

Вынужденный эффект Черенкова и диссипативно-излучательные неустойчивости при сверхсветовом движении релятивистского электронного пучка в слоистой среде

М.В. Кузелев

Рассмотрены диссипативно-излучательные неустойчивости и неустойчивости, обусловленные вынужденным эффектом Черенкова, релятивистского электронного пучка в неограниченной слоистой электродинамической системе. Если при вынужденном эффекте Черенкова энергия пучка идёт на возбуждение собственных волн электродинамической системы, то при диссипативно-излучательных неустойчивостях энергия пучка посредством несобственных волн излучается из системы на бесконечность. Такой необратимый отбор энергии пучка проявляется как некая эффективная диссипация и делает диссипативно-излучательную неустойчивость аналогом обычной диссипативной пучковой неустойчивости в системе без излучения. Вычислены инкременты неустойчивостей и определены частотные диапазоны их развития для различных структур слоистых электродинамических систем, в том числе и плазменных.

Ключевые слова: релятивистский электронный пучок, вынужденный эффект Черенкова, диссипативно-излучательная неустойчивость

PACS numbers: 41.60. – m, 52.35. – g, 52.40.Mj

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.01.039850>

Содержание

1. Введение (432).
 2. Дисперсионное уравнение (434).
 3. Диссипативно-излучательная неустойчивость в вакуумном канале (436).
 4. Вынужденное черенковское излучение и диссипативно-излучательная неустойчивость в слоистой системе с изотропной плазмой (438).
 5. Вынужденное черенковское излучение и усиление на излучении в слоистой системе с сильно анизотропной плазмой (441).
 6. Предельный переход от волновода к безграничной системе (444).
 7. Диссипативно-излучательные неустойчивости в цилиндрической геометрии (447).
 8. Заключение (448).
- Список литературы (449).

1. Введение

Вынужденным эффектом Черенкова называют неустойчивость, при которой в условиях черенковского резонанса происходит возбуждение (излучение) электронным пучком собственной волны некоторой электродинамической системы. В линейном приближении вынужденный эффект Черенкова описывается дисперсионным уравнением вида [1, 2]

$$D_0(\omega, k_z) - \alpha(\omega, k_z) \frac{\omega_b^2}{(\omega - k_z u)^2} = 0, \quad (1)$$

где $D_0(\omega, k_z)$ — дисперсионная функция электродинамической системы, где распространяется электронный пучок, ω_b — ленгмюровская частота электронов пучка, u — скорость пучка, k_z — проекция волнового вектора на направление движения пучка, $\alpha(\omega, k_z)$ — некоторая функция, не имеющая нулей и особенностей. Собственная частота электродинамической системы находится из уравнения $D_0(\omega, k_z) = 0$, из которого, с учётом условия черенковского резонанса $\omega = k_z u$, следует уравнение для резонансного волнового числа

$$D_0(k_z u, k_z) = 0 \rightarrow k_z = k_{z0}. \quad (2)$$

Резонансная частота определяется соотношением $\omega_0 = k_{z0} u$. Необходимым условием существования вынужденного эффекта Черенкова является наличие вещественных решений у уравнения (2). Инкремент неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова имеет выраженный резонансный характер, достигая максимума при $k_z = k_{z0}$. Причём резонанс тем резче, чем меньше плотность пучка. Максимальный инкремент легко вычисляется из уравнения (1), если в него подставить

М.В. Кузелев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
физический факультет,
Ленинские горы 1, стр. 2, 119991 Москва, Российская Федерация
E-mail: kuzelev@mail.ru

Статья поступила 3 марта 2024 г.,
после доработки 27 января 2025 г.

$\omega = \omega_0 + \delta\omega$ и $k_z = k_{z0}$, что даёт

$$\delta\omega(k_{z0}) = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \left[\alpha(\omega_0, k_{z0}) \left(\frac{\partial D_0}{\partial \omega} \right)^{-1} \omega_b^2 \right]^{1/3}, \quad (3)$$

где производная функции $D_0(\omega, k_z)$ по частоте берётся в резонансной точке ω_0, k_{z0} . При получении формулы (3) предполагалось, что $|\delta\omega| \ll \omega_0$.

Вдали от точки черенковского резонанса или когда черенковский резонанс невозможен, т.е. уравнение (2) не имеет вещественных решений, уравнение (1) определяет частоты волн пространственного заряда пучка — быструю волну и медленную волну [3, 4]. При выполнении неравенства $\omega_b \ll k_z u$ из уравнения (1) для частот таких волн имеем

$$\omega(k_z) = k_z u \pm \sqrt{\frac{\alpha(k_z u, k_z)}{D_0(k_z u, k_z)}} \omega_b. \quad (4)$$

Заметим, что возможны системы, у которых величина $\alpha/D_0 < 0$. Тогда частоты (4) становятся комплексными, и мнимая часть одной из них оказывается положительной. Это случай так называемой апериодической неустойчивости типа неустойчивости отрицательной массы [5]. Примером является длинноволновая неустойчивость безграничного моноскоростного электронного пучка в холодной безграничной плазме [6].

При наличии диссипативных эффектов дисперсионная функция является комплексной:

$$D_0(\omega, k_z) = D'_0(\omega, k_z) + iD''_0(\omega, k_z).$$

Если диссипация слабая, то при рассмотрении вынужденного эффекта Черенкова, т.е. при вычислении инкремента (3), ею можно пренебречь. Однако при рассмотрении волн плотности заряда пучка пренебрегать мнимой частью дисперсионной функции в формуле (4) нельзя, как бы мала она ни была. С ней связан эффект, называемый диссипативной пучковой неустойчивостью [7]. В противоположность вынужденному эффекту Черенкова, диссипативная пучковая неустойчивость не связана с излучением пучком каких-либо собственных волн электродинамической системы, по которой распространяется пучок. Зато возбуждаются волны самого пучка (4). Одна из волн электронного пучка, а именно медленная волна пространственного заряда, имеет отрицательную энергию, т.е. при её возбуждении энергия у пучка отбирается [8, 9]. Поэтому если существует канал отвода энергии, то возмущения в пучке будут самопроизвольно нарастать. При диссипативной пучковой неустойчивости таким каналом является диссипация электромагнитной энергии в среде. В этом и состоит механизм диссипативной пучковой неустойчивости. В сверхвысокочастотной (СВЧ) электронике диссипативные пучковые неустойчивости известны под названием эффекта усиления на поглощении [10]. Если выполнено неравенство

$$|D''_0(k_z u, k_z)| \ll |D'_0(k_z u, k_z)|,$$

то для мнимой части частоты из формулы (4) имеем

$$\delta\omega(k_z) = \pm i \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha(k_z u, k_z)}{D'_0(k_z u, k_z)}} \frac{D''_0(k_z u, k_z)}{D'_0(k_z u, k_z)} \omega_b. \quad (5)$$

Одна из величин (5) определяет инкремент неустойчивости. Диссипативная пучковая неустойчивость не является

резонансной неустойчивостью, как следствие инкремент (5) слабо зависит от волнового числа k_z .

Имеется ещё один важный механизм отвода электромагнитной энергии из системы, а именно излучение. В любой безграничной электродинамической системе канал отвода электромагнитной энергии в виде излучения обязательно есть. Потеря энергии на излучение из электродинамической системы эквивалентна некоторой диссипации. Но для пучка не имеет значения, куда отводится энергия, на диссипацию или на излучение. Поэтому если в электродинамической системе с излучением проходит электронный пучок, то в нём возможно самопроизвольное нарастание волны с отрицательной энергией, так же как и в обычной диссипативной системе. Высвобождаемая при этом энергия пучка выносится излучением из системы на бесконечность. Такую неустойчивость мы здесь и называем диссипативно-излучательной пучковой неустойчивостью, или усилением на излучении (по аналогии с усилением на поглощении).

Ниже будет рассмотрена неограниченная слоистая электродинамическая система, пронизываемая электронным пучком, распространяющимся параллельно границам слоёв. Внешние слои такой системы простираются до бесконечности. Как известно, для вычисления дисперсионной функции слоистой электродинамической системы следует для каждого слоя записать общее решение уравнений электромагнитного поля, а затем сшить решения на границах слоёв. Решение уравнений поля для полуограниченных слоёв (с одной из границ в бесконечности), описывающее уходящие (излучаемые) на бесконечность волны, выражается через комплекснозначные функции. Например, в плоской геометрии это $\exp(\pm i k_x x)$, а в цилиндрической — функция Ганкеля $H_0^{(1)}(k_r r)$, где k_x и k_r — волновые числа соответствующих направлений. Именно поэтому дисперсионная функция $D_0(\omega, k_z)$ безграничной слоистой системы оказывается комплексной функцией вещественной частоты ω и вещественного волнового числа k_z , как в ограниченной диссипативной системе. Таким образом, дисперсионное уравнение, описывающее возбуждение пучком электродинамической системы с излучением, имеет структуру дисперсионного уравнения для волн плотности заряда пучка в системе с диссипацией. Поэтому инкремент диссипативно-излучательной неустойчивости имеет такую же структуру, как (5), а значит, слабо зависит от волнового числа k_z . Диссипативно-излучательная неустойчивость является нерезонансной неустойчивостью.

Сходство диссипативной и диссипативно-излучательной неустойчивостей очевидно также и из следующих соображений. В электродинамике часто вместо условий излучения на бесконечности¹ используют известные граничные условия Леонтовича [12], вводя некоторую фиктивную (или реально существующую) границу с поглощающей электромагнитные волны средой (см. далее рис. 1). В этом случае комплексность дисперсионной функции $D_0(\omega, k_z)$ получается из условия Леонтовича, а в электродинамической системе появляется реальная диссипация.

Сделаем важное уточнение, в равной степени касающееся и диссипативной неустойчивости, и диссипативно-излучательной неустойчивости. Ранее при получении

¹ Имеются в виду условия Зоммерфельда [11].

формулы (5) было использовано неравенство

$$|D_0''(k_z u, k_z)| \ll |D_0'(k_z u, k_z)|,$$

означающее не только малость диссипации, но и отсутствие черенковского резонанса, т.е. $D_0'(k_z u, k_z) \neq 0$. Если же в диссипативной системе для какого-то значения k_z выполнено условие черенковского резонанса $D_0'(k_z u, k_z) = 0$, то будет уместнее говорить о неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова в диссипативной системе [13], чем о диссипативной неустойчивости. При дальнейшем рассмотрении, классифицируя пучковые неустойчивости, мы будем использовать термины диссипативно-излучательная неустойчивость и усиление на излучении только тогда, когда вынужденный эффект Черенкова невозможен.

Заметим, что при всём формальном сходстве диссипативной и диссипативно-излучательной пучковых неустойчивостей между ними имеется важное различие. При диссипативной пучковой неустойчивости кинетическая энергия пучка идёт на нагрев среды, по которой пучок распространяется. А при диссипативно-излучательной неустойчивости кинетическая энергия пучка преобразуется в энергию электромагнитных волн, излучаемых из системы. Поэтому по своему результату диссипативно-излучательные неустойчивости сродни излучательным неустойчивостям при вынужденных эффектах Черенкова. В предельных случаях инкременты перечисленных пучковых неустойчивостей определяются различными формулами, механизмы этих неустойчивостей имеют неодинаковую физическую природу, результаты их развития оказываются разными, а проявляются они в близких по конструкции электродинамических структурах в условиях, похожих на условия черенковского резонанса ($\omega \approx k_z u$). Различать такие неустойчивости и давать их правильную классификацию важно, поскольку именно они определяют динамику высокочастотных электромагнитных процессов при распространении электронных пучков в замедляющих системах, например, в электродинамических системах плазменной и вакуумной СВЧ-электроники.

