

Интегральные адрон-ядерные сечения

А.В. Багуля, В.М. Гришин, В.Н. Иванченко

Адрон-ядерные сечения определяют развитие адронных ливней в веществе. В данной работе приводятся методы описания сечений в пакете программ Geant4, который является основным инструментом моделирования методом Монте-Карло экспериментов на Большом адронном коллайдере (БАК). Точность моделирования адронных процессов вносит вклад в систематические ошибки конечных измерений этих экспериментов. Для других приложений, включая моделирование на коллайдере NICA, обсуждаются методы параметризации адронных сечений, оценивается точность сечений в пакете программ Geant4. Показано, что используемые параметризации применимы во всём диапазоне энергий от порога до сверх-высоких энергий на любых материалах, используемых в физических установках.

Ключевые слова: Geant4, адрон, нуклон, ядро, сечение

PACS numbers: 02.70. –с, 02.70.Uu, 13.85.Lg

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.09.040030>

Содержание

1. Введение (115).
 2. Модели интегральных сечений (116).
 - 2.1. Адрон-нуклонные сечения. 2.2. Адрон-ядерные сечения в пакете Geant4. 2.3. Программная реализация.
 3. Сравнение с экспериментом (118).
 - 3.1. Адрон-нуклонные сечения. 3.2. Адрон-ядерные сечения.
 4. Обсуждение (122).
 5. Заключение (123).
- Список литературы (123).

1. Введение

Расчёт адрон-нуклонных и адрон-ядерных сечений, в частности интегральных, имеет большое значение для приложений в физике элементарных частиц, ядерной физике и ядерной медицине. Интегральные адрон-нуклонные и адрон-ядерные сечения определяют длину свободного пробега адрона относительно сильного взаимодействия соответственно с нуклоном и ядром. Помимо приложения к расчёту параметров адронных калориметров они используются для построения конечного состояния в каскадных и струнных моделях.

Интегральные адрон-нуклонные/ядерные сечения, будучи одной из основных характеристик сильного взаимодействия, активно обсуждались в литературе (см. обзоры

в УФН [1–3] и ЭЧАЯ [4], а также приведённые там ссылки). Существенным шагом к построению практических моделей интегральных адрон-нуклонных/ядерных сечений послужила статья Б.З. Копелиовича [5], в которой дифракционная теория Р. Глаубера [6] многократного рассеяния налетающего адрона в ядре была связана с поправкой В.Н. Грибова [7] на эффект неупругого экранирования. Оказалось, что формализм, развитый в [5], можно упростить таким образом, что конечным результатом является универсальная практическая модель, описывающая почти полный набор интегральных адрон-ядерных сечений в широких диапазонах энергии адрона и атомного веса ядра (см. раздел 2.2.2).

С экспериментальной точки зрения интегральные адрон-нуклонные и адрон-ядерные сечения обсуждались соответственно в периодических обзорах группы данных элементарных частиц (PDG [8]) и монографии В.С. Барашенкова и В.Д. Тонеева [9].

Программный пакет Geant4 [10–12] предназначен для моделирования методом Монте-Карло прохождения проникающих излучений через материалы, организованные в сложные геометрические конструкции. Данный пакет широко используется в физике высоких энергий, ядерной и ускорительной физике, а также в исследованиях космоса и медицины. Одним из приоритетов Geant4 является обеспечение моделирования для экспериментов на БАК. Интегральные сечения адрон-нуклонных/ядерных взаимодействий существенно влияют на точность описания адронных ливней в калориметрах, а также адронных взаимодействий в геометрии тонкой мишени.

Исторически первой моделью интегральных ядерных сечений [10] в Geant4 была модель на основе параметризации, разработанной в программном пакете GHEISHA [13] (LHEP-модель). Затем для нуклонов и пионов были реализованы эмпирические параметризации [14] (ANPW-модель) и более продвинутые пара-

А.В. Багуля^{(1,2,*), В.М. Гришин^{(1), В.Н. Иванченко⁽²⁾}}

⁽¹⁾ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Томский государственный университет, просп. Ленина 36, 634050 Томск, Российская Федерация
E-mail: ^(*) bagulyaav@lebedev.ru

Статья поступила 16 июня 2025 г.

метризации В.С. Барашенкова [15, 16]. Преимуществом предложенного позже подхода кирального фазового пространства конечного состояния, CHIPS-модели [17], было более точное моделирование интегральных и дифференциальных адрон-нуклонных сечений в резонансной области. Параметризации в модели CHIPS для адрон-нуклонных взаимодействий были скорректированы для лучшего соответствия с упрощённой моделью Глаубера–Грибова [18] (GG-модель), описывающей интегральные адрон/ядро-ядерные сечения.

На низких энергиях используются сечения на основе мировых баз данных. Для моделирования прохождения нейтронов в веществе применяется подпакет HP (High Precision). Парциальные сечения упругого, неупругого рассеяния, поглощения и деления ядер в последних версиях Geant4 основаны на базе данных JEFF-3.3 [25]. В отличие от параметризаций В.С. Барашенкова, приготовленных для элементов и состоящих из натуральных композиций изотопов, в данных для HP все сечения приведены для отдельных изотопов. Данные имеются для интервала энергий 10^{-6} эВ – 20 МэВ. Для моделирования упругого рассеяния тепловых нейтронов применяются молекулярные сечения рассеяния [26]. Подпакет HP был расширен [12] путём добавления неупругих сечений протонов и лёгких ионов для энергий ниже 200 МэВ с использованием базы данных TENDL – 2023 [28].

Поскольку операции с данными HP довольно медленные, был разработан метод преобразования HP сечений в компактную внутреннюю базу данных XS [27], в которой имеются сечения на элементах и изотопах. Эти сечения используются в Geant4 для нейтронов по умолчанию. Сечения неупругих взаимодействий протонов, дейтронов, тритонов и ядер гелия могут быть использованы, если требуются для определённого приложения.

Впоследствии в Geant4 [12] был разработан обобщённый метод описания сечений для всех адронов и любых энергий, в настоящее время наиболее часто применяемый. Адрон-ядерные сечения строятся на основе параметризаций В.С. Барашенкова и модели Глаубера–Грибова, заново развитой в Geant4, которая базируется на параметризации адрон-нуклонных сечений, измеренных с хорошей точностью для протонов, пионов и каонов. Эти сечения используются для параметризации сечений и других адронов.

Разрабатываемый изначально для приложений в физике высоких энергий, в частности для экспериментов на БАК, пакет Geant4 нашёл широкое применение в ядерной физике, медицине и исследованиях космоса. При этом разработчикам ставились всё более общие задачи описания физических процессов в широком интервале энергий, для адронных процессов от нескольких МэВ до сотен ТэВ и в материалах с атомным номером в интервале 1 – 100. В настоящем обзоре обсуждается современное состояние моделей интегральных адрон-нуклонных/ядерных сечений, результат более чем 25-летнего развития программного пакета Geant4. Модельные расчёты сравниваются с экспериментальными данными.

2. Модели интегральных сечений

2.1 Адрон-нуклонные сечения

2.1.1. Нуклон-нуклонные и мезон-нуклонные сечения. Для нуклонов, пионов и каонов используются прямые аппро-

ксимации экспериментальных данных. Параметризация выполнена в терминах

$$x = \ln \left(\frac{P}{P_0} \right),$$

где P — импульс адрона, а $P_0 = 1$ ГэВ [17]. Зависимости интегральных полных, неупругих и упругих сечений от импульса адрона можно разделить на три области: низких энергий, резонансов и высоких энергий. В областях низких энергий и резонансов используются функции Брейта–Вигнера для резонансов и полиномы для описания фона. Брейт-вигнеровские пики несколько сглаживаются для лучшего соответствия с GG-моделью.

