

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Эффект сверхразрешения и критерий разрешимости
для волн в анизотропных средах

Э.Г. Локк, С.В. Герус, А.В. Садовников

Обсуждается возможность решения проблемы по преодолению дифракционного предела в анизотропных средах. Экспериментально и теоретически продемонстрировано возникновение эффекта сверхразрешения, при котором отчётливая тень от точечного объекта наблюдается на расстояниях, значительно превышающих значения, полученные из критерия разрешимости Рэлея. В частности, на примере дифракции спиновых волн с длиной волны λ доказана возможность возникновения отчётливой тени от сквозного отверстия в ферритовой плёнке диаметром $d < \lambda$ на расстоянии $L \gg \lambda$. Установлено, что сверхнаправленное распространение волны и сверхразрешающая тень от объекта возникают в направлении нормали к изочастотной зависимости волны в точке перегиба. Сформулирован критерий разрешимости, позволяющий проводить оценочные расчёты для волн в анизотропных средах и подтверждающий возможность возникновения в них эффектов сверхнаправленности и сверхразрешения.

Ключевые слова: дифракция, спиновая волна, эффект сверхразрешения, сверхнаправленное распространение волны, критерий разрешимости

PACS numbers: 41.20.Gz, 41.20.Jb, 42.25.Fx, 75.70. – i

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFN.2026.03.040105>

Содержание

1. Введение (403).
2. Основные соотношения, описывающие распространение спиновых волн в касательно намагниченной ферритовой пластине (404).
3. Методы получения визуализированных картин спиновых волн: метод зондирования и метод микромагнитного моделирования (405).
4. Предварительные расчёты, терминология и некоторые сведения о закономерностях распространения и дифракции волн в анизотропных средах (407).
5. Геометрия падения поверхностной спиновой волны с большой дифракционной расходимостью на отверстие в ферритовой плёнке (410).
6. Геометрия падения сверхнаправленного луча поверхностной спиновой волны на отверстие в ферритовой плёнке (412).
7. Послесловие к результатам экспериментов и численных расчётов (414).

8. Анализ дифракционных картин на основе принципа Бабине и критерия разрешимости (415).
 9. Причины, из-за которых экспериментальные и рассчитанные результаты немного различаются (419).
 10. Заключение (420).
- Список литературы (420).

1. Введение

В оптике возможность преодоления дифракционного предела (т.е., возможность наблюдать объекты, размеры которых намного меньше длины волны света) была предметом частых дискуссий учёных с момента изобретения микроскопа и телескопа в XVII веке. Казалось бы, теория разрешающей способности оптических приборов, предложенная Дж.У. Рэлеем (J.W. Rayleigh) в 1879 г. на основе его известного критерия, должна была положить конец этим дискуссиям. Однако, в начале XXI века появились новые исследования, посвящённые преодолению дифракционного предела. Активизация этих исследований была связана как с развитием методов флуоресцентной микроскопии (см., например, [1–3]), так и с исследованиями свойств метаматериалов [4, 5] в связи с возникновением интереса к так называемой "супер-линзе Веселаго", которая может быть создана на основе среды с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ и μ [6] и которая могла бы позволить преодолеть дифракционный предел. Однако, как выяснилось, возникновение сверхразрешающих эффектов при использовании супер-линзы Веселаго обеспечивает ближнее электромагнитное поле, которое не распространяется на далёкие расстояния из-за

Э.Г. Локк^(1,а), С.В. Герус^(1,б), А.В. Садовников^(2,с)

⁽¹⁾ Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пр. Введенского 1, 141190 Фрязино, Московская обл., Российская Федерация

⁽²⁾ Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, ул. Астраханская 83, 410071 Саратов, Российская Федерация
E-mail: ^(а) edwin@fireas.su, ^(б) svg318@ire216.msk.su, ^(с) sadovnikovav@gmail.com

Статья поступила 16 апреля 2025 г.,
после доработки 28 января 2026 г.

быстрого уменьшения его амплитуды. Поэтому сверхразрешающие эффекты могут наблюдаться только вблизи самой линзы на расстояниях порядка длины волны.

Недавно к решению проблемы по преодолению дифракционного предела присоединились и исследователи волн, распространяющихся в сплошных анизотропных средах. Кроме отрицательного преломления, которое можно получить и с помощью метаматериалов, в этих средах были обнаружены такие физические эффекты, как невзаимное и однонаправленное распространение волн, появление двух (нескольких) отражённых или преломлённых лучей, отрицательное отражение, отсутствие отражения и др. [7]. Вдобавок в этом на основе исследования дифракции спиновых волн (СВ) было предсказано [8–10] и обнаружено в эксперименте [11–13] сверхнаправленное распространение этих волн.

Первые исследования, посвящённые дифракции спиновых волн, были опубликованы ещё в 1980-е годы [14–17]. В частности, в [16] было обнаружено, что если длина преобразователя, возбуждающего поверхностную СВ, порядка длины спиновой волны, то по мере распространения волны происходит заметная концентрация её энергии вблизи определённых направлений. Поскольку в те годы не было возможности измерить эти направления с достаточной точностью, авторы работы [16] решили, что эти направления соответствуют углам отсечки¹ вектора групповой скорости. Через ~ 20 лет в работе [18] были представлены расчёты отклика от точечного источника гармонических колебаний для обратной объёмной СВ. Основываясь на этих расчётах авторы работы [18] сделали вывод, что энергия возбуждающихся магнонов должна фокусироваться вдоль нормалей, построенных в точках перегиба изочастотной зависимости². В работе³ [19] изучалось падение поверхностной СВ на отверстие в ферритовой плёнке и исследовались характеристики вторичных СВ, возбудителем которых считалось отверстие. Авторы работы [19] также отмечали, что энергия СВ, рассеивавшихся отверстием, локализуется в определённых направлениях. Чуть раньше в работе [8] была аналитически решена двумерная задача по исследованию дифракционной расходимости ограниченного по ширине луча (волнового пучка) спиновой волны (СВ) с неколлинеарной взаимной ориентацией волнового вектора \mathbf{k}_0 и вектора групповой скорости \mathbf{V}_0 . В дальнейшем в работах [8–10] было показано, что угловая ширина дифракционного луча, возбуждаемого тонким линейным преобразователем либо щелью в непрозрачном экране, зависит не только от отношения длины СВ λ_0 к размерам возбудителя D (как в изотропных средах), но и от кривизны изочастотной зависимости СВ в точке, соответствующей волновому вектору. В итоге, для случая $D \gg \lambda_0$ была получена формула, описывающая угловое дифракционное расхождение (угловую ширину) луча в зависимости от параметров исходной СВ, анизотропной среды и возбудителя, причём было показано, что с помощью этой формулы можно вычислять угловую ширину луча для других типов СВ и для волн иной природы в различных анизотропных средах и структурах [8]. Было

установлено, что угловая ширина дифракционного луча в анизотропных средах может быть не только больше или меньше величины λ_0/D , но может быть даже равна нулю. Как выяснилось, нулевую угловую ширину имеют лучи, у которых волновой вектор направлен к точке перегиба изочастотной зависимости волны. Физически это означает, что в анизотропных средах возможно сверхнаправленное распространение волны, когда луч не расширяется по мере распространения, сохраняя постоянной свою ширину.

Последующие эксперименты [11, 12] подтвердили предсказания теоретических работ [8–10], в том числе было реализовано сверхнаправленное распространение как для поверхностной, так и для обратной объёмной спиновых волн в ферритовой пластине. В итоге работы [8–12] существенно повысили интерес к исследованию дифракционных явлений в анизотропных средах, поскольку успешное решение проблемы по преодолению дифракционного предела позволило бы заметно улучшить характеристики ряда приборов акустики, оптики и магноники, разрабатываемых в последнее время (см., например, работы [20–26]). Таким образом, публикация работ [8–12, 18, 19] привела к появлению новых работ по исследованию узконаправленных и сверхнаправленных лучей СВ в различных структурах [27–30], в том числе в магнитных кристаллах [31, 32].

В данной работе будет показано, что при дифракции волн в анизотропных средах могут возникать сверхразрешающие эффекты (когда угловое разрешение от наблюдаемой тени объекта оказывается во много раз меньше, чем полученное на основе критерия разрешимости Рэлея), а также будет сформулировано условие, при котором возникают такие эффекты. В частности, на примере дифракции СВ с длиной волны λ экспериментально и теоретически будет продемонстрировано возникновение отчётливой тени от точечного объекта (сквозного отверстия в ферритовой плёнке), имеющего размеры $d \sim \lambda$ и $d \ll \lambda$, на расстоянии $L \gg \lambda$.

2. Основные соотношения, описывающие распространение спиновых волн в касательно намагниченной ферритовой пластине

Существование спиновых волн в ферромагнетиках было впервые предсказано теоретически Ф. Блохом в 1930 г. [33]. Спиновые волны имеют электромагнитную природу и представляют собой передающиеся от атома к атому колебания атомного магнитного момента в магнитоупорядоченных кристаллах [34]. В 1960–1970-е годы монокристаллические ферритовые плёнки — в частности, плёнки железиттриевого граната (ЖИГ) — начали выращивать методом жидкофазной эпитаксии, что позволило заметно снизить потери распространяющихся в них СВ и привело к значительному росту экспериментальных и теоретических работ по исследованию СВ в таких плёнках и в различных плоско-параллельных структурах на их основе.

В 1961 г. была опубликована теоретическая работа [35], посвящённая исследованию характеристик СВ в касательно намагниченной ферритовой пластине (рис. 1а). В работе [35] при описании СВ предлагалось пренебречь членами, содержащими множители ω/c в уравнениях Максвелла (т.е., использовать уравнения магнитостатики), поскольку волновое число СВ $k \gg k_0 \equiv \omega/c$ (здесь ω —

¹ Этот термин поясняется в разделе 4.

² Этот термин подробно объясняется и обсуждается в разделе 4 работы [7].

³ Результаты этой работы подробнее обсуждаются в разделе 6.

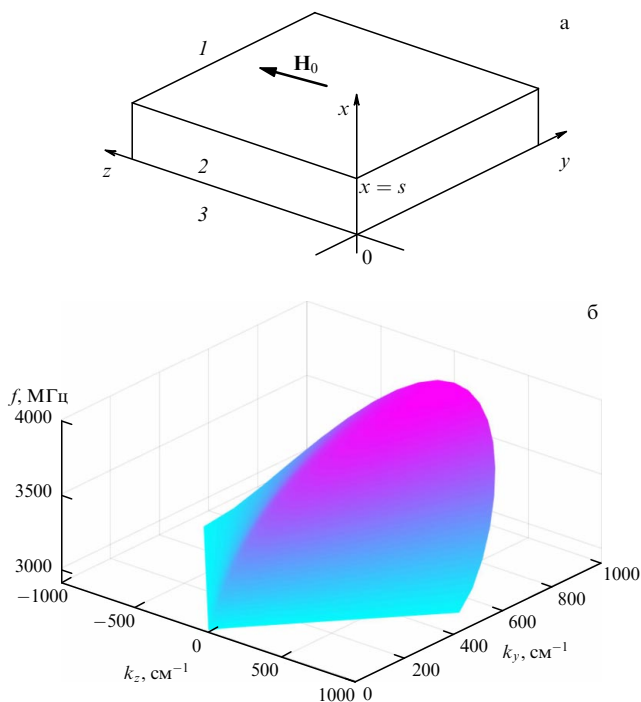


Рис. 1. (а) Касательно намагниченная ферритовая пластина 2, окружённая полупространствами вакуума 1 и 3 и (б) дисперсионная поверхность поверхностной СВ, рассчитанная для этой геометрии на основе уравнения (1) при $H_0 = 485$ Э, $4\pi M_0 = 1750,5$ Гс и $s = 16,56$ мкм для $k_y > 0$.

циклическая частота СВ, а c — скорость света). Использование такого способа при описании СВ с волновыми числами $k_0 \ll k \ll 10^5$ см⁻¹ (для которых можно не учитывать обменное взаимодействие) позволило получить для СВ, распространяющихся в плоскости ферритовой пластины, несложное дисперсионное уравнение [35, 36]

$$v^2 k_y^2 - k_{1x}^2 - \mu^2 k_{2x}^2 - 2\mu k_{1x} k_{2x} \operatorname{cth}(k_{2x} s) = 0, \quad (1)$$

где s — толщина пластины 2 (рис. 1а), $k_{2x} = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}/\mu$ и $k_{1x} = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}$ — волновые числа, определяющие распределение СВ по толщине пластины и в окружающих полупространствах 1 и 3, k_y и k_z — компоненты волнового вектора \mathbf{k} , $\mu = 1 + \omega_M \omega_H (\omega_H^2 - \omega^2)^{-1}$ и $v = \omega_M \omega (\omega_H^2 - \omega^2)^{-1}$ — диагональная и недиагональная компоненты тензора магнитной проницаемости феррита (см., например, [36]), $\omega_H = \gamma H_0$, $\omega_M = 4\pi \gamma M_0$, $\omega = 2\pi f$, f — частота СВ, γ — гиромагнитная постоянная, $4\pi M_0$ — намагниченность насыщения феррита, H_0 — величина внешнего касательного однородного магнитного поля (рис. 1а). Дисперсионное уравнение (1) описывает одно-модовую поверхностную СВ, распределение которой по толщине феррита описывают экспоненциальные функции. Однако, поскольку величина μ в некотором интервале частот может быть отрицательной, то волновое число k_{2x} в этом интервале частот может оказаться мнимым. В этом случае дисперсионное уравнение СВ принимает вид

$$v^2 k_y^2 - k_{1x}^2 + \mu^2 k_{2x}^2 - 2\mu k_{1x} k_{2x} \operatorname{ctg}(k_{2x} s) = 0, \quad (2)$$

и описывает многомодовую объёмную СВ, распределение которой по толщине феррита описывают тригонометрические функции.

Так как уравнения (1) и (2) были получены в магнито-статическом приближении, то и СВ, описываемые этими уравнениями, часто стали называть магнито-статическими⁴. Дисперсионные поверхности и зависимости поверхностной и объёмной СВ в свободной ферритовой плёнке подробно рассмотрены и представлены в работе [35].

Поскольку описываемые ниже эксперименты и расчёты выполнены для поверхностной СВ в определённой ферритовой плёнке, рассмотрим подробнее характеристики этой волны при $H_0 = 485$ Э в плёнке ЖИГ, имеющей толщину $s = 16,56$ мкм и намагниченность $4\pi M_0 = 1750,5$ Гс. Дисперсионная поверхность СВ, рассчитанная на основе уравнения (1) для $k_y > 0$, представлена на рис. 1б (в целях наглядности на рис. 1б не показана часть дисперсионной поверхности для $k_y < 0$, зеркально симметричная поверхности, показанной на рис. 1б, относительно плоскости, проходящей через оси f и k_z). Как известно [35], поверхностная СВ существует в интервале частот $f_{\perp} < f < f_{\max}$, где $f_{\perp} = \gamma (H_0^2 + 4\pi M_0 H_0)^{1/2}$ и $f_{\max} = \gamma (H_0 + 2\pi M_0)$ — соответственно, начальная и конечная частоты спектра волны, причём при выбранных параметрах $f_{\perp} = 2918$ МГц и $f_{\max} = 3812$ МГц (рис. 1б). Ниже по ходу изложения, ещё будет представлен ряд характеристик поверхностной СВ, в частности, будут рассчитаны изочастотные зависимости, которые представляют собой сечения дисперсионной поверхности плоскостями, перпендикулярными оси частот (т.е., каждая изочастотная зависимость соответствует некоторому постоянному значению частоты $f = \text{const}$).

3. Методы получения визуализированных картин спиновых волн: метод зондирования и метод микромагнитного моделирования

В 1980–1990-е годы распределение амплитуды СВ (или профиль волнового пучка) измерялось с помощью зонда — небольшой металлической петельки размерами $\sim 0,5$ мм, которую равномерно перемещали по поверхности ферритовой плёнки вдоль некоторых фиксированных значений одной из координат [14, 15, 38, 39]. В 2010 г. на основе этого способа измерения был разработан метод зондирования: если в упомянутых работах измерялась только амплитуда СВ, то в работе [40] впервые была получена визуализированная картина, описывающая распределение *комплексной амплитуды* СВ (т.е., амплитуды и фазы) в плоскости ферритовой плёнки (подробнее об этом см. далее). Кроме метода зондирования существует ещё один метод, позволяющий измерять распределение амплитуды и фазы СВ в плоскости исследуемого плёнок (или структур), — метод Мандельштам–Бриллюэновского рассеяния света (БРС) (см., например, [41–44]). В дальнейшем оба эти метода стали широко использоваться при изучении СВ, и в ряде работ были представлены визуализированные картины характеристик СВ, полученные как на основе метода БРС (см., например, [13, 19, 44–47]), так и на основе метода зондирования [11, 12, 40, 48, 49].

