

Первичные чёрные дыры

В.И. Докучаев, Ю.Н. Ерошенко, В.В. Никулин, К.А. Постнов, С.Г. Рубин, В.Д. Стасенко

Первичные чёрные дыры, гипотеза о рождении которых в ранней Вселенной была высказана Я.Б. Зельдовичем и И.Д. Новиковым в 1966 году (в приложении к данному обзору приводится текст этой пионерской статьи), в последние годы привлекают к себе повышенное внимание. Современные астрономические данные в электромагнитном спектре, а также наблюдение гравитационных волн и космических нейтрино выявили ряд уникальных астрофизических явлений, которые могут быть связаны с первичными чёрными дырами, образовавшимися в дозвёздный космологический период. Данный обзор посвящён описанию различных моделей формирования первичных чёрных дыр, а также методов проверки этих моделей с помощью астрономических и астрофизических наблюдений. В частности, подробно описаны модели формирования первичных чёрных дыр и их скоплений (кластеров) в результате коллапса замкнутых доменных стенок и за счёт эффектов, связанных с дополнительными пространственными измерениями во Вселенной.

Ключевые слова: чёрные дыры, первичные чёрные дыры, космология, Вселенная, гравитация

PACS numbers: 04.20. – q, 04.30. – w, 04.30.Tv, 04.70. – s, 04.70.Bw

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2026.07.040164>

Содержание

1. Введение (1011).
2. Механизмы формирования первичных чёрных дыр (1014).
 - 2.1. Образование первичных чёрных дыр из адиабатических возмущений.
 - 2.2. Ранние пылевидные стадии.
 - 2.3. Фазовые переходы в ранней Вселенной.
 - 2.4. Инфляционные предпосылки образования первичных чёрных дыр.
 - 2.5. Образование первичных чёрных дыр в результате коллапса доменных стенок.
 - 2.6. Образование первичных чёрных дыр в модели с дополнительными измерениями.
 - 2.7. Образование первичных чёрных дыр за счёт флуктуаций барионного заряда.
 - 2.8. Фазовый переход квантовой хромодинамики.
 - 2.9. Коллапсы космических струн.
 - 2.10. Первичные чёрные дыры в альтернативных и модифицированных теориях гравитации.
3. Тёмная материя вокруг первичных чёрных дыр (1026).
 - 3.1. Пики плотности.
 - 3.2. Сверхмассивные первичные чёрные дыры.
 - 3.3. Крупномасштабная структура.
4. Кластеризация первичных чёрных дыр (1030).
 - 4.1. Кластеризация первичных чёрных дыр в маломассивных гало.
 - 4.2. Кластеры первичных чёрных дыр в модели с доменными стенками.
 - 4.3. Раннее образование квазаров вокруг скоплений

первичных чёрных дыр. 4.4. Эффект влияния (байсинга) для первичных чёрных дыр.

5. Первичные чёрные дыры и источники гравитационных волн (1034).
 - 5.1. Двойные первичные чёрные дыры и наблюдения LIGO/Virgo/KAGRA.
 - 5.2. Влияние кластеризации первичных чёрных дыр на их слияния.
 - 5.3. Слияния в скоплениях.
 - 5.4. Слияния первичных чёрных дыр при больших красных смещениях.
 - 5.5. Гравитационно-волновой фон.
 - 5.6. Генерация гравитационных волн, обусловленная образованием первичных чёрных дыр.
6. Аккреция газа на первичные чёрные дыры (1041).
7. Испарение первичных чёрных дыр (1043).
8. Первичные чёрные дыры как тёмная материя (1044).
9. Первичные чёрные дыры в Солнечной системе (1046).
10. Заключение (1047).
11. Приложение I. Квантовые флуктуации поля с учётом его классической эволюции во время инфляции (1048).

Список литературы (1049).

12. Приложение II. Статья Я.Б. Зельдовича и И.Д. Новикова, впервые опубликованная в 1966 г. в "Астрономическом журнале", т. 43, № 4, с. 758 – 750 (1053).

1. Введение

Выполненные в последние годы наблюдения гравитационных волн на наземных телескопах LIGO/Virgo/KAGRA [1] и теней (силуэтов) сверхмассивных чёрных дыр (ЧД) в галактиках M87 и Млечный Путь [2] значительно укрепили уверенность в реальном существовании ЧД. Образно говоря, ЧД — это объект со столь сильной гравитацией, что он удерживает даже свет. Первую гипотезу о существовании подобных невидимых объектов сформулировал в 1783 г. в рамках ньютоновской теории Джон Мичел и чуть позже в 1799 г. Пьер Симон Лаплас. С современной точки зрения, ЧД описываются решениями математических уравнений Общей теории относительности (ОТО), и эти объекты с высокой степенью достоверности уже наблюдаются.

В.И. Докучаев^(1,*), Ю.Н. Ерошенко^(1,†), В.В. Никулин^(2,‡), К.А. Постнов^(1,3,§), С.Г. Рубин^(2,¶), В.Д. Стасенко^(2,||)

⁽¹⁾ Институт ядерных исследований РАН, просп. 60-летия Октября 7а, 117312 Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Каширское шоссе 31, 115409 Москва, Российская Федерация

⁽³⁾ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Университетский просп. 13, 119234 Москва, Российская Федерация

E-mail: ^(*) dokuchaev@inr.ac.ru, ^(†) eroshenko@inr.ac.ru,

^(‡) vnikulin@mephi.ru, ^(§) kpostnov@gmail.com,

^(¶) sergeirubin@list.ru, ^(||) stasenkovd@gmail.com

Статья поступила 23 июня 2026 г.

Можно выделить несколько возможных классов ЧД. ЧД звёздного происхождения, рождающиеся при коллапсах ядер массивных звёзд, наблюдаются в тесных двойных системах по рентгеновскому излучению от аккреции [3]. Слияния ЧД с массами порядка звёздных масс регистрируются в настоящее время с помощью наземных гравитационно-волновых телескопов LIGO/Virgo/KAGRA [1]. В центрах большинства структурированных галактик находятся сверхмассивные ЧД [4, 5]. Они проявляют себя, в частности, как объекты очень высокой светимости — квазары. Было предложено несколько возможных механизмов образования сверхмассивных ЧД, но окончательно этот вопрос пока не прояснен. Также есть данные о существовании ЧД промежуточных масс, они регистрируются по динамике звёзд в центрах карликовых галактик и некоторых шаровых скоплений. Теоретически рассматривалась возможность рождения микроскопических ЧД при столкновении высокоэнергетических частиц, но это процесс пока не обнаружен. Ещё один возможный класс ЧД — это первичные чёрные дыры (ПЧД), рождающиеся в ранней Вселенной ещё до образования первых звёзд и галактик.

ПЧД пока достоверно не обнаружены, хотя часть известных астрофизических объектов могут являться ПЧД или быть с ними эволюционно связанными, так что существование ПЧД вполне вероятно (см., например, обзоры [5, 6]). Было предложено несколько хорошо обоснованных сценариев рождения ПЧД в ранней Вселенной. В данном обзоре обсуждаются различные механизмы рождения ПЧД и их возможные космологические и астрофизические проявления. Основной идеей является то, что в ранней Вселенной существовали неоднородности, которые могли коллапсировать в ПЧД задолго до образования звёзд и галактик. Причём, природа неоднородностей, ведущих к образованию ПЧД, может быть совершенно разной. Например, это могут быть возмущения кривизны или замкнутые доменные стенки.

Прологом к идее ПЧД послужила работа И.Д. Новикова 1964 г. [7], в которой была рассмотрена возможность существования во Вселенной областей с задержанным космологическим расширением. Эти области могли иметь плотность, превышающую среднюю плотность Вселенной. Столкновение поверхности этих областей с падающим извне веществом было предложено И.Д. Новиковым в качестве модели излучения квазаров. Похожая идея существования областей с задержанным космологическим расширением независимо выдвигалась также Ю. Неemanом [8]. Идея задержанного расширения, в свою очередь, восходит к идеям В.А. Амбарцумяна о сверхплотных массивных объектах в ядрах активных галактик [7, 9]. Как сейчас известно, этими объектами являются сверхмассивные ЧД. Задержанное расширение, обсуждавшееся в работе [7], по современным представлениям, можно соотнести с наличием адиабатических возмущений плотности (возмущений кривизны), так как эволюция таких возмущений в лагранжевом подходе соответствует более медленному расширению области с избытком плотности по сравнению со средним темпом расширения Вселенной.

В работе Я.Б. Зельдовича и И.Д. Новикова 1966-го г. [10] уже явно говорится о возможности гравитационного коллапса областей задержанного расширения, что свидетельствует о рождении идеи ПЧД. Пока размер возмущения плотности превышает размер космологического

горизонта ($2ct$ на радиационно-доминированной стадии), вещество не может коллапсировать в ЧД, поскольку различные части возмущения между собой причинно не связаны. На радиационно-доминированной стадии (когда по плотности в ранней Вселенной преобладала смесь релятивистских частиц, называемая условно излучением) радиус космологического горизонта составляет порядка гравитационного радиуса $r_g = 2GM_H/c^2$ для массы, заключённой внутри горизонта: масса M_H равна объёму $4\pi(2ct)^3/3$, умноженному на среднюю плотность излучения $\bar{\rho} = 3/(32\pi Gt^2)$, $M_H = (c^3/G)t$. Поэтому сразу после пересечения горизонта возможен гравитационный коллапс, и связь времени коллапса и массы ПЧД даётся выражением [10]

$$t_H = \frac{GM_{PBH}}{c^3} = 0,5 \left(\frac{M_{PBH}}{10^5 M_\odot} \right) \text{ с.} \quad (1)$$

Таким образом, чем меньше масса ПЧД, тем в более ранний момент времени она могла родиться, и в ранней Вселенной могли формироваться ПЧД с массами, меньшими типичных масс звёзд. Из критерия "обруча" для образования ЧД массы M из флуктуации плотности $\delta\rho/\bar{\rho}$ получаем простое условие на амплитуду флуктуации: $\delta\rho/\bar{\rho} \geq (M_H/M)^2$, т.е. предпочтительно будут образовываться ПЧД с массой порядка массы внутри космологического горизонта из возмущения с $\delta\rho/\bar{\rho} \sim 1$. Однако более детальный анализ, о котором будет сказано дальше, несколько понижает порог амплитуды флуктуации.

К моменту выхода работы [10] уже было обнаружено реликтовое излучение, утвердилась горячая модель Вселенной, и в работе [10] рассмотрена аккреция излучения на ПЧД и был поставлен вопрос об условиях, когда за счёт катастрофической аккреции масса ПЧД растёт неограниченно, однако использованный в [10] приближённый метод не позволял до конца прояснить этот момент, поэтому вопрос о катастрофической аккреции в работе [10] был оставлен открытым. В [10] впервые получено ограничение на долю коллапсирующей материи (из условия, что плотность ПЧД сейчас порядка или меньше критической плотности), а также отмечено, что полученное ограничение является ограничением на спектры возмущений плотности, которые ведут к формированию ПЧД.

Модель формирования ПЧД также обсуждалась в работе С. Хокинга в 1971 г. [11]. В этой работе была рассмотрена возможность наличия у ПЧД электрического заряда. Заряженные ПЧД могли бы захватывать электроны или протоны и образовывать нечто похожее на атомы. Также в [11] обсуждается захват ПЧД внутри Солнца и звёзд и аккреция вещества на ПЧД, которая оказалась внутри нейтронной звезды после взрыва сверхновой. Подобная аккреция могла бы привести к поглощению всей нейтронной звезды. Наконец, в работе [12] впервые было доказано отсутствие неизбежной катастрофической аккреции вещества на ПЧД на космологическом фоне, которое привело бы к неограниченному росту её массы. Тем самым, в работе [12] впервые была показана непротиворечивость гипотезы о ПЧД с точки зрения аккреции.

Первоначальный всплеск интереса к ПЧД возник после того, как С. Хокинг показал теоретически, что ПЧД должны испытывать квантовое испарение с испу-

сканием фотонов и других частиц [13]. Испарение ПЧД приводило бы к формированию дополнительного гамма-фона, а также отдельных гамма-вспышек [14] (см. современные обзоры [15, 16]). Этот эффект давал возможность наблюдательной проверки предсказания Хокинга, но до сих пор квантовое испарение ПЧД в наблюдениях достоверно не выявлено. Впрочем, интерес к эффекту квантового испарения ПЧД не затихал, и сейчас также продолжается его активное исследование. Например, была выдвинута гипотеза, что нейтрино сверхвысокой энергии (~ 220 ПэВ), зарегистрированное 13 февраля 2023 г. нейтринным телескопом KM3NeT, может быть связано с испарением и взрывом ПЧД [17].

Гипотеза ПЧД стала особенно популярна после начала регистрации гравитационно-волновых событий интерферометрами LIGO/Virgo/KAGRA, поскольку некоторые из этих событий могут объясняться слияниями ПЧД в парах. Идея о таком происхождении гравитационно-волновых событий была выдвинута в работе [8] ещё до первых регистраций гравитационных волн. Затем эта модель была развита в работах [19, 20] и др. ПЧД в этой связи интересны тем, что некоторые из событий LIGO/Virgo/KAGRA соответствуют слиянию ЧД с угловыми моментами и массами, не типичными для ЧД звёздного происхождения (см. [21]).

Также ПЧД представляют интерес с точки зрения возможного объяснения ряда астрофизических процессов. Перечислим только некоторые из них (подробнее эти процессы обсуждаются далее в обзоре). ПЧД предлагались в качестве тёмной материи (ТМ), называемой также скрытой массой Вселенной. Однако этот вариант уже сильно ограничен [22]. Ограничения на ПЧД как холодную ТМ были получены, в частности, из анализа событий гравитационного микролинзирования [23]. Аккреция газа на ПЧД могла бы влиять на ряд процессов и приводить к интересным эффектам. Достаточно массивные ПЧД могли бы служить затравками для образования сверхмассивных ЧД в ранних квазарах и галактиках [24, 25]. Движение ПЧД в галактиках могло бы оказывать гравитационное динамическое влияние на звёздные подсистемы, и отсутствие такого влияния приводит к ограничениям на количество ПЧД.

Рассмотренный в [10] механизм рождения ПЧД из адиабатических возмущений плотности стал исторически первым, но позже был предложен ряд других сценариев, таких как коллапсы возмущений плотности на ранних пылевидных стадиях [26–28], коллапсы доменных стенок [29–33], петель космических струн или областей с флуктуациями барионного заряда [5, 34]. Кроме единичных ПЧД в некоторых моделях возможно формирование скопления (кластера) ПЧД [32, 33]. Эволюция таких кластеров и их возможная роль в астрофизике и космологии в рамках общего сценария формирования структур во Вселенной представляет значительный интерес.

Пусть тем или иным образом на радиационно-доминированной стадии эволюции Вселенной сформировалась популяция ПЧД. Средняя плотность ансамбля ПЧД $\rho_{\text{РВН}}$ по мере расширения Вселенной уменьшается так же, как плотность всех нерелятивистских частиц $\rho_{\text{РВН}} \propto a^{-3}$, где $a(t)$ — масштабный фактор Вселенной. В то же время, плотность излучения $\rho_r \propto a^{-4}$. Это означает, что относительный вклад ПЧД в общую плотность Вселенной на радиационно-доминированной

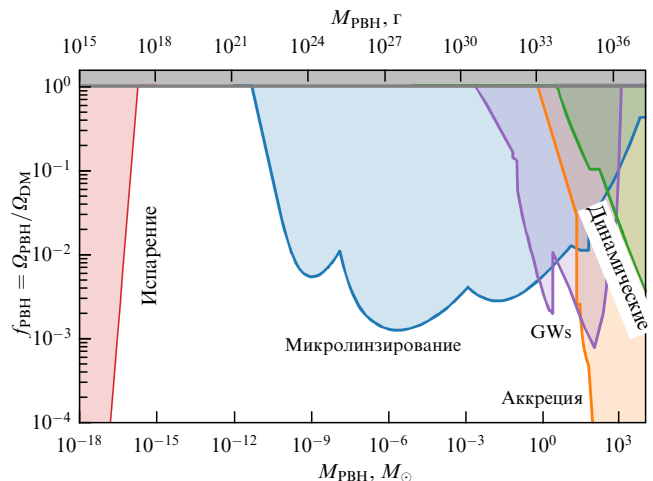


Рис. 1. Ограничения на массовую долю ПЧД $f_{\text{РВН}}$ в составе холодной ТМ в зависимости от их массы $M_{\text{РВН}}$ на основе различных эффектов для монохроматического спектра масс ПЧД. Показаны ограничения по квантовому испарению ПЧД, по эффекту гравитационного микролинзирования, по регистрации гравитационных волн (GWs), по аккреции газа на ПЧД, а также динамические ограничения. (Рисунок создан с использованием свободного кода PBHbounds [35].)

стадии нарастает как $\propto a(t)$ и этот рост продолжается до наступления пылевидной стадии эволюции Вселенной вблизи момента t_{eq} , в который равны плотности вещества и излучения. После этого ПЧД составляют фиксированную долю в средней плотности ТМ, если испарение ПЧД и рост их масс при аккреции не существенны. Если в момент формирования ПЧД t_{H} в их состав перешла доля плотности Вселенной β , то современный космологический параметр плотности ПЧД составит

$$\Omega_{\text{РВН}} \simeq \frac{\beta a(t_{\text{eq}})}{a(t_{\text{H}})}. \quad (2)$$

Подобная оценка и основанное на ней ограничение впервые были приведены уже в работе [10]. Позже был получен ещё ряд ограничений на основе различных эффектов. Детальный современный обзор различных ограничений на ПЧД дан в работе [15]. Некоторые из ограничений очень строгие и почти неизбежные, другие ограничения модельно зависимы. Важно, что даже из самого факта отсутствия заметного влияния ПЧД можно получить ограничения на количество ПЧД в том или ином диапазоне масс и, соответственно, на параметры процессов, которые могли определять образование ПЧД. Часть ограничений показана на рис. 1 и пояснена далее в тексте обзора.

В данном обзоре мы с разной степенью детализации рассматриваем различные физические механизмы образования ПЧД и возможные процессы с их участием. Более подробно рассматриваются эффекты, которые пока не нашли должного отражения в обзорах по теме ПЧД, но которые могут оказаться принципиально важными в астрофизике и космологии. По большинству других тем мы поясняем базовые принципы и приводим библиографические ссылки. Всюду в обзоре мы используем космологические параметры из анализа реликтового излучения космической обсерватории Планк (Planck) [36]. В обзоре используется абсолютная физическая система единиц СГС, если не оговорено другое. В некоторых разделах полагается $c = 1$ или $\hbar = 1$.

2. Механизмы формирования первичных чёрных дыр

2.1. Образование первичных чёрных дыр из адиабатических возмущений

Рассмотрим сначала исторически первый механизм формирования ПЧД из адиабатических возмущений плотности, называемых также возмущениями кривизны. Этот механизм был частично описан в разделе 1. Адиабатические возмущения должны генерироваться на космологической стадии инфляции. В масштабе больше космологического горизонта величина таких возмущений в излучении δ_r и веществе δ_m одного порядка $\delta_r \sim \delta_m$ [37].

Аналитическая модель. Простейшей моделью коллапса адиабатических возмущений является эволюция сферически-симметричной области пространства с однородной плотностью, которая больше средней плотности Вселенной [38] (см. также краткое описание этого механизма в [39]). В данной модели пренебрегают неоднородностями, неизбежными у реальных возмущений. Область с повышенной плотностью можно приближённо считать частью замкнутой вселенной, эволюционирующей на фоне глобальной плоской Вселенной. Хотя наша Вселенная всё время расширяется, участок замкнутой вселенной замедляет своё расширение, останавливается, начинает сжиматься и, при определённых условиях, может коллапсировать в ЧД. Если рассматривается участок с однородной плотностью, то расчёт коллапса наиболее прост и нагляден. Мы опишем подход, применявшийся в [38] для исследования такого коллапса, но используем уточнённую величину порога образования ПЧД (см. подробнее в [40]).

Следуя [38], будем моделировать возмущённую область пространства, коллапсирующую в ПЧД, участком замкнутой вселенной с метрикой

$$ds^2 = d\tau^2 - S^2 \left(\frac{dr^2}{1-r^2} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (3)$$

где $S = S(\tau)$ — масштабный фактор, а $d\Omega^2$ — метрика на единичной 2-сфере. Метрика вне возмущённой области является метрикой плоской Вселенной

$$ds^2 = dt^2 - R^2 \left(dr^2 + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (4)$$

где $R = R(t)$ (рис. 2).

Уравнения Фридмана для плоской и замкнутой космологической модели имеют вид

$$\frac{1}{R^2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \bar{\varepsilon}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{S^2} \left(\frac{dS}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{S^2} = \frac{8\pi G}{3} \varepsilon. \quad (6)$$

Начальные данные задаём в некоторый ранний момент t_i (τ_i) после стадии инфляции, когда возмущения плотности ещё малы и описываются линейной теорией. Величины в этот начальный момент помечаются индексом "i". Рассматривается космологическая эпоха доминирования

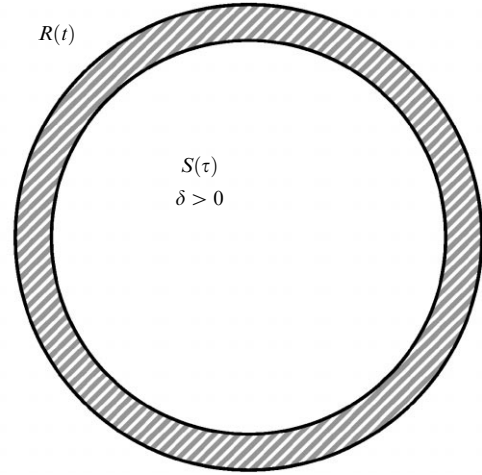


Рис. 2. Коллапсирующая область моделируется частью замкнутой вселенной с масштабным фактором $S(\tau)$. За пределами возмущённой области предполагается плоская Вселенная с масштабным фактором $R(t)$, и возможно наличие переходных слоёв.

излучения (уравнение состояния $p = \varepsilon/3$), поэтому

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_i \frac{R_i^4}{R^4}, \quad \varepsilon = \varepsilon_i \frac{S_i^4}{S^4}. \quad (7)$$

И последнее замыкающее уравнение

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{S}{R(1 + \delta_i)^{1/4}} \quad (8)$$

даёт связь между τ и t [41]. Это уравнение следует из общих соотношений для сопутствующей системы координат [42]. Величина возмущения плотности определяется как

$$\delta = \frac{\varepsilon - \bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}}, \quad (9)$$

причём начальная гиперповерхность постоянного времени выбрана так, что при $t = t_i$ ($\tau = \tau_i$) выполняются условия [41]

$$S_i = R_i, \quad \left. \frac{dS}{d\tau} \right|_{\tau_i} = \left. \frac{dR}{dt} \right|_{t_i}. \quad (10)$$

Заметим, что в ряде других работ [43, 44] гиперповерхность постоянного времени выбирается иначе, чем здесь (мы используем выбор, совпадающий с выбором в [38] и [41]).

Условие $dS/d\tau = 0$ в (6) даёт масштабный фактор в момент $\tau_{\max}$ максимального расширения возмущённой области $S_{\max} \approx S_i/\delta_i^{1/2}$. Эволюция масштабного фактора находится в параметрическом виде [41] $S = S_{\max} \sin \psi$, где связь параметра ψ с τ имеет вид $\tau = S_{\max}(1 - \cos \psi)$, а связь ψ и t см. в [40]. Максимальному расширению возмущённой области соответствует момент времени $t_{\max} \simeq t_i(\pi/2)^2/\delta_i$, при этом $\tau_{\max} = 2t_i/\delta_i$.

Критерий формирования ПЧД был получен аналитически в [38]. Гравитационный коллапс с образованием ПЧД происходит в том случае, если относительная величина флуктуации в момент её выхода из-под горизонта удовлетворяет условиям:

$$\delta_c \leq \delta_H \leq 1. \quad (11)$$

В ранних работах для оценки порога образования ПЧД δ_c использовался критерий, согласно которому ПЧД образуется, если радиус возмущённой области в момент остановки её расширения превышает джинсовский радиус $S_{\max} > R_J = c_s t$, где скорость звука $c_s = c/\sqrt{3}$. Этому соответствует левое неравенство в (11) и

$$\delta_c \simeq \frac{1}{3}, \quad (12)$$

а правое неравенство соответствует образованию ЧД, а не обособленной вселенной [38]. Дискуссия об условиях формирования обособленной вселенной при $\delta_H > 1$ и о самой этой возможности представлена в работах [43] и [44].

Как было отмечено в [45], критерий (12) содержит неоднозначность в выражении для джинсовского радиуса и поэтому может быть использован только как оценка. Уточнённый критерий образования ПЧД был получен в работе [45]. Согласно этому критерию, ПЧД образуется, если к моменту остановки расширения звуковая волна не успевает дойти от периферии возмущения к центру. В этом случае радиус Джинса полагается равным радиусу звукового горизонта.

Запишем метрику возмущённой области в виде

$$ds^2 = d\tau^2 - S^2(d\chi^2 + \sin^2 \chi d\Omega^2), \quad (13)$$

тогда уравнение движения звуковой волны имеет вид [45] $S(d\chi/d\tau) = \pm 1/\sqrt{3}$. Подставляя приведённые выше выражения, получаем $d\chi/d\psi = \pm 1/\sqrt{3}$. Интегрируя до момента максимального расширения $\psi = \pi/2$, имеем $\chi_{\max} = \pi/(2\sqrt{3})$. Условия равенства размера области радиусу Джинса (звуковому горизонту) и условие пересечения космологического горизонта составляют систему уравнений

$$R_J = S_{\max} \sin \chi_{\max} = S_{\max} \sin \chi_a, \quad (14)$$

$$R_H = 2t_H = S_{\max} \sin \chi_a \sin \psi_H, \quad (15)$$

где χ_a — граница возмущённой области, а ψ_H — величина параметра ψ в момент пересечения горизонта. Из этих уравнений можно получить уточненную величину порога образования ПЧД

$$\delta_c \simeq 0,42. \quad (16)$$

Определим теперь долю ПЧД в общей плотности вещества Вселенной. Теория инфляции предсказывает, как правило, гауссово распределение возмущений, и это подтверждается наблюдательными данными по анизотропии реликтового излучения. Тогда на момент формирования ПЧД их количество определяется из следующей оценки [38]. Доля массы Вселенной содержащаяся в возмущениях, величина которых превышает порог δ_c , но меньше единицы, составляет

$$\begin{aligned} \beta &= \gamma \int_{\delta_c}^1 \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma_H^2}\right) = \\ &= \frac{1}{2}\gamma \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma_H}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma_H}\right) \right] \simeq \\ &\simeq \frac{\gamma\sigma_H}{\delta_c\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma_H^2}\right), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\operatorname{erf}(x)$ — интеграл ошибок, σ_H — дисперсия флуктуаций плотности на масштабе хаббловского радиуса, $\gamma = M_{\text{РВН}}/M_H \leq 1$. Из этого выражения видна важность величины порога образования ПЧД, так как есть зависимость от δ_c в экспоненте. Также было использовано асимптотическое выражение для функции ошибок, поскольку $\sigma_H \ll \delta_c$. Иначе во Вселенной повсеместно происходил бы коллапс в ПЧД с перепроизводством ТМ. Из выражения (2) сразу следует связь с современной плотностью ПЧД во Вселенной

$$f_{\text{РВН}} = \frac{\Omega_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}} \sim 10^9 \beta \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{M_{\odot}} \right)^{-1/2}. \quad (18)$$

Если $f_{\text{РВН}} \sim 1$, то $\beta \ll 1$ и лишь исключительно редкие области в ранней Вселенной могли коллапсировать в ПЧД.

С другой стороны, из (17) следует, что для того, чтобы ПЧД вносили заметный вклад в тёмную материю, флуктуации плотности должны иметь величину $\sigma_H \simeq 0,06$. Это существенно превышает данные, полученные по реликтовому излучению и из анализа крупномасштабной структуры Вселенной, которые указывают на $\sigma_H \sim 10^{-5}$. Однако спектр мощности возмущений известен только до масштабов $k \sim 10 \text{ Мпк}^{-1}$. С этой точки зрения ПЧД могут выступать в качестве инструмента по анализу спектра мощности на очень малых пространственных масштабах. Таким образом, для формирования ПЧД в таком традиционном сценарии необходимо усиление спектра мощности возмущений на малых масштабах, возможные механизмы этого усиления обсуждается ниже в разделе 2.4. Отметим, что β экспоненциально чувствительна к величине σ_H , как это видно из выражения (17), поэтому в подобных моделях, вообще говоря, требуется тонкая настройка параметров.

Уже в работе [38] была сделана попытка рассчитать функцию масс с использованием подхода, близкого к теории Пресса – Шехтера. В работе [46] этот метод был усовершенствован с помощью математически последовательного учёта влияния корреляционных свойств случайного поля неоднородностей на функцию распределения ПЧД.

Негауссовость возмущений. В большинстве моделей ПЧД формируются из возмущений плотности большой величины — много большей, чем средняя величина возмущений. В случае гауссовых возмущений говорят, что формирование ПЧД происходит на хвосте распределения, когда возмущение много больше среднеквадратичной величины. Это было продемонстрировано ранее в формуле (17). Поэтому ясно, что отклонение формы функции распределения возмущений от стандартной гауссовой кривой может принципиально изменить количественные предсказания по формированию ПЧД. И действительно, в работе [48] было показано, что хвосты распределений, формируемые на стадии инфляции, не соответствуют гауссовой статистике, хотя этот эффект модельно зависим. Поэтому количество образующихся ПЧД в этом случае должно быть меньше, чем в предположении строго гауссова распределения возмущений, а ограничение на величину возмущения в масштабе горизонта σ_H может быть ослаблено в несколько раз. О роли негауссовости возмущений в процессе формирования ПЧД см. также [49].

Численные расчёты. С помощью аналитических расчётов можно исследовать лишь достаточно простые модели коллапса. Выше мы описали модель эволюции однородной области, развитую в работе [38]. В действительности, коллапсирующая область может быть неоднородна и даже не сферически симметрична. Повышение плотности в центре может компенсироваться областью разрежения, существовавшей изначально, либо возникшей в результате эволюции возмущения. Для того, чтобы исследовать такие более сложные конфигурации необходимо применять численные методы.

Важный шаг в этом направлении был сделан в работе [50] (см. также [51]). Авторы [50] поставили своей целью выяснить вопрос о том, насколько сильно возмущённая область должна отличаться от участка плоской Вселенной, чтобы в этой области произошел гравитационный коллапс и родилась ПЧД. В [50] в начальных условиях на ранней стадии эволюции коллапсирующая область также моделировалась частью однородной замкнутой вселенной, однако нелинейная эволюция прослежена путём численного решения уравнений Эйнштейна для сферически-симметричного неоднородного случая. Кроме того, в [50] была введена переходная область с уменьшением плотности, компенсирующая избыток массы в области возмущения, а за пределами переходной области использовалась невозмущённая фридмановская модель. А именно, метрика в возмущённой области задавалась в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dR^2 + \sin^2 R d\Omega^2], \quad (19)$$

а во внешней невозмущённой Вселенной той же формулой с заменой $\sin^2 R \rightarrow R^2$. В начальный момент при $R < R_1$ имеется участок однородной замкнутой вселенной, при $R_1 < R < R_2$ имеется переходная область, а при $R > R_2$ — плоская Вселенная. Путём расчёта в сопутствующей системе координат в работе [50] была детально исследована роль градиентов плотности в процессе эволюции возмущённой области. Как оказалось, при $\Delta = 0,5R_1$, где $\Delta = R_2 - R_1$, ПЧД образуется в том случае, если $R_1/R_{\max} \geq 0,85 - 0,9$, где $R_{\max} = \pi/2$. И чем меньше размер переходной области Δ , тем сильнее проявляется градиент плотности, препятствующий образованию ПЧД. Масса рождающейся ПЧД, согласно этим расчётам, составляет лишь несколько процентов от массы излучения внутри космологического горизонта, что исключает катастрофическую аккрецию излучения на ПЧД по приближённому критерию, сформулированному в [10].

Численные расчёты процесса образования ПЧД позже были выполнены в ряде работ с использованием различных подходов. Например, в работе [52] впервые был исследован процесс коллапса во Вселенной без переходной области, т.е., только с избытком массы в области возмущения. После вывода системы уравнений для эволюции плотности остаётся проблема выбора начальных условий — формы начальной гиперповерхности, которая в разных работах выбиралась разным способом. Современный подход с использованием $(3+1)$ -разложения см. в работах [53, 54]. Любопытно отметить, что ПЧД могут образовываться не только из положительных возмущений плотности, но и в глубоких минимумах (пустотах, войдах) [55]. Как показали численные расчёты [55], это связано с нелинейным реколлапсом возмущения в центре войда, где в результате возникает положительное возмущение, коллапсирующее в ПЧД. Упрощенно говоря, этот эффект обусловлен влиянием градиента давления на границах глубокого войда.

Порог формирования первичных чёрных дыр. Порог формирования ПЧД δ_c является важной для расчётов величиной, поскольку зная лишь величину этого порога, можно исследовать статистику формирования ПЧД из поля заданных возмущений плотности по формулам (17), (18), не углубляясь в сложные процессы самого гравитационного коллапса. Описанные выше аналитические оценки, основанные на эвристических соображениях, дают для величины порога значения $1/3 \leq \delta_c \leq 0,42$. Были также выполнены более детальные исследования с использованием теории эволюции возмущений в рамках ОТО и результатов общерелятивистских численных расчётов [56]. Так, например, в расчётах критического гравитационного коллапса получена величина $\delta_c \simeq 0,7$ [57]. В работе [45] в случае общего уравнения состояния идеальной жидкости $p = w\rho$ получено аналитическое выражение для порога $\delta_c = \sin^2[\pi\sqrt{w}/(1+3w)]$, хорошо согласующееся с результатами ряда численных расчётов. В частности, для $w = 1/3$ из этой формулы получается $\delta_c = 0,6203$. Как получено в [58], учёт несферичности возмущения ведёт к модификации порога образования ПЧД в виде $\delta_{ec} \simeq \delta_c(1+3e)$, где e — эксцентриситет эллипсоида, которым моделировалась коллапсирующая область.

Порог δ_c в более точной постановке задачи зависит от формы возмущения плотности [54, 59, 60]. Возмущение типичной формы с приемлемой точностью можно охарактеризовать одним "параметром компактности". Запишем метрику в области возмущения, коллапсирующего в ПЧД, в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \exp(2\zeta(\hat{r})) [d\hat{r}^2 + \hat{r}^2 d\Omega^2]. \quad (20)$$

Обозначим через $r_m = R_m/a(t)$ сопутствующий масштаб в момент пересечения горизонта. Также введём функцию компактности $C = 2\delta M/R$, зависящую от разности массы Мизнера–Шарпа и массы в однородной Вселенной внутри сферы с радиусом R , определяемым через площадь сферы. Можно переписать $C = -(2/3)\hat{r}\zeta'(\hat{r})[2 + \hat{r}\zeta'(\hat{r})]$. Тогда параметр компактности определяется следующим образом

$$\alpha = -\frac{C''(r_m)r_m^2}{4C(r_m)}, \quad (21)$$

а величина порога с точностью до нескольких процентов выражается в виде [59]

$$\delta_c \simeq \frac{4}{15} \exp\left(-\frac{1}{\alpha}\right) \frac{\alpha^{1-5/(2\alpha)}}{\Gamma(5/2\alpha) - \Gamma(5/2\alpha, 1/\alpha)}, \quad (22)$$

где Γ — гамма-функции (полная и неполная). В результате, для порога был получен интервал $0,4 \leq \delta_c \leq 2/3$. В работе [60] был предложен уточнённый алгоритм расчёта δ_c , путём учёта нелинейных эффектов вблизи момента пересечения горизонта, формы спектра возмущений и результатов численных расчётов. Этот алгоритм для каждого конкретного спектра включает расчёт характерного масштаба пика и характерного параметра компактности α . В итоге, для порога была получена следующая аппроксимация

$$\delta_c = \begin{cases} \alpha^{0,125} - 0,05; & 0,1 \leq \alpha \leq 3; \\ \alpha^{0,06} + 0,025; & 3 \leq \alpha \leq 8; \\ 1,15; & 8 \leq \alpha \leq 30. \end{cases} \quad (23)$$

Это соответствует интервалу $0,7 \leq \delta_c \leq 1,15$.

Критический гравитационный коллапс. Численные расчёты гравитационного коллапса скалярного поля и идеальной жидкости выявили скейлинговое соотношение, связывающее массу образующейся ЧД $M_{\text{BH}} \propto (p - p_c)^\gamma$ с разностью давления p в области возмущения и некоторой критической величины p_c , где $\gamma \approx 0,37$. Появление этого соотношения было названо эффектом критического гравитационного коллапса. В работе [61] похожее соотношение было применено для расчёта функции масс ПЧД, формирующихся на радиационно-доминированной стадии

$$M_{\text{РВН}}(\delta) = k M_{\text{H}} (\delta - \delta_c)^\gamma, \quad (24)$$

где $1 \leq k \leq 10$. На основе (24) было показано, что при $\delta_c = 1/3$ средняя масса ПЧД относительно массы внутри горизонта в момент формирования M_{H} составляет $\langle M_{\text{РВН}} \rangle \simeq 0,6 M_{\text{H}}$, т.е. по порядку величины близка к M_{H} , как и предполагалось в предшествующих работах, хотя при этом функция масс содержит и ПЧД с массами $M_{\text{РВН}} \ll M_{\text{H}}$. Близкая по форме функция масс была получена также в работе [62] с использованием расширенной теории Пресса – Шехтера (excursion set formalism) [63] и величины $\delta_c \simeq 0,7$, полученной в [57].