Экспериментальные данные показывают релятивистский рост адрон-нуклонных сечений при энергиях выше ~ 100 ГэВ. Рост сечений связан с открытием всё новых каналов неупругих взаимодействий, в частности, образования пар новых тяжёлых частиц. Однако этот рост ограничен условием унитарности и с дальнейшим увеличением энергии при определённом значении поперечного прицельного параметра прекращается. Остаётся рост радиуса взаимодействия. Его возможным механизмом, следующим из квантовой хромодинамики, является релятивистский рост радиуса адрона вследствие диффузии партона в пространстве прицельных параметров из-за испускания всё более медленных партонов в диаграммах типа гребёнки [3]. Такой механизм приводит к логарифмическому росту интегральных сечений как функции суммарной энергии в центре масс адрона и нуклона. Поэтому в области высоких энергий выше ~ 30 ГэВ используются параметризации, рекомендованные группой PDG [8], вид которых как раз отвечает указанному механизму. Конкретный численный вид параметризаций и численные значения параметров можно найти в программных реализациях пакета Geant4 (см. раздел 2.3). Эти параметризации используются в большинстве "физических листов" (наборов физических процессов и частиц) пакета Geant4.

2.1.2. Сечения для тяжёлых барионов/мезонов на нуклонах. Основываясь на рассуждении об упрощённой кварковой аддитивности [19, 20], можно предположить, что относительный вклад лёгких кварков, $\langle \bar{u}, \bar{d} \rangle$, в полное протон-протонное сечение, $\sigma_{\text{tot}}^{\text{pp}}$, приблизительно равен, $\sigma_u \sim \sigma_d = \sigma_{\text{tot}}^{\text{pp}}/3$, т.е. $\langle \bar{u}, \bar{d} \rangle = 1/3$. Тогда для барионов с одним s-кварком (Λ, Σ):

$$\tilde{s} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0,88, \quad \tilde{s} \simeq 0,21, \quad (1)$$

где $\tilde{s}$ — относительный вклад s-кварка в сечение, а величина 0,88 является экспериментально измеренным средним отношением интегральных полных Λ –p и p–p сечений в области энергий 10–1000 ГэВ. Для барионов с двумя s-кварками (Ξ) имеем:

$$2\tilde{s} + \frac{1}{3} = 0,76, \quad (2)$$

с удовлетворительным согласием с экспериментальными данными [21] (табл. 1). Видна слабая зависимость относительного вклада кварка в интегральное сечение от отношения его массы к массе лёгкого кварка, $m_s/m_{(u,d)} \simeq 25$, где m_s — масса s-кварка а $m_{(u,d)}$ — средняя масса u- и d-кварков. Тогда для простоты

Таблица 1. Сравнение полных сечений $\Xi^- - p$ Geant4, отвечающих кварковой аддитивности, с экспериментальными данными [21] ($\sigma_{\text{tot}}^{\Xi^- p} / \sigma_{\text{tot}}^{\text{pp}} = 0,76$)

Расчётные и экспериментальные отношения $\sigma_{\text{tot}}^{\Xi^- p} / \sigma_{\text{tot}}^{\text{pp}}$		
Ξ^- импульс, ГэВ/с	$\sigma_{\text{tot}}^{\Xi^- p} / \sigma_{\text{tot}}^{\text{pp}}$ (Geant4)	$\sigma_{\text{tot}}^{\Xi^- p} / \sigma_{\text{tot}}^{\text{pp}}$ (эксперимент)
101,5	0,76	0,758
133,8	0,76	0,759

Таблица 2. Зависимость отношения полных сечений гиперон–протон (Hp) к сечению протон–протон, отвечающих кварковой аддитивности, от числа тяжёлых кварков

Зависимость $\sigma_{\text{tot}}^{\text{Hp}} / \sigma_{\text{tot}}^{\text{pp}}$ от числа тяжёлых кварков			
Число/аромат	1	2	3
странность	0,88 (Λ)	0,76 (Ξ)	0,64 (Ω)
очарование	0,784	0,569	0,353
красота	0,74	0,481	0,222

можно предположить линейную зависимость относительного вклада от логарифма отношения масс кварков:

$$\langle \tilde{u}, \tilde{d} \rangle, \tilde{s}, \tilde{c}, \tilde{b} = \frac{1}{3} + a \ln \frac{m_{\langle u, d \rangle, s, c, b}}{m_{\langle u, d \rangle}}, \quad (3)$$

для s-кварка соответственно,

$$\tilde{s}: 0,21 = 0,33 + a \ln(25). \quad (4)$$

Последнее уравнение определяет коэффициент a . Из соотношения (3) можно получить относительные вклады с- и b-кварков, показанные в табл. 1 и 2. Тогда интегральные сечения рассеяния тяжёлых барионов/мезонов на нуклонах можно получить из известных сечений нуклон/мезон-нуклон путём введения простых поправочных коэффициентов (или их комбинации), приведённых в табл. 2. Соотношение (3) ещё ждёт своего подтверждения или опровержения экспериментом в процессах с вовлечением с- и b-кварков.

2.2. Адрон-ядерные сечения в пакете Geant4

2.2.1. Оптическая модель. Интерполяции В.С. Барашенкова [15, 16] (В-модель) для интегральных полных и неупругих нуклон/пион-ядерных сечений существенно используют параметризацию квазиоптической модели в области кинетических энергий адрона $T > 10$ МэВ и феноменологическое предположение, что сечение $\sigma \sim \pi r_0^2 A^{2/3}$, с поправками ($r_0 \sim 1$ фм). Для интерполяции экспериментальных данных по полному, неупругому и упругому сечениям используется выражение:

$$\sigma(T, A) = \pi [r_0 A^{1/3} + \lambda(T, A)]^2 f(T) \phi(A)^{\alpha(T)}, \quad (5)$$

где λ — длина волны де Бройля налетающего адрона в системе центра масс адрон-ядро, T — кинетическая энергия адрона в лабораторной системе, A — атомный вес ядра, а $r_0 \sim 1$ фм отвечает радиусу нуклона. Функции $f(T)$, $\phi(A)$ и $\alpha(T)$ представляются рядами типа:

$$\sum_i a_i T^{b_i}, \quad \sum_i a_i A^{b_i}. \quad (6)$$

Главным недостатком оптической модели является предсказание постоянного сечения для очень больших (> 100 ГэВ) энергий. Введение релятивистского роста радиуса нуклона, $r_0(T)$, переоценивает возрастание интегральных адрон-ядерных сечений. Это основной аргумент в пользу практического использования модели Глаубера для описания адрон-ядерных сечений в области энергий больше 100 ГэВ.

