

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Эластостатические спиновые волны — "тонкая структура" спектра магнанных поляронов акустически субволнового магнитного слоя

С.В. Тарасенко, В.Г. Шавров

На примере уединённого акустически субволнового магнитного слоя показано, что использование для решения упругой эластостатической краевой задачи тензорной функции Грина позволяет получить в удобной для анализа форме структуру спектра магнанных поляронов, связанную с формированием особого класса безобменных магнонов — эластостатических спиновых волн и сопутствующих им резонансных аномалий. В сочетании с аналогичным подходом, ранее развитым для расчёта спектра дипольно-обменных магнонов, такой метод может быть альтернативой традиционному способу аналитического изучения дисперсионных особенностей распространяющихся в слоистых структурах магнитоакустических волн в условиях одновременного учёта магнитоупругого, магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий.

Ключевые слова: акустически субволновой магнитный слой, магнанный полярон, функция Грина

PACS numbers: 75.30.Ds, 75.70.Ak, **75.76.+j**

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.03.039878>

В последние годы активно проводятся исследования, связанные с изучением эффектов, обусловленных магнанными поляронами [1–3]. В их основе лежит идея перехода от зарядовых токов к токам спиновым с целью создания более быстродействующих и энергоэффективных устройств. Такой подход к теме привёл к тому, что ряд понятий, предложенных ранее для более адекватного теоретического описания движения электронов в поляризованной среде, нашёл своё отражение и при описании распространения спиновых токов в магнитных средах вообще и в магнитных диэлектриках в частности. Не в последнюю очередь это касается понятия "магнанный полярон", являющегося отражением термина "полярон" и впервые введённого в работах С.И. Пекара [4] для более корректного описания влияния решётки на характер движения электрона в поляризованной среде (электрон в "фононной шубе").

Согласно определению, предложенному в [5], магнанные поляроны — это гибридные магнон-фононные состояния, возникающие вследствие магнитоупругого (МУ) взаимодействия в области антипересечения спектров магннной и фононной ветвей, т.е. в окрестности магнито-

акустического резонанса (МАР). К настоящему времени появилось достаточно большое количество работ, связанных с изучением различных аспектов физики магнанных поляронов. Однако авторы таких работ, как правило, уже изначально предполагают, что в спектре магнонов энергия активации, связанная с вкладом эффективных полей, стабилизирующих данное равновесное магнитное состояние (в частности, с магнитной анизотропией), намного больше вклада, индуцированного линейным магнон-фононным взаимодействием. В результате, что касается областей спектра МУ-волн, далёких от точки МАР, то до сих пор они как основа для формирования магнанных поляронов не рассматривались на основании того, что влияние колебаний решётки на характер магннного спектра (как следствие, и на гибридизацию магнонного и фононного состояний) в данном случае мало (безразмерный параметр линейного магнон-фононного взаимодействия $\xi_{\text{mph}}^2 \ll 1$). Вместе с тем уже в магнетике, изотропном по своим упругим и магнитоупругим свойствам, величина МУ-связи ξ_{mph}^2 для определённых магнитоакустических конфигураций (МАК) может существенно зависеть не только от поляризации, но и от направления распространения взаимодействующих волн [6]. Вследствие имеющей место в магнетике гибридизации МУ, неоднородного обменного (НО) и магнитодипольного (МД) взаимодействий это делает возможным формирование как однолучевого, так и различных вариантов многолучевого преломления объёмных МУ-волн на границе раздела магнитной и немагнитной сред не только в эластодинамическом (см., например, [7–10]), но и в эластостатическом пределе [11].

С.В. Тарасенко^(1,*), В.Г. Шавров⁽²⁾

⁽¹⁾ Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина, ул. Р. Люксембург 72, 283048 Донецк, Российская Федерация

⁽²⁾ Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая 11, корп. 7, 125009 Москва, Российская Федерация
E-mail: ^(*) s.v.tarasenko@mail.ru

Статья поступила 19 января 2025 г.

В этом случае магнитоупругая динамика магнитной среды может быть описана системой уравнений, включающей в себя наряду с уравнениями магнитостатики и движения спинового момента также и уравнения эластостатики [12]. Для акустически субволнового магнитного слоя толщиной $2d$ адекватность использования уравнений эластостатики для описания влияния упругой подсистемы на динамику магнонов с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}$ определяется возможностью выполнения в достаточно широком диапазоне частот и продольных волновых чисел h условия $s_l|\mathbf{k}| \gg \omega(\mathbf{k})$, где $\mathbf{k}^2 = h^2 + (\pi v/2d)^2$, s_l — скорость сдвиговой акустической волны в немагнитной среде.

Наконец, важно также подчеркнуть, что, как известно [6, 13], на плоскости внешних параметров $\omega-h$ уже в неограниченных магнитных средах (в частности, и в ферро-, и в антиферромагнетиках) само предположение о слабом линейном магнон-фононном взаимодействии ($\xi_{\text{mph}}^2 \ll 1$) вне области МАР может нарушаться как в случае слабоанизотропных (кубических или легкоплоскостных) магнетиков (низкая энергия активации), так и вблизи границы устойчивости данного магнитного состояния (в частности, в окрестности собственных ферроэластических спин-ориентационных фазовых переходов второго рода). В таких условиях становится возможным формирование сильной линейной МУ-связи между отдельными ветвями спектра магнонов и акустических фононов (безразмерный параметр линейного магнон-фононного взаимодействия может быть порядка единицы $\xi_{\text{mph}}^2 \propto 1$ [6]). При этом уже в эластостатическом пределе, даже несмотря на слабую связанность между магнонными и фононными парциальными модами, характер дисперсии низкочастотных ветвей спектра МУ-волн может быть существенно отличен от спектра соответствующих парциальных возбуждений. В частности, в [11] было показано, что если в эластостатической области спектра объёмных МУ-волн магнитного слоя для выбранной МАК $0 \leq \xi_{\text{mph}}^2(\mathbf{k}/|\mathbf{k}|) \leq 1$, то косвенный спин-спиновый обмен через дальнедействующее поле высокочастотных виртуальных фононов приводит к формированию эластостатических спиновых волн (ЭСВ) — особого класса безобменных магнонов, распространяющихся вдоль магнитного слоя. По величине частотный диапазон формирования ЭСВ сопоставим в данном случае с шириной МУ-щели в области МАР.