Угловой момент ПЧД в модели с коллапсом адиабатических возмущений. Вопрос об угловом моменте (спине¹) ПЧД очень важен с точки зрения наблюдательной проверки гипотезы ПЧД по данным о всплесках гравитационных волн. Измерение масс и спина ЧД может помочь в определении того, родились ли ПЧД в астрофизических процессах или имеют то или иное первичное происхождение.

Коллапсирующее в ПЧД возмущение в общем случае неоднородно и несферично. Вещество в окружающей его области также распределено сложным образом. Это означает, что внешнее вещество создает (если говорить ньютоновским языком) приливные гравитационные силы, которые взаимодействуют с квадрупольным моментом коллапсирующей области, вызывая появление у неё углового момента. Ситуация, в целом, аналогична появлению углового момента у галактик [64–66]. Однако, в случае ПЧД эти процессы происходят на радиационно-доминированной стадии эволюции вселенной и для вычисления углового момента необходимо учитывать общерелятивистские эффекты, поскольку рассматриваются процессы в масштабах, близких к масштабу космологического горизонта во время коллапса.

Безразмерный параметр спина определяется следующим образом

$$a_S = \frac{cL}{GM_{\text{РВН}}^2}. \quad (25)$$

Результаты вычисления углового момента ПЧД в разных работах сильно отличаются. В [67] было получено ограничение $a_S < 0,4$, в [68, 69] найдена величина $a_S \sim 0,01$, а в [70] получилось меньшее значение $a_S \sim O(10^{-3})$. Авторы [67] применяли скейлинговые выра-

жения для углового момента для расчёта итогового спина ПЧД, тогда как авторы [68–70] аккуратно вычисляли распределение по спину в рамках теории космологических возмущений в ранней Вселенной.

В модели коллапсов адиабатических возмущений на радиационно-доминированной стадии спин ПЧД мал, прежде всего, потому что имеется сильная корреляция между направлениями главных осей квадрупольного момента коллапсирующей области и внешнего распределения вещества, создающего приливные силы, а форма возмущений в случае высоких пиков плотности близка к сферически симметричной.

2.2. Ранние пылевидные стадии

На красном смещении $z \sim 3000$ Вселенная совершила плавный переход от стадии доминирования излучения к пылевидной стадии эволюции (уравнение состояния изменилось от $p = \varepsilon/3$ до $p = 0$), а при $z \lesssim 1$ во Вселенной начала преобладать компонента с уравнением состояния близким к вакуумному ($p \approx -\varepsilon$). Но не исключено и даже вполне вероятно, что при $z \gg 3000$ во Вселенной могли иметь место ранние пылевидные стадии [28], когда в плотности Вселенной начинали доминировать какие-либо нерелятивистские гипотетические частицы. Существование подобных частиц предсказывается в теориях Великого объединения. Эти частицы затем могли испытывать распады, и Вселенная могла снова перейти на радиационно-доминированную стадию эволюции.

В работах А.Г. Полнарёва и М.Ю. Хлопова [26, 27] впервые был исследован процесс образования ПЧД на ранних пылевидных стадиях. Этот механизм затем развивался в работе [71] и подробно рассмотрен в обзоре в УФН [28] (см. также обзор [72]), поэтому здесь мы остановимся только на некоторых основных моментах.

Простые оценки, приведённые в предыдущем разделе, показывают, что чем меньше давление, тем легче возмущению коллапсировать в ПЧД. На ранних пылевидных стадиях давление $p = 0$, и такое вещество в строго сферически симметричном случае могло бы достаточно легко образовывать ПЧД, так как частицы просто падали бы на один центр и там могла скопиться масса в пределах своего гравитационного радиуса. Однако осложняющим обстоятельством, значительно уменьшающим вероятность коллапса, является несферичность пылевидных конфигураций. Из-за несферичности веществу очень сложно скопиться в центре, а также идут процессы "бурной релаксации" (вириализации), останавливающие сжатие. Конфигурации вещества имеют статистическое распределение по своим параметрам, включая те, которые описывают форму конфигурации. Только очень редкие объекты с высокой степенью сферической симметрии могли коллапсировать в ПЧД. Но ввиду того, что даже ничтожная коллапсировавшая доля вещества может со временем начать преобладать по плотности (см. (2)), даже очень редкие коллапсы на ранней пылевидной стадии могли привести к значительной популяции ПЧД в настоящее время. Решающую роль в расчёте вероятности образования ПЧД в данной модели играет полученное А.Г. Дорошкевичем статистическое распределение возмущений плотности по параметрам их несферичности в теории гауссовых случайных полей [65].

Образование ПЧД на ранних пылевидных стадиях рассматривалось также в ряде последующих работ. В [73] с помощью аппроксимации Я.Б. Зельдовича, "гипо-

¹ Хотя спином более правильно называть собственный угловой момент элементарных частиц, не сводимый к их вращению, по принятой в астрофизике терминологии угловой момент ЧД также называют спином. Это оправдывается тем, что внешняя метрика стационарной ЧД характеризуется лишь массой, угловым моментом и зарядом вне зависимости от их происхождения.

тезы обруча" К.С. Торна и указанного выше распределения А.Г. Дорошкевича был выполнен расчёт, который остаётся справедливым и тогда, когда величина возмущения ~ 1 . Полученная в [73] численным методом полуаналитическая зависимость для вероятности формирования ПЧД $\beta_0 \simeq 0,05556\sigma_H^5$, где σ_H — величина возмущения в масштабе горизонта, близка к полученной в [26, 27]. Как оказалось, вероятность образования ПЧД при $\sigma_H \leq 0,05$ на пылевидной стадии выше, чем на стадии доминирования излучения, а при $\sigma_H \geq 0,05$ ситуация обратная. Рассматривался также гибридный сценарий с несколькими поколениями ПЧД [74], когда первое поколение с очень малыми массами рождалось из адиабатических возмущений плотности, эти ПЧД стали преобладать по плотности, Вселенная переходила на пылевидную стадию, и уже на пылевидной стадии рождались ПЧД второго поколения по рассматриваемому в этом разделе механизму. Важно также, что при образовании ПЧД на ранних пылевидных стадиях ожидаются большие спины [75, 76].

2.3. Фазовые переходы в ранней Вселенной

В работах Д.А. Киржница, А.Д. Линде и других исследователей в 1970-х гг. была разработана теория вакуумных фазовых переходов в ранней Вселенной, связанная с группами симметрии элементарных частиц, включая проекты теорий Великого объединения. На основе этих идей позже развивались модели эволюции островков нового вакуума внутри старого вакуума, и наоборот, остатков старого вакуума внутри преобладающего по объёму нового вакуума в эпоху после окончания инфляции. В работах [29, 30] было показано, что пузыри одного вакуума внутри другого могут испытывать гравитационный коллапс с образованием ЧД и даже кротовых нор. Формирующиеся таким путём ЧД классифицируются как ПЧД. Также в ряде работ развивались теории перколяции, позволяющей оценивать вероятность возникновения тех или иных пространственных конфигураций нового вакуума, в частности, вероятность образования замкнутых доменных стенок, что даёт принципиальную возможность оценивать функции масс образующихся ПЧД.

В работах [29, 30] предполагалось, что доменная стенка — граница между вакуумами — движется со скоростью света. Однако в работе В.А. Березина, В.А. Кузьмина и И.И. Ткачева [31] было показано, что при учёте плотности энергии доменной стенки, её скорость движения лишь асимптотически стремится к скорости света. Данный эффект оказывает существенное влияние на формирование ПЧД, и в работе [31] было получено уточнённое решение задачи об эволюции и коллапсе пузырей новой или старой фаз вакуума. Важным достижением работы [31] является то, что решение уравнений и анализ условий коллапса производились в рамках ОТО с исследованием глобальной геометрии пространства — времени. Упрощения были сделаны лишь в том отношении, что рассматривалась сферически-симметричная задача, а доменные стенки считались бесконечно тонкими (формализм В. Израэля), что является хорошим приближением.

В [31] было, в частности, показано, что конфигурация вакуума имеет два горизонта (космологический и шварцшильдовский) и, соответственно, образуется ПЧД в случае, когда массовый параметр метрики (интеграл движе-

ния, определяемый начальными данными)

$$m > \frac{M_{\text{Pl}}^3}{3(8\pi\mathcal{E}_{\text{out}})^{1/2}}, \quad (26)$$

а радиус стенки $\rho < \rho_c$, где

$$\rho_c = \frac{M_{\text{Pl}}}{4\pi} \left(\frac{S^2}{M_{\text{Pl}}^2} + \frac{\mathcal{E}_{\text{in}}}{6\pi} \right)^{-1/2}, \quad (27)$$

M_{Pl} — планковская масса, $\mathcal{E}_{\text{in}}$ и $\mathcal{E}_{\text{out}}$ — плотности энергии во внутренней и в внешней областях пространства относительно стенки, соответственно, S — поверхностная плотность тензора энергии — импульса, $S = S_0^0$ для временноподобной поверхности и $S = S_1^1$ для пространственноподобной. При обратном соотношении $\rho > \rho_c$ образуется кротовая нора.

Развитая в [29–31] теория является достаточно общей и применимой к многим типам вакуумных фазовых переходов. В указанных работах была продемонстрирована принципиальная возможность образования ПЧД в таких процессах. Расчёты коллапсов пузырей новой фазы и доменных стенок в ПЧД в рамках ОТО выполнялись также в работах [77–79]. Статистику и свойства ПЧД мы рассмотрим более детально в разделе 2.5 применительно к конкретной реализации фазового перехода в аксионно-подобной модели с потенциалом типа мексиканской шляпы с наклоном.

2.4. Инфляционные предпосылки образования первичных чёрных дыр

Наблюдения неоднородностей реликтового излучения и крупномасштабной структуры Вселенной (галактик, скоплений и сверхскоплений галактик) говорят о том, что начальный спектр космологических возмущений плотности в больших масштабах имеет вид, очень близкий к степенному. При этом экстраполяция спектра в область малых масштабов даёт крайне малое количество формирующихся ПЧД. Для эффективного рождения ПЧД необходимы спектры с повышением мощности на малых масштабах. В этом разделе мы опишем некоторые из теоретических моделей, предсказывающих появление таких усложнённых спектров возмущений.

Естественным источником возмущений плотности, впоследствии порождающих ПЧД, являются квантовые флуктуации во время инфляции. Инфляционная парадигма (наличие короткого периода экспоненциального раздувания Вселенной) в настоящее время рассматривается как наиболее обоснованное и вероятное описание ранней Вселенной, хотя не исключены и альтернативные варианты. Здесь мы будем предполагать, что справедлива эта парадигма. Возмущения плотности или топологические дефекты, которые могли приводить к образованию ПЧД, берут своё начало на стадии инфляции и определяются условиями инфляции. Инфляция характеризуется лагранжианом физического поля или полей, которые были двигателями инфляции (инфлатоном) или эволюционировали во время инфляции.

Образование ПЧД непосредственно во время инфляции не запрещено, но малоэффективно из-за экспоненциального расширения пространства. Однако инфляционные возмущения, сохранившиеся после окончания инфляции, могут генерировать достаточное количество ПЧД большой массы. Рассмотрим несколько основных

механизмов, на базе которых реализуются конкретные модели. Общим для них является то, что отдельные флуктуации поля попадают в условия, при которых в после-инфляционный период они конвертируются в ЧД. Вероятность появления таких флуктуаций рассматривается в разделе 11.

Потенциал с локальным плато. Модель ПЧД как преобладающей компоненты ТМ (см. подробнее раздел 8), разработанная в [80], основана на работе [81], в которой рассматривался нестандартный спектр возмущений, возникающий из-за особенностей в инфляционном потенциале, с усилением спектра мощности на некотором масштабе — этот масштаб и задаёт массу ПЧД в модели [80]. Потребность в спектре возмущений с особенностями возникла из-за того, что в случае обычного плоского или близкого к плоскому степенного спектра возмущений количество образовавшихся ПЧД было бы недостаточно для объяснения всей ТМ. Особенность (плоский участок, плато) в инфляционном потенциале позволяет решить проблему появления массивных ПЧД. Действительно, флуктуации плотности материи в пост-инфляционный период t_f возникают на инфляционной стадии в виде квантовых флуктуаций скалярного поля ϕ в момент t_{in} . Согласно хорошо известной формуле (см., например, [82])

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{t_f} \simeq \left(\frac{9H^3(\phi)}{2\pi V'(\phi)}\right)_{t_{in}}, \quad (28)$$

флуктуации плотности обратно пропорциональны производной инфлатонного потенциала $V(\phi)$. В этом уравнении H — это параметр Хаббла, зависящий от поля инфлатона ϕ и очень медленно меняющийся со временем на инфляционной стадии. Поэтому, как следует из формулы (28), любое искажение потенциала, подобное изображенному на рис. 3 приводит к усилению флуктуаций плотности на некотором масштабе, зависящем от положения ступеньки. Это как раз и требуется для более эффективного рождения ПЧД. Чем выше по потенциалу расположена плоская область, тем на большем пространственном масштабе реализуется флуктуация на после-инфляционной стадии и тем более массивные ПЧД могут образовываться. На этой идее основан механизм образования ПЧД, разработанный в работах [80, 83, 84]. В расчётах в рамках модели с плато необходимо учитывать, что наличие плоского участка нарушает обычно предполагаемое условие медленного скатывания скалярного поля на стадии инфляции. Это в некоторых моделях ведёт к ослаблению генерируемых возмущений плотности. Для того, чтобы избежать задержки инфляции на стадии плоского плато, в работе [83] рассматривались потенциалы с точками перегиба. Хорошо разработанную современную модель, основанную на нетривиальной форме потенциала скалярного поля, можно найти в статье [85].

Переход флуктуаций поля через максимум потенциала. Данная модель подробно описана в разделе 2.5, поэтому здесь мы опишем лишь идею механизма, предложенного в [33]. Пусть имеется скалярное поле с двухъямным потенциалом и максимумом потенциала при $\phi = \phi_0$. Без ограничения общности, предположим, что начальные условия, $\phi > \phi_0$, при которых возник современный горизонт, таковы, что после инфляции поле скатится в правый минимум ϕ_+ . Однако присутствие флуктуаций

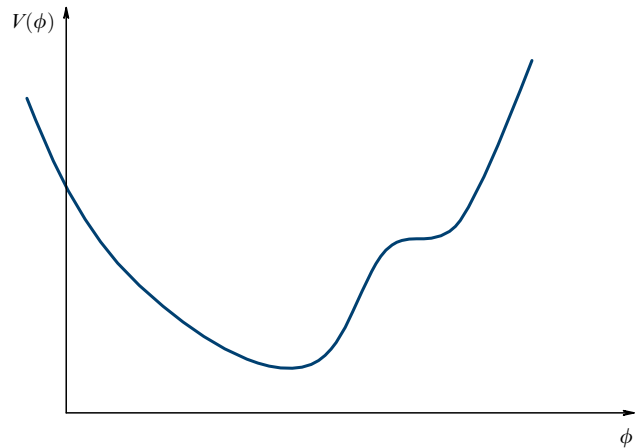


Рис. 3. Характерный вид потенциала с локальным плато, где, согласно (28), флуктуации поля резко возрастают.

на инфляционной стадии приводит к нетривиальному эффекту. Если классическое движение поля, приводящее к уменьшению потенциальной энергии, достаточно медленное (что подразумевается в большинстве моделей инфляции), то в некоторых пространственно несвязанных областях квантовые флуктуации приводят к противоположному эффекту: увеличению потенциальной энергии. После нескольких е-фолдов, поле может оказаться в максимуме потенциала при $\phi = \phi_0$ в таких областях. Начиная с этого момента, на каждом следующем е-фолде будут появляться причинно несвязанные области с полем, соответствующим условиям $\phi < \phi_0$. В дальнейшем, после инфляции, классическая динамика приведёт поле в этих областях в состояние минимума потенциала $\phi = \phi_-$. Области с минимумом в ϕ_- , появившиеся в результате квантовых флуктуаций, значительно меньше по объёму, по сравнению с областями, содержащими поле в минимуме ϕ_+ , в который поле изначально скатывалось в результате классического движения.

Таким образом, после инфляции имеются пространственные области с полем ϕ_- , окруженные областью с полем ϕ_+ . Чтобы перейти из одной области в другую, требуется пересечь поверхность (границу области), характеризующуюся максимумом потенциала. Следовательно, неизбежно образование замкнутой полевой стенки.

Дополнительный учёт классической динамики поля в области, где имеется два или более максимумов потенциала полей позволяет варьировать окончательный спектр масс ПЧД в широком интервале, что облегчает его адаптацию к данным наблюдений [86].

Вид потенциала в форме мексиканской шляпы с наклоном представляется несколько искусственным, однако основная идея проявляется в различных моделях. Например, все модели образования ПЧД из полевых стенок, базирующиеся на переходе флуктуаций поля через максимум потенциала или его седловую точку, характеризуются условием

$$\frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0$$

при некотором значении поля ϕ . Согласно формуле (28), в момент перехода поля через подобный экстремум или седловую точку, резко возрастают флуктуации плотности энергии в постинфляционную эпоху, что может давать дополнительный вклад в спектр масс ПЧД.

Модели с бегущими параметрами. Модели с изменяющимися параметрами основаны на зависимости параметров поля от инфлатона или любого другого скалярного поля. Рассмотрим в качестве примера потенциал

$$V(\chi, \phi) = \lambda(\chi^2 - a^2)^2 + g\chi^2(\phi - \phi_1)^2. \quad (29)$$

Предполагается, что поле χ , обеспечивающее условия для возникновения ПЧД, не влияет на динамику инфлатона ϕ . В начальной стадии инфляции, когда $\phi \gg \phi_1$, поле χ находится в минимуме потенциала при $\chi = 0$ при соответствующем подборе параметров или, точнее, при условии

$$-2\lambda a^2 + g(\phi - \phi_1)^2 > 0. \quad (30)$$

Это же условие справедливо и при $\phi \ll \phi_1$. Ситуация резко меняется, когда поле инфлатона, в процессе своего медленного движения к минимуму, оказывается вблизи значения $\phi \sim \phi_1$. В этом случае, второе слагаемое в потенциале (29) становится малым и поле χ скатывается в новый минимум $\chi = a$. Таким образом, осуществляется быстрое движение поля, что можно рассматривать как крупномасштабную флуктуацию во время инфляции и использовать для построения модели ПЧД. Этот эффект был впервые использован в работе Долгова и Силка [5, 34, 87]. Более подробно этот механизм изложен в разделе 2.7.

Гибридная инфляция. Модель гибридной инфляции [88, 89], является одной из реализаций моделей с бегущими параметрами и включает в себя несколько физических механизмов, приводящих, в частности, к образованию ПЧД [90, 91]. Рассмотрим подробнее эту идею формирования соответствующих неоднородностей.

Потенциал гибридной инфляции имеет вид:

$$V(\chi, \sigma) = \frac{\kappa^2}{2} \left(M^2 - \frac{\chi^2}{4} \right)^2 + \frac{\lambda^2}{4} \chi^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m^2 \sigma^2.$$

Движение поля описывается классическими уравнениями:

$$\ddot{\sigma} + 3H\dot{\sigma} + \frac{1}{2} \lambda^2 \chi^2 \sigma + m^2 \sigma = 0, \quad (31)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} - \frac{\kappa^2}{2} \chi \left(M^2 - \frac{\chi^2}{4} \right) + \frac{1}{2} \lambda^2 \chi \sigma^2 = 0, \quad (32)$$

где H — параметр Хаббла в этот период. Инфляция происходит во время медленного скатывания (slow rolling) вдоль "долины" (valley):

$$\chi = 0, \quad \sigma > \sigma_c.$$

При достижении критической точки

$$\sigma_c = \frac{\kappa M}{\lambda}, \quad (33)$$

движение вдоль линии $\chi = 0$, $\sigma < \sigma_c$ становится нестабильным, и поле χ быстро скатывается к одному из минимумов $\chi_{\pm} = \pm 2M$, $\sigma = 0$. Выбор минимума зависит от случайной флуктуации поля в конкретном пространственном домене под горизонтом. При этом количество областей в разных минимумах примерно одинаково и в результате мы приходим ко Вселенной с доминирующим вкладом полевых стенок, что противоречит наблюдениям.

Описанная картина верна, если изначально Вселенная образовалась, имея значение поля χ строго равным нулю на момент начала инфляции. Ситуация сильно меняется, если поле под горизонтом уже на первом е-фолде имеет значение $\chi = \chi_0 \neq 0$. В этом случае, динамические уравнения (31), (32) доставляют поле к точке $\chi = \chi_c \neq 0$ в момент достижения критической точки σ_c . Симметрия вакуумов $\chi_{\pm}$ оказывается нарушенной и лишь небольшое число пространственных областей будут характеризоваться полем χ_+ (например), при том, что основное пространство их окружающее, будет содержать поле χ_- . Эти области оказываются отделенными от основного пространства полевыми стенками, которые могут коллапсировать в ПЧД [92]. Спектр масс таких ЧД сильно зависит от величины χ_c . Отметим, что в критической точке (33) имеем условия $dV/d\chi = 0$, $d^2V/d\chi^2 = 0$, означающие появление плато у потенциала. В этом случае, реализуется дополнительный механизм образования ПЧД, описанный выше.

Каскадная релаксация гравитирующего вакуума. Новая парадигма эволюции космологического вакуума была предложена в работе [93]. Эта модель не предполагает заранее наличия потенциала заданной формы, а основана на картине последовательного обособления полей в лагранжиане и доминирования в определённый момент какого-то из полей. В лагранжиане сначала выделяется гравитационное поле в виде скаляра кривизны R (в стандартной ОТО), затем в оставшейся части лагранжиана выделяется одно из других полей

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}(\partial\phi, \phi, \dots) \rightarrow (\partial\phi)^2 - V(\phi, \dots). \quad (34)$$

Важно, что поле стартует с нулевого значения. Это позволяет рассматривать разложение в ряд и члены низших степеней без задания точной формы лагранжиана. Доминирование тех или иных полей сопровождается ускоренным расширением Вселенной. На ранней стадии это было инфляционное расширение, в настоящий момент времени это ускоренное расширение, относимое к тёмной энергии. Могли существовать или произойдут в будущем и другие этапы ускоренного расширения. Данная модель зависит от двух параметров, фиксируемых наблюдениями, и удовлетворяет данным наблюдений, в том числе, по ограничению на отношение тензорной и скалярной мод возмущений.

Применительно к ПЧД данная модель каскадной релаксации вакуума интересна тем, что в ней естественным путём возникают усиления спектра мощности в виде бампов. В статье [93] были получены решения уравнения эволюции для скалярного поля, из которых следует, что с большой вероятностью поле проходило через точку $\dot{\phi} = 0$, и в этом случае на соответствующем масштабе возникает бамп, поскольку возмущение $\propto 1/\dot{\phi}$. Положение бампа, однако, в модели не фиксировано и является дополнительным параметром. В частности, обнаруженный телескопом Дж. Уэбб избыток галактик на больших красных смещениях может указывать на наличие бампа, соответствующего массе галактик $\sim 10^9 - 10^{10} M_{\odot}$ [94].

Рассмотренные в данном разделе механизмы не исчерпывают всех инфляционных возможностей формирования неоднородностей, ведущих к образованию ПЧД. Например, возможна также генерация возмущений с постоянной кривизной в инфляционной модели с несколькими скалярными полями [39].

2.5. Образование первичных чёрных дыр в результате коллапса доменных стенок

Перспективным направлением в исследовании формирования ПЧД являются модели, основанные на коллапсе замкнутых доменных стенок или их фрагментов, а также столкновения доменных стенок [82]. Как обсуждалось выше, наличие в потенциале хотя бы одного максимума или седловой точки может создавать условия для образования полевых стенок и их коллапса после окончания инфляции. Здесь мы приведём конкретный пример, предложенный в [32, 33], который нетрудно обобщить на другие модели.

Рассмотрим комплексное скалярное поле с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi^* - V, \quad (35)$$

где потенциал имеет вид мексиканской шляпы с наклоном,

$$V = \lambda \left(\phi \phi^* - \frac{f^2}{2} \right)^2 + \Lambda^4 (1 - \cos \theta), \quad (36)$$

где $\theta = \arg(\phi)$, $f \gtrsim H$ — вакуумное среднее, $H \sim 10^{13}$ ГэВ — параметр Хаббла на стадии инфляции, а параметр Λ остаётся свободным и может быть фиксирован данными наблюдений, если некоторые популяции астрофизических чёрных дыр представлены ПЧД, образуемыми по данному механизму [33].

Наличие слабого наклона потенциала, $\Lambda^4(1 - \cos \theta)$ мотивируется, например, инстантонными эффектами. Поле $\theta(x)$ способно образовывать доменные стенки, так как из-за наклона возникает дискретный набор точек минимума потенциала $V(\phi)$, соответствующих значениям $\theta = 2\pi n$, где n — целое число.

На стадии экспоненциального раздувания за один е-фолд разность параметров θ на одном хаббловском масштабе составляет $\delta\theta = H/(2\pi f)$, и с течением времени в небольшой доле областей величина θ из минимума потенциала $\theta = 0$, стохастически эволюционируя, может переходить через значения $\theta = \pi$ и в постинфляционный период осциллировать вблизи следующего минимума $\theta = 2\pi$. Таким образом, появляются редкие области с $\theta \simeq 2\pi$, окружённые областями с $\theta \simeq 0$. При этом должна найтись замкнутая граничная поверхность с $\theta = \pi$, которая и представляет собой доменную стенку, несущую поверхностную плотность энергии

$$\sigma = 4\Lambda^2 f. \quad (37)$$

Подробное описание этих процессов см. в работах [32, 33]. Функция масс ПЧД, образующихся в результате коллапсов доменных стенок, была вычислена в работе [86].

Доменная стенка имеет значительное поверхностное натяжение, но её сжатие начинается только после пересечения стенкой космологического горизонта, когда радиус стенки $R \sim c/H = 2ct$ (на радиационно-доминированной стадии). В этот момент фиксируется полная масса стенки $M = 4\pi R^2 \sigma$. На процесс эволюции стенки существенно влияет её взаимодействие с плазмой [33, 95]. Гравитационный коллапс в чёрную дыру возможен в том случае, когда толщина стенки меньше её полного гравитационного радиуса. До пересечения горизонта стенка состоит из причинно несвязанных частей с фрактальной структурой, которые сбрасывают энтропию за

счёт гравитационного излучения, излучения частиц скаляра θ , взаимодействия с окружающей средой и хаббловского трения.

Величина поверхностной плотности (37) может изменяться в достаточно широких пределах. ПЧД в астрофизически интересных интервалах масс $10^{25} - 10^{40}$ г, согласно работе [33], могут образовываться при $f \approx 1,8H$ и $\Lambda \sim 1 - 5$ ГэВ³. При этом поверхностная плотность стенки $\sigma \sim 7 \times 10^{13} - 2 \times 10^{15}$ ГэВ³.

Инфляционные флуктуации скалярного поля. Рассмотрим более подробно эволюцию скалярного поля на стадии инфляции, которая приводит к формированию доменных стенок. Квантовые флуктуации скалярного поля во время инфляции можно описать как случайные блуждания, определяющиеся уравнением Фоккера — Планка для поля ϕ [88]:

$$\frac{\partial f(\phi, t)}{\partial t} = \frac{H^3}{8\pi^2} \frac{\partial^2 f(\phi, t)}{\partial \phi^2} + \frac{1}{3H} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(f(\phi, t) \frac{dV}{d\phi} \right), \quad (38)$$

где $f(\phi, t)$ — распределение значений поля ϕ к моменту времени t , H — параметр Хаббла во время инфляции, $V(\phi)$ — потенциал поля ϕ . Решение уравнения получим в приближении "плоского потенциала", т.е. пренебрежём влиянием кривизны потенциала на квантовые флуктуации (второй член в правой части (38)). Для любых разумных реализаций механизма генерации ПЧД, параметры потенциала должны быть субинфляционными и обеспечивать выполнение данного приближения (более подробные расчёты см. в [96, 97]). Решение уравнения (38) в этом случае имеет вид (см. формулу (138) раздела 11):

$$f(\phi, N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(N)}} \exp \left(-\frac{(\phi - \phi_0)^2}{2\sigma^2(N)} \right), \quad (39)$$

$$\sigma(N) = \frac{H}{2\pi} \sqrt{N},$$

где время, прошедшее с начала инфляции, связано с числом е-фолдов $N \equiv Ht$, а ϕ_0 — исходное значение поля ϕ в момент начала инфляции.

Вероятность критической флуктуации, приводящей поле к другому вакууму равна:

$$P(N, \phi_{\text{cr}}) = \int_{\phi_{\text{cr}}}^{\infty} f(\phi, N) d\phi = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\phi_{\text{cr}} - \phi_0}{\sqrt{2}\sigma(N)} \right), \quad (40)$$

где ϕ_{cr} — значение поля, при котором реализуется максимум потенциала.

Пространственный размер квантовой флуктуации ограничен размером горизонта H^{-1} . На N -ом е-фолде инфляции пространство видимой Вселенной разбивается на $\exp(3N)$ причинно независимых областей. Следовательно, количество критических областей (в которых произошла флуктуация в другой вакуум) будет равно:

$$n(N) = P(N, \phi_{\text{cr}}) e^{3N}. \quad (41)$$

Предполагается, что число критических областей много меньше числа всех причинно-независимых областей, в противном случае обилие стенок противоречило бы наблюдательным данным. После инфляции размер критической области (домана другого вакуума) составит:

$$r(N) = H^{-1} \exp(N_{\text{inf}} - N), \quad (42)$$

где $N_{\text{inf}} \simeq 60$ — общее количество е-фолдов, необходимых для формирования видимой Вселенной. Отсюда можем найти распределение доменов по размеру r сразу после инфляции:

$$\frac{dn(r)}{dr} = -\frac{\exp(3N_{\text{inf}})}{H^3 r^4} [3P(N_{\text{inf}} - \ln(Hr), \phi_{\text{cr}}) + P'(N_{\text{inf}} - \ln(Hr), \phi_{\text{cr}})] . \quad (43)$$

Спектр масс первичных чёрных дыр. После окончания инфляции скалярное поле ϕ "размораживается" и быстро скатывается в минимумы потенциала за счёт классической эволюции (из-за уменьшением члена трения $3H\dot{\phi}$ в полевом уравнении движения). Вокруг доменов с другим вакуумом в этот момент формируются полевые стенки, обладающие массой и поверхностным натяжением. Сразу после образования, стенки не являются сферическими, так как форма доменов сформирована в результате квантовых флуктуаций и носит фрактальный характер [33, 98, 99].

Области полевой стенки, попадающие под горизонт, под действием поверхностного натяжения быстро достигают околосветовых скоростей, сбрасывая энтропию в окружающую среду за счёт излучения частиц поля ϕ , гравитационных волн и взаимодействия с плазмой [100, 101]. Причинно связанные части поверхности поэтому имеют характерный радиус кривизны в каждый момент времени порядка размера горизонта, растущего как $r_{\text{hor}}(t) = 2t$ на радиационно-доминированной стадии. В тот момент когда весь домен входит под горизонт, стенка окружающая его является практически сферической. Стоит упомянуть, что существуют модели в которых доменные стенки не сферизуются эффективно и сохраняют хаотичную форму при входе под горизонт [102]. Далее будет предполагаться, что доменные стенки после захода под горизонт приобретают сферическую форму.

Сама доменная стенка расширяется на радиационно-доминированной стадии вместе с хаббловским потоком по закону $\tilde{r}(t) = r\sqrt{t/t_{\text{inf}}}$, где r — размер домена сразу после инфляции, $t_{\text{inf}} = N_{\text{inf}}/H$ — длительность инфляции. Поэтому момент входа её под горизонт определяется равенством $r_{\text{hor}}(t) = \tilde{r}(t)$, из которого можно найти отношение конечного радиуса стенки к начальному:

$$\tilde{r} \simeq \frac{r^2}{2t_{\text{inf}}} . \quad (44)$$

После входа под горизонт, сферическая стенка начинает сжиматься за счёт поверхностного натяжения, доставляя энергию в небольшой объём, что может привести при достаточной массе к образованию ПЧД. Масса ПЧД будет определяться конечным размером стенки

$$M(\tilde{r}) \simeq 4\pi\tilde{r}^2\sigma = \frac{\pi\sigma}{t_{\text{inf}}^2} r^4 , \quad (45)$$

где σ — поверхностная плотность энергии стенки, определяемая параметрами потенциала поля ϕ .

Выражая $r(M)$ из (45) подставляя в (43), получим спектр масс ПЧД в данной модели:

$$\frac{dn(M)}{dM} \approx -\frac{3}{4} \left(\frac{\sqrt{\pi\sigma}}{N_{\text{inf}}H} \right)^{3/2} M^{-7/4} \exp(3N_{\text{inf}}) \times P \left[N_{\text{inf}} - \frac{1}{4} \ln \left(\frac{N_{\text{inf}}^2 H^2 M}{\pi\sigma} \right), \phi_{\text{cr}} \right] , \quad (46)$$

где мы пренебрегли вторым членом в (43), который мал в сравнении с первым при любых разумных параметрах модели.

Массы ПЧД, сформированных подобным образом, не могут иметь произвольные значения. Поскольку в процессе сжатия радиус доменной стенки не может стать меньше её толщины δ (которая также определяется параметрами потенциала поля ϕ), условие образования ПЧД определяется неравенством $r_g = 2GM > \delta$. Таким образом спектр ПЧД обрезан снизу условием

$$M > \frac{\delta}{2G} . \quad (47)$$

Кроме того, гравитационный радиус стенки не может стать больше её размера $r_g = 2GM(\tilde{r}) < \tilde{r}$, поскольку в момент нарушения этого условия стенка мгновенно коллапсирует (такие стенки называются "сверхкритическими" в терминах [79] и приводят к созданию дочерней вселенной), а для внешнего наблюдателя образуется ЧД. Таким образом, спектр ПЧД обрезан сверху вытекающим отсюда условием

$$M < \frac{1}{16\pi G^2 \sigma} . \quad (48)$$

Плотность энергии стенки σ и её толщина δ зависят от конкретной формы потенциала. Часто используется (хотя и не является единственно возможным для данного механизма — см. например [99]) потенциал типа наклонённой "мексиканской шляпы" (36). Поле $\theta(x)$ играет роль поля, образующего доменные стенки. Когда инфляция заканчивается, оно скатывается в минимумы потенциала, а соседние минимумы (разделяемые в пространстве доменной стенкой) соединяются через долину "шляпы". Точка $\theta = \pi$ образует потенциальный барьер вдоль долины и играет роль критической точки ϕ_{cr} в (40). При этом параметр наклона Λ мал, так что справедливо приближение "плоского потенциала" на инфляционной стадии.

Одномерное решение типа "кинк" для такого косинусного потенциала хорошо известно и описывает поперечное сечение доменной стенки:

$$\theta(z) = -4 \arctan \left[\exp \left(\frac{\Lambda^2}{f} (z - z_0) \right) \right] . \quad (49)$$

Энергия этой полевой конфигурации сосредоточена в поперечном сечении толщиной $\delta = 2f/\Lambda^2$, а поверхностная плотность энергии стенки $\sigma = 4\Lambda^2 f$.

Количество ПЧД существенно зависит от значения вакуумного среднего f . Кроме того, на количество ПЧД сильное влияние оказывает начальное значение поля θ_0 для видимой Вселенной: чем ближе начальное значение к критическому значению $\theta_{\text{cr}} = \pi$ — тем больше ПЧД всех масс образуется в дальнейшем во Вселенной. Плотность стенки, которая зависит от значения параметра Λ , также влияет на то, насколько массивными могут быть ПЧД, но это влияние не так существенно, как влияние параметра θ_0 — случайного значения поля под горизонтом.

Угловой момент первичных чёрных дыр. Спин ПЧД, родившейся в результате коллапса доменной стенки, был оценён в работе [103] в ньютоновском приближении. Стенка моделировалась поверхностью эллипсоида, и рассчитывался набор углового момента стенкой под действием приливных гравитационных сил со стороны

внешних возмущений плотности. Приливные силы, закручивающие стенку, создаются возмущениями в распределении излучения, которые после пересечения горизонта разбегаются как звуковые волны, поэтому набор спина коллапсирующей стенкой происходит примерно за одно хаббловское время после пересечения стенкой космологического горизонта. В [103] средний спин ПЧД приведён в виде

$$\langle a_S \rangle \simeq 10^{-4} f_H \left(\frac{\sigma_H}{6 \times 10^{-5}} \right) \left(\frac{30 M_\odot}{M_{\text{РВН}}} \right) \left(\frac{10^{14} \text{ ГэВ}^3}{\sigma} \right), \quad (50)$$

где отношение массы ПЧД и полной массы внутри горизонта в момент пересечения его стенкой $f_H = M_{\text{РВН}}/M_H$, среднеквадратичная величина возмущения в момент пересечения горизонта $\sigma_H = 6 \times 10^{-5}$ для $M_H = 30 M_\odot$ (предполагается, что в малых масштабах спектр имеет обычный степенной вид). Из (50) видно, что безразмерный параметр спина в метрике Керра может иметь малые величины $a_S < 1$ лишь для ПЧД с массами $M > 10^{-3} M_\odot$, тогда как менее массивные ПЧД, согласно данной оценке, получают экстремальные значения спина $a_S \simeq 1$. Столь эффективный набор спина при малых массах объясняется тем, что при коллапсе доменных стенок, в отличие от коллапсов адиабатических возмущений, нет подавления, связанного с корреляцией направлений квадрупольного момента внутреннего и внешнего распределения вещества, и, кроме того, форма доменных стенок сильно несферична.