2.2.2. Упрощённая модель Глаубера–Грибова. В рамках упрощённой (гауссово распределение точечных нуклонов в ядре) модели Глаубера–Грибова (с введением поправки на экранирование вследствие неупругого взаимодействия) интегральные сечения описываются следующими соотношениями [18]:

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{hA}} = 2\pi R^2 \ln \left[1 + \frac{A\sigma_{\text{tot}}^{\text{hN}}}{2\pi R^2} \right], \quad \sigma_{\text{in}}^{\text{hA}} = \pi R^2 \ln \left[1 + \frac{A\sigma_{\text{tot}}^{\text{hN}}}{\pi R^2} \right], \quad (7)$$

$$\sigma_{\text{prod}}^{\text{hA}} = \pi R^2 \ln \left(1 + \frac{A\sigma_{\text{in}}^{\text{hN}}}{\pi R^2} \right), \quad \sigma_{\text{el}}^{\text{hA}} = \sigma_{\text{tot}}^{\text{hA}} - \sigma_{\text{in}}^{\text{hA}}, \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{qe}}^{\text{hA}} = \sigma_{\text{in}}^{\text{hA}} - \sigma_{\text{prod}}^{\text{hA}},$$

$$\sigma_{\text{sd}}^{\text{hA}}(\text{hA} \rightarrow \text{XA}) = \pi R^2 [\alpha - \ln(1 + \alpha)],$$

$$\alpha = \frac{A\sigma_{\text{tot}}^{\text{hN}}}{2\pi R^2 + A\sigma_{\text{tot}}^{\text{hN}}}. \quad (9)$$

Здесь $\sigma_{\text{tot}}^{\text{hA}}$ и $\sigma_{\text{in}}^{\text{hA}}$ — соответственно интегральное полное и неупругое сечения сильного взаимодействия адрона с ядром, содержащим A нуклонов. Сечение реакции — $\sigma_{\text{prod}}^{\text{hA}}$, а сечения $\sigma_{\text{el}}^{\text{hA}}$ и $\sigma_{\text{qe}}^{\text{hA}}$ соответственно отвечают упругому и квазиупругому (развал ядра с испусканием нуклонов) каналам. Сечение $\sigma_{\text{sd}}^{\text{hA}}$ можно приблизительно связать с каналом одночастичной (налетающего адрона) диссоциации. Сечения $\sigma_{\text{tot}}^{\text{hA}}$ и $\sigma_{\text{in}}^{\text{hA}}$ существенно зависят от полных адрон-нуклонных сечений, $\sigma_{\text{tot}}^{\text{hN}}$, тогда как сечение реакции, процесса с образованием новых адронов, естественно определяется неупругим адрон-нуклонным сечением, $\sigma_{\text{in}}^{\text{hN}}$. Радиус R отвечает среднеквадратичному отклонению пространственного (гауссова) распределения нуклонов внутри ядра и может до некоторой степени рассматриваться как свободный параметр модели. Этот параметр близок к выражению $r_0 A^{1/3}$, $r_0 \sim 0,9 - 1,1$ фм. Последняя величина отличается от значения зарядового радиуса протона ($\sim 0,7$ фм), рекомендованного в [22]. Отличие, вероятно, связано с влиянием на величину r_0 сильного взаимодействия. Для лёгких ядер, однако, R может быть принят равным экспериментально измеряемому радиусу распределения заряда в ядре, что ещё ждёт своего теоретического объяснения.

Основное преимущество GG-модели, помимо удобного аналитического представления почти полного набора интегральных сечений, состоит в предсказании слабого релятивистского возрастания сечений при энергиях падающего адрона выше 100 ГэВ из-за соответствующего, хотя и логарифмически ослабленного, роста сечений $\sigma_{\text{tot}}^{\text{hN}}$ и $\sigma_{\text{in}}^{\text{hN}}$. В настоящее время оптическая модель используется в пакете Geant4 для нуклонов и пионов в диапазоне энергий 0,01–90 ГэВ, тогда как GG-модель применяется для более высоких энергий. Для остальных адронов во всём диапазоне выше 10 МэВ применяется GG-модель.

2.3. Программная реализация

Эмпирические параметризации для интегральных адрон-нуклонных сечений содержатся в Geant4 C++ классе G4HadronNucleonXsc. GG-модель программно реализована в классах:

- G4ComponentGGHadronNucleonXsc,
- G4BGGNucleonInelasticXS,
- G4BGGNucleonElasticXS,
- G4BGGPionInelasticXS,
- G4BGGPionElasticXS,

где первый класс реализует GG-модель, остальные отвечают за комбинирование оптической и GG-модели (BGG-модель), причём её свободный параметр R немного (не более 3 %) корректируется так, чтобы сечения были равны при энергии падающего адрона 91 ГэВ. Некоторое число интерфейсных классов поддерживает включение CHIPS-модели. Все эти классы находятся в подразделе source/processes/hadronic/cross_sections программного пакета Geant4.

3. Сравнение с экспериментом

3.1. Адрон-нуклонные сечения

На рисунках 1–4 показаны интегральные полные нуклон-нуклонные и пион-нуклонные сечения в зависимости от импульса падающего адрона. Кривые — Geant4 параметризации, точки — компиляция экспериментальных данных [8]. Для положительных адронов, взаимодействующих с протоном при малых энергиях, $T < 1$ МэВ, сечения поправляются на отталкивающий кулоновский барьер [23], отражающий растущий вклад кулоновского электромагнитного взаимодействия при малых энергиях.

На рисунках 5–7 показаны зависимости интегральных каон-нуклонных сечений от импульса каона. Кривые — Geant4 параметризации, точки — компиляция экспериментальных данных [8]. На рисунке 8 показаны интегральные полные сечения Λ -частицы и Σ^- -гиперона на протоне в зависимости от импульса адрона (Λ , Σ^-). Кривая отвечает интегральному полному протон-протонному сечению, умноженному на поправочный коэф-

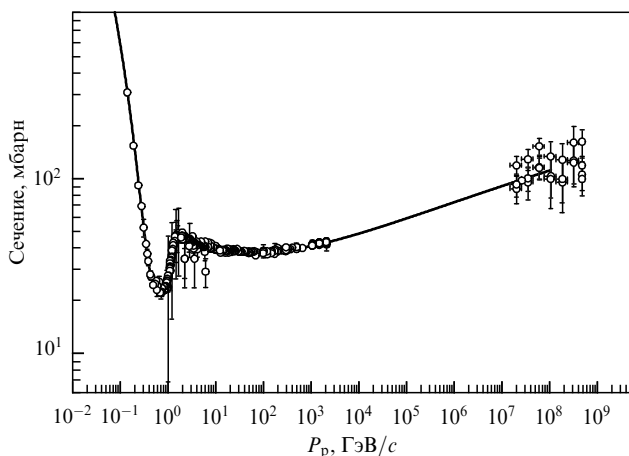


Рис. 1. Зависимость интегрального полного протон-протонного сечения от импульса протона в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4, точки — компиляция экспериментальных данных [8].

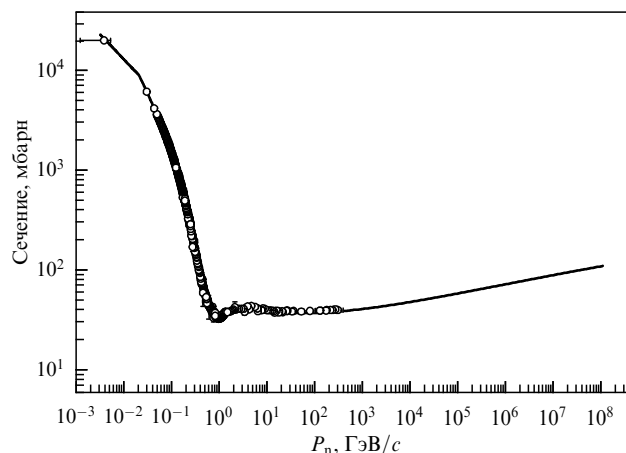


Рис. 2. Зависимость интегрального полного нейтрон-протонного сечения от импульса нейтрона в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4, точки — компиляция экспериментальных данных [8].

