движения, было известно уже давно. Возможность же свести магнитные феномены к электрическим была указана Ампером (Ampere).

ходится на долю *массы*. Уже классической физике было известно, что величины, характеризующие поле тяготения, могут быть выведены путем чисто математической операции из одной величины, так называемого *гравитационного потенциала*. В классической физике масса, так же, как гравитационный потенциал, суть величины, которые определяются заданием одного лишь численного значения, для которых, следовательно, невозможно разложение на компоненты [1]).

Однако, введение идей Минковского позволяет в четырехмерной физике поставить на место массы одну величину, не зависящую, конечно, от системы координат, так называемый *тензор с десятью компонентами*. Эта величина, присущая четырехмерной геометрии, обладает четырьмя компонентами, относящимися к четырем координатным осям и сверх того еще шестью компонентами по шести координатным поверхностям [2]). Отсюда должно заключить (более подробное обоснование выходит за пределы этой статьи), что в релятивистской физике (частным случаем которой является классическая физика) гравитационный потенциал также должен представлять собою величину с десятью компонентами.

Итак, электромагнитное поле определяется четырехкомпонентным вектором, а поле тяготения десятикомпонентным тензором. При этом оба поля совпадают, и существование обоих обусловливает совокупность явлений, которые мы рассматриваем, как физические.

В свете этих представлений вопрос о том, происходит ли физика из геометрической необходимости, может быть формулирован следующим ясным образом. Мы спрашиваем: имеются ли геометрические основания для того, чтобы в общей геометрии каждой точке следовало приписать одну векторную и одну тензорную величину? На этот вопрос при современном состоянии геометрии мы должны ответить утвердительно. Уже в середине XIX столетия великий математик Риман (Riemann) [3]) в развитие идей Гаусса (Gauss) указал, что общая геометрия приобретает смысл лишь в том случае, когда каждой точке приписывается определенный тензор.

Эйнштейн только применил представление Римана, имеющее силу для любого геометрического многообразия (с любым числом измерений), к миру Минковского и таким образом смог установить *теорию тяготения на чисто геометрических основаниях* (1915) [4]).

Но лишь в 1918 году Вейль (Weyl) показал, что в общей геометрии каждой точке, *сверх* упомянутого уже тензора, необходимо приписать

---

[1]) В классической физике масса и гравитационный потенциал суть так назыв. скаляры.

[2]) Если обозначить четыре оси цифрами 1, 2, 3 и 4, то компоненты такого тензора (это слово употребляется также и в более широком смысле) обозначаются при помощи индексов: 11, 22, 33, 44, 12, 13, 14, 23, 24, 34.

[3]) Riemann. Mathematische Werke (2 Aufl. Leipzig, 1892) B XIII.

[4]) Ср. указанную книжку Эйнштейна.

также и некоторый *вектор*; перенеся эти соображения на мир Минковского, Вейль получил возможность, на ряду с чисто геометрической теорией тяготения Эйнштейна построить *чисто геометрическую теорию электричества* [1]).

Для того, чтобы в многообразии любого измерения *возможна* была геометрия вообще, необходимо, согласно представлениям Вейля, чтобы это многообразие *представляло прежде всего векторное и в то же время тензорное поле.* Для нематематиков вряд ли вышеизложенное покажется ясным. Происходит это потому, что мы привыкли иметь дело с так называемой евклидовой геометрией, которую, согласно современным воззрениям, следует рассматривать, как *исключительный частный случай гораздо более общей геометрии.* Действительно, евклидова геометрия покоится на *двух произвольных допущениях*, из которых первое было вскрыто Риманом, а второе — Вейлем.

Чтобы отчетливее понять, в чем состоят оба эти допущения, мы ограничимся сперва простым случаем двухмерной геометрии. Каждый образованный человек знает элементарные законы так называемой *планиметрии*, например, закон, согласно которому сумма углов в треугольнике равна 180°. Но всякий, кто слышал о сферической тригонометрии, знает также, что двухмерная геометрия возможна не только на плоскости, но также и на искривленных поверхностях, напр., на поверхности шара; он знает также, что в подобных геометриях имеют силу *иные* законы [2]), чем в планиметрии, что, например, сумма углов сферического треугольника всегда больше 180°.