⁴ Отметим здесь, что недавно в работе [37] было получено точное описание СВ на основе уравнений Максвелла (без использования магнито-статического приближения). Однако ниже мы не будем использовать результаты, полученные в этой работе, так как, во-первых, для исследуемых ниже волн всегда выполнялось соотношение $k \gg k_0$ и, во-вторых, точное дисперсионное уравнение для поверхностной СВ математически намного сложнее.

Кратко сравнивая эти два метода, следует отметить, что хотя при измерении распределения СВ в плоскости ферритовых плёнок метод БРС позволяет получать точность порядка длины волны света (см., например, [13, 19, 44–47]), этим методом можно получать картины распределения СВ лишь на небольшой площади, как правило, меньшей $\sim 20 \text{ мм}^2$ (с увеличением исследуемой площади время, необходимое для проведения измерений, значительно возрастает, что делает такие эксперименты практически нереализуемыми). Это обусловлено тем, что использование метода БРС предъявляет высокие требования к направлению и однородности величины магнитного поля, поскольку при измерении этим методом движется исследуемый образец (ферритовая пластина), а лазерный луч фокусируется объективом на поверхность образца и остаётся неподвижным. Кроме того, для получения картин распределения фазы СВ необходимо включать в оптический путь фазовый модулятор света [46, 47], который, как правило, имеет достаточно узкий рабочий диапазон частот, намного меньший ширины спектра исследуемых СВ.

В то же время, метод зондирования хоть и имеет меньшую точность (определяемую апертурой зонда $\sim 0,25 \text{ мм}$), он позволяет за несколько часов получать картины распределения СВ в широком интервале частот на площади плёнки до $\sim 40 \text{ см}^2$ (см., например, [11, 12, 48]), что позволяет одновременно измерять дифракционные картины для СВ с различными частотами. Как будет видно из дальнейшего изложения, использование этого метода позволило решить все поставленные задачи: измерять распределение амплитуды и фазы СВ и получать визуализированные картины, описывающие дифракцию СВ вдоль достаточно большой поверхности ферритовой плёнки.

Поскольку метод зондирования постоянно совершенствуется для решения новых экспериментальных задач, остановимся кратко на истории развития этого метода и особенностях его применения при исследовании дифракции СВ. Метод зондирования СВ появился в результате постепенного развития "метода подвижного преобразователя", который использовался в 1970–1990-х годах для измерения характеристик СВ и в котором приёмный преобразователь перемещался по поверхности ферритовой плёнки либо поперёк траектории волны для измерения профиля волнового пучка [14, 15, 38, 39], либо вдоль траектории волны для измерения фазового набега СВ, соответствующего перемещению преобразователя, с целью определения волнового числа на фиксированной частоте (см., например, [50, 51]).

В настоящее время в экспериментальной установке, схема которой показана на рис. 2, в качестве приёмного элемента (преобразующего энергию СВ в СВЧ сигнал), используется СВЧ зонд, представляющий собой петельку из тонкой позолоченной вольфрамовой проволоки в форме трапеции, основание которой (т.е., расстояние между точкой её заземления и местом припаивания к подводящей микрополосковой линии) составляет $\sim 0,8 \text{ мм}$, а участок, которым петелька касается поверхности плёнки, имеет апертуру $\sim 0,25 \text{ мм}$. Как зонд, так и возбуждающий преобразователь оснащены датчиками положения, и могут вращаться вокруг оси, нормальной плоскости ферритовой плёнки, и перемещаться по поверхности плёнки вдоль осей y и z с помощью специальных механизмов.

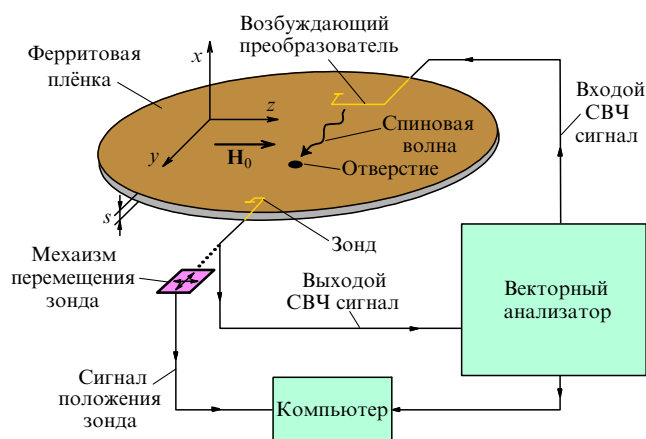


Рис. 2. Схема экспериментальной установки.

Картина, описывающая распределение комплексной амплитуды A СВЧ коэффициента передачи между преобразователями, измерялась для фиксированного положения возбуждающего преобразователя. Измерения проводились следующим образом: для ряда значений координаты y осуществлялось непрерывное перемещение зонда по поверхности феррита вдоль оси z с одновременной оцифровкой мгновенных значений координаты z и величины A [40]. Поскольку именно СВ переносит СВЧ сигнал в ферритовой пластине, то, фактически, величина A соответствует комплексной амплитуде СВ в том месте плёнки, где находится зонд. В результате, обрабатывая на компьютере экспериментальные данные, поступающие с датчиков положения зонда и векторного анализатора, можно получить нормированные визуализированные картины по распределению комплексной амплитуды A на фиксированной частоте для области, в которой проводилось зондирование СВ (см., например, картины, представленные в [11, 12]). Следует отметить, что поскольку комплексная амплитуда A изменяется вдоль поверхности плёнки периодически, то картина распределения её действительной или мнимой частей достаточно хорошо отражает изменение фазы СВ в исследуемой пространственной области ферритовой плёнки.

В используемой плёнке ЖИГ, имеющей диаметр 76 мм , с помощью лазера было сделано сквозное отверстие диаметром $d = 250 \text{ мкм}$ (см. рис. 2). Параметры этой плёнки, установленные экспериментально методом аппроксимации характеристик СВ (подробнее этот метод описан в [52, 53]), приведены в разделе 2. Плёнка ЖИГ была помещена во внешнее касательное однородное магнитное поле, величиной $H_0 = 485 \text{ Э}$. Волновые пучки поверхностных СВ возбуждались позолоченным проволочным линейным преобразователем, который имел длину $D = 5 \text{ мм}$ и толщину 15 мкм , причём ориентация возбуждающего преобразователя могла фиксироваться в различных положениях по отношению к вектору \mathbf{H}_0 при реализации различных экспериментальных геометрий. Отметим, что при таком способе возбуждения СВ преобразователь можно приближенно считать синфазным (см. §9 в [8]), а волновые векторы возбуждающихся СВ — ориентированными нормально линии преобразователя.

Экспериментальная установка позволяла получать визуализированные картины распределения комплексной амплитуды A СВ одновременно (т.е., за время одно-

кратного прохождения зонда вдоль поверхности плёнки) в широком интервале частот. Для этого осуществлялось быстрое пилообразное изменение частоты векторного анализатора в некотором интервале частот $f_{\text{нач}} < f < f_{\text{кон}}$ при сравнительно медленном движении зонда по поверхности плёнки (вдоль оси z), так что смещение зонда за период пилообразного изменения частоты было достаточно мало. Таким образом, в результате зондирования измерялось распределение комплексной амплитуды $A(y, z, f)$ в зависимости от координат y, z и частоты f в плоскости плёнки, и после обработки данных на компьютере получались визуализированные картины, описывающие распределение амплитуды и фазы СВ в плоскости плёнки.

Отметим, что поскольку волновые пучки СВ при определённых условиях могут распространяться на десятки миллиметров [11, 12], то в экспериментальной установке была использована магнитная система (на рис. 2 не показана), существенно увеличившая размеры пространственной области с высокой однородностью стационарного магнитного поля H_0 . Благодаря этой системе, подробно описанной в [54], для области поверхности ферритовой плёнки диаметром ~ 50 мм значения H_0 отличались друг от друга не более чем на 0,2 %.

Для выполнения численных расчётов двумерных дифракционных картин СВ (т.е., картин распределения амплитуды СВ и усреднённой СВЧ намагниченности в плоскости ферритовой плёнки) на базе пакета программ MUMAX³ была разработана методика микромагнитного моделирования, подробно описанная в [45, 55]. Похожие методы для расчёта аналогичных двумерных картин начали использоваться с появлением современных компьютеров и программ в начале XXI века (см., например, [19, 56]). В методе микромагнитного моделирования распределение амплитуды и интенсивности СВ в плоскости ферритовой плёнки рассчитывалось методом интегрирования уравнения Ландау – Лифшица с диссипативным членом в форме Гильберта. При выполнении расчётов параметр диссипации СВ был выбран равным $\alpha = 0,005$. Во избежание появления на рассчитанных картинах волн, отражённых от границ расчётной области, считалось, что к этим границам примыкают поглощающие слои с плавным увеличением коэффициента α вплоть до $\alpha = 1$ (что соответствует максимальной диссипации). Отметим также, что элементарная ячейка площади при расчётах, как правило, выбиралась равной 20 нм^2 , однако, при необходимости, исходя из условий расчёта и для оптимизации времени расчёта эту величину можно было увеличить.

Разработанный способ расчёта может применяться для исследования распределения амплитуды СВ и СВЧ намагниченности внутри ферритового слоя для различных геометрий распространения или дифракции любых типов СВ с произвольными параметрами. То есть, в результате расчётов может быть получена двумерная картина, которая описывает распространение или дифракцию любых типов СВ в плоскости ферритовой плёнки (или двумерной структуры) на различных локальных неоднородностях, имеющихся в этой плёнке (структуре).

Выбор геометрий и остальных параметров, для которых проводились измерения и численные расчёты дифракционных картин, будет обсуждаться в следующем разделе в процессе расчёта и анализа изочастотных зависимостей СВ на основе дисперсионного уравнения (1).

4. Предварительные расчёты, терминология и некоторые сведения о закономерностях распространения и дифракции волн в анизотропных средах

Прежде всего остановимся на терминологии, которая будет использована далее.

Ранее в работе [8] было показано, что угловая ширина волнового пучка (или луча) в анизотропных средах теоретически может быть не только больше или меньше величины λ_0/D (где λ_0 — длина волны, а D — размер апертуры возбуждателя), определяющей угловую ширину луча в соответствии с критерием разрешимости Рэлея, но, при определённых условиях угловая ширина луча может быть равной нулю. Фактически это означает, что луч не расширяется по мере распространения, сохраняя постоянной свою ширину [8]. Это новое, уникальное физическое явление экспериментально было обнаружено чуть позже в работах [11, 12], где оно было названо *сверхнаправленным распространением волны*, а нерасширяющиеся лучи такой волны были названы *сверхнаправленными*. Термины эти были выбраны не случайно. В отличие от термина *сверхнаправленная антенна* (см., например, [57] с. 244), который обозначает антенное устройство для формирования очень узкого (сверхнаправленного) излучения⁵, для возникновения *сверхнаправленного распространения волны не нужно разрабатывать излучатель специальной формы*:⁶ *такое распространение волны в среде, анизотропной по отношению к данной волне, возникает само собой, если ориентация волнового вектора луча соответствует точке перегиба изочастотной зависимости* (подробнее об этом см. ниже и в [8, 11, 12]). Сверхнаправленное распространение волны можно сравнить с явлением коллимации, создаваемым самой природой в анизотропной среде при определённых условиях.

Следует отметить, что ранее в работе [18] теоретически были найдены направления "фокусировки магнонов" (термин авторов) в плёнке ЖИГ на основе расчёта отклика, возникающего в данной среде на значительном расстоянии от точечного источника гармонических колебаний. Авторы рассчитали, что энергия возбуждающихся магнонов будет фокусироваться вдоль "каустики"⁷

⁵ Отметим здесь, что такое устройство является гипотетическим и практически нереализуемо (см. [57] с. 244).

⁶ Мы специально обращаем на это внимание читателей, так как некоторые работы (см. например, [29]) ссылаются на работу [11] в контексте, что в [11] возбуждение СВ проводилось "антеннами, обеспечивающими формирование сфокусированных или узконаправленных волновых пучков". Это не так: в работе [11] использовался обычный линейный преобразователь, не обладающий фокусирующими свойствами, а узконаправленный волновой пучок возникал в плёнке ЖИГ сам собой благодаря сверхнаправленному распространению волны.

⁷ Определение и объяснение термина "каустика" см., например, на с. 247 в [58] и в цитируемой там литературе. В частности, в оптике так называют явление, при котором световые лучи, преломляясь или отражаясь от криволинейных поверхностей (вода, стекло), концентрируются и создают яркие световые узоры, линии и пятна, т.е., возникает область пересечения световых лучей, где интенсивность света резко возрастает (например, солнечные блики на дне бассейна, узоры от прохождения света через бокал с водой, радуга и т.п.). В нашей работе термину "каустика", использованному в [18, 19, 27–30], соответствуют направления сверхнаправленного распространения волны.

(термин авторов), которые параллельны нормальям, построенным в точках перегиба "поверхности медленности"⁸. Отметим, однако, что в работе [18] не исследовалась дифракция СВ и не даны ответы на вопросы о том, что будет происходить, если источник колебаний не будет точечным, и что будет происходить с шириной луча при его распространении в других направлениях анизотропной среды, не совпадающих с "каустиками". Ответы на эти вопросы были даны чуть позже в работах [8, 11, 12], где исследована дифракция ограниченного по ширине луча СВ и показано, что угловая ширина такого луча зависит как от длины волны и размеров источника, так и от пространственного направления в анизотропной среде. В итоге исследования, представленные в работах [8, 11, 12], установили физическую причину "фокусировки магновов" и "возникновения каустик", описанных ранее в [18, 19] — это анизотропия дифракционных свойств среды.

Таким образом, очевидно, что существует принципиальная разница между термином "сверхнаправленное распространение волны" и перечисленными выше терминами: так, "фокусировка" подразумевает наличие устройства, фокусирующего волну, а "каустика" — наличие каких-то отражающих (или преломляющих) линий (или поверхностей), которые резко увеличивают интенсивность волны в некоторой области [58], тогда как "сверхнаправленное распространение волны" возникает из-за анизотропии среды по отношению к дифракционным свойствам волны и для возникновения этого явления не нужно никаких фокусирующих, отражающих или преломляющих устройств — нужно только, чтобы изочастотная зависимость волны имела точку перегиба (подробнее об этом см. ниже). По этой причине в работах [8, 11, 12] предложена и более адекватная, физически обоснованная терминология, которая отражает суть возникающих явлений и которую мы будем использовать ниже.

Можно ожидать, что при дифракции волн в анизотропной среде, в которой возможно сверхнаправленное распространение волны, при определённых условиях будет возникать ещё одно уникальное физическое явление — эффект сверхразрешения, при котором отчётливая тень от некоего объекта будет наблюдаться на гораздо больших расстояниях, чем это допускает критерий разрешимости Рэлея. Поскольку ранее сверхнаправленное распространение наблюдалось для СВ [11, 12], то, по-видимому, при дифракции этих волн можно будет наблюдать и эффект сверхразрешения.

Чтобы найти частоты и волновые векторы \mathbf{k} , при которых возникает сверхнаправленное распространение поверхностной СВ, для приведённых выше параметров плёнки ЖИГ и поля H_0 были рассчитаны следующие характеристики СВ: изочастотные зависимости СВ (рис. 3), зависимости угла ψ , под которым ориентирован вектор групповой скорости СВ \mathbf{V} , от угла φ , задающего ориентацию волнового вектора \mathbf{k} (рис. 4а), а также зависимости относительной угловой ширины σ ⁹ дифракционного луча от углов φ и ψ (рис. 4б и 5 соответственно) для случая $D \gg \lambda$ (расчёты выполнены в соответствии с теорией [8]).