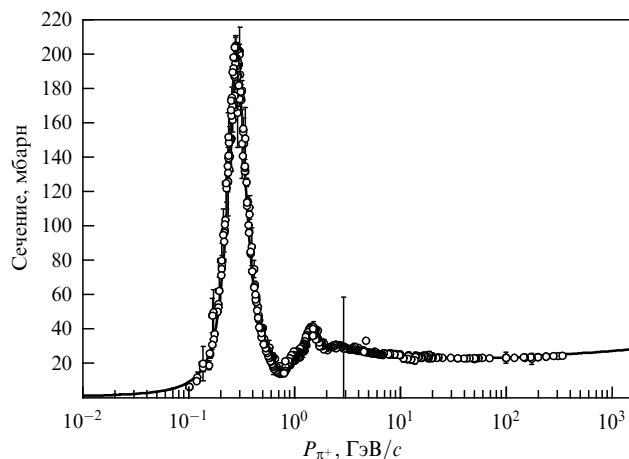


Рис. 3. Зависимость интегрального полного π^+ -протонного сечения от импульса π^+ в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4, точки — компиляция экспериментальных данных [8].

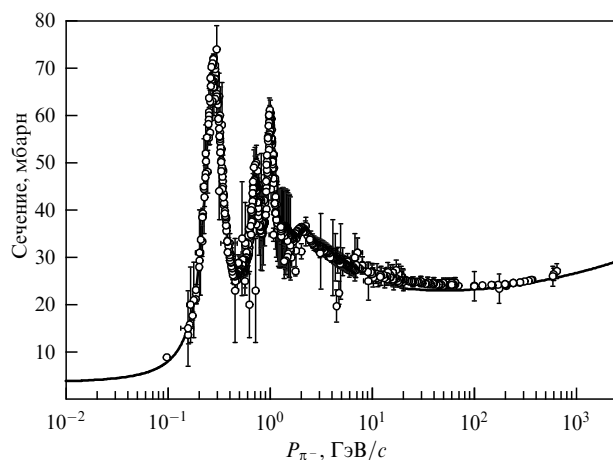


Рис. 4. Зависимость интегрального полного π^- -протонного сечения от импульса π^- в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4, точки — компиляция экспериментальных данных [8].

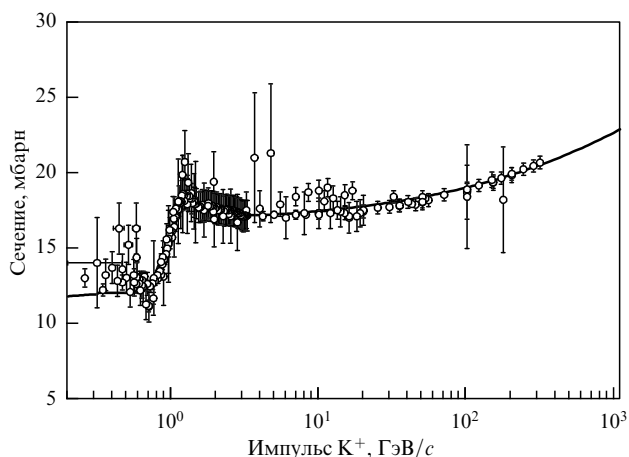


Рис. 5. Зависимость интегрального полного K^+ -протонного сечения от импульса K^+ в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4, точки — компиляция экспериментальных данных [8].

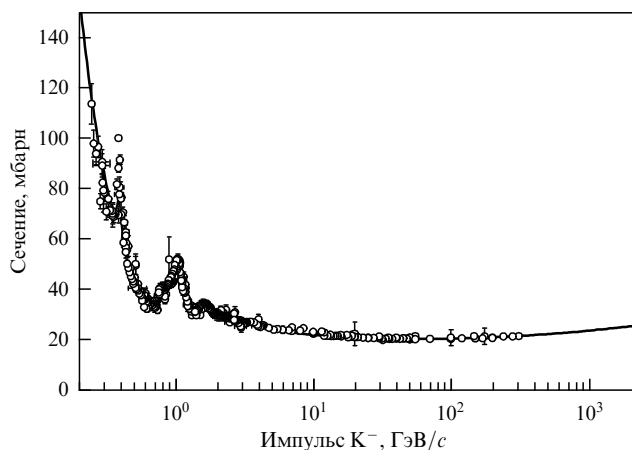


Рис. 6. Зависимость интегрального полного K^- -протонного сечения от импульса K^- в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4, точки — компиляция экспериментальных данных [8].

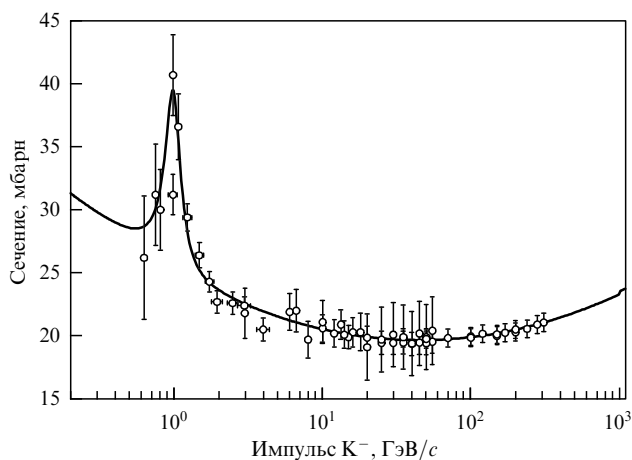


Рис. 7. Зависимость интегрального полного K^- -нейтронного сечения от импульса K^- в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4, точки — компиляция экспериментальных данных [8].

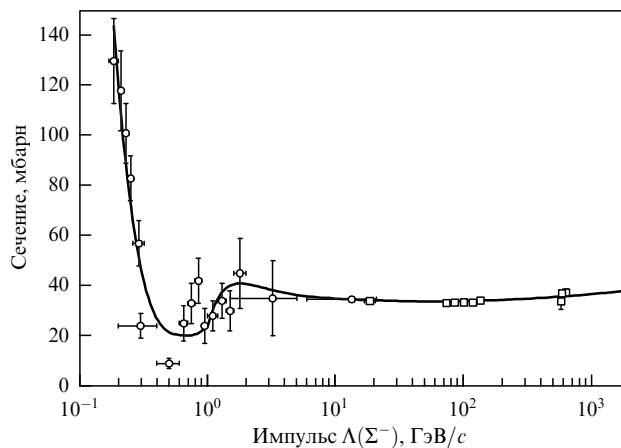


Рис. 8. Зависимость комбинированного $\Lambda(\Sigma^-)$ -р сечения от импульса $\Lambda(\Sigma^-)$ в лабораторной системе отсчёта. Кривая — параметризация Geant4 для полного протон-протонного сечения, умноженного на 0,88, точки — компиляция экспериментальных данных [8]: открытые кружки — Λ -р, открытые квадраты — Σ^- -р.