Даже нематематик чувствует также,—я готов сказать инстинктивно,—почему плоская геометрия выделяется, как особый случай среди всех других геометрий на искривленных поверхностях. *Только в плоской геометрии* имеет смысл говорить *просто о направлении*; во всех остальных криволинейных геометриях можно говорить только о *направлении в данной определенной точке.* Если мы через какую-нибудь точку на плоскости доски проведем прямую, то мы можем без всяких затруднений через любую другую точку плоскости провести прямую, имеющую то же самое направление, как и первая. Но всякий знает, что на произвольной искривленной поверхности такая задача, вообще говоря, не имеет смысла. В самом деле, вообразим, что на поверхности очень большого глобуса, представляющего землю, на месте Вены мы положим по направлению меридиана маленькую иглу; вследствие малости иглы можно не обращать внимания на то, что она не вполне совпадает с поверхностью глобуса. Будем передвигать иглу вдоль меридиана, пока она не достигнет полярного круга. Так как мы можем смотреть вне поверхности шара (из пространства), то нам совершенно

---

[1]) «Gravitation und Elektrizität». Sitzungberichte der Berl. Akad., 1918, S. 465—480.

[2]) Законы планиметрии кроме плоскости применимы также к поверхностям, получаемым сгибанием плоскости. Они действуют, напр., на поверхности цилиндра или конуса, но не применимы для поверхности шара или яйца.

ясно, что игла имеет теперь *иное направление*, чем раньше в Вене. И однако же мы передвигали иглу от Вены до полярного круга по поверхности глобуса в ее собственном направлении, так что с точки зрения двухмерной геометрии мы могли бы с полным правом утверждать, что направление иглы *не изменилось*.

Еще яснее выступит перед нами неопределенность направления, если мы проведем на глобусе две кривые, которые ведут от Вены на Париж. Эти кривые мы построим так, чтобы одна проходила через Амстердам, а другая—через Рим. Будем в обоих случаях передвигать иглу вдоль рассматриваемых кривых так, чтобы начальная точка иглы подвигалась по кривой, в то время как игла перемещается параллельно самой себе. Мы найдем, что в обоих случаях игла по своему прибытию в Париж имеет различное направление [1]).

Уже это простое рассмотрение показывает нам, что на искривленной поверхности *математическая теория направленных величин* должна быть во всяком случае сложнее, чем на плоскости. Очевидно на искривленной поверхности мы не можем, вообще говоря, построить «геометрию отдаленного» (Ferngeometrie), подобно тому, как это делается на плоскости, а лишь так называемую *геометрию близлежащего*. (Nahegeometrie). Но если мы даже ограничимся геометрией близлежащего, то, очевидно, мы прежде всего должны быть в состоянии *сравнивать между собой направления в двух соседних точках*. Действительно, пусть $A$ есть какая-нибудь точка, а $B$—точка, как мы выражаемся, бесконечно близкая, и пусть нам дано какое-нибудь направление в точке $A$; тогда для того, чтобы вообще быть в состоянии построить хотя бы геометрию близлежащего, мы должны знать, какое направление в точке $B$ соответствует данному направлению в точке $A$ в качестве «*того же* направления». Ясно, что мы можем знать это только в том случае, если нам дана в точке $A$ некоторая величина, которая определяет известным образом способ *изменения направления* при переходе от точки $A$ к соседней. Эта величина оказывается тензорной в данном выше (узком) смысле этого слова.

Еще Гаусс сделал весьма важное открытие, что при помощи этих тензоров определяется длина кривых, величина углов и площадь фигур; следовательно, и обратно, тензор может быть разыскан путем измерений в рассматриваемой части поверхности, при чем нам ничего не нужно знать относительно того, как «расположена» поверхность в пространстве. Таким образом при помощи тензора впервые устанавливаются измерительные отношения; поэтому его называют *основным метрическим тензором*, ибо им впервые определяется так называемая метрика; само собой разумеется, что в общей геометрии поверхностей мы рассматриваем основной метрический тензор, как величину, меняющуюся непрерывно от места к месту, так что данная

[1]) На математическом языке это обстоятельство выражается законом, согласно которому в неплоской геометрии проблемма переноса направления не интегрируема.