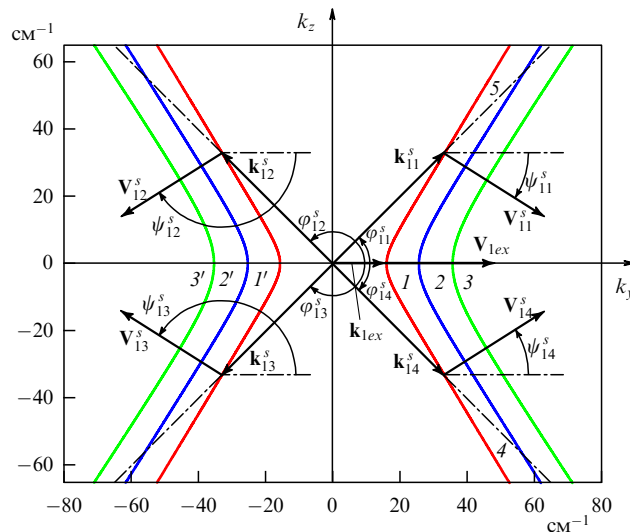


Рис. 3. Изочастотные зависимости поверхностной СВ для частот 2970 (1 и 1'), 3000 (2 и 2') и 3030 (3 и 3') МГц. Кривые 1–3 и 1'–3' описывают волны, локализованные вблизи противоположных поверхностей ферритовой плёнки. Для кривой 1 с частотой $f_1 = 2970$ МГц показаны векторы $\mathbf{k}_{11}^s, \mathbf{k}_{12}^s, \mathbf{k}_{13}^s, \mathbf{k}_{14}^s$ и $\mathbf{V}_{11}^s, \mathbf{V}_{12}^s, \mathbf{V}_{13}^s, \mathbf{V}_{14}^s$, соответствующие четырём сверхнаправленным лучам поверхностной СВ, и их ориентации $\varphi_{11}^s = 44,6^\circ, \varphi_{12}^s = 135,4^\circ, \varphi_{13}^s = -135,4^\circ, \varphi_{14}^s = -44,6^\circ$ (этим углом соответствуют прямые 4, 5) и $\psi_{11}^s = -31,1^\circ, \psi_{12}^s = -148,9^\circ, \psi_{13}^s = 148,9^\circ, \psi_{14}^s = 31,1^\circ$, а также коллинеарные друг другу векторы \mathbf{k}_{lex} и \mathbf{V}_{lex} , соответствующие волне, распространяющейся вдоль оси y .

Однако, прежде чем анализировать характеристики СВ на рис. 3–5, напомним кратко некоторые закономерности распространения и дифракции волн в анизотропных средах.

При описании распространения волн в рамках геометрической оптики обычно используют понятие луча, представляющего собой линию, вдоль которой переносится энергия волны. В анизотропных средах линия луча всегда параллельна вектору групповой скорости \mathbf{V} , а волновой вектор \mathbf{k} может быть отклонен от линии луча на некоторый угол (см., например, рис. 4 в [7]). Чтобы найти линию луча и ориентацию вектора \mathbf{V} необходимо построить нормаль к изочастотной зависимости волны в точке, в которую направлен волновой вектор луча \mathbf{k} (см., например, рис. 3, а также рис. 1 и 2 в [7]). Как видно из рис. 3 поверхностная СВ характеризуется изочастотной зависимостью, похожей на гиперболу, из-за чего волновые векторы, описывающие распространение волны, могут быть ориентированы только в определённом секторе углов (например, они не могут быть ориентированы вблизи оси k_z на рис. 3). Ориентации φ , соответствующие граничным волновым векторам (когда $|\mathbf{k}| \rightarrow \infty$), принято называть углами отсечки волнового вектора \mathbf{k} , а соответствующие ориентации ψ вектора групповой скорости — углами отсечки вектора групповой скорости \mathbf{V} (подробнее см. § 6.3 в [7]).

В действительности, распространение волны в любой среде оказывается сложнее, чем это представляется в рамках геометрической оптики: гипотетическим лучам соответствуют волновые пучки, которые расширяются по мере распространения из-за естественной дифракционной расходимости, обусловленной ограниченностью исходного пучка по ширине. В частности, угловая

⁸ Так обычно называют изочастотную зависимость для акустических волн.

⁹ Определение и физический смысл величины σ поясняются далее.

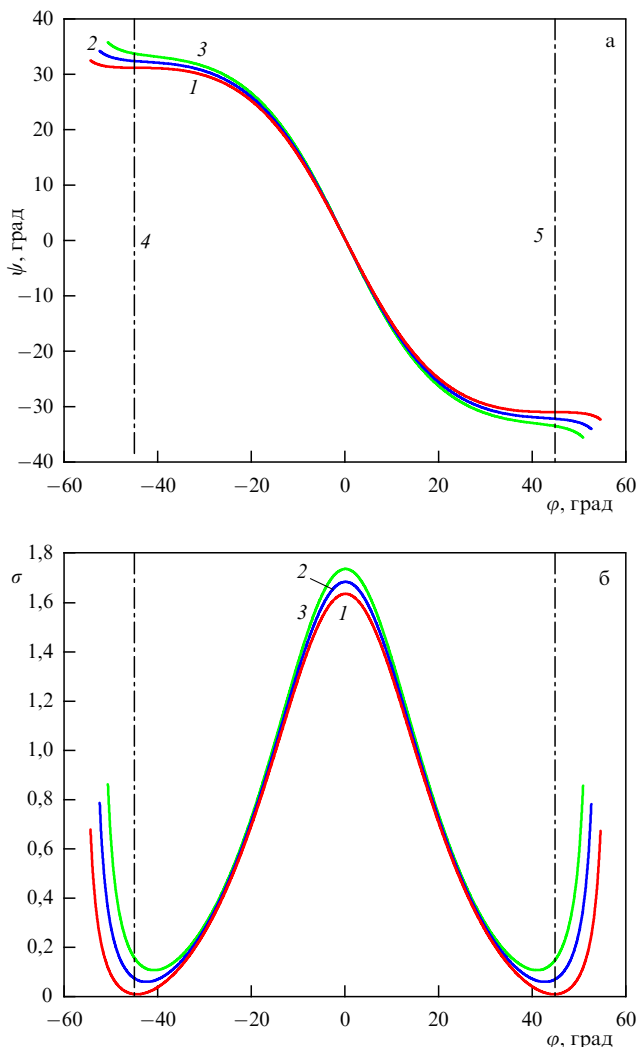


Рис. 4. Зависимости угла ψ , который определяет ориентацию вектора групповой скорости \mathbf{V} , от угла φ , задающего ориентацию волнового вектора \mathbf{k} , (а) и зависимости относительной угловой ширины σ дифракционного луча от угла φ (б) для частот 2970 (1), 3000 (2) и 3030 (3) МГц (соответствуют кривым 1–3 на рис. 3). Показаны прямые $\varphi_{14}^s = -44,6^\circ$ (4) и $\varphi_{11}^s = 44,6^\circ$ (5).

ширина¹⁰ луча $\Delta\psi$ для СВ или для любой другой волны, в отношении которой среда является анизотропной, определяется формулой¹¹ (см. § 9 в [8])

$$\Delta\psi_{\text{anis}} = \frac{\lambda_0}{D} \left| \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}(\varphi_0) \right|, \quad (3)$$

где D — длина возбудителя (в частности, длина возбуждающего СВ линейного преобразователя), λ_0 — длина

¹⁰ Для наблюдателя, находящегося в дальней зоне, любой источник волн является точечным, а возбуждаемые им волновые пучки характеризуются угловой шириной, которая определяется как разность углов, соответствующих уменьшению амплитуды волны до уровня 0,5 относительно максимального значения.

¹¹ Формула (3), соответствующая формуле (32) в [8], описывает угловую ширину волнового пучка в дальней зоне для случая, когда возбудитель является синфазным или его можно приближенно считать таковым (например, при возбуждении СВ линейным преобразователем). Если же возбудитель нельзя считать синфазным, то величину $\Delta\psi$ определяет формула (30) в [8]. Формула (3) и формулы (30) и (32) из [8] получены в предположении, что $D \gg \lambda_0$.

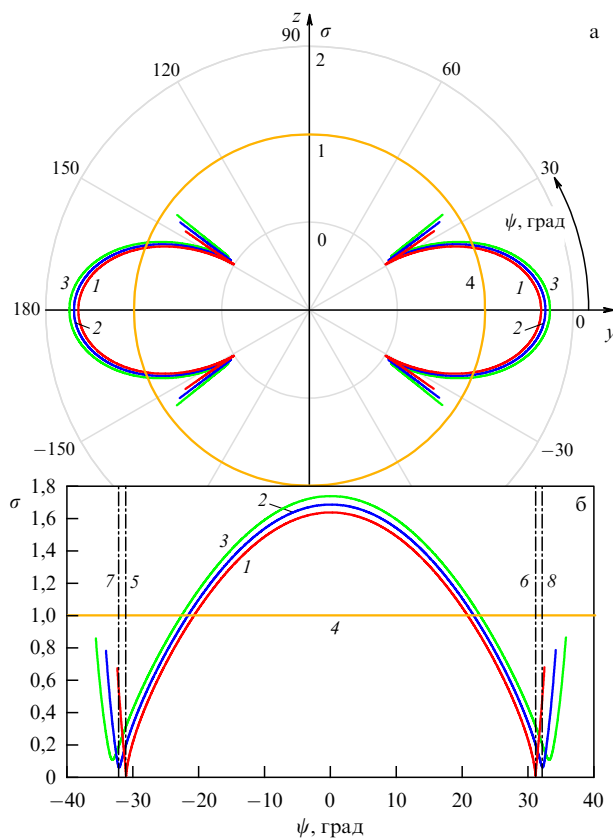


Рис. 5. Зависимости относительной угловой ширины σ луча от угла ψ в полярной (а) и в декартовой (б) системах координат для СВ с частотами 2970 (1), 3000 (2), 3030 (3) МГц (соответствуют кривым 1–3 на рис. 3) и для волн в изотропных средах (4), для которых $\sigma(\psi) \equiv 1$ (на рис. 5б зависимости $\sigma(\varphi)$ показаны лишь для интервала углов $-40^\circ < \psi < 40^\circ$); прямые 5–8 соответствуют углам $\psi_{14}^s = -31,1^\circ$, $\psi_{11}^s = 31,1^\circ$, $\psi_{24}^s = -32,1^\circ$, $\psi_{21}^s = 32,1^\circ$; зависимости 1–3 обрываются при углах ψ , равных углам отсечки.

возбуждающейся волны, а $\partial\psi/\partial\varphi(\varphi_0)$ — кривизна изочастотной зависимости в точке, в которую направлен волновой вектор с ориентацией φ_0 . В изотропных средах, где изочастотная зависимость волны представляет собой окружность, а волновой вектор \mathbf{k} и соответствующий вектор групповой скорости \mathbf{V} (нормальный линии окружности) всегда сонаправлены, зависимость $\psi(\varphi)$ имеет вид¹² $\psi = \varphi$, и, следовательно, всегда справедливо равенство $\partial\psi/\partial\varphi \equiv 1$. Таким образом, для изотропных сред выражение (3) переходит в известную формулу

$$\Delta\psi_{\text{isotr}} = \frac{\lambda_0}{D}, \quad (4)$$

которая соответствует критерию разрешимости Рэлея и обычно используется для оценки угловой ширины луча (света или любой другой волны) в изотропных средах (см., например, [59]).

Сравнивая формулы (3) и (4), видно, что в отличие от изотропной среды угловая ширина луча $\Delta\psi_{\text{anis}}$ в анизотропной среде зависит от направления распространения волны (от ориентации φ_0 волнового вектора). Степень дифракционной расходимости какого-либо луча в ани-

¹² Зависимости $\psi(\varphi)$ для поверхностной СВ и для других волн в различных анизотропных средах имеют более сложный вид (см. рис. 2 и 3а в [7]).

зотропной среде удобно характеризовать величиной σ , определяемой по формуле

$$\sigma = \frac{\Delta\psi_{\text{anis}}}{\Delta\psi_{\text{isotr}}} = \frac{\Delta\psi_{\text{anis}}}{\lambda_0/D} = \left| \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}(\varphi_0) \right|. \quad (5)$$

По физическому смыслу величину σ можно назвать относительной угловой шириной дифракционного луча, которая показывает, во сколько раз угловая ширина $\Delta\psi_{\text{anis}}$ какого-то луча в анизотропной среде больше или меньше, чем ширина $\Delta\psi_{\text{isotr}}$ аналогичного луча (с таким же отношением λ_0/D) в изотропной среде. Как видно, величина σ зависит от кривизны изочастотной зависимости волны (в точке, в которую направлен волновой вектор). Поскольку для изотропных сред всегда справедливо равенство $\partial\psi/\partial\varphi \equiv 1$, то, как следует из (5), для этих сред $\sigma_{\text{isotr}} \equiv 1$ (рис. 5). Поэтому, чтобы оценить степень дифракционной расходимости какого-то луча в анизотропной среде, надо сравнить рассчитанную для него величину σ с единицей: во сколько раз σ будет больше (или меньше) единицы, во столько раз дифракционная расходимость луча будет больше (или меньше), чем в изотропных средах (см. рис. 5).

В соответствии с формулой (5), в анизотропных средах может возникать ситуация, когда $\sigma = 0$, т.е., когда ориентация φ волнового вектора луча соответствует точке перегиба изочастотной зависимости, в которой величина $\partial\psi/\partial\varphi = 0$ (а значит и $\Delta\psi_{\text{anis}} = \sigma = 0$). В этом случае в анизотропной среде и возникает сверхнаправленное распространение луча, при котором луч не расширяется, так как его угловая ширина $\Delta\psi_{\text{anis}}$ равна нулю и абсолютная ширина луча сохраняется постоянной по мере его распространения. Как видно из рис. 3–5, для поверхностной СВ сверхнаправленный луч может возникнуть¹³ на частоте $f = 2970$ МГц, для которой при определённых углах φ и ψ имеем $\sigma = \partial\psi/\partial\varphi = 0$ (эти углы φ и ψ отмечены на рис. 4 и 5 пунктирными линиями).

Отметим здесь, что в случае *несинфазного* возбуждения луча (когда существует фазовый набег вдоль возбуждения) величина σ , определяемая по формуле (5) как отношение $\Delta\psi_{\text{anis}}$ и λ_0/D , будет зависеть не только от производной $\partial\psi/\partial\varphi$, так как в этом случае величину $\Delta\psi_{\text{anis}}$ будет определять формула (30) из [8]. В этом случае, если $\partial\psi/\partial\varphi = 0$, то и $\Delta\psi_{\text{anis}} = \sigma = 0$, но если $\partial\psi/\partial\varphi \neq 0$, то значения σ и $\partial\psi/\partial\varphi$ будут не равны. Поскольку в данной работе не рассматриваются случаи несинфазных возбуждений, ниже мы будем считать величины σ и $|\partial\psi/\partial\varphi|$ равными в соответствии с формулой (5).

Таким образом, как видно из рис. 3–5 поверхностная СВ проявляет анизотропные свойства, т.е., все характеристики волны (длина волны, угол между направлением распространения энергии волны и волновым вектором, степень дифракционной расходимости луча, и др.) зависят от направления распространения, поскольку ферритовая плёнка, помещенная во внешнее касательное одно-

родное магнитное поле, является анизотропной средой по отношению к этой волне.

5. Геометрия падения поверхностной спиновой волны с большой дифракционной расходимостью на отверстие в ферритовой плёнке

Очевидно, что для начала следует поставить наиболее простой эксперимент, в котором волна, падающая на отверстие, имела бы коллинеарную ориентацию волнового вектора \mathbf{k} и вектора групповой скорости \mathbf{V} , т.е., была бы такой же волной, какие характерны для изотропных сред. Несмотря на кажущуюся простоту этого эксперимента, в нём могут наблюдаться дифракционные явления, нехарактерные для изотропных сред, поскольку параметры дифракционных лучей СВ будут зависеть от направления их распространения.

Для постановки описанного эксперимента возбуждающий преобразователь был ориентирован параллельно вектору внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 (см. рис. 2) и расположен на расстоянии 6,3 мм от центра отверстия.

В результате обработки экспериментальных результатов, полученных методом зондирования, был получен ряд визуализированных картин, описывающих дифракцию поверхностной СВ на отверстии в интервале частот $2970 \text{ МГц} < f < 3100 \text{ МГц}$ с шагом 5 МГц. Одна из полученных картин, описывающая распределение модуля и действительной части комплексной амплитуды A поверхностной СВ с частотой $f_1 = 2970$ МГц в плоскости ферритовой плёнки, представлена на рис. 6 (а и б соответственно).

Соответствующие визуализированные распределения СВ, выполненные с помощью методики микромагнитного моделирования, приведены на рис. 7. Следует отметить, что расчёты, представленные на рис. 7б, представляют собой картину распределения СВЧ намагниченности СВ, усреднённую по толщине плёнки. Поскольку эта намагниченность меняет свое направление через каждые полдлины волны, то картина, представленная на рис. 7б, фактически соответствует экспериментальному распределению действительной части комплексной амплитуды A , показанному на рис. 6б, причём оба рисунка — 6б и 7б — довольно точно описывают распределение фазы СВ в исследуемой области плёнки ЖИГ.