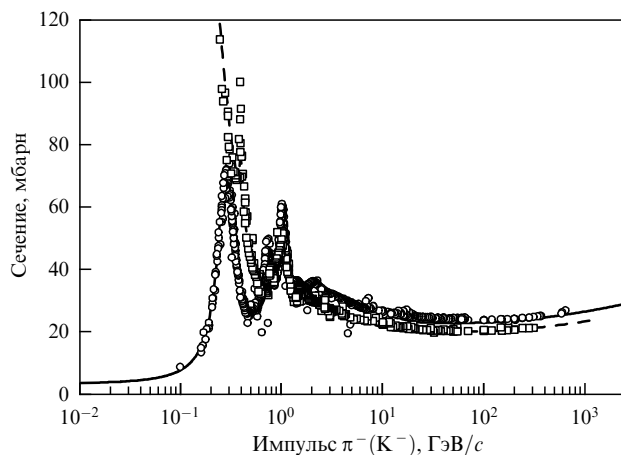


Рис. 9. Зависимости интегральных полных $\pi^-(K^-)$ -р сечений от импульса мезона в лабораторной системе отсчёта. Кривые отвечают параметризациям пакета Geant4: сплошная — π^- -р, штриховая — K^- -р. Точки — компиляция экспериментальных данных [8]: открытые кружки — π^- -р, открытые квадраты — K^- -р.

фициент 0,88 (именно эта величина, отражающая существенное подобие нуклонного и гиперонных сечений, предположительно, определяет относительный вклад s-кварка). Экспериментальные точки — компиляция экспериментальных данных [8] для Λ -частицы (открытые кружки) и Σ^- -гиперона (открытые квадраты). На рисунке 9 показаны зависимости интегральных полных сечений отрицательных пионов и каонов на протоне от импульса мезона. Кривые — Geant4 параметризации, точки — компиляция экспериментальных данных [8]. Отношение сечений при энергиях больше 5 ГэВ равно 0,82 в соответствии с подходом на основе кварковой аддитивности, $(\bar{s} + 1/3)/(2/3) \simeq 0,82$.

3.2. Адрон-ядерные сечения

На рисунках 10–12 показаны зависимости соответственно интегральных неупругих сечений протона на ядрах углерода, алюминия и свинца от кинетической энергии протона. Кривые — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9, 24]. Заметим, что

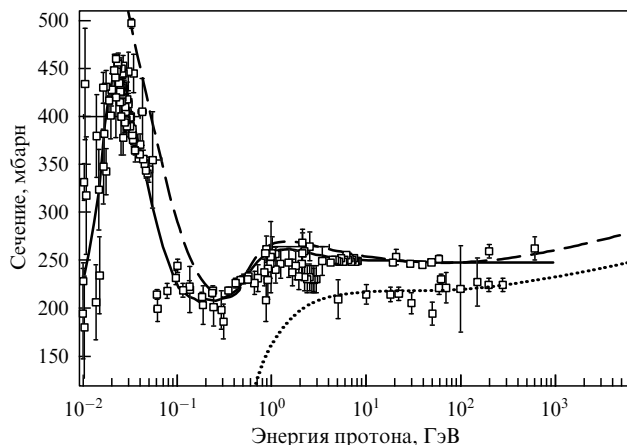


Рис. 10. Зависимость интегрального неупругого сечения рассеяния протона на ядрах углерода от кинетической энергии протона в лабораторной системе отсчёта. Кривые: сплошная — В-модель, штриховая — GG-модель, пунктирная — GG-модель для сечения реакции. Точки — компиляция экспериментальных данных [9, 24].

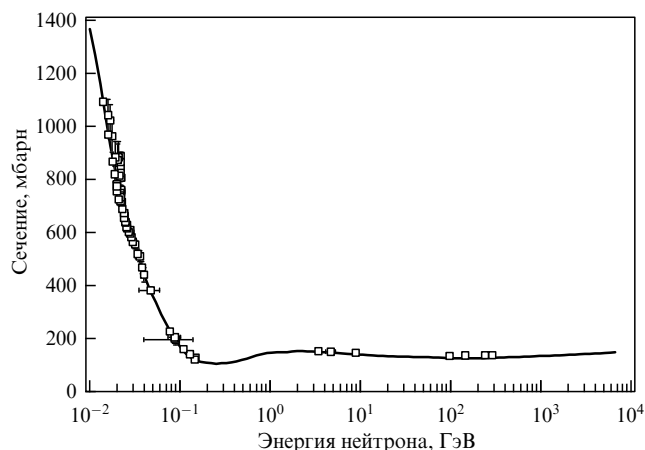


Рис. 13. Зависимость интегрального полного сечения рассеяния нейтрона на ядрах гелия от кинетической энергии нейтрона в лабораторной системе отсчёта. Кривая — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9, 24].

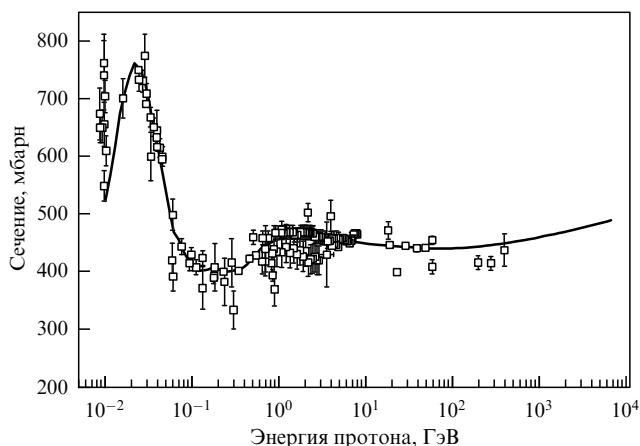


Рис. 11. Зависимость интегрального неупругого сечения рассеяния протона на ядрах алюминия от кинетической энергии протона в лабораторной системе отсчёта. Кривая — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9, 24].

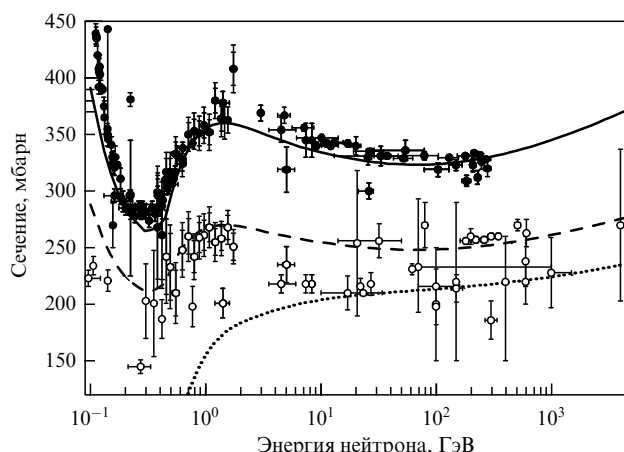


Рис. 14. Зависимости интегральных полного, неупругого сечений рассеяния и сечения реакции нейтрона на ядрах углерода от кинетической энергии нейтрона в лабораторной системе отсчёта. Кривые отвечают GG-модели: сплошная — полное сечение, штриховая — неупругое и пунктирная — сечение реакции. Точки — компиляция экспериментальных данных [9, 24] для полного сечения (чёрные кружки) и для неупругого (светлые кружки).

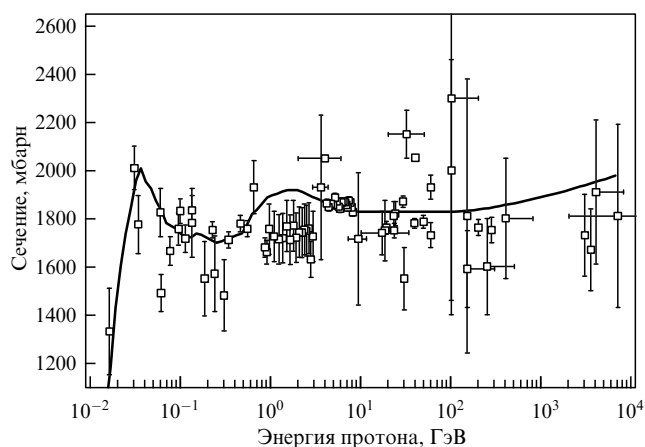


Рис. 12. Зависимость интегрального неупругого сечения рассеяния протона на ядрах свинца от кинетической энергии протона в лабораторной системе отсчёта. Кривая — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9, 24].