2. Дисперсионное уравнение

Рассмотрим слоистую систему, состоящую из безграничного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε_0 , в котором проделан канал с плоскими границами $x = -L$ и $x = +L$, заполненный однородной средой с тензором диэлектрической проницаемости вида

$$\varepsilon_{ij}(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel}(\omega) \end{pmatrix}, \quad i, j = x, y, z, \quad (6)$$

где $\varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\parallel}$ — некоторые функции частоты. Вдоль канала в направлении оси z распространяется тонкий ленточный моноскоростной электронный пучок. Ленгмюровскую частоту электронов такого пучка определим формулой

$$\omega_b^2(x) = \omega_{b0}^2 \Delta_b \delta(x), \quad (7)$$

где ω_{b0}^2 — постоянная, Δ_b — толщина пучка, $\delta(x)$ — дельта-функция. Величина $\omega_{b0}^2 \Delta_b$ пропорциональна погонной плотности электронов пучка. Именно с этой

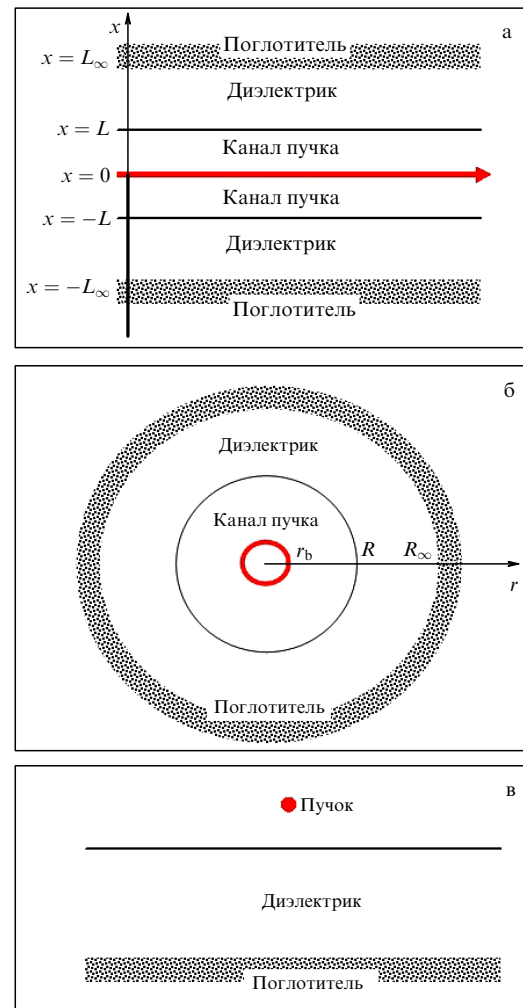


Рис. 1. Слоистые системы, в которых возможны диссипативно-излучательные неустойчивости: (а) плоская система; (б) цилиндрическая система; (в) пучок над плоской поверхностью.

величиной имеют дело экспериментаторы, работающие с тонкими ленточными и трубчатыми электронными пучками. Пучок предполагаем полностью замагниченным сильным внешним магнитным полем, направленным вдоль оси z ².

Описанная слоистая система с электронным пучком, а также две другие представляющие интерес слоистые системы показаны на рис. 1; пучок изображен красным цветом. В данной работе предполагается, что присутствующие на рисунках слои поглотителя находятся на бесконечности, чему соответствуют предельные переходы $L_{\infty} \rightarrow \infty$ на рис. 1а и $R_{\infty} \rightarrow \infty$ на рис. 1б. Очевидно, что случаи поглотителя на конечном расстоянии от пучка и поглотителя на бесконечности физически эквивалентны (см. выше). Плоская слоистая система (рис. 1а) представляет в основном теоретический интерес из-за относительной простоты рассмотрения. Практически более важ-

² В случае малого поперечного размера электронного пучка его поляризация в поперечном направлении не существенна. Определяющей будет продольная поляризация. Поэтому для тонкого ленточного электронного пучка при описании высокочастотных процессов требование замагниченности, вообще говоря, не обязательно [14]. Замагниченность электронного пучка, особенно при его большой плотности, важна для его транспортировки.

ная цилиндрическая система (рис. 1б, трубчатый пучок распространяется перпендикулярно плоскости рисунка) рассмотрена в разделе 6. Система, изображённая на рис. 1в (игольчатый пучок распространяется перпендикулярно плоскости рисунка) в данной работе не рассматривается, но, несомненно, является системой с диссипативно-излучательной неустойчивостью и представляет определённый интерес как для приложений, так и для теории волн в неравновесных неоднородных средах.

Продолжим рассмотрение системы, изображённой на рис. 1а. Поскольку параметры нашей слоистой системы зависят только от координаты x , компоненты электромагнитного поля будем искать в виде

$$f(x) \exp(-i\omega t + ik_z z). \quad (8)$$

Для полей вида (8) уравнения Максвелла распадаются на две независимые подсистемы для компонент E_z , E_x , B_y (E -тип) и для компонент B_z , B_x , E_y (B -тип). Нас здесь интересует только подсистема для волн E -типа, которую для комплексных амплитуд компонент поля запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} ik_z E_x - \frac{dE_z}{dx} &= i \frac{\omega}{c} B_y, \\ k_z B_y &= \frac{\omega}{c} \varepsilon_{xx}(x) E_x, \\ \frac{dB_y}{dx} &= -i \frac{\omega}{c} [\varepsilon_{zz}(x) + \delta\varepsilon_b(x)] E_z. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}(x) &= \begin{cases} \varepsilon_{\perp}, & |x| < L, \\ \varepsilon_0, & |x| > L, \end{cases} \quad \varepsilon_{zz}(x) = \begin{cases} \varepsilon_{\parallel}, & |x| < L, \\ \varepsilon_0, & |x| > L, \end{cases} \\ \delta\varepsilon_b(x) &= -\frac{\omega_b^2(x)\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Выражение для вклада электронного пучка в диэлектрическую проницаемость $\delta\varepsilon_b$ вычислено в гидродинамическом приближении [15], а $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор электрона пучка³.

Исключая из системы (9) компоненты электромагнитного поля E_x и B_y , найдём следующее уравнение для компоненты напряжённости электрического поля E_z :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\varepsilon_{xx}(x)}{\chi_{xx}^2(x)} \frac{dE_z}{dx} \right) = [\varepsilon_{zz}(x) + \delta\varepsilon_b(x)] E_z, \quad (11)$$

где $\chi_{xx}^2(x) = k_z^2 - \varepsilon_{xx}(x)\omega^2/c^2$. Интегрируя уравнение (11) по бесконечно малой окрестности точки $x = 0$ и учитывая (7), (10) и непрерывность функции $E_z(x)$, получим следующее условие на разрыв производной функции $E_z(x)$ в точке прохождения электронного пучка:

$$\left\{ \frac{dE_z}{dx} \right\}_{x=0} = -A_b \chi_{\perp}^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_{\perp} (\omega - k_z u)^2} E_z(0), \quad \chi_{\perp}^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}, \quad (12)$$

где использовано обозначение $\{f(x)\}_{x=a} = f(a+0) - f(a-0)$. Кроме того, на границах диэлектрика $x = \pm L$ должны быть выполнены следующие условия непрерыв-

ности⁴:

$$\{E_z(x)\}_{x=\pm L} = 0, \quad \left\{ \frac{\varepsilon_{xx}(x)}{\chi_{xx}^2(x)} \frac{dE_z}{dx} \right\}_{x=\pm L} = 0. \quad (13)$$

Помимо условий (12) и (13) учтём ещё симметрию рассматриваемой слоистой системы относительно точки $x = 0$, из которой следует, что функция $E_z(x)$ может быть или чётной, или нечётной. Учитывая непрерывность функции $E_z(x)$ в нуле, видим, что если полагать её нечётной, то будет $E_z(0) = 0$, а такой случай для нас в силу условия (12) интереса представлять не может. Поэтому функцию $E_z(x)$ будем полагать чётной, что удобно записать в виде

$$\frac{dE_z}{dx} \Big|_{x=-0} = -\frac{dE_z}{dx} \Big|_{x=+0}. \quad (14)$$

С учётом (14) видим, что, решая уравнение (11), можно ограничиться только областью $x > 0$.

Решение уравнения (11) в области $(0, L)$ определяется формулой

$$E_z = A \exp(-\kappa x) + B \exp(\kappa x), \quad (15)$$

где A и B — постоянные, а $\kappa = \sqrt{\chi_{\perp}^2 \varepsilon_{\parallel} / \varepsilon_{\perp}}$. В области (L, ∞) решение должно описывать уходящую на бесконечность волну, но только в том случае, когда волна является распространяющейся, или излучаемой. В том же случае, когда волна является нераспространяющейся, решение должно на бесконечности экспоненциально затухать. Решение, удовлетворяющее указанным требованиям, имеет вид [16]

$$E_z = C \exp(\xi x), \quad \xi = \begin{cases} i\kappa_0, & \text{Re } \kappa_0^2 > 0, \\ -\chi_0, & \text{Re } \kappa_0^2 < 0, \end{cases} \quad (16)$$

где

$$\kappa_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - k_z^2, \quad \chi_0^2 = -\kappa_0^2. \quad (17)$$

При написании решений (15) и (16) были учтены две первые формулы (10). Заметим, что при извлечении квадратного корня из комплексного числа мы придерживаемся общепринятого правила, согласно которому берётся значение корня, имеющее положительную вещественную часть.

Подставляя решения (15) и (16) в условия сшивки (12), (13) и учитывая соотношение (14), получим линейную однородную систему алгебраических уравнений относительно постоянных A , B и C . Условие разрешимости этой системы — равенство нулю её определителя, даёт следующее дисперсионное уравнение для определения спектров частот рассматриваемой слоистой электродинамической системы с ленточным пучком:

$$\begin{aligned} \frac{(\varepsilon_{\perp} \kappa_0^2 - \varepsilon_0 \xi \chi_{\perp}^2) - (\varepsilon_{\perp} \kappa_0^2 + \varepsilon_0 \xi \chi_{\perp}^2) \exp(-2\kappa L)}{(\varepsilon_{\perp} \kappa_0^2 - \varepsilon_0 \xi \chi_{\perp}^2) + (\varepsilon_{\perp} \kappa_0^2 + \varepsilon_0 \xi \chi_{\perp}^2) \exp(-2\kappa L)} = \\ = \frac{1}{2} A_b \frac{\chi_{\perp}^2}{\kappa \varepsilon_{\perp}} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

³ Ранее, записывая уравнение (4), мы считали пучок нерелятивистским, поэтому было $\gamma = 1$.

⁴ Условие (12) определяет разрыв компоненты магнитного поля B_y на токе бесконечно тонкого пучка. Второе условие (13) означает непрерывность B_y на границе раздела сред. Оно следует непосредственно из уравнения (11).

Уравнение (18) имеет вид дисперсионного уравнения (1). Левая часть (18), точнее числитель левой части, есть дисперсионная функция $D_0(\omega, k_z)$ плоского резонатора Фабри–Перо, образованного средой в канале диэлектрика $-L < x < L$. В диэлектрических полупространствах $x < -L$ и $x > L$ распространяются волны, осуществляющие вынос электромагнитной энергии из резонатора. В дальнейшем уравнение (18) будет исследовано для трёх конкретных случаев заполнения канала в диэлектрике, а именно: вакуумный канал, канал с изотропным плазменным заполнением и канал, заполненный сильно анизотропной плазмой.

3. Диссипативно-излучательная неустойчивость в вакуумном канале

В случае вакуумного канала в диэлектрике в уравнении (18) следует положить $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} = 1$. При этом будет $\chi_{\perp}^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2$, $\kappa = \sqrt{\chi_{\perp}^2}$. Прежде чем приступить к общему анализу, рассмотрим уравнение (18) в двух важных для дальнейшего предельных случаях. При $\omega_{b0}^2 A_b = 0$, т.е. в отсутствие пучка, уравнение (18) с учётом принятых ранее обозначений сводится к следующему уравнению:

$$D_0(\omega, k_z) = \left(\varepsilon_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2} - \sqrt{\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2} \right) - \left(\varepsilon_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2} + \sqrt{\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2} \right) \times \exp \left(-2i \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2} L \right) = 0. \quad (19)$$

Уравнение (19) определяет собственные дискретные частоты вакуумного резонатора Фабри–Перо, образованного плоскими границами раздела $x = \pm L$. Приближённо решения уравнения (19) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \omega &\approx \sqrt{k_{\perp n}^2 c^2 + k_z^2 c^2}, \quad k_{\perp n} = \frac{\pi(n+1/2)}{L}, \quad n = 0, 1, \dots, \\ \operatorname{Im} \omega &\approx \frac{c}{2L} \ln \frac{\sqrt{\varepsilon_0} - 1}{\sqrt{\varepsilon_0} + 1} < 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Точным решением (20) является только при $k_z = 0$, но и при ненулевом k_z оно верно передаёт закон дисперсии собственных волн вакуумного резонатора. Мнимая часть частот (20) обусловлена уходящими на бесконечность волнами $\exp(\pm i k_x x)$, где $k_x = \sqrt{\varepsilon_0 \omega^2/c^2 - k_z^2}$. Это несобственные волны, поскольку, как видно из формул (20), таких собственных волн в системе нет. Несобственные волны возбуждаются собственными волнами через границы канала $x = \pm L$.