Как видно из рис. 6 и 7, рассчитанные и экспериментальные дифракционные картины, достаточно хорошо соответствуют друг другу.

Теперь, опираясь на изложенные выше закономерности распространения и дифракции волн в анизотропных средах, проанализируем дифракционные картины СВ, представленные на рис. 6 и 7, и рассмотрим подробнее, как происходит возбуждение, распространение и дифракция волнового пучка СВ с частотой $f_1 = 2970$ МГц.

Очевидно, что показанные на рис. 6 и 7 картины можно считать интерференцией двух дифракционных картин: картины, возникающей из-за возбуждения и дифракции ограниченного по ширине волнового пучка по мере его распространения, и картины, возникающей в результате дифракции волны на отверстии. Рассмотрим вначале особенности дифракции, связанные с первой из упомянутых картин.

Основная часть СВЧ-энергии, поступающая на преобразователь, расходуется на возбуждение волн с волновы-

¹³ Для интервала частот $f_1 < f \lesssim 2965$ МГц зависимости $\psi(\varphi)$ лежат ниже кривой 1 и имеют две точки экстремума — минимум и максимум, из-за чего обратная зависимость $\varphi(\psi)$ становится неоднозначной в некотором интервале углов ψ . В итоге в каждом направлении ψ из данного интервала углов наблюдаются биения двух интерферирующих между собой волн с разными волновыми числами. Таким образом в указанном интервале частот возникает пространственно-неоднородная дифракционная картина, сильно осложняющая проведение измерений (подробнее указанное явление описано в § 7 работы [8]).

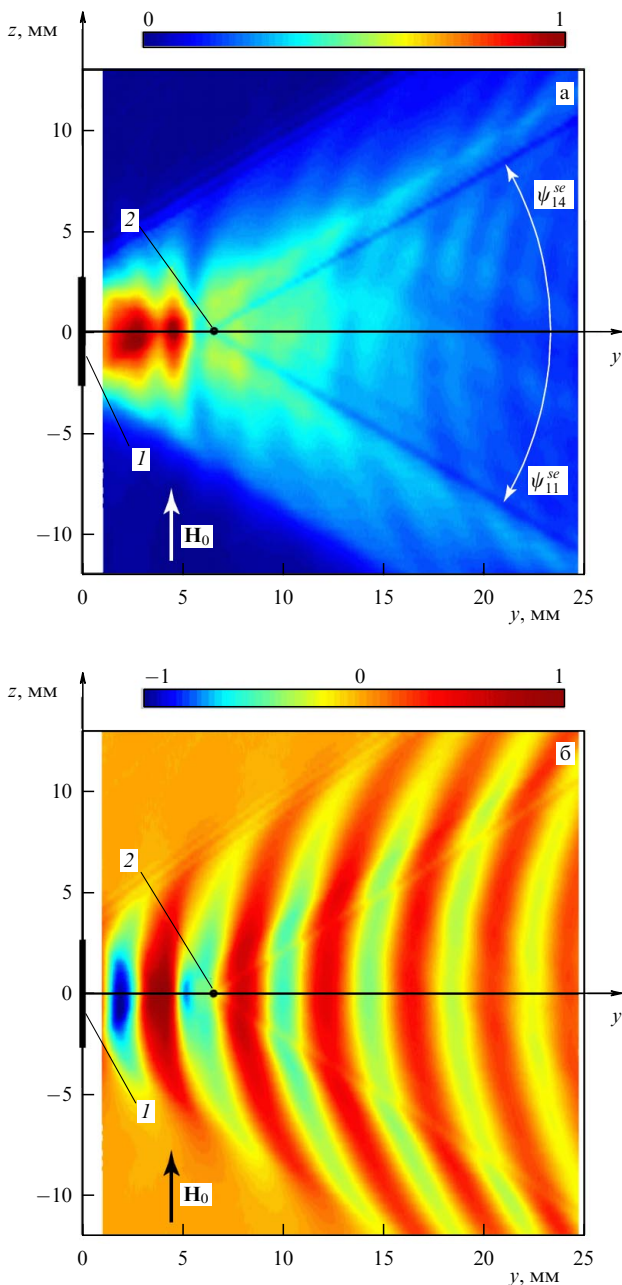


Рис. 6. Экспериментальные нормированные распределения модуля $|A|$ (а) и действительной части R (б) комплексной амплитуды A поверхностной СВ с частотой $f_1 = 2970$ МГц при её дифракции на сквозном отверстии 2 диаметром $d = 250$ мкм в плёнке ЖИГ для случая возбуждения СВ линейным преобразователем I , параллельным вектору \mathbf{H}_0 .

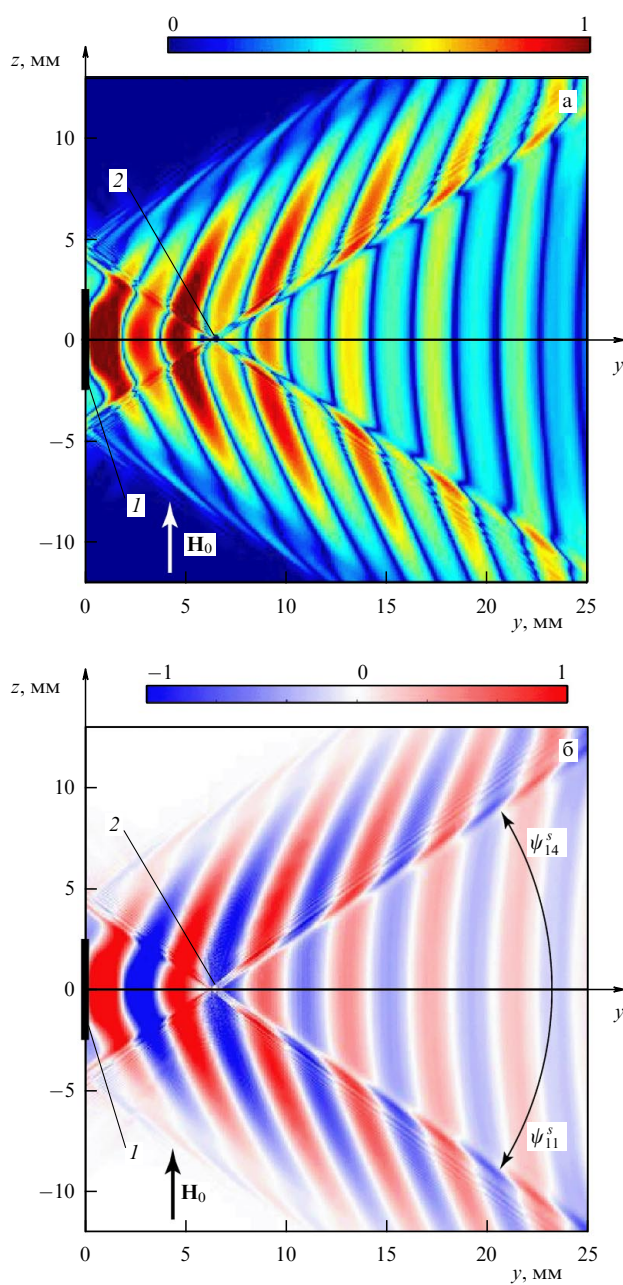


Рис. 7. Рассчитанные нормированные распределения амплитуды (а) и СВЧ намагнитченности (б) поверхностной СВ с частотой $f_1 = 2970$ МГц при её дифракции на сквозном отверстии 2 диаметром $d = 250$ мкм в плёнке ЖИГ для случая возбуждения СВ линейным преобразователем I , параллельным вектору \mathbf{H}_0 .

ми векторами \mathbf{k} , близкими по ориентации к вектору $\mathbf{k}_{lex} = 15,66 \text{ см}^{-1}$ на рис. 3 (углы φ , задающие ориентацию этих векторов, близки к нулю¹⁴). Поскольку при $\varphi \sim 0$ величина σ , определяющая дифракционную расходимость, принимает максимальные значения (рис. 4б), и, поскольку длина СВ $\lambda(\varphi \sim 0) \sim 4$ мм сравнима с длиной преобразователя $D = 5$ мм, то амплитуда СВ вдоль оси y заметно уменьшается с возрастанием значений y (рис. 6а и 7а). Если

¹⁴ При описании поверхностной СВ углы φ и углы ψ , определяющие ориентацию векторов \mathbf{k} и \mathbf{V} , традиционно отсчитывают от оси y или оси k_y (см. рис. 3–5), причём положительным считается направление отсчёта углов против часовой стрелки.

на рис. 6 и 7 из левого и правого концов преобразователя провести прямые линии под углами, равными углам отсечки групповой скорости $\psi_{cut1} = -34,3^\circ$ и $\psi_{cut4} = 34,3^\circ$, то область плёнки, внутри которой распределена вся энергия СВ, будет заключена между построенными прямыми.

Следует отметить, что при данных параметрах $4\pi M_0$, H_0 и f в плёнке может возникать сверхнаправленное распространение СВ в направлениях $\psi_{11}^s = -31,1^\circ$, $\psi_{12}^s = -148,9^\circ$, $\psi_{13}^s = 148,9^\circ$, $\psi_{14}^s = 31,1^\circ$, соответствующих ориентациям вектора \mathbf{k} под углами $\varphi_{11}^s = 44,6^\circ$, $\varphi_{12}^s = 135,4^\circ$, $\varphi_{13}^s = -135,4^\circ$, $\varphi_{14}^s = -44,6^\circ$, поскольку при данных углах φ и ψ изочастотная зависимость имеет точки перегиба, и в соответствии с формулами (3) и (5) справедливы соотношения $\partial\psi/\partial\varphi = 0$, $\Delta\psi = 0$ и $\sigma = 0$ (см. рис. 3, где показаны

векторы $\mathbf{k}_{11}^s, \mathbf{k}_{12}^s, \mathbf{k}_{13}^s, \mathbf{k}_{14}^s$ и $\mathbf{V}_{11}^s, \mathbf{V}_{12}^s, \mathbf{V}_{13}^s, \mathbf{V}_{14}^s$, и их ориентации). Этот факт существенно влияет на распространение возбуждающегося волнового пучка СВ: из-за отсутствия дифракционной расходимости значительная часть энергии пучка локализуется в направлениях ψ_{11}^s и ψ_{14}^s , исходящих от центра преобразователя (рис. 6а). Отметим, что в ранних работах [14–17], посвящённых дифракции СВ для случая $\lambda \sim D$, считалось, что энергия СВ локализуется вблизи углов отсечки вектора \mathbf{V} (хотя в действительности она локализуется вдоль направлений, где $\partial\psi/\partial\varphi = 0$).

Рассмотрим теперь особенности дифракции волнового пучка СВ на отверстии в ферритовой пластине. Как видно из рис. 6а, тень от отверстия практически не возникает ни вдоль оси y , ни в направлениях, лежащих в секторе углов $-20^\circ < \psi < 20^\circ$ относительно отверстия. Это обусловлено тем, что в этих направлениях $\sigma \geq 1$ (см. рис. 5), т.е., дифракционная расходимость СВ велика, и вдобавок диаметр отверстия $d = 250$ мкм в 16 раз меньше длины СВ $\lambda \sim 4$ мм.

Однако при $\psi \sim \psi_{11}^s = -31,1^\circ$ и $\psi \sim \psi_{14}^s = 31,1^\circ$ ситуация меняется, поскольку при этих углах $\sigma \sim 0$ (рис. 5), что означает отсутствие дифракционной расходимости волнового пучка. В результате, за отверстием в направлениях¹⁵ ψ_{11}^s и ψ_{14}^s на дифракционной картине наблюдаются две отчётливые тени, похожие на отходящие от отверстия ровные "канавки" (см. рис. 6 и 7), ширина которых равна диаметру отверстия d и не меняется по мере распространения луча из-за отсутствия дифракционной расходимости (на рис. 6а протяжённость этих "канавок" более 20 мм)!

Резюмируя вышеизложенные факты, можно констатировать следующее: в результате дифракции поверхностной СВ на отверстии диаметром $d = 250$ мкм в направлениях $\psi_{11}^s = -31,1^\circ$ и $\psi_{14}^s = 31,1^\circ$, которым соответствует волновое число $k_{11}^s = k_{14}^s = 45,4$ см⁻¹ и длина волны $\lambda = 1385$ мкм, за отверстием наблюдается отчётливая тень шириной d на расстоянии $\sim L = 21$ мм. Следует отметить, что длина волны $\lambda = 1385$ мкм и расстояние L превышают диаметр отверстия в $\lambda/d = 5,54$ раз и в $L/d = 84$ раза соответственно. Оценки на основе критерия разрешимости Рэлея для изотропных сред показывают, что для данной геометрии тень от объекта наблюдаться не может.

Отметим, что для СВ, частоты которых лежат в интервале значений 2970 МГц $\leq f \leq 3030$ МГц, тень от отверстия на дифракционных картинах также была достаточно отчётливой и протяжённой (см, например, рис. 8), поскольку при этих частотах минимальное значение, которое принимает величина σ , меньше 0,1 (рис. 4б и 5).

Однако с увеличением частоты СВ при $f > 3030$ МГц тень от отверстия на дифракционных картинах уже не была столь отчётливой и сильнее расширялась, поскольку с увеличением частоты СВ минимальное значение величины σ на зависимостях $\sigma(\varphi)$ и $\sigma(\psi)$ тоже возрастает, постепенно приближаясь к единице.

¹⁵ В целях краткости изложения при описании исследуемых явлений мы пока не будем делать различий при упоминании рассчитанных и измеренных величин. То есть, пока мы не будем различать, например, рассчитанное направление ψ_{11}^s и соответствующее измеренное в эксперименте направление ψ_{11}^{sc} , упоминая их в тексте как ψ_{11}^s , поскольку расчёты и эксперименты достаточно хорошо совпадают как качественно, так и количественно. Различия между измеренными и рассчитанными величинами и причины, обуславливающие эти различия, будут обсуждаться в разделе 9.

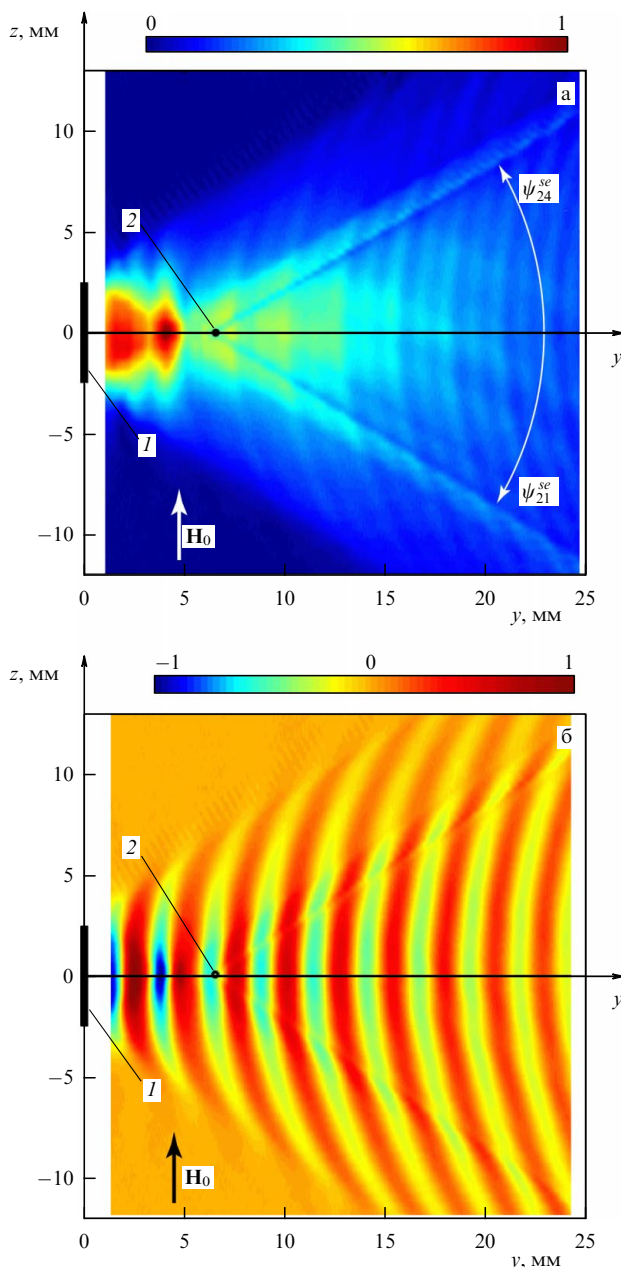


Рис. 8. Экспериментальные нормированные распределения модуля $|A|$ (а) и действительной части R (б) комплексной амплитуды A поверхностной СВ с частотой $f_2 = 3000$ МГц при её дифракции на сквозном отверстии 2 диаметром $d = 250$ мкм в плёнке ЖИГ для случая возбуждения СВ линейным преобразователем 1, параллельным вектору \mathbf{H}_0 .