Учитывая всё вышесказанное и следуя аналогии между физикой магнитостатических волн (МСВ) и ЭСВ, можно ожидать (имея в виду результаты [14, 15]), что при аналитических расчётах спектра спин-волновых возбуждений в эластостатическом пределе (магнонных поляронов по определению [5]) эффективным окажется использование аппарата тензорных функций Грина для сведения краевой задачи эластостатики к неоднородному интегральному уравнению. Это, в частности, позволит исключить из последующего рассмотрения как упругие переменные, так и соответствующие им граничные условия, что сведёт задачу аналитического расчёта спектра магнонных поляронов к нахождению решения тензорного интегро-дифференциального уравнения лишь для переменных компонент намагниченности и с учётом только обменных граничных условий.

Однако до сих пор подобный подход при аналитическом изучении спектра магнонных поляронов акустически субволнового магнитного слоя в условиях одно-

временного учёта МУ, неоднородного обменного (НО) и МД-взаимодействий не рассматривался. Вместе с тем в этом случае зависимость от частоты спектра магнонных поляронов может быть найдена в явном виде, а решение соответствующей обменной краевой задачи для тензорного интегро-дифференциального уравнения может быть представлено в виде разложения в ряд по собственным функциям обменной граничной задачи Штурма–Лиувилля (как ранее уже было сделано при анализе спектра МСВ в ферромагнитном слое (см., например, [15]).

Как отмечалось в [6], эффекты сильной МУ-связи в магнетиках удобно исследовать на примере модели ромбического ферромагнетика (ФМ) или антиферромагнетика (АФМ) и поэтому как пример рассмотрим двухподрешёточную модель одноосного обменно коллинеарного ферримангнетика (ФИМ) с точкой компенсации и направлением лёгкого намагничивания вдоль оси OZ (см. также [16]). В качестве предельных случаев она содержит в себе случаи обменно коллинеарной ФМ- и АФМ-среды. Магнитоупругие и упругие свойства такой модели магнетика в дальнейшем для простоты и наглядности расчётов будем полагать изотропными. В результате соответствующая плотность термодинамического потенциала может быть представлена в виде ($\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$):

$$W = \frac{\delta}{2} \mathbf{M}^2 + \frac{\bar{\alpha}}{2} (\nabla \mathbf{L})^2 + \frac{b_x}{2} L_x^2 + \frac{b_y}{2} L_y^2 + \gamma L_i L_k u_{ik} - \mathbf{M} \mathbf{H} + \frac{\lambda}{2} u_{ll}^2 + \mu u_{ik}^2. \quad (1)$$

Здесь δ — константа однородного обменного взаимодействия, $\bar{\alpha} = \alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_{12}$, где α_1 , α_2 , α_{12} — константы внутри и междоузельного неоднородного обменного взаимодействия соответственно, $b_{x,y} > 0$ — константы ромбической магнитной анизотропии, γ — константа магнитоупругого взаимодействия, u_{ik} — тензор упругих деформаций, λ , μ — коэффициенты Ламэ. Магнитоупругая динамика такой модели магнетика, как известно, описывается замкнутой системой уравнений, состоящей из уравнений движения для векторов $\mathbf{M}$ и $\mathbf{L}$, уравнений магнитостатики и уравнений эластодинамики [7–10, 12]. Если дополнительно к уже введённым выше обозначениям, в соответствии с [16], добавить $M_0^2 \equiv (M_1^2 + M_2^2)/2$, $\kappa \equiv M_s/2M_0$, $M_s^2 = (M_1^2 - M_2^2)/|\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2|$, то для $\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{L} \parallel OZ$ и произвольной ориентации вектора упругих смещений решётки $\mathbf{u}$ спектр плоской монохроматической магнитоупругой волны в неограниченном ромбическом ФИМ (1) с одновременным учётом магнитоупругого, магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий удобно представить в следующем виде ($\omega_s \equiv (gM_0)$, g — гиромагнитное отношение, которое будем считать одинаковым для обеих подрешёток, $c^2 = \omega_s^2 \delta \bar{\alpha}$, $\omega_{0x}^2 = \omega_s^2 \delta \bar{\alpha}_x$, $\mathbf{k}^2 = k_y^2 + k_z^2$, $\omega \ll \delta \omega_s$):

$$D_{\text{SH}}(\omega, \mathbf{k}) D_{\text{L}}(\omega, \mathbf{k}) D_{\text{m}}(\omega, \mathbf{k}) = 0, \quad (2)$$

$$D_{\text{m}}(\omega, \mathbf{k}) \equiv \Omega_y \left[\Omega_x + \frac{4\pi k_y^2}{k^2} \left(\frac{\omega}{\delta \omega_s} \right)^2 \right] + \kappa^2 \left[\Omega_x \frac{4\pi k_y^2}{k^2} - \omega^2 \right],$$

$$\Omega_y \equiv \frac{\bar{\alpha}}{c^2} \left[\omega_{0y}^2 + c^2 k^2 - \omega^2 + \omega_{\text{ме}}^2 \left(1 - \frac{\mu}{\rho D_L} [D_{zz} k_z^2 - 2D_{yz} k_y k_z + D_{yy} k_y^2] \right) \right], \quad (3)$$

$$\Omega_x \equiv \frac{\bar{\alpha}}{c^2} \left[\omega_{0x}^2 + c^2 k^2 - \omega^2 + \omega_{\text{ме}}^2 \left(1 - \frac{\mu k_z^2}{\rho D_{\text{SH}}} \right) \right], \quad (4)$$

$$\tilde{k}^2 \equiv \mathbf{k}^2 + \frac{4\pi}{\delta} k_y^2,$$

$$D_L(\omega, \mathbf{k}) \equiv D_{yy} D_{zz} - D_{yz}^2, \quad D_{ik}(\omega, \mathbf{k}) \equiv \frac{A_{ik}(\omega, \mathbf{k})}{\rho} - \omega^2 \delta_{ik}, \quad (5)$$

$$D_{\text{SH}}(\omega, \mathbf{k}) \equiv \frac{A_{xx}(\omega, \mathbf{k})}{\rho} - \omega^2,$$

где $\omega_{\text{ме}}^2 = \omega_s^2 \delta \gamma^2 M_0^3 / \mu$, ρ — плотность, A_{ik} — тензор Кристоффеля [17], δ_{ik} — единичный тензор.