Второй важный для дальнейшего предельный вид уравнения (18) получается, если в нём положить $\varepsilon_0 = 1$ или устремить L к бесконечности (при этом надо считать $\chi_{\perp}^2 > 0$). В данном пределе уравнение (18) даёт

$$(\omega - k_z u)^2 = \frac{1}{2} A_b \sqrt{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \omega_{b0}^2 \gamma^{-3}. \quad (21)$$

Уравнение (21) определяет частоты быстрой и медленной волн плотности заряда ленточного пучка в вакууме. Уравнение легко решить, если плотность электронного

пучка мала. В таком случае, действуя методом последовательных приближений⁵, в правую часть уравнения можно подставить $\omega = k_z u$. Тогда для частот волн плотности заряда получим

$$\omega = k_z u \pm \sqrt{\frac{1}{2} A_b k_z \omega_b \gamma^{-2}}. \quad (22)$$

Если плотность пучка не мала, то частоты быстрой и медленной волн пространственного заряда не симметричны относительно линии $\omega = k_z u$. Кроме того, решение (22) применимо только при условии, что второй член в его правой части мал по сравнению с первым. Очевидно, что при уменьшении k_z это условие перестает выполняться. Мы в дальнейшем будем рассматривать только электронные пучки малой плотности, когда отмеченные особенности спектров волн плотности заряда пучка можно не учитывать.

Структура поля волн пространственного заряда пучка определяется функциями $\exp(\pm \sqrt{k_z^2 - \omega^2/c^2} x)$. Знак "плюс" берётся при $x < 0$, а знак "минус" — при $x > 0$. В случае пучка малой плотности указанные функции сводятся к $\exp(\pm k_z \gamma^{-1} x)$. Таким образом, волны плотности заряда пучка по координате x являются поперечными волнами.

Неустойчивость при вынужденном эффекте Черенкова в рассматриваемом резонаторе Фабри–Перо невозможна. Действительно, фазовая скорость волн (20) больше скорости света в пустоте, а поэтому уравнение $D_0(k_z u, k_z) = 0$, где дисперсионная функция D_0 определена в (19), не имеет решений. Отсюда, казалось бы, следует однозначный вывод: электронный пучок, распространяющийся в вакуумном канале в безграничном изотропном диэлектрике, устойчив. Однако данный вывод справедлив только в случае $u < c/\sqrt{\varepsilon_0}$. При выполнении противоположного неравенства возникает неустойчивость, в чём мы сейчас и убедимся. Законен вопрос, а при чём здесь среда с диэлектрической проницаемостью ε_0 . Действительно, собственных волн с фазовой скоростью $c/\sqrt{\varepsilon_0}$ в резонаторе нет, и пучок движется не в среде, а в вакуумном канале. Всё дело в волнах плотности заряда пучка. Поля этих волн на границах среды с диэлектрической проницаемостью ε_0 наводят электрические заряды на частоте, близкой к $k_z u$. Данные заряды возбуждают в областях $|x| > L$ электромагнитные волны, уходящие на бесконечность. Условием возбуждения таких уходящих волн как раз и является неравенство $u > c/\sqrt{\varepsilon_0}$. Уходящая на бесконечность волна определяется формулой (16). Такая волна не является собственной волной рассматриваемой слоистой электродинамической системы, но это реальная волна, которая возбуждается, отбирает у пучка энергию и уносит её на бесконечность.

Очевидно, что для реализации описанного выше процесса совсем не требуется наличие в среде с диэлектрической проницаемостью ε_0 канала $|x| < L$. Канал нужен в первую очередь для транспортировки пучка. К случаю отсутствия канала можно прийти, если в исходном дисперсионном уравнении (18) (до того как в нём $\varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\parallel}$ заменили на единицы) положить $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_0$ или устремить L к нулю. В результате указанных действий

⁵ Именно так были получены решения (4) и (5).

из уравнения (18) получается следующее уравнение:

$$(\omega - k_z u)^2 = \frac{1}{2} A_b \sqrt{k_z^2 - \frac{\varepsilon_0 \omega^2}{c^2} \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_0}}. \quad (23)$$

Основное отличие уравнения (23) от аналогичного уравнения (21) состоит в том, что в него вместо величины $\sqrt{k_z^2 - \omega^2/c^2}$ входит величина $\sqrt{k_z^2 - \varepsilon_0 \omega^2/c^2}$. Поскольку у волн плотности заряда пучка $\omega \approx k_z u$, то при выполнении неравенства $u > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ можно приближённо записать

$$\sqrt{k_z^2 - \frac{\varepsilon_0 \omega^2}{c^2}} \approx -ik_z \sqrt{\frac{\varepsilon_0 u^2}{c^2} - 1} \approx -i \left(\frac{\omega}{u} \right) \sqrt{\frac{\varepsilon_0 u^2}{c^2} - 1}. \quad (24)$$

Здесь при извлечении квадратного корня мы учли наличие у частоты ω положительной мнимой части. Поэтому в случае электронного пучка малой плотности решение уравнения (23) можно записать в виде

$$\omega(k_z) = k_z u + \frac{1}{2} (-1 + i) \sqrt{A_b k_z \sqrt{\frac{\varepsilon_0 u^2}{c^2} - 1} \frac{\omega_{b0} \gamma^{-3/2}}{\sqrt{\varepsilon_0}}}. \quad (25)$$

Положительная мнимая часть частоты (25) является инкрементом неустойчивости. Встаёт вопрос о том, как такую неустойчивость классифицировать. Её нельзя трактовать как вынужденный эффект Черенкова, поскольку собственных волн, находящихся в черенковском резонансе с пучком, в рассматриваемой слоистой системе нет (уравнение $D_0(k_z u, k_z) = 0$, где D_0 определена в (19), решений не имеет⁶). Кроме того, уравнение (23) не имеет ничего общего с "каноническим" для вынужденного эффекта Черенкова дисперсионным уравнением (1), а инкремент в формуле (25) по структуре кардинально отличается от инкремента (3). То, что дисперсионные уравнения (1) и (23) описывают разные физические процессы, хорошо видно, если в них перейти к пределу $\omega_b^2 \rightarrow 0$. Из уравнения (1) в этом пределе получается дисперсионное уравнение для спектров частот собственных волн электродинамической системы, а уравнение (23) при $\omega_b^2 = 0$ даёт только одночастичный спектр $\omega = k_z u$. Но это и понятно, поскольку в полубесконечном пространстве собственных волн нет (если только они не приходят из бесконечности)⁷. Есть только несобственные волны, которые при $x = 0$ возбуждаются и поддерживаются электронным пучком и уходят на бесконечность, отбирая у пучка энергию, затраченную на их возбуждение. Поэтому можно сделать однозначный вывод: пучковую неустойчивость, описываемую дисперсионным уравнением (23), следует классифицировать как диссипативно-излучательную неустойчивость, или эффект усиления на излучении.

Рассмотрим ещё результаты численного решения дисперсионного уравнения (23), а заодно, для сравнения, и уравнения (21). На рисунке 2 для пучка с током 100 А⁸, распространяющегося со скоростью $u = 2,5 \times 10^{10}$ см с⁻¹ в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = 2$, в зависимости от k_z построена величина $\delta\omega = \omega - k_z u$, яв-

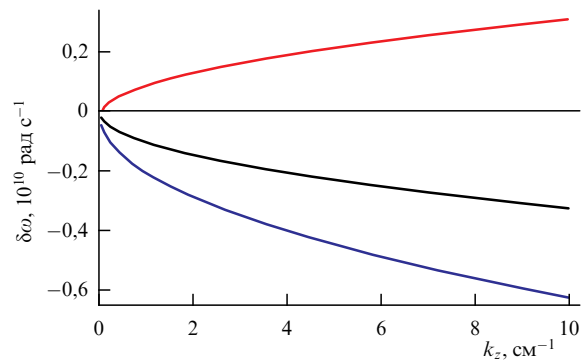


Рис. 2. Комплексный инкремент диссипативно-излучательной неустойчивости ($\text{Im } \omega$ — красный цвет, $\text{Re } \omega$ — чёрный цвет) и поправка к частоте медленной волны пучка (синий цвет).

ляющаяся комплексным инкрементом⁹ диссипативно-излучательной неустойчивости. На том же рисунке приведена вещественная величина $\delta\omega$ в медленной волне пространственного заряда такого же пучка, но движущегося в вакууме, полученная численным решением уравнения (21). Поскольку плотность пучка не очень велика, приведенные на рис. 2 кривые неплохо описываются второй формулой (21) и формулой (25).

Структура поля волн при диссипативно-излучательной неустойчивости даётся функциями $\exp(\pm i\kappa_0 x)$, где κ_0 определена в (17). Знак "плюс" берётся при $x > 0$, а знак "минус" — при $x < 0$. В случае пучка малой плотности указанные функции сводятся к $\exp(\pm ik_z \sqrt{\varepsilon_0 u^2/c^2 - 1} x)$. Таким образом, рассматриваемые волны являются объёмными, как это и должно быть в случае распространяющихся (излучаемых) волн (рис. 3а). В случае, когда неустойчивости нет (при $\varepsilon_0 = 1$), волна пучка является поверхностной волной (рис. 3б). Рисунок 3 построен для точки $k_z = 5$ см⁻¹ дисперсионных кривых на рис. 2. Затухание при $|x| \rightarrow \infty$ поля, представленного на рис. 3а, связано с запаздыванием переноса возмущений и обусловлено наличием у частоты положительной мнимой части.

Если вакуумный канал в диэлектрике есть, т.е. $L \neq 0$, то уравнение (18) лучше всего исследовать численно. Приближённое его аналитическое решение при малой плотности пучка получить не сложно¹⁰, но мы его здесь не приводим из-за громоздкости и неинформативности. Численное решение уравнения (18) для пучка с теми же параметрами, что в случае рис. 2, для нескольких значений ширины канала L представлено на рис. 4. Для сравнения на этом рисунке приведена комплексная поправка к частоте $\delta\omega$ для случая $L = 0$, взятая с рис. 2.

Видно, что при увеличении L инкремент неустойчивости уменьшается, это особенно заметно в области больших волновых чисел k_z . Причина в том, что поле медленной волны пространственного заряда пучка в вакуумной области системы убывает как $\exp(-k_z \gamma^{-1} |x|)$, где $|x| < L$ (рис. 3б). Поэтому чем больше произведение $k_z L$, тем меньше влияние пучка на границах диэлектрика

⁶ При $L = 0$ это уравнение сводится к $k_z \sqrt{\varepsilon_0 u^2/c^2 - 1} = 0$.

⁷ В безграничном пространстве собственные волны, конечно, есть. Они приходят из бесконечности одного знака, где расположен их источник, и уходят на бесконечность другого знака.

⁸ Это ток через поперечное сечение площадью $A_b \times 1$ см.

⁹ Собственно инкрементом неустойчивости является величина $\text{Im } \delta\omega$. Комплексным инкрементом мы здесь называем комплексную поправку к частоте $\delta\omega$.

¹⁰ Для этого во все члены уравнения, кроме черенковских знаменателей, следует вместо частоты ω подставить доплеровскую частоту $k_z u$.

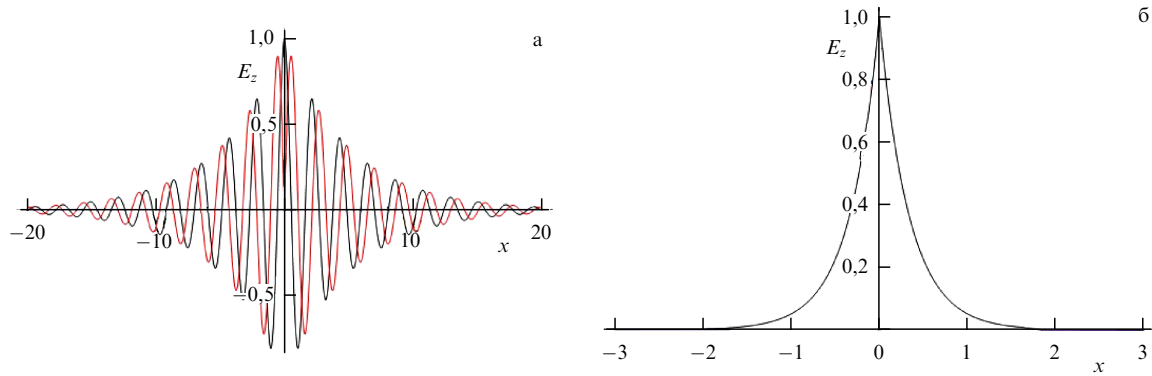


Рис. 3. Поле волн пучка: (а) при диссипативно-излучательной неустойчивости $\delta\omega = (-0,23 + 0,21i) \times 10^{10}$ рад с^{-1} ; (б) медленная волна $\delta\omega = -0,45 \times 10^{10}$ рад с^{-1} .