Отметим также, что недавно при исследовании дифракции на отверстии обратной СВ, возбуждаемой преобразователем, перпендикулярным вектору \mathbf{H}_0 [48] тень от отверстия также наблюдалась в направлении сверхнаправленного распространения волны, однако тень была не очень отчётливой и наблюдалась на меньшем расстоянии $L \sim 11$ мм.

6. Геометрия падения сверхнаправленного луча поверхностной спиновой волны на отверстие в ферритовой плёнке

Анализируя визуализированные картины, описанные в предыдущем разделе, легко заметить, что сразу после воз-

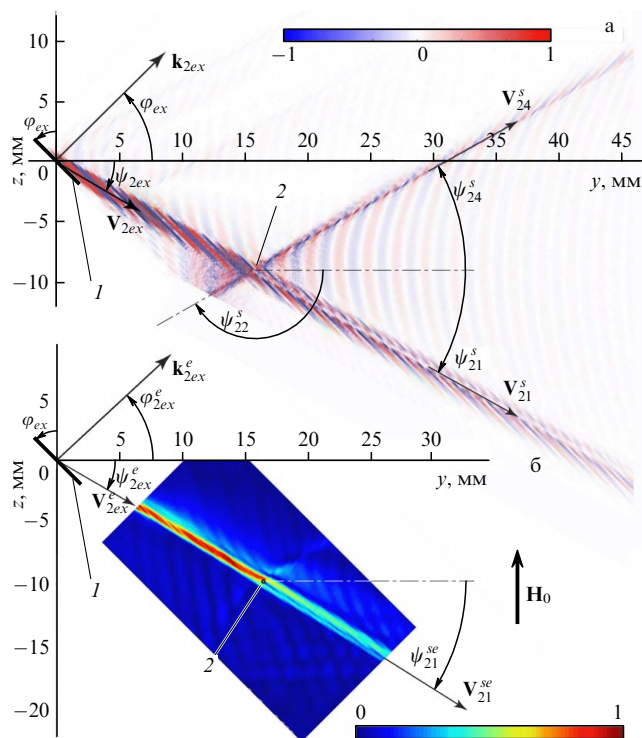


Рис. 9. Рассчитанное нормированное распределение СВЧ намагниченности СВ (а) и экспериментальное нормированное распределение модуля $|A|$ комплексной амплитуды (б) СВ с частотой $f_2 = 3000$ МГц при её дифракции на сквозном отверстии 2 диаметром $d = 250$ мкм в плёнке ЖИГ для случая возбуждения СВ линейным преобразователем 1, наклоненным к вектору \mathbf{H}_0 на угол $\varphi_{ex} = 45^\circ$.

буждения СВ большая часть её энергии распределяется по обширной области ферритовой плёнки, не достигая отверстия, поэтому и амплитуда волны, формирующей за отверстием тени в виде ровных канавок, оказывается невелика. Очевидно, что можно предложить геометрию, в которой практически вся энергия возбуждающейся волны достигнет отверстия и будет участвовать в формировании тени за ним. В частности, можно полагать, что при падении сверхнаправленного луча на отверстие эффект сверхразрешения будет наблюдаться гораздо отчётливее и дальше от отверстия, поскольку в этом случае практически вся энергия волны будет локализована вдоль линии луча. Ниже описаны эксперименты и расчёты, выполненные для геометрии падения сверхнаправленного луча СВ на отверстие.

Как показывают расчёты (см. рис. 3–5), для данных параметров плёнки ЖИГ, поля H_0 и частоты СВ $f_1 = 2970$ МГц сверхнаправленное распространение возникает при ориентации волнового вектора \mathbf{k} под углами $\varphi_{11}^s = 44,53^\circ$ и $\varphi_{11}^s = -44,53^\circ$. Поэтому возбуждающий преобразователь необходимо расположить на поверхности плёнки так (рис. 9), чтобы угол φ_{ex} между линией преобразователя и вектором \mathbf{H}_0 был равен величине φ_{11}^s . Очевидно, что перед постановкой эксперимента, необходимо выяснить, с какой точностью угол φ_{ex} должен быть равен углу φ_{11}^s ? И с какой точностью в эксперименте частоту СВ необходимо устанавливать равной 2970 МГц?

Для ответа на эти вопросы обсудим особенности распространения СВ в направлениях сверхнаправленного распространения и в близких направлениях на основе результатов, полученных ранее в работах [8, 11–13].

Как видно из рис. 4а, в интервале углов $41^\circ < \varphi < 47^\circ$, зависимость $\psi(\varphi)$ для частоты $f_1 = 2970$ МГц (кривая 1)

идёт практически горизонтально, из-за чего величина ψ изменяется в интервале значений $-31,08^\circ < \psi \leq 31,01^\circ$, т.е., изменяется на сотые доли градуса относительно направления сверхнаправленного распространения СВ $\psi_{11}^s = -31,056^\circ$ (которому соответствует минимальное значение $\sigma^s \sim 0$). Как отмечалось в предыдущем разделе, поскольку, энергия СВ локализуется вблизи направлений сверхнаправленного распространения, то *при любых (!) ориентациях* φ_{ex} возбуждающего преобразователя из интервала значений $41^\circ < \varphi_{ex} < 47^\circ$ практически вся энергия СВ окажется локализована вдоль направления $\psi_{11}^s = -31,056^\circ$, причём параметры СВ будут незначительно отличаться от параметров сверхнаправленного луча СВ. Таким образом, если возбудить СВ преобразователями с *разной* ориентацией φ_{ex} из интервала значений $41^\circ < \varphi_{ex} < 47^\circ$ и сравнить между собой наблюдающиеся дифракционные картины, то мы не увидим практически никаких отличий, что подтверждают как эксперименты, так и расчёты.

Очевидно, что аналогичная ситуация имеет место и для СВ с *разными* частотами f из интервала значений 2965 МГц $< f < 3010$ МГц (т.е., с частотами, близкими к значению $f_1 = 2970$ МГц), поскольку на этих частотах также существуют направления распространения волны с довольно малыми минимальными значениями $\sigma^s \leq 0,1$ (ниже мы будем кратко называть эти направления квазисверхнаправленными). То есть, мы также не увидим качественных различий между визуализированными картинками СВ с *разными* частотами из интервала значений 2965 МГц $< f < 3010$ МГц, — только лишь квазисверхнаправленные направления ψ^s будут чуть-чуть отличаться для разных частот (см. рис. 5), что видно также из сравнения рис. 6а и 8а.

Таким образом, учитывая вышеизложенное, ориентация возбуждающего преобразователя (относительно вектора \mathbf{H}_0) была установлена равной $\varphi_{ex} = 45^\circ$, что позволило эффективно возбуждать квазисверхнаправленные лучи СВ с $\sigma^s \leq 0,1$ в интервале частот 2965 МГц $\leq f \leq 3010$ МГц.

В результате проведения измерений и обработки экспериментальных данных, был получен ряд визуализированных картин, описывающих дифракцию поверхностной СВ на отверстии в интервале частот 2970 МГц $< f < 3100$ МГц с шагом 5 МГц. В итоге выяснилось, что наиболее точно на центр отверстия оказался направлен луч СВ с частотой¹⁶ $f_2 = 3000$ МГц. Полагая, что преобразователь наиболее эффективно возбуждает СВ с волновым вектором \mathbf{k}_{21ex} , нормальным преобразователю (т.е., с вектором \mathbf{k}_{21ex} , ориентированным под углом $\varphi = \varphi_{21ex} = \varphi_{ex} = 45^\circ$), мы найдём, что $k_{21ex}(\varphi_{ex}) = 79,19$ см⁻¹, $\lambda_{21ex}(\varphi_{ex}) = 793$ мкм и $\psi_{21ex}(\varphi_{ex}) = -32,27^\circ$. Экспериментальная картина, описывающая распределение амплитуды СВ с частотой $f_2 = 3000$ МГц при её дифракции на сквозном отверстии в плёнке ЖИГ, представлена на рис. 9б, из которого видно, что направление $\psi_{21ex}(\varphi_{ex}) = -32,27^\circ$, соответствующее возбуждающемуся квазисверхнаправленному лучу СВ, практически совпадает с направлением

¹⁶ При данной геометрии возбуждения волновые пучки СВ с разными частотами будут характеризоваться немного различающимися ориентациями ψ вектора групповой скорости \mathbf{V} , и, как видно из рис. 9, чтобы луч попал точно на отверстие, величины ψ и φ , соответствующие лучу, должны быть известны с большой точностью. Некоторые причины, по которым точно на отверстие оказался направлен луч с частотой $f_2 = 3000$ МГц, а не луч с частотой $f_1 = 2970$ МГц, обсуждаются в разделе 9.

$\psi_{21}^s = -32,1^\circ$, соответствующим на рис. 5 минимальному значению σ^s . В результате падения этого луча на отверстие возникает отчётливая тень в виде ровной "канавки", наблюдающейся на расстоянии $L \approx 21$ мм (рис. 9б).

На рисунке 9а приведено распределение СВЧ намагниченности СВ, рассчитанное с помощью методики микромагнитного моделирования и соответствующее по всем параметрам экспериментальной картине на рис. 9б.

Как видно из сравнения рис. 9а и 9б, рассчитанные и экспериментальные дифракционные картины, достаточно хорошо соответствуют друг другу: выполненные расчёты не только подтвердили экспериментальные результаты, но и показали, что тень от отверстия можно наблюдать на расстояниях $L \sim 35$ мм от него!

Таким образом, обнаружено, что в результате дифракции на отверстии диаметром $d = 250$ мкм квазисверхнаправленного луча СВ с $k_{2ex}(\varphi_{ex}) = 79,19$ см⁻¹ и длиной волны $\lambda_{2ex}(\varphi_{ex}) = 793$ мкм, превышающей размер отверстия в $\lambda_{2ex}/d = 3,2$ раз, в направлении $\psi_{21}^s \approx \psi_{21ex}^s = -32^\circ$, исходящем от отверстия, возникает отчётливая тень шириной d на расстоянии $L \approx 21$ мм (рис. 9б), причём расстояние L превышает диаметр отверстия в $L/d \approx 84$ раз (при расчётах, на рис. 9а, тень наблюдается на расстоянии $L \approx 35$ мм, а $L/d \approx 140$).

Кроме того, очевидно, что при падении исходного луча на отверстие возникают отражённые от отверстия волны (рис. 9а), характеризующиеся всеми возможными волновыми векторами (т.е., волновыми векторами, ориентации которых лежат в плоскости ферритовой пластины в пределах углов отсечки). Поскольку $\lambda_{2ex}/d = 3,2$ и большинство направлений, соответствующих этим вторичным отражённым волнам, характеризуется большой дифракционной расходимостью σ (см. рис. 5), то отражение практически не наблюдается. Исключение составляют лишь направления ψ_{21}^s , ψ_{22}^s , ψ_{23}^s и ψ_{24}^s , соответствующие векторам групповой скорости \mathbf{V}_{21}^s , \mathbf{V}_{22}^s , \mathbf{V}_{23}^s и \mathbf{V}_{24}^s , в которых возникает квазисверхнаправленное распространение отражённых волн (рис. 9). Энергия этих волн локализуется в перечисленных четырёх направлениях, что мы и наблюдаем на рис. 9а. Отметим, что все эти четыре квазисверхнаправленных луча хорошо заметны лишь на рис. 9а, где представлены расчёты, поскольку картина распределения высокочастотной намагниченности является усреднённой по толщине плёнки ЖИГ. На рисунке 9б, полученном методом зондирования со стороны верхней поверхности феррита, лучи, распространяющиеся вдоль векторов \mathbf{V}_{22}^s и \mathbf{V}_{23}^s , практически не видны, поскольку их энергия локализована у поверхности плёнки, прилегающей к подложке. В то же время, на рис. 9б заметно некоторое отражение энергии в направлении вектора \mathbf{V}_{24}^s .

Следует отметить, что ранее в работе [19] исследовалась дифракция поверхностной СВ на отверстии в плёнке ЖИГ методом БРС. О наблюдении теней за отверстием в работе не сообщалось (хотя очень неконтрастные тени на рис. 2 и 4 работы [19] можно разглядеть), а дифракционные лучи, возникающие за отверстием, авторы охарактеризовали как "caustic beams" или "semicaustic beams". Анализируя работу [19], мы полагаем, что в ней не удалось получить результаты, подобные описанным в разделах 5 и 6, по ряду причин: 1) размеры плёнки были малы (3×3 мм²), а область, на которой измерялось распределение волны, ещё меньше ($0,8 \times 0,8$ мм²); 2) отверстие в плёнке имело диаметр 50 мкм и было несквозным, а сама плёнка была тонкой (4,5 мкм), из-за чего ампли-

туда СВ быстро ослабевала по мере распространения; 3) дифракционные лучи за отверстием наблюдались на расстоянии $L < 0,7$ мм, т.е., имела место ситуация, когда $L \sim \lambda$; 4) угловая ширина дифракционных лучей СВ и теней за отверстием не измерялась, не рассчитывалась и не сравнивалась с величиной λ/D ; 5) распределение СВ в плоскости плёнки измерялось на произвольных частотах (в работе не поясняется, как эти частоты были выбраны), тогда как для наблюдения эффекта сверхразрешения необходимо было проводить измерения на частоте, у которой изочастотная зависимость имеет точки перегиба¹⁷. Несмотря на сделанные критические замечания, мы ни в коей мере не хотим умалить значение работы [19], в которой, по-видимому, впервые предпринято исследование дифракции поверхностной СВ на отверстии.

7. Послесловие к результатам экспериментов и численных расчётов

Прочитав предыдущие шесть разделов, читатели могут сказать, что мы получили интересные экспериментальные и расчётные результаты, хорошо соответствующие друг другу, — но все же непонятно, почему возникает эффект сверхразрешения? Хотелось бы иметь простое и понятное физическое объяснение, как говорится, "на пальцах"!

И мы, конечно, здесь могли бы возразить, что дифракция СВ на поверхности в форме окружности, да ещё в произвольном направлении анизотропной среды (описываемой тензором второго ранга!) — это сложная математическая задача! Но нам тоже не хотелось бы, чтобы эта работа осталась в памяти читателей как простое изложение некоего загадочного явления, которое невозможно просто и понятно объяснить.

Исходя из этого, ниже мы постараемся не только объяснить простыми словами физический смысл исследуемых явлений, но и показать, как подобное явление можно было бы реализовать в других анизотропных средах.

Как известно, любая дифракционная задача при строгом анализе должна быть сведена к решению соответствующих волновых уравнений с использованием физически обоснованных граничных условий. Однако, точная теория дифракции (даже для простейших случаев дифракции волн в изотропных средах) представляет собой весьма сложную в математическом отношении задачу, поэтому во многих дифракционных задачах, представляющих практический интерес, до сих пор используются приближенные оценки и методы (например, оценки на основе критерия разрешимости Рэлея или метод, основанный на принципе Гюйгенса — Френеля с построением зон Френеля при описании дифракции в параллельных лучах). Исследования же дифракционных задач для волн в анизотропных средах пока ещё находятся в начальной стадии развития и практически не проводились даже для самых простых случаев.

Исходя из этого, воспользуемся всеми имеющимися на сегодняшний день знаниями, чтобы сделать приближенные оценки и, хотя бы качественно, объяснить описанное выше явление — возникновение отчётливой тени от отверстия в результате дифракции на нем лучей поверхностной СВ для геометрий, показанных на рис. 6–9.

¹⁷ По-видимому, авторы статьи [19] не были знакомы с результатами работы [8], полагая, что для поверхностной СВ такой частоты не существует.

В частности, попробуем провести оценочные расчёты для исследованных дифракционных явлений на основе критерия разрешимости Рэлея.