на рис. 10 показаны по отдельности В-модель (сплошная линия) и GG-модель для неупругого сечения (штриховая линия) и сечения реакции (пунктирная линия). Видно, что В-модель предсказывает постоянное сечение при энергиях протона больше 100 ГэВ, тогда как GG-модель в этой области показывает слабое релятивистское возрастание в соответствии с экспериментальными данными. Ряд экспериментальных точек (светлые квадраты) скорее отвечают сечению реакции, что видно по проходящей через них пунктирной линии.

Аналогичные кривые для взаимодействия нейтронов (полные сечения) с ядрами гелия, углерода и свинца показаны на рис. 13–15. На рисунке 14 показаны также неупругое сечение (штриховая линия) и сечение реакции (пунктирная линия) согласно GG-модели. Точки отвечают экспериментальным данным: полное сечение — чёрные кружки, неупругое сечение — светлые кружки. GG-модель находится в удовлетворительном согласии

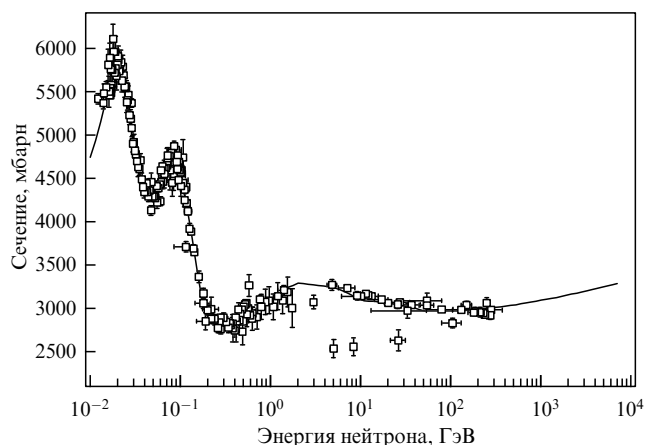


Рис. 15. Зависимость интегрального полного сечения рассеяния нейтрона на ядрах свинца от кинетической энергии нейтрона в лабораторной системе отсчёта. Кривая — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9, 24].

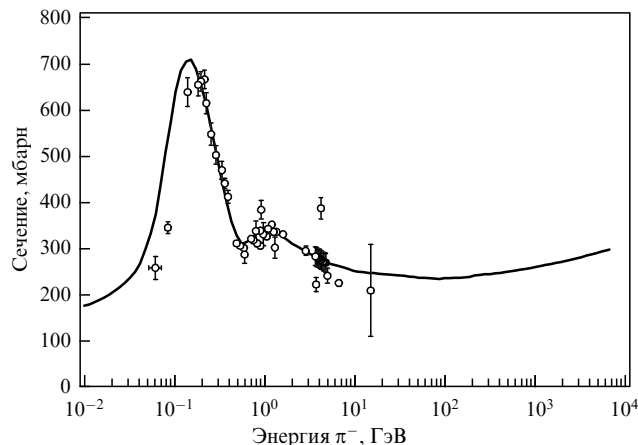


Рис. 17. Зависимость интегрального полного сечения рассеяния π^- на ядрах углерода от кинетической энергии π^- в лабораторной системе отсчёта. Кривая — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9].

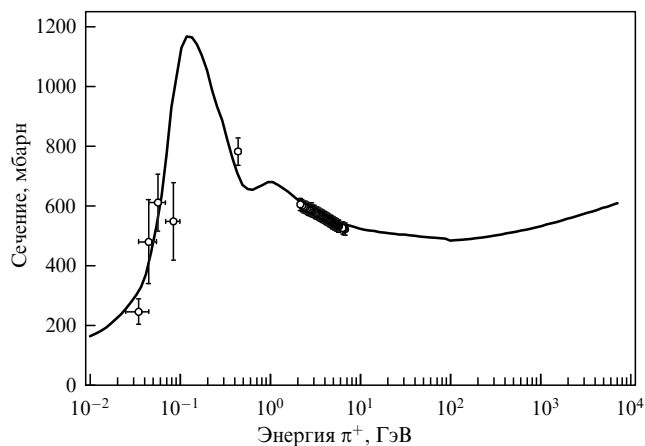


Рис. 16. Зависимость интегрального полного сечения рассеяния π^+ на ядрах алюминия от кинетической энергии π^+ в лабораторной системе отсчёта. Кривая — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9].

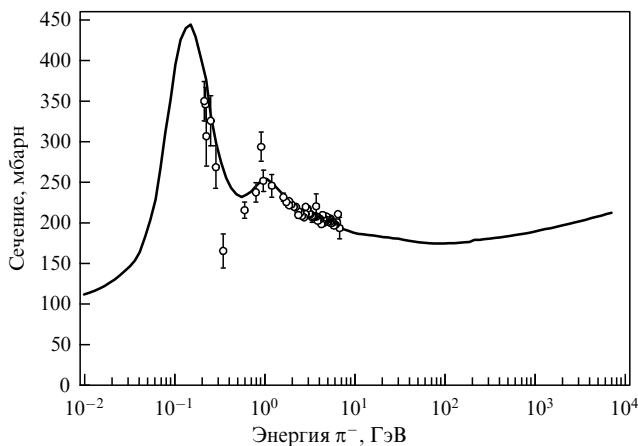


Рис. 18. Зависимость интегрального неупругого сечения рассеяния π^- на ядрах углерода от кинетической энергии π^- в лабораторной системе отсчёта. Кривая — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9].

для полных и неупругих сечений. Некоторые экспериментальные точки для неупругих сечений, вероятно, можно отнести к сечению реакции, поскольку по ним проходит пунктирная линия. Ниже примерно 500 МэВ GG-модель хуже описывает экспериментальные данные, поэтому для нуклонов и пионов применяется В-модель.

На рисунке 16 показана зависимость интегрального полного сечения рассеяния положительного пиона на ядре алюминия от кинетической энергии пиона. Кривые — BGG-модель, точки — компиляция экспериментальных данных [9]. Аналогичные кривые для взаимодействия отрицательных пионов с ядром углерода показаны на рис. 17, 18 для полного и неупругого сечений соответственно.

На рисунках 19, 20 показаны зависимости интегрального полного сечения рассеяния положительных каонов на ядрах соответственно углерода и кремния от кинетической энергии каона. Кривые — GG-модель. Для углерода экспериментальные данные отвечают: открытые кружки — [29], треугольники — [30] и сплошные кружки — [31]. Для кремния точки отвечают экспериментальным данным [30].

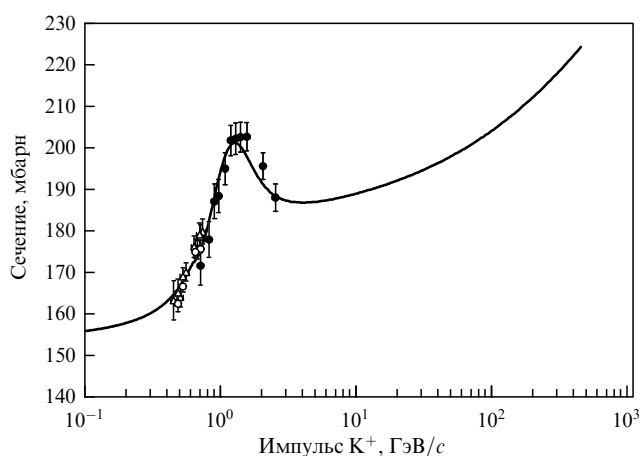


Рис. 19. Зависимость интегрального неупругого сечения рассеяния K^+ на ядрах углерода от кинетической энергии K^+ в лабораторной системе отсчёта. Кривая — GG-модель, точки отвечают экспериментальным данным: светлые кружки — [29], треугольники — [30] и чёрные кружки — [31].