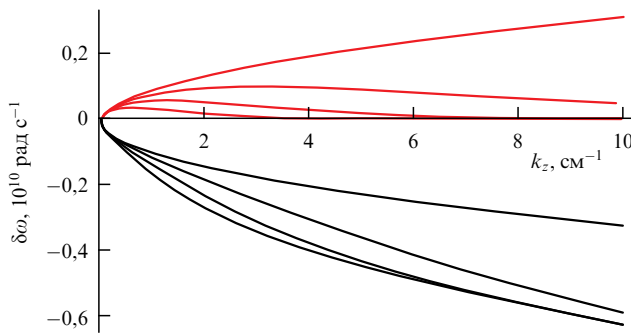


Рис. 4. Комплексный инкремент диссипативно-излучательной неустойчивости при распространении пучка в вакуумном канале: $\text{Im } \delta\omega$ — красный цвет, $\text{Re } \delta\omega$ — чёрный цвет; $L = 0, 0,2, 0,5, 1$ см — сверху вниз.

$x = \pm L$, на которых и происходит возбуждение пучком уходящих на бесконечность несобственных электромагнитных волн.

Максимальный инкремент диссипативно-излучательной неустойчивости достигается при отсутствии в диэлектрике канала для транспортировки пучка. Более того, инкремент неограниченно возрастает с ростом волнового числа k_z , что следует из формулы (25) и рис. 2. Казалось бы, выгодная ситуация для электроники СВЧ при решении проблемы получения электромагнитного излучения сколь угодно высокой частоты, причём в тех частотных диапазонах, в которых получение мощного излучения связано с определёнными техническими трудностями (например, в терагерцовом диапазоне). Однако эту проблему на основании приведённых выше результатов можно будет считать решённой, только если найдётся материальная среда с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_0 > c^2/u^2$, прозрачная для электронного пучка с током в десятки и сотни ампер. В противном случае для транспортировки пучка в диэлектрике обязательно должен быть проделан канал, а в нём обязательно будет иметь место поперечное затухание электромагнитного поля¹¹.

¹¹ При каналировании электронный пучок может транспортироваться без потерь по определённым направлениям в кристаллических диэлектрических средах [17, 18]. Однако эффект каналирования вряд ли может быть применён в электронике хотя бы умеренных мощностей. Тем не менее можно утверждать, что один из механизмов излучения пучка каналированных электронов основан на диссипативно-излучательной неустойчивости.

4. Вынужденное черенковское излучение и диссипативно-излучательная неустойчивость в слоистой системе с изотропной плазмой

Усложним теперь рассматриваемую слоистую электродинамическую систему, а именно: поместим в канал для транспортировки электронного пучка холодную электронную бесстолкновительную изотропную плазму с диэлектрической проницаемостью

$$\epsilon_{\perp} = \epsilon_{\parallel} = \epsilon_p = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (26)$$

где ω_p — ленгмюровская частота электронов плазмы¹². В дисперсионном уравнении (18) при этом будет $\chi_{\perp}^2 = k_z^2 - \epsilon_p \omega^2/c^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2 + \omega_p^2/c^2$, $\kappa = \chi_{\perp}$. Тогда при $\omega_{b0}^2 A_b = 0$ из уравнения (18) получается следующее дисперсионное уравнение плазменного резонатора Фабри–Перо:

$$\exp(-2\chi_{\perp} L) = \frac{\epsilon_p \chi_0^2 - \epsilon_0 \xi \chi_{\perp}}{\epsilon_p \chi_0^2 + \epsilon_0 \xi \chi_{\perp}}. \quad (27)$$

Это уравнение определяет дискретный набор собственных частот типа (20), с той лишь разницей, что из-за наличия в канале плазмы частоты смещаются вверх. Так, вместо (20) для вещественных частей частот имеют место формулы $\text{Re } \omega \approx (\omega_p^2 + k_z^2 c^2 + k_{\perp}^2 c^2)^{1/2}$.

Кардинально новым при наличии в канале изотропной плазмы является появление поверхностной волны, обусловленной границами раздела плазмы с диэлектриком. Частота поверхностной волны также определяется из дисперсионного уравнения (27). Считая, что выполнено неравенство $\omega_p c/L \gg 1$, получим из (27) дисперсионное уравнение для спектра частот поверхностной волны $\epsilon_p \chi_0 + \epsilon_0 \chi_{\perp} = 0$, из которого находим следующее выражение для квадрата частоты [4]:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \omega_p^2 + \frac{\epsilon_0 + 1}{2\epsilon_0} k_z^2 c^2 - \sqrt{\frac{1}{4} \omega_p^4 + \left(\frac{\epsilon_0 + 1}{2\epsilon_0}\right)^2 k_z^4 c^4 + \frac{\epsilon_0 - 1}{2\epsilon_0} \omega_p^2 k_z^2 c^2}. \quad (28)$$

¹² Плазму можно считать немагнитной, а пучок замагниченным полностью, если плотность плазмы велика по сравнению с плотностью пучка, а электронная циклотронная частота мала по сравнению с ленгмюровской частотой электронов плазмы. Кроме того, как было отмечено выше в сноске 2, для тонкого ленточного пучка требование замагниченности обязательным не является.

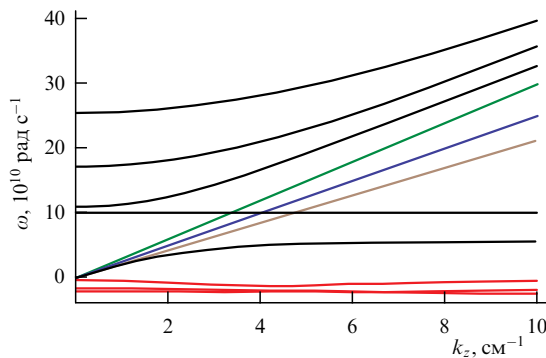


Рис. 5. Собственные частоты резонатора Фабри – Перо при наличии в канале плазмы: $\text{Re } \omega$ — чёрный цвет, $\text{Im } \omega$ — красный цвет, $\omega = k_z c$ — зелёный цвет, $\omega = k_z u$ — синий цвет, $\omega = k_z c / \sqrt{\epsilon_0}$ — коричневый цвет.

При уменьшении параметра $\omega_p c / L$ зависимость $\omega(k_z)$ у поверхностной волны становится более пологой, чем (28). В любом случае фазовая скорость поверхностной волны всегда меньше $c / \sqrt{\epsilon_0}$. Поскольку поверхностная волна не излучается, её затухание равно нулю.

Кроме того, при $\omega_{b0}^2 \Delta_b = 0$ из уравнения (18) следует также соотношение $\epsilon_p = 0$, которое является дисперсионным уравнением продольных волн в изотропной плазме. Частота продольной волны есть $\omega = \omega_p$, а компонента поля $E_z(x)$ может быть произвольной функцией координаты x , отличной от нуля только в области плазменного канала [18], что при $\epsilon_{\perp} = \epsilon_{\parallel} = \epsilon_p = 0$ следует из уравнения (11).

Общая структура дисперсионных кривых безграничной диэлектрической среды с каналом, заполненным изотропной плазмой, представлена на рис. 5. Взяты следующие параметры слоистой системы: $L = 1$ см, $\epsilon_0 = 2$, $\omega_p = 10^{11}$ рад с $^{-1}$. Порядок следования дисперсионных кривых снизу вверх следующий: дисперсионная кривая поверхностной волны, прямая $\omega = \omega_p$, три дисперсионные кривые электромагнитных мод с $n = 0, 1, 2$. Также на рисунке проведены: световая прямая $\omega = k_z c$, линия черенковского резонанса $\omega = k_z u$, световая прямая диэлектрика $\omega = k_z c / \sqrt{\epsilon_0}$. Как видно из рис. 5, в области скоростей пучка $u \in (c / \sqrt{\epsilon_0}, c)$, в которой возможна диссипативно-излучательная неустойчивость, имеется ещё и черенковский резонанс пучка с продольной волной плазмы $\omega_p = k_z u$. Черенковский резонанс с поверхностной волной возможен только при $u < c / \sqrt{\epsilon_0}$, т.е. вне области диссипативно-излучательной неустойчивости.

Чтобы исследовать черенковский резонанс пучка с продольной ленгмюровской волной в чистом виде, т.е. без примеси диссипативно-излучательной неустойчивости, в уравнении (18) следует осуществить предельный переход $L \rightarrow \infty$ или положить $\epsilon_0 = \epsilon_p$. В результате получим следующее уравнение:

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{1}{2} \Delta_b \chi_p \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} = 0, \quad \chi_p^2 = k_z^2 - \frac{\epsilon_p \omega^2}{c^2}, \quad (29)$$

описывающее черенковское взаимодействие тонкого ленточного замагниченного пучка с безграничной изотропной электронной плазмой. Уравнение (29) имеет вид уравнения (1) с $D_0(\omega, k_z) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$. Если в уравнении (29) коэффициент $\Delta_b \chi_p / 2$ заменить единицей, то получится "классическое" дисперсионное уравнение, при рас-

смотрении которого и было открыто явление пучковой неустойчивости в плазме [20, 21]. Однако указанная замена вряд ли правомочна. Действительно, при черенковской неустойчивости $\omega \approx k_z u$, поэтому $\chi_p^2 \approx \gamma^{-2} \omega^2 / u^2 + \omega_p^2 / c^2$. Далее, поскольку при неустойчивости на плазменной волне $\omega \approx \omega_p$, то в случае релятивистского пучка будет $\chi_p \approx \omega_p / c$. Таким образом, в уравнение (29) входит параметр $\Delta_b \omega_p / c$, равный отношению толщины пучка к глубине проникновения поперечного электромагнитного поля в плазму.

При выполнении неравенства

$$\mu = \Delta_b \frac{\omega_p}{c} \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{\omega_p^2} \ll 1 \quad (30)$$

решение уравнения (29) имеет вид $\omega = k_z u + \delta \omega$, где

$$\delta \omega(k_z) = \begin{cases} ik_z u \sqrt{\frac{\mu}{2}}, & k_z u \ll \omega_p, \\ \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \omega_p \sqrt[3]{\frac{\mu}{2}}, & k_z u = \omega_p. \end{cases} \quad (31)$$

Первое выражение (31) даёт инкремент нерезонансной (апериодической) пучковой неустойчивости, обусловленной отрицательностью диэлектрической проницаемости плазмы при $\omega \approx k_z u < \omega_p$ (неустойчивость типа отрицательной массы [5]), второе определяет инкремент резонансной неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова. Заметим, дисперсионное уравнение (29) можно решать и относительно комплексного волнового числа k_z при вещественной частоте ω , определяя тем самым коэффициент усиления волн (пространственный инкремент). При этом на частоте $\omega = \omega_p$ коэффициент усиления окажется бесконечно большим. Последнее связано с независимостью дисперсионного уравнения $D_0(\omega, k_z) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ от волнового числа. Бесконечность коэффициента усиления легко устраняется, например, учётом пространственной дисперсии плазмы, обусловленной тепловым движением электронов. При её учёте $D_0(\omega, k_z) = 1 - \omega_p^2 / (\omega^2 - k_z^2 V_{Te}^2)$, где V_{Te} — тепловая скорость электронов [6]. Если выполнено неравенство $V_{Te} \ll u$, то при решении дисперсионного уравнения (29) относительно частоты ω учёт пространственной дисперсии не важен, поскольку приводит к несущественным поправкам.

Рассмотрим теперь результаты решения дисперсионного уравнения (18) при конечном значении ширины плазменного канала. Чтобы уменьшить число свободных параметров, которых из-за плазмы стало на один больше, чем прежде, используем безразмерные переменные: безразмерную частоту ω / ω_p и безразмерное волновое число $k_z c / \omega_p$. Тогда основным в теории будет всего один параметр

$$\sigma = \frac{L \omega_p}{c}, \quad (32)$$

равный отношению полутолщины плазмы к глубине проникновения поперечного поля в плазму. Ещё один параметр (30) большой роли не играет. Полагаем его равным 0,001. Зафиксируем также $\epsilon_0 = 2$ и $u/c = 2,5/3$.