8. Анализ дифракционных картин на основе принципа Бабине и критерия разрешимости

Как известно, Дж. Рэлей предложил критерий разрешимости двух источников света в 1879 г. Дальнейшие исследования дифракционных явлений показали, что критерий Рэлея удобно использовать не только для оценки разрешимости двух источников света или других типов волн, но и для приближенных расчётов в ряде дифракционных задач, например, для оценки угловой ширины луча или разрешающей способности различных оптических приборов (или глаза человека). В частности, формула (3), представленная в разделе 4 и полученная в работе [8], соответствует критерию разрешимости Рэлея применительно к волнам в анизотропных средах для оценки угловой ширины луча $\Delta\psi$ спиновой волны или любой другой волны, в отношении которой среда является анизотропной. Подставляя выражение (5) в (3), найдём, что угловая ширина луча $\Delta\psi$ любой волны с заданной частотой f в любой анизотропной среде определяется соотношением

$$\Delta\psi = \sigma \frac{\lambda}{D}, \tag{6}$$

где D — размер возбудителя (щели, антенны, возбуждающего преобразователя), $\lambda = 2\pi/k$ — длина волны, а σ — относительная угловая ширина луча (физический смысл которой поясняется в разделе 4), определяющая дифракционную расходимость волны. Очевидно, что в анизотропной среде величины λ и σ зависят от пространственного направления (см. рис. 5) в соответствии с дисперсионным уравнением волны. Для волн в изотропных средах λ — фиксированная величина (при заданной частоте f), $\sigma \equiv 1$ (см. раздел 4 и рис. 5) и выражение (6) переходит в известный критерий Рэлея (4), который обычно используется для оценки угловой ширины луча в изотропных средах.

Итак, критерий разрешимости¹⁸ (6) позволит нам проводить оценки угловой ширины лучей СВ в различных задачах. Осталось выяснить, как проводить оценки угловой ширины теней от отверстия.

Как известно, в теории дифракции существует принцип Бабине (см., например, [60]), который устанавливает соответствие между дифракционными полями и картинками от дополняющих друг друга объектов. Примерами подобных объектов являются, например, нить и непрозрачный экран с протяжённой щелью (если толщина нити равна ширине щели) или непрозрачный диск и непрозрачный экран с круглым отверстием того же радиуса. Принцип Бабине утверждает, что в этом случае результаты расчёта дифракционной задачи, относящейся к одному из таких объектов, можно использовать для аналогичной дифракционной задачи, относящейся к дополняющему объекту. Ниже мы будем считать, что принцип Бабине справедлив и в анизотропных средах для аналогичных дифракционных задач, относящихся к дополняющим друг друга объектам.

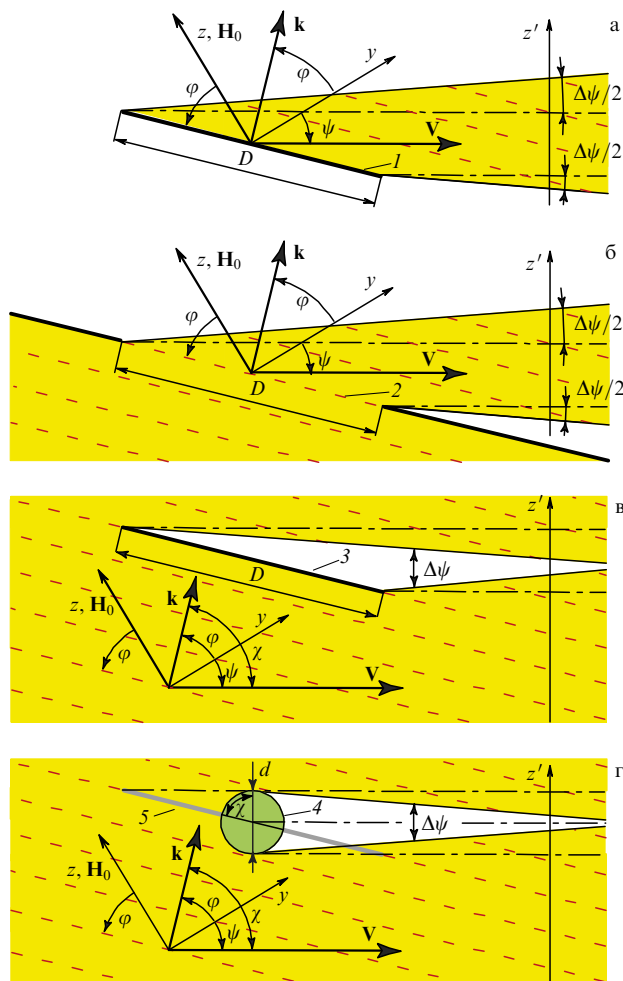


Рис. 10. Упрощённое изображение дифракционных картин СВ на различных объектах: при возбуждении волнового пучка СВ линейным преобразователем 1 длиной D (а); при падении плоской СВ на щель 2 в непрозрачном экране длиной D (б); при падении плоской СВ на непрозрачный экран 3 длиной D (в); при падении плоской СВ на круглое отверстие 4 диаметром d в ферритовой плёнке, причём величина d связана с длиной D_{im} воображаемого преобразователя 5 соотношением $d = D_{im} \cos \chi$ (г). Картины представлены для случая, когда волновой вектор СВ \mathbf{k} нормален линии объекта (преобразователя, щели или экрана), а ось z' , вдоль которой проводятся реальные или условные измерения, перпендикулярна вектору групповой скорости СВ \mathbf{V} . Штриховыми линиями показаны волновые фронты СВ.

С целью использования принципа Бабине для поиска аналогов и дополняющих их объектов в исследуемых нами геометриях дифракции волн, представим на рис. 10 упрощённое изображение некоторых дифракционных картин (соответствующих дифракционным геометриям на рис. 9), анализируя которые мы сможем установить *аналоги* и *дополняющие объекты* для оценки угловой ширины тени от отверстия.

Как видно из сравнения рис. 10а и 10б, линейный возбуждающий СВ преобразователь длиной D с физической точки зрения является аналогом возбуждающей СВ щели длиной D в тонком и непроницаемом для СВ экране [8]. Однако, эта *аналогия* справедлива только для случая, когда волновой вектор \mathbf{k}_0 исходной СВ, падающей на щель, ориентирован нормально линии щели и только если на частоте СВ f одновременно выполняются следующие два условия [8]: во-первых, длина преобразова-

¹⁸ В качестве критерия разрешимости можно использовать, конечно же, и выражение (3).

теля должна быть намного больше длины СВ $D/\lambda_0 \gg 1$; во-вторых, длина преобразователя должна быть намного меньше длины электромагнитной волны на соответствующей частоте $D/\lambda_{\text{ЭМВ}} \ll 1$, так как лишь в этом случае всю апертуру преобразователя можно считать синфазной, а волновой вектор \mathbf{k}_0 возбуждающейся СВ — нормальным линии преобразователя. Легко видеть, что на СВЧ, где $\lambda_{\text{ЭМВ}} \sim 3-30$ см, а $\lambda_0 \sim 0,05-1$ мм, почти всегда можно удовлетворить обоим этим условиям¹⁹, выбирая величину $D \sim 3-10$ мм.

Попробуем теперь установить объект, который будет являться *дополняющим* для щели длиной D в непрозрачном экране. Очевидно, что в соответствии с принципом Бабины, таким объектом будет непрозрачный экран длиной D , параллельный линии щели (рис. 10в), так как именно в этом случае прозрачные части одного объекта (щели на рис. 10б) точно совпадают с непрозрачными частями другого (экрана на рис. 10в). То есть, применительно к рассматриваемым задачам, можно считать, что дифракционные поля и картины, возникающие в дальней зоне при возбуждении волнового пучка щелью в непрозрачном экране (рис. 10б) и линейным преобразователем (рис. 10а), *взаимно дополняют* дифракционные поля и картины, возникающие при дифракции волнового пучка на непрозрачном экране, длина которого равна длине щели и преобразователя D (рис. 10в).

Зададимся теперь вопросом: не прослеживается ли какая-нибудь *аналогия* между дифракционными свойствами (по отношению к СВ) непрозрачного экрана, изображённого на рис. 10в, и свойствами отверстия в ферритовой плёнке, изображённого на рис. 10г? Очевидно, что отражение СВ от непрозрачного экрана будет гораздо более направленным, чем отражение от круглого отверстия в ферритовой плёнке. Однако, поскольку нас будет интересовать только *прохождение и дифракция волн* на объектах, изображённых на рис. 10в и 10г, то, очевидно, что эти объекты можно считать *аналогичными*, а создаваемые ими дифракционные поля *эквивалентными*,²⁰ если диаметр отверстия d и длина непрозрачного экрана D связаны соотношением (рис. 10в и 10г)

$$D = \frac{d}{\cos \chi}, \quad (7)$$

где $\chi = \varphi + \psi$, а φ и ψ — ориентации волнового вектора \mathbf{k} и вектора групповой скорости \mathbf{V} волны, *формирующей* тень за отверстием (напомним, что для случаев дифракции на рис. 6–9, тень формирует сверхнаправленная или квазисверхнаправленная, а не падающая волна!).

Итак, можно считать, что сквозное отверстие диаметром d в ферритовой плёнке *эквивалентно воображаемому непрозрачному экрану*, который параллелен волновым фронтам падающей волны и перекрывает такую же область луча падающей волны, как и отверстие диаметром d . Длину $D_{\text{им}}$ этого воображаемого экрана, определяемую выражением (7), и *следует использовать* в критерии разрешимости (6) для нахождения угловой ширины тени от отверстия для волн в анизотропных средах. Следует отметить, что для волн с *коллинеарной* ориентацией векторов \mathbf{k} и \mathbf{V} (т.е., для волн, аналогичных волнам в

изотропных средах), когда $\chi = \varphi = \psi = 0$, установленная эквивалентность этих объектов сохраняется. В этом случае из (7) получаем выражение $D = d$, и, следовательно, для коллинеарных волн, как и для волн в изотропных средах, при оценках угловой ширины луча или тени²¹ на основе критерия разрешимости имеет значение лишь видимый размер объекта.

Таким образом, теперь, с учётом соотношения (7) критерий разрешимости (6) позволит нам проводить оценки как угловой ширины лучей СВ, так и угловой ширины теней.

В соответствии с упрощённым изображением исследуемых геометрий на рис. 10 будем проводить оценки при следующих предположениях.

1) Будем считать, что оценки на основе критерия разрешимости (6) справедливы и достоверны лишь для случая $\lambda \ll D$ или, как минимум, для случая, когда λ в несколько раз меньше D (поскольку критерий Рэлея, теория [8] и формулы (3)–(6), справедливы именно для этого случая).

2) Будем считать исследуемые задачи двумерными, поскольку нас не будет интересовать зависимость характеристик СВ от координаты x , нормальной плоскости плёнки, либо мы будем использовать характеристики СВ, усреднённые по координате x .

3) Для каждой дифракционной геометрии будем использовать в плоскости плёнки новую систему координат $\Sigma'\{y', z'\}$ (см. рис. 10), у которой ось z' перпендикулярна вектору групповой скорости \mathbf{V} исходной волны (рис. 10б, в, г), причём для геометрии на рис. 10а будем считать, что вектор \mathbf{V} соответствует вектору \mathbf{k} , нормальному линии преобразователя.

4) В рамках двумерной задачи будем полагать, что вдоль прямых, параллельных оси z' , проводятся реальные или условные измерения, позволяющие с помощью методов зондирования или БРС получить распределение амплитуды СВ и оценить угловую ширину луча или тени.

5) В целях краткости изложения пока не будем делать различий при упоминании аналогичных рассчитанных и измеренных величин (см. сноску 15). Причины этих различий, будут обсуждаться в следующем разделе.

Проводя оценки угловой ширины волновых пучков СВ на рис. 6–9, будем исходить из значения угла φ_{ex} , под которым ориентирован возбуждающий преобразователь в соответствующем эксперименте, находя для этого угла соответствующие значения остальных рассчитываемых величин.

Проводя оценки угловой ширины теней на рис. 6–9, будем исходить из того, что тени возникают в направлении сверхнаправленного или квазисверхнаправленного распространения СВ, т.е., в направлении, где зависи-

¹⁹ Случаю, когда апертуру преобразователя нельзя считать синфазной, следует сопоставлять геометрию, в которой вектор \mathbf{k}_0 исходной СВ наклонён на некоторый угол по отношению к линии щели [8].

²⁰ Если пренебречь краевыми эффектами.

²¹ Может показаться, что это утверждение противоречит тому, что сказано до этого: ранее мы говорили, что тень всегда возникает в направлении сверхнаправленного распространения волны, а теперь получается, что она может возникать и в направлении коллинеарного распространения волны при $\chi = \varphi = \psi = 0$. Это противоречие только кажущееся: в анизотропных средах тень, действительно, всегда возникает в направлении сверхнаправленного распространения волны, но иногда это направление совпадает с направлением коллинеарного распространения волны! Так, в работе [61] было установлено, что такой случай имеет место, например, для СВ в металлизированной ферритовой пластине: сверхнаправленное распространение волны возникает при $\chi = \varphi = \psi = 0$ (см. кривую 2 на рис. 2 в [61]).

мость $\sigma(\psi)$ принимает минимальное значение $\sigma = \sigma_{\min} = \sigma^s$. Поэтому, найдя углы φ^s и ψ^s , при которых $\sigma = \sigma^s$, сопоставим им соответствующие значения остальных рассчитываемых величин, в том числе длину воображаемого преобразователя $D_{\text{им}}$, определяемую формулой (7), и максимальное расстояние L_{max} (на котором тень ещё может наблюдаться), вычисляемое по формуле

$$L_{\text{max}} = \frac{d}{\Delta\psi}. \quad (8)$$

Оценим теперь на основе критерия разрешимости (6) угловую ширину луча и тени, прежде всего для геометрии на рис. 9, приводя, для удобства, основные характеристики луча или тени.

Для луча на рис. 9 $f_2 = 3000$ МГц и $\varphi_{\text{ex}} = 45^\circ$. Исходя из этого получим: $\sigma_{2\text{ex}} = 0,0697$; $k_{2\text{ex}} = 79,19$ см $^{-1}$; $\lambda_{2\text{ex}} = 793$ мкм, $\lambda_{2\text{ex}}/D = 0,159$; $\psi_{2\text{ex}} = -32,27^\circ$; $\Delta\psi_{2\text{ex}} = 0,0111$ ($0,633^\circ$). Оценки на основе критерия разрешимости (6) достоверны, так как $\lambda \gg D$, и соответствуют угловой ширине луча на рис. 9.

Для тени на рис. 9 (а также для аналогичной тени на рис. 8) $f_2 = 3000$ МГц и $\sigma_{2\text{min}} = 0,0568$. Исходя из этого получим: $\varphi_{21}^s = 42,6^\circ$, $\psi_{21}^s = -32,1^\circ$, $k_2^s = 66,65$ см $^{-1}$, $\lambda_2^s = 0,943$ мм, $D_{\text{им}} = 0,947$ мм, $\Delta\psi_2^s = 0,0565$ ($3,24^\circ$), $L_{\text{max}} = 4,42$ мм. В данном случае, так как $\lambda \sim D_{\text{им}}$, то проводимые оценки выходят за пределы применимости критерия (6) ($\lambda \ll D$). Тем не менее, на рис. 9 видно, что как в эксперименте, так и в численных расчётах за отверстием наблюдается отчётливая тень на расстояниях $L \sim 21$ мм и $L \sim 35$ мм соответственно.

Очевидно, что, оценивая на рис. 6 и 7 угловую ширину двух теней (для $f_1 = 2970$ МГц), которым соответствуют углы $\varphi_{11,14}^s = \pm 44,6^\circ$ и $\psi_{11,14}^s = \mp 31,1^\circ$, получим из (6) $\Delta\psi_1^s \sim 0$ и $L_{\text{max}} \rightarrow \infty$, поскольку $\sigma_1^s \sim 0$. Отметим, однако, что в данном случае, так как $\lambda \sim D_{\text{им}}$ ($\lambda_1^s = 1,385$ мм и $D_{\text{им}} = 1,012$ мм), то проводимые оценки выходят за пределы применимости критерия (6) ($\lambda \ll D$). Очевидно, что если в выражение (6) подставить $\sigma = 0$, то независимо от отношения λ_1^s/D всегда получится $\Delta\psi = 0$. Тем не менее, как в эксперименте, так и в численных расчётах за отверстием наблюдаются две отчётливые тени шириной d на расстоянии $\sim L = 21$ мм.