Для маломассивных ПЧД в ранней Вселенной спин может играть важную роль [104]. Например, он важен для эффекта их хокинговского испарения, оказывая влияние на мощность и спектр излучения [105–107]. Что касается сверхмассивных ПЧД, то они могут служить затравками квазарных ЧД и существенно нарастить свою массу за счёт дисковой аккреции вещества. При этом итоговая ЧД может нести гораздо больший безразмерный спин, чем спин затравки. Спин ЧД в центре галактики M87 имеет величину $a_S = 0,75 \pm 0,15$ [108], но эта ЧД могла на много порядков нарастить массу за счёт аккреции газа или слияний с другими ЧД. Поэтому первичное происхождение ЧД в центрах галактик не встречает противоречий по величине спина.

2.6. Образование первичных чёрных дыр в модели с дополнительными измерениями

Ещё один механизм образования ПЧД существует в классе моделей, основанных на модифицированной гравитации (а именно, многомерной версии $f(R)$), в которых возможно появление различных гравитационных вакуумов разделённых доменными стенками. Отличие таких моделей от чисто полевых, обсуждённых выше, заключается в том, что скалярное поле, приводящее к формированию доменных стенок, и его потенциал является эффективным и получается в низкоэнергетичном пределе из чисто гравитационного действия. Идейно, этот подход близок к широко известной модели инфляции Старобинского [109], в которой эффективное скалярное поле-инфлатон возникает вследствие добавления квадратичных по кривизне слагаемых в лагранжиан гравитации.

Добавление в лагранжиан нелинейных по кривизне слагаемых обусловлено двумя соображениями. Во первых, считается, что ОТО является эффективной низкоэнергетичной теорией гравитации, и поэтому в лагран-

жиане должны иметься поправки к кривизне вызванные эффектами квантовой гравитации, пренебрежимо малые при малых энергиях [110–112]. Именно из таких соображений изначально было введено R^2 слагаемое в модели инфляции Старобинского в обычном $3 + 1$ мерном пространстве. Второе соображение заключается в том, что нелинейность гравитации является одним из механизмов компактификации дополнительных измерений [113, 114]. При том, что возможны и другие механизмы компактификации, например, основанные на введении дополнительных материальных полей [115], дающих ненулевой тензор-энергии импульса, рассмотрение чисто гравитационных моделей представляется эстетически более привлекательным. Кроме того, $f(R)$ -теории позволяют единым образом описывать процесс космологической инфляции и компактификации дополнительного пространства, как проявления общей гравитационной динамики в различных подпространствах [116, 117].

В данном разделе нас интересует то, что помимо фундаментальной мотивации многомерных $f(R)$ -моделей, в них существуют побочный эффект в виде производства ПЧД. Приведём здесь пример такой модели, рассмотренный в работе [118]. Предполагается, что при высоких энергиях физика описывается многомерным $D = 4 + n$ лагранжианом с нелинейным по кривизне Риччи действием:

$$S[g_{\mu\nu}] = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^D x \sqrt{|g_D|} [f(R) + c_1 R_{AB} R^{AB} + c_2 R_{ABCD} R^{ABCD}], \quad (51)$$

$$f(R) = aR^2 + R - 2\Lambda_D, \quad (52)$$

где $m_D \equiv 1$ — многомерная масса Планка. При этом многомерное пространство представляется как прямое произведение $\mathbb{M} = \mathbb{M}_4 \times \mathbb{M}_n$, где $\mathbb{M}_4$ — четырёхмерное пространство, а $\mathbb{M}_n$ — компактное дополнительное пространство с n измерениями:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - \exp(2\beta(t)) d\Omega_n^2, \quad (53)$$

где $g_{\mu\nu}$ — метрика 4-мерного пространства $\mathbb{M}_4$, при этом $d\Omega_n^2$ — это метрика на единичной n -мерной сфере, а $\exp(\beta)$ — её радиус.

Для получения наблюдаемой 4-мерной динамики необходимо проинтегрировать лагранжиан (51) по дополнительным измерениям и перейти к картине Эйнштейна, обеспечивающей минимальную связь кривизны с возникшими эффективными полями. Процедура получения такой теории подробно описана в работе [113], а возникающая в ней инфляция и компактификация подпространств $\mathbb{M}_4$ и $\mathbb{M}_n$ исследуется в работах [116, 119].

Предполагается максимальная симметричность дополнительного пространства $\mathbb{M}_n$, что приводит к скаляру Риччи дополнительного пространства $R_n = n(n-1)/\exp(2\beta)$, где $\exp(\beta) \equiv \rho$ — его радиус. Эффективная теория работает в области, где дополнительное пространство мало по сравнению с 4-мерным и медленно меняется:

$$R = R_4 + R_n + P_k, \quad P_k = 2n\partial^2\beta + n(n+1)(\partial\beta)^2, \quad R_4, P_k \ll R_n, \quad (54)$$

где R_4, R_n — скаляры Риччи для $\mathbb{M}_4, \mathbb{M}_n$.

Эффективное скалярное поле. После интегрирования по дополнительному пространству и перехода к картине Эйнштейна путём конформного преобразования [113], эффективный лагранжиан становится 4-мерным с обычной гравитационной частью R_4 , а скаляр Риччи дополнительного пространства интерпретируется как новое эффективное поле ϕ с действием:

$$S_{\text{eff}} = \frac{m_4^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g_4} \text{sign}(f') [R_4 + K(\phi)(\partial\phi)^2 - 2V(\phi)],$$

где эффективная масса Планка в картине Эйнштейна: $m_4 = m_D \sqrt{2\pi^{n+1/2}/\Gamma(n+1/2)}$, а $g_4^{\mu\nu}$ — наблюдаемая 4-мерная метрика. При этом появившееся скалярное поле имеет смысл скаляра Риччи дополнительного пространства $\phi \equiv R_n$ в исходной теории (51). Действие S_{eff} содержит потенциал и нетривиальный кинетический член, которые выражаются через исходные параметры действия (51) (подробный вывод сделан в работе [116]):

$$V(\phi) = -\frac{\text{sign} f'}{2(f')^2} \left(\frac{|\phi|}{n(n-1)} \right)^{n/2} \left(f(\phi) + \frac{c_1 + 2c_2/(n-1)}{n} \phi^2 \right), \quad (55)$$

$$K(\phi) = \frac{3}{2} \left(\frac{f''}{f'} \right)^2 - \frac{n}{2\phi} \frac{f''}{f'} + \frac{n(n+2)}{8\phi^2} + \frac{c_1 + c_2}{\phi f'}. \quad (56)$$

Поскольку поле ϕ представляет собой кривизну R_n дополнительного пространства, его вакуумы (минимумы потенциала (55)) соответствуют устойчивым конфигурациям максимально симметричного дополнительного пространства с радиусом $\rho \equiv \exp(\beta)$.

Существуют такие комбинации параметров действия (51), при которых потенциал (55) имеет два различных вакуума ϕ , причём один из них соответствует $\phi_{\min} = 0$ — декомпактификации (см. пример такого выбора параметров на рис. 4).

Скатывание поля ϕ в правый минимум потенциала (рис. 4) соответствует стабилизации компактного дополнительного пространства при $R_n \neq 0$ (дополнительное пространство компактифицировано и имеет некоторый радиус ρ_0), и приводит к наблюдаемой 4-мерной космологии [116]. Наличие левого минимума $R_n \approx 0$ говорит о возможности реализации другого сценария (он исследуется в работе [119]), в котором дополнительное пространство нестабильно и расширяется вместе с основным до макроскопических размеров.

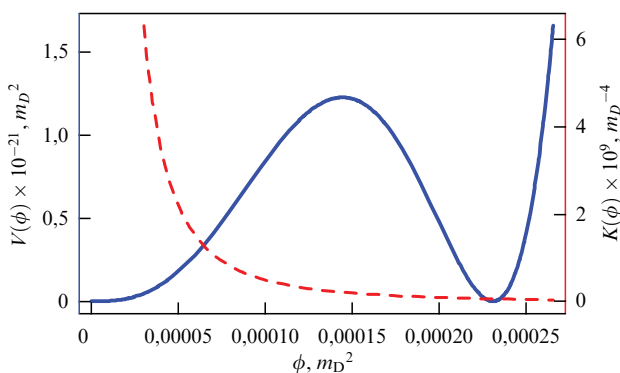


Рис. 4. Графики потенциала и кинетического фактора (55) для параметров: $n = 6$, $c_1 = -8000$, $c_2 = -5000$, $a_2 = -500$. Скатывание в левый вакуум $\phi = 0$ соответствует декомпактификации (многомерной Вселенной), правый вакуум $\phi_{\min} = 2,3 \times 10^{-4}$ соответствует наблюдаемой 4-мерной Вселенной.

Космологическая эволюция к разным состояниям дополнительного пространства, компактифицированного $\phi_{\min} \neq 0$ или декомпактифицированного $\phi_{\min} = 0$, приводит к возникновению включений одного вакуума внутри другого — образованию "пузырей" декомпактифицированного дополнительного пространства внутри компактифицированной четырёхмерной Вселенной. Такие "пузыри" должны быть окружены массивными доменными стенками.

Доменные стенки и первичные чёрные дыры. Далее механизм образования ПЧД из доменных стенок в целом аналогичен рассмотренному в разделе 2.5. Существенное отличие заключается в том, что доменная стенка в подходе с дополнительными измерениями чрезвычайно массивна. Поэтому её коллапс в ПЧД происходит прямо в процессе скатывания поля ϕ к минимумам потенциала (такие стенки называются сверхкритическими [77, 79]), начинающегося в момент "разморозки" скалярного поля $H \ll \sqrt{V''(\phi_{\min})}$. Данный процесс начинается сразу после окончания инфляции (из-за большой величины $\sqrt{V''(\phi_{\min})}$), поэтому домены вакуума $\phi = 0$ не успевают претерпеть значимого постинфляционного расширения, в отличие от моделей из раздела 2.5, и конечный радиус стенки $\tilde{r} \approx r$, в отличие от формулы (44).

В процессе скатывания поля ϕ к минимумам потенциала, растёт плотность энергии доменной стенки $\sigma(t)$ и её масса. В момент когда стенка достигает массы Шварцшильда для её радиуса $4\pi r^2 \sigma(t) = r/2G$, она превращается в чёрную дыру. Максимальная плотность энергии стенки $\sigma_{\max}$, соответствующая завершённому скатыванию в минимумы потенциала настолько велика, что никогда не достигается. Иначе говоря, в этой модели выполняется неравенство $4\pi \delta^2 \sigma_{\max} > \delta/2G$, где δ — толщина стенки, которая в то же время является минимальным возможным радиусом домена. Из этого следует, что масса ПЧД определяется только размером домена вакуума $\phi = 0$, образованного на стадии инфляции, а параметры стенки не играют роли в определении массы ПЧД.

Спектр масс ПЧД $dn(M)/dM$ в этой теории сводится к спектру размеров $dn(r)/dr$ доменов флуктуаций поля ϕ генерируемых на инфляционной стадии. Подставляя $r = 2GM$, получаем спектр масс формируемых ПЧД:

$$\frac{dn(M)}{dM} = 2G \frac{dn(2GM)}{dr}, \quad (57)$$

где $dn(r)/dr$ вычислено в разделе 2.5 (см. формулу (43)).

2.7. Образование первичных чёрных дыр за счёт флуктуаций барионного заряда

Одной из первых моделей образования массивных ПЧД является модель Долгова – Силка, предложенная в 1993 г. [34], где был разработан механизм рождения ПЧД с логарифмически-нормальным спектром масс в результате флуктуаций барионного заряда при бариогенезисе в ранней Вселенной (см. развитие этой теории в [87] и обзор [5]). В основе этой модели лежит обобщение модели бариогенезиса Аффлекса – Дайна [120], в потенциал которой добавлен член взаимодействия поля инфлатона Φ с комплексным скалярным полем χ , отвечающим за барионное число, с константой связи g :

$$U(\chi) = m_0^2 |\chi|^2 + g |\chi|^2 (\Phi - \Phi_1)^2 + \lambda |\chi|^4 \ln \frac{|\chi|^2}{\sigma}. \quad (58)$$

В данном потенциале можно выделить эффективную массу, включающую связь полей.

$$m_{\text{eff}}^2 = m_0^2 + g(\Phi - \Phi_1)^2 + \dots \quad (59)$$

Здесь для простоты не учитываются слагаемые, связанные с температурой и кривизной.

Конденсат поля χ отвечает за CP нарушение и генерацию барионной асимметрии. Флуктуации барионного заряда возникают на стадии инфляции, и в работе [34] рассматривалась модель хаотической инфляции.

Изначально, когда поле Φ велико, масса m_{eff} большая, а потенциал имеет минимум при $\chi = 0$. При эволюции поля Φ , когда оно уменьшается и проходит через значение Φ_1 , масса поля χ становится меньше постоянной Хаббла во время инфляции, у потенциала появляется более глубокий минимум при $\chi \neq 0$, и это поле в процессе квантовых флуктуаций может диффузионно уходить далеко от нуля вдоль долины потенциала и, флуктуируя поперёк долины, переходить в состояние с превышением того или иного знака барионного заряда. Наглядно можно представить, что в комплексной плоскости (χ_1, χ_2) , где $\chi = \chi_1 + i\chi_2$, поле "вращается" вокруг нуля, а угловой момент данного вращения соответствует барионному числу (это следует из выражения для барионного тока). Фазовый переход с формированием пузыря новой фазы происходит в том случае, если квантовые флуктуации поля χ успевают перевести его в область классического скатывания. При дальнейшем уменьшении Φ ниже Φ_1 процесс бариогенезиса заканчивается, и по завершении инфляции поле $\chi = 0$ возвращается в нуль потенциала, сохраняя угловой момент и, соответственно, наработанный барионный заряд. При распаде χ -мезона на кварки в разных областях пространства возникают разные отношения числа кварков и антикварков, и флуктуации барионного заряда превращаются в возмущения плотности.

Хотя в среднем во Вселенной барионная асимметрия может соответствовать наблюдаемой малой величине 6×10^{-10} , данная модель предсказывает наличие компактных областей, в которых асимметрия достигает ~ 1 . В том числе, это могут быть области, состоящие из антивещества [121, 122]. Часть областей с асимметрией ~ 1 могли образовывать компактные звездоподобные объекты и даже коллапсировать с образованием ПЧД, если размер возмущения превосходит радиус Джинса в ту эпоху. При этом в [34] для функции масс ПЧД получено логарифмически-нормальное распределение в виде

$$\frac{dN}{dM} = \mu^2 \exp \left(-\gamma \ln^2 \frac{M}{M_0} \right), \quad (60)$$

где параметры μ , γ теорией не фиксируются и могут выбираться в широких интервалах. Их выбор может быть сделан так, чтобы описать имеющиеся данные наблюдений. Параметр M_0 из условия гравитационного коллапса во время фазового КХД-перехода оценивается как $\sim 10M_\odot$, что хорошо описывает наблюдения [123].

Модель Долгова – Силка с функцией масс (60) способна объяснить сразу несколько наблюдательных фактов [24]. ПЧД малых масс могут составлять ТМ, ПЧД звёздных масс могут быть ответственны за гравитационные всплески, а более массивные ПЧД могут объяснять сверхмассивные ЧД в ядрах галактик. В том числе, эта теория хорошо соответствует недавним наблюдениям космического телескопа Дж. Уэбб [124], в которых было

зарегистрировано неожиданно большое число массивных галактик в эпоху до реионизации. Флуктуации барионного заряда могут объяснить избыток тяжёлых химических элементов, наблюдавшийся на красных смещениях $z \geq 10$, а также аномальный химический состав некоторых звёзд в Галактике. При этом важно, что, несмотря на наличие областей с антивеществом, модель не входит в противоречие с данными по гамма-излучению от аннигиляции [122], а аннигиляция антивещества и вещества вблизи гипотетических антизвёзд может происходить через промежуточное образование атомов протония с каскадным излучением узких эмиссионных линий в рентгеновском диапазоне перед аннигиляцией, что может быть проверено в будущих спектроскопических рентгеновских наблюдениях [125].

2.8. Фазовый переход квантовой хромодинамики

Согласно расчётам в рамках квантовой хромодинамики (КХД), в ранней Вселенной при температурах $\sim 100 - 150$ МэВ произошел переход от состояния кварк-глюонной плазмы к адронному газу, когда кварки объединились в барионы и мезоны. В эту эпоху из-за характера взаимодействия кварков и глюонов заметно падает давление среды и уменьшается скорость звука $c_s = \sqrt{dp/d\rho} = w^{1/2}$. Согласно вычислениям, аналогичным тем, что были представлены в разделе 2.1, но с более общим уравнением состояния $p = w\rho$, ПЧД должны формироваться с большей эффективностью. Это связано с тем, что порог формирования ПЧД в простейших оценках $\delta_c \simeq w$, а формирование ПЧД (в модели коллапсов адиабатических возмущений) происходит на хвосте гауссова распределения по величине возмущения при условии $\delta > \delta_c$, поэтому при уменьшении порога образуется больше ПЧД. Конечно, условием этого является наличие возмущений кривизны на масштабе горизонта во время КХД-перехода. Данный механизм формирования ПЧД был предложен в работе Едамзика [126]. Масса излучения внутри космологического горизонта при температуре Вселенной T составляет

$$M_H(T) \simeq 15 \left(\frac{T}{100 \text{ МэВ}} \right)^{-2} \left(\frac{g_{\text{eff}}}{10,75} \right)^{-1/2} M_\odot, \quad (61)$$

где g_{eff} — эффективное число степеней свободы при рассматриваемой температуре. Вероятное значение $g_{\text{eff}} \simeq 40$ [123], поэтому при $T \sim 100$ МэВ можно ожидать рождения ПЧД с массами $\sim 8M_\odot$ [123]².

В некоторых работах предполагалось, что массы формирующихся при КХД-переходе ПЧД могут составлять $M_{\text{РВН}} \sim 1M_\odot$. В частности, в [126] рассматривались массы $\sim 1M_\odot$, в [128] получен интервал масс ПЧД $0,3 \leq M_{\text{РВН}}/M_\odot \leq 1,4$ с максимумом их распределения по массам при $M_{\text{РВН}} \sim 0,7M_\odot$, а в работе [129] для положения максимума приводится значение $\sim 1,9M_\odot$. Такие массы в рамках рассматриваемой модели возможны в случае, когда температура КХД-перехода достаточно велика, или массы ПЧД могут составлять малую долю от массы излучения внутри горизонта в момент формирования ПЧД [50]. Последнее предсказывается также и в численных расчётах критического гравитационного коллапса (см. (24)), причём имеется широкое распределение

² Отметим, что возможное магнитное поле и ненулевой химический потенциал при КХД-переходе понижает температуру T_{QCD} [127].

по массам. В этом случае маломассивные ПЧД из распределения могли быть по порядку величины близки к $\sim 0,5M_\odot$ компактных объектов, которые в 1990-х гг. наблюдались по событиям микролинзирования, поэтому близость массы к предсказанию работы [126] рассматривалась как хорошее совпадение с наблюдательными данными [130]. Часть данных по микролинзированию позже была пересмотрена, подробнее об этом говорится далее в разделе 8. Данная модель формирования ПЧД в случае их достаточно малых масс в последнее время приобрела актуальность в связи с наблюдениями детекторами LIGO-Virgo-KAGRA гравитационно-волнового события S251112cm, в котором величина "чирп-массы" заключена в интервале $0,1 - 0,87M_\odot$, и с вероятностью $> 99\%$ одна из ЧД слившейся пары имеет массу $< 1M_\odot$ [131]. Если эта оценка верна, то данная ЧД может быть не звёздного происхождения, а её масса может соответствовать ПЧД, родившейся во время КХД-перехода.

2.9. Коллапсы космических струн

Выше мы уже рассматривали модели образования ПЧД в результате коллапсов топологических дефектов — замкнутых двумерных доменных стенок. Были предложены также модели происхождения ПЧД в результате эволюции и коллапса одномерных топологических дефектов — космических струн. Первую такую модель предложил С. Хокинг в 1989 г. [132].

Сначала, начиная с работы [132], разрабатывались модели формирования ПЧД в результате коллапсов приблизительно круговых замкнутых петель [133–136]. Коллапс происходит, если петля сжимается примерно в $G\mu/c^2$ раз, где μ — линейная масса струны (натяжение), и оказывается под своим гравитационным радиусом. Первое детальное численное моделирование коллапса петли в рамках ОТО было выполнено в работе [137]. В работе [138] на основе ограничений на ПЧД получено ограничение на долю коллапсирующих петель космических струн $f \leq 7 \times 10^{-15} [(G\mu/c^2)/10^{-11}]^{-3/2}$.

Замкнутые петли космических струн составляют лишь очень малую долю всех струн, однако работа [139] расширила возможность формирования ПЧД и на популяцию бесконечных струн. Космические струны способны быстро менять свою форму с образованием каспов. В работе [139] было обосновано следующее условие формирования ПЧД из участка струны сложной формы: если участок космической струны с массой M оказывается заключённым внутри сферы с радиусом R и выполняется условие $2GM/(c^2R) \geq 1$, то этот участок струны способен коллапсировать в ЧД. То есть, коллапс происходит, если внутри указанной сферы находится масса, шварцшильдовский радиус которой больше радиуса сферы ("гипотеза обруча"). По такому механизму могут коллапсировать, в основном, участки струн в виде каспов. Кроме того, в [139] показано, что образующиеся в этой модели ПЧД имеют большие спины и релятивистские начальные скорости.

2.10. Первичные чёрные дыры в альтернативных и модифицированных теориях гравитации

Процесс формирования ПЧД зависит от теории гравитации, реализующейся в эпоху формирования, причём современные теории допускают изменения вида основных уравнений гравитации при нарушении тех или иных симметрий в процессе расширения Вселенной. Помимо

многочисленных аналитических и численных расчётов, выполненных в рамках ОТО, имеются исследования образования ПЧД в модифицированных теориях гравитации. В работе [140] рассматривалось влияние изменения гравитационной постоянной в теории Бранса–Дикке на количество образующихся ПЧД. Эволюция популяции ПЧД в космологии Бранса–Дикке рассматривалась также в [141, 142]. Количество образующихся ПЧД очень чувствительно к порогу их образования. ПЧД формируются лишь из возмущений плотности, которые больше некоторого порогового значения. В рамках ОТО этот порог составляет $\sim 1/3 - 0,42$. В работе [143] была исследована модификация порога образования ПЧД в теории гравитации Эддингтона–Борна–Инфельда, и было показано, что порог в этой теории гравитации не постоянный, а зависит от эпохи формирования ПЧД.

В работе [40] рассчитаны поправки к порогу образования ПЧД в рамках теории Бранса–Дикке. Были записаны уравнения эволюции сферически-симметричных возмущений в теории Бранса–Дикке и из них получена поправка к порогу образования ПЧД. Эта поправка зависит от начальной производной скалярного поля теории Бранса–Дикке. Такая зависимость приводит к тому, что в областях с различной производной скалярного поля ПЧД образуются с разной вероятностью. Скалярное поле модулирует крупномасштабное распределение ПЧД. Это влияние аналогично известному эффекту байсинга и может приводить к кластеризации ПЧД.

3. Тёмная материя вокруг первичных чёрных дыр

ПЧД могут составлять всю тёмную материю (ТМ), если они имеют массы в некотором интервале. Допустимым остается интервал $\sim 10^{17} - 10^{22}$ г. ПЧД с другими массами, по-видимому, не могут составлять всю ТМ, а только её малую часть, из-за наличия ряда ограничений на ПЧД. В этом случае, ТМ представляет собой отдельный космологический компонент, скорее всего, с ПЧД не связанный. Но ПЧД своим гравитационным полем может возмущать ТМ, что должно приводить к формированию пиков плотности ТМ и гало из ТМ вокруг ПЧД. Пиками плотности мы будем называть сгущения ТМ вокруг ПЧД, которые могли формироваться на радиационно-доминированной стадии эволюции Вселенной, а более протяжённые образования, способные формироваться на пылевидной стадии, мы будем называть гало ТМ. Пики плотности интересны тем, что в них достигается большая плотность ТМ и поэтому частицы ТМ могут интенсивно аннигилировать и производить гамма-кванты и другие типы излучения. По этим эффектам можно получить совместные ограничения на ПЧД и на свойства частиц ТМ.

3.1. Пики плотности

Одна из наиболее популярных моделей ТМ — это ТМ в форме некоторых элементарных частиц, которые пока не удалось напрямую зарегистрировать в экспериментах. Будем предполагать, что справедлива именно эта модель ТМ (новые элементарные частицы). В ряде работ был исследован процесс накопления частиц ТМ на орбитах вокруг ПЧД и формирование пиков плотности на радиационно-доминированной стадии эволюции Вселенной [144–153]. До момента кинетического отщепления частиц ТМ t_d от излучения они были связаны с излу-

нием и не могли двигаться свободно, а лишь увлекались общим гидродинамическим потоком. В частности, они не могли существенно накапливаться вокруг ПЧД, так как этому препятствовало давление излучения, противостоящее силе притяжения ПЧД. В модели ТМ в виде Випмов (слабовзаимодействующих частиц) кинетическое отщепление происходит при температуре [152]

$$T_d \sim 10 \left(\frac{m_\chi}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{5/4} \text{ МэВ}. \quad (62)$$

После кинетического отщепления частицы ТМ начали двигаться свободно и часть из них могла оставаться на финитных орбитах вокруг ПЧД. Эти частицы формировали на стадии радиационного доминирования плотные пики плотности вокруг ПЧД. При малых массах ПЧД важны скорости частиц ТМ, оставшиеся после кинетического отщепления, но при больших массах ПЧД роль остаточных тепловых скоростей снижается. После перехода Вселенной на пылевидную стадию, формирование гало ТМ вокруг ПЧД продолжалось в больших масштабах, причём в эту эпоху масса гало уже превосходила массу затравочной ПЧД и формирование гало шло в режиме вторичной аккреции [154].

Условие захвата частицы ТМ, находящейся на расстоянии r_i от ПЧД, на финитную орбиту соответствует тому, что её начальная скорость была меньше скорости убегания $v_i < (2GM_{\text{ВН}}/r_i)^{1/2}$. Второе условие состоит в том, что в любой точке орбиты радиус r заключен между минимальным и максимальным расстоянием частицы ТМ от центра

$$r_{\min} = a(1 - e) \leq r \leq r_{\max} = a(1 + e), \quad (63)$$

где a — большая полуось орбиты частицы. Частица проделывает путь от r до $r + dr$ дважды за свой орбитальный период T_{orb} , поэтому частица тратит долю $2 dt/T_{\text{orb}}$ своего времени на расстояниях от r до $r + dr$, где dt — это время, требуемое частице для движения от r до $r + dr$. Если начальная плотность ТМ $\rho_i(r_i)$, то конечную плотность $\rho(r)$ можно записать в виде

$$\rho(r) 4\pi r^2 dr = \int 4\pi r_i^2 dr_i \rho_i(r_i) \int d^3 v f(v) \frac{2(dt/dr)}{T_{\text{orb}}} dr, \quad (64)$$

где $f(v)$ — тепловая функция распределения частиц ТМ, а производная dt/dr имеет известный вид в кеплеровской задаче. Этот подход позволяет рассчитать профиль плотности пика ТМ вокруг ПЧД в разных случаях [152]:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_d \left(\frac{r_c}{r} \right)^{3/4}; & r < r_c; \\ \frac{\rho_{\text{eq}}}{2} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{M_\odot} \right)^{3/2} \left(\frac{\tilde{r}}{r} \right)^{3/2}; & r_c < r < r_K; \\ \frac{\rho_{\text{eq}}}{2} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{M_\odot} \right)^{3/4} \left(\frac{\tilde{r}}{r} \right)^{9/4}; & r > r_K. \end{cases}$$

где ρ_d — плотность Вселенной в момент кинетического отщепления, ρ_{eq} — плотность Вселенной в момент равенства плотностей вещества и излучения, $r_c = 2GM_{\text{РВН}}m_\chi/(T_d)$, m_χ — массы частиц ТМ, T_d — температура их кинетического отщепления от излучения, $\tilde{r} = GM_\odot t_{\text{eq}} m_\chi / (t_d T_d)$, $r_K = (2t_d T_d)^2 / (2GM_{\text{РВН}} m_\chi^2)$.

Для расчёта потока гамма-излучения от аннигиляции частиц ТМ важно знать профиль плотности в пике и максимально возможную плотность в центральной области. Максимальная плотность ТМ в центре гало может быть оценена из простого условия $\rho \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle t_0 / m \sim 1$ [155, 156], где $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$ — сечение аннигиляции, усредненное вместе со скоростью, m — масса частиц ТМ, t_0 — современный возраст Вселенной. Такой оценочный расчёт даёт центральное плато с постоянной плотностью ТМ

$$\rho_{\max} \simeq \frac{m}{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle t_0} \simeq 10^{-14} \left(\frac{m}{70 \text{ ГэВ}} \right) \times \\ \times \left(\frac{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle}{3 \times 10^{-26} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}} \right)^{-1} \times \\ \times \left(\frac{t_0}{1,36 \times 10^{10} \text{ лет}} \right)^{-1} \text{ г см}^{-3}. \quad (65)$$

В области плато плотность ТМ к настоящему времени должна была упасть до величины $\rho_{\max}$. В таком подходе предполагается, что изменение плотности — это локальный процесс, протекающий независимо на каждом радиусе. Несколько уточнить оценку (65) позволяет решение уравнения $\partial \rho / \partial t = -\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \rho^2 / m$, что даёт плавный переход к области плато [157] и является точным лишь для случая круговых орбит [158]. Между тем, частицы ТМ в общем случае могут двигаться по вытянутым орбитам, и при аннигиляции частиц в одном месте меняется их число на других расстояниях от центра. В работе [144] было оценено время жизни частицы ТМ с учётом того, что при своём орбитальном движении частица проходит через области с разной плотностью. В [144] была рассмотрена орбита с одной характерной величиной орбитальных параметров. Следующее уточнение заключается в учёте распределения частиц ТМ по орбитальным параметрам. Можно ожидать, что наличие вытянутых зацепляющихся друг за друга орбит приведёт при аннигиляции частиц к формированию не кора, а каспа в центральной области. В работе [158] это было показано для случая астрофизических чёрных дыр со степенным распределением по угловым моментам. Для случая ПЧД расчёт показал, что форма профиля отличается от плоского плато и близка к степенному каспу с показателем степени $\approx -0,7$ [159]. Это отличие примерно на 30 % увеличивает темп аннигиляции в центре гало и, соответственно, предсказываемый поток аннигиляционного излучения.

Ограничения на гамма-фон дают совместные ограничения на количество ПЧД и на параметры частиц ТМ. В наиболее полном виде эти ограничения приведены в работе [152]. В интервале масс $2 \times 10^{-12} M_\odot (m_\chi/1 \text{ ТэВ})^{-3,2} < M_{\text{РВН}} < 5 \times 10^{12} M_\odot (m_\chi/1 \text{ ТэВ})^{1,1}$ для теплового сечения рождения частиц ТМ $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \sim 3 \times 10^{-26} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ ограничение имеет вид [152]

$$f_{\text{РВН}} \leq 2 \times 10^{-9} \left(\frac{m_\chi}{1 \text{ ТэВ}} \right)^{1,1}. \quad (66)$$

В частности, отсюда следует, что аннигилирующая ТМ с указанным сечением и ПЧД в количестве, требуемом для объяснения гравитационных всплесков LIGO/Virgo/KAGRA, друг с другом несовместимы. Либо количество ПЧД должно быть значительно меньше величины (66), либо ТМ должна состоять из частиц с другими свойствами.

3.2. Сверхмассивные первичные чёрные дыры

ПЧД большой массы могли бы накапливать вокруг себя большое количество ТМ. Прежде, чем перейти к этому вопросу, обсудим статус самих сверхмассивных ПЧД. Наблюдение квазаров на красных смещениях $z > 6$ представляет вызов астрофизическим теориям формирования сверхмассивных ЧД. Дело в том, что светимость квазара, обнаруженного на красном смещении $z = 6,4$, соответствует аккреции на ЧД с массой $3 \times 10^9 M_\odot$, а время формирования таких ЧД по обычным астрофизическим механизмам достаточно велико (по крайней мере, существующие модели сталкиваются с большими трудностями). Расчёты [160] (см. рис. 3) показали, что даже в случае быстрого роста масс за счёт аккреции, необходимо наличие зародышей ЧД с массами как минимум $\sim 10^4 M_\odot$. ПЧД могли бы успешно объяснить наличие ЧД на больших красных смещениях, так как они могли формироваться в очень ранние эпохи на стадии радиационного доминирования.

Ещё одно направление исследований — это затравки сверхмассивных ЧД в ядрах галактик. Космическим телескопом Дж. Уэбб было обнаружено повышенное число крупных галактик по сравнению с предсказаниями стандартной Λ CDM-модели при красных смещениях $z > 6$. Для объяснения предлагались, в частности, модели с избытком возмущений в спектре мощности. Тем временем уже в ранних работах по теме ПЧД выдвигалась идея о том, что сверхмассивные ПЧД могут служить затравками для образования галактик, или, как минимум, некоторой их части [24]. В отличие от иерархической картины формирования галактик, тёмное гало вокруг ПЧД должно нарастать не при слияниях меньших объектов, а в результате общего натекания ТМ на ПЧД. В результате получаются сконцентрированные к центру объекты с профилем плотности $\propto r^{-9/4}$, соответствующим механизму вторичной аккреции [161].

Современные наблюдательные ограничения на количество ПЧД во Вселенной в различных диапазонах масс приведены в обзоре [21] в форме верхнего предела на долю ПЧД в составе тёмной материи $f_{\text{РВН}}$. В интересующем нас диапазоне $10^8 - 10^{10} M_\odot$ имеются ограничения по μ -возмущениям реликтового излучения, миллилинзированию компактных радиоисточников, а также ряд динамических ограничений, описанных далее в разделе 8.

Наиболее сильным из динамических ограничений является ограничение по динамическому трению ПЧД в гало Галактики. Если бы в гало были ПЧД столь большой массы, то за время жизни Галактики под влиянием динамического трения ПЧД переместились бы в центр Галактики. Однако известно, что в центре Галактики находится чёрная дыра с массой всего лишь $\sim 4 \times 10^6 M_\odot$ — значительно меньше рассматриваемых нами масс.

На несколько порядков более сильным ограничением по сравнению с динамическими ограничениями может являться ограничение по μ -возмущениям реликтового излучения. Это ограничение связано с эффектом Силка и диссипацией возмущений плотности, приводящей к μ -возмущениям реликтового излучения [162]. В результате, число ПЧД в диапазоне масс $(6 \times 10^4 - 5 \times 10^{13}) M_\odot$ сильно ограничено [163]. Однако, как указано в [15, 164], ограничение по μ -возмущениям РИ действует только в том случае, если ПЧД образовывались из высоких пиков плотности в случае гауссовых возмущений, т.е., как в исторически первой модели образования ПЧД. Но в

других моделях формирования ПЧД, в том числе, в рассмотренных в разделах 2.5 и 2.6, это ограничение не действует. Не действует оно также и в случае негауссовости, которая ожидается в области высоких пиков. Таким образом, ограничение по μ -возмущениям реликтового излучения модельно зависимо и может не выполняться.

Предположим, что ограничение по μ -возмущениям реликтового излучения роли не играет, и примем как наиболее консервативное ограничение $f_{\text{РВН}} \leq 10^{-5}$, следующее из эффекта динамического трения. Оценим среднее расстояние между ПЧД при условии этого ограничения. Их плотность равна

$$n_{\text{РВН}}(z) = \frac{\rho_{c,0} \Omega_m f_{\text{РВН}} (1+z)^3}{M_{\text{РВН}}}, \quad (67)$$

где $\rho_{c,0}$ — современная критическая плотность Вселенной, Ω_m — космологический параметр плотности ТМ. Среднее расстояние между ПЧД $l(z) = (n_{\text{РВН}}(z))^{-1/3}$ составляет

$$l(z) \simeq 4 \left(\frac{1+z}{21} \right)^{-1} \left(\frac{f_{\text{РВН}}}{10^{-5}} \right)^{-1/3} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{10^{10} M_\odot} \right)^{1/3} \text{ Мпк}.$$

Отсюда, в частности, видно, что в современной Вселенной при $z = 0$ расстояние между такими объектами ≥ 84 Мпк, т.е., они достаточно редкие.

Первичные чёрные дыры чрезвычайно больших масс. Максимальная масса ПЧД в большинстве моделей формально ограничена массой вещества внутри хаббловского радиуса, хотя столь массивные ПЧД должны быть очень редкими. Из известных сверхмассивных ЧД в квазарах максимальную оцененную массу $\sim 7 \times 10^{10} M_\odot$ имеет ЧД в квазаре TON 618 на красном смещении $z = 2,2$ [165]. В работе [152] был рассмотрен достаточно экстремальный случай, когда ПЧД имеют массы $\sim (10^{11} - 10^{18}) M_\odot$. Такие ПЧД, имеющие массы, превышающие известные массы ЧД в галактиках, были названы "ЧД с экстремально большими массами" (Stupendously Large Black Holes). Интересно, что эти ПЧД могут составлять заметную часть ТМ Вселенной, хотя, конечно, они не могут объяснить наличие ТМ внутри галактик. В работе [152] было показано, что ПЧД чрезвычайно больших масс могли набрать значительную часть своей массы за счёт аккреции, а также в [152] были получены ограничения на ПЧД чрезвычайно больших масс на основе нескольких эффектов: динамические ограничения, гравитационное линзирование, фоновые излучения от аккреции на ПЧД, гамма-излучение от аннигиляции ТМ вокруг ПЧД.