На рисунке 6 для разных значений параметра (32), т.е. при различных толщинах плазменного канала, или при различных плотностях плазмы, в зависимости от безразмерного волнового числа построены безразмерные комплексные инкременты пучковой неустойчивости. Инкре-

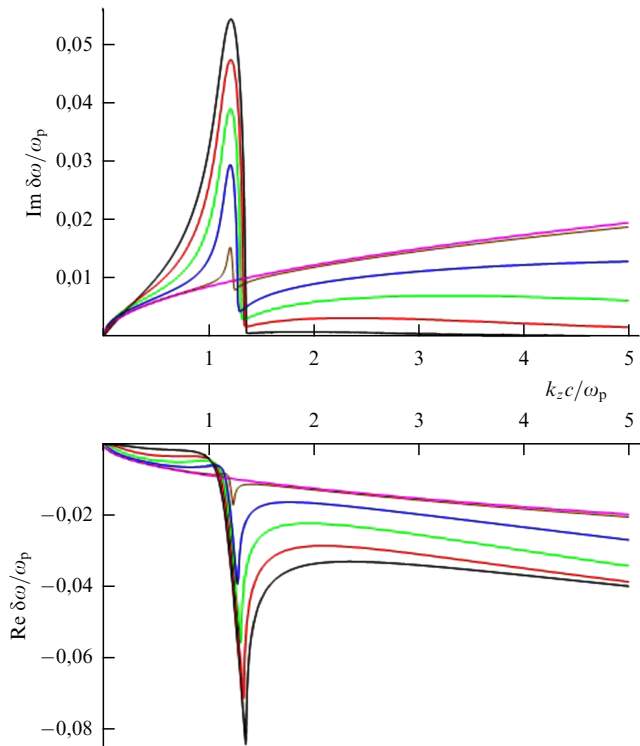


Рис. 6. Комплексные инкременты неустойчивости электронного пучка в однородном диэлектрике с плазменным каналом: $\sigma = 1$ — чёрный цвет, 0,5 — красный, 0,25 — зелёный, 0,1 — синий, 0,01 — коричневый, 0,0 — фиолетовый.

менты $\text{Im } \omega$ имеют уединённые резкие максимумы при $k_z c/\omega_p \approx 1,2$, что, как легко посчитать, соответствует точке черенковского резонанса $k_z u/\omega_p = 1$. Таким образом, указанные максимумы инкремента обусловлены вынужденным эффектом Черенкова на ленгмюровской волне $\omega = \omega_p$. Причём при уменьшении параметра (32) инкременты неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова уменьшаются, а при $\sigma = 0$ (фиолетовая кривая) этого инкремента нет вообще. И наоборот, при $\sigma = 1$ (чёрная кривая) инкремент неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова максимален и при дальнейшем увеличении параметра σ практически уже не растёт. Случай $\sigma = 1$ и больше соответствует неустойчивости, описываемой дисперсионным уравнением (29) и формулами (31). Однако помимо резонансной неустойчивости на ленгмюровской волне при вынужденном эффекте Черенкова представленные на рис. 6 зависимости описывают ещё и другую неустойчивость. Действительно, в области $k_z u/\omega_p > 1$, когда никакой резонансной черенковской неустойчивости быть не может, инкремент неустойчивости есть и достаточно велик. Причём в области $k_z u/\omega_p > 1$ инкремент является плавной функцией частоты, что свидетельствует о нерезонансном характере неустойчивости. Это и есть диссипативно-излучательная неустойчивость, или усиление на излучении. При малых значениях параметра (32) диссипативно-излучательная неустойчивость доминирует, а при больших значениях данного параметра доминирует вынужденный эффект Черенкова¹³.

¹³ Слабые признаки диссипативно-излучательной неустойчивости на рис. 5 прослеживаются и при $\sigma = 1$, но уже при $\sigma = 2$ на графике эти признаки отсутствуют полностью.

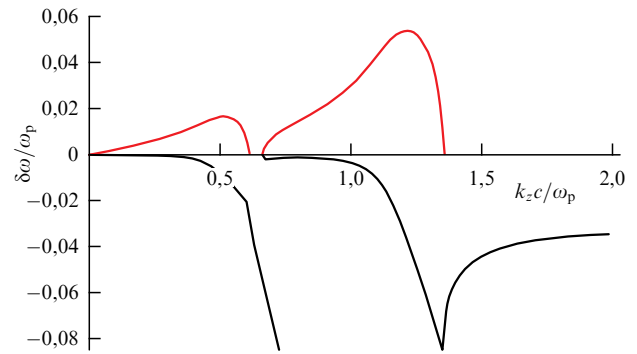


Рис. 7. Комплексные инкременты резонансных черенковских неустойчивостей при вынужденном эффекте Черенкова на поверхностной волне и на объёмной ленгмюровской волне при $\sigma = 1$.

Встаёт вопрос, почему с ростом параметра (32) роль диссипативно-излучательной неустойчивости уменьшается, а при $\sigma \rightarrow \infty$ она полностью пропадает. Дело в том, что волновое число поперечной волны в плазме есть $k_x = \sqrt{\epsilon_p \omega^2/c^2 - k_z^2}$. При этом для $\omega \approx k_z u$ будет

$$k_x = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2}} \approx i \sqrt{k_z^2 \gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{c^2}},$$

т.е. волна при удалении от пучка затухает. Плазма экранирует поле высокочастотного пространственного заряда пучка, причём тем сильнее, чем больше толщина плазмы L . Поэтому при $L \rightarrow \infty$ диссипативно-излучательная неустойчивость отсутствует, а при большом, но конечном L её инкремент пропорционален $\exp(-\sigma)$, т.е. экспоненциально мал. Заметим, что при учёте теплового движения электронов в бесстолкновительной плазме имеется ещё один механизм пространственного затухания поперечных волн — аномальный скин-эффект [6]. Аномальный скин-эффект является определяющим в низкочастотной области, когда $|\omega| \ll k V_{Te}$. В нашем случае $\omega \approx k_z u$ и $V_{Te} \ll u$ аномальный скин-эффект роли не играет.

Ранее отмечалось, что присутствие в канале немагнитной плазмы приводит к появлению в слоистой системе поверхностной волны, локализованной на границах раздела диэлектрика с плазмой. Как следует из формулы (28), фазовая скорость этой волны не превосходит $c/\sqrt{\epsilon_0}$ ¹⁴, поэтому сверхсветовым пучком она возбуждена быть не может. Чтобы исследовать возбуждение поверхностной волны, рассмотрим случай досветового электронного пучка $u < c/\sqrt{\epsilon_0}$. В данном случае диссипативно-излучательная неустойчивость отсутствует, но возможно резонансное черенковское возбуждение и поверхностной волны, и объёмной ленгмюровской волны. Чтобы не изменять параметры электронного пучка, положим при решении дисперсионного уравнения (18) $\epsilon_0 = 1$. Результат для случая $\sigma = 1$ представлен на рис. 7.

Видны две области волновых чисел, в которых мнимая часть частоты положительная, т.е. имеет место пучковая неустойчивость (красные линии). Левая область связана с неустойчивостью на поверхностной волне, а

¹⁴ Формула (28) получена в пределе $\sigma \rightarrow \infty$. При конечном σ дисперсионная кривая поверхностной волны проходит ниже кривой, определяемой формулой (28).

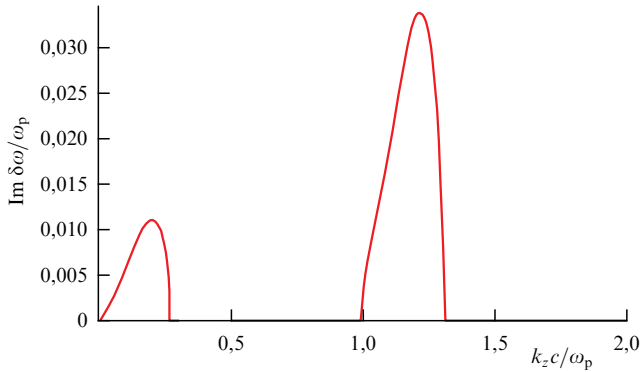


Рис. 8. Инкременты резонансных черенковских неустойчивостей на поверхностной волне и на объёмной ленгмюровской волне при $\sigma = 0,2$.

правая — с неустойчивостью на объёмной ленгмюровской волне. Примечательно, что за неустойчивости на указанных волнах отвечают два разных независимых решения дисперсионного уравнения (18). Действительно, какая-либо связь между этими решениями из рис. 7 не прослеживается (видны две непересекающиеся комплексные кривые $\delta\omega(k_z)$). А вот в случае вынужденного эффекта Черенкова на объёмной ленгмюровской волне и диссипативно-излучательной неустойчивости имеется единое решение (на рис. 6 видна одна непрерывная кривая $\delta\omega(k_z)$), которое в разных диапазонах волновых чисел описывает либо одну, либо другую неустойчивость.

На рисунке 8 изображены безразмерные инкременты тех же неустойчивостей, что и на рис. 7, но для случая $\sigma = 0,2$. Видно, что область неустойчивости на поверхностной волне стала уже и сместилась влево, а инкремент стал меньше. Это обусловлено тем, что при уменьшении параметра σ уменьшается и частота поверхностной волны, а при $\sigma \rightarrow 0$ поверхностная волна вообще пропадает. Сужение области неустойчивости и уменьшение инкремента наблюдается и при неустойчивости на объёмной ленгмюровской волне. Заметим, что, в отличие от формулы (31) и случая, показанного на рис. 6, нижняя граница области неустойчивости на объёмной ленгмюровской волне не равна нулю, и она тем выше, чем меньше параметр σ . Так происходит из-за исчезновения области нерезонансной (аперiodической) неустойчивости, что обусловлено изменением знака эффективной диэлектрической проницаемости слоистой системы в области низких частот.

5. Вынужденное черенковское излучение и усиление на излучении в слоистой системе с сильно анизотропной плазмой

Рассмотрим ещё случай, когда плазма в канале полностью замагничена. Этот случай имеет значительный практический интерес, поскольку большинство созданных на сегодняшний день в плазменной СВЧ-электронике мощных источников электромагнитного излучения работают на волнах плазмы в сильном внешнем магнитном поле [22–24]. Как будет видно из дальнейшего, случаи незамагниченной (см. раздел 4) и полностью замагниченной плазмы кардинально отличаются друг от друга. Промежуточный случай — плазма в конечном внешнем магнитном поле — применительно к нашей

проблематике очень сложен, и его рассмотрение выходит за рамки данной работы. Принято считать, что при $\Omega_e < \omega_p$, где Ω_e — электронная циклотронная частота, в области частот $\Omega_e < \omega < \omega_p$ плазму можно считать незамагниченной. Наоборот, при $\Omega_e > \omega_p$ в первом приближении плазму можно считать замагниченной полностью. В случае полностью замагниченной плазмы $\varepsilon_{\perp} = 1$, $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_p$, а ε_p определена в (26). При этом в уравнении (18) будет $\chi_{\perp}^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2$, $\kappa = (\chi_{\perp}^2 \varepsilon_p)^{1/2}$. При $\omega_{b0}^2 A_b = 0$ из (18) получаем следующее уравнение для собственных частот резонатора Фабри–Перо, образованного слоем полностью замагниченной плазмы:

$$\exp\left(-2\sqrt{\chi_{\perp}^2 \varepsilon_p} L\right) = \frac{\chi_0^2 \sqrt{\chi_{\perp}^2 \varepsilon_p - \varepsilon_0 \xi \chi_{\perp}^2}}{\chi_0^2 \sqrt{\chi_{\perp}^2 \varepsilon_p + \varepsilon_0 \xi \chi_{\perp}^2}}. \quad (33)$$

Уравнение (33) имеет решения только в областях частот и волновых чисел, определяемых неравенством

$$-\chi_{\perp}^2 \varepsilon_p = -\left(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \equiv k_x^2 > 0. \quad (34)$$

Неравенство (34) удовлетворено в двух областях частот и волновых чисел. Первой области

$$\omega > \max(\omega_p, k_z c) \quad (35)$$

принадлежат решения уравнения (33), похожие на решения, изображённые в области (35) на рис. 5. Такие решения нас не интересуют, поскольку описывают электромагнитные волны с фазовыми скоростями, превосходящими скорость света в вакууме. Во второй области

$$\omega < \min(\omega_p, k_z c) \quad (36)$$

расположены решения, описывающие так называемые косые ленгмювские волны [3, 25]. Введённая в (34) величина k_x есть поперечное волновое число собственной волны резонатора Фабри–Перо. Это число определяется толщиной плазменного слоя. Справедлива формула

$$k_x = k_{\perp n} = \frac{\pi}{L}(n + a_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (37)$$

где величины a_n незначительно отличаются от $1/2$ (см. (20)). Комплексная дисперсионная кривая основной ($n = 0$) моды косой ленгмювской волны изображена на рис. 9. Причём мнимая часть частоты (красная кривая) представлена увеличенной в 10 раз. Все остальные атрибуты рис. 9 такие же, как у рис. 5. Дисперсионные кривые более высоких ($n \geq 1$) мод косой ленгмювской волны (на рисунке не показаны) расположены ниже дисперсионной кривой основной моды.