Если рассматривать (2)–(5) как характеристическое уравнение для определения характера локализации МУ-волны с заданными значениями частоты и продольного волнового числа вблизи поверхности магнетика, то несложно видеть, что уже в случае лёгкой магнитной оси, нормальной к поверхности магнетика, в зависимости от частоты падающей на границу раздела магнитной и немагнитной сред волны и её угла наклона в случае одновременного учёта МУ-, НО- и МД-взаимодействий возможна одновременная реализация физически различных механизмов акустического многолучевого преломления как с изменением, так и без изменения полости поверхности рефракции нормальной МУ-волны. Как и в случае ФМ [7–10], это может существенно отразиться на структуре спектра нормальных объёмных МУ-волн, формирующихся в результате интерференции в ФИМ-слое, тем более что, согласно (2)–(5), даже без учёта МД- и НО-взаимодействий эффект двулучепреломления (двулучеотражения) возможен уже в эластостатическом пределе.

Рассматривая дисперсионное уравнение (2) как характеристическое, пространственную структуру z -компоненты вектора упругих смещений в ФИМ-слое можно, следуя [9, 10], представить в виде

$$u_z(y, z, t) = \sum_{j=1}^6 (A_j \cosh(\eta_j z) + B_j \sinh(\eta_j z)) \exp(i\psi), \quad (6)$$

где $\eta^2 \equiv -(\mathbf{k}\mathbf{q})^2$, $\psi \equiv hy - \omega t$.

Как известно, волноводные моды, распространяющиеся вдоль слоя, в зависимости от волновых характеристик окружающей среды и межслоевых граничных условий могут быть или собственными, или излучательными [18]. Чтобы учесть обе отмеченные возможности, в дальнейшем рассмотрим случай нормально намагниченного слоя легкоосного ФИМ (2)–(5) в симметричном окружении, допуская принципиальную возможность существования одного открытого канала фононного рассеяния (например, окружающая ФИМ-слой немагнитная среда имеет с ним акустический контакт и менее плотная). Предполагая описывать спектр МУ-волн магнитного слоя на основе одновременного учёта МУ-, НО- и МД-взаимодействий в дальнейшем для упрощения расчётов и снижения их объёма, учитывая приведённые в [19] результаты для спектра объёмных дипольно-обменных магнонов в нормально намагниченном слое с двух-

сторонней металлизацией идеальным металлом и основные типы упругих граничных условий из [20], будем полагать, что на обеих поверхностях нормально намагниченного ФИМ-слоя $\mathbf{q} \parallel \mathbf{m}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{k} \in YZ$ выполнена одна из нижеследующих систем смешанных граничных условий ($\tilde{Z}$ — поверхностный упругий волновой импеданс окружающей среды, φ — магнитостатический потенциал, $\mathbf{B}$ — магнитная индукция, $\alpha = x, y$):

$$\sigma_{\alpha z} = 0, \quad \sigma_{zz} = \mp \tilde{Z} u_z, \quad \varphi = 0, \quad L_\alpha = 0, \quad z = \pm d \quad (7)$$

или

$$u_\alpha = 0, \quad \sigma_{zz} = \mp \tilde{Z} u_z, \quad \frac{\partial L_\alpha}{\partial z} = 0, \quad B_z = 0, \quad z = \pm d. \quad (8)$$

С учётом симметрии волнового поля МУ-волн относительно срединной плоскости рассматриваемого магнитного слоя как в случае (7), так и (8) можно, аналогично [18], следующим образом исключить из дальнейшего рассмотрения входящие в (6) подлежащие определению неизвестные амплитуды A_{2-6} , B_{2-6} , выразив их через A_1 , B_1 , соответственно:

$$A_j = F_{j1} \frac{c_{1d}}{c_{jd}} A_1, \quad B_j = F_{j1} \frac{s_{1d}}{s_{jd}} B_1, \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}.$$

В этом случае матрица перехода для слоя рассматриваемого легкоосного ФИМ с учётом МУ-, НО- и МД-взаимодействий вследствие (9) будет иметь следующую структуру:

$$\begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{z=d} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{z=-d}, \quad \overline{T}(2d) = \overline{N}(d) \overline{N}^{-1}(-d). \quad (10)$$

В результате, согласно (9), (10), спектр МУ-волн в условиях одновременного учёта МУ-, НО- и МД-взаимодействий как в случае (7), так и (8), может быть представлен как

$$\begin{aligned} i\tilde{Z}(T_{11} + T_{22}) - T_{21} + T_{12}\tilde{Z}^2 = \\ = -2(N_{21} - i\tilde{Z}N_{11})(N_{22} - i\tilde{Z}N_{12}) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

При этом спектр собственных или несобственных (излучательных) МУ-мод имеет место, если в (7), (8), (11) $\text{Im } \tilde{Z} \neq 0$, $\text{Re } \tilde{Z} = 0$ или $\text{Im } \tilde{Z} = 0$, $\text{Re } \tilde{Z} \neq 0$ соответственно. В частном случае, когда при $\mathbf{q} \parallel \mathbf{L}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{k} \in YZ$, граничные условия на обеих поверхностях ФИМ-слоя (7) таковы, что

$$\sigma_{\alpha z} = 0, \quad \sigma_{zz} = 0, \quad \varphi = 0, \quad L_\alpha = 0, \quad \alpha = x, y, \quad z = \pm d, \quad (12)$$