3.3. Крупномасштабная структура

Если во Вселенной рождались сверхмассивные ПЧД, то каждая такая ПЧД могла создать в барионах и в ТМ вокруг себя возмущения плотности, приводящие к формированию галактики [166, 167]. Рассмотрим ПЧД, образовавшуюся на космологической стадии доминирования излучения. До наступления пылевидной стадии натекание ТМ на ПЧД и, тем более, барионов является неэффективным. Лишь в непосредственной близости от ПЧД формируется пик плотности ТМ. Однако после окончания радиационно-доминированной стадии начинает эффективно работать процесс вторичной аккреции, и вокруг ПЧД формируется вириализованное гало из ТМ с универсальным профилем плотности $\rho(r) \propto r^{-9/4}$ [168] и

с универсальным автомодельным профилем вне вириального радиуса [154, 169]. Рост этих гало завершается тогда, когда на нелинейную стадию выходят окружающие ПЧД обычные инфляционные возмущения плотности, которые становятся конкурирующими центрами притяжения для ТМ, останавливающими её поток на ПЧД [161, 170]. Либо, при достаточно большом количестве ПЧД во Вселенной, конкурировать могли гало вокруг соседних ПЧД [167].

Подобные объекты могут составлять подкласс галактик с сильным ростом плотности в центре. Опишем их строение. Одним из характерных масштабов является размер r_c той области, в которой преобладает гравитационное влияние ПЧД в момент t_{eq} перехода Вселенной на пылевидную стадию. Рассмотрим ПЧД с массой $M_{РВН}$. Пусть ρ_{eq} плотность ТМ во Вселенной в момент "equality" ($z = z_{eq} \simeq 3119$), тогда

$$r_c = \left(\frac{3M_{РВН}}{4\pi\rho_{eq}} \right)^{1/3} = 0,05 \left(\frac{M_{РВН}}{M_\odot} \right)^{1/3} \text{ пк}. \quad (68)$$

В области радиусом r_c имеется пик плотности ТМ, сформировавшийся на стадии радиационного доминирования, а также облако горячего ионизированного газа.

Следующий характерный масштаб в каждый конкретный момент времени задаётся радиусом остановившегося слоя ТМ [154]

$$r_s(z) = 6,7 \times 10^{21} \left(\frac{M_{РВН}}{10^6 M_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{1+z}{8} \right)^{-4/3} \text{ см}. \quad (69)$$

Внутри вириального радиуса $r_{vir} \simeq r_s/4$ при $r < r_{vir}$ произошла вириализация и перемешивание ТМ, в этой области имеется стационарное распределение ТМ с профилем плотности, получающимся в модели вторичной аккреции

$$\rho(r) = 1,3 \times 10^{-19} \left(\frac{M_{РВН}}{10^6 M_\odot} \right)^{3/4} \left(\frac{r}{1 \text{ пк}} \right)^{-9/4} \text{ г см}^{-3}. \quad (70)$$

Плотность при $r > r_{vir}$ даётся автомодельным законом, найденным в работах [154, 169]. Эта плотность показана на рис. 5, где автомодельный профиль плотности сшит с вириальным профилем плотности (70). Такую структуру должны иметь гало ТМ, формирующиеся вокруг ПЧД. В работе [171] сверхмассивные ПЧД с гало ТМ вокруг них было предложено называть "космологическими динозаврами".

В работах [172, 173] предпринимались попытки объяснить длинноволновый спектр возмущений на масштабах галактик и скоплений галактик статистическими флуктуациями в среде ПЧД. В области пространства, содержащей N ПЧД относительная флуктуация их числа составляет $\sim 1/\sqrt{N}$. Как показано в работе [174], этот механизм в больших масштабах оказывается неэффективным. В работе [172] рассматривались также исходные (детерминированные) длинноволновые флуктуации в смеси ПЧД и излучения. Однако флуктуации числа ПЧД могут оказаться важными для маломассивных гало, что будет подробно обсуждаться в следующем разделе. Также статистические флуктуации числа ПЧД могли бы оказывать влияние на поглощение в линии нейтрального водорода (Ly_α -лес) [175]. Этот эффект накладывает ограничение $f_{РВН} M_{РВН} \lesssim 100 M_\odot$ на вклад ПЧД в плотность ТМ [176].

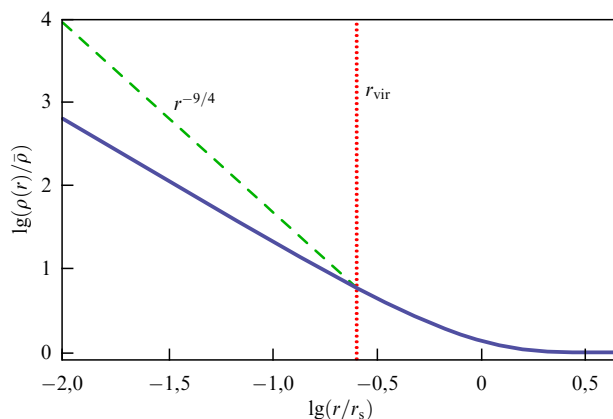


Рис. 5. Автомодельный профиль плотности ТМ вокруг ЧД, полученный в работе [154], показан сплошной линией. Плотность дана в единицах средней космологической плотности. Остановка слоя происходит на радиусе $r = r_s(z)$, т.е., при $r/r_s = 1$. Вертикальной точечной линией отмечен вириальный радиус r_{vir} . Левее этой линии находится вириализованная перемешанная область с плотностью (70), правее — область однопотокowego течения. Штрихованной линией показана реальная плотность в вириализованной области, отличающаяся от плотности, даваемой автомодельным решением.

Поглощение в линии 21 см. Как показано выше, вокруг сверхмассивных ПЧД возможно формирование объектов из ТМ и барионного газа, которые в настоящее время могут представлять собой некоторый подкласс редких сфероидальных галактик. На периферии этих галактик могут формироваться области, в которых имеется повышенная оптическая толщина газа относительно поглощения в линии 21 см. Эти области в настоящее время могут наблюдаться как кольца поглощения вокруг галактик на красных смещениях $z \simeq 20$. Положение относительно центра и параметры основной абсорбционной детали зависят только от массы центральной ПЧД и времени. Наличие таких колец было предсказано в работах [177, 178] для первых галактик и в работе [179] для гало вокруг сверхмассивных ПЧД. Причиной появления колец является наличие сонаправленных пекулярных скоростей газа вблизи радиуса остановки расширения объекта вдоль луча зрения. Угловые размеры абсорбционного кольца довольно малы, $\sim 9''$, но использование радиотелескопа площадью более 1 км^2 позволило бы выполнить поиск подобных объектов. Таким образом, наблюдение указанных колец поглощения в радиодиапазоне на $z > 15-20$ может стать доступно для проектируемых радиотелескопов следующего поколения. Нагрев и ионизация космической среды аккрецирующими ПЧД и влияние этого процесса на излучение и поглощение в линии 21 см рассматривалось ранее в работе для широкого диапазона возможных масс ПЧД ($10-10^8 M_\odot$). В работе [179], по сравнению с [180], учитывалось, в частности, движение газовой среды в эволюционирующем гало ТМ. Этот эффект приводит к появлению описанных выше глубоких кольцеобразных областей поглощения.

Галактики, названные "маленькими красными точками". В наблюдениях космического телескопа Дж. Уэбб на красных смещениях $z \geq 6$ были также обнаружены компактные (радиусом $\simeq 150$ пк) яркие галактики, названные "маленькими красными точками" ("little red dots"). Весьма вероятно, что "маленькие красные точки" содержат сверхмассивные ЧД, имеющие на 2–3 порядка

бóльшие массы, чем следует из корреляционных соотношений в современной Вселенной. В работе [183] была высказана гипотеза, что за образование "маленьких красных точек" ответственны сверхмассивные ПЧД. Можно выдвинуть гипотезу о том, что "маленькие красные точки" сформировались не вокруг одиночных ПЧД, а вокруг кластера ПЧД. Излучение от аккреции на множественные ПЧД могло подавить образование звёзд, что объясняет относительно малую наблюдаемую звёздную массу по сравнению с массой центральной чёрной дыры в "маленьких красных точках".

4. Кластеризация первичных чёрных дыр

Как предсказывают некоторые модели, ПЧД во Вселенной могут быть распределены не однородно (точнее, не по случайному пуассоновскому закону), а собраны в области повышенной плотности или в гравитационно-связанные кластеры. Кластеризация ПЧД может быть интересна тем, что в кластерах ПЧД имели бы повышенную вероятность парных столкновений. Соответственно, это увеличило бы темп всплесков гравитационных волн, что важно с точки зрения их наблюдения.

4.1. Кластеризация первичных чёрных дыр в маломассивных гало

В этом разделе мы рассматриваем модель, в которой ПЧД образуются изначально некластеризованными (одиночными) во Вселенной. В этом случае их пространственное распределение подчиняется пуассоновскому закону, поэтому возникают относительные флуктуации плотности с амплитудой $\delta_p \sim f_{\text{РВН}}/\sqrt{\langle N_{\text{РВН}} \rangle}$ [184], где $\langle N_{\text{РВН}} \rangle$ — среднее количество ПЧД в рассматриваемом объёме. Эти флуктуации являются модами постоянной кривизны, поэтому на пылевидной стадии они связаны с их начальными значениями согласно $\delta = 3s/(2s_{\text{eq}})\delta_i$ [37], где s — масштабный фактор Вселенной. На достаточно малых масштабах данные флуктуации превышают традиционные инфляционные предсказания, что приводит к раннему формированию структур [175, 185, 186]. Определим дисперсию флуктуаций $\sigma_p^2 = \langle \delta_p^2 \rangle$:

$$\sigma_p^2(M, z) = \frac{9 M_{\text{РВН}} f_{\text{РВН}}}{M} \left(\frac{1 + z_{\text{eq}}}{1 + z} \right)^2, \quad (71)$$

где M — рассматриваемый массовый масштаб. Аналогичный результат можно было бы получить, если ввести спектр мощности $P_{\text{РВН}} = f_{\text{РВН}}^2/n_{\text{РВН}}$ и воспользоваться выражением (75). Согласно формализму Пресса — Шехтера [187] функция масс гало имеет вид

$$\frac{dn}{d \ln M} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\rho_{\text{DM}}}{M} \sqrt{\frac{M}{M_{\text{ch}}}} \exp \left(-\frac{M}{2M_{\text{ch}}} \right), \quad (72)$$

где мы определили гало с характерной массой стандартным соотношением $\sigma^2(M_{\text{ch}}, z) = \delta_c^2$:

$$M_{\text{ch}} = \frac{9 M_{\text{РВН}} f_{\text{РВН}}}{4 \delta_c^2} \left(\frac{1 + z_{\text{eq}}}{1 + z} \right)^2, \quad (73)$$

и $\delta_c = 1.69$ — критическое значение флуктуации плотности для сферического коллапса гало в линейной теории. После формирования средняя плотность гало составляет $\bar{\rho}_h = 18\pi^2 \rho_M(z)$, где $\rho_M(z)$ — фоновая плотность мате-

рии, вириальный радиус гало $R_{\text{vir}} = (3M/4\pi\bar{\rho}_h)^{1/3}$, количество ПЧД в нём $\simeq f_{\text{РВН}} M_{\text{ch}}/M_{\text{РВН}}$, и характерные скорости в гало оцениваются как $v \simeq \sqrt{GM/R_{\text{vir}}}$:

$$v \simeq 1.4 \left(\frac{f M_{\text{РВН}}}{M_{\odot}} \right)^{1/3} \left(\frac{1 + z}{20} \right)^{-1/6} \text{ км с}^{-1}. \quad (74)$$

Здесь для массы гало мы воспользовались уравнением (73).

Чтобы наглядно продемонстрировать влияние ПЧД на формирование ранних структур, сравним полученные результаты с предсказаниями общепринятой Стандартной космологической модели ΛCDM с близким к плоскому спектру мощности $P_{\text{inf}} \propto k^{n_s} T_{\text{ad}}^2(k)$, где $n_s = 0.97$, T_{ad} — переходная функция для адиабатических возмущений, аналитическая аппроксимация которой приведена в [188]. Дисперсия флуктуаций связана со спектром мощности согласно

$$\sigma_{\text{inf}}^2(M, z) = D^2(z) \int \frac{dk}{2\pi^2} k^2 P_{\text{inf}}(k) W^2(kR), \quad (75)$$

где пространственный масштаб связан с массовым через соотношение $M = 4\pi R^3 \rho_M/3$, функция $D(z) = g(z)/[g(0)(1+z)]$ описывает рост флуктуаций в линейном режиме [180] и $W(kR) = 3(\sin kR - kR \cos kR)/(kR)^3$ — функция окна в импульсном пространстве. Определим теперь так называемые $N\sigma$ -гало как решение уравнения $N\sigma_{\text{inf}}(M, z) = \delta_c$. Зависимость массы $N\sigma$ -гало от красного смещения показаны пунктирными линиями на рис. 6 ($N = 1$ соответствует гало характерной массы). Можно видеть, что при $z \gtrsim 20$ структуры, индуцируемые пуассоновским шумом, по массе могут превышать даже редкие ($\lesssim 5\%$) 2σ -гало от инфляционных возмущений. Однако рост массы типичных инфляционных гало с уменьшением красного смещения является очень быстрым. Поэтому в современную эпоху крупномасштабная структура Вселенной определяется возмущениями плотности инфляционного происхождения, а вклад пуассоновского шума ПЧД, во всяком случае на уровне изолированных гало, а не подструктур, отсутствует. Момент соответствующего перехода можно оценить из пересечений сплошных линий и пунктирных 1σ -гало от инфляцион-

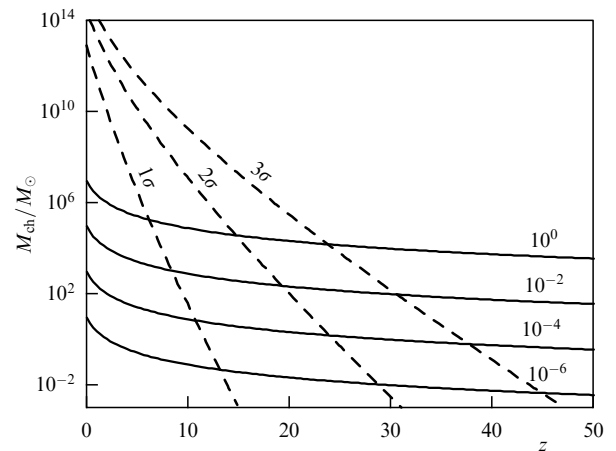


Рис. 6. Гало характерной массы в зависимости от красного смещения. Сплошные линии определяются выражением (73) и на них указано значение параметра $M_{\text{РВН}} f_{\text{РВН}}/M_{\odot}$. Пунктирные линии — $N\sigma$ -гало от инфляционных возмущений, определяемые решением уравнения $N\sigma_{\text{inf}}(M, z) = \delta_c$, где $N = 1, 2, 3$ также указано на графике.

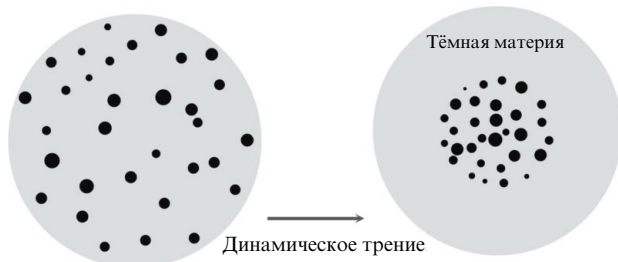


Рис. 7. Формирование подсистемы ПЧД в центре гало ТМ под влиянием динамического трения.

ных возмущений. Видно, что при красных смещениях $z \gtrsim 10$ структуры формируются ещё из-за пуассоновского шума в пространственном распределении ПЧД. Воспользуемся этим, чтобы оценить $f_{\text{РВН}}$, при которой данный механизм хоть сколько-нибудь жизнеспособен. В качестве грубого критерия будем считать, что гало должно содержать как минимум 3 ПЧД, тогда используя выражение (73) и оценивая в нем $z \sim 10$, заключаем, что доля ПЧД должна быть $f_{\text{РВН}} > 0,006$.

Эволюция кластеров первичных чёрных дыр как самогравитирующей системы. Обсудим теперь внутреннюю динамику ранних структур. ПЧД под действием динамического трения о частицы ТМ будут терять энергию и оседать к центру гало. Условно этот процесс показан на рис. 7. Причём этот процесс будет протекать интенсивнее в наиболее плотной, центральной области гало. Временной масштаб динамического трения имеет вид [190]

$$t_{\text{df}} = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v^3}{G^2 M_{\text{РВН}} \rho_c \ln A} \simeq 8,5 f_{\text{РВН}} k^{-1} \left(\frac{1+z}{40} \right)^{-7/2} 10^9 \text{ лет}. \quad (76)$$

В этом выражении $\rho_c = k \bar{\rho}_h$ — центральная плотность гало, где $k \sim 10-100$ — численная константа, которую мы определили из анализа профилей плотности гало на основе численного моделирования формирования структур с ПЧД [185, 186], v — одномерная дисперсия скоростей, которую можно оценить её характерным значением (74), $\ln A \sim 10$ — кулоновский логарифм, а для массы гало мы воспользовались её типичным значением из уравнения (73). Таким образом, за время, много меньшее современного возраста Вселенной, плотность ПЧД в центральной области ранних структур значительно превысит плотность ТМ: сформируется кластер ПЧД. Эти процессы и эволюция формирующихся кластеров были подробно рассмотрены в [191, 192]. Также отметим, что здесь рассматривается модель, в которой ПЧД являются субдоминантой компонентной ТМ. В этом случае каждая ПЧД должна быть окружена гало ТМ, которое формируется вокруг них по механизму вторичной аккреции (см. раздел 3.3). Поэтому ранние структуры будут содержать не просто ПЧД, а компактные гало с массой в несколько раз большей, в центре которых будет находиться кластер ПЧД. Это, в свою очередь, должно вести к эффективному снижению времени динамического трения (76) во всяком случае для самых первых структур.

Приведённая картина справедлива только для изолированного гало. В реальности же оно должно поглощаться в состав более крупных гало (или же поглощать более мелкие, наращивая массу) в процессе иерархического

формирования структур. Возможна ситуация, в которой гало поглотится и постепенно разрушится в составе более крупной структуры, раньше чем ПЧД успеют осесть в центр гало и образовать кластер. Поэтому необходимо сравнить эти два конкурирующих процесса. В качестве характерного времени для формирования структур можно взять время удвоения массы гало (основание и теоретические детали по иерархическому слиянию гало можно найти в [63]), которое составляет несколько Хаббловских времён $t_H = H^{-1}$. Тогда из (76) получим отношение

$$\frac{t_{\text{df}}}{t_H} \simeq 80 f_{\text{РВН}} k^{-1} \left(\frac{1+z}{40} \right)^{-2}. \quad (77)$$

Видно, что при достаточно больших z для параметров $f_{\text{РВН}} \lesssim 0,1$ и $k \sim 10$ в центральных областях гало действительно возможно формирование кластеров ПЧД в том смысле, что этот процесс идёт быстрее, чем формирование структур. Также отметим, что время динамического трения (76) не зависит от массы ПЧД, поэтому рассмотренный эффект кластеризации неизбежно возникает когда ПЧД составляют заметную долю $f_{\text{РВН}} \gtrsim 0,01$ от всей ТМ. Хотя поиски таких плотных реликтовых структур вероятно крайне затруднительны в современную эпоху, но в более молодой Вселенной они могут оставить свой след. В частности, далее будет обсуждаться кластеризация ПЧД в контексте гравитационно-волновых наблюдений.

Обсудим теперь сценарий, в котором ПЧД являются доминирующей компонентой ТМ. Для начала рассмотрим случай широкого массового распределения. Современные ограничения допускают возможность, что тёмная материя состоит из ПЧД с массой $\sim 10^{17} - 10^{22}$ г (так называемое астероидное окно). В этом случае ситуация ничем не отличается от рассмотренной выше, если есть достаточное количество $f_{\text{РВН}} \simeq 0,01 - 0,1$ массивных ПЧД, пуассоновский шум которых приводит к формированию ранних гало. Иначе дело обстоит, если ПЧД имеют монохроматический спектр масс. В этом случае гало будет эволюционировать из-за парных взаимодействий между ПЧД, эта ситуация на самом деле несколько отличается от рассмотренной ранее. Характерное время этого процесса определяется временем релаксации [193]

$$t_r = \frac{0,34 v^3}{G^2 M_{\text{РВН}} \rho_c \ln A}, \quad (78)$$

где кулоновский логарифм $\ln A \sim \ln N_{\text{РВН}}$. В процессе эволюции ПЧД диффундируют в пространстве скоростей и некоторые из них приобретают достаточную скорость для того, чтобы покинуть центральное ядро. Это приводит к сжатию ядра и увеличению его плотности. Асимптотически этот процесс приводит к полному "испарению" ядра и сжатию его до нулевого радиуса, плотность при этом стремится к бесконечности — это явление известно как коллапс ядра или гравотермическая катастрофа [194, 195]. Такое название обусловлено тем, что самогравитирующие системы обладают отрицательной теплоёмкостью, поэтому при оттоке тепла от ядра (вылет быстрых частиц) оно ещё больше разогревается. Хотя в реальных астрофизических системах, например в шаровых звёздных скоплениях, коллапс ядра в конечном счёте останавливается из-за образования тесных двой-

ных систем [196]. Важным здесь является то, что время коллапса ядра составляет $t_c \sim 10^2 t_r$ [193, 197], что много больше хаббловского времени (см. обсуждение перед (77)). Следовательно, в рамках такой модели пуассоновские гало не успевают испытать коллапс ядра, поэтому компактные кластеры ПЧД в них не образуются. Вместо этого ПЧД непрерывно иерархически сгущаются в ходе космологической эволюции. Таким образом, гравитационная динамика ПЧД внутри отдельных гало становится несущественной на фоне формирования все больших структур.

4.2. Кластеры первичных чёрных дыр в модели с доменными стенками

Выше мы уже рассматривали модель, в которой ПЧД формируются в результате коллапсов доменных стенок, образованных скалярным полем. Обсуждался коллапс, приводящий к формированию одной основной ПЧД. Более детальный анализ показывает, что в этой модели ПЧД должны формироваться не по одиночке, а в составе иерархических кластеров [98, 198, 199]. В таких кластерах в центре находится наиболее массивная ПЧД, а её окружают менее массивные.

Механизм кластеризации изображен на рис. 8 и основан на следующем соображении. На инфляционной стадии происходят многократные квантовые флуктуации скалярного поля ϕ , в экспоненциально расширяющейся Вселенной. Если в некоторой пространственной области значение поля ϕ подошло к критическому значению ϕ_{cl} , то к следующему моменту времени (когда эта область расширится инфляцией), в ней повышается вероятность критической флуктуации, образующей доменную стенку. Флуктуации оказываются пространственно скоррелированными, как и образующиеся доменные стенки (из которых получаются ПЧД). Поэтому вероятность образования новых ПЧД вокруг уже существующей возрастает. В итоге ПЧД образуют кластеры (скопления) с "фрактальной" структурой, когда вокруг каждой ПЧД существует совокупность более мелких ПЧД. Соответственно, вокруг каждой более мелкой ПЧД существует совокупность ещё меньших ПЧД и т.д. Дальнейшая эволюция кластера приводит к слиянию чёрных дыр в более массивные.

Для получения пространственной и массовой структуры скопления выберем некоторую "затравочную" (родительскую) ПЧД с массой M_0 и рассмотрим скопление меньших ПЧД вокруг неё. Зафиксируем размер r_{cl} кластера ПЧД к концу инфляции. Тогда, согласно уравнению (42), е-фолд на котором образовалась область, содержащая кластер имеет номер $N_{cl} = N(r_{cl})$. Также нам важен е-фолд, на котором была сформирована затравочная ПЧД. Его можно определить из уравнения (45): $N_0 = N(r(M_0))$. Поскольку "затравочная" ПЧД по определению единственная в кластере, за период времени $N_0 - N_{cl}$ должна произойти только одна критическая флуктуация. Запишем это условие, используя (41):

$$n(N_0 - N_{cl}, \phi_{cl}) = 1. \quad (79)$$

Данное уравнение связывает размер выбранной области r_{cl} с начальным значением поля ϕ_{cl} таким образом, что в этой области формируется только одна ПЧД (затравочная) с массой M_0 . Разрешая это уравнение относительно начального значения поля, получаем зависимость $\phi_{cl}(M_0, r_{cl})$. Теперь возможно получить пространст-

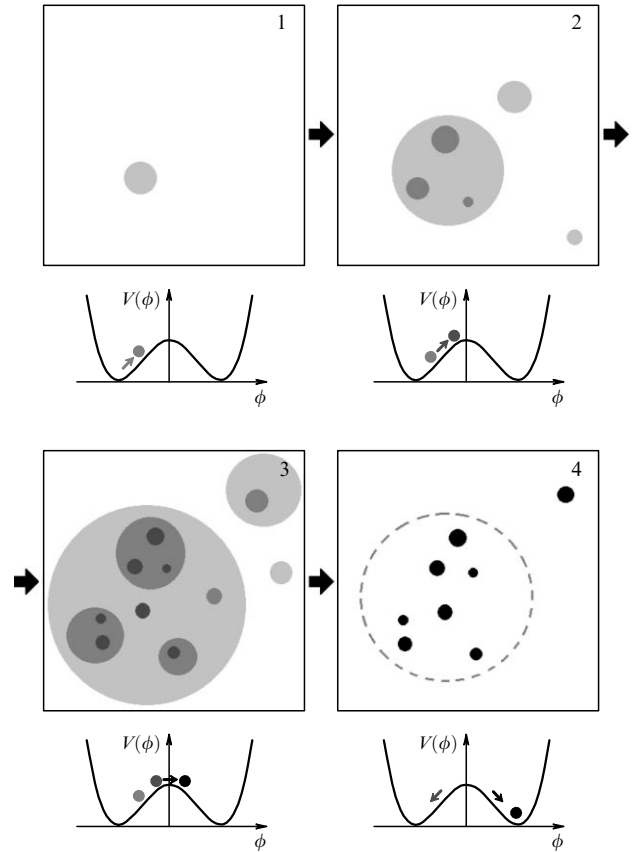


Рис. 8. Начальная кластеризация ПЧД, возникающая в механизме образования доменных стенок, за счёт пространственной корреляции квантовых флуктуаций скалярного поля на стадии инфляции. Флуктуации в последовательные моменты времени во время инфляции (изображения 1 – 3) приводят к перекидыванию скалярного поля через максимум потенциала (изображение 3). После завершения инфляции происходит скатывание поля к минимумам потенциала и формируется кластер доменных стенок (изображение 4), которые далее коллапсируют в ПЧД.

венно-массовое распределение ПЧД внутри конкретной области пространства. Оно описывается выражением, полученным из уравнения (41) путём подстановки начального значения поля $\phi_0(M_0, r_{cl})$ и времени $N - N_{cl}$:

$$n(N(r(m)) - N(r_{cl}), \phi_{cl}(M_0, r_{cl})) = n(M_0, r_{cl}, m). \quad (80)$$

Полученная в правой части этого уравнения функция описывает количество ПЧД с массой выше m внутри области радиуса r_{cl} вокруг "затравочной" ПЧД массы M_0 . Это распределение является интегральным, и соответствующим дифференцированием по m и r_{cl} можно получить спектр масс и пространственное распределение ПЧД внутри кластера. Кластеры ПЧД могут иметь крайне важные физические свойства, которые обсуждаются в обзорной статье [199].

4.3. Раннее образование квазаров вокруг скоплений первичных чёрных дыр

Как уже было описано выше, ПЧД в модели с коллапсирующими доменными стенками образуются не по одиночке, а в составе кластеров. Наличие кластера ведёт к тому, что гало ТМ вокруг центральной ПЧД образуется ещё более компактным, чем в случае одиночной затравочной ПЧД. Образование таких компактных гало ТМ во-

круг кластера ПЧД было рассмотрено в серии работ [200, 203]. Важно отметить, что эта модель способна объяснить появление ранних галактик, которое следует из наблюдений телескопа Дж. Уэбб [201], а также наблюдаемую раннюю квазарную активность [200]. Кроме того, данная модель предсказывает генерацию всплесков гравитационных волн при столкновении ПЧД в скоплении, доступных для регистрации с помощью будущих космических детекторов гравитационных волн (LISA и др.) [202].

Рассмотрим достаточно плотные скопления, которые эволюционируют рано, и в которых могут зажигаться квазары. Формирование наиболее массивной ЧД в центре скопления происходит почти сразу после пересечения гравитационным радиусом космологического горизонта, затем имеет место отщепление центральной плотной области скопления от космологического расширения, сжатие и вириализация этой области. Начало квазарной активности инициируется аккрецией газа на центральную ЧД. Для примера рассмотрим модель, в которой доля массы Вселенной $\sim 10^{-3}$ состоит из скоплений ПЧД. Пример начального профиля масс $M_h(r_i)$ скопления ПЧД в модели с доменными стенками показан на рис. 9. Для сравнения там же показан график массы ТМ $M_{DM}(r_i)$, заключенной внутри сферических слоёв с теми же радиусами. Величины радиусов r_i представлены в разные моменты времени t_i , когда сферические слои пересекают космологический горизонт (это объясняет отличие от закона $M_{DM} \propto r^3$). Под гравитационным радиусом окажется лишь центральная масса $4,3 \times 10^7 M_\odot$ и таким образом весь диапазон масс и радиусов, показанных на рис. 9, в действительности не реализуется.

Переходим теперь к исследованию гравитационной динамики скопления ПЧД и ТМ, начиная со стадии радиационного доминирования. Рассмотрим систему с радиусом $r < ct$, состоящую из ПЧД с общей массой M_h внутри сферы радиуса r , излучения (смесь всех релятивистских частиц) с плотностью ρ_r , ТМ с плотностью ρ_{DM} при космологической постоянной, соответствующей плотности ρ_Λ . Введём параметризацию $r = ab$, при которой уравнение эволюции слоя с параметром b имеет вид

$$\frac{d^2 b}{dz^2} + \frac{db}{dz} S(z) + \left(\frac{1 + \delta_h}{b^2} - b \right) \frac{\Omega_{m,0}(1+z)}{2E^2(z)} = 0, \quad (81)$$

где введена функция $S(z) = E^{-1}(z) dE(z)/dz - 1/(1+z)$ и $\delta_h = M_h/M_{DM}$. В предельном случае $\varepsilon_\Lambda = 0$ уравнение (81) эквивалентно соответствующему уравнению из работы [204]. Решаем уравнение (81), начиная с красного смещения z_i , когда рассматриваемый слой пересекает горизонт $r \sim ct$. Начальные условия приведены на рис. 9.

Момент остановки расширения слоя $\dot{r} = 0$ на некотором радиусе r_s соответствует уравнению $db/dz = b/(1+z)$. Предполагаем, как обычно, что после сжатия от r_s до $r_c = r_s/2$ слой вириализуется и фиксируется на радиусе r_c . Поэтому средняя плотность вириализованного объекта ρ в 8 раз больше его плотности в момент максимального расширения $\rho = 8\rho_{m,0}(1+z_s)^3 b_s^{-3}$, а его вириальный радиус $r_c = [3M_{DM}/(4\pi\rho)]^{1/3}$. Внутренние слои прекращают расширение раньше внешних. ЧД с массой $M_c = 4,3 \times 10^7 M_\odot$ формируется в центре скопления в момент t_i . Следующие слои, у которых $\delta_h > 1$ (и $M_{DM} < M_h$), также отщепляются от космологического расширения на радиационно-доминированной стадии. Эти слои аккрецируются центральной ЧД за счёт их сжа-

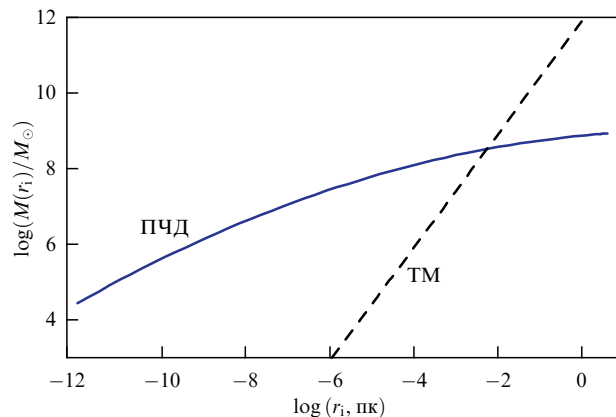


Рис. 9. Начальный профиль массы $M_h(r_i)$ скопления ПЧД (сплошная кривая) и профиль массы ТМ $M_{DM}(r_i)$ (штрихованная кривая).

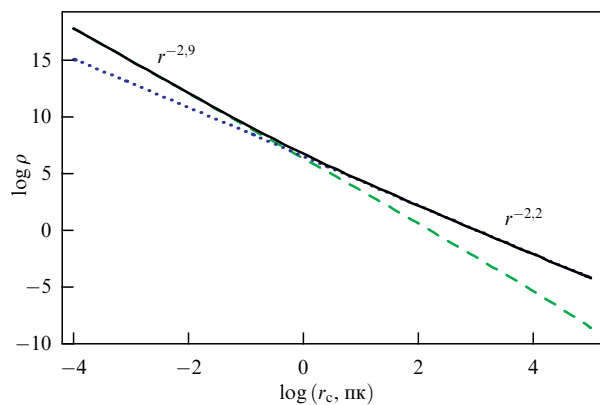


Рис. 10. Итоговый профиль плотности (82) индуцированной гало (ρ в единицах $M_\odot \text{ пк}^{-3}$) в зависимости от расстояния до центра скопления r_c для ТМ (точечная линия), для ПЧД (штрихованная линия) и для суммы плотностей (сплошная линия). Также показаны асимптотические степенные зависимости.

тия в результате парной релаксации. Граничная величина $\delta_h = 1$ соответствует массе $M_h = M_{DM} = 3,3 \times 10^8 M_\odot$.

Для рано формирующихся ПЧД имеет место процесс, аналогичный вторичной аккреции. В результате, ПЧД или их скопление оказываются окруженными протяжёнными гало ТМ. Их профиль плотности не будет следовать точно профилю вторичной аккреции $\rho \propto r^{-9/4}$ из-за некомпактности центральной массы. В процессе формирования галактик после вириализации распределение ТМ имеет вид

$$\rho_{DM}(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dM_{DM}(r)}{dr}, \quad (82)$$

где функция $M_{DM}(r_c)$ определяется решением уравнения (81). Аналогично профилю ТМ может быть определён профиль плотности ЧД, а также их суммарный профиль плотности. Результаты соответствующего расчёта показаны на рис. 10. Как видно на этом рисунке, при $r = 8 \text{ кпк}$ полная плотность $0,7 \text{ ГэВ см}^{-3}$. Таким образом, по некоторым своим характеристиками рассматриваемые объекты отчасти напоминают нашу Галактику, но они более плотные в центральной части и содержат сверхмассивные ЧД.

Гало ТМ прекращает нарастать, когда становятся сильны силы притяжения со стороны соседних возмущё-

ний плотности инфляционного происхождения. Сравнивая величины инфляционных возмущений и возмущений от кластеров ЧД, получаем массу гало ТМ в момент окончания её роста $M_{DM} = 1,8 \times 10^{12} M_{\odot}$. Рост гало полностью останавливается на красном смещении $z = 1,64$, хотя квазарная активность ЧД началась намного раньше — на больших z . Вероятно, квазарная активность в галактике начинается за счёт появления приливных потоков газа на центральную ЧД при слиянии галактики с соседними объектами. Формирующиеся индуцированные гало выглядят как большие галактики-сфероиды или эллиптические галактики с малой эллиптичностью. Они имеют центральный пик плотности ТМ, показанный на рис. 10 и центральные сверхмассивные ЧД. Внутри радиуса $r = 10$ пк от центра суммарная масса ПЧД (включая массу центральной ЧД) равна $2,9 \times 10^8 M_{\odot}$. Внутри того же радиуса масса ТМ $3,4 \times 10^8 M_{\odot}$.

4.4. Эффект влияния (байсинга) для первичных чёрных дыр

Помимо формирования плотных кластеров ПЧД не исключён вариант, когда формируются либо очень "рыхлые" кластеры, либо даже области с повышенной концентрацией ПЧД, не являющиеся вириализованными. Одним из вариантов, когда повышение плотности ПЧД, скорее всего, не очень существенно, является эффект байсинга. В общем виде эффект байсинга заключается в том, что крупномасштабные возмущения плотности влияют на формирование объектов в малых масштабах и тем самым модулируют их распределение. Эффект байсинга известен, например, в теории формирования галактик. Возможность аналогичного эффекта байсинга при образовании ПЧД из гауссовых возмущений в рамках ОТО была продемонстрирована в работе [205]. Однако позже путём более точных вычислений было показано, что этот эффект крайне мал [206]. Это связано с тонкостями суммирования длинноволновых мод возмущений [207]. В то же время, слабая кластеризация ПЧД действительно может иметь место в случае негауссовых возмущений [208–210].