Структура поля косых ленгмювских волн, как это видно из (34) и формулы (15), определяется осциллирующими функциями $\exp(\pm i k_x x)$, что соответствует волне объёмной в слое плазмы. Поэтому предельный переход $L \rightarrow \infty$, из-за осциллирующего поведения экспоненциального множителя $\exp(-2\kappa L)$, в дисперсионном уравнении (18) не очевиден. Однако если учитывать наличие у частоты ω положительной мнимой части, то множитель $\exp(-2\kappa L)$ при $L \rightarrow \infty$ будет стремиться к нулю. Что касается положительной мнимой части у частоты, то в общем случае она обусловлена принципом причинности,

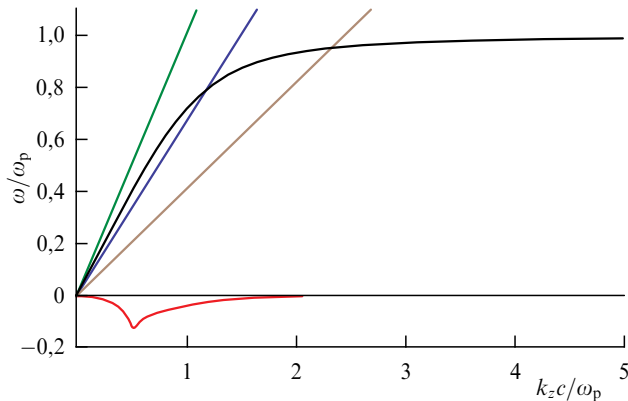


Рис. 9. Основная мода кривой ленгмюровской волны: вещественная часть частоты — чёрный цвет, мнимая часть частоты — красный цвет.

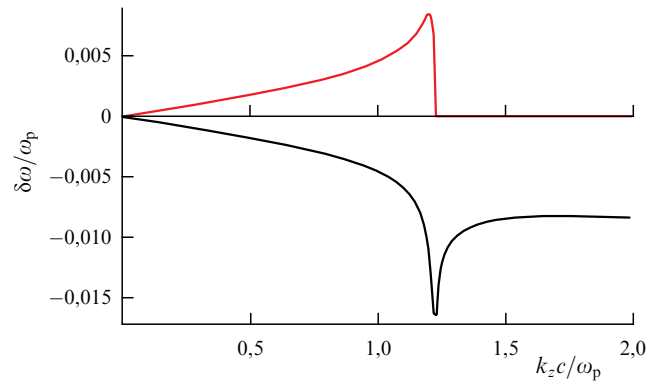


Рис. 10. Комплексный инкремент черенковской неустойчивости тонкого ленточного электронного пучка в полностью замагниченной безграничной плазме.

а в нашем конкретном случае она связана с пучковой неустойчивостью. Таким образом, в результате предельного перехода $L \rightarrow \infty$ из уравнения (18) получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{1}{2} A_b \sqrt{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}} = 0, \quad (38)$$

описывающее черенковское взаимодействие тонкого ленточного электронного пучка с полностью замагниченной безграничной плазмой при движении пучка вдоль внешнего магнитного поля. К уравнению (38) можно прийти и без предельного перехода, а напрямую: для этого следует с учётом (14) подставить в граничное условие (12) $E_z(x) = A \exp(ik_x x)$, где волновое число k_x определено в (34).

Хотя уравнение (38) имеет не совсем обычный вид (корневая зависимость от диэлектрической проницаемости плазмы), решается оно обычным образом. Решение ищется в виде $\omega = k_z u + \delta\omega$, где $|\delta\omega| \ll k_z u$. В результате несложных вычислений получаются следующие выражения для комплексных инкрементов:

$$\delta\omega = \frac{-1 + i}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} A_b k_z \omega_b^2 \gamma^{-4} \frac{k_z u}{\omega_p} \right)^{1/2}, \quad k_z u \ll \omega_p, \quad (39a)$$

$$\delta\omega = \exp\left(\frac{i4\pi}{5}\right) \left(\frac{1}{2} A_b k_z \omega_b^2 \gamma^{-4} \sqrt{\frac{\omega_p}{2}} \right)^{2/5}, \quad k_z u = \omega_p^{15}. \quad (39b)$$

Результат численного решения уравнения (38) при $\mu = 0,0001$ и $u/c = 2,5/3$ представлен на рис. 10. Имеет место хорошее согласие с аналитическими формулами (39).

Попытаемся классифицировать неустойчивость, описываемую дисперсионным уравнением (38). При $L \rightarrow \infty$ величина k_x в (34) есть волновое число кривой ленгмюровской волны, уходящей на бесконечность, а из (37) следует, что волновое число k_x может быть любым (хотя $L^{-1} \rightarrow 0$, но номер n может быть сколь угодно большим). Подставляя в (34) $\omega = k_z u$, имеем

$$k_x = k_z \gamma^{-1} \sqrt{\frac{\omega_p^2}{k_z^2 u^2} - 1}. \quad (40)$$

Из (40) следует, что излучение на бесконечность через плазменное полупространство возможно только при $k_z u \approx \omega < \omega_p$. Поэтому при $k_z u > \omega_p$ инкремент неустойчивости на рис. 10 обращается в нуль. Формула (40) позволяет связать механизм неустойчивости с излучением на бесконечность косых плазменных волн, возбуждаемых пучком, т.е. классифицировать неустойчивость как диссипативно-излучательную неустойчивость. Такой вывод согласуется со структурой дисперсионного уравнения (38) и с тем, что в полуограниченной плазме волна (34) собственной волной не является. Ситуация оказалась иной, чем была в случае изотропной плазмы. Там неустойчивость со вторым инкрементом (31) мы однозначно связали вынужденным эффектом Черенкова. Дело в том, что данная неустойчивость развивается на продольной ленгмюровской волне $\omega = \omega_p$. Но такая волна, в отличие от кривой ленгмюровской волны плазменного полупространства в сильном магнитном поле, является собственной волной и, кроме того, она не излучается (продольная волна холодной плазмы вообще не переносит энергию, поскольку имеет нулевую групповую скорость).

Как в случае изотропной плазмы так и в случае полностью замагниченной плазмы при $L \rightarrow \infty$ какой-либо пучковой неустойчивости в области волновых чисел, определяемой неравенством $k_z u > \omega_p$, нет (см. рис. 10 и чёрную кривую на рис. 6). Дело в том, что в области частот $\omega > \omega_p$ в вышеназванных плазмах излучаемые электромагнитные волны с фазовыми скоростями, меньшими скорости света c , отсутствуют. Диэлектрическая же среда, в которой при $u > c/\sqrt{\epsilon_0}$ имеются волны с фазовыми скоростями, близкими к u , при $L \rightarrow \infty$ находится слишком далеко от пучка. Иное дело случай конечных размеров плазменного канала L . В этом случае в диэлектрике возбуждаются излучаемые не собственные электромагнитные волны, уносящие энергию пучка на бесконечность. В результате в области $k_z u > \omega_p$ появляется диссипативно-излучательная неустойчивость.

При конечном L сказываются и резонаторные свойства рассматриваемой слоистой системы: в плазменном слое формируются квазистоячие в направлении x волны с волновыми числами (37), т.е. проявляются собственные моды резонатора Фабри–Перо. Собственные моды, формируемые косыми ленгмюровскими волнами, могут

¹⁵ $\exp(i4\pi/5) \approx -0,81 + 0,59i$.

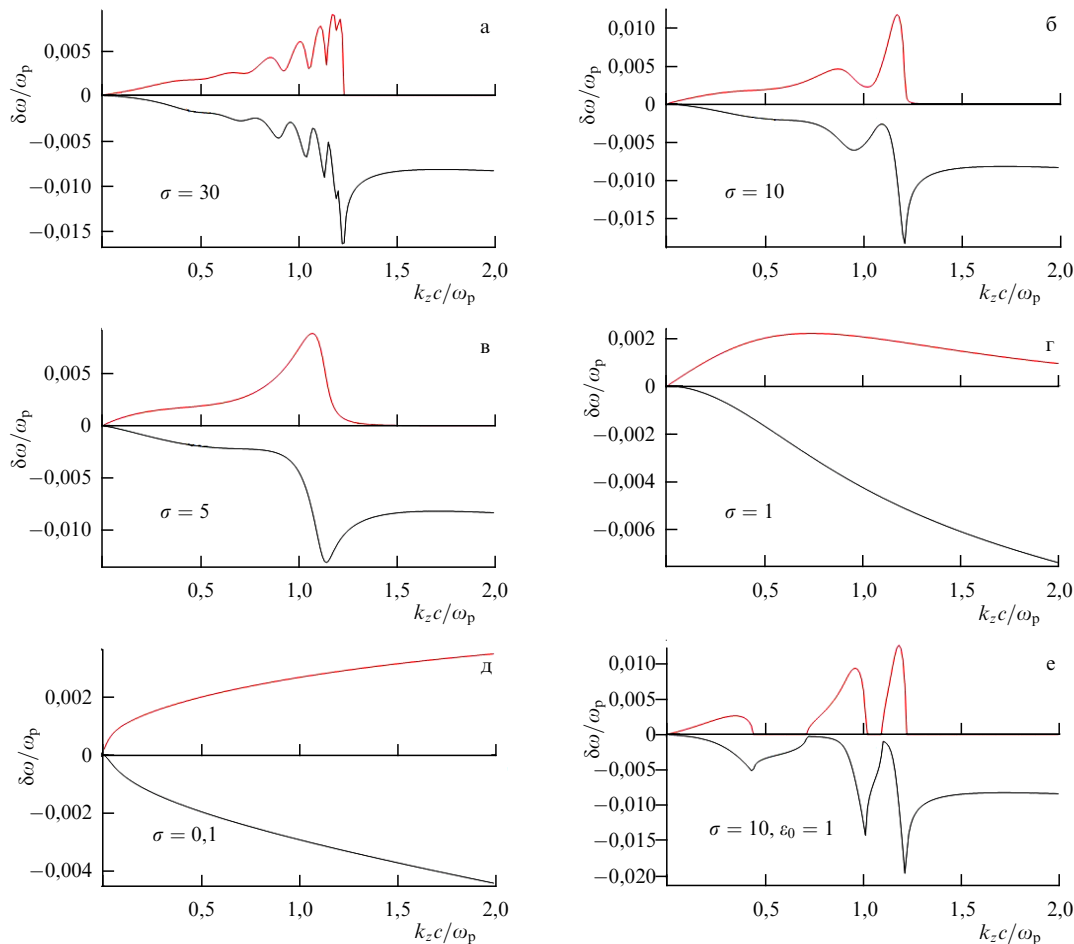


Рис. 11. Инкременты пучковой неустойчивости в диэлектрической системе со слоем замагниченной плазмы.

быть в черенковском резонансе с пучком¹⁶. Подставляя в (34) поперечные волновые числа (37) и продольное волновое число $k_z = \omega/u$, для резонансных частот находим

$$\omega = \sqrt{\omega_p^2 - k_{\perp n}^2 u^2 \gamma^2}. \quad (41)$$

На данных частотах должна проявляться неустойчивость при вынужденном эффекте Черенкова, которая каким-то образом будет накладываться на диссипативно-излучательную неустойчивость. При уменьшении ширины канала L числа $k_{\perp n}$ растут и число резонансов (41) уменьшается, а начиная с какого-то L резонансы вообще пропадают. При этом неустойчивость при вынужденном эффекте Черенкова исчезает, а остаётся только диссипативно-излучательная неустойчивость.

На рисунке 11 для различных значений параметра σ представлены расчётные комплексные инкременты неустойчивостей при распространении ленточного пучка в канале с полностью замагниченной плазмой, полученные численно из уравнения (18). Чтобы резонансные эффекты проявлялись более отчётливо, параметр (30) в расчётах был взят на порядок меньшим, чем при решении уравнения (18) для случая изотропной плазмы в канале, $\mu = 0,0001$. При $\sigma = 30$ (рис. 11а) достаточно отчётливо выделились пять локальных максимумов инкремента.

Эти максимумы связаны с вынужденным эффектом Черенкова на различных модах косої ленгмюровской волны с номерами от нуля до 4 или 5. При увеличении σ число максимумов будет расти. При $\sigma = \infty$ они сольются и комплексный инкремент станет таким, как показано на рис. 10. При уменьшении σ число резонансных максимумов становится меньше: рис. 11б — два максимума, рис. 11в — один максимум. При ещё меньших значениях параметра σ резонансные максимумы инкремента пропадают (рис. 11г, д).

В случаях $\sigma = 1$ и $\sigma = 0,1$ (рис. 11г, д) неустойчивость имеет только диссипативно-излучательную природу. Зависимости, представленные на рис. 11д, имеют такой же вид, что и соответствующие зависимости на рис. 2 (отличия по числам связаны с тем, что расчёты проводились при разных μ). В остальных случаях (рис. 11а–в) мы имеем дело одновременно с двумя неустойчивостями: диссипативно-излучательной неустойчивостью и неустойчивостью при вынужденном эффекте Черенкова. Причём их вклад в общий инкремент зависит от волнового числа k_z . Чтобы убедиться в одновременном присутствии двух неустойчивостей, был проведён специальный расчёт той же системы, но в условиях, когда одна из неустойчивостей отсутствует. Было положено $\varepsilon_0 = 1$. При этом диссипативно-излучательная неустойчивость невозможна, а неустойчивость при вынужденном эффекте Черенкова остаётся в неизменном виде. Результат представлен на рис. 11е. Мы видим те же резонансные

¹⁶ Эти волны являются стоячими в направлении x и бегущими в направлении z .