тогда с учётом (9)–(11) спектр МУ-волн рассматриваемого нормально намагниченного ФИМ-слоя определяется как

$$N_{21} N_{22} = 0. \quad (13)$$

Если же в той же МАК соотношения (8) принимают вид

$$u_\alpha = 0, \quad u_z = 0, \quad \frac{\partial L_\alpha}{\partial z} = 0, \quad B_z = 0, \quad \alpha = x, y, \quad z = \pm d, \quad (14)$$

то с учётом (9)–(11) вместо (13) получим

$$N_{11}N_{12} = 0. \quad (15)$$

Анализ показывает, что и в случае (13), и в случае (15) для спектра нормальных МУ-волн, распространяющихся вдоль слоя легкоосного ФИМ (2)–(5), (7), (8), по аналогии со случаем спектра волн Лэмба для свободного упругого слоя, с помощью (9)–(11) можно ввести аналог сетки Миндлина [21] как

$$\prod_n |c_n||s_n| = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (16)$$

причём узлы такой сетки на плоскости $\omega-h$ расположены в точках $(|c_n| + |c_p|)(|s_n| + |s_p|) = 0, p = 1, 2, \dots, n = 1, 2, \dots, v \neq p$, или

$$D_n(\omega, h) = D_p(\omega, h), \quad n = 1, 2, \dots, \quad p = 1, 2, \dots, \quad v \neq p, \quad (17)$$

где с учётом (2)–(5) $D_n(\omega, h) = D(\omega, k_y = h, k_z = \kappa_n = \pi n/2d)$.

Отметим, что совместно с (2)–(5) соотношение $D_v(\omega, h) = 0, v = 1, 2, \dots$ отвечает спектру волноводных МУ-мод рассматриваемого слоя ЛО ФИМ, на обеих поверхностях которого одновременно

$$\sigma_{xz} = 0, \quad u_z = 0, \quad \varphi = 0, \quad L_x = 0, \quad \alpha = x, y, \quad z = \pm d \quad (18)$$

или

$$u_x = 0, \quad \sigma_{zz} = 0, \quad \frac{\partial L_x}{\partial z} = 0, \quad B_z = 0, \quad \alpha = x, y, \quad z = \pm d. \quad (19)$$

В результате и для (18), и для (19) спектр МУ-волн (11), распространяющихся вдоль нормально намагниченного слоя рассматриваемого ромбического ФИМ, с учётом (2)–(6) имеет следующую структуру:

$$\prod_{n=1}^{\infty} D_n(h, \omega) = 0. \quad (20)$$

Следует подчеркнуть, что сочетания частоты и продольного волнового числа, отвечающие (17), характерны для спектра собственных МУ-волн рассматриваемого магнитного слоя в (11) не только при $\text{Im } \tilde{Z} \neq 0, \text{Re } \tilde{Z} = 0$, но и для $\text{Im } \tilde{Z} = 0, \text{Re } \tilde{Z} \neq 0$. Причём, если в (11) одновременно $\text{Im } \tilde{Z} \neq 0, \text{Re } \tilde{Z} = 0$, то это — точки вырождения в спектре собственных МУ-возбуждений рассматриваемой магнитной гетероструктуры, а если в (11) одновременно $\text{Im } \tilde{Z} = 0$ и $\text{Re } \tilde{Z} \neq 0$, то это, согласно [22], связанные состояния в континууме (ССК) на фоне сплошного спектра излучения радиационных объёмных МУ-волн, распространяющихся вдоль рассматриваемого ФИМ-слоя.

Формирование в рассматриваемых условиях узлов сетки Миндлина на плоскости внешних параметров $\omega-h$ говорит о существовании дисперсионных кривых спектра объёмных МУ-волн как в самих точках вырождения спектра волноводных МУ-мод магнитного слоя, так и в их окрестности. В последнем случае их спектр можно приближённо восстановить с помощью разложения в ряд в окрестности конкретного узла сетки Миндлина (для случая немагнитного слоя см., например, [21]). Анализ показывает, что в рассматриваемой МАК такие

точки вырождения, как (16), (17), возможны, прежде всего, в эластодинамической области ($h < \omega/s_t$), где они (помимо точек, характерных для спектра упругих волн немагнитного слоя [21]) — результат вырождения мод спектра объёмных магнитных (магнитостатической или обменной) и упругих волн. Однако несомненно важным для целей данного сообщения является то обстоятельство, что точки вырождения в спектре МУ-волн рассматриваемого слоя при $\gamma \neq 0$ в принципе возможны также и в эластостатической области внешних параметров $\omega-h$: $h > \omega/s_t$. Как показывает анализ, это не обязательно должен быть результат одновременного учёта также НО ($\alpha \neq 0$) или МД (формально в (2)–(5) $4\pi \neq 0$) взаимодействий, но и следствие спин-спинового обмена через поле виртуальных высокочастотных фононов.

Таким образом, в акустически субволновом ФИМ-слое в частотном диапазоне $\omega < s_t/(2d)$ целый ряд особенностей спектра магнитных поляронов может быть достаточно корректно изучен уже в эластостатическом пределе на основе связанной системы динамических уравнений, включающей в себя уравнения Ландау–Лифшица, магнитостатики и эластостатики. Чтобы в полной мере воспользоваться преимуществом упрощённого описания спектра магнитных поляронов в случае акустически субволнового магнитного слоя путём перехода от уравнений эластодинамики к уравнениям эластостатики [12], используем аналогию с расчётами в кулоновском пределе спектра дипольно-обменных магнонов в рамках подхода, развитого в [14, 15]. Для этого на первом этапе с помощью аппарата тензорных функций Грина перейдём от уравнений эластостатики и упругих граничных условий к соответствующим интегральным уравнениям, определяющим нелокальную связь между полем упругих деформаций и полем спиновых колебаний в рассматриваемом магнитном слое. В качестве примера расчёта тензорной функции Грина для упругого (в нашем случае упруго-изотропного) слоя воспользуемся результатами работы [23] с той разницей, что в нашем случае речь идёт о тензорной функции Грина для упругого слоя и краевой задачи эластостатики, а не эластодинамики, как в [23]. Последнее означает, что, в отличие от [23], система фундаментальных решений для построения соответствующей тензорной функции Грина для упруго-изотропного слоя при $\mathbf{k} \in YZ$ будет иметь вид (см., например, [24])