Оценивая угловую ширину волновых пучков (для $f_1 = 2970$ МГц и $f_2 = 3000$ МГц при $\varphi_{\text{ex}} = 0$) на рис. 6–8, получим $\lambda_{1\text{ex}} = 4,012$ мм, $\sigma_{1\text{ex}} = 1,63$ и $\lambda_{2\text{ex}} = 2,476$ мм, $\sigma_{2\text{ex}} = 1,68$, а угловая ширина обоих пучков очень велика $\Delta\psi_{1\text{ex}} = 1,308$ ($74,9^\circ$) и $\Delta\psi_{2\text{ex}} = 0,832$ ($47,6^\circ$), так что их и лучами-то, пожалуй, не назовешь. Очевидно, что, поскольку $\lambda_{1\text{ex}} \sim D$ и $\lambda_{2\text{ex}} \sim D$ ($D = 5$ мм), то проводимые оценки выходят за пределы применимости критерия (6) ($\lambda \ll D$), хотя они подтверждают сильнейшую дифракционную расходимость этих волновых пучков.

Подводя итоги выполненным оценкам, можно констатировать следующее.

Благодаря наличию в ферритовой плёнке направлений сверхнаправленного и квазисверхнаправленного распространения волны в этих направлениях возникает новое физическое явление — сверхразрешение. Это явление заключается в том, что отчётливая тень от маленького (точечного) объекта (отверстия) существует на значительном расстоянии от объекта, а наблюдаемое угловое разрешение объекта (угловой размер) во много раз меньше аналогичного разрешения, полученного на основе критерия разрешимости Рэлея (4).

Наблюдение этого нового явления подтверждено как экспериментально, так и на основе численных и аналитических расчётов, причём аналогичное явление наблюдалось нами недавно при исследовании дифракции обратной объёмной СВ на отверстиях в ферритовой плёнке [48].

Продолжая обсуждение полученных результатов, отметим, что читатели могут спросить, почему в анизотропных средах, в которых существует сверхнаправленное распространения волны, возникает тень от объекта, который меньше длины волны, и почему эта тень всегда возникает в направлении (или в направлениях) сверхнаправленного распространения? Ведь в изотропных средах тень от такого объекта не возникает!

Для ответа на этот вопрос сначала напомним, что диаграмма направленности $F_{\text{isotr}}(\psi)$ элементарного излучателя (в экваториальной плоскости), расположенного в изотропной среде, представляет собой окружность (см., например, рис. 2.14 в [62]). В свете развиваемых представлений такую форму диаграммы можно интерпретировать как результат *одинаковости* всех направлений изотропной среды по отношению к дифракции — им всем соответствует *одинаковая* дифракционная расходимость, поэтому $F_{\text{isotr}}(\psi) = \sigma(\psi) \equiv 1$ (см. рис. 5). В анизотропной же среде разные пространственные направления *не одинаковы* по отношению к дифракции и, если расположить элементарный излучатель в какой-нибудь анизотропной среде, то его диаграмма направленности $F_{\text{anis}}(\psi)$ (в дальней зоне экваториальной плоскости), очевидно, не будет окружностью. Строгий электродинамический расчёт таких диаграмм²² выходит за рамки данной работы, однако, можно полагать, что диаграмма $F_{\text{anis}}(\psi)$ будет похожа на зависимость $1/\sigma(\psi)$ и будет иметь максимумы в направлениях, соответствующих минимальным значениям σ , так как энергия излучения, заметно перераспределяясь, будет в итоге локализовываться вблизи этих направлений²³. Этот факт подтверждают и дифракционные картины²⁴, представленные на рис. 6–9. Сейчас сложно судить, насколько узкими и направленными могут быть максимумы диаграммы $F_{\text{anis}}(\psi)$ для среды, в которой возможно сверхнаправленное распространение волны. Здесь мы хотим лишь подчеркнуть, что в изотропной среде мы имеем *всенаправленный* элементарный излучатель, а в анизотропной среде — *направленный*.

Вернёмся теперь к ответу на исходный вопрос. Пусть до небольшого, непроницаемого для волны объекта

²² Строгий расчёт таких диаграмм, по-видимому, может быть выполнен методами, использованными в работе [62].

²³ Как видно, этот вывод по сути согласуется с выводом, сделанным ранее в работе [18], о том, что магноты обратной СВ фокусируются вдоль нормалей к точкам перегиба изочастотной зависимости волны, хотя оба эти вывода получены с помощью расчётов, основанных на разных теориях.

²⁴ Здесь необходимо отметить, что дифракционные картины на рис. 6–9 получены для меридиональной плоскости, в которой элементарный излучатель, расположенный в изотропной среде, имеет диаграмму направленности, похожую на восьмерку (см. рис. 2.14 в [62]) $F_{\text{isotr}}(\psi) = |\sin\psi|$ (при отчёте углов от нормали к оси излучателя). Очевидно, что для элементарного излучателя, расположенного в анизотропной среде, аналогичная диаграмма $F_{\text{anis}}(\psi)$ будет похожа на $|\sin\psi|$, промодулированный зависимостью вида $\sim 1/\sigma(\psi)$. При этом для углов ψ , которые отклонены от нормали к оси излучателя не более чем на $\sim \pm 40^\circ$ (т.е., лежат в интервале углов отсечки), именно множитель $\sim 1/\sigma(\psi)$ будет определять форму диаграммы (как и диаграммы для экваториальной плоскости).

диаметром d дошёл фронт волны с длиной λ , возбуждённой далеко от объекта. В соответствии с принципом Гюйгенса волновому фронту, достигшему объекта, можно сопоставить линию вторичных источников волны, причём на небольшом промежутке длиной d этих вторичных источников нет. Если дело происходит в изотропной среде, характеризующейся *всенаправленными* вторичными элементарными излучателями, то при $d \ll \lambda$ и даже при $d < \lambda$, небольшое искажение волнового фронта, возникшее за объектом, при дальнейшем распространении волны быстро исчезает и практически не будет заметно уже на расстояниях $d \sim \lambda$. Если же дело происходит в анизотропной среде, характеризующейся *направленными* вторичными излучателями, то, небольшое искажение волнового фронта, возникшее за объектом, при дальнейшем распространении волны не исчезает быстро даже при $d \ll \lambda$ и может наблюдаться на значительном расстоянии L от объекта, так как направленные вторичные излучатели переносят энергию преимущественно в направлении с минимальным значением σ (или в направлении сверхнаправленного распространения, если оно есть) и формируют при этом тень! Очевидно, что максимальное значение L будет зависеть от соотношения между размером объекта d и шириной диаграммы направленности элементарного излучателя $\Delta\psi_F$, что полностью соответствует формуле (8) и критерию (6). В этой связи, отметим также, что профиль и *направление тени* на рис. 5–8 не будут зависеть от размеров и ориентации возбуждающих преобразователей²⁵: если хоть какое-то количество энергии дойдет до непрозрачного для волны объекта (в данном случае отверстия), то будет возникать отчётливая тень!

Есть ещё один важный вопрос, который необходимо обсудить в данной работе. Анализируя критерий разрешимости (6), читатели могут спросить: поскольку угловая ширина луча СВ $\Delta\psi$ может быть равна нулю (если в (6) подставить $\sigma = 0$), то получается, что может существовать такое явление, как гиперразрешение, когда абсолютно нерасширяющийся луч (или тень) будет наблюдаться на бесконечно большом расстоянии от возбуждателя (от объекта)! Такой вопрос вполне закономерен, тем более что на рис. 6а представлена геометрия, в которой наблюдались нерасширяющиеся, ориентированные вдоль направления $\sigma_1^i \sim 0$ тени. Действительно, на рис. 6, мы не видим никакой тенденции к расширению тени от отверстия вплоть до расстояния $L \approx 21$ мм, — тень просто постепенно исчезает из-за затухания самой волны (к сожалению, из-за наличия потерь, СВ не могут распространяться на большие расстояния).

Очевидно, что для исчерпывающего ответа на этот вопрос необходимо рассчитать диаграммы $F_{\text{anis}}(\psi)$, о которых речь шла выше. Однако, нам хотелось бы напомнить здесь некоторые, уже известные на данный момент результаты. В частности, ранее в работах [8] и [10] было рассчитано распределение амплитуды A суммарного магнитного потенциала СВ, возбуждаемой щелью длиной D в непроницаемом экране, от угла ψ (см. рис. 5, 6 в [8] и рис. 3 в [10]) для различных геометрий (для случая $D \gg \lambda$), и по зависимости $A(\psi)$ была определена угловая ширина возникающего луча. В этих работах

было показано, что зависимость $A(\psi)$ описывается функцией вида $\sin \Phi/\Phi$, однако величина Φ зависит от параметров волны более сложно, чем в изотропных средах, и поэтому зависимость $A(\psi)$ похожа на функцию вида $\sin \Phi/\Phi$, если последнюю сильно "растянуть" для одних значений ψ и сильно "сжать" для других значений ψ . Казалось бы, поскольку у зависимости $A(\psi)$ всегда есть центральный лепесток, то у этого лепестка всегда должна быть какая-то угловая ширина $\Delta\psi$, и, следовательно, ситуация, когда $\Delta\psi = 0$, невозможна. Следует отметить, однако, что для геометрии, в которой возбуждается идеальный сверхнаправленный луч²⁶, зависимость $A(\psi)$ в дальней зоне имеет центральный лепесток, подобный δ -функции: у него есть максимум, равный 1, но *нет угловой ширины*, так как значения двух ближайших к основному максимуму нулей зависимости $A(\psi)$ стремятся друг к другу! При этом у такого луча, конечно же есть, *абсолютная ширина*, которая определяется размерами возбуждателя и сохраняется по мере распространения!

Обсудим поставленный вопрос ещё более упрощённо, акцентируя внимание на физическом смысле исследуемых явлений. Как отмечалось выше, относительная угловая ширина луча σ , характеризующая его дифракционную расходимость, в соответствии с формулой (5) может быть равна нулю в некоторых направлениях ψ (см. кривую 1 на рис. 5), в которых и возникает сверхнаправленное распространение волнового пучка. Поразмыслим логически, что же физически означает нулевая дифракционная расходимость или сверхнаправленное распространение волны? Фактически это означает отсутствие дифракции у волнового пучка при распространении в данном направлении! А что означает отсутствие дифракции? Это означает, что в данном направлении можно пользоваться законами геометрической оптики! Получается, что в анизотропных средах волновые процессы можно описывать в рамках геометрической оптики, когда волне, распространяющейся в данном направлении, соответствует $\sigma = 0$. Но, как известно, в рамках геометрической оптики луч и тень от объекта не расширяются и наблюдаются на бесконечно большом расстоянии. Поэтому, чисто теоретически, может существовать такое явление, как гиперразрешение, когда абсолютно нерасширяющийся луч (или тень) будет наблюдаться на бесконечно большом расстоянии от возбуждателя (от объекта). Возможно, дальнейшие исследования по распространению волн в анизотропных средах покажут, что существование этого явления ограничено какими-то расстояниями или физическими факторами (например, из-за учёта потерь) — на данный момент это не известно, поскольку исследования дифракции волн в анизотропных средах только начаты, причём основные результаты получены лишь для СВ, которые, кстати, благодаря сверхнаправленному распространению, удалось наблюдать на рекордных расстояниях от возбуждателя ~ 5 см!

К сожалению, мы вынуждены здесь завершить обсуждение. Хотя интересных вопросов осталось ещё много, но, чтобы ответить на них, необходимы дальнейшие исследования дифракции волн, в том числе, — в других анизотропных средах. Кроме того, как будет видно из

²⁵ К такому выводу можно также прийти на основе анализа картин распределения СВ, представленных на рис. 2 и 4 в работе [19], хотя в этой работе возникновение теней не обсуждается.

²⁶ Напомним, что в такой геометрии волновой вектор исходной волны, падающей на щель, направлен прямо в точку перегиба изочастотной зависимости волны, где $\partial\psi/\partial\varphi = 0$, причём в этой геометрии нет ничего необычного с точки зрения математики.

материала, изложенного в следующем разделе, даже для СВ есть ещё не решённые проблемы. В частности, оказывается не так-то легко установить, возбуждился ли у нас сверхнаправленный луч или квазисверхнаправленный луч (с малым значением $\sigma \ll 1$).

9. Причины, из-за которых экспериментальные и рассчитанные результаты немного различаются

Как отмечалось в разделе 3, определение параметров используемой плёнки ЖИГ проводилось на основе аппроксимации измеренной дисперсионной зависимости СВ аналогичной дисперсионной зависимостью, рассчитанной в магнитостатическом приближении. При проведении аппроксимации в качестве варьируемых параметров использовались толщина²⁷ и эффективная²⁸ намагниченность насыщения плёнки ЖИГ, а критерием наилучшего соответствия измеренной и рассчитанной зависимостей служил минимум среднеквадратичного отклонения дисперсионных кривых. Измерение дисперсионной зависимости поверхностной СВ проводилось для случая, когда возбуждающий преобразователь параллелен вектору \mathbf{H}_0 и наиболее эффективно возбуждаются СВ, имеющие векторы \mathbf{k} с ориентацией $\varphi = 0$. Для ряда фиксированных значений частоты f определялся соответствующий ряд экспериментальных значений k_y^e , т.е., фактически измерялась и аппроксимировалась зависимость $k_y^e(f, \varphi = 0)$. Аппроксимируя экспериментальную зависимость $k_y^e(f, \varphi = 0)$ рассчитанной зависимостью $k_y(f, \varphi = 0)$, можно в итоге найти значения толщины s и эффективной намагниченности $M_{\text{эф}}$, которые обычно считаются реальными параметрами ферритовой плёнки.

Однако, если мы измерим дисперсионную зависимость СВ при другом значении угла φ (т.е., при какой-нибудь произвольной ориентации преобразователя), а затем сравним эту зависимость с теоретической, рассчитанной на основе найденных значений s и $M_{\text{эф}}$, то мы увидим, что полученные зависимости стали хуже совпадать, чем это имело место при $\varphi = 0$, причём, чем больше значение φ , тем хуже совпадение кривых. Это несовпадение, естественно, отразится и на изочастотных зависимостях СВ: если наложить друг на друга экспериментальную и теоретическую изочастотные зависимости, то наилучшее совпадение, как уже отмечалось, будет наблюдаться в точках пересечения этих зависимостей с осью k_y (ведь именно для этих точек была выполнена аппроксимация), а с увеличением значений φ изочастотные кривые будут различаться все сильнее. Другими словами, мы увидели бы, что экспериментальные и теоретические изочастотные зависимости имеют немного разные асимптоты или углы отсечки, соответствующие

щие волнам с $k \rightarrow \infty$. Очевидно, что из-за этого рассчитанный и экспериментальный волновые векторы \mathbf{k} и \mathbf{k}^e , направленные под одинаковым углом φ , будут иметь разные модули, а соответствующие им рассчитанный и экспериментальный векторы групповой скорости \mathbf{V} и \mathbf{V}^e будут немного отличаться как модулями, так и ориентациями ψ и ψ^e (что и отражают обозначения этих величин на рис. 9).

Причиной наблюдаемых различий между экспериментальными и рассчитанными значениями характеристик СВ является определённое несовершенство используемых методик. К сожалению, в данный момент не существует методики, которая позволила бы проводить аппроксимацию одновременно всей экспериментальной дисперсионной поверхности СВ $f(k_y^e, k_z^e)$ (или $f(k^e, \varphi^e)$), чтобы в результате выполненной аппроксимации совпали бы и значения углов отсечки. По-видимому, при разработке такой методики помимо полей одноосной и кубической анизотропии, учитываемых в методиках [52, 53], необходимо будет использовать дополнительные параметры, описывающие ферритовую плёнку и СВ в ней. В связи с этим хотелось бы отметить, что описанный выше эффект сверхразрешения предоставляет замечательную возможность измерить с большой точностью углы ψ^{se} , которые соответствуют точкам перегиба изочастотной зависимости и описывают направления сверхнаправленного распространения СВ (причём эти углы измерять гораздо проще, чем углы отсечки, соответствующие СВ с $k \rightarrow \infty$). Измерение углов ψ^{se} может служить основой для создания новой, более точной методики по определению параметров ферритовой плёнки.

Существует ещё одна причина, из-за которой возникают различия между экспериментальными и рассчитанными значениями соответствующих характеристик СВ. Дело в том, что реальный возбуждающий преобразователь не является синфазным возбудителем: на частотах 2–3 ГГц при длине преобразователя $D \sim 5$ мм между его начальной и конечной точками возникает фазовый набег $\Delta\theta$ в несколько градусов, что отмечается ранее в работе [11]. Наличие фазового набега $\Delta\theta$ приводит к тому, что экспериментальный волновой вектор \mathbf{k}_{ex}^e , соответствующий наиболее эффективно возбуждающейся СВ, всегда немного отклонен от нормали к линии преобразователя. Поэтому угол φ_{ex} , определяющий ориентацию преобразователя, не равен углу φ_{ex}^e , который определяет ориентацию вектора \mathbf{k}_{ex}^e (что отражают обозначения этих величин на рис. 9), причём непросто определить набег $\Delta\theta(f) = \varphi_{ex} - \varphi_{ex}^e(f)$, чтобы учесть её при расчётах.