максимумы, что и на рис. 11б, но в промежутках между ними инкремент равен нулю, что как раз и обусловлено отсутствием вклада от диссипативно-излучательной неустойчивости. Вообще, чем меньше параметр σ (32), тем больше роль диссипативно-излучательной неустойчивости. Но это и понятно — чем меньше σ , тем меньше расстояние L от пучка до диэлектрика.

Имеется ещё одна неустойчивость, которая в принципе возможна в системе со слоем полностью замагниченной плазмы, — это резонансная неустойчивость при вынужденном эффекте Черенкова в диссипативной системе, когда диссипация обусловлена излучением. Как видно из рис. 9, в той области волновых чисел, где имеется черенковский резонанс электронного пучка с косой ленгмюровской волной, косая ленгмюровская волна затухает, поскольку излучается через границы слоя $x = \pm L$. Таким образом, оказывается возможным вынужденный эффект Черенкова на собственной затухающей волне электродинамической системы. Приведём необходимые сведения о такой неустойчивости, основываясь на общем дисперсионном уравнении (1) [13].

Если дисперсионная функция комплексная $D_0 = D'_0 + iD''_0$ и выполнено условие черенковского резонанса $D'_0(k_z u, k_z) = 0$, то, полагая $\omega = \omega_0 + \delta\omega$ и $k_z = k_{z0}$, из дисперсионного уравнения (1) несложно получить следующее уравнение для комплексного инкремента $\delta\omega$:

$$\delta\omega^2 \left(iD''_0 + \delta\omega \frac{\partial D'_0}{\partial \omega} \right) - \alpha\omega_b^2 = 0. \quad (42)$$

При выполнении неравенства

$$|D''_0| \ll \left| \delta\omega \frac{\partial D'_0}{\partial \omega} \right| \quad (43)$$

из уравнения (42) получается выражение (3) (с заменой D_0 на D'_0), определяющее инкремент обычной неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова. При выполнении противоположного неравенства из уравнения (42) имеем

$$\delta\omega = \pm \sqrt{\frac{i\alpha\omega_b^2}{D''_0}}. \quad (44)$$

Величина (44) с положительной мнимой частью и есть инкремент резонансной неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова в диссипативной системе. Условием существования такого эффекта является неравенство, противоположное (43), которое, с учётом (44), сводится к следующему:

$$|D''_0|^3 \gg \alpha\omega_b^2 \left(\frac{\partial D'_0}{\partial \omega} \right)^2. \quad (45)$$

Встаёт вопрос, не эта ли неустойчивость реализуется в максимумах инкремента, представленного на рис. 11а. Прямая проверка неравенства (45) из-за сложности левой части дисперсионного уравнения (18) затруднительна. Возможны косвенные соображения, основанные на том, что декремент затухания косой ленгмюровской волны слишком мал. На рисунке 9 данный декремент (красная линия) изображён увеличенным в 10 раз, поскольку иначе его вообще было бы трудно отобразить графически. Скорее всего, в рассмотренных нами случаях реали-

зуется обыкновенный вынужденный эффект Черенкова, а не диссипативный.

6. Предельный переход от волновода к безграничной системе

Поместим рассматриваемую нами слоистую систему в плоский волновод, образованный идеально проводящими плоскостями $x = \pm L_\infty$, где $L_\infty > L$. Вывод дисперсионного уравнения для частот собственных волн такого волновода осуществляется по той же схеме, что и уравнения (18), с той только разницей, что вместо решения (16) следует взять такое решение:

$$E_z = C \sinh [\xi(L_\infty - x)], \quad L < x < L_\infty. \quad (46)$$

Здесь учтено равенство нулю компоненты поля E_z на идеально проводящих стенках волновода. После стандартных выкладок получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{(\varepsilon_\perp \kappa \chi_0^2 - \varepsilon_0 \xi \chi_\perp^2 G) - (\varepsilon_\perp \kappa \chi_0^2 + \varepsilon_0 \xi \chi_\perp^2 G) \exp(-2\kappa L)}{(\varepsilon_\perp \kappa \chi_0^2 - \varepsilon_0 \xi \chi_\perp^2 G) + (\varepsilon_\perp \kappa \chi_0^2 + \varepsilon_0 \xi \chi_\perp^2 G) \exp(-2\kappa L)} = \\ & = \frac{1}{2} A_b \frac{\chi_\perp^2}{\kappa \varepsilon_\perp} \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}, \end{aligned} \quad (47)$$

где

$$G = -\coth [\xi(L_\infty - L)]. \quad (48)$$

Несложно показать, что в пределе $L_\infty \rightarrow \infty$ величина (48) обращается в единицу и уравнение (47) переходит в уравнение (18). Заметим, что, осуществляя этот предельный переход, необходимо считать, что в соответствии с принципом причинности частота ω имеет положительную мнимую часть. Затем полученное в результате предельного перехода уравнение следует аналитически продолжить на нижнюю полуплоскость комплексной плоскости ω , чтобы получить полный эквивалент уравнения (18).

Между уравнениями (47) и (18) имеется существенное различие: нули левой части уравнения (47) определяют вещественные частоты незатухающих собственных волн волновода, а нули левой части уравнения (18) определяют комплексные частоты затухающих собственных волн резонатора Фабри–Перо. Проиллюстрируем сказанное на примере. На рисунке 12 изображены дисперсионные кривые собственных волн диэлектрического волновода при наличии в диэлектрике вакуумного канала. Параметры волновода следующие: $L_\infty = 2$ см, $L = 1$ см, $\varepsilon_0 = 2$. Видно большое количество дисперсионных кривых собственных мод волновода, начиная от ТЕМ-моды (самая нижняя кривая) и заканчивая модой E_n с номером $n = 11$. В коротковолновой области фазовые скорости всех этих мод выходят на значение $c/\sqrt{\varepsilon_0}$, а поэтому при сверхсветовом движении пучка возможен черенковский резонанс пучка со всеми модами волновода. Комплексные частоты собственных волн резонатора Фабри–Перо, образованного плоским вакуумным каналом в диэлектрике, определены формулами (20). Очевидно, что черенковский резонанс пучка с такими волнами невозможен.

Особенно заметным различие между уравнениями (47) и (18) оказывается в случае $L = 0$, т.е. при отсутствии

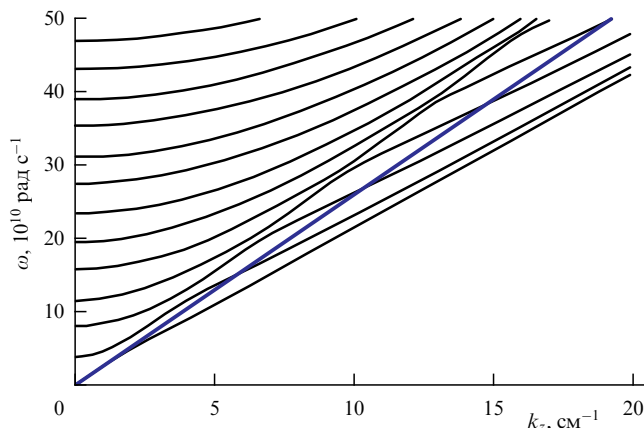


Рис. 12. Дисперсионные кривые диэлектрического волновода с вакуумным каналом; линия черенковского резонанса $\omega = k_z u$, $u/c = 2,5/3$ (синий цвет).

в диэлектрике канала для транспортировки пучка. В этом случае резонатора вообще нет, а волновод и собственные волны волновода имеются. Полагая в уравнении (47) $L = 0$ (или $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_0$), получим дисперсионное уравнение, определяющее комплексные частоты однородного диэлектрического волновода с тонким ленточным электронным пучком:

$$\xi \cosh(\xi L_{\infty}) = \sinh(\xi L_{\infty}) \chi_0^2 \frac{1}{2} A_b \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_0 (\omega - k_z u)^2}. \quad (49)$$

Уравнение (49) имеет вид общего дисперсионного уравнения (1). Нули его левой части, т.е. корни уравнения $\xi \cosh(\xi L_{\infty}) = i\kappa_0 \cos(\kappa_0 L_{\infty}) = 0$, определяют частоты собственных волн волновода без пучка

$$\omega = \sqrt{k_{\perp n}^2 + k_z^2} \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad k_{\perp n} = \frac{\pi}{L_{\infty}} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, \dots \quad (50)$$

Ещё один корень $\kappa_0 = 0 \rightarrow \omega = k_z c / \sqrt{\varepsilon_0}$ определяет частоту ТЕМ-волны, не представляющую здесь для нас интереса¹⁷. Подставляя в (50) $k_z = \omega/u$, находим бесконечный набор резонансных частот

$$\omega_n = \frac{k_{\perp n} u}{\sqrt{\varepsilon_0 u^2 / c^2 - 1}}. \quad (51)$$

Подставляя далее в уравнение (49) $\omega = \omega_n + \delta\omega$, $k_z = k_{zn} = \omega_n/u$, находим следующие инкременты неустойчивостей при вынужденном эффекте Черенкова на собственных модах диэлектрического волновода:

$$\delta\omega = \delta\omega_n = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{A_b}{2L_{\infty}} \frac{k_{\perp n}^2 c^2}{\varepsilon_0 \omega_n} \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_0} \right)^{1/3}. \quad (52)$$

В пределе $L_{\infty} \rightarrow \infty$ уравнение (49) принимает вид

$$\xi = -\chi_0^2 \frac{1}{2} A_b \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_0 (\omega - k_z u)^2}. \quad (53)$$

Нуль левой части уравнения (53) определяет световую волну $\xi = 0 \rightarrow \omega = k_z c / \sqrt{\varepsilon_0}$, распространяющуюся строго вдоль направления движения пучка и с которой пучок не взаимодействует. Других собственных волн нет, поскольку резонатор при $L = 0$ отсутствует, а диэлектрические полупространства $x > 0$ и $x < 0$ волну, как говорят, "не держат"¹⁸. Учитывая, что согласно (16) и (17) $\xi = i\kappa_0$, $\chi_0^2 = -\kappa_0^2$, преобразуем уравнение (53) в подробно исследованное нами ранее уравнение (23). Решение уравнения (23) определено в (25).

Итак, различия между уравнениями (49) и (53), а также и между их решениями (52) и (25) очевидны. Это относится и к самым общим уравнениям (18) и (47). В пределе $L_{\infty} \rightarrow \infty$ описывающие неустойчивость решения уравнения (47) должны переходить в соответствующие решения уравнения (18). Например, величины (52) $\delta\omega_n = \delta\omega(k_{zn})$ при $L_{\infty} \rightarrow \infty$ должны перейти в функцию $\delta\omega(k_z)$, определяемую вторым слагаемым в правой части выражения (25) (в общих точках $k_z = k_{zn}$). Чтобы проиллюстрировать "динамику" предельного перехода, рассмотрим численные решения уравнения (49) при различных значениях параметра L_{∞} при фиксированных значениях других параметров, которые возьмём, как в расчётах при построении рис. 2. На рисунке 13а видна последовательность обособленных локальных максимумов мнимой части комплексного инкремента $\delta\omega$ (красная линия). Максимумы находятся в резонансных точках $k_z = k_{zn}$ и неплохо согласуются с формулой (52). Каждый максимум и его окрестности описывают неустойчивость при вынужденном эффекте Черенкова на моде E_n диэлектрического волновода. При увеличении L_{∞} (рис. 13б, в) локальные максимумы инкремента располагаются чаще и начинают сливаться, причём тем сильнее, чем больше k_z . Наконец, при $L_{\infty} = 40$ см (рис. 13г) максимумы инкремента вообще исчезли, и сформировалась гладкая зависимость, неплохо описываемая вторым слагаемым в правой части формулы (25). Представленные на рис. 13г кривые совпадают с соответствующими кривыми на рис. 2, полученными численным решением уравнения (23). Происходящее обусловлено в первую очередь тем, что при увеличении L_{∞} резонансные волновые числа $k_{zn} = \omega_n/u$ располагаются чаще, заполняя при $L_{\infty} \rightarrow \infty$ всю числовую ось $k_z > 0$.