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \in YZ: & E_1 \sinh(hz), F_1 \cosh(hz), zE_2 \cosh(hz), zF_2 \sinh(hz), \\ u_x(z): & E_3 \sinh(hz), F_3 \cosh(hz). \end{aligned} \quad (21)$$

Входящие в (21) неизвестные амплитуды E_{1-3}, F_{1-3} определяются согласно стандартной процедуре (см. [23, 25]) на основе упругих граничных условий на поверхности магнитного слоя и условий непрерывности компонент самой тензорной функции Грина и скачка её первой производной по нормальной к поверхности слоя координате в произвольной внутренней точке рассматриваемого слоя. В случае же расчёта подобным [25] образом также и тензорной ФГ для магнитостатической краевой задачи необходимо учесть, что при $\omega \ll g\delta M_0$ из уравнений Ландау–Лифшица для намагниченностей подрешёток феррита (1), согласно [16], в уравнениях магнитостатики

$$\mathbf{M} = 2M_0\kappa\mathbf{L} + \frac{1}{\omega_s\delta} \left[\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \times \mathbf{L} \right] + \frac{\mathbf{H}}{\delta} - \frac{\mathbf{L}(\mathbf{H}\mathbf{L})}{\delta L^2}. \quad (22)$$

В результате для симметричного слоя ФИМ (1) с граничными условиями (7) или (8) после использования тензорных функций Грина для решения краевой магнитостатической ($\overline{G}^{\text{md}}$) и краевой эластостатической ($\overline{G}^{\text{e}}$) задач получим следующую систему тензорных интегродифференциальных уравнений относительно неоднородных по толщине магнитного слоя фурье-амплитуд переменных компонент вектора $\mathbf{l} \equiv \mathbf{L}/|\mathbf{L}|$ ($\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{q} \parallel \mathbf{L} \parallel OZ$):

$$P_{\alpha\beta}l_{\beta} + S_{\alpha\beta}h_{\beta} + \gamma R_{\alpha\beta}u_{z\beta} = 0, \quad \alpha, \beta = x, y, \quad (23)$$

$$P_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} P_{xx} & P_{xy} \\ P_{yx} & P_{yy} \end{pmatrix}, \quad S_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \frac{-i\omega}{\delta\omega_s} & -\kappa \\ \kappa & \frac{-i\omega}{\delta\omega_s} \end{pmatrix},$$

$$R_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$P_{xx} = \frac{i\kappa\omega}{\omega_s}, \quad P_{xy} = \bar{\alpha} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - h^2 \right) + \frac{\bar{\alpha}}{c^2} (\omega^2 - \omega_{0y}^2 - \omega_{\text{me}}^2), \quad (24)$$

$$P_{yx} = \bar{\alpha} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - h^2 \right) + \frac{\bar{\alpha}}{c^2} (\omega^2 - \omega_{0x}^2 - \omega_{\text{me}}^2), \quad P_{yy} = -\frac{i\kappa\omega}{\omega_s},$$

$$u_i(z) = \gamma \int_{-d}^d G_{ik}^{\text{e}}(z, z') l_k(z') dz',$$

$$h_i(z) = \frac{1}{2M_0} \int_{-d}^d G_{ik}^{\text{md}}(z, z') M_k(z') dz'$$

с обменными граничными условиями вида

$$\frac{\partial l_{\alpha}}{\partial z} \pm \varepsilon l_{\alpha} = 0, \quad \alpha = x, y, \quad z = \pm d. \quad (25)$$

Особо подчеркнём, что для удобства дальнейшего изучения и для того, чтобы в рассматриваемой МАК ($\mathbf{q} \parallel \mathbf{L}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{k} \in YZ$) решением краевой задачи (22)–(25) в эластостатическом пределе могли стать соотношения (16) (т.е. чтобы одновременно выполнялась также система граничных условий (18) или (19)), при получении (22)–(25) смешанные граничные условия и для упругой, и для электромагнитной, и для спиновой подсистем выберем самосогласованно ($\alpha = x, y$):

$$\varepsilon \sigma_{xz} \pm u_x = 0, \quad \sigma_{zz} = \pm \varepsilon u_z, \quad B_z \pm \varepsilon \varphi = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial L_{\alpha}}{\partial z} \pm \varepsilon L_{\alpha} = 0, \quad z = \pm d,$$

т.е. если в (25), (26) $\varepsilon \rightarrow \infty$, то из (26) получим (18), а при $\varepsilon \rightarrow 0$ (26) переходит в (19).

Решение краевой задачи (22)–(25), как и в [14, 15], ищем в виде разложения в ряд по системе ортонормированных функций $\Phi_{\alpha n}(z)$ (где $\alpha = x, y$) обменной граничной задачи (25) рассматриваемого нормально намагниченного ФИМ-слоя $((\eta_{\alpha}^2 - \varepsilon^2) \tan(2\eta_{\alpha}d) = 2\eta_{\alpha}\varepsilon)$

$$L_{\alpha}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{\alpha n} \Phi_{\alpha n}(z) \exp(i\psi), \quad (27)$$

$$\Phi_{\alpha n}(z) = \cos[\eta_{\alpha n}(z+d)] + \frac{\varepsilon}{\eta_{\alpha n}} \sin[\eta_{\alpha n}(z+d)].$$

В результате с учётом свойств ортонормированности $\Phi_{\alpha n}(z)$ из (22)–(27) получим бесконечную систему матричных уравнений относительно неизвестных амплитуд

спин-волновых колебаний $C_{\alpha n}$ в (27):

$$\sum_p D_{\alpha\beta}^{np} C_{\beta p} = 0, \quad D_{\alpha\beta}^{np} \equiv \int_{-d}^d \Phi_{\alpha n}(z') \overline{P}[\Phi_{\beta p}(z')] dz', \quad \alpha = x, y, \quad \beta = x, y, \quad (28)$$

таким образом, $D_{\alpha\beta}^{mn} C_{\beta n} + \sum_{p \neq n} D_{\alpha\beta}^{np} C_{\beta p} = 0$.