Отметим, что наличие фазового набега $\Delta\theta$ можно заметить и на экспериментальных дифракционных картинах. Очевидно, что если бы $\Delta\theta$ было равно нулю, то дифракционные картины на рис. 6а и 8а были бы зеркально симметричны относительно оси u . В действительности же картины на рис. 6а и 8а не строго симметричны относительно оси u (особенно эта несимметричность заметна на аналогичной картине, представленной на рис. 6 в [11]).

К сожалению, из-за того, что величина $\Delta\theta$ неизвестна, мы точно не знаем, возбуждился ли у нас в эксперименте волновой пучок с величиной σ точно равной нулю, или же σ только приближенно равна нулю.

Тем не менее, небольшие различия между экспериментальными и рассчитанными характеристиками СВ никак не влияют на достоверность возникновения эффекта сверхразрешения, которому посвящена данная работа.

²⁷ На первый взгляд может показаться, что толщину плёнки ЖИГ можно измерить, например, с помощью микроскопа. Однако, измеренная таким способом толщина будет включать в себя слой различных окислов на поверхности плёнки, которые, в общем-то, уже не обладают свойствами ЖИГ. Поэтому на основе аппроксимации можно определить более точное значение толщины плёнки.

²⁸ В действительности, в результате аппроксимации будет найдена не намагниченность насыщения $4\pi M_0$, а разность $M_{\text{эф}}$ между величиной $4\pi M_0$ и полем одноосной анизотропии H_a (подробнее см. [53]). В целях краткости изложения ниже мы будем называть эту разность $M_{\text{эф}}$ эффективной намагниченностью.

10. Заключение

В работе обсуждается возможность решения проблемы по преодолению дифракционного предела в анизотропных средах. С целью решения этой проблемы в работе впервые продемонстрировано возникновение эффекта сверхразрешения, при котором отчётливая, практически нерасширяющаяся тень от точечного объекта наблюдается на расстояниях, значительно (на 1–2 порядка) превышающих значения, полученные на основе критерия разрешимости Рэля.

В частности, в работе экспериментально и на основе численных расчётов исследована дифракция поверхностной спиновой волны с длиной λ на точечном объекте (сквозном отверстии диаметром d в ферритовой плёнке) при различных геометриях возбуждения этой волны линейным преобразователем для случаев $\lambda/d = 3,2$ и $\lambda/d = 5,54$. Обнаружено, что для геометрий, в которых исходная падающая волна является квазисверхнаправленной (т.е., характеризуется относительной угловой шириной луча $\sigma \lesssim 0,1$ и практически не имеет дифракционной расходимости), в результате дифракции волны на отверстии возникает новое физическое явление — сверхразрешение, при котором отчётливая тень от отверстия существует на значительном расстоянии $L \gg \lambda$, а наблюдаемое угловое разрешение d/L во много раз меньше углового разрешения, наблюдающегося для аналогичной геометрии в изотропных средах. Найдено, что для геометрий, в которых исходная падающая волна имеет большую дифракционную расходимость (и характеризуется величиной $\sigma \gtrsim 1,5$), сверхразрешающие эффекты возникают лишь при условии, что на изочастотной зависимости волны существуют либо точки перегиба (для которых $\sigma \sim 0$), соответствующие сверхнаправленному распространению волны, либо точки с минимальным значением кривизны изочастотной зависимости (для которых $\sigma \lesssim 0,1$), соответствующие квазисверхнаправленному распространению волны. Установлено, что независимо от исходных параметров падающей спиновой волны и геометрии её возбуждения сверхразрешающие эффекты — отчётливые тени от отверстия, формируемые возбуждающимися вторичными волнами — всегда возникают *только* в направлениях сверхнаправленного и квазисверхнаправленного распространения волны (с $\sigma \lesssim 0,1$), а не в направлении падающей волны.

Поскольку описываемые выше явления не могут быть объяснены на основе известного критерия разрешимости Рэля, в работе сформулирован новый критерий разрешимости, учитывающий зависимость дифракционной расходимости волны в анизотропной среде от пространственных направлений.

Использование принципа Бабине (в предположении, что этот принцип справедлив и в анизотропных средах) при анализе исследуемых дифракционных картин позволило найти как аналогичные, так и дополняющие друг друга объекты для исследуемых нами геометрий дифракции волн. В частности, было установлено, что в качестве возбудителя СВ линейный преобразователь длиной D является аналогом щели длиной D в непроницаемом экране для случая, когда падающая на щель волна имеет волновой вектор \mathbf{k}_0 , ориентированный нормально линии щели. Также было найдено, что указанные щель и преобразователь являются дополняющими объектами для параллельного им непрозрачного экрана длиной D , а

отверстие в ферритовой плёнке (при исследовании прошедших волн) является аналогом непрозрачного экрана (параллельного волновым фронтам падающей волны), воображаемая длина D_{im} которого перекрывает такую же область луча падающей волны, как и отверстие диаметром d . Предложенный критерий разрешимости и использование принципа Бабине позволили провести оценочные расчёты для всех полученных дифракционных картин и объяснить возникновение сверхнаправленных и сверхразрешающих эффектов.

Также в работе изложены причины, из-за которых возникают различия между измеренными и рассчитанными параметрами спиновых волн. В частности, отмечено, что одной из этих причин является отсутствие методики, которая позволила бы проводить аппроксимацию одновременно всей экспериментальной дисперсионной поверхности СВ и обеспечила бы не только совпадение рассчитанных и измеренных дисперсионных зависимостей, но и изочастотных зависимостей СВ. В связи с этим предложено использовать эффект сверхразрешения для измерения углов сверхнаправленного пространства СВ (что можно сделать с большой точностью) и использования их значений при проведении аппроксимации. Другой причиной наблюдаемых различий между измеренными и рассчитанными параметрами спиновых волн является несинфазность возбуждающего преобразователя, из-за чего волновой вектор СВ, возбуждающейся наиболее эффективно, всегда немного отклонён от нормали к линии преобразователя.

Полученные в работе результаты могут быть использованы для проведения оценочных расчётов на основе сформулированного критерия разрешимости с целью поиска геометрий, которые позволят реализовать сверхразрешающие эффекты, в других анизотропных средах, таких как феррит, антиферромагнетик, плазма, ионосфера Земли, одноосные оптические и акустические кристаллы, а также различные метаматериалы. Кроме того, в прикладном отношении использование эффекта сверхразрешения, по-видимому, позволило бы наблюдать объекты, размеры которых намного меньше длины волны.

Авторы признательны Иванову В.П. за изготовление отверстия в ферритовой плёнке, Анненкову А.Ю. за помощь в подготовке измерений и Хутиевой А.Б. за помощь в проведении численных расчётов.

Локк Э.Г. и Герус С.В. выполняли исследования, представленные в данной работе, в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, а Садовников А.В. — в рамках проекта РФФИ № 23-29-30027 (исследование распространения спиновых волн внутри феррита с неоднородным распределением внутренних полей методом микромагнитного моделирования).

Список литературы

1. Heintzmann R, Gustafsson M G L *Nature Photon.* **3** 362 (2009)
2. Zhuang X *Nature Photon.* **3** 365 (2009)
3. Hell S W, Schmidt R, Egner A *Nature Photon.* **3** 381 (2009)
4. Pendry J B, Smith D R *Phys. Today* **57** (6) 37 (2004)
5. Eleftheriades G V, Balmain K G (Eds) *Negative-Refractive Metamaterials. Fundamental Principles and Applications* (New York: Wiley, IEEE Press, 2005) DOI:10.1002/0471744751
6. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967); Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)
7. Локк Э Г *УФН* **178** 397 (2008); Lock E H *Phys. Usp.* **51** 375 (2008)
8. Локк Э Г *УФН* **182** 1327 (2012); Lock E H *Phys. Usp.* **55** 1239 (2012)

9. Локк Э Г *Радиотехника и электроника* **60** 102 (2015); Lokk E G *J. Commun. Technol. Electron.* **60** 97 (2015)
10. Локк Э Г *Изв. РАН. Сер. физическая* **81** 1104 (2017); Lock E H *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **81** 996 (2017)
11. Annenkov A Yu, Gerus S V, Lock E H *Europhys. Lett.* **123** 44003 (2018)
12. Annenkov A Yu, Gerus S V, Lock E H *EPJ Web Conf.* **185** 02006 (2018)
13. Martyshkin A A et al. *Phys. Rev. Applied* **22** 014037 (2024)
14. Вашковский А В и др. *Радиотехника и электроника* **32** 2295 (1987)
15. Вашковский А В и др. *Радиотехника и электроника* **33** 876 (1988)
16. Вашковский А В, Стальмахов А В, Шахназарян Д Г *Изв. вузов. Физика* (11) 67 (1988); Vashkovskii A V, Stal'makhov A V, Shakhnazaryan D G *Sov. Phys. J.* **31** 908 (1988)
17. Вашковский А В, Стальмахов В С, Шараевский Ю П *Магнито-статические волны в электронике сверхвысоких частот* (Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1993)
18. Veerakumar V, Camley R E *Phys. Rev. B* **74** 214401 (2006)
19. Gieniusz R et al. *Appl. Phys. Lett.* **102** 102409 (2013)
20. Pirro P et al. *Nature Rev. Mater.* **6** 1114 (2021)
21. Zhang Z et al. *Appl. Phys. Lett.* **115** 232402 (2019)
22. Chumak A V et al. *IEEE Trans. Magn.* **58** 0800172 (2022)
23. Sebastian T et al. *Front. Phys.* **3** 35 (2015)
24. Никитов С А и др. *УФН* **190** 1009 (2020); Nikitov S A et al. *Phys. Usp.* **63** 945 (2020)
25. Demidov V E et al. *Appl. Phys. Lett.* **105** 172410 (2014)
26. Никитов С А, Филимонов Ю А *Радиотехника и электроника* **70** 292 (2025)
27. Davies C S et al. *Appl. Phys. Lett.* **107** 162401 (2015)
28. Shiota Y et al. *Appl. Phys. Lett.* **116** 192411 (2020)
29. Дудко Г М и др. *ЖТФ* **92** 1151 (2022); Dudko G M et al. *Tech. Phys.* **67** 970 (2022)
30. Makartsou U et al. *Appl. Phys. Lett.* **124** 192406 (2024)
31. Хутиева А Б и др. *Изв. РАН. Сер. физическая* **85** 1542 (2021); Khutueva A B et al. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **85** 1205 (2021)
32. Swyt M S et al. *Appl. Phys. Lett.* **124** 112410 (2024)
33. Bloch F Z. *Phys.* **61** 206 (1930)
34. Ахизер А И, Барьяхтар В Г, Пелетминский С В *Спиновые волны* (М.: Наука, 1967); Пер. на англ. яз.: Akhiezer A I, Bar'yakhtar V G, Peletminskii S V *Spin Waves* (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1968)
35. Damon R W, Eshbach J R J. *Phys. Chem. Solids* **19** 308 (1961)
36. Гуревич А Г, Мелков Г А *Магнитные колебания и волны* (М.: Наука, 1994); Пер. на англ. яз.: Gurevich A G, Melkov G A *Magnetization Oscillations and Waves* (Boca Raton, FL: CRC Press, 1996)
37. Локк Э Г, Герус С В *УФН* **194** 1330 (2024); Lock E H, Gerus S V *Phys. Usp.* **67** 1257 (2024)
38. Вашковский А В и др. *Письма в ЖТФ* **12** 487 (1986)
39. Vlannes N P J. *Appl. Phys.* **61** 416 (1987)
40. Анненков А Ю, Герус С В *Радиотехника и электроника* **57** 572 (2012); Annenkov A Yu, Gerus S V *J. Commun. Technol. Electron.* **57** 519 (2012)
41. Borovik-Romanov A S, Kreines N M *Phys. Rep.* **81** 351 (1982)
42. Demidov V E et al. *Appl. Phys. Lett.* **90** 172508 (2007)
43. Demokritov S O, Demidov V E *IEEE Trans. Magn.* **44** 6 (2008)
44. Kruglyak V V, Demokritov S O, Grundler D J. *Phys. D* **43** 264001 (2010)
45. Sadovnikov A V et al. *Phys. Rev. B* **96** 144428 (2017)
46. Gubanov V A et al. *Phys. Rev. B* **107** 024427 (2023)
47. Bessonov V D et al. *Phys. Rev. B* **109** 024415 (2024)
48. Герус С В и др. *Изв. РАН. Сер. физическая* **86** 1642 (2022); Gerus S V et al. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **86** 1361 (2022)
49. Gerus S V, Annenkov A Yu, Lock E H *J. Magn. Magn. Mater.* **563** 169747 (2022)
50. Зубков В И, Локк Э Г, Щеглов В И *Радиотехника и электроника* **35** 1617 (1990); Zubkov V I, Lokk E G, Shcheglov V I *Sov. J. Commun. Technol. Electron.* **35** (13) 66 (1990)
51. Зубков В И и др. *ЖТФ* **59** (12) 115 (1989)
52. Вороненко А В, Герус С В, Красножен Л А *Микроэлектроника* **18** 61 (1989)
53. Вашковский А В, Локк Э Г, Щеглов В И *Физика твердого тела* **41** 2034 (1999); Vashkovskii A V, Lokk E G, Shcheglov V I *Phys. Solid State* **41** 1868 (1999)
54. Герус С В, Локк Э Г, Анненков А Ю *Радиотехника и электроника* **66** 1216 (2021); Gerus S V, Lock E H, Annenkov A Yu *J. Commun. Technol. Electron.* **66** 1378 (2021)
55. Хутиева А Б, Садовников А В, Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ, 2020666510 от 10.12.2020
56. Demidov V E et al. *Phys. Rev. B* **77** 064406 (2008)
57. Прохоров А М (Гл. ред.) *Физическая энциклопедия* Т. 3 (М.: Большая Российская энциклопедия, 1992)
58. Прохоров А М (Гл. ред.) *Физическая энциклопедия* Т. 2 (М.: Большая Российская энциклопедия, 1992)
59. Crawford F S (Jr.) *Berkeley Physics Course* Vol. 3 *Waves* (New York: McGraw-Hill, 1968)
60. Борн М, Вольф Э *Основы оптики* (М.: Наука, 1970); Пер. с англ. яз.: Born M, Wolf E *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press, 1969)
61. Локк Э Г, Герус С В *Радиотехника и электроника* **68** 884 (2023); Lock E H, Gerus S V *J. Commun. Technol. Electron.* **68** 971 (2023)
62. Марков Г Т, Петров Б М, Грудинская Г П *Электродинамика и распространение радиоволн* (М.: Советское радио, 1979)

Superresolution effect and resolvability criterion for the waves in anisotropic media

E.H. Lock^(1,a), S.V. Gerus^(1,b), A.V. Sadovnikov^(2,c)

⁽¹⁾ Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, prosp. Vvedenskogo 1, 141190 Fryazino, Moscow region, Russian Federation

⁽²⁾ Chernyshevskii Saratov State University, ul. Astrakhanskaya 83, 410071 Saratov, Russian Federation
E-mail: ^(a) edwin@fireras.su, ^(b) svg318@ire216.msk.su, ^(c) sadovnikovav@gmail.com

The possibility of solving the problem of overcoming the diffraction limit in anisotropic media is discussed. Experimentally and theoretically demonstrated the occurrence of the superresolution effect, in which a distinct shadow from a point object is observed at distances much larger than the values obtained from the Rayleigh resolvability criterion. In particular, on the example of diffraction of spin waves with wavelength λ , the possibility of a distinct shadow from a through-hole in a ferrite film with diameter $d < \lambda$ at a distance $L \gg \lambda$ has been proved. It is established that superdirectional wave propagation and super-resolving shadow from the object arise in the direction of the normal to the isofrequency dependence of the wave at the inflection point. The criterion of resolvability is formulated, which makes it possible to carry out evaluation calculations for waves in anisotropic media and confirms the possibility of super-directional and superresolution effects in them.

Keywords: diffraction, spin wave, superresolution effect, superdirectional wave propagation, criterion of resolvability

PACS numbers: 41.20.Gz, 41.20.Jb, 42.25.Fx, **75.70. - i**

Bibliography — 62 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **196** (4) 403–421 (2026)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2026.03.040105>

Received 16 April 2025, revised 28 January 2026

Physica – Uspekhi **69** (4) (2026)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2026.03.040105>