поверхность представляет в то же время *поле* своего собственного основного метрического тензора. Если нам дано это поле, то мы можем построить геометрию на поверхности, ничего не зная о виде этой поверхности. Так называемая евклидова геометрия является частным случаем общей геометрии поверхностей, характеризуемым тем, что в ней компоненты основного метрического тензора по всем координатным направлениям обращаются либо в нуль, либо в единицу [1]).

До сих пор мы намеренно говорили лишь о геометрии двух измерений; ибо только относительно двухмерного многообразия возможно для нас ясное представление того, как оно расположено в многообразии, число измерений которого больше на единицу. Для трехмерного многообразия возможность аналогичного ясного представления уже отсутствует. Однако еще Риман знал, что нашу обычную геометрию следует рассматривать, лишь как частный случай более общей трехмерной геометрии, в которой основной метрический тензор меняется от места к месту; и то, что справедливо для трехмерной геометрии, справедливо—это также было известно Риману—и для геометрии любого числа измерений. Число компонент основного метрического тензора при этом всегда равно сумме чисел координатных осей и координатных поверхностей; в двухмерной геометрии тензор имеет, следовательно, три компоненты, в трехмерной—шесть, в четырехмерной — десять.

Первое произвольное допущение евклидовой геометрии состоит, как мы видели, в том, что в ней говорят просто о направлении, тогда как в геометрии, свободной от произвола, можно говорить только о направлении в определенной точке. Если мы таким образом формулируем первое произвольное допущение геометрии Евклида, то мы, естественно, придем и к выяснению второго допущения, которое впервые было открыто Вейлем в 1918 году. Это второе допущение состоит в том, что в классической, равно как и в римановой геометрии мы говорим просто о длине, тогда как следует всегда говорить лишь *о длине в определенной малой области*. Как мы видели, по направлению в одной точке нельзя, вообще говоря, заключить, что оно такое же самое, как и направление в какой-либо отдаленной точке; совершенно также оказывается лишенным смысла и заключение, что два малых отрезка, проведенных в двух удаленных областях, имеют одну и ту же длину. В последовательно проведенной геометрии близлежащего сравнения между собою двух длин, вообще говоря, так же затруднительно, как и сравнение двух направлений [2]).

---

[1]) В единицу обращаются компоненты, индексы которых—дважды повторенная цифра; остальные обращаются в нули (ср. примечание на стр. 8).

[2]) Выражаясь языком математики, скажем: перенос направления, равно как и перенос длины, вообще говоря, есть задача неинтегрируемая.

Пусть нам даны две близкие друг к другу точки $A$ и $B$ и представим себе, что вокруг каждой из них ограничена каким-нибудь образом некоторая весьма малая область; прежде всего мы должны иметь возможность установить, какой длины должен быть отрезок во второй области, чтобы можно было считать его длину равной данному отрезку первой области. Другими словами, если для первой области дана *единица длины, как масштаб*, то мы прежде всего должны установить, что будет служить масштабом во второй области. К точке $A$ необходимо приурочить величину, которая определяла бы *перенос единицы масштаба* при переходе от области, лежащей около точки $A$ к какой-нибудь соседней области. Эта величина при ближайшем исследовании оказывается *векторной величиной*. Ее было бы целесообразно назвать масштабный вектор (Masschtabvektor). Таким образом мы лишь тогда в состоянии построить, действительно, общую геометрию, если мы каждой точке пространства *сверх* основного метрического тензора припишем еще масштабный вектор.

Но все, что справедливо для всякой геометрии, с любым числом измерений, справедливо, конечно, и для четырехмерного мира Минковского. И в нем также только тогда возможна общая, свободная от гипотез геометрия, когда для каждого места его определено, каким образом происходит там перенос единицы масштаба; другими словами, когда мы для каждого места знаем значение десятикомпонентного основного метрического тензора и четырехкомпонентного масштабного вектора. С другой стороны, выше мы видели, что вся физика покоится на умении охватить мир Минковского, как поле десятикомпонентного тензора, гравитационного потенциала, и четырехкомпонентного вектора, электромагнитного вектор-потенциала. Сама собою напрашивается мысль *идентифицировать физическое понятие* гравитационного потенциала *с математическим понятием* основного метрического тензора, равно как физическое понятие электромагнитного потенциала отождествить с математическим понятием масштабного вектора; и если мы проделаем оба отождествления, то мы, действительно, получаем возможность рассматривать физику, как геометрическую необходимость. Ибо на основании этих представлений мы оказываемся в состоянии связать общую геометрию с существованием поля тяготения и электромагнитного поля.