Вследствие (26) с учётом (22)–(25) при $\varepsilon = \infty$ или $\varepsilon = 0$ получим в (28) клеточно-диагональную матрицу, поскольку согласно (27) $\eta_{\alpha n} = \pi n/(2d)$, $n = 1, 2, \dots$. В результате соответствующее дисперсионное соотношение для спектра волноводных магнанных поляронов, распространяющихся вдоль рассматриваемого акустически субволнового слоя легкоосного ФИМ (22)–(25) с учётом МУ-, НО- и МД-взаимодействий, имеет вид, подобный (20), но теперь в эластостатическом пределе:

$$\prod_{n=1}^{\infty} D_n(h, \omega) = 0, \quad D_n \equiv \begin{vmatrix} D_{xx}^{nn} & D_{xy}^{nn} \\ D_{yx}^{nn} & D_{yy}^{nn} \end{vmatrix}, \quad (29)$$

где

$$D_n(h, \omega) \equiv \Omega_{yn} \left[\Omega_{xn} + \frac{4\pi h^2}{\tilde{k}_n^2} \left(\frac{\omega}{g\delta M_0} \right)^2 \right] + \kappa^2 \left[\Omega_{xn} \frac{4\pi h^2}{\tilde{k}_n^2} - \omega^2 \right] = 0, \quad (30)$$

$$\Omega_{yn} \equiv \frac{\alpha}{c^2} \left[\omega_{0y}^2 + c^2(h^2 + k_n^2) - \omega^2 + 4\omega_{\text{me}}^2 \left(1 - \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} \right) \frac{k_y^2 k_n^2}{(h^2 + k_n^2)^2} \right],$$

$$\Omega_{xn} \equiv \frac{\alpha}{c^2} \left[\omega_{0x}^2 + c^2(h^2 + k_n^2) - \omega^2 + \omega_{\text{me}}^2 \frac{h^2}{h^2 + k_n^2} \right],$$

$$\tilde{k}_n^2 \equiv k_n^2 + h^2 \left(1 + \frac{4\pi}{\delta} \right).$$

В представляющих интерес частных случаях из (29), (30) следует спектр магнанных поляронов с учётом МУ ($\omega_{\text{me}} \neq 0$), НО ($\alpha \neq 0$) и МД ($\omega_{\text{md}} \neq 0$) взаимодействий в ромбическом двухподрешёточном ФИМ (1)–(5) с лёгкой магнитной осью вдоль OZ и при $\mathbf{k} \in YZ$. Спектр магнанных поляронов для АФМ или ФМ получается из (29), (30) путём предельного перехода $\kappa = 0$ в первом случае и $(|\delta^{-1}| + 1 - |\kappa|) \rightarrow 0$ во втором. Если рассматриваемая магнитная среда — одноосный ФИМ (OZ), то в (29), (30) $\omega_{0x} = \omega_{0y}$. В обратном предельном случае легкоплоскостного магнетика с $\mathbf{l} \parallel OZ$ для заданной МАК возможно два основных варианта относительного расположения лёгкой магнитной плоскости по отношению к заданной плоскости распространения МУ-волны ($\mathbf{k} \in YZ$ ($k_x = 0$)). Для $\omega_{0x} \gg \alpha k^2$, ω_{me} , ω_{md} (29), (30) — спектр магнанных поляронов слоёв ФИМ с лёгкой плоскостью YZ , а при $\omega_{0y} \gg \alpha k^2$, ω_{me} , ω_{md} — с лёгкой плоскостью XZ . В соответствии с результатами [6, 13] сильная МУ-связь возможна и в случае легкоплоскостного магнетика, и вблизи границы потери устойчивости рассматриваемого магнитного состояния. В частном случае одновременного пренебрежения и НО ($\alpha \rightarrow 0$), и МД ($\omega_{\text{md}} \rightarrow 0$) взаимодействиями соотношения (29), (30)

отвечают спектру эластостатических спиновых волн. Это особый класс безобменных магнонов, распространяющихся вдоль акустически субволнового магнитного слоя. Их дисперсионные свойства — результат косвенного спин-спинового взаимодействия через поле высокочастотных фононов с учётом эффектов интерференции и переотражения от границ магнитного слоя.

Таким образом, в случае акустически субволнового магнитного слоя использование аппарата тензорных функций Грина при решении эластостатической краевой задачи позволяет получить в явном виде зависимость частоты спектра магнонных поляронов от продольного волнового числа h . В частном случае смешанных граничных условий решение краевой задачи при одновременном учёте МУ-, НО- и МД-взаимодействий позволяет представить спектр магнонных поляронов ФИМ-слоя в виде корней биквадратного относительно частоты спиновых колебаний линейного алгебраического уравнения с коэффициентами, зависящими от h . В частности, из (29), (30) следует возможность формирования на дисперсионных кривых спектра волноводных магнонных поляронов для моды с заданным номером участков, отвечающих прямой или обратной волне, а также возможность смены типа волны в зависимости от величины продольного волнового числа. Особый интерес представляют собой условия формирования точек вырождения в спектре рассматриваемых магнонных поляронов в том случае, когда они являются собственными модами для спектра МУ-волн рассматриваемого акустически субволнового магнитного слоя. Важным представляется также и то обстоятельство, что такие точки отвечают и собственным состояниям спектра МУ-волн симметричного магнитного слоя даже в случае, когда граничные условия на его поверхностях таковы, что распространяющиеся вдоль него магнонные поляроны являются излучательными модами. Данные эффекты также в принципе возможны как с учётом, так и без учёта НО-взаимодействия, поскольку в рассматриваемом акустически субволновом магнитном слое в эластостатической области спектра нормальных МУ-волн, помимо НО- и МД-взаимодействий, имеется также и косвенный спин-спиновый обмен через поле виртуальных высокочастотных фононов. Как раз его наличие и отражает в (23)–(25) нелокальное взаимодействие, определяемое эластостатической тензорной функцией Грина.