В работе [40] было показано, что эффект байсинга эффективно работает в теории Бранса–Дикке при наличии независимых флуктуаций в распределении скалярного поля, что может приводить к формированию кластеров ПЧД. Области с повышенной плотностью числа ПЧД фактически являются энтропийными возмущениями (возмущениями с постоянной кривизной). В [211] вычислены возмущения кривизны и возмущения в скалярном поле теории Бранса–Дикке, отличном от инфлатона. Расчёты [211] демонстрируют, что в теории Бранса–Дикке вклад генерируемых на стадии инфляции энтропийных возмущений в общую величину возмущений пренебрежимо мал. Однако, в работе [40] было показано, что этот вклад может быть усилен примерно на три порядка за счёт образования ПЧД. Наличие такого вклада энтропийных возмущений не войдёт в противоречие с наблюдением анизотропии реликтового излучения, если спектр возмущения скалярного поля Бранса–Дикке повышен только на малых субгалактических масштабах. При этом в больших масштабах, проявляющихся в реликтовом излучении, отличия от стандартной картины могут быть очень слабыми — ниже уровня, доступного современным наблюдениям.

5. Первичные чёрные дыры и источники гравитационных волн

Прямое обнаружение гравитационных волн от слияния двойной ЧД в 2015 г. [212] стало мощным толчком для быстрого развития теории ПЧД на десятилетие вперед. Идея о том, что некоторые из обнаруженных гравитационно-волновых событий имеют первичное, а не звёздное происхождение сразу стала крайне популярной [20, 24, 213–216]. Двойные ПЧД могут формироваться как в очень ранней Вселенной на стадии доминирования излучения из-за их парного отщепления от хаббловского потока [18–20], так и в более позднюю эпоху — в субгалактических структурах — в результате динамических взаимодействий: парные рассеяния ПЧД с излучением гравитационных волн [213, 214] и их трёхтельные взаимодействия [217]. Темп слияний ПЧД нетривиально зависит от их доли в составе ТМ f_{PWH} , что, в свою очередь, определяет относительный вклад каждого из каналов формирования двойных. Ниже мы приводим обзор основных механизмов образования двойных систем ПЧД и их эволюции в процессе кластеризации.

5.1. Двойные первичные чёрные дыры и наблюдения LIGO/Virgo/KAGRA

Рассмотрим сначала простейший вариант, когда начальная кластеризация ПЧД отсутствует, т.е. ПЧД рождаются в случайных точках пространства (пуассоновский процесс). Это с хорошей точностью имеет место, например, в модели формирования ПЧД из гауссовых возмущений кривизны. Так как ПЧД изначально распределены хаотически, некоторые из них случайным образом могли образоваться достаточно близко к другим ПЧД. ПЧД в таких близких парах по мере расширения Вселенной сначала удалялись друг от друга, но с некоторого момента они могли начать сближаться и образовывать гравитационно-связанную двойную систему. Если бы во Вселенной отсутствовали иные объекты, кроме рассматриваемых двух ПЧД, то эти две ПЧД должны были бы двигаться строго навстречу друг другу под влиянием взаимного гравитационного притяжения. В итоге в такой идеализированной ситуации они должны были бы столкнуться и слиться в одну ЧД. Но в реальной Вселенной рядом с парой ПЧД находится третья ближайшая ПЧД, а ещё дальше — другие ПЧД. Кроме того, поблизости должны присутствовать неоднородности вещества (ТМ, барионов и излучения). Все эти окружающие объекты оказывают гравитационное возмущение на траекторию ПЧД в рассматриваемой паре во время их удаления и первого сближения. Под действием приливных сил ПЧД отклоняются от движения строго навстречу друг к другу, и в итоге их орбита становится не строго радиальной, а эллиптической с эксцентриситетом $e < 1$. Результатом этого будет также то, что две ПЧД сольются не сразу, а спустя длительное время, за которое их орбита сожмётся под влиянием излучения гравитационных волн или других процессов. Ниже мы поясним, как рассчитать распределение пар ПЧД по орбитам и итоговый темп их слияний (и, соответственно, гравитационных всплесков) с учётом эффектов, описанных здесь на качественном уровне. Пара случайно распределённых в пространстве ПЧД может образоваться достаточно близко друг к другу. Глубоко на стадии доминирования излучения локальная плотность этих двух ПЧД падает

из-за космологического расширения как $\rho \propto s^{-3}$, плотность излучения в свою очередь $\rho_r \propto s^{-4}$ (в этом разделе $s = 1/(1+z)$ — безразмерный масштабный фактор). В некоторый момент средняя плотность энергии двух ПЧД превысит плотность энергии излучения, тогда происходит формирование гравитационно-связанной пары и её отщепление от хаббловского потока. Определим момент времени t_{dec} когда это происходит, где далее мы следуем формализму работы [20]. Введём среднее расстояние между ПЧД на момент равенства плотности энергии вещества и излучения t_{eq}

$$\bar{x} = \left(\frac{M_{\text{PBH}}}{\rho_{\text{PBH}}(t_{\text{eq}})} \right)^{1/3} = \frac{s_{\text{eq}}}{f_{\text{PBH}}^{1/3}} \left(\frac{M_{\text{PBH}}}{\Omega_{\text{DM}} \rho_{\text{crit}}} \right)^{1/3}. \quad (83)$$

(во втором равенстве $\rho_{\text{crit}} = 3H_0^2/8\pi G$ — современная критическая плотность Вселенной). Рассмотрим две ПЧД, расстояние между которыми R на момент s_{eq} , $R = (s/s_{\text{eq}})x$. В момент времени, определяемый условием равенства энергии внутри сферы с радиусом R и плотности фоновой энергии

$$\frac{M_{\text{PBH}}}{x^3} \left(\frac{s_{\text{eq}}}{s} \right)^{-3} \simeq \rho_r(t_{\text{dec}}) = \rho_{r, \text{eq}} \left(\frac{s_{\text{dec}}}{s_{\text{eq}}} \right)^{-4}, \quad (84)$$

эти две ПЧД обособляются от космологического расширения Вселенной и формируют гравитационно-связанную двойную систему. Используя выражение (83), получим связь между масштабным фактором s_{dec} и расстоянием x между ПЧД

$$s_{\text{dec}} \simeq \frac{s_{\text{eq}}}{f_{\text{PBH}}} \left(\frac{x}{\bar{x}} \right)^3. \quad (85)$$

Двойные системы формируют только те пары ПЧД, расстояние между которыми $x < \bar{x} f_{\text{PBH}}^{1/3}$.

После отщепления от расширения Вселенной две ПЧД избегают лобового столкновения и движутся по эллиптическим орбитам. Угловой момент двойной системы создаётся приливными силами от окружающих ПЧД и инфляционных возмущений. Для упрощения анализа рассмотрим только влияние ближайшей, третьей ПЧД. Расстояние между третьей ПЧД и двойной системой обозначим y на момент s_{eq} , причём должно выполняться условие $x < y < \bar{x}$. Поскольку рождение ПЧД происходит в случайных точках пространства, то распределение вероятностей по x и y является пуассоновским, которое для наших целей с хорошей степенью точности можно принять плоским

$$dP = \frac{9}{\bar{x}^6} x^2 y^2 dx dy. \quad (86)$$

Оценка генерируемого момента импульса имеет вид $L \sim R F_t \tau$, где $F_t \simeq G M_{\text{PBH}}^2 R / d^3$ — приливная сила от третьей ПЧД при формировании двойной системы, поэтому $d = y s_{\text{dec}} / s_{\text{eq}}$ и $\tau \sim 1/\sqrt{G \rho_r(t_{\text{dec}})}$ — время действия приливной силы, которое по порядку величины есть хаббловское время t_H . Таким образом, оценка для момента импульса имеет вид

$$L \sim M_{\text{PBH}} \left(\frac{R}{d} \right)^3 \sqrt{G M_{\text{PBH}} R}, \quad (87)$$

где мы воспользовались соотношением (84) для плотности излучения в момент t_{dec} . Для дальнейшего анализа

нам необходимы параметры орбит формирующихся двойных систем. Большая полуось определяется расстоянием между двумя ПЧД на момент их отщепления $a \sim R$. Малая полуось будет $b = L/\sqrt{M_{\text{PBH}}|E|}$, где $|E| \sim G M_{\text{PBH}}^2 / R$ — энергия связи двойной системы. Поэтому с точностью до множителей порядка единицы параметры орбиты принимают вид

$$a = \frac{x}{f_{\text{PBH}}} \left(\frac{x}{\bar{x}} \right)^3, \quad b = a \left(\frac{x}{y} \right)^3, \quad (88)$$

Удобно перейти к безразмерному орбитальному угловому моменту $j = b/a$, тогда используя (86), получим распределение по параметрам двойных ПЧД

$$dP = \frac{3}{4} \left(\frac{f_{\text{PBH}}}{\bar{x}} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{a}}{j^2} da dj, \quad (89)$$

где переменные изменяются в пределах $0 < a < \bar{x} f_{\text{PBH}}^{1/3}$, $(a f_{\text{PBH}} / \bar{x})^{3/4} < j < 1$, введённый угловой момент связан с эксцентриситетом двойной системы как $j = \sqrt{1 - e^2}$.

После формирования двойная система ПЧД постепенно теряет энергию за счёт излучения гравитационных волн и сливается за время [218]³

$$t_{\text{mer}} = \frac{3 c^5 a^4 j^7}{170 G^3 M_{\text{PBH}}^3}. \quad (90)$$

Чтобы получить явную зависимость темпа слияний от времени проще всего сделать замену переменных $a = a(j, t)$ через время слияния (90). Тогда дифференциальная вероятность слияний двойных ПЧД в единицу времени будет

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \frac{3}{6} \frac{f_{\text{PBH}}^2}{T} \left(\frac{t}{T} \right)^{-5/8} \int_{j_{\text{min}}}^1 j^{-37/8} dj \approx \\ &\approx \frac{3}{58} \frac{f_{\text{PBH}}^{16/37}}{T} \left(\frac{t}{T} \right)^{-34/37}, \end{aligned} \quad (91)$$

где основной вклад в интеграл набирается на нижнем пределе $j_{\text{min}} = (t/T)^{3/37} f_{\text{PBH}}^{16/37} \ll 1$ и

$$T = \frac{3 c^5 \bar{x}^4 f_{\text{PBH}}^{4/3}}{170 G^3 M_{\text{PBH}}^3} \sim 10^{34} \left(\frac{M_{\text{PBH}}}{M_{\odot}} \right)^{-5/3} \text{ лет} \quad (92)$$

определяет время слияния двойной ПЧД на круговой орбите с максимально возможной большой полуосью для случая $f_{\text{PBH}} = 1$. Темп слияний двойных ПЧД определяется как

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \frac{f_{\text{PBH}} \Omega_{\text{DM}}}{M_{\text{PBH}}} \frac{3 H_0^2}{8 \pi G} \frac{dP}{dt} S_f \approx \\ &\approx \frac{1,3 \times 10^6}{\Gamma_{\text{ПК}}^3 \text{ год}} f_{\text{PBH}}^{53/37} S_f \left(\frac{M_{\text{PBH}}}{M_{\odot}} \right)^{-32/37} \left(\frac{t}{t_U} \right)^{-34/37}, \end{aligned} \quad (93)$$

где t_U — текущий возраст Вселенной, а множитель $S_f \approx 0,6(1 + 2,3 \sigma_{M, \text{eq}}^2 / f_{\text{PBH}}^2)^{-21/74}$ вносит поправку к основному вкладу и учитывает влияние инфляционных возмущений и остальных ПЧД на орбиту двойной системы [215, 216, 219].

³ В этой оценке пренебрегается возможным ростом массы ПЧД из-за аккреционных процессов.

Оценим теперь характерные орбитальные параметры двойных, которое сливаются в современную эпоху. Рассмотрим двойные системы с фиксированной большой полуосью a . Как видно из распределения (89) угловые моменты должны быть малы, поэтому разумной оценкой для них будет $j_{\min} = (af_{\text{РВН}}/\bar{x})^{3/4}$. Выражая теперь угловой момент через время слияния (90), получим характерное значение большой полуоси

$$a_{\text{ch}} \simeq \left(\frac{170G^3 M_{\text{РВН}}^{19/4} t}{3c^5 f_{\text{РВН}}^7 \rho_{\text{DM}}^{7/4} (t_{\text{eq}})} \right)^{4/37} \approx \\ \approx 43 f_{\text{РВН}}^{-28/37} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{M_{\odot}} \right)^{19/37} \left(\frac{t}{t_{\text{U}}} \right)^{4/37} \text{ а. е.} \quad (94)$$

Характерный угловой момент, в свою очередь, можно оценить как $j_{\text{ch}} \simeq (a_{\text{ch}} f_{\text{РВН}}/\bar{x})^{3/4}$:

$$j_{\text{ch}} \approx 0,011 f_{\text{РВН}}^{16/37} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{M_{\odot}} \right)^{5/37} \left(\frac{t}{t_{\text{U}}} \right)^{3/37}. \quad (95)$$

Полученные оценки показывают, что двойные ПЧД имеют орбитальные угловые моменты $j \ll 1$. Этот факт оказывается важным при учёте возмущений двойных от окружающих их ПЧД в скоплениях и будет рассмотрен далее.

ПЧД, которые могут быть ответственны за события LIGO/Virgo/KAGRA, составляют лишь малую долю ТМ. Остальная ТМ распределена вокруг ПЧД в виде однородного фона и сгущений различного вида. Как обсуждалось в разделе 3, вокруг ПЧД формируются пики плотности и индуцированные гало. До формирования двойной системы аккреция ТМ происходит на каждую ПЧД в отдельности, а после её формирования — уже на двойную систему как на целое. Взаимодействие ПЧД с частицами ТМ в таком гало влияет на эволюцию орбиты двойной системы и вносит поправку к выражению (93), которую, однако, трудно включить в аналитические выкладки. Различные аспекты этих процессов были рассмотрены в работах [219–224].

Наблюдения LIGO/Virgo/KAGRA. Наблюдение наземными лазерными интерферометрами LIGO/Virgo/KAGRA всплесков гравитационных волн выявило две интересные особенности популяции сливающихся объектов: относительно большие массы и малый спин отдельных объектов [225]. Во многих случаях измеренные массы значительно превышали средние массы компактных остатков звёздной эволюции. Данная особенность легко объясняется эффектом селекции, когда для наблюдений более доступны слияния наиболее массивных объектов. Этот эффект предсказывался ещё до регистрации событий LIGO/Virgo [226–228], в том числе, при рассмотрении рождения массивных звёзд в областях с малой металличностью [229].

До последнего времени рекордно большой массой ЧД, образовавшейся в результате слияний была $\sim 140 M_{\odot}$. Международной коллаборацией LIGO/Virgo/KAGRA в работе [230] представлены результаты наблюдений события GW231123, в котором итоговая масса ЧД составляет $190\text{--}265 M_{\odot}$, а массы слившихся ЧД оцениваются как $137_{-17}^{+22} M_{\odot}$ и $103_{-52}^{+20} M_{\odot}$. Слияние ЧД произошло на расстоянии $0,7\text{--}4,1$ Гпк от Земли (красное смещение $z = 0,39_{-0,24}^{+0,27}$, наблюдалось пять циклов колебаний гравитационной волны, а отношение сигнал–шум при

регистрации этого события двумя детекторами LIGO составило $\sim 22,5$. Необычным свойством события GW231123 является то, что одна или обе слившиеся ЧД имели массы, попадающие в так называемую массовую щель $60\text{--}130 M_{\odot}$. В пределах этой щели, как следует из расчётов, ЧД не могут образоваться в результате взрывов сверхновых из-за образования электрон-позитронных пар в горячем ядре звезды уже на стадии горения углерода в кислород и связанных с этим процессом колебаний радиуса звезды и потери массы [231]. Однако, границы щели известны неточно из-за теоретических неопределённостей [232]. Наличие у ЧД массы в пределах запрещённой щели может объясняться более сложными процессами звёздной эволюции и слияниями, сопровождаемыми ростом массы. Сливаться могли как звёзды перед коллапсом в ЧД, так и ЧД в плотных звёздных скоплениях уже после образования ЧД. Затем получившиеся массивные ЧД слились с генерацией наблюдавшегося события GW231123. Оба сценария имеют свои сложности, например, при слиянии двух ЧД получившаяся массивная ЧД, как правило, имеет большую скорость отдачи и вылетает за пределы скопления или хозяйской галактики, если дисперсия скоростей в скоплении не очень велика ($\leq 10^3\text{--}10^4$ км с $^{-1}$). При этом большие значения безразмерных спинов ЧД перед слиянием ($\sim 0,9$ и $\sim 0,8$) хорошо объясняются указанным иерархическим механизмом образования ЧД в предшествующих слияниях. Модель со сливающимися ПЧД могла бы естественным образом объяснить наблюдаемые особенности, поскольку ПЧД изначально могли иметь массы внутри запрещённой массовой щели [233]. На первичное происхождение ЧД, наблюдаемых гравитационными интерферометрами LIGO/Virgo/KAGRA, может указывать не только их большие массы, но и форма функции масс, близкая к лог-нормальной [24, 234].

Нельзя исключать, однако, что некоторые необычные гравитационно-волновые события с экстремальными параметрами могут быть связаны не со слияниями ЧД в парах, а с процессами совершенно другой природы. В работе [235] сделана попытка объяснить события GW190521 и GW231123 прохождением через детектор полевой конфигурации в виде космической доменной стенки. Такие стенки могли бы составлять часть ТМ во Вселенной. Хотя с точки зрения формы сигнала модель с ЧД оказалась предпочтительнее, вариант с доменной стенкой также нельзя полностью исключить, причём параметры доменной стенки, полученные для двух указанных независимых событий, хорошо согласуются друг с другом.

Измеренный в некоторых гравитационно-волновых событиях спин ЧД оказался значительно меньше спина, возникающего, согласно расчётам, при коллапсе ядер звёзд [225, 236, 237]. Однако, малый спин ЧД также может найти объяснение в процессах обычной звёздной эволюции [21, 237]. В наиболее популярных механизмах рождения ПЧД получают чёрные дыры с малым спином, а их массы могут быть распределены в широком диапазоне. Из наблюдений гравитационных всплесков можно получить "эффективный спин" пары ЧД с массами m_1 и m_2 , определяемый как взвешенная сумма проекций спинов

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{(m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2) \cdot \mathbf{n}}{m_1 + m_2}, \quad (96)$$

где $\mathbf{a}_1$ и $\mathbf{a}_2$ — безразмерные параметры спинов сливающихся ЧД, $\mathbf{a} = c\mathbf{L}/(Gm^2)$, $\mathbf{n}$ — единичный вектор в направлении орбитального углового момента. При этом спины двух ЧД по отдельности из наблюдений гравитационных всплесков найти не удаётся.

В эпоху наблюдения первых гравитационно-волновых событий часто отмечалось, что для пар ЧД астрофизического происхождения должна быть предпочтительной ситуация $\chi_{\text{eff}} > 0$, поскольку две звезды в паре имеют общее происхождение, и поэтому их угловые моменты должны быть приблизительно сонаправлены с угловым моментом орбитального движения. Напротив, для ПЧД предполагалось, что варианты с $\chi_{\text{eff}} > 0$ и $\chi_{\text{eff}} < 0$ должны быть равновероятными, а спин ПЧД должен быть близок к нулю (как в исторически первой модели их образования). В дальнейшем оказалось, что ситуация более сложная и разнообразная как со стороны теории звёздной эволюции, так и со стороны возможностей образования ПЧД и формирования их пар.

В данных последнего каталога гравитационно-волновых событий GWTC-5, насчитывающего около 300 слияний двойных ЧД, отчётливо прослеживаются различные популяции, характеризующиеся массой $10\text{--}20 M_\odot$ и $\sim 45 M_\odot$ [238]. При этом эффективный спин у $\sim 80\%$ событий $\chi_{\text{eff}} < 0,25$, хотя имеется суб-популяция событий с большим спином, достигающим $\sim 0,7$. Последняя скорее всего сформирована динамическими слияниями ЧД в плотных скоплениях.

Малую величину μ_χ в событиях ГВ-слияний можно объяснить в моделях звёздной эволюции [21, 239], особенно в модели образования ЧД при коллапсе массивной звезды, в которой масса ЧД напрямую связана с массой коллапсирующего СО-ядра, $M_{\text{ВН}} \approx 0,9 M_{\text{СО}}$. Отметим, что такая связь независимо подтверждается анализом распределений масс галактических ЧД в тесных двойных системах и масс звёзд Вольфа–Райе, которые являются генетическими предшественниками коллапсов массивных звёзд в ЧД [240]. В работе [21] также показано, что ПЧД в парах за счёт аккреции газа могут немного нарастить свои спины. Этот эффект может объяснить наличие у пар ПЧД небольшого ненулевого эффективного спина, даже если начальный спин ПЧД был близок к нулю.

Недавно детекторами LIGO-Virgo-KAGRA зарегистрировали событие S251112cm, в котором величина так называемой "чирп-массы" ("chirp mass", "массы чирикания") $M_c = (M_1 M_2)^{3/5} / (M_1 + M_2)^{1/5}$ заключена в интервале $0,1\text{--}0,87 M_\odot$, и с вероятностью $> 99\%$ одна из ЧД слившейся пары имеет субзвёздную массу $< 1 M_\odot$ [131]. Субзвёздная масса ЧД может быть свидетельством её первичного происхождения [241, 242]. Однако данное событие пока единственное, и требуется дальнейший набор статистики, чтобы подтвердить достоверность таких событий.

Обычно считается, что обнаружение ЧД с субзвёздными массами докажет их первичное происхождение. Следует отметить, что это действительно станет очень сильным аргументом в пользу ПЧД. Но всё же остаются допустимыми некоторые экзотические возможности для рождения ЧД субзвёздных масс в современной Вселенной. Допустим, например, что в модели с барионной зеркальной материей [243, 244], составляющей часть скрытой массы Вселенной, нарушается R -чётность [245]. Пусть также массы нуклонов в зеркальном мире в три раза больше, чем в нашем (см. детали подобных моделей

в [245]), однако разность масс протона и нейтрона остаётся небольшой, так что возможна звёздная эволюция со взрывами сверхновых и образованием ЧД. Тогда на основе простейшей оценки максимальной массы нейтронной звезды (предел Оппенгеймера–Волкова)

$$M_{\text{OV}} \propto \frac{1}{m_n^2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \quad (97)$$

можно заключить, что в зеркальном мире при взрывах сверхновых должны рождаться ЧД с массам от $\sim 0,6 M_\odot$, являющимися для нашего мира субзвёздными массами.

Ещё один критерий выбора модели связан с зависимостью гравитационно-волнового сигнала от эксцентриситета орбиты перед слиянием ЧД. Если пара ЧД образовалась давно (например, в конце стадии радиационного доминирования), то она успела циркуляризоваться ($e \approx 0$), и форма сигнала в каждом периоде будет более симметричной по амплитуде. Напротив, у пар ПЧД, динамически образующихся в скоплениях, орбита перед слиянием остается сильно вытянутой ($e \approx 1$), что должно выражаться в характерной несимметричной форме сигнала [246, 247].

В целом, можно отметить, что наблюдение гравитационных волн детекторами LIGO/Virgo/KAGRA не даёт пока доказательств первичного происхождения хотя бы некоторых из ЧД. Событие с субзвёздной массой требует проверки, а массы ЧД в пределах массовой щели, как сказано выше, могут иметь астрофизическое происхождение. Форма функции масс ЧД из-за неопределённостей в процессах эволюции обычных звёзд также на данном этапе не служит решающим аргументом. Количественно вопрос о возможном вкладе ПЧД в статистику событий LIGO/Virgo/KAGRA с учётом всех событий, включая первую часть четвёртого сеанса наблюдений O4a, исследован в работе [248]. В ней показано, что наблюдения LIGO/Virgo/KAGRA совместимы с астрофизическим механизмом (коллапсы звёздных ядер) происхождения ЧД в двойных системах, и получены улучшенные ограничения на количество ПЧД (на их долю $f_{\text{РВН}}$ в составе ТМ) в интервале масс $0,6 M_\odot \leq M_{\text{РВН}} \leq 100 M_\odot$ для монохроматической функции масс. В случае уширенной функции масс ограничения на концах этого интервала несколько слабее, но имеются и при $\sim 10^3 M_\odot$.

5.2. Влияние кластеризации первичных чёрных дыр на их слияния

Кластеризация ПЧД в ранние структуры приводит к двум ключевым факторам: 1) ранние двойные подвергаются гравитационным возмущениям от одиночных ПЧД, что ведёт к их эффективному "исключению" из процесса слияний; 2) открывается канал формирования двойных через динамические процессы в кластерах. Обсудим сначала первый: ранние двойные характеризуются крайне малыми угловыми моментами (см. выражение (95)) и в результате рассеяния с одиночной ПЧД угловой момент двойной системы преимущественно увеличивается. Это, в свою очередь, приводит к значительному росту времени слияния двойных согласно выражению (90). И что особенно важно — результирующее время слияния двойной превышает современный возраст Вселенной. Именно из-за этих гравитационных возмущений можно считать, что ранние двойные исключаются из популяции сливающихся ПЧД. Аналитически

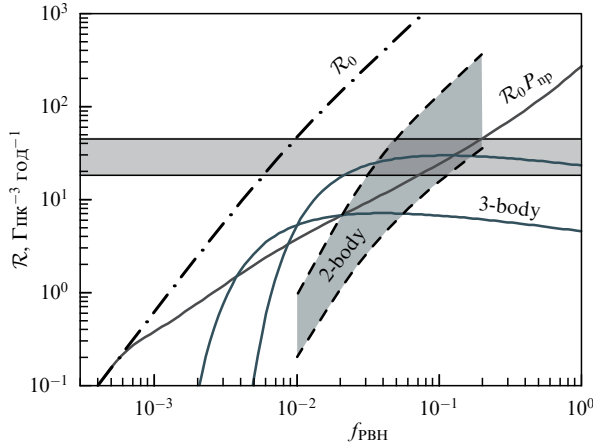


Рис. 11. Современный темп слияний ПЧД массой $M_{\text{PBH}} = 30 M_\odot$ в зависимости от их доли в составе ТМ. Серая область, ограниченная пунктирными линиями, показывает диапазон значений темпа слияний поздних двойных в зависимости от эффективности разрушения кластеров при формировании структур; верхняя граница соответствует предельному случаю $w = 1$ (см. выражение (100)), в котором разрушение кластеров не учитывается. Горизонтальная полоса — наблюдения LIGO/Virgo/KAGRA $\mathcal{R} = 17,9 - 44 \text{ Гпк}^{-3} \text{ лет}^{-1}$ по сеансу ОЗ [254]. Сплошная линия соответствует темпу слияний ранних двойных с учётом подавляющего фактора P_{np} (слияния невозмущённых двойных), штрих-пунктирная — без подавления.

этот процесс описать не представляется возможным из-за сложности задачи трёх тел, но физические соображения следующие: начальное распределение по угловому моменту (89) стремится стать тепловым $dP/dj \propto j$ из-за взаимодействий с другими ПЧД. Численное моделирование гравитационного рассеяния ранних двойных и одиночных ПЧД действительно подтверждает приведённые рассуждения [186, 249]; также формирование и разрушение двойных ПЧД в первых гравитационно-связанных структурах исследовалось в работе [250]. Однако не все ПЧД кластеризуются, поэтому подвергаться возмущениям будут только те двойные, которые оказались в вирializedованных структурах. Это приводит к следующей модификации темпа слияний $\mathcal{R} = \mathcal{R}_0 P_{\text{np}}$, где $\mathcal{R}_0$ даётся выражением (93), а множитель P_{np} показывает долю невозмущённых двойных, и вычисляется в работах [192, 251]. Темп слияний ранних двойных ПЧД в зависимости от их доли в составе тёмной материи показан на рис. 11 чёрной сплошной и штрихпунктирной линиями.

Формирование двойных первичных чёрных дыр из-за излучения гравитационных волн. Перейдём к рассмотрению механизма формирования поздних двойных в кластерах, для которого есть две возможности — двухчастичные и трёхчастичные взаимодействия между ПЧД. Рассмотрим сначала первый, двухчастичный, канал. При рассеянии двух ПЧД с достаточно малым прицельным параметром излучаются гравитационные волны и, если уносимая ими энергия больше, чем начальная кинетическая энергия, то формируются двойная система. Сечение этого процесса имеет вид [252]

$$\Sigma_{2b} = \pi R_s^2 \left(\frac{85\pi}{3} \right)^{2/7} \left(\frac{v_{\text{rel}}}{c} \right)^{-18/7}, \quad (98)$$

причём, как правило, формируется двойная система с большой энергией связи и временем жизни таким, что

двойная практически сразу же сливается [192]. Темп слияний на один кластер определяется как [253]

$$\begin{aligned} \gamma_{2b} &= \frac{1}{2} \int d\mathbf{v} d\mathbf{r} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \langle \Sigma_{2b} v_{\text{rel}} \rangle = \\ &= \frac{14\pi^2}{3} \left(\frac{85\pi}{14} \right)^{2/7} R_s^2 \int dr r^2 \bar{v} \left(\frac{\rho_{\text{PBH}}}{M_{\text{PBH}}} \right)^2 \left(\frac{\bar{v}}{c} \right)^{-18/7}, \end{aligned} \quad (99)$$

где f — функция распределения ПЧД в фазовом пространстве и угловые скобки означают усреднение по относительным скоростям. Для вычисления интеграла было принято дельта-функциональное приближение функции распределения $f(\mathbf{r}, v) \propto \rho(r) \delta(v - \bar{v})$ [252], где введено обозначение для среднеквадратичной скорости $\sqrt{\langle v^2(r) \rangle} = \bar{v}(r)$. Поскольку кластер эволюционирует со временем, то темп слияний γ_{2b} является функцией времени. Полный темп слияний ПЧД получается в результате интегрирования выражения (99) с функцией масс кластеров. Трудность здесь состоит в определении этой функции масс. Дело в том, что кластеры непрерывно формируются в молодой Вселенной, но далее некоторая их часть разрушается в процессе образования более крупных структур. Здесь мы следуем процедуре вычисления темпа слияний таких двойных в соответствии с работой [192]. Будем считать, что кластеры формируются при красном смещении z_f , а затем некоторая их доля w разрушается. Формирование новых кластеров при этом не учитывается, что делает данную оценку консервативной (нижней границей). Тогда темп слияний поздних двойных имеет вид

$$\mathcal{R}_{\text{late, 2b}} = \int w(M, z_f) \frac{dn(z_f)}{dM} \gamma_{2b} dM. \quad (100)$$

Функции $w(M, z)$ и dn/dM вычисляются в рамках формализма Пресса – Шехтера. Численный анализ показывает, что темп слияний слабо зависит от красного смещения z_f , при котором "замораживается" функция масс [192]. Закрашенная область на рис. 11, ограниченная пунктирными линиями, соответствует темпу слияний поздних двухчастичных двойных, где неопределённость связана с разрушениями кластеров в процессе формирования крупномасштабной структуры. Верхняя пунктирная линия соответствует предельному случаю $w = 1$ в выражении (100), в котором разрушение кластеров отсутствует.

Формирование двойных первичных чёрных дыр из-за взаимодействия трёх тел. Рассмотрим теперь двойные, которые формируются в трёхтельных взаимодействиях. С некоторой вероятностью исходом гравитационного сближения трёх ПЧД в кластере будет формирование жёсткой и, вообще говоря, долгоживущей двойной. Далее эта двойная будет становиться преимущественно жёстче при взаимодействии с одиночными ПЧД [255, 256] и в конечном итоге приобретет большую энергию отдачи $\sim k M_{\text{PBH}} v^2$ и покинет кластер (для шаровых звёздных скоплений $k \sim 100$). Детальное обсуждение этих вопросов можно найти в книге [196]. В качестве нулевого приближения будем считать, что энергия связи двойных определяется её энергией отдачи, а распределение по угловому моменту изотропное

$$dP_{3b} = 2\delta(a - a_*) j dj da, \quad (101)$$

где $a_* = GM_{\text{РВН}}/(k v^2)$ и скорость зависит от массы гало $v \simeq \sqrt{GM/R}$. Действуя аналогично, как это было при выводе (91), получим

$$\frac{dP_{3b}}{dt} = \left(\frac{170k^4 v^8 t}{3c^5 GM_{\text{РВН}}} \right)^{2/7} \frac{2}{7t}. \quad (102)$$

Необходимо определить долю трёхчастичных двойных в кластере. Здесь возникает похожая трудность, что и при рассмотрении слияния двухчастичных двойных систем: двойные образуются с начала кластеризации ПЧД вплоть до начала формирования современных крупных структур Вселенной при $z \lesssim 10$. Поэтому двойные будут попадать во вновь возникающие пуассоновские гало, в которых также будут формироваться ещё двойные системы и возмущаться (или даже разрушаться) уже существующие. Отследить эти эффекты можно только в рамках численного моделирования задачи N тел, которое будет учитывать как формирование структур, так и динамику ПЧД в гало, но такое моделирование вычислительно затратно. Поэтому для оценки темпа слияний будем считать, что некоторая доля α ПЧД в гало ТМ, сформированных при некотором красном смещении z_f , будет в двойных системах:

$$\mathcal{R}_{3b} = \int \alpha(M) N_{\text{РВН}} \frac{dP_{3b}}{dt} \frac{dn}{dM} dM, \quad (103)$$

где $N_{\text{РВН}} = f_{\text{РВН}} M / M_{\text{РВН}}$ — количество ПЧД в гало и мы полагаем $k = 100$. Разумной оценкой снизу для α будет одна двойная система на гало: $\alpha = 2/N_{\text{РВН}}$ и $\alpha = 0$ для $N_{\text{РВН}} < 2$. Темп слияний трёхчастичных двойных показан тонкими сплошными линиями на рис. 11. Резкий обрыв зависимости при $f_{\text{РВН}} \lesssim 0,01$ обусловлен тем, что пуассоновская кластеризация ПЧД становится неэффективной при таком их вкладе в состав ТМ, как это обсуждалось в разделе 11. Аналитическая оценка темпа слияний представима в интегральном виде:

$$\mathcal{R}_{3b} \simeq \frac{23 f_{\text{РВН}}^{-5/21}}{\text{год Гпк}^3} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{M_{\odot}} \right)^{-11/21} \left(\frac{1+z_f}{10} \right)^{34/21} \left(\frac{t}{t_U} \right)^{-5/7},$$

Интеграл $\mathcal{R}_{3b}$ легко вычисляется, если учесть, что основной вклад в интеграл набирается при $M < M_{\text{ch}}$. Причём для корректности оценки необходимо $M_{\text{ch}} > 3M_{\text{РВН}}/f_{\text{РВН}}$.

Результаты этого раздела суммированы на рис. 11, который показывает современный темп слияний ПЧД в зависимости от их доли в составе ТМ $f_{\text{РВН}}$. Интересно отметить, что в диапазоне $f_{\text{РВН}} = 0,01 - 0,1$ ранние двойные могут вносить даже субдоминантный вклад по сравнению с двойными, которые формируются глубоко на пылевидной стадии, в общий темп слияний ПЧД. Область $f_{\text{РВН}} \lesssim 0,1$ ограничена по анализу гравитационного микролинзирования [257]. Как можно видеть, чтобы не противоречить наблюдениям LIGO/Virgo/KAGRA, доля ПЧД в составе ТМ также должна быть $f_{\text{РВН}} \lesssim 0,1$. Важно отметить, что формирование кластеров, в которых ПЧД интенсивно гравитационно взаимодействуют между собой приводит к уменьшению темпа слияний ранних двойных. С другой стороны в кластерах увеличивается вероятность формирования и слияния поздних двойных. Поэтому при кластеризации уменьшение вклада раннего канала неминуемо приводит к увеличению позднего.

5.3. Слияния в скоплениях

Рассмотрим теперь слияния двойных ПЧД в рамках моделей изначальной кластеризации, следуя формализму работы [258]. Двойные ПЧД формируются аналогично модели из раздела 5.1 за счёт парного отщепления от хаббловского потока. Но из-за гравитационных возмущений со стороны окружающих ПЧД, угловой момент двойных систем возрастает, что ведёт к существенному увеличению времени слияния двойной системы. Аналогично обсуждению в разделе 5.2 эти возмущения приводят к постепенному подавлению темпа слияний двойных со временем. Вероятность гравитационных возмущений определяется средним временем свободного прогона $\tau^{-1} = \rho_{\text{РВН}} \langle \Sigma_p v \rangle / M_{\text{РВН}}$, где Σ_p — гравитационное сечение рассеяния двойной и одиночной ПЧД, которое мы определяем из условия, что расстояние минимального сближения равно большей полуоси двойной системы $r_p = a$. После усреднения по относительным скоростям получим характерное время возмущения орбитальных параметров двойных ПЧД:

$$\tau^{-1} = \frac{2\sqrt{2}\pi}{M_{\text{РВН}}} 140 \rho_{\text{eq}} \delta_{\text{РВН}}^4 \sigma a^2 \left(1 + \frac{3GM_{\text{РВН}}}{a\sigma^2} \right), \quad (104)$$

где $\delta_{\text{РВН}}(\mathbf{x}) = \rho_{\text{РВН}}(\mathbf{x})/\rho_{\text{DM}}$ — локальный контраст плотности ПЧД, который для простоты принимается постоянным на некотором масштабе, σ — дисперсия скоростей максвелловского распределения. Чтобы получить темп слияний двойных ПЧД необходимо ввести в распределение (89) множитель, который будет описывать убыль двойных систем из-за их возмущений, и выполнить замену $f_{\text{РВН}} \rightarrow \delta_{\text{РВН}}$. Для простоты мы выбираем этот множитель в экспоненциальной форме $\exp(-t/\tau)$, что даёт

$$\frac{dP}{dt} = \frac{3}{16} \frac{\delta_{\text{РВН}}^2}{T} \left(\frac{t}{T} \right)^{-5/8} \int_{j_{\min}}^1 j^{-37/8} \exp\left(-\frac{t}{\tau(t,j)}\right) dj, \quad (105)$$

где нижний предел $j_{\min} = (t/T)^{3/37} \delta_{\text{РВН}}^{16/37}$, и переход $\tau(a) \rightarrow \tau(t,j)$ осуществляется с помощью времени слияния (90).