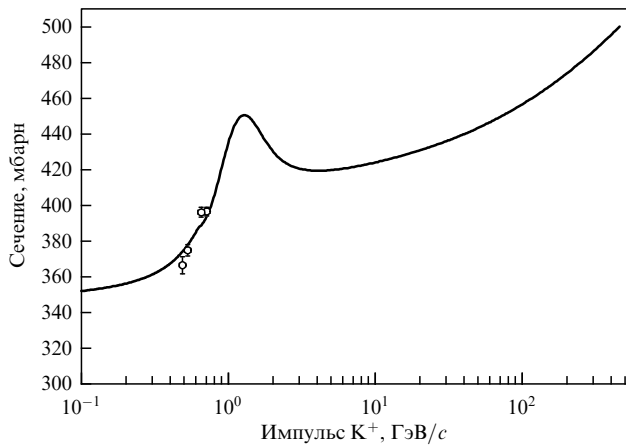


Рис. 20. Зависимость интегрального неупругого сечения рассеяния K^+ на ядрах кремния от кинетической энергии K^+ в лабораторной системе отсчёта. Кривая — GG-модель, точки отвечают экспериментальным данным [30].

Для взаимодействия положительных адронов с ядрами при низких энергиях вводилась поправка на отталкивающий кулоновский барьер [23].

4. Обсуждение

Расчётные и экспериментальные сечения можно сравнить, используя статистические методы, например критерий χ^2 Пирсона [32, 33]. Значение χ^2 оценивается как

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma(T_i) - \sigma_i)^2}{\delta\sigma_i^2}, \quad (10)$$

где σ_i , $\delta\sigma_i$ и T_i — соответственно сечение, его стандартное отклонение и кинетическая энергия из файла экспериментальных значений с n точками. Расчётное сечение при энергии T_i обозначается как $\sigma(T_i)$. Качественной оценкой расчёта и эксперимента может служить приведённое значение $\langle\chi^2\rangle$:

$$\langle\chi^2\rangle = \frac{\chi^2}{n} \leq 1. \quad (11)$$

Асимптотически, при $n \rightarrow \infty$, величина χ^2 распределена согласно Γ -функции, что открывает возможность численной оценки согласия расчёта и эксперимента. Критерий χ^2 можно сравнить с другими эмпирическими методами (две нижние строки табл. 3 для неупругого взаимодействия протон–углерод) оценки средних отклонений [34]:

$$\left\langle \frac{|A|}{\delta} \right\rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\sigma(E_i) - \sigma_i|}{\delta\sigma_i}, \quad (12)$$

$$\left\langle \left| \ln \frac{\sigma^{\text{mod}}}{\sigma^{\text{exp}}} \right| \right\rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \ln \frac{\sigma(E_i)}{\sigma_i} \right|.$$

Распределения этих величин, однако, не описываются стандартными специальными функциями [34].

В таблицах 3–7 показаны величины $\langle\chi^2\rangle$ соответственно для протонов, нейтронов и пионов на ядрах. Видно, что BGG-модель обеспечивает в среднем более

Таблица 3. Оценки $\langle\chi^2\rangle$ для различных неупругих p – A интегральных сечений

Неупругие p – A сечения	$\langle\chi^2\rangle$, BGG	$\langle\chi^2\rangle$, ANPW	$\langle\chi^2\rangle$, LHEP	n
p – Al	0,318	1,50	1,07	136
p – Si	0,105	0,515	0,551	61
p – Si (< 1 ГэВ)	0,029	0,683	0,502	44
p – Fe	0,519	6,46	0,86	64
p – Cu	0,51	16,9	0,604	82
p – Pb	0,479	11	1,56	87
p – U	0,182	0,847	0,176	52
p – C	0,468	2,45	0,738	172
p – C , (A /δ)	0,437	0,97	0,639	172
p – C , $(\ln(\sigma^{\text{mod}}/\sigma^{\text{exp}}))$	0,066	0,132	0,096	172

Таблица 4. Оценки $\langle\chi^2\rangle$ для различных n – A сечений. Знак "—" означает неприменимость модели

n – A сечения	$\langle\chi^2\rangle$, BGG	$\langle\chi^2\rangle$, ANPW	$\langle\chi^2\rangle$, LHEP	n
n – C неупругое	0,413	0,469	0,793	73
n – Fe неупругое	0,624	0,539	1,08	39
n – Cu неупругое	0,395	0,720	0,491	49
n – W неупругое	0,07	0,109	0,173	9
n – Pb неупругое	0,130	0,157	0,255	53
n – U неупругое	0,190	0,395	0,500	33
n – He полное	1,44	—	17,37	65
n – C полное	0,767	—	9,89	309
n – Fe полное	0,514	—	1,89	120
n – Cu полное	0,487	—	1,97	206
n – W полное	0,257	—	1,26	24
n – Pb полное	0,587	—	3,76	209

низкие значения $\langle\chi^2\rangle$ для тех ядер, где доступны экспериментальные данные. В основном по указанной причине BGG- и GG-модели используются в большинстве "физических листов" программного пакета Geant4 в широком диапазоне энергий налетающих адронов, включая тяжёлые барионы и мезоны, и для ядер от водорода до урана включительно, несмотря на то что они не свободны от эмпирических параметров¹. Отметим, что экспериментальные данные для интегральных неупругих сечений имеют гораздо более выраженный разброс, чем данные для полных сечений. Это связано с тем, что не всегда можно с достаточной точностью идентифицировать рождение новых адронов, т.е. процесс, отвечающий сечению реакции. Однако, поскольку неупругое сечение включает в себя и сечение реакции, и квазиупругий процесс, то такое различие в большинстве случаев не является принципиальным.

¹ На руководимом им общемосковском семинаре по теоретической физике В.Л. Гинзбург неоднократно подчёркивал: "The proof of the pudding is in the eating".