Геометрия и физика представляются таким образом в неразрывно тесной связи. Электрические заряды и тяготеющие массы определяют геометрию мира Минковского. Однако мыслимо и обратное построение: именно, можно было бы прежде всего дать геометрию мира Минковского, для чего надо было бы знать, как расположен четырехмерный мир Минковского в пятимерном многообразии, совершенно так же, как поверхность располагается в пространстве. Тогда можно было бы, например, кажущееся проявление тяготеющих масс свести к способу этого расположения.

Однако не только существование электромагнитного и гравитационного поля является геометрической необходимостью. *Законы* обоих этих полей, которые находят свое выражение в определенных *уравнениях*, получают также приемлемое математическое обоснование.

В геометри у Римана-Вейля важную роль играет некоторая величина [1]), ибо ее исчезновение составляет необходимое и достаточное условие того, чтобы общая геометрия Римана-Вейля перешла в частный случай классически-евклидовой [2]). Путем простых вычислительных операций можно образовать из этой величины так называемый квадрат ее значения и проинтегрирсвать его по любой области мира Минковского. Полученный интеграл можно было бы назвать *геометрическим квантом* рассматриваемой области мира.

Если мы сделаем допущение, что геометрический квант *не меняется* при всех возможных *вариациях* каждой из десяти компонент основного метрического тензора и каждой из четырех компонент масштабного вектора внутри нашей области [3]), то мы получим *четырнадцать уравнений*, которые на основании сделанных выше отождествлений следует рассматривать, как основные уравнения гравитационного и электромагнитного полей [4]). А это и есть уравнения, на которых построена вся система современной теоретической физики.

Из чисто математического постулата, который выражает вышеописанное свойство геометрического кванта, вытекает определенная связь, устанавливающаяся для каждой точки между основным метрическим тензором и масштабным вектором. С физической точки зрения эта связь есть проявление—*соотношения между тяготением и электричеством.*

В этом смысле теория Вейля ведет к новому, весьма интересному выводу. А именно, можно показать (на этом здесь нельзя останавливаться подробнее), что известный из экспериментальной физики закон *несоздаваемости и неразрушаемости электричества* есть *необходимое следствие закона тяготения*, управляющего движением планет [5]).

Новые представления открывают в высшей степени важные перспективы и в другом направлении. Величина, которую мы назвали геометрическим квантом, есть *отвлеченное число.* Но если мы интерпретируем основной метрический тензор, как гравитационный потенциал, а масштабный вектор—как электромагнитный потенциал, то с физи-

---

[1]) Так называемый тензор четвертого ранга.

[2]) При этом переносе направления и длины (см. примеч. на стр. 10) становится интергрируемым; первое имеет место в мире, лишенном тяготения, второе—в мире свободном от электрических зарядов.

[3]) „Внутри" нашей области—означает, что на границах области вариация не должна иметь место.

[4]) Основная мысль этого принципа принадлежит Ми (Mie) и была развита далее Гильбертом (Hilbert) и Вейлем.

[5]) Точно так же тождество инертной и тяжелой массы есть в известном смысле следствие указанной связи между основным тензором и масштабным вектором.

ческой точки зрения геометрический квант оказывается так называемым *действием*, умноженным на постоянную скорость света, при чем под «действием», как известно, понимается произведение энергии на время.

В начале XX столетия возникла новая теория, приведшая к важнейшим следствиям во многих областях физики, именно в теории атома. Это так называемая теория квантов, которая основывается на допущении, что количество действия, связанное с каким-либо физическим явлением, есть целое кратное так называемого элементарного кванта действия. Но так как с математической точки зрения действие, умноженное на постоянную скорость света, есть, согласно сказанному выше, отвлеченное число, то вопрос об обосновании теории квантов оказывается теснейшим образом связанным с основной проблемой *арифметики*, с вопросом *о сущности числа*.

Все яснее становится заключение, что основы физики те же, что и основы математики. Благодаря физике общая геометрия впервые получает смысл и содержание; и обратно, может быть, физика есть не что иное, как переведенная на другой язык геометрия четырехмерного многообразия, которое в силу нашей интерпретации распадается на пространство и время.

*Перев. Г. С. Ландсберг.*