Обсудим теперь к каким последствиям приводит учёт возмущений. Рассмотрим двойную систему с заданным временем жизни t . Наиболее широкие двойные с угловыми моментами $j \ll 1$ эффективно подвергаются возмущениям. Напротив, двойные с $j \sim 1$ являются очень тесными системами, сечение взаимодействия с которыми будет мало. Поэтому из-за возмущений доля двойных систем с малыми угловыми моментами эффективно исключается из процесса слияний. Это обрезает интеграл (105) снизу на некотором критическом угловом моменте $j_p > j_{\min}$, который можно найти из уравнения $\tau(t, j_p) = t$. С учётом этого эффекта темп слияний оценивается как

$$\mathcal{R}_{\text{np}} = \frac{f_{\text{РВН}} \Omega_{\text{DM}}}{M_{\text{РВН}}} \frac{3H_0^2}{8\pi G} \frac{dP}{dt} \simeq \frac{0,24 f_{\text{РВН}}}{\text{год Гпк}^3} \delta_{\text{РВН}}^{-44/7} \times \left(\frac{t}{t_U} \right)^{-45/14} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{M_{\odot}} \right)^{-27/14} \left(\frac{\sigma}{10 \text{ км с}^{-1}} \right)^{29/14}. \quad (106)$$

Видно, что в моделях с изначальной кластеризацией временная зависимость темпа слияний существенно отличается от некластерного случая (93).

Важно отметить, что возмущённые двойные не исключаются полностью из процесса слияний, а лишь приобретают другие орбитальные параметры. Вклад таких двойных систем необходимо учитывать отдельно. В рамках достаточно упрощённой модели можно считать, что начальное распределение по угловому моменту (89) приобретает тепловую форму для возмущённых двойных. В этом случае темп слияний можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{R}_{\text{per}} = \frac{f_{\text{РВН}} \rho_{\text{DM}}}{M_{\text{РВН}}} \int_0^1 \frac{3}{2} \left(\frac{\delta_{\text{РВН}}}{\bar{x}} \right)^{3/2} \sqrt{a} \theta(a_h - a) j \frac{\partial a}{\partial t} dj. \quad (107)$$

В этом выражении $a_h = GM_{\text{РВН}}/2\sigma^2$, зависимость большой полуоси от времени и углового момента $a(t, j)$, как и ранее, определяется с помощью (90), а $\theta(a_h - a)$ — функция Хевисайда отделяющая мягкие двойные, которые разрушаются при возмущениях, от жёстких. Поскольку взаимодействия с одиночными ПЧД делают жёсткие двойные ещё более тесными, выражение (107) следует рассматривать как нижнюю границу темпа слияний.

5.4. Слияния первичных чёрных дыр при больших красных смещениях

Один из наблюдательных тестов существования ПЧД с массами порядка солнечных в будущем — это детектирование гравитационно-волновых сигналов на космологических расстояниях. В отличие от астрофизических ЧД, формирующихся лишь после начала звездообразования при $z \lesssim 30$ [259], ПЧД сливаются на протяжении всей космической истории начиная с момента их образования. Именно поэтому наблюдение гравитационных волн от слияний ЧД при больших z будет указывать на их первичную природу. В этом разделе мы сравниваем астрофизический и первичный каналы.

Темп слияний звёздных ЧД определяется в этой модели как

$$\mathcal{R}_{\text{ABH}}(z) \propto \int_z^\infty dz_f \frac{dt_f}{dz_f} dt_{\text{del}} \mathcal{R}_{\text{SFR}}(z_f) \times P_{\text{del}}(t_{\text{del}}) \delta(t(z) - t(z_f) - t_{\text{del}}), \quad (108)$$

где $\mathcal{R}_{\text{SFR}}$ — темп звездообразования, который даётся эмпирической формулой [260]:

$$\mathcal{R}_{\text{SFR}}(z) \propto \frac{(1+z)^{2.7}}{1 + ((1+z)/2.9)^{5.6}}, \quad (109)$$

и $P_{\text{del}} \propto t^{-1}$ — распределение времени задержки от формирования звёзд до их слияния, причём $P_{\text{del}} = 0$ для $t < 50 \times 10^6$ лет [261]. Зависимость темпа слияний звёздных ЧД от красного смещения показана на рис. 12 красной линией. Эволюция темпа слияний ПЧД с красным смещением зависит от их кластеризации. В случае, когда они распределены однородно (кластеризация минимальна и обусловлена лишь пуассоновским шумом), темп слияний меняется с красным смещением как $\mathcal{R}_{\text{РВН}} \propto \propto (t(z)/t_U)^{-34/37} P_{\text{np}}(z)$ (см. выражение (93) и обсуждение в разделе 5.2). Эта зависимость показана серой закрашенной областью на рис. 12, где нижняя граница соответствует отсутствию кластеризации, т.е. случаю, когда доля ПЧД в тёмной материи $f_{\text{РВН}} < 10^{-3}$. Если же ПЧД рождаются кластеризованными, то темп слияний скла-

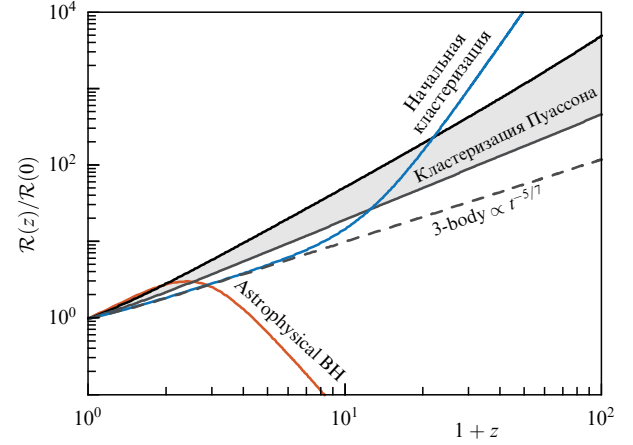


Рис. 12. Зависимость темпа слияний первичных и астрофизических ЧД от красного смещения. Серая заштрихованная область — темп слияний двойных ПЧД, которые формируются в ранней Вселенной, с учётом их пуассоновской кластеризации, верхняя граница — $f_{\text{РВН}} = 0.1$, нижняя граница соответствует отсутствию эффектов кластеризации — $f_{\text{РВН}} < 10^{-3}$. Штрихованная линия — двойные, которые формируются в результате трёхчастичных взаимодействий в кластере (103). Синяя линия — сценарий с изначальной кластеризацией ПЧД при параметрах $\delta_{\text{РВН}} = 1$, $\sigma = 10$ км с $^{-1}$ и $M_{\text{РВН}} = 30 M_\odot$ (см. выражения (104) и (105)).

дывается из вклада невозмущённых и возмущённых двойных систем: $\mathcal{R} = \mathcal{R}_{\text{np}} + \mathcal{R}_{\text{per}}$, которые определяются выражениями (106) и (107). Эта зависимость показана синей линией. Резкое изменение наклона до $\propto t^{-5/7}$ происходит, когда значительная часть двойных в этом сценарии уже являются возмущёнными.

Приведённые на рис. 12 зависимости наглядно демонстрируют различия между астрофизическим и первичным каналами слияний ЧД. Измерение зависимости темпа слияний от красного смещения позволит выделить популяцию ПЧД, а также проверить различные сценарии их формирования, в частности особенности их кластеризации. Отсутствие соответствующего сигнала, напротив, приведёт к новым ограничениям на параметры таких моделей. Будущие детекторы гравитационных волн, такие как Einstein Telescope [262] и Cosmic Explorer [263] (см. также [264]), как ожидается, будут обладать достаточной чувствительностью для исследования этой возможности.

5.5. Гравитационно-волновой фон

Отдельные события слияния ЧД на больших красных смещениях могут оставаться недоступными для индивидуального наблюдения. Тем не менее, они вносят вклад в плотность энергии гравитационных волн во Вселенной, которая традиционно описывается относительной спектральной плотностью [265]

$$\Omega_{\text{gw}} = \frac{1}{\rho_{\text{crit}} c^2} \frac{d\rho_{\text{gw}}}{d \ln \nu} = \frac{1}{\rho_{\text{crit}} c^2} \int_0^\infty dz \frac{\mathcal{R}(z)}{H(z)(1+z)^2} \frac{dE_{\text{gw}}}{d \ln \nu_s}, \quad (110)$$

где $\nu_s = (1+z)\nu$ — частота гравитационных волн в системе источника, а $dE_{\text{gw}}/d \ln \nu_s$ — энергия гравитационных волн, излучаемая при слиянии двойной ЧД в логарифмическом диапазоне частот. Рассмотрим, как гравитационно-волновой фон может свидетельствовать

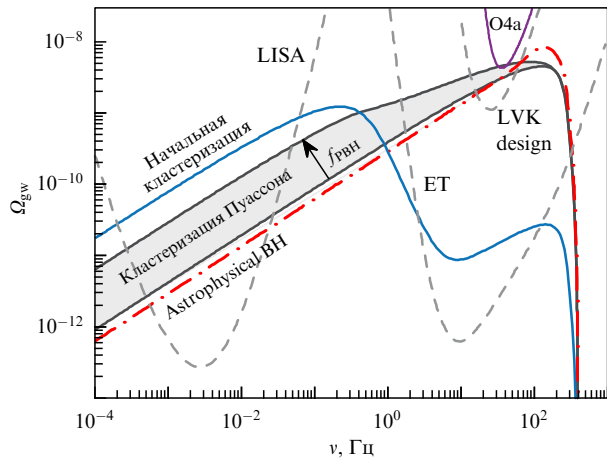


Рис. 13. Гравитационно-волновой фон от слияний двойных ПЧД с массой $M_{\text{РВН}} = 30 M_{\odot}$ для различных сценариев кластеризации. Серая закрашенная область соответствует кластеризации ПЧД, обусловленной пуассоновским шумом, при $f_{\text{РВН}} = 0,007-0,1$. Синяя сплошная линия показывает модель с изначальной кластеризацией ПЧД с параметрами $\delta_{\text{РВН}} = 1$ и $f_{\text{РВН}} = 0,1$, где темп слияний определяется суммой выражений (106) и (107). Красная штрих-пунктирная линия показывает вклад астрофизических ЧД (108), темп слияний которых нормирован на $\mathcal{R}_{\text{АВН}}(t_0) = 40 \text{ Гпк}^{-3} \text{ год}^{-1}$. Штрихованные линии показывают прогнозируемую чувствительность некоторых будущих детекторов гравитационных волн; также приведён верхний предел по данным LIGO/Virgo/KAGRA наблюдательного сеанса O4a [267].

о существовании ПЧД. Для этого параметризуем эволюцию темпа слияний в зависимости от красного смещения $\mathcal{R} = \mathcal{R}_0(1+z)^{\kappa}$ и рассмотрим только фазу (inspiral), энергетический спектр которой [266]

$$\frac{dE}{d \ln v_s} = \frac{\pi^{2/3}}{3G} (GM_c)^{5/3} v_s^{2/3}, \quad (111)$$

где $M_c = (M_1 M_2)^{3/5} / (M_1 + M_2)^{1/5}$ — чирп масса. Для простоты будем считать, что фаза закручивания продолжается до некоторой максимальной частоты v_{max} , которую можно определить через ближайшую к центру устойчивую круговую орбиту, после чего $dE/d \ln v_s$ падает до нуля. Тогда амплитуда гравитационно-волнового фона следующим образом зависит от частоты

$$\Omega_{\text{gw}} = v^{2/3} \frac{\mathcal{R}_0 \pi^{2/3} (GM_c)^{5/3}}{3G \rho_{\text{crit}} c^2} \int_0^{(v_{\text{max}}/v)-1} \frac{(1+z)^{\kappa+2/3}}{(1+z)^2 H(z)} dz \propto \frac{v^{2/3}}{\kappa - 11/6} \left[\left(\frac{v_{\text{max}}}{v} \right)^{\kappa-11/6} - 1 \right], \quad (112)$$

где было использовано пылевидное приближение для параметра Хаббла $H(z) \approx H_0 [\Omega_M(1+z)^3]^{1/2}$. Можно видеть, что при $\kappa < 11/6$ второй член в скобках выражения (112) является доминирующим, что приводит к классическому степенному наклону $\Omega_{\text{gw}} \propto v^{2/3}$, который характерен для слияний ЧД. Однако при $\kappa > 11/6$ наклон спектра отклоняется от канонического и принимает форму $\Omega_{\text{gw}} \propto v^{5/2-\kappa}$. Именно такое поведение возникает в сценариях с кластеризацией ПЧД.

На рисунке 13 показан гравитационно-волновой фон, вычисленный для первичных и астрофизических ЧД. Можно видеть, что кластеризация ПЧД приводит к отклонениям в спектральных характеристиках плотности

энергии гравитационных волн от стандартного поведения $\Omega_{\text{gw}} \propto v^{2/3}$. Особенно сильно этот эффект заметен в моделях с изначальной кластеризацией, где темп слияний быстро возрастает с красным смещением $\mathcal{R}_{\text{пр}} \propto (1+z)^{135/28}$ согласно (106), что в соответствии с (112) приводит к спектральному наклону $\Omega_{\text{gw}} \propto v^{-65/28}$. Детальный анализ этих эффектов представлен в работе [258].

5.6. Генерация гравитационных волн, обусловленная образованием первичных чёрных дыр

Гравитационные волны могут генерироваться не только при слияниях ПЧД, но и быть связанными с процессами их образования в ранней Вселенной. Длина таких гравитационных волн к настоящему времени, конечно, увеличилась на много порядков. Образование ПЧД в заметном количестве означает наличие в некотором масштабе скалярных возмущений кривизны большой величины $\mathcal{P}_{\zeta} \simeq 10^{-2}$. Наличие таких возмущений одновременно ведёт к генерации гравитационных волн во втором порядке теории возмущений, тогда как в первом порядке скалярные и тензорные возмущения эволюционируют независимо [268–274]. Интересно, что частота таких гравитационных волн, генерируемых при образовании ПЧД с массами $\sim 30 M_{\odot}$ (первое событие LIGO) составляет [275]

$$v_{\text{gw}} \simeq 1 \times 10^{-9} \left(\frac{M_{\text{РВН}}}{30 M_{\odot}} \right)^{-1/2} \text{ Гц}, \quad (113)$$

т.е. попадает в диапазон нано-Гц. Поиск стохастического фона таких гравитационных волн может быть осуществлён методом пульсарного тайминга [276].

И наоборот, если из наблюдений пульсарного тайминга или других экспериментов известно о существовании космологического фона гравитационных волн и если предположить, что эти гравитационные волны родились в очень ранней Вселенной (например, при инфляции), то расчёты говорят о возможности генерации скалярных возмущений плотности из гравитационных волн во втором порядке теории возмущений. А эти возмущения, в свою очередь, могут приводить к формированию ПЧД в заметных количествах [277–279]. Фактически, это является ещё одним механизмом рождения ПЧД в дополнение к механизмам, рассмотренным в начале обзора.

Другим возможным механизмом генерации гравитационных волн, сопровождающим образование ПЧД, является коллапс замкнутых доменных стенок. В работе [280] было показано, что спектр гравитационных волн, возникающий в этой модели $h \propto f^{\alpha}$, где $\alpha = -5/4$, хорошо соответствует спектру, наблюдаемому по методу пульсарного тайминга в проекте NANOGrav поскольку для $\alpha = 5/4$ имеем $\gamma = 3 - 2\alpha = 5,5^4$, а NANOGrav даёт ограничение $4,5 < \gamma < 6,5$ для сигнала в интервале частот от 2,5 нГц до 12 нГц.

6. Аккреция газа на первичные чёрные дыры

На ПЧД, как и на ЧД астрофизического происхождения, может идти аккреция вещества. При аккреции газа он нагревается и излучает.

⁴ Здесь γ — показатель степени спектра мощности отклонений моментов прихода импульсов в пульсарном тайминге, $S(f) \sim h^2/f^3$ [276].

Аккреция на стадии радиационного доминирования. Хотя аккреция вещества на ПЧД на радиационно-доминированной стадии была рассмотрена ещё в работе [10], оставался неясным вопрос о том, приводит ли аккреция к катастрофическому росту массы ПЧД, когда её гравитационный радиус увеличивается так же быстро как расширяется космологический горизонт. Действительно, в [10] рассматривался захват частиц в ПЧД. Сечение захвата ультрарелятивистских частиц шварцшильдовской сферой радиусом $R_g = 2GM_{\text{ПВН}}/c^2$ составляет $\sigma = (27/4)\pi R_g^2$ [42, 281], поэтому скорость роста массы ПЧД

$$\frac{dM_{\text{ПВН}}}{dt} = \frac{27}{4} \pi R_g^2 c \rho_r, \quad (114)$$

где плотность излучения на стадии радиационного доминирования $\rho_r = 3/(32\pi Gt^2)$. Решение уравнения (114) на интервале времени от t_0 до t имеет вид

$$M_{\text{ПВН}} = \frac{M(t_0)}{1 - (81/32)(GM_0/c^3)((1/t_0) - (1/t_1))}. \quad (115)$$

Формально, при достаточно малом t_0 имеется момент, когда масса стремится к бесконечности. Однако, как отмечено в [10], вывод о катастрофическом росте сделать нельзя из-за неопределённости в начальном распределении плотности вблизи момента формирования ПЧД. Также недостаточно обосновано приближение квазистационарной аккреции (114). Эти неопределённости должны приводить к появлению дополнительного коэффициента в знаменателе (115), который принципиально влияет на результат. Например, если в момент формирования ПЧД её гравитационный радиус много меньше радиуса космологического горизонта, то такое соотношение сохранится и далее, и аккрецируемая за время жизни Вселенной масса не превзойдет массу $\sim M_0$.

Для прояснения данного вопроса необходимо исследовать уравнения релятивистской гидродинамики. Впервые данный вопрос был решен в работе [12], где получены самосогласованные автомодельные решения для аккреции и с их помощью показано отсутствие эффекта катастрофической аккреции независимо от близости гравитационного радиуса к радиусу космологического горизонта в начальный момент. Автомодельность заключалась в зависимости величин только от отношения r/t . Тем самым, работа [12] показала, что модель ПЧД является непротиворечивой относительно эффекта катастрофической аккреции. Если бы это было не так, то уже в 1974 г. модели ПЧД были бы фактически закрыты, но после важного результата [12] был открыт путь для более подробного исследования многих других аспектов физики ПЧД. Также в [12] указано на возможность наличия не точно, а лишь асимптотически фридмановских решений на бесконечности, содержащих ПЧД. Однако для этого необходимы специальные начальные условия, когда течение не проходит через звуковую точку, являясь везде сверхзвуковым.

Исследование аккреции на ПЧД на стадии радиационного доминирования, когда $p = \rho/3$, и в более общем случае аккреции вещества с баротропным уравнением состояния $p = (\gamma - 1)\rho$ было продолжено в ряде последующих работ (см. обзор в [282]). Внимание было сконцентрировано, в частности, на поиске автомодельных решений для аккреции и на непротиворечивом вклю-

чении метрики ПЧД в космологический фон на больших расстояниях. Оказалось, что при $1 < \gamma < 2$ не существует автомодельных решений, связанных с фридмановским фоном посредством звуковой точки, а при $2/3 \leq \gamma < 1$ имеются асимптотически фридмановские решения с дефицитом телесного угла на бесконечности, которые тем не менее могут соответствовать реальной физической ситуации. Наконец, в случае тёмной энергии $0 < \gamma < 2/3$ удалось найти асимптотически фридмановские решения. Интересно, что при некоторых предположениях об уравнении состояния, отличающихся от предполагаемых в работе [12] и соответствующих аккреции массивного скалярного поля, действительно может быть случай, когда размер ПЧД растёт так же быстро, как космологический горизонт, и этот рост может объяснять большие массы ЧД в ядрах галактик.

Ещё один заслуживающий внимания эффект заключается в том, что аккреция и соответствующее увеличение массы ПЧД может задержать эффект квантового испарения ПЧД. При этом должны несколько модифицироваться ограничения, связанные с испарением ПЧД в ранней Вселенной.

Теоретически, кроме первичных могли бы существовать и реликтовые ЧД, оставшиеся от предшествующих эпох в циклической модели Вселенной, если Вселенная следует подобной модели [283, 284]. Такие модели мы в данном обзоре не рассматривали. Удельный угловой момент и массы реликтовых ЧД могли бы сильно изменяться за счёт аккреции окружающего вещества на стадии сжатия Вселенной, и гигантский рост массы может сильно ограничить или закрыть данный класс моделей.

Аккреция в эпоху Тёмных веков. В последние годы наблюдается значительный интерес к исследованию космологической эпохи Тёмных веков, продолжавшейся от момента рекомбинации до периода реионизации Вселенной, т.е. на красных смещениях $z \sim 6-1100$. Это в значительной мере связано с наблюдениями телескопом Дж. Уэбба ранних галактик в конце эпохи Тёмных веков. Неожиданно оказалось, что галактик в то время было примерно на порядок больше, чем ожидалось. Представляет большой интерес исследование физических свойств барионной среды в эту эпоху. В частности, излучение от аккреции ПЧД могло принципиально повлиять на свойства среды, что даёт дополнительные ограничения на ПЧД.

Первые детальные исследования аккреции газа на ПЧД в догалактическую эпоху были выполнены в работах [285, 286]. Согласно ряду расчётов, спектр излучения при аккреции имеет степенной вид с завалом на больших энергиях

$$L_\omega \propto \omega^{-a} \exp\left(-\frac{\omega}{T_s}\right), \quad (116)$$

В работе [286] предполагалось излучение на эддингтовском пределе и был использован плоский спектр излучения с $a = 0$, тогда как в последующей работе [287] положено $T_s \sim 200$ кэВ, $|a| \leq 0.5$, $\omega_{\min} \leq 10$ эВ. Неопределённость в спектре излучения связана, в частности, с неопределённостями в модели аккреции (сферически-симметричная или дисковая). В работе [286] была рассчитана структура области ионизации газа вокруг ПЧД в зависимости от расстояния. Как оказалось, переход от полностью ионизованной области к области с малой

ионизацией происходит достаточно быстро. ПЧД, если бы они имелись в достаточно большом числе, могли бы изменить тепловую историю Вселенной и поддерживать её в ионизированном состоянии. Из условия, что Вселенная не была полностью ионизована значительно раньше $z \sim 6$, можно найти ограничения на количество аккрецирующих ПЧД в разных диапазонах масс, причём данный эффект является весьма сильным для звёздных и больших масс ПЧД. Детальный расчёт процесса аккреции на ПЧД и его наблюдательных следствий был выполнен в работе [288] (см. также [289, 290]) приведены современные ограничения на аккрецирующие ПЧД в эпоху Тёмных веков, причём помимо истории реионизации Вселенной рассмотрено также влияние аккреционного излучения на спектр и поляризацию реликтового излучения. Полученные ограничения показаны на рис. 1. В частности, сравнение расчётов с данными космического телескопа Планк исключает ПЧД с массами $\geq 10^2 M_\odot$ как доминирующий компонент ТМ.

Аккреция в современной Вселенной. Если во Вселенной существует достаточно много ПЧД звёздных и более высоких масс, то на эти ПЧД в эпоху после рекомбинации могла происходить аккреция газа с выделением рентгеновского излучения при аккреции, вероятнее всего, в аккреционном диске. В некоторых соседних галактиках наблюдаются неидентифицированные ультраяркие рентгеновские источники. Не исключено, что эти источники являются аккрецирующими ПЧД, хотя первичная природа этих ЧД пока не доказана, и они вполне могут являться астрофизическими ЧД, быстро наращивающими свою массу. В работе [291] был исследован нагрев межзвёздного газа в галактиках аккреционным излучением ПЧД, и на основе этого эффекта получены ограничения на ПЧД в диапазоне масс $\sim (1-10^7)M_\odot$. В работе было замечено, что при аккреции газа на ЧД, как правило, образуются релятивистские струи (джеты) заряженных частиц, а в джетах генерируется радиоизлучение. Поэтому аккрецирующие ПЧД можно пытаться искать с помощью больших радиотелескопов.

Первичные чёрные дыры и нейтронные звёзды. При достаточно малой массе гравитационный радиус ПЧД становится сравнимым или меньшим размера нуклона. Поэтому при аккреции вещества на ПЧД малых масс должны проявляться квантовые эффекты. Но при больших массах ПЧД на них внутри нейтронной звезды может идти устойчивая аккреция, и нейтронная звезда за большое время может полностью трансформироваться в ЧД [11]. Захват ПЧД нейтронными звёздами и аккреция вещества на ПЧД внутри этих объектов рассматривалась в работе [293] с учётом упомянутых квантовых эффектов а также возможного влияния дополнительных измерений. Было получено, что при захвате внутрь нейтронной звезды ПЧД с массой $\sim 10^{15}$ г нейтронная звезда проживет $\sim 3 \times 10^5$ лет. В условиях большой плотности ПЧД будет быстро наращивать массу, в результате чего произойдет общий коллапс нейтронной звезды в чёрную дыру, однако ограничения такого рода модельно зависимы [294].

7. Испарение первичных чёрных дыр

Пожалуй, наиболее ярким и интересным с фундаментальной точки зрения эффектом, связанным с ПЧД, является возможность их квантового испарения, пред-

сказанная С. Хокингом [13]. В открытие этого эффекта большой вклад внесли предшествующие работы Я.Б. Зельдовича и А.А. Старобинского по рождению частиц в гравитационных полях и квантовому излучению вращающихся ЧД. Квантовое испарение ПЧД — это тот процесс, который привлек к ним повышенное внимание в середине 1970-х гг. Только ПЧД могут иметь массы $\sim 5 \times 10^{14}$ г, при которых их активное испарение происходит в настоящее время, поэтому наблюдение испаряющейся ЧД стало бы доказательством её первичного происхождения. ЧД звёздной природы на 19 порядков более массивны, а механизмы образования астрофизических ЧД с малыми субзвёздными массами неизвестны.

Испарение достаточно близкой ПЧД можно было бы с хорошей достоверностью отличить от других процессов излучения благодаря уникальной форме спектра и временного профиля сигнала. Кроме того, близкая испаряющаяся ПЧД выглядела бы как движущийся гамма-источник. Регистрация испарения ПЧД позволила бы, в частности, проверить квантовогравитационные эффекты. Даже сам факт отсутствия испаряющихся ПЧД в наблюдениях, а также влияние испарения ПЧД на процессы в ранней Вселенной уже дали очень жёсткие ограничения на форму спектра космологических возмущений в малых масштабах и, соответственно, на инфляционные модели, в рамках которых рассматривалась генерация возмущений.

Спектры излучения. С. Хокинг показал, что ЧД в процессе своего квантового испарения излучает как абсолютно чёрное тело с температурой $T = \hbar c^3 / (8\pi k_B G M) \sim 10^{-7} (M/M_\odot)^{-1}$ К (в случае ЧД без спина и заряда). Процесс испарения можно описать как рождение пар виртуальных частиц у горизонта ЧД [295], так и в формализме квантового туннелирования. Темп излучения частиц с энергией E равен

$$\frac{d^2 N}{dE dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_s(M, E)}{\exp(E/T) - (-1)^{2s}}, \quad (117)$$

где $\Gamma_s(M, E)$ — функция, называемая "фактором серого тела" ("greybody factor"), получается в результате достаточно сложных вычислений, а s — спин частицы. Частицы уносят энергию, масса ЧД постепенно уменьшается, и в каждый момент времени наиболее эффективно излучаются частицы с массой (или энергией) $\sim T$. При массе ПЧД $M_{\text{РВН}} \geq 10^{17}$ г излучаются, в основном, только фотоны, нейтрино и, возможно, другие лёгкие частицы. При уменьшении массы ниже $\sim 10^{17}$ г электроны и позитроны начинают составлять уже значительную долю излучения, а при дальнейшем уменьшении массы ПЧД в составе продуктов её испарения появляются тяжёлые лептоны и различные адроны. Частицы, излучаемые ПЧД, в ближайшей к ПЧД области пространства взаимодействуют между собой с развитием каскадов вторичных частиц. В результате, начальный спектр излучения модифицируется, что важно для поиска сигналов от испаряющихся ПЧД. В частности, вторичный спектр имеет максимум при ~ 100 МэВ, обусловленный распадами пионов. Итоговые спектры различных частиц, генерируемых при испарении ПЧД, аккуратно рассчитываются численно с помощью ряда программных пакетов (см. обзор [16]). Расчёт изменения массы приводит к следующей зависимости времени жизни ПЧД от

её массы [15]

$$\tau(M) \simeq 1,4 \times 10^{10} \left(\frac{M}{5,1 \times 10^{14} \text{ г}} \right)^3 \text{ лет}. \quad (118)$$

Поиски сигналов от испарения первичных чёрных дыр и ограничения по эффекту испарения. На самой последней стадии испарение выглядит как взрыв, сопровождаемый гамма-вспышкой. Если бы в окрестности солнечной системы испарялось достаточно много ПЧД, то можно было бы наблюдать соответствующие гамма-вспышки. Мы регистрировали бы такие вспышки из космоса или фоновое излучение от многих вспышек, если бы было много испаряющихся ПЧД [14]. Пока такие вспышки достоверно не наблюдались. Хотя выдвигалась гипотеза, что зарегистрированное в 2023 г. телескопом KM3NeT нейтрино с энергией 220 ПэВ может быть продуктом испарения близкой ПЧД [17], однако это предположение не доказано. Но даже из самого факта отсутствия вспышек можно получить строгие ограничения на количество испаряющихся ПЧД.

Более массивные ПЧД, ещё не достигшие финальной стадии испарения, также должны были бы давать вклад в фоновое гамма-излучение. Но поскольку мы избытка такого излучения не видим, то ПЧД в соответствующей области масс $\sim 10^{15} - 10^{17}$ г должно быть мало. А это, как указывалось выше, даёт сильное ограничение на неоднородности в ранней Вселенной на масштабах, соответствующих этим массам. На ряде детекторов были получены ограничения на гамма- и рентгеновские фоны, ограничивающие число близких испаряющихся ПЧД. Отсюда следуют ограничения на долю вещества, коллапсировавшего в ПЧД в ранней Вселенной. Подобное ограничение показано на рис. 1. В последнее время к этим ограничениям прибавилось и новое ограничение по потоку нейтрино, регистрируемому на нейтринном телескопе IceCube в Антарктиде, так как среди продуктов испарения могли бы быть и нейтрино высоких энергий. В работе [296] был рассчитан нейтринный фон внегалактического происхождения от испаряющихся ПЧД. Сравнение с данными нейтринных детекторов, прежде всего Kamiokande и LSD позволили получить ограничения на возможные показатели спектра начальных возмущений плотности.

Интересно, что излучение от испарения ПЧД в эпоху Тёмных веков могло препятствовать образованию молекул водорода, ответственных за охлаждение газа в первых гало ТМ, что, в свою очередь, создает условия для прямого коллапса газовых облаков в ЧД [297]. Тем самым, малые ПЧД могли помочь родиться намного более массивным ЧД, которые стали затравками для сверхмассивных ЧД в ядрах галактик.

Испаряющиеся первичные чёрные дыры в ранней Вселенной. Испарение ПЧД в более ранние космологические эпохи напрямую наблюдать невозможно, но испаряющиеся ПЧД могли бы оказать влияние на процессы во Вселенной.

Если ПЧД имели начальные (в момент их образования) массы $\sim 10^9 - 10^{12}$ г, то время их активного испарения происходило в эпоху первичного нуклеосинтеза. В это время, когда Вселенная имела возраст $\sim 2 - 20$ мин происходило образование первых атомных ядер вплоть до лития. Излучение ПЧД в эту эпоху могло оказывать влияние на выход элементов путём изменения отношения числа протонов к нейтронам, а также путём дезинте-

грации образовавшихся ядер излучаемыми высокоэнергетическими частицами [298, 299]. Расчёты данного процесса проводятся с учётом множества реакций и взаимодействий [15]. Длина диффузии нейтронов превышает среднее расстояние между соседними ПЧД (при тех количествах ПЧД, когда их роль заметна), поэтому хорошим приближением в подобных расчётах является однородное распределение продуктов испарения ПЧД.

ПЧД с массами $\leq 10^9$ г должны испаряться до эпохи первичного нуклеосинтеза. В работе [300] был выполнен расчёт роста энтропии Вселенной за счёт испарения ПЧД и получены ограничения на число ПЧД на основе этого эффекта. Испарение ПЧД могло бы приводить к наработке частиц ТМ, если такие частицы присутствуют среди продуктов испарения [301, 302]. Также были предложены модели генерации барионной асимметрии — преобладания вещества над антивеществом в наблюдаемой части Вселенной при испарении ПЧД [303–309]. Заметим, однако, что связь бариогенезиса с ПЧД может иметь место не только через процесс квантового испарения, но и посредством общих инфляционных механизмов [34, 310]. Важно также, что остатки планковской массы от испарения ПЧД, если испарение ПЧД прекращается при такой массе, могут составлять всю ТМ во Вселенной, что обсуждается далее в разделе 8. В моделях с дополнительными пространственными измерениями, например в космологии на бране, процесс испарения ПЧД происходит иначе, чем в обычной фридмановской модели, и это ведёт к модификации ограничений на ПЧД по эффекту испарения [311].

8. Первичные чёрные дыры как тёмная материя

Природа ТМ (скрытой массы) — это одна из главных пока не решенных загадок космологии. Одним из основных кандидатов являются новые элементарные частицы, однако попытки их зарегистрировать в существующих детекторах пока не дали результата. ПЧД также являются вероятным кандидатом на роль ТМ. Идея о том, что ПЧД могут составлять скрытую массу во Вселенной, была выдвинута в работах [11, 312] ещё до того, как концепция ТМ утвердилась в космологии, и была обоснована в модели с особенностями в инфляционном потенциале [80].

Выше было рассмотрено большое число различных эффектов, в которых могли принимать участие ПЧД. Хотя существование ПЧД пока не доказано, рассмотренные эффекты дают ограничение сверху на количество ПЧД в различных диапазонах масс (см. обзоры [22, 313–315]). Эти ограничения, обычно обозначаемые как массовая доля f_{PCHD} ПЧД в составе ТМ, достаточно жёсткие при всех массах, за исключением "окна" $10^{17} - 10^{22}$ г. В этом интервале ПЧД ещё могут составлять значительную долю ТМ ($f_{\text{PCHD}} \sim 1$), хотя часть этого интервала $\sim 10^{19} - 10^{20}$ г, вероятно, уже тоже исключается по эффекту взрывов белых карликов (см. далее). Вне этого допустимого окна ПЧД могут составлять лишь некоторую долю от всей ТМ, а преобладающая часть ТМ состоит из чего-то другого, например, элементарных частиц, не зарегистрированных пока экспериментально.

Выше предполагалось, что все ПЧД имеют одну характерную массу. Однако ограничения на ПЧД несколько смягчаются, если ПЧД "размазаны" по массам,

т.е., если они имеют достаточно широкую функцию масс. Тогда в областях, где есть сильные ограничения, они могут составлять лишь часть критической плотности Вселенной, но интегрально (суммарно по всем массам) составлять всю ТМ. Ясно, что в таком случае ограничения на ПЧД, полученные в предположении монохроматической функции масс, не ограничивают всю популяцию ПЧД, а только её часть.

Динамические ограничения на количество первичных чёрных дыр. Прежде всего, на ПЧД в роли ТМ имеются жёсткие динамические ограничения. ПЧД являются массивными компактными объектами. Поэтому, если их масса достаточно велика и если они находятся внутри или вблизи других астрофизических объектов, то своим гравитационным полем они могут создавать заметные возмущения в движении звёзд или других тел и даже разрушать их при близких пролётах. Было изучено несколько возможных ситуаций, когда ПЧД могли бы проявлять себя таким образом, а из отсутствия видимого влияния следуют ограничения на ПЧД в том или ином диапазоне масс. Такие ограничения на основе силового гравитационного влияния ПЧД называются динамическими ограничениями. Динамические ограничения на ПЧД были подробно рассмотрены в обзорах (см., например, [15, 22, 313]), Поэтому здесь мы только кратко перечислим основные из них. Эти динамические ограничения показаны на рис. 1.

Пролёты ПЧД через вырожденные звёзды — белые карлики — могли бы вызывать локальные повышения температуры вдоль траектории пролёта и тем самым приводить к термоядерным взрывам белых карликов (сверхновым типа Ia). Наличие в космосе невзорвавшихся белых карликов и измерение темпов взрыва сверхновых типа Ia накладывает ограничение на число ПЧД с массами $\sim 10^{19} - 10^{22}$ г, исключая возможность $f_{\text{РВН}} = 1$ в диапазоне $\sim 10^{19} - 10^{20}$ г [316]. Захват ПЧД нейтронными звёздами должен приводить к аккреции вещества, неустойчивости и гравитационному коллапсу нейтронной звезды с образованием ЧД [317, 318]. В нашей Галактике, а также в близких карликовых галактиках наблюдаются двойные звёзды с широкими орбитами компонент. При наличии достаточно большого числа ПЧД эти двойные системы могли разрушаться, что накладывает ограничения на число ПЧД. Также ПЧД достаточно большой массы могли разрушать шаровые звёздные скопления, и из наблюдаемого числа неразрушенных скоплений следуют ограничения на ПЧД. ПЧД могли бы осуществлять нагрев звёздного населения диска — рост дисперсии скоростей звёзд в диске при пролёте через него достаточно массивных ПЧД. Очень массивные ПЧД $M \geq 7 \times 10^{10} M_{\odot}$ могли бы разрушать целые галактики в скоплениях галактик [15].