Дополнительные особенности в спектре как волноводных магнонных поляронов, так и МУ-волноводных мод в целом возникают уже при слабом отличии граничных условий (25), (26) от использованных при расчёте (29), (30). Как и в физике МСВ, это может приводить к снятию вырождения для выбранной точки спектра МУ-волн (в частности, к антикроссингу). И в таком случае для расчёта и изучения спектра волноводных магнонных поляронов также оказывается полезным применение аппарата тензорных функций Грина.

Рассмотрим только собственные МУ-волны слоя ФИМ (1)–(5), полагая, что в (11) $\text{Re } \tilde{Z} = 0$, $\text{Im } \tilde{Z} \neq 0$, и будем считать отклонение граничных условий (25) от (18) или (19) крайне малым. Как и в [15], последнее позволяет ограничиться учётом дисперсионных кривых тех мод, которые при выполнении (18) или (19) ранее участвовали в формировании точки вырождения спектра магнонных поляронов (20), (29), (30). Если это моды с номерами n и p , то с учётом введённых выше обозначений соотношения,

описывающие такой антикроссинг в окрестности точки вырождения (20), (29), (30) для $\varepsilon \rightarrow \infty$ или $\varepsilon \rightarrow 0$ в (26), можно представить как

$$\begin{cases} D_{\alpha\beta}^{nn} C_{\beta n} + \sum_{p \neq n} D_{\alpha\beta}^{np} C_{\beta p} = 0, & \alpha = x, y, \quad \beta = x, y, \\ \sum_{p \neq n} D_{\alpha\beta}^{pn} C_{\beta p} + D_{\alpha\beta}^{pp} C_{\beta p} = 0, & n = 1, 2, \dots, \quad p = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (31)$$

В результате, если в (26) $\varepsilon \gg 1$ или $\varepsilon \ll 1$, то для окрестности точки вырождения $D_n(\omega, h) = D_p(\omega, h)$ из (31) получим (см. также [10, 26]):

$$\left(\delta h_n - \frac{\delta \omega_n}{v_n} \right) \left(\delta h_p - \frac{\delta \omega_p}{v_p} \right) - \frac{(\Delta \omega_{np})^2}{v_n v_p} = 0, \quad (32)$$

$$v_t \equiv - \frac{\partial D_t / \partial h}{\partial D_t / \partial \omega}, \quad \delta h_t \equiv h - h_t, \quad \delta \omega_t \equiv \omega - \omega_t, \quad t = n, p,$$

а значит, согласно (32), при фиксированном значении ω соответствующие значения продольного волнового числа определяются как

$$h_{\pm}(\omega) = \frac{\bar{h}_n + \bar{h}_p}{2} \pm \sqrt{\frac{(\bar{h}_n - \bar{h}_p)^2}{4} + \frac{(\Delta \omega_{np})^2}{v_n v_p}}, \quad (33)$$

$$\bar{h}_t \equiv h_t + \frac{\delta \omega_t}{v_t}, \quad t = n, p.$$

Из (33), в частности, следует, что уже в случае акустически субволнового магнитного слоя в спектре распространяющихся магнонных поляронов существует такой частотный диапазон, в котором возможно формирование комплексно сопряжённых волн ($\text{Re } \{h_{\pm}(\omega)\}$, $\text{Im } \{h_{\pm}(\omega)\} \neq 0$), если одна из МУ-мод в этой области ω — обратная волна, а вторая — прямая ($v_n v_p < 0$) [10, 26]. В рассматриваемой МАК такой эффект возможен в принципе уже в эластостатическом пределе даже без учёта НО- и МД-взаимодействий. В результате в области антикроссинга в спектре магнонных поляронов рассматриваемого акустически субволнового магнитного слоя будет формироваться пара комплексно сопряжённых волн, частота и продольное волновое число которых определяется из (33).

В рамках обсуждаемой здесь схемы расчёта, как и при использовании в спин-волновой электродинамике магнитного слоя вместо уравнений магнитостатики уравнений Максвелла [27], учёт роли конечности скорости распространения упругих волн в динамике магнонных поляронов также потребует при построении соответствующей тензорной функции Грина в (22)–(25) замены системы фундаментальных решений (21) на систему, связанную с этой же краевой задачей, но теперь для эластодинамики упруго изотропного слоя (см., например, [23]).

Таким образом, применение тензорных функций Грина для анализа в эластостатическом пределе спектра МУ-волн в акустически субволновом магнитном слое является достаточно эффективным способом аналитического исследования дополнительных аномалий спектра волноводных магнонных поляронов. В целом ряде практически интересных случаев такой метод расчёта позволяет получить решение краевых задач для спектра таких магнонов даже в случае одновременного учёта МУ-, МД- и НО-взаимодействий не в трансцендентном, а в явном виде (частота как функция продольного

волнового числа). Несомненно важным представляется также и то обстоятельство, что данный класс резонансных МУ-эффектов в акустически субволновом магнитном слое может, в частности, представлять интерес и как вариант управляемой акустической метаповерхности [3], гибридные резонансы которой обусловлены спин-волновыми степенями свободы магнитной среды, формирующей слой. Полезным предлагаемый метод расчёта может оказаться и для анализа нелинейной динамики магнетонных поляронов в акустически субволновых магнитных слоях.