Таблица 5. Оценки $\langle\chi^2\rangle$ для полных π –А сечений

Модель/полные $\pi^\pm$ –А сечения	$\langle\chi^2\rangle$, LHEP	$\langle\chi^2\rangle$, CHIPS	$\langle\chi^2\rangle$, BGG
π^- –He	1,1	1,5	1,6
π^- –Be	0,89	0,98	0,21
π^- –C	0,35	0,25	0,16
π^- –O	0,31	0,4	0,02
π^- –F	0,34	0,34	0,36
π^- –Al	0,88	0,98	0,89
π^- –Cu	1,53	0,61	0,35
π^- –Au	0,24	0,34	0,19
π^+ –C	0,36	0,25	0,17
π^+ –Al	0,79	0,37	0,76

Таблица 6. Оценки $\langle\chi^2\rangle$ для неупругих π –А сечений

Модель/неупругие $\pi^\pm$ –А сечения	$\langle\chi^2\rangle$, LHEP	$\langle\chi^2\rangle$, CHIPS	$\langle\chi^2\rangle$, BGG
π^+ –Be	0,44	0,98	0,34
π^+ –C	0,11	0,39	0,13
π^+ –Al	0,31	1,02	1,97

Таблица 7. Оценки $\langle\chi^2\rangle$ для упругих π –А сечений

Модель/упругие $\pi^\pm$ –А сечения	$\langle\chi^2\rangle$, LHEP	$\langle\chi^2\rangle$, CHIPS	$\langle\chi^2\rangle$, BGG
π^- –He	1,82	3,48	0,98
π^- –Be	2,9	4,0	1,5
π^- –C	2,23	2,24	0,80
π^- –N	1,2	2,6	0,3
π^- –O	1,3	2,4	0,08
π^- –Al	3,1	2,0	0,9
π^- –Au	1,6	1,6	1,0

Таким образом, точность Geant4 соответствует точности экспериментальных данных и находится на уровне нескольких процентов. Если для моделирования специфических процессов эта точность недостаточна, то в Geant4 имеется возможность подключения пользователем более точного описания для определённой пары налетающий адрон–ядро мишени. Такое добавление может быть выполнено в виде таблицы сечений или с помощью аналитических формул. Для изучения влияния систематических ошибок сечений на конечные результаты можно применить постоянный фактор во всём диапазоне энергий, увеличивающий или уменьшающий сечение.

5. Заключение

В данном обзоре показана история развития подходов к описанию адронных сечений в Geant4, которая продолжается уже 25 лет. Необходимость обеспечения модели-

рования для широкого круга приложений в различных областях науки и техники естественным образом привело к подходу, описанному в настоящей работе. Особенностью Geant4 является открытость к новым альтернативным решениям проблем, что в полной мере применимо в области адронных сечений, поэтому возможно развитие моделей сечений на базе новых точных данных и точных теоретических расчётов. Интересно заметить, что GG-модель приводит к удовлетворительному описанию интегральных ядро-ядерных сечений в широком диапазоне энергий и атомных весов ядер. Этот вопрос будет обсуждаться в другом месте.

Авторы благодарны М.В. Косову и Н.И. Старкову за полезные советы по структуре параметризации адрон-нуклонных сечений в резонансной области.

Исследования выполнены при поддержке гранта Правительства Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2025-009 от 28.02.2025 г.).

Список литературы

1. Дремин И М *УФН* **141** 517 (1983); Dremine I M *Sov. Phys. Usp.* **26** 993 (1983)
2. Дремин И М *УФН* **155** 139 (1988); Dremine I M *Sov. Phys. Usp.* **31** 462 (1988)
3. Левин Е М, Рыскин М Г *УФН* **158** 177 (1989); Levin E M, Ryskin M G *Sov. Phys. Usp.* **32** 479 (1989)
4. Bertini M, Giffon M *ЭЧАЯ* **26** 32 (1995); *Phys. Part. Nucl.* **26** 12 (1995)
5. Kopeliovich B Z *Phys. Rev. C* **68** 044906 (2003)
6. Глаубер Р *УФН* **103** 641 (1971); Glauber R J, in *High-Energy Physics and Nuclear Structure. Proc. of the Third Intern. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Columbia Univ., New York City, September 8–12, 1969* (Ed. S Devons) (New York: Plenum Press, 1970) p. 207, DOI:10.1007/978-1-4684-1827-9_43
7. Грибов В Н *ЖЭТФ* **56** 892 (1969); Gribov V N *Sov. Phys. JETP* **29** 483 (1969)
8. Tanabashi M et al. (Particle Data Group) *Phys. Rev. D* **98** 030001 (2018)
9. Барашенков В С, Тонеев В Д *Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами* (М.: Атомиздат, 1972)
10. Agostinelli S et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **506** 250 (2003)
11. Allison J et al. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **53** 270 (2006)
12. Allison J et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **835** 186 (2016)
13. Ranft J *Part. Accel.* **3** 129 (1972)
14. Wellisch H P, Axen D *Phys. Rev. C* **54** 1329 (1996)
15. Барашенков В С "Пион-ядерные сечения", Сообщения ОИЯИ Р2-90-158 (Дубна: ОИЯИ, 1990)
16. Барашенков В С "Нуклон-ядерные сечения", Сообщения ОИЯИ Р2-89-770 (Дубна: ОИЯИ, 1989)
17. Degtyarenko P V, Kossov M V, Wellisch H-P *Eur. Phys. J. A* **8** 217 (2000)
18. Grichine V M *Eur. Phys. J. C* **62** 399 (2009)
19. Lipkin H J *Nucl. Phys. B* **78** 381 (1974)
20. Анисович В В и др. *УФН* **144** 553 (1984); Anisovich V V et al. *Sov. Phys. Usp.* **27** 901 (1984)
21. Biagi S P et al. *Nucl. Phys. B* **86** 1 (1981)
22. Хабарова К Ю, Колачевский Н Н *УФН* **191** 1095 (2021); Khabarova K Yu, Kolachevsky N N *Phys. Usp.* **64** 1038 (2021)
23. Guèye P et al. *Phys. Rev. C* **60** 044308 (1999)
24. Barashenkov Compilation of cross sections for nucleon induced reactions at energies above a few MeV. (Prepared by S. Mashnik), <https://www.oecd-neq.org/dbdata/bara.html>
25. Plompen A J M et al. *Eur. Phys. J. A* **56** 181 (2020)

26. Zmeškal M et al. *Ann. Nucl. Energy* **211** 110914 (2025)
27. Багуля А В, Гришин В М, Иванченко В Н, Чалый Н А *Известия вузов. Физика* **67** (12) 80 (2024)
28. TENDL-2023, <https://tendl.web.psi.ch/tendl2023/tendl2023.html>
29. Krauss R A et al. *Phys. Rev. C* **46** 655 (1992)
30. Friedman E et al. *Phys. Rev. C* **55** 1304 (1997)
31. Bugg D V et al. *Phys. Rev.* **168** 1466 (1968)
32. Hudson D J *Statistics* (Geneva: CERN, 1964)
33. Cowan G *Statistical Data Analysis* (Oxford: Clarendon Press, 1998)
34. Sheskin D J *Handbook of parametric and Nonparametric Statistical Procedures* 2nd ed. (Boca Raton, FL: Chapman and Hall, CRC, 2000)

Integral hadron–nuclear cross-sections

A.V. Bagulya^{(1,2,*), V.M. Grichine^{(1), V.N. Ivanchenko⁽²⁾}}

⁽¹⁾ *Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation*

⁽²⁾ *Tomsk State University, prosp. Lenina 36, 634050 Tomsk, Russian Federation*

E-mail: ^(*) bagulyaav@lebedev.ru

Hadron–nucleus cross-sections determine the hadron shower development in matter. Here we describe cross-section models developed in the framework of the Geant4 toolkit, that is the main software package used for simulation of the LHC experiments. The simulation accuracy contributes to the systematic uncertainty of the experimental measurements. Other applications including the NICA collider experiments are discussed in terms of the Geant4 parameterisation method accuracy for the hadron–nucleus cross-sections. It is shown that the parameterisations used are applicable in a wide energy range from threshold to very high energies and for all materials utilised in the experimental facilities.

Keywords: Geant4, hadron, nucleon, nucleus, cross-section

PACS numbers: **02.70.–c**, 02.70.Uu, 13.85.Lg

Bibliography — 34 references

Received 16 June 2025

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **196** (2) 115–124 (2026)

Physics – Uspekhi **69** (2) (2026)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.09.040030>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2025.09.040030>