Микролинзирование. Одним из важнейших методов поиска ПЧД и получения ограничений на их количество является наблюдение событий гравитационного линзирования (см. обзор [23]). Этот эффект, предсказанный А. Эйнштейном в 1936 г., заключается в усилении света источника при отклонении лучей света массивным объектом на луче зрения. Например, если наблюдается звезда, а поперёк луча зрения между звездой и наблюдателем пролетает ПЧД, то поток света от звезды сначала плавно возрастёт, а затем также плавно вернется на прежний уровень. По расстояниям и характеристикам события линзирования можно судить о массе гравитационной

линзы. Использовать звёзды Магеллановых облаков для поиска компактных объектов в гало Галактики предложил Б. Пачинский (В. Paczyński) в 1986 г. Звёздами-источниками при наблюдениях микролинзирования как правило служат звёзды Большого и Малого Магеллановых облаков, балджа Галактики или звезды галактики М31 (Туманность Андромеды). В этих наблюдениях невозможно разрешить отдельные изображения, создаваемые линзой, а наблюдается только симметричное по времени изменение светимости звезды. При этом коэффициент усиления света ограничен угловым размером звезды — источника.

К настоящему времени наблюдения гравитационного микролинзирования звёзд выполняли, в основном, три коллаборации: MACHO, EROS и OGLE. Эти коллаборации провели по несколько серий наблюдений, отсеивая постепенно ложные сигналы и уточняя ограничения на количество объектов линз (их массовую долю f в составе тёмной материи) в том или ином диапазоне масс. Статистика событий микролинзирования зависит от модели тёмного гало Галактики, и результаты обычно представляются для выбранной стандартной модели гало в виде изотермической сферы (см. дискуссию о влиянии этого фактора в [319 – 321]). За микролинзирование на компактных объектах иногда принимают взрывы сверхновых в далеких галактиках и переменность звёзд — источников. Для нескольких зарегистрированных событий, первоначально принятых за гравитационное микролинзирование, при дальнейших наблюдениях было обнаружено повторное нарастание яркости звёзд-источников, что свидетельствует о том, что эти звёзды переменные, а события являются лишь имитацией гравитационного линзирования. Также ограничения по микролинзированию были получены из наблюдений телескопа им. Кеплера и телескопа Subaru HSC (Hyper Suprime — Cam).

В истории поиска микролинзирования были сообщения о положительных результатах, которые позже исключались на основе большего статистического объёма данных. Так, в начале 1990-х гг. коллаборация MACHO сообщила об обнаружении событий гравитационного микролинзирования света звёзд в Большом Магеллановом облаке на неких неизвестных компактных объектах на луче зрения с массами $\sim 0,5 M_{\odot}$, которые составляют $\sim 20\%$ плотности ТМ ($f \sim 0,2$). Столь большая доля не может объясняться объектами барионной природы из-за ограничения на количество барионов, производимых в первичном нуклеосинтезе. В работе [80] была выдвинута гипотеза, что этими компактными объектами являются ПЧД, а также в [322] рассматривалась модель "нейтральных звёзд". Однако последующие наблюдения EROS и OGLE исключили эту возможность $f \sim 0,2$ и установили более жёсткие ограничения на количество таких объектов. Недавно коллаборация OGLE сообщила о возможном наблюдении шести событий микролинзирования, которые могли вызываться объектами планетных масс. Но позже были получены более строгие ограничения на число подобных объектов, которые ставят под сомнение достоверность обнаружения указанных шести объектов. Тем не менее, с помощью данного эффекта уже была зарегистрирована свободно летящая экзопланета с массой порядка массы Сатурна.

Более уверенно можно говорить не об обнаружении, а об ограничении на количество компактных объектов в разных диапазонах масс. Имеющиеся ограничения пока-

заны на рис. 1 для функции масс ПЧД в виде дельта-функции. Необходимо отметить, что в случае протяжённой функции масс ограничения модифицируются, и метод уточнения ограничений на этот случай был разработан в [323, 324]. Уже можно сделать вывод, что ПЧД в интервале масс $10^{-11} M_{\odot} \leq M_{\text{РВН}} \leq 10^4 M_{\odot}$ не могут составлять всю ТМ в Галактике, а ПЧД в интервале $10^{-10} M_{\odot} \leq M_{\text{РВН}} \leq 1 M_{\odot}$ составляют не более 1 % [23]. Наблюдения микролинзирования звёзд галактики Туманность Андромеды (М31) проводились на телескопе Subaru HSC [331]. Выявление лишь одного события-кандидата позволило получить наиболее строгое на тот момент ограничение на ПЧД в широком диапазоне масс $10^{-11} M_{\odot} \leq M_{\text{РВН}} \leq 10^{-6} M_{\odot}$. Как ожидается, наблюдения на телескопе им. В. Рубин помогут установить на несколько порядков более сильные ограничения. При массах $M_{\text{РВН}} \leq 10^{-11} M_{\odot}$ длина волны света уже больше шварцшильдовского радиуса линзы, поэтому ограничение на число ПЧД методом микролинзирования на звёздах возможно только при больших массах.

В работе [326] указано, что наблюдение гравитационного линзирования быстрых радиовсплесков в будущем может дать ограничение на ПЧД с массами $\geq 20 M_{\odot}$. Быстрые радиовсплески (мощные одиночные импульсы радиоизлучения с длительностью порядка миллисекунд и большой мерой дисперсии, см. [327]), вероятно всего, представляют собой процессы на магнитарах [328, 329]. Также рассматривался эффект "фемтолинзирования" излучения космических гамма-всплесков [330]. Термины микро-, фемто- и пиколинзирование соответствуют характерным угловым расстояниям между изображениями.

Статистика событий микролинзирования может быть существенно иной, если ПЧД собраны в кластеры [331, 332]. Если такие кластеры не очень плотные, то ПЧД в кластере линзируют свет как единичные объекты, однако кластеры с большой плотностью числа ПЧД (например, рассмотренные в разделе 4.2) линзируют как единое целое [333].

Главный вывод, полученный в наблюдениях гравитационного линзирования заключается в том, что ПЧД исключены как доминирующий компонент ТМ в широком диапазоне масс, за исключением так называемого "астероидного окна" (массы порядка масс астероидов) $10^{17} - 10^{22}$ г. Отметим, однако, что и этот интервал, возможно, также закрыт по эффекту устойчивости нейтронных звёзд [317, 334–336], хотя данное ограничение модельно-зависимо и в настоящее время ещё не воспринимается как окончательное [294].

Остатки от испарения первичных чёрных дыр (планкеоны). Когда масса испаряющейся ПЧД уменьшается, начинают испускаться все более массивные частицы и частицы с большей энергией. Уже при энергиях, приближающихся к энергии Великого объединения, расчёт спектра излучения затруднен из-за теоретических неопределённостей в моделях частиц, однако качественно картина испарения, вероятно, не сильно меняется. Однако при уменьшении массы ПЧД и её приближении к планковской массе должны вступить в действие эффекты квантовой гравитации, и процесс испарения может качественно измениться. В частности, испарение может совсем остановиться. Высказывалась гипотеза, что ПЧД не испаряется до конца, а от неё остаётся устойчивый остаток — "планкеон".

Обсуждалось несколько причин, по которым испарение ПЧД прекращается вблизи планковской массы [337]. Например, согласно аргументу, М.А. Маркова, это следует из квантового принципа неопределённости для неопределённости импульса $c\Delta M$ и неопределённости координаты Δl , где $l \sim r_g = 2GM/c^2$, в виде $c\Delta M \Delta l > \hbar/2$. Отсюда следует оценка для минимальной массы ЧД $\sim M_{\text{Pl}} = (\hbar c/G)^{1/2} \simeq 10^{-5}$ г. Я.Б. Зельдович отметил, что ЧД субпланковской массы могут представлять новый класс стабильных элементарных частиц. Также рассматривались варианты квадратичных поправок в гравитационный лагранжиан, наличие у ЧД нового аксионного заряда, аргументы с сохранением симметрий, эффекты дилатонного поля, информационный парадокс и др. (ссылки на работы по этим темам см. в [337]).

В теориях с дополнительными измерениями массы остатков от испарения ПЧД могут быть больше обычной планковской массы 10^{-5} г. В работе [338] в качестве причины остановки испарения рассматривался обобщенный принцип неопределённости (generalized uncertainty principle — GUP). Этот принцип, как и в аргументе М.А. Маркова, приводит к тому, что из-за гравитационного взаимодействия появляется абсолютная минимальная неопределённость в положении частицы, имеющая порядок планковской длины, и соответствующая минимальная масса чёрной дыры.

Предполагалось, что планкеоны могут являться частицами ТМ во Вселенной [339, 340]. Экспериментальная регистрация планкионов, по-видимому, является сложной задачей из-за их малого сечения взаимодействия. Однако наличие остатков от испарения ПЧД накладывает ограничения на спектры возмущений в малых масштабах, генерируемые, например, в модели гибридной инфляции [337].

9. Первичные чёрные дыры в Солнечной системе

Если ПЧД во Вселенной образовывались в достаточно большом количестве, то есть вероятность, что ПЧД залетали в пределы солнечной системы в прошлом и могут залететь в современную эпоху, возмущая планетные орбиты, и даже быть захвачены на финитную орбиту вокруг Солнца. Также рассматривалась возможность наличия ПЧД внутри Земли и других небесных тел и были исследованы наблюдательные следствия такой ситуации.

Первичные чёрные дыры внутри Земли. В работе [341] исследована гипотеза от том, что внутри Земли имеется ПЧД. Эта ПЧД должна аккрецировать вещество и излучать нейтрино. По ограничениям на потоки нейтрино было исключено наличие ПЧД внутри Земли из-за недопустимо большого нейтринного излучения, генерируемого при аккреции. В [342] рассматривались ограничения по сейсмическим событиям, возбуждаемым ПЧД.

Первичные чёрные дыры как девятая планета. Обнаружение определённых корреляций в движении транснептуновых объектов легло в основу гипотезы о наличии на расстоянии 300–700 а.е. от Солнца 9-й планеты [343, 344] с массой 5–15 масс Земли. Эта планета могла бы возмущать движение транснептуновых объектов. В [345] была высказана гипотеза, что этот объект представляет собой не каменную или ледяную планету, а ПЧД. Хотя вариант с ПЧД выглядит более экзотиче-

ским по сравнению с планетой, вероятность захвата в Солнечную систему ПЧД может быть сравнимой по величине с вероятностью захвата свободно летающих планет [345].

Рассматривался ряд эффектов, по которым можно было бы обнаружить ПЧД во внутреннем облаке Оорта. В работе [346] обсуждаются ограничения, которые в будущем могут быть получены путём наблюдения рентгеновских вспышек на периферии Солнечной системы. Эти вспышки должны возникать при столкновении ПЧД с ледяными телами. В [347] предлагается искать излучение Хокинга радиочастотного диапазона с помощью пролетающих мимо ПЧД микронзондов с радиодетекторами. В [345] рассмотрено ограничение по аннигиляционному излучению от пика плотности ТМ, формирующегося вокруг ПЧД по механизму, рассмотренному в разделе 3.1. Такое ограничение имеет место, если частицы ТМ способны аннигилировать и продукты аннигиляции принципиально наблюдаемы.

В работе [348] было показано, что если на периферии Солнечной системы находится ПЧД, то своим гравитационным полем она возмущает орбиты частиц пыли. Пыль в результате этого может выпадать на внутреннюю область Солнечной системы, залетая внутрь орбиты Земли. Показано, что если масса ПЧД порядка $10 M_{\oplus}$, и полная масса пыли, находящейся во внутренней части так называемого "облака Оорта", имеет тот же порядок величины, то поток пыли сравним с тем, что реально наблюдается путём подсчёта пылинок на льду Антарктиды и путём прямых измерений на космических аппаратах $\sim 3,0 - 5,6 \text{ мкг м}^{-2}$ в год [349]. Аналогичные расчёты [348] применимы ко всем пылевым или метеороидным частицам крупнее примерно 10 мкм и к частицам без содержания железа и графита с размерами менее 0,02 мкм, которые не выталкиваются давлением излучения. Известно, что значительная часть или вся наблюдаемая пыль приносится к Земле пролетающими мимо кометами или происходит от столкновений и разрушений объектов в поясе астероидов. Наличие на периферии Солнечной системы захваченной ПЧД или планеты может создать такой же по порядку величины поток пыли при наличии значительного её количества. Даже малый вклад в общий поток рассматриваемой высокоскоростной пыли с периферии Солнечной системы с химическим составом, отличающимся от состава пыли из пояса астероидов, может представлять интерес для понимания структуры внутреннего "облака Оорта".

Пролёты первичных чёрных дыр через солнечную систему. В работе [350] была предпринята попытка ограничить частоту пролёта ПЧД малых масс $\sim 10^{-10} M_{\odot}$ через Солнечную систему на основе эффекта роста эллиптичности орбит транснептуновых объектов, и было показано, что этот эффект очень мал. Для ПЧД с большими массами (от массы Земли до массы Солнца), в работе [351] получены ограничения на возмущения орбиты Нептуна. Однако этот эффект пока не позволил получить существенных ограничений на ПЧД.

10. Заключение

Несмотря на более чем полувековую историю исследований, ПЧД остаются одним из наиболее интригующих объектов современной космологии. Их особенность

заключается в том, что они могут возникать в результате самых разнообразных физических процессов в ранней Вселенной: усиления первичных возмущений плотности, фазовых переходов, коллапса топологических дефектов, столкновения пузырей истинного вакуума, ранних стадий доминирования материи и по ряду других механизмов. Поэтому изучение ПЧД представляет интерес не только само по себе, но и как уникальный инструмент исследования физических процессов, происходивших при энергиях, недостижимых для современных ускорителей частиц.

Современная наблюдательная ситуация характеризуется сочетанием всё более жёстких ограничений и одновременно появлением новых возможностей для поиска ПЧД. Данные по реликтовому излучению, гравитационному линзированию, динамике звёздных систем, гравитационно-волновым событиям, гамма-сигналам и крупномасштабной структуре Вселенной существенно ограничивают допустимую долю ПЧД в плотности ТМ в различных диапазонах масс. Вместе с тем ни один из существующих наблюдательных результатов пока не позволяет окончательно исключить существование популяций ПЧД, способных вносить некоторый, пусть и малый, вклад в ТМ или нести информацию о физических процессах в ранней Вселенной.

Ожидается, что дальнейший прогресс в этой области будет связан с развитием многоканальной астрономии, объединяющей космологические наблюдения, гравитационно-волновые эксперименты и исследования в области физики элементарных частиц. Новое поколение наблюдательных установок позволит существенно повысить чувствительность к проявлениям ПЧД и связанным с ними сигналам. Независимо от того, подтвердится ли их роль в составе ТМ и как источников гравитационных волн, ПЧД уже сегодня представляют собой важный теоретический и наблюдательный инструмент для изучения инфляции, фазовых переходов, топологических дефектов и других проявлений физики за пределами Стандартной модели. В этом смысле ПЧД являются не только возможными космологическими реликтами, но и наиболее перспективными физическими объектами для понимания происхождения и ранней эволюции Вселенной. Представленный в нашем обзоре анализ механизмов образования ПЧД подчеркивает необходимость перехода от качественных оценок к прецизионному моделированию спектров масс ПЧД и параметров их кластеризации. Систематизация различных сценариев — от коллапса адиабатических возмущений до эволюции космических струн — позволяет выделить наиболее перспективные "окна наблюдения" для будущих экспериментов.

Тематика ПЧД очень обширна, и мы в этом обзоре затронули далеко не все направления соответствующих исследований. В частности, обсуждение других возможных астрофизических и космологических свойств ПЧД можно найти в обзорах [5, 6, 15, 16, 23, 82, 247, 299, 313 – 315, 352 – 356]. Об обширности и значимости развернувшихся исследований по теме ПЧД говорит недавнее появление книги объёмом 732 страницы, написанной 25 авторами [357].

Наиболее ярким моментом в исследованиях ПЧД, конечно, стало бы надёжное подтверждение их реального существования во Вселенной. Как отметила А. Грин [358], в поиске ПЧД посредством астрономических на-

блюдений следует разделять (1) ограничения на ПЧД, (2) возможные свидетельства существования ПЧД и (3) достоверное обнаружение ПЧД. В первом случае, если ПЧД могли бы оказывать влияние на тот или иной процесс в космологии или астрофизике, но это влияние пока не зарегистрировано, то из факта отсутствия регистрации на достигнутом уровне точности можно получить ограничения на количество ПЧД, подобные тем, что были приведены на рис. 1. С другой стороны, некоторые из известных наблюдаемых явлений можно объяснять как обычными астрофизическими процессами, так и эффектами, связанными с ПЧД. Если модели ПЧД в этом случае допустимы и, тем более, предпочтительны, то можно говорить о возможных свидетельствах существования ПЧД. И наконец, если будет уверенно показано, что лишь модель ПЧД способна описать некий процесс, а астрофизическое объяснение с высокой степенью достоверности не проходит, то это, как указала А. Грин [358], станет событием обнаружения ПЧД. На данный момент нет доказательств, что тот или иной процесс можно объяснить только с помощью ПЧД. Критическим событием могла бы стать регистрация излучения от близкой испаряющейся ЧД или регистрация гравитационных волн от слияния двойных ЧД субзвёздной массы.

Благодарности. Работа ВДС, СГР и ВВН поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках проекта FSWU-2026-0010. Авторы благодарят А.А. Кириллова за полезные обсуждения и ценные замечания.

11. Приложение I.

Квантовые флуктуации поля с учётом его классической эволюции во время инфляции

Обычно квантовые флуктуации рассматриваются в предположении, что классическое поле имеет фиксированное значение. Однако, многие модели ПЧД содержат предположение об эволюции классического поля во время инфляции, что, в частности, относится ко всем механизмам рассмотренным выше. В этом случае удобно иметь аналитическое выражение для вероятности флуктуаций поля на динамическом фоне [86]. В данном разделе мы получим выражение для вероятности флуктуации поля в заданной пространственной точке для произвольного потенциала V скалярного поля в предположении его медленного скатывания. Для наших целей достаточно знание усредненного по пространственным координатам значения поля под горизонтом, что позволяет получить необходимый результат.

Рассмотрим скалярное поле Φ и стандартное действие:

$$S = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{g_4} [R + (\partial_\mu \Phi)^2 - 2V(\Phi)]. \quad (119)$$

Здесь M_{Pl} — это планковская масса. Скалярное поле может быть как полем инфлатона, так и сторонним (spectator) полем. Следуя логике, изложенной в статьях [32, 86, 201], представим скалярное поле в виде:

$$\Phi = \Phi_0 + Q. \quad (120)$$

Здесь $Q(x, t)$ — это "коротковолновая" часть фурье-разложения поля Φ . В этом случае, уравнение поля в пространстве де Ситтера можно записать следующим образом, [82]:

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial t} - \frac{1}{3H} \left[\exp(-2Ht) \Delta \Phi_0 - \frac{\partial V(\Phi_0)}{\partial \Phi_0} \right] = y(x, t),$$

$$y(x, t) \equiv \left(-\frac{1}{3H} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{3H} \exp(-2Ht) \Delta \right) Q(x, t). \quad (121)$$

Данное уравнение было упрощено: опущена вторая производная по времени ввиду приближения медленного скатывания (slow roll approximation), обычного во время инфляции, и пренебрежено высшими степенями функции $y(x, t)$. Уравнение (121) описывает классическое движение поля Φ_0 под воздействием случайной "силы" y . Последняя предположительно мала, так что будем искать решение уравнения в форме

$$\Phi_0 = \Phi_{\text{cl}} + \phi. \quad (122)$$

Предполагается выполнение неравенства $\Phi_{\text{cl}} \gg \phi$, справедливое если случайная "сила" $y(x, t)$ мала. Нас интересуют масштабы флуктуаций, превышающие горизонт H^{-1} на момент инфляции, где флуктуации не зависят от пространственных координат. В этом случае, однородное распределение $\Phi = \Phi(t)$ определяется более простым уравнением:

$$\frac{\partial \Phi_{\text{cl}}}{\partial t} + \frac{1}{3H} \frac{\partial V(\Phi_{\text{cl}})}{\partial \Phi_{\text{cl}}} = 0, \quad (123)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu(t)\phi = y(t); \quad \mu(t) \equiv \frac{m^2(t)}{3H}, \quad (124)$$

где мы пренебрегли пространственными производными. Параметр

$$m^2(t) \equiv V''(\Phi_{\text{cl}}) \quad (125)$$

зависит от времени через классическое поле Φ_{cl} . Поэтому предположение, что функция $m(t)$, медленно изменяется в течение инфляции, является естественным.

Известно, что плотность распределения случайной функции $y(t)$ является гауссовой

$$W(y) = C_1 \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \int y^2(t) dt \right], \quad (126)$$

$$C_1 = \text{const}, \quad \sigma = \frac{H^{3/2}}{2\pi}, \quad (127)$$

поскольку её коррелятор пропорционален δ -функции [359]

$$\langle y(t_1) y(t_2) \rangle = \frac{H^3}{4\pi^2} \delta(t_1 - t_2). \quad (128)$$

Вероятностное распределение функции ϕ можно получить, подставив соотношение (124) в выражение (126) ввиду линейной связи $y(t)$ и $\phi(t)$. Это означает, что вероятность обнаружить определённое значение

$\phi(t)$ внутри некоторого малого интервала равна [360]:

$$dP(\phi) = C_2 d\phi \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \int \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu(t)\phi \right]^2 dt \right], \quad (129)$$

где $C_2 = \text{const}$. Теперь можно получить вероятность обнаружения поля ϕ_2 в момент времени t_2 при условии, что известно его значение ϕ_1 в момент времени t_1 (см. [360]). Для этого достаточно проинтегрировать по всем значениям поля внутри интервала (t_1, t_2)

$$\frac{dP(\phi_2, t_2; \phi_1, t_1)}{d\phi_2} = C_2 \int_{\phi_1}^{\phi_2} \mathcal{D}\phi \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu(t)\phi \right)^2 dt \right]. \quad (130)$$

Постоянный множитель C_2 в этом выражении определяется условием нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dP(\phi_2, t_2; \phi_1, t_1)}{d\phi_2} d\phi_2 = 1. \quad (131)$$

Функциональный интеграл (130) можно вычислить стандартным методом перевала, найдя экстремальную траекторию интеграла в показателе экспоненты, т.е., решая уравнение

$$\ddot{\phi} - \mu^2(t)\phi = 0, \quad (132)$$

где слагаемое $\dot{\mu}$ полагается малым поскольку во время инфляции параметр $\mu(t)$ слабо зависит от времени. Отметим, что квадрат "массы" $\mu^2 \propto m^4$ и, значит, положителен как в случаях, когда поле находится как около максимума, так и около минимума потенциала.

Задавая граничные условия

$$\phi(t_1) = \phi_1, \quad \phi(t_2) = \phi_2, \quad (133)$$

можно найти решение уравнения (132), в виде

$$\phi(t) = A \exp(M(t)) + B \exp(-M(t)), \quad (134)$$

$$M(t) \equiv \int_{t_1}^t \mu(t') dt',$$

$$A = \frac{\phi_2 - \phi_1 \exp(-M(t_2))}{2 \sinh(M(t_2))}, \quad B = -\frac{\phi_2 - \phi_1 \exp(M(t_2))}{2 \sinh(M(t_2))}. \quad (135)$$

Отметим, что $M(t_1) = 0$ по определению.

Подставляя это решение в интеграл в показателе степени выражения (130), получаем искомую вероятность

$$\begin{aligned} dP(\phi_2, t_2; \phi_1, t_1) &= C_3 d\phi_2 \exp \left[-\frac{2A^2}{\sigma^2} \int_{t_1}^{t_2} \mu^2(t) \exp(2M(t)) dt \right] = \\ &= C_3 d\phi_2 \exp \left[-q^2 (\phi_2 - \phi_1 \exp(-M(t_2)))^2 \right], \end{aligned} \quad (136)$$

где $C_3 = \text{const}$ и

$$q^2 \equiv \frac{1}{2\sigma^2 \sinh^2(M(t_2))} \int_{t_1}^{t_2} \mu^2(t) \exp(2M(t)) dt. \quad (137)$$

Формула (136) описывает вероятность обнаружения конкретного значения флуктуационной части поля (122). "Классическая", медленно меняющаяся часть поля Φ_{cl}

неявно входит в определение функции $M(t)$. Вероятность значения поля Φ (функция распределения f) легко получить подстановкой $\phi(t) = \Phi(t) - \Phi_{cl}(t)$ в приведённую выше формулу,

$$\begin{aligned} f(\Phi_2, t) &= \frac{dP(\Phi_2, t; \Phi_1, t_1)}{d\Phi_2} = \\ &= \sqrt{\frac{q^2}{\pi}} \exp \left[-q^2 (\Phi_2 - \Phi_{cl}(t))^2 \right]. \end{aligned} \quad (138)$$

Здесь учтено, что в первый момент флуктуация в выбранной пространственной точке отсутствует: $\phi_1 = \Phi_1 - \Phi_{cl}(t_1) = 0$.

Вычислим среднее значение, играющее важную роль в изучении роли флуктуаций во время инфляции:

$$\langle \varphi^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\varphi \varphi^2 f(\varphi, t) = \frac{1}{2q^2}, \quad (139)$$

Эта формула, являясь основной целью данного подраздела, выглядит достаточно компактно, однако содержит нетривиальную цепочку формул (136), (135), (126) и (124) для определения величины q^2 . Кроме того, для достижения результата необходимо знание классической траектории скалярного поля, которое является решением уравнения (123). Как показано в [86], учёт классического движения при формировании ПЧД сильно влияет на их массовый спектр.

Сравним это формулу со стандартными результатами, полученными в предположении, что классическая составляющая стационарна, т.е. $\Phi_{cl}(t_2) = \Phi_{cl}(t_1)$. В этом случае $M(t) = \mu t$, где начальный момент времени $t_1 = 0$, $\mu(t) = m^2/3H = \text{const}$. Теперь формула (139) значительно упрощается

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{\sigma^2}{2\mu} (1 - \exp(-2\mu t)), \quad (140)$$

и совпадает с результатом, полученным в [88].

Список литературы

1. Райтце Д УФН **187** 884 (2017); Reitze D H *Phys. Usp.* **60** 823 (2017)
2. Докучаев В И, Назарова Н О УФН **190** 627 (2020); Dokuchaev V I, Nazarova N O *Phys. Usp.* **63** 583 (2020)
3. Черепашук А М УФН **184** 387 (2014); Cherepashchuk A M *Phys. Usp.* **57** 359 (2014)
4. Докучаев В И УФН **161** (6) 1 (1991); Dokuchaev V I *Sov. Phys. Usp.* **34** 447 (1991)
5. Долгов А Д УФН **188** 121 (2018); Dolgov A D *Phys. Usp.* **61** 115 (2018)
6. Carr B J et al. *Phys. Rep.* **1054** 1 (2024)
7. Новиков И Д *Астрон. журн.* **41** 1075 (1964); Novikov I D *Sov. Astron.* **8** 857 (1965)
8. Neéman Y *Astrophys. J.* **141** 1303 (1965)
9. Ambartsumyan V A *Probl. Cosmogeny* **8** 2 (1962)
10. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Астрон. журн.* **43** 758 (1966); Zel'dovich Ya B, Novikov I D *Sov. Astron.* **10** 602 (1967)
11. Hawking S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **152** 75 (1971)
12. Carr B J, Hawking S W *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **168** 399 (1974)
13. Hawking S W *Nature* **248** 30 (1974)
14. Carr B J *Astrophys. J.* **206** 8 (1976)
15. Carr B et al. *Rep. Prog. Phys.* **84** 116902 (2021)
16. Auffinger J *Prog. Part. Nucl. Phys.* **131** 104040 (2023)
17. Klipfel A P, Kaiser D I *Phys. Rev. Lett.* **135** 121003 (2025)
18. Nakamura T et al. *Astrophys. J.* **487** L139 (1997)
19. Ioka K et al. *Phys. Rev. D* **58** 063003 (1998)
20. Sasaki M et al. *Phys. Rev. Lett.* **117** 061101 (2016); *Phys. Rev. Lett.* **121** 059901 (2018) Erratum
21. Постнов К А, Куранов А Г, Митичкин Н А УФН **189** 1230 (2019); Postnov K A, Kuranov A G, Mitichkin N A *Phys. Usp.* **62** 1153 (2019)

22. Carr B, Kühnel F *SciPost Phys. Lect. Notes* **48** (2022) DOI:10.21468/SciPostPhysLectNotes.48
23. Green A M *Universe* **12** (5) 123 (2026)
24. Blinnikov S et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2016** (11) 036 (2016)
25. Ziparo F, Gallerani S, Ferrara A *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2025** (04) 040 (2025)
26. Khlopov M Yu, Polnarev A G *Phys. Lett. B* **97** 383 (1980)
27. Полнарев А Г, Хлопов М Ю *Астрон. журн.* **59** 639 (1982); Polnarev A G, Khlopov M Yu *Sov. Astron.* **26** 391 (1982)
28. Полнарев А Г, Хлопов М Ю *УФН* **145** 369 (1985); Polnarev A G, Khlopov M Yu *Sov. Phys. Usp.* **28** 213 (1985)
29. Sato K et al. *Prog. Theor. Phys.* **65** 1443 (1981)
30. Maeda K et al. *Phys. Lett. B* **108** 98 (1982)
31. Berezin V A, Kuzmin V A, Tkachev I I *Phys. Lett. B* **120** 91 (1983)
32. Rubin S G, Khlopov M Yu, Sakharov A S *Grav. Cosmol.* **6** (Suppl.) 51 (2000); hep-ph/0005271
33. Рубин С Г, Сахаров А С, Хлопов М Ю *ЖЭТФ* **119** 1067 (2001); Rubin S G, Sakharov A S, Khlopov M Yu *J. Exp. Theor. Phys.* **92** 921 (2001)
34. Dolgov A, Silk J *Phys. Rev. D* **47** 4244 (1993)
35. Kavanagh B J, bradkav/pbhbounds: Release version, Publ. November 12, 2019, Version 1.0 (2019) DOI:10.5281/zenodo.3538999
36. Aghanim N et al. (Planck Collab.) *Astron. Astrophys.* **641** A6 (2020); *Astron. Astrophys.* **652** C4 (2021)
37. Горбунов Д С, Рубаков В А *Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория* (М.: URSS, 2024); Пер. на англ. яз.: Gorbunov D S, Rubakov V A *Introduction to the Theory of the Early Universe: Cosmological Perturbations and Inflationary Theory* (Singapore: World Scientific, 2018)
38. Carr B J *Astrophys. J.* **201** 1 (1975)
39. Yokoyama J *Astron. Astrophys.* **318** 673 (1997)
40. Berezin V A et al. *Universe* **6** (10) 158 (2020)
41. Harrison E R *Phys. Rev. D* **1** 2726 (1970)
42. Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1975); Пер. с русск. яз.: Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973)
43. Kopp M, Hofmann S, Weller J *Phys. Rev. D* **83** 124025 (2011)
44. Carr B J, Harada T *Phys. Rev. D* **91** 084048 (2015)
45. Harada T, Yoo C-M, Kohri K *Phys. Rev. D* **88** 084051 (2013); *Phys. Rev. D* **89** 029903 (2014) Erratum
46. Заботин Н А, Марочник Л С, Насельский П Д *Астрофизика* **18** 161 (1982); Zabotin N A, Marochnik L S, Naselskii P D *Astrophysics* **18** 97 (1982)
47. Bullock J S, Primack J R *Phys. Rev. D* **55** 7423 (1997)
48. Ivanov P *Phys. Rev. D* **57** 7145 (1998)
49. Pattison C et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2017** (10) 046 (2017)
50. Надежин Д К, Новиков И Д, Полнарев А Г *Астрон. журн.* **55** 216 (1978); Nadezhin D K, Novikov I D, Polnarev A G *Sov. Astron.* **22** 129 (1978)
51. Novikov I D et al. *Astron. Astrophys.* **80** 104 (1979)
52. Bicknell G V, Henriksen R N *Astrophys. J.* **232** 670 (1979)
53. Shibata M, Sasaki M *Phys. Rev. D* **60** 084002 (1999)
54. Musco I *Phys. Rev. D* **100** 123524 (2019)
55. Joana C, Yuwen Z-Y *Phys. Rev. D* **113** 023518 (2026)
56. Nakama T et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2014** (01) 037 (2014)
57. Niemeyer J C, Jedamzik K *Phys. Rev. D* **59** 124013 (1999)
58. Kühnel F, Sandstad M *Phys. Rev. D* **94** 063514 (2016)
59. Escrivà A, Germani C, Sheth R K *Phys. Rev. D* **101** 044022 (2020)
60. Musco I et al. *Phys. Rev. D* **103** 063538 (2021)
61. Niemeyer J C, Jedamzik K *Phys. Rev. Lett.* **80** 5481 (1998)
62. Green A M, Liddle A R *Phys. Rev. D* **60** 063509 (1999)
63. Lacey C, Cole S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **262** 627 (1993)
64. Peebles P J E *Astrophys. J.* **155** 393 (1969)
65. Дорошкевич А Г *Астрофизика* **6** 581 (1970); Doroshkevich A G *Astrophysics* **6** 320 (1970)
66. Eisenstein D J, Loeb A *Astrophys. J.* **439** 520 (1995)
67. Chiba T, Yokoyama S *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2017** (8) 083E01 (2017) DOI:10.1093/ptep/ptx087
68. Mirbabayi M, Gruzinov A, Noreña J J *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2020** (03) 017 (2020)
69. De Luca V et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2019** (05) 018 (2019)
70. Harada T et al. *Astrophys. J.* **908** 140 (2021)
71. Заботин Н А, Насельский П Д, Полнарев А Г *Астрон. журн.* **64** 673 (1987); Zabotin N A, Naselskii P D, Polnarev A G *Sov. Astron.* **31** 353 (1987)
72. Khlopov M Yu *Res. Astron. Astrophys.* **10** 495 (2010)
73. Harada T et al. *Astrophys. J.* **833** 61 (2016)
74. Kotok E, Naselsky P *Phys. Rev. D* **58** 103517 (1998)
75. Harada T et al. *Phys. Rev. D* **96** 083517 (2017); *Phys. Rev. D* **99** 069904 (2019) Erratum
76. Kühnel F *Eur. Phys. J. C* **80** 243 (2020)
77. Deng H, Vilenkin A J *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **12** 044 (2017)
78. Garriga J, Vilenkin A, Zhang J J *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2016** (02) 064 (2016)
79. Deng H, Garriga J, Vilenkin A J *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2017** (04) 050 (2017)
80. Ivanov P, Naselsky P, Novikov I *Phys. Rev. D* **50** 7173 (1994)
81. Старобинский А А *Письма в ЖЭТФ* **55** 477 (1992); Starobinskii A A *JETP Lett.* **55** 489 (1992)
82. Khlopov M Yu, Rubin S G *Cosmological Pattern of Microphysics in the Inflationary Universe* (Fundamental Theories of Physics, Vol. 144) (Dordrecht: Springer, 2004) DOI:10.1007/978-1-4020-2650-8
83. García-Bellido J, Ruiz Morales E *Phys. Dark Universe* **18** 47 (2017)
84. Yokoyama J *Phys. Rev. D* **58** 083510 (1998)
85. Frolovsky D, Ketov S V *Phys. Rev. D* **111** 083533 (2025)
86. Kirillov A A, Rubin S G *Front. Astron. Space Sci.* **8** 777661 (2021); arXiv:2109.02446
87. Dolgov A D, Kawasaki M, Kevlishvili N *Nucl. Phys. B* **807** 229 (2009)
88. Linde A D *Inflation and Quantum Cosmology* (Boston, MA: Academic Press, 1990) DOI:10.1016/B978-0-12-450145-4.X5001-4
89. Linde A D *Sci. Am.* **271** (5) 32 (1994)
90. Randall L, Soljačić M, Guth A H *Nucl. Phys. B* **472** 377 (1996)
91. García-Bellido J, Linde A *Phys. Lett. B* **398** 18 (1997)
92. Rubin S G, astro-ph/0511181
93. Лукаш В Н, Михеева Е В *Письма в ЖЭТФ* **121** 421 (2025); Lukash V N, Mikheeva E V *JETP Lett.* **121** 399 (2025)
94. Tkachev M V et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **527** 1381 (2024)
95. Kurakin A A, Rubin S G, arXiv:2011.01757
96. Linde A D *Phys. Lett. B* **116** 335 (1982)
97. Starobinsky A A *Phys. Lett. B* **117** 175 (1982)
98. Khlopov M Y, Rubin S G, Sakharov A S *Grav. Cosmol.* **8** (Suppl.) 57 (2002); astro-ph/0202505
99. Kirillov A A, Murygin B S, Nikulin V V *Phys. Lett. B* **860** 139201 (2025)
100. Vachaspati T, Everett A E, Vilenkin A *Phys. Rev. D* **30** 2046 (1984)
101. Kibble T W B *J. Phys. A* **9** 1387 (1976)
102. Friedland A, Murayama H, Perelstein M *Phys. Rev. D* **67** 043519 (2003)
103. Eroshenko Yu N *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2021** (12) 041 (2021)
104. de Freitas Pacheco J A, Silk J *Phys. Rev. D* **101** 083022 (2020)
105. Arbey A, Auffinger J, Silk J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **494** 1257 (2020)
106. Arbey A, Auffinger J, Silk J *PoS ICHEP2020* 585 (2021) DOI:10.22323/1.390.0585
107. Dasgupta B, Laha R, Ray A *Phys. Rev. Lett.* **125** 101101 (2020)
108. Dokuchaev V I, Nazarova N O *Universe* **5** (8) 183 (2019)
109. Starobinsky A A *Phys. Lett. B* **91** 99 (1980)
110. Utiyama R, DeWitt B S *J. Math. Phys.* **3** 608 (1962)
111. Stelle K S *Phys. Rev. D* **16** 953 (1977)
112. Vilkovisky G A *Class. Quantum Grav.* **9** 895 (1992)
113. Bronnikov K A, Rubin S G *Phys. Rev. D* **73** 124019 (2006)
114. Rador T *Phys. Rev. D* **75** 064033 (2007)
115. Carroll S M et al. *Phys. Rev. D* **66** 024036 (2002)
116. Fabris J C, Popov A A, Rubin S G *Phys. Lett. B* **806** 135458 (2020)
117. Lyakhova Ya, Popov A A, Rubin S G *Eur. Phys. J. C* **78** 764 (2018)
118. Nikulin V V, Krasnov M A, Rubin S G *Front. Astron. Space Sci.* **9** 927144 (2022)
119. Bronnikov K A, Rubin S G *Physics* **3** (3) 781 (2021)
120. Affleck I, Dine M *Nucl. Phys. B* **249** 361 (1985)
121. Bambi C, Dolgov A D *Nucl. Phys. B* **784** 132 (2007)
122. Blinnikov S I, Dolgov A D, Postnov K A *Phys. Rev. D* **92** 023516 (2015)
123. Dolgov A, Postnov K J *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2020** (07) 063 (2020)
124. Dolgov A D *PoS MULTIF2023* 010 (2024) DOI:10.22323/1.447.0010
125. Bondar A E et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2022** (03) 009 (2022)
126. Jedamzik K *Phys. Rev. D* **55** R5871 (1997)
127. Arefeva I Ya et al. *Eur. Phys. J. C* **83** 1143 (2023)
128. Byrnes C T et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2018** (08) 041 (2018)
129. Musco I, Jedamzik K, Young S *Phys. Rev. D* **109** 083506 (2024)
130. Jedamzik K *Phys. Rep.* **307** 155 (1998)
131. Vieira N et al. *Astrophys. J.* **1007** 116 (2026)
132. Hawking S W *Phys. Lett. B* **231** 237 (1989)