Список литературы

- Maekawa S et al. *J. Appl. Phys.* **133** 020902 (2023)
- Gidding M et al. *Nat. Commun.* **14** 2208 (2023)
- Zabihi A, Ellouzi C, Shen C *Front. Mater.* **10** 1132585 (2023)
- Пекар С И *Исследования по электронной теории кристаллов* (М.: Л.: ГИТТЛ, 1951); Пер. на англ. яз.: Pekar S I *Research in Electron Theory of Crystals* (Washington, DC: US Atomic Energy Commission, Division of Technical Information, USA, Department of Commerce, 1963)
- Kamra A et al. *Phys. Rev. B* **91** 104409 (2015)
- Туров Е А, Шавров В Г *УФН* **140** 429 (1983); Turrov E A, Shavrov V G *Sov. Phys. Usp.* **26** 593 (1983)
- Parekh J P, Bertoni H L *J. Appl. Phys.* **44** 2866 (1973)
- Лукомский В П *ЖЭТФ* **84** 513 (1983); Lukomskii V P *Sov. Phys. JETP* **57** 297 (1983)
- Филиппов Б Н, Препринт № 80/1 (Свердловск: Институт физики металлов Уральского научного центра АН СССР, 1980)
- Гуляев Ю В, Зильберман П Е *Изв. вузов. Физика* **31** (11) 6 (1988); Gulyaev Yu V, Zil'berman P E *Sov. Phys. J.* **31** 860 (1988)
- Гуляев Ю В, Тарасенко С В, Шавров В Г *УФН* **181** 595 (2011); Gulyaev Yu V, Tarasenko S V, Shavrov V G *Phys. Usp.* **54** 573 (2011)
- Сиротин Ю И, Шаскольская М П *Основы кристаллофизики* (М.: Наука, 1979); Пер. на англ. яз.: Sirotin Yu I, Shaskolskaya M P *Fundamentals of Crystal Physics* (Moscow: Mir Publ., 1982)
- Барьяхтар В Г и др. *ЖЭТФ* **87** 1028 (1984); Bar'yakhtar V G et al. *Sov. Phys. JETP* **60** 587 (1984)
- Вендик О Г, Чарторижский Д Н *Физика твердого тела* **12** 1538 (1970); Vendik O G, Chartorizhskii D N *Sov. Phys. Solid State* **12** 1209 (1970)
- Калиникос Б А *Изв. вузов. Физика* **24** (8) 42 (1981); Kalinikos B A *Sov. Phys. J.* **24** 718 (1981)
- Зуев А В, Сукстанский А Л *Физика металлов и металловедение* **59** 13 (1985)
- Tucker J W, Rampton V W *Microwave Ultrasonics in Solid State Physics* (Amsterdam: North-Holland, 1972); Пер. на русск. яз.: Такер Дж, Рэмington В *Гиперзвук в физике твердого тела* (М.: Мир, 1975)
- Бреховских Л М *Волны в слоистых средах* (М.: Изд-во АН СССР, 1957); Пер. на англ. яз.: Brekhovskikh L M *Waves in Layered Media* (New York: Academic Press, 1960)
- Гуревич А Г, Мелков Г А *Магнитные колебания и волны* (М.: Наука, 1994); Пер. на англ. яз.: Gurevich A G, Melkov G A *Magnetization Oscillations and Waves* (Boca Raton, FL: CRC Press, 1996)
- Исакович М А *Общая акустика* (М.: Наука, 1973)
- Гринченко В Т, Мелешко В В *Гармонические колебания и волны в упругих телах* (Киев: Наукова думка, 1981)
- Azzam S I, Kildishev A V *Adv. Opt. Mater.* **9** 2001469 (2021)
- Харитонов А В *Акустический журн.* **24** 602 (1978)
- Nowacki V *Teoria Spreżystości* (Warszawa: Państwowe Wydawn. Naukowe, 1970); Пер. на русск. яз.: Новацкий В *Теория упругости* (М.: Мир, 1975)
- Morse P M, Feshbach H *Methods of Theoretical Physics* Vol. 2 (New York: McGraw-Hill, 1953); Пер. на русск. яз.: Морс Ф М, Фешбах Г *Методы теоретической физики* Т. 2 (М.: ИЛ, 1960)
- Вайнштейн Л А *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1988)
- Демидов В Е, Калиникос Б А *Письма в ЖТФ* **26** (16) 68 (2000); Demidov V E, Kalinikos B A *Tech. Phys. Lett.* **26** 729 (2000)

Elastostatic spin waves — ‘fine structure’ of magnon polaron spectrum of acoustically subwavelength magnetic layer

S.V. Tarasenko^{(1,*), V.G. Shavrov⁽²⁾}

⁽¹⁾ Galkin Donetsk Institute for Physics and Engineering, ul. R. Luxemburg 72, 283048 Donetsk, Russian Federation

⁽²⁾ Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, ul. Mokhovaya 11, kor. 7, 125009 Moscow, Russian Federation

E-mail: ^(*) s.v.tarasenko@mail.ru

Using the example of a solitary acoustically subwavelength magnetic layer, it is shown that employing the tensor Green's function to solve the elastostatic boundary value problem makes it possible to obtain the spectrum structure of magnon polarons in a form convenient for analysis, associated with the formation of a special class of exchange-free magnons — elastostatic spin waves and resonance anomalies accompanying them. In combination with a similar approach previously developed for calculating the spectrum of dipole-exchange magnons, the method can be an alternative to the traditional method of studying analytically the dispersion features of magnetoacoustic waves propagating in layered structures under conditions of simultaneous magnetoelastic, magnetodipole, and inhomogeneous exchange interactions.

Keywords: acoustically subwavelength magnetic layers, magnon polarons, Green's functions

PACS numbers: 75.30.Ds, 75.70.Ak, **75.76. + j**

Bibliography — 27 references

Received 19 January 2025

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **195** (9) 1008 – 1014 (2025)

Physics – Uspekhi **68** (9) (2025)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.03.039878>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2025.03.039878>