133. Polnarev A, Zembowicz R *Phys. Rev. D* **43** 1106 (1991)
134. Garriga J, Vilenkin A *Phys. Rev. D* **47** 3265 (1993)
135. Caldwell R R, Gates E *Phys. Rev. D* **48** 2581 (1993)
136. Caldwell R R, Casper P *Phys. Rev. D* **53** 3002 (1996)
137. Helfer T, Aurtekoetxea J C, Lim E A *Phys. Rev. D* **99** 104028 (2019)
138. James-Turner C et al. *Phys. Rev. D* **101** 123526 (2020)
139. Jenkins A C, Sakellariadou M, arXiv:2006.16249
140. Barrow J D, Carr B J *Phys. Rev. D* **54** 3920 (1996)
141. Nayak B, Majumdar A S, Singh L P *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2010** (08) 039 (2010)
142. Aliferis G, Zarikas V *Phys. Rev. D* **103** 023509 (2021)
143. Chen C-Y *Int. J. Mod. Phys. D* **30** 2150010 (2021) DOI:10.1142/S0218271821500103
144. Lacki B C, Beacom J F *Astrophys. J. Lett.* **720** L67 (2010)
145. Saito R, Matsumoto S, Shirai S, Yanagida T T, in *Proc. of the 21st Workshop on General Relativity and Gravitation, JGRG21, Sendai, Japan, September 26–29, 2011* (Ed. Y Itoh) (Sendai: Tohoku Univ., 2012) p. 92
146. Saito R, Shirai S *Phys. Lett. B* **697** 95 (2011)
147. Zhang D *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **418** 1850 (2011)
148. Ерошенко Ю Н *Письма в Астрон. журн.* **42** 389 (2016); Eroshenko Yu N *Astron. Lett.* **42** 347 (2016)
149. Boucenna S M et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2018** (07) 003 (2018)
150. Adamek J et al. *Phys. Rev. D* **100** 023506 (2019)
151. Eroshenko Yu N *Int. J. Mod. Phys. A* **35** 2040046 (2020)
152. Carr B, Kühnel F, Visinelli L *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **501** 2029 (2021)
153. Ireland A *Phys. Rev. D* **111** 023513 (2025)
154. Bertschinger E *Astrophys. J. Suppl.* **58** 39 (1985)
155. Berezhinsky V S, Gurevich A V, Zybin K P *Phys. Lett. B* **294** 221 (1992)
156. Silk J, Stebbins A *Astrophys. J.* **411** 439 (1993)
157. Gondolo P, Silk J *Phys. Rev. Lett.* **83** 1719 (1999)
158. Vasiliev E *Phys. Rev. D* **76** 103532 (2007)
159. Eroshenko Yu N *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2024** (08) 019 (2024)
160. Wang F et al. *Astrophys. J. Lett.* **907** (1) L1 (2021)
161. Докучаев В И, Ерошенко Ю Н *Письма в Астрон. журн.* **27** 883 (2001); Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *Astron. Lett.* **27** 759 (2001)
162. Carr B J, Lidsey J E *Phys. Rev. D* **48** 543 (1993)
163. Kohri K, Nakama T, Suyama T *Phys. Rev. D* **90** 083514 (2014)
164. Nakama T, Suyama T, Yokoyama J *Phys. Rev. D* **94** 103522 (2016)
165. Shemmer O et al. *Astrophys. J.* **614** 547 (2004)
166. Ryan M P (Jr.) *Astrophys. J. Lett.* **177** L79 (1972)
167. Carr B J, Rees M J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **206** 801 (1984)
168. Gunn J E *Astrophys. J.* **218** 592 (1977)
169. Fillmore J A, Goldreich P *Astrophys. J.* **281** 1 (1984)
170. Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *Astron. Astrophys. Trans.* **22** 727 (2003)
171. Dubrovich V K, Glazyrin S I, arXiv:1208.3999
172. Meszaros P *Astron. Astrophys.* **37** 225 (1974)
173. Meszaros P *Astron. Astrophys.* **38** 5 (1975)
174. Carr B J *Astron. Astrophys.* **56** 377 (1977)
175. Afshordi N, McDonald P, Spergel D N *Astrophys. J.* **594** L71 (2003)
176. Murgia R et al. *Phys. Rev. Lett.* **123** 071102 (2019)
177. Васильев Е О, Шекинов Ю А *Астрон. журн.* **89** 99 (2012); Vasiliev E O, Shchekinov Yu A *Astron. Rep.* **56** 77 (2012)
178. Дубрович В К, Грачев С И *Письма в Астрон. журн.* **45** 759 (2019); Dubrovich V K, Grachev S I *Astron. Lett.* **45** 701 (2019)
179. Dubrovich V K, Eroshenko Yu N, Grachev S I *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **503** 3081 (2021)
180. Tashiro H, Sugiyama N *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **435** 3001 (2013)
181. Taylor A J et al. *Astrophys. J. Lett.* **989** L7 (2025)
182. Delvecchio I et al. *Astron. Astrophys.* **704** A313 (2025)
183. Zhang S, Guo Y *Astrophys. J.* **1000** 19 (2026)
184. Carr B, Silk J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **478** 3756 (2018)
185. Inman D, Ali-Haïmoud Y *Phys. Rev. D* **100** 083528 (2019)
186. Delos M S et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2024** (12) 005 (2024)
187. Press W H, Schechter P *Astrophys. J.* **187** 425 (1974)
188. Bardeen J M et al. *Astrophys. J.* **304** 15 (1986)
189. Mo H J, White S D M *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **336** 112 (2002)
190. Merritt D *Dynamics and Evolution of Galactic Nuclei* (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2013)
191. Stasenko V, Belotsky K M *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **526** 4308 (2023)
192. Stasenko V *Phys. Rev. D* **109** 123546 (2024)
193. Binney J, Tremaine S *Galactic Dynamics* 2nd ed. (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2011)
194. Lynden-Bell D, Wood R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **138** 495 (1968)
195. Cohn H *Astrophys. J.* **242** 765 (1980)
196. Heggie D, Hut P *The Gravitational Million-Body Problem: A Multi-disciplinary Approach to Star Cluster Dynamics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003)
197. Quinlan G D *New Astron.* **1** 255 (1996)
198. Khlopov M Yu, Rubin S G, Sakharov A S *Astropart. Phys.* **23** 265 (2005)
199. Belotsky K M et al. *Eur. Phys. J. C* **79** 246 (2019)
200. Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N, Rubin S G *Grav. Cosmol.* **11** 99 (2005)
201. Докучаев В И, Ерошенко Ю Н, Рубин С Г *Астрон. журн.* **85** 867 (2008); Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N, Rubin S G *Astron. Rep.* **52** 779 (2008)
202. Докучаев В И, Ерошенко Ю Н, Рубин С Г *Письма в Астрон. журн.* **35** (3) 163 (2009); Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N, Rubin S G *Astron. Lett.* **35** 143 (2009)
203. Докучаев В И и др. *Письма в Астрон. журн.* **36** 816 (2010); Dokuchaev V I et al. *Astron. Lett.* **36** 773 (2010)
204. Kolb E W, Tkachev I I *Phys. Rev. D* **50** 769 (1994)
205. Chisholm J R *Phys. Rev. D* **73** 083504 (2006)
206. Desjacques V, Riotto A *Phys. Rev. D* **98** 123533 (2018)
207. Young S, Byrnes C T, Sasaki M *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2014** (07) 045 (2014)
208. Young S, Byrnes C T *Phys. Rev. D* **91** 083521 (2015)
209. Tada Y, Yokoyama S *Phys. Rev. D* **91** 123534 (2015)
210. Suyama T, Yokoyama S *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2019** (10) 103E02 (2019) DOI:10.1093/ptep/ptz105
211. Starobinsky A A, Yokoyama J, gr-qc/9502002
212. Abbott B P et al. (LIGO Sci. Collab., Virgo Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **116** 061102 (2016)
213. Bird S et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 201301 (2016)
214. Clesse S, García-Bellido J *Phys. Dark Universe* **15** 142 (2017)
215. Ali-Haïmoud Y, Kovetz E D, Kamionkowski M *Phys. Rev. D* **96** 123523 (2017)
216. Raidal M et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2019** (02) 018 (2019)
217. Franciolini G et al. *Phys. Rev. D* **106** 083529 (2022)
218. Peters P C *Phys. Rev.* **136** B1224 (1964)
219. Eroshenko Yu N *J. Phys. Conf. Ser.* **1051** 012010 (2018)
220. Hayasaki K et al. *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **68** (4) 66 (2016)
221. Kavanagh B J, Gaggero D, Bertone G *Phys. Rev. D* **98** 023536 (2018)
222. Pilipenko S, Tkachev M, Ivanov P *Phys. Rev. D* **105** 123504 (2022)
223. Jangra P, Kavanagh B J, Diego J M *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2023** (11) 069 (2023)
224. Стасенко В Д, Ерошенко Ю Н *Письма в Астрон. журн.* **50** 502 (2024); Stasenko V D, Eroshenko Yu N *Astron. Lett.* **50** 431 (2024)
225. Fernandez N, Profumo S *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2019** (08) 022 (2019)
226. Tutukov A V, Yungelson L R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **260** 675 (1993)
227. Липунов В М, Постнов К А, Прохоров М Е *Письма в Астрон. журн.* **23** 563 (1997); Lipunov V M, Postnov K A, Prokhorov M E *Astron. Lett.* **23** 492 (1997)
228. Грищук Л П и др. *УФН* **171** 3 (2001); Grishchuk L P et al. *Phys. Usp.* **44** 1 (2001)
229. Belczynski K et al. *Astrophys. J. Lett.* **715** L138 (2010)
230. Abac A G et al. *Astrophys. J. Lett.* **993** L25 (2025)
231. Woosley S E, Blinnikov S, Heger A *Nature* **450** 390 (2007)
232. Woosley S E, Heger A *Astrophys. J. Lett.* **912** L31 (2021)
233. De Luca V, Franciolini G, Riotto A *Phys. Rev. Lett.* **136** 201401 (2026)
234. Dolgov A D et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2020** (12) 017 (2020)
235. Boybeyi T, Veske D, Maibach D, arXiv:2606.06478
236. García-Bellido J, Nuño Siles J F, Ruiz Morales E *Phys. Dark Universe* **31** 100791 (2021)
237. Belczynski K et al. *Astron. Astrophys.* **636** A104 (2020)
238. Abac A G et al. (LIGO Sci. Collab., Virgo Collab., KAGRA Collab.), arXiv:2605.27226
239. Postnov K A, Kuranov A G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **483** 3288 (2019)
240. Postnov K A, Shaposhnikov I A, Cherepashchuk A M *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **544** L83 (2025)
241. Riajul Haque M, Iocco F, Visinelli L, arXiv:2603.25795
242. Magaraggia A, Cappelluti N *Astrophys. J.* **1000** 262 (2026)
243. Окунь Л Б *УФН* **177** 397 (2007); Okun L B *Phys. Usp.* **50** 380 (2007)
244. Блинников С И *УФН* **184** 194 (2014); Blinnikov S I *Phys. Usp.* **57** 183 (2014)
245. Berezhiani Z G, Dolgov A D, Mohapatra R N *Phys. Lett. B* **375** 26 (1996)

246. Martel K, Poisson E *Phys. Rev. D* **60** 124008 (1999)
247. Sasaki M et al. *Class. Quantum Grav.* **35** 063001 (2018)
248. Andrés-Carcasona M et al., arXiv:2605.15749
249. Jedamzik K *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2020** (09) 022 (2020)
250. Tkachev M V, Pilipenko S V, Yepes G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **499** 4854 (2020)
251. Vaskonen V, Veermäe H *Phys. Rev. D* **101** 043015 (2020)
252. Quinlan G D, Shapiro S L *Astrophys. J.* **343** 725 (1989)
253. Stasenko V D, Kirillov A A *Physics* **3** 372 (2021)
254. Abbott R et al. (LIGO Sci. Collab., Virgo Collab., KAGRA Collab.) *Phys. Rev. X* **13** 011048 (2023) DOI:10.1103/PhysRevX.13.011048
255. Hills J G *Astron. J.* **80** 809 (1975)
256. Hoggie D C *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **173** 729 (1975)
257. Mróz P et al. *Nature* **632** 749 (2024)
258. Stasenko V *Phys. Dark Universe* **50** 102138 (2025)
259. Koushiappas S M, Loeb A *Phys. Rev. Lett.* **119** 221104 (2017)
260. Madau P, Dickinson M *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **52** 415 (2014)
261. Belczynski K et al. *Nature* **534** 512 (2016)
262. Abac A et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2026** (03) 081 (2026)
263. Evans M et al, arXiv:2109.09882
264. Abbott B P et al. *Class. Quantum Grav.* **34** 044001 (2017)
265. Phinney E S, astro-ph/0108028
266. Maggiore M *Gravitational Waves Vol. 1 Theory and Experiments* (New York: Oxford Univ. Press, 2007)
267. Abac A G et al. (LIGO Sci. Collab., Virgo Collab., KAGRA Collab.), arXiv:2510.26848
268. Matarrese S, Pantano O, Saez D *Phys. Rev. Lett.* **72** 320 (1994)
269. Бугаев Е В, Климайт П А *Письма в ЖЭТФ* **91** 3 (2010); Bugaev E V, Klimai P A *JETP Lett.* **91** 1 (2010)
270. Kohri K, Terada T *Phys. Rev. D* **97** 123532 (2018)
271. Pi S, Sasaki M *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2020** (09) 037 (2020)
272. Inomata K, Terada T *Phys. Rev. D* **101** 023523 (2020)
273. Domenech G *Universe* **7** (11) 398 (2021)
274. Vaskonen V, Veermäe H *Phys. Rev. Lett.* **126** 051303 (2021)
275. Saito R, Yokoyama J *Phys. Rev. Lett.* **102** 161101 (2009)
276. Постнов К А, Порайко Н К, Пширков М С *УФН* **195** 154 (2025); Postnov K A, Porayko N K, Pshirkov M S *Phys. Usp.* **68** 146 (2025)
277. Nakama T, Suyama T *Phys. Rev. D* **92** 121304 (2015)
278. Nakama T, Suyama T *Phys. Rev. D* **94** 043507 (2016)
279. Kumar U *Phys. Rev. D* **112** 084027 (2025)
280. Sakharov A S, Eroshenko Yu N, Rubin S G *Phys. Rev. D* **104** 043005 (2021)
281. Зельдович Я Б, Новиков И Д *УФН* **86** 447 (1965); Zel'dovich Ya B, Novikov I D *Sov. Phys. Usp.* **8** 522 (1966)
282. Carr B J, Harada T, Maeda H *Class. Quantum Grav.* **27** 183101 (2010)
283. Горькавый Н Н, Тюльбашев С А *Астрофиз. бюл.* **76** 285 (2021); Gorkavyy N N, Tyul'bashev S A *Astrophys. Bull.* **76** 229 (2021)
284. Gaztañaga E *Phys. Rev. D* **113** 043544 (2026)
285. Carr B J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **189** 123 (1979)
286. Carr B J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **194** 639 (1981)
287. Poulin V et al. *Phys. Rev. D* **96** 083524 (2017)
288. Ali-Haïmoud Y, Kamionkowski M *Phys. Rev. D* **95** 043534 (2017)
289. Serpico P D, arXiv:2406.12489
290. Casanueva-Villarreal C et al. *Astron. Astrophys.* **688** A183 (2024)
291. Takhistov V et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2022** (03) 017 (2022)
292. Gaggero D et al. *Phys. Rev. Lett.* **118** 241101 (2017)
293. Giddings S B, Mangano M L *Phys. Rev. D* **78** 035009 (2008)
294. Montero-Camacho P et al. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2019** (08) 031 (2019)
295. Фролов В П *УФН* **118** 473 (1976); Frolov V P *Sov. Phys. Usp.* **19** 244 (1976)
296. Bugaev E V, Konishchev K V *Phys. Rev. D* **65** 123005 (2002)
297. Lu Y, Picker Z S C, Kusenko A *Phys. Rev. D* **109** 123016 (2024)
298. Зельдович Я Б и др. *Письма в Астрон. журн.* **3** 208 (1977); Zel'dovich Ya B et al. *Sov. Astron. Lett.* **3** 110 (1977)
299. Carr B J et al. *Phys. Rev. D* **81** 104019 (2010)
300. Зельдович Я Б, Старобинский А А *Письма в ЖЭТФ* **24** 616 (1976); Zel'dovich Ya B, Starobinski A A *JETP Lett.* **24** 571 (1976)
301. Khlopov M Yu, Barrau A, Grain J *Class. Quantum Grav.* **23** 1875 (2006)
302. Chattopadhyay P, Chaudhuri A, Khlopov M Yu *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.* **22** 2450251 (2025)
303. Hawking S W *Commun. Math. Phys.* **43** 199 (1975); *Commun. Math. Phys.* **46** 206 (1976)
304. Зельдович Я Б *Письма в ЖЭТФ* **24** 29 (1976); Zel'dovich Ya B *JETP Lett.* **24** 25 (1976)
305. Turner M S, Schramm D N *Nature* **279** 303 (1979)
306. Dolgov A D *Phys. Rev. D* **24** 1042 (1981)
307. Dolgov A D *Phys. Rep.* **222** 309 (1992)
308. Nagatani Y *Phys. Rev. D* **59** 041301 (1999)
309. Fujita T et al. *Phys. Rev. D* **89** 103501 (2014)
310. Wu Y-P, Pinetti E, Silk J *Phys. Rev. Lett.* **128** 031102 (2022)
311. Guedens R, Clancy D, Liddle A R *Phys. Rev. D* **66** 043513 (2002)
312. Chapline G F *Nature* **253** 251 (1975)
313. Carr B, Kühnel F *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **70** 355 (2020)
314. Bird S et al. *Phys. Dark Universe* **41** 101231 (2023)
315. Green A M, Kavanagh B J *J. Phys. G* **48** 043001 (2021)
316. Graham P W, Rajendran S, Varela J *Phys. Rev. D* **92** 063007 (2015)
317. Capela F, Pshirkov M, Tinyakov P *Phys. Rev. D* **87** 123524 (2013)
318. Kouvaris C, Tinyakov P *Phys. Rev. D* **90** 043512 (2014)
319. García-Bellido J, Hawkins M *Universe* **10** (12) 449 (2024)
320. Hawkins M R S, García-Bellido J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **544** 1950 (2025)
321. Mróz P et al. *Acta Astron.* **75** (3) 173 (2025) DOI:10.32023/0001-5237/75.3.1
322. Гуревич А В, Зыбин К П, Сирота В А *УФН* **167** 913 (1997); Gurevich A V, Zybin K P, Sirota V A *Phys. Usp.* **40** 869 (1997)
323. Yokoyama J *Phys. Rev. D* **58** 107502 (1998)
324. Carr B et al. *Phys. Rev. D* **96** 023514 (2017)
325. Niikura H et al. *Nature Astron.* **3** 524 (2019)
326. Muñoz J B et al. *Phys. Rev. Lett.* **117** 091301 (2016)
327. Попов С Б, Постнов К А, Пширков М С *УФН* **188** 1063 (2018); Popov S B, Postnov K A, Pshirkov M S *Phys. Usp.* **61** 965 (2018)
328. Popov S B, Postnov K A, in *Evolution of Cosmic Objects through their Physical Activity. Proc. of the Conf. Dedicated to Viktor Ambartsumian's 100th Anniversary, 15–18 September 2008, Yerevan and Byurakan, Armenia* (Eds H A Harutyunian, A M Mickaelian, Y Terzian) (Yerevan: Gitutyun Publ. House of NAS RA, 2010) p. 129
329. Popov S B, Postnov K A, arXiv:1307.4924
330. Gould A *Astrophys. J. Lett.* **386** L5 (1992)
331. Gorton M, Green A M *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2022** (08) 035 (2022)
332. Тощенко К А и др. *Письма в Астрон. журн.* **51** 433 (2025); Toshchenko K A et al. *Astron. Lett.* **51** 461 (2025)
333. Clesse S, García-Bellido J *Phys. Dark Universe* **22** 137 (2018)
334. Capela F, Pshirkov M, Tinyakov P *Phys. Rev. D* **87** 023507 (2013)
335. Pani P, Loeb A *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2014** (06) 026 (2014)
336. Capela F, Pshirkov M, Tinyakov P, arXiv:1402.4671
337. Carr B J, Gilbert J H, Lidsey J E *Phys. Rev. D* **50** 4853 (1994)
338. Chen P, Adler R J *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **124** 103 (2003)
339. McGibbon J H *Nature* **329** 308 (1987)
340. Barrow J D, Copeland E J, Liddle A R *Phys. Rev. D* **46** 645 (1992)
341. Волкова Л В, Докучаев В И *Письма в ЖЭТФ* **60** 72 (1994); Volkova L V, Dokuchaev V I *JETP Lett.* **60** 76 (1994)
342. Luo Y et al. *Astrophys. J.* **751** 16 (2012)
343. Batygin K et al. *Phys. Rep.* **805** 1 (2019)
344. Lykawka P S, Ito T *Astron. J.* **166** 118 (2023)
345. Scholtz J, Unwin J *Phys. Rev. Lett.* **125** 051103 (2020)
346. Siraj A, Loeb A *Astrophys. J. Lett.* **898** L4 (2020)
347. Arbey A, Auffinger J, arXiv:2006.02944
348. Ерошенко Ю Н, Попова Е А *Астрон. журн.* **100** 1056 (2023); Eroshenko Yu N, Popova E A *Astron. Rep.* **67** 1193 (2023)
349. Rojas J et al. *Earth Planet. Sci. Lett.* **560** 116794 (2021)
350. Siraj A, Loeb A, arXiv:2103.04995
351. Siraj A, Loeb A *Res. Notes Am. Astron. Soc.* **5** (6) 145 (2021)
352. Escrivà A, Kühnel F, Tada Y, in *Black Holes in the Era of Gravitational-Wave Astronomy* (Eds M Arca Sedda, E Bortolas, M Spera) (Amsterdam: Elsevier, 2024) p. 261
353. Harada T *Universe* **10** (12) 444 (2024)
354. Bagui E et al. *Living Rev. Relativ.* **28** (1) 1 (2025)
355. Carr B J, Green A M, in *Primordial Black Holes* (Springer Ser. in Astrophysics and Cosmology, Eds C Byrnes et al.) (Singapore: Springer, 2025) p. 3, DOI:10.1007/978-981-97-8887-3_1; arXiv:2406.05736
356. Carr B et al. *Riv. Nuovo Cimento* **49** 225 (2026)
357. Byrnes C et al. (Eds) *Primordial Black Holes* (Springer Ser. in Astrophysics and Cosmology) (Singapore: Springer, 2025)
358. Green A M "Observational probes of primordial black hole dark matter 'Zooming in on primordial black holes'", Online seminar hosted by Sam Young, October 6 (2025)
359. Rey S-J *Nucl. Phys. B* **284** 706 (1987)
360. Feynman R P, Hibbs A R *Quantum Mechanics and Path Integrals* (Mineola, NY: Dover Publ., 2010)

12. Приложение II. Статья Я.Б. Зельдовича и И.Д. Новикова, впервые опубликованная в 1966 г. в "Астрономическом журнале", т. 43, № 4, с. 758–760

Гипотеза задержавшихся в расширении ядер и горячая космологическая модель*

Я.Б. Зельдович, И.Д. Новиков

Существование тел, имеющих размеры меньше $R_g = 2GM/c^2$, на ранних этапах расширения космологической модели приводит к сильной аккреции излучения этими телами. Если дальнейшие расчёты подтвердят, что аккреция катастрофически велика, то гипотеза задержавшихся в расширении ядер [3, 4] будет противоречить наблюдениям.

В.А. Амбарцумяном давно высказана идея, согласно которой галактики и звёзды образуются из гипотетических сверхплотных D -тел, вещество которых перед превращением в обычные небесные тела никогда не проходило состояния малой плотности [1, 2]. В 1964 г. одним из авторов заметки была предложена гипотеза [3], по которой D -телами могут являться отдельные части вещества (ядра) расширяющегося фридмановского мира, которые по причинам, не рассматриваемым здесь, задержались в расширении для внешнего наблюдателя, находясь внутри своих сфер Шварцшильда с $R = R_g = 2Gm/c^2$ и только спустя длительное время после начала общего расширения выходят из-под этих сфер. Позднее аналогичная гипотеза независимо была предложена Нееманом [4].

Эта гипотеза рассматривалась в рамках космологической модели, в которой плотность всех видов излучения считалась пренебрежимо малой.

Открытие общего космического излучения с $T \approx 3^\circ$, по-видимому, доказывает горячую космологическую модель. Это в корне меняет ситуацию в гипотезе задержавшихся ядер. Если эти тела существовали в раннюю эпоху расширения, когда средняя плотность излучения ρ_r была велика и много больше плотности барионов ρ_b , то аккреция (гравитационный захват) излучения задержавшимися ядрами могла быть катастрофически большой¹. Сделаем соответствующие оценки.

Стационарную аккрецию релятивистского газа на гравитирующий центр массы M можно рассматривать либо как движение невзаимодействующих частиц (если свободный пробег больше R_g), либо как движение сплошной среды. Оба подхода дают одинаковое выражение по порядку величины для изменения массы тела. Приводим формулу для невзаимодействующих частиц

$$\frac{dM}{dt} = \frac{27}{4} \pi R_g^2 c \rho_r. \quad (1)$$

Подставляя $\rho_r = 3/32 \pi G t^2$, что имеет место во фридмановской модели, и интегрируя в пределах от $t = t_0$ до момента $t = t_1$, когда $\rho_r = \rho_b \approx 10^{-17} \text{ г см}^{-3}$ ($t_1 \approx 3 \times$

$\times 10^{11} \text{ с}$) (в последующем периоде ρ_r падает быстрее, как $t^{-8/3}$ и его вклад мал), получаем

$$M_1 = M_0 \left/ \left[1 - \frac{81}{32} \frac{GM_0}{c^3} \left(\frac{1}{t_0} - \frac{1}{t_1} \right) \right] \right. \quad (2)$$

Формула (2) может давать бесконечные значения M_1 при

$$t_0 \leq \left(\frac{81}{32} \frac{GM_0}{c^3} \right) \left/ \left(1 + \frac{81}{32} \frac{GM_0}{c^3 t_1} \right) \right. \quad (3)$$

В известном смысле эта бесконечность формальна, так как выражение (2) применимо только для стационарного потока, и ясно, что масса ядра под сферой Шварцшильда не может увеличиться за счёт аккреции больше, чем на величину массы, которую успеет пройти к моменту t_1 со скоростью света (примерно равной скорости звука) волна возмущения, начиная от момента коллапса ядра t_0 или от $t_0 = 0$, если ядро существовало с начала расширения.

Таким образом, во-первых, M_1 должно быть заведомо меньше массы излучений в Метагалактике до оптического горизонта в момент t_1 , т.е. $M_1 \leq 10^{16} M_\odot$. Этот предел весьма велик, захваченное излучение не принимает участия в космологическом расширении³.

Во-вторых, если ядро существовало с начала расширения, то до момента, пока оптический горизонт не охватит массу окружающей материи порядка M_0 , масса ядра не вырастет заметно, именно этот момент надо подставлять в (2) в качестве t_0 .

Такой момент определяется соотношением

$$t_c = \frac{GM_0}{c^3}, \quad (4)$$

он соответствует средней плотности космологической модели, равной характерной плотности гравитационного самозамыкания тела массы M_0 : $\rho_c = M_0/(4/3 \pi R_g^3)$.

Конечно такие соображения дают лишь порядок величины t_0 . Из формул (3) и (4) видно ($t_1 \gg t_0$), что t_c как раз порядка критического значения t_0 , дающего формальную бесконечность, а точнее, приводящего к аккреции массы излучения до современного оптического горизонта.

Таким образом, ответ существенно зависит от численного коэффициента в точном нестационарном выражении для dM/dt . Если к моменту, когда средняя плотность равна плотности гравитационного самозамыкания $\rho_c = M_0/(4/3 \pi R_g^3)$, выражение для dM/dt отличается от (1) множителем, заметно меньшим единицы (точнее $< 32/81$), то увеличение массы задержавшихся ядер вследствие аккреции излучения порядка массы самих ядер⁴, в противном случае захваченная масса стремится к катастрофически большой.

Величина множителя должна быть выяснена более детальным расчётом и может зависеть от конкретных предположений. Может оказаться, что гипотеза задержавшихся в расширении ядер, существовавших и на ранних этапах расширения, в определённых предположениях противоречит наблюдениям.

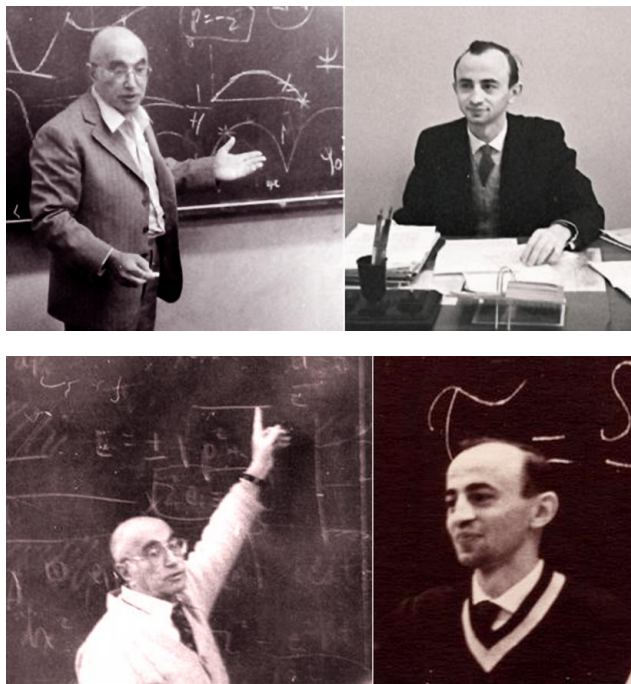
* Статья воспроизводится с любезного разрешения ныне здравствующего автора статьи — Игоря Дмитриевича Новикова, которого мы пользуемся случаем поздравить с юбилеем этой, теперь уже классической, работы, написанной 60 лет назад в соавторстве с Яковом Борисовичем Зельдовичем. (Примеч. ред. УФН.)

¹ В модели без излучения есть решение, в котором задержавшееся ядро окружено областью пониженной плотности, средняя плотность не изменяется и аккреции нет. Очевидной причиной отличия горячей модели является движение квантов, эквивалентное давлению квантового газа $p = \epsilon/3$, в отличие от пыли с $p = 0$. Аккреция рассматривалась в [5–7].

² Или в сегодняшний момент. Важно, что M_1 весьма велико.

³ Такое тело подобно геону [8]: его масса много больше массы покоя входящих в него барионов. Отличие от конкретных моделей Уиллера в том, что здесь рассматривается существенно нестационарное коллапсирующее образование.

⁴ В этом случае интересно исследование наблюдательных эффектов, связанных со столкновением расширяющихся ядер с падающим извне релятивистским газом.



Яков Борисович Зельдович и Игорь Дмитриевич Новиков. Фотографии сделаны в 1960-х годах, как раз примерно в то время, когда авторы работали над результатами и писали эту выдающуюся статью, опубликованную в 1966 году в "Астрономическом журнале".

Наконец, отметим, что если гравитационный коллапс какого-либо тела происходит в момент, когда средняя плотность излучения меньше плотности гравитационного самозамыкания тела, то аккреция излучения уже не существенна.

Независимо от вопроса об аккреции излучения, доля всей материи α , подвергшейся коллапсу на раннем этапе (когда $\rho_r \gg \rho_b$), должна быть мала. Действительно, $\rho_r \gg \rho_b$ в ходе расширения падает, а излучение в ядрах не участвует в космологическом расширении и $\rho_c/\rho_b = \text{const}$, где ρ_c — плотность сколлапсировавших масс, усреднённая по всему пространству. Из сегодняшних наблюдений $\rho_c/\rho_b < 160$. Отсюда, как можно показать, $\alpha < 10^{-6} \sqrt{M/M_\odot}$, где M — масса сколлапсировавших тел. Аналогичные рассуждения дают ограничения на начальный спектр флуктуаций неоднородности.

Поступила в редакцию 14 марта 1966 г.

Список литературы

1. Амбарцумян В А *Научные труды* 2 (Ереван, 1960)
2. Амбарцумян В А *Rapporteur 13 Conseil de physique Solvay* (Brussels, 1964)
3. Новиков И Д *Астрон. журн.* **41** 1075 (1964)
4. Neéman Y *Astrophys. J.* **141** 1303 (1965)
5. Salpeter E E *Astrophys. J.* **140** 796 (1964)
6. Зельдович Я Б *Докл. АН СССР* **155** 67 (1964)
7. Зельдович Я Б, Новиков И Д *УФН* **86** 433 (1965)
8. Wheeler J A *Phys. Rev.* **97** 511 (1955)

Primordial black holes

V.I. Dokuchaev^(1,*), Yu.N. Eroshenko^(1,†), V.V. Nikulin^(2,‡), K.A. Postnov^(1,3,§), S.G. Rubin^(2,¶), V.D. Stasenko^(2,||)

⁽¹⁾ Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, prosp. 60-letiya Oktyabrya 7a, 117312 Moscow, Russian Federation

⁽²⁾ National Engineering Physics Institute MEPhI, Kashirskoe shosse 31, 115409 Moscow, Russian Federation

⁽³⁾ Lomonosov Moscow State University, Sternberg State Astronomical Institute, Universitetskii prosp. 13, 119234 Moscow, Russian Federation

E-mail: ^(*) dokuchaev@inr.ac.ru, ^(†) eroshenko@inr.ac.ru, ^(‡) vnikulin@mephi.ru,

^(§) kpostnov@gmail.com, ^(¶) sergeirubin@list.ru, ^(||) stasenkovd@gmail.com

Hypothesis of primordial black hole creation in the early Universe was formulated by Ya.B. Zeldovich and I.D. Novikov in 1966 (the text of this pioneering article is provided in Appendix to this review). In the recent years this hypothesis becomes extremely heightened and popular. Modern astronomical data in the electromagnetic spectrum and also observation of gravitational waves and cosmic neutrino reveal the series unique astrophysical phenomena, which may be directly related with primordial black holes, created before the formation of first stars. This review is devoted to description of different models of primordial black holes formation and also to elucidation the astronomical and astrophysical methods for a verification of primordial black hole models. In particular, we describe in details the formation of primordial black holes and their clusters during gravitational collapse of the so called domain walls in the early Universe with additional space-time dimensions.

Keywords: black holes, primordial black holes, cosmology, universe, gravitation

PACS numbers: **04.20.** – q, **04.30.** – w, 04.30.Tv, **04.70.** – s, 04.70.Bw

Bibliography — 360 references

Received 23 June 2026

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **196** (10) 1011 – 1054 (2026)

Physics – Uspekhi **69** (10) (2026)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2026.07.040164>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2026.07.040164>