При каждом конечном значении параметра L_{∞} пучок резонансно возбуждает собственные волны волновода. Возникающие при этом неустойчивости однозначно подпадают под данное нами во вводной части определение неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова. Поэтому с учётом описанного выше предельного перехода $L_{\infty} \rightarrow \infty$ возникает вопрос о целесообразности введённого выше термина диссипативно-излучательная неустойчивость. Да, при большом значении параметра L_{∞} имеет место значительное изменение выражений для инкрементов, происходящее в первую очередь из-за более близкого расположения собственных мод электродинамической системы. В СВЧ-электронике электродинамические системы с близким расположением собственных мод получили название пространственно развитых систем. Взаимодействие электронных пучков с часто

¹⁷ У ТЕМ-волны равна нулю составляющая напряжённости электрического поля в направлении движения пучка. Поэтому прямолинейным пучком ТЕМ-волна возбуждена быть не может, что видно из уравнения (49), правая часть которого при $\xi = 0$ обращается в нуль.

¹⁸ В полупространствах есть собственные волны, которые приходят из бесконечности одного знака и уходят на бесконечность другого знака. При нашей постановке задачи приходящих из бесконечности волн быть не может.

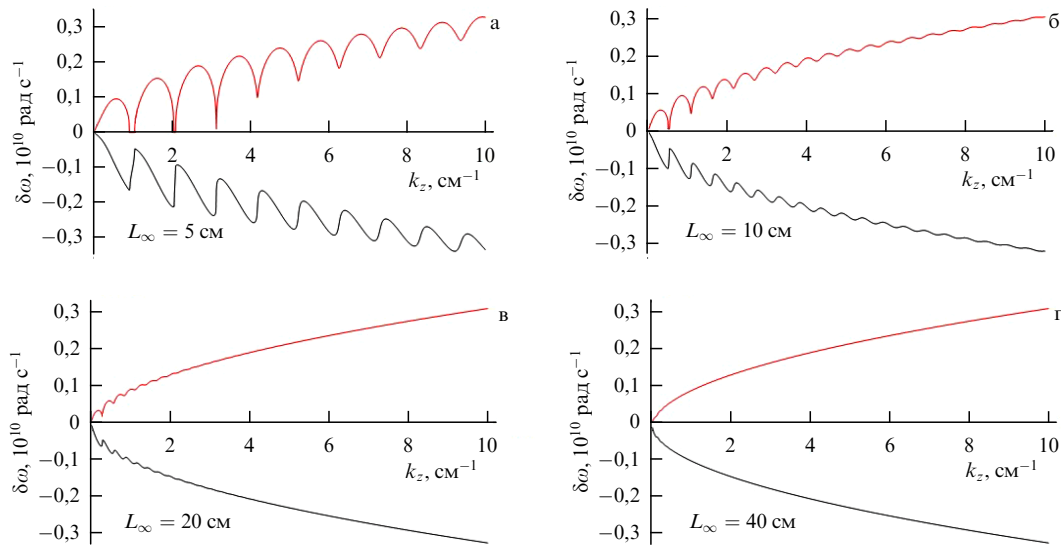


Рис. 13. Инкременты неустойчивостей при вынужденном эффекте Черенкова на собственных модах однородного диэлектрического волновода.

расположенными собственными модами пространственно развитых электродинамических систем подробно исследовано [26, 27]. Поэтому вместо диссипативно-излучательной неустойчивости вполне правомерно говорить о неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова в пространственно развитой электродинамической системе. Критерием такой неустойчивости является неравенство $|\delta\omega| \gg \omega_{n+1} - \omega_n$, где $\delta\omega$ — инкремент неустойчивости. Учитывая формулы (50) и (51), запишем данное неравенство в виде

$$|\delta\omega| \gg \frac{u}{L_\infty} \frac{\pi}{\sqrt{\epsilon_0 u^2/c^2 - 1}}, \quad (54)$$

где $\delta\omega$ — инкремент (52). При выполнении неравенства (54) инкремент неустойчивости вместо формулы (52) определяется формулой (25).

Однако исходя из физических соображений термин диссипативно-излучательная неустойчивость нам представляется целесообразным. Дело в том, что для установления собственной моды требуется время не менее чем

$$\tau_0 = \frac{2\sqrt{\epsilon_0} L_\infty}{c}. \quad (55)$$

С другой стороны, характерное время развития неустойчивости τ_b (от начала до момента нелинейного насыщения) определяется инкрементом неустойчивости, обычно $\tau_b \sim \delta\omega^{-1}$ [28]. При $\tau_b < \tau_0$ за время развития неустойчивости собственная мода установится в системе не успевает, и электронный пучок возбуждает несобственные волны, распространяющиеся от пучка к внешним границам волновода, но не успевающие их достичь. В случае начальной задачи, решаемой от момента "включения" неустойчивости до её насыщения, всё происходит именно так. Сильное неравенство $\tau_b < \tau_0$ сводится к следующему:

$$|\delta\omega| \gg \frac{c}{L_\infty} \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_0}}, \quad (56)$$

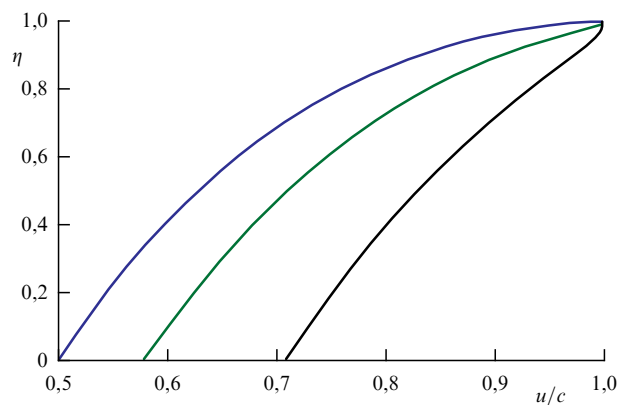


Рис. 14. Доля энергии пучка, переданная излучению при диссипативно-излучательной неустойчивости: $\epsilon_0 = 2; 3; 4$ — справа налево.

что не противоречит (54). Именно при выполнении неравенства (56) целесообразно говорить о диссипативно-излучательной неустойчивости.

Диссипативно-излучательная неустойчивость является нерезонансной неустойчивостью. Это означает, что нет резонансной волны, с которой происходит взаимодействие пучка. Пучок взаимодействует с волнами непрерывного спектра $\omega \approx k_z c / \sqrt{\epsilon_0}$, т.е. с большим числом разночастотных волн. В таких условиях невозможен захват электронов пучка. Скорее всего, электроны пучка будут тормозиться до скорости, близкой к $c/\sqrt{\epsilon_0}$. Из таких соображений легко получить следующую оценку для доли кинетической энергии пучка, переданной электромагнитному излучению:

$$\eta = \frac{\gamma_\infty - \gamma}{\gamma - 1} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[1 - \left(1 + 2\gamma^2 \frac{u^2}{c^2} \left(1 - \frac{c}{u\sqrt{\epsilon_0}} \right) \right)^{-1/2} \right], \quad (57)$$

где γ_∞ — релятивистский фактор электронов пучка на стадии насыщения неустойчивости. Зависимость (57) для трёх значений диэлектрической проницаемости ϵ_0 приведена на рис. 14.

7. Диссипативно-излучательные неустойчивости в цилиндрической геометрии

В цилиндрической системе координат для азимутально-симметричного случая уравнение (11) имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{\varepsilon_{rr}(r)}{\chi_{rr}^2(r)} \frac{dE_z}{dr} \right) = [\varepsilon_{zz}(r) + \delta\varepsilon_b(r)] E_z, \quad (58)$$

причём справедливы формулы (10) с очевидной заменой $|x|$ на r и L на R , где R — радиус канала для транспортировки электронного пучка. Чтобы избежать сложностей, связанных с особой точкой $r = 0$, рассмотрим бесконечно тонкий трубчатый электронный пучок с ленгмюровской частотой, определяемой формулой

$$\omega_b^2(r) = \omega_{b0}^2 A_b \delta(r - r_b), \quad (59)$$

где $r_b \neq 0$ — радиус трубчатого пучка. Интегрируя уравнение (58) по r , получаем следующее условие на разрыв производной $E_z(r)$ на пучке:

$$\left\{ \frac{dE_z}{dr} \right\}_{r=r_b} = -A_b \chi_{\perp}^2 \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_{\perp} (\omega - k_z u)^2} E_z(r_b), \quad (60)$$

$$\chi_{\perp}^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}.$$

Граничные условия (13) с указанными выше заменами остаются в силе, а вместо условия (14) записывается условие ограниченности поля в нуле $E_z(0) < \infty$. Заметим, что рассмотрение цилиндрической системы с выносом излучения через боковую поверхность или с внешним поглощающим слоем (рис. 16) представляет значительный практический интерес. В последнее время проводятся интенсивные исследования по созданию мощных широкополосных плазменных СВЧ-усилителей на трубчатых релятивистских электронных пучках с поглотителем электромагнитных волн на боковой поверхности плазменной электродинамической системы [24]. Поглотитель предназначен для подавления самовозбуждения усилителя путём поглощения волны обратной связи. Однако наличие поглотителя приводит к возможности развития нерезонансной диссипативно-излучательной неустойчивости, что делает важным её исследование в новых устройствах плазменной СВЧ-электроники.

Мы не будем здесь решать сформулированную общую задачу для цилиндрической геометрии, а ограничимся пределом $R = 0$. Рассмотрим два случая: $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_0$ — трубчатый пучок в безграничном изотропном диэлектрике, $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_p$ — трубчатый пучок в безграничной изотропной плазме. В случае пучка в диэлектрике непрерывное и ограниченное в нуле решение уравнения (58) возьмём в виде

$$E_z(r) = A \begin{cases} J_0(\kappa_0 r) H_0^{(1)}(\kappa_0 r_b), & r < r_b, \\ H_0^{(1)}(\kappa_0 r) J_0(\kappa_0 r_b), & r > r_b, \end{cases} \quad (61)$$

где κ_0 определена в (17), а J_0 и $H_0^{(1)}$ — функции Бесселя и Ганкеля первого рода. Записывая решение (61), мы учли, что будут рассматриваться волны пучка, а значит, будет $\omega \approx k_z u$. Тогда при $u > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ величина κ_0^2 больше нуля. Подставляя решение (61) в условие сшивки (60) и исключая постоянную A , получаем следующее дисперсионное уравнение для спектров волн плотности заряда тонкого трубчатого электронного пучка в безграничном

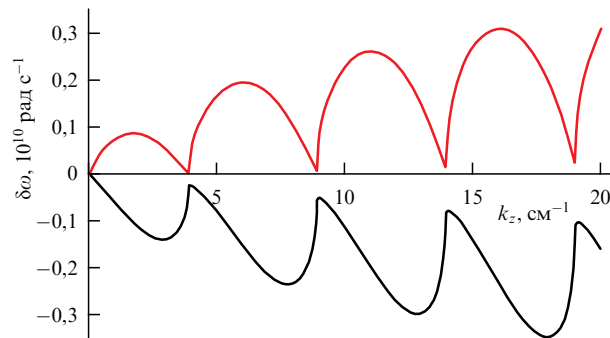


Рис. 15. Комплексный инкремент диссипативно-излучательной неустойчивости трубчатого пучка в безграничном диэлектрике: $r_b = 1$ см, $I_b = 100$ А, $\varepsilon_0 = 2$.

изотропном диэлектрике:

$$(\omega - k_z u)^2 = -i \frac{1}{4} S_b \kappa_0^2 \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_0} J_0(\kappa_0 r_b) H_0^{(1)}(\kappa_0 r_b), \quad (62)$$

где $S_b = 2\pi r_b A_b$ — площадь поперечного сечения тонкого трубчатого пучка. Уравнение (62) имеет в основном такую же структуру, что и уравнение (23). Это видно из того, что входящий в уравнение (23) радикал при $u > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ является мнимым. Поэтому с полным основанием можно утверждать, что уравнение (62) описывает диссипативно-излучательную неустойчивость трубчатого пучка в безграничном диэлектрике. Основное отличие уравнений (62) и (23) в том, что произведение цилиндрических функций в правой части (62) является осциллирующей функцией. Поэтому инкремент неустойчивости, определяемый из уравнения (62), оказывается немонотонной функцией k_z (рис. 15).

В случае электронного пучка в изотропной плазме в величину κ_0^2 вместо ε_0 входит диэлектрическая проницаемость плазмы ε_p , поэтому при любой скорости пучка оказывается $\kappa_0^2 < 0$. При этом решение уравнения (58) следует записать в виде

$$E_z(r) = A \begin{cases} I_0(\chi_p r) K_0(\chi_p r_b), & r < r_b, \\ K_0(\chi_p r) I_0(\chi_p r_b), & r > r_b, \end{cases} \quad (63)$$

где I_0 и K_0 — функции Инфеляда и Макдональда, а $\chi_p^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2 + \omega_p^2/c^2$. Подстановка решения (63) в условие сшивки (60) приводит к следующему дисперсионному уравнению:

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{1}{2\pi} S_b \chi_p^2 \frac{\omega_{b0}^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} I_0(\chi_p r_b) K_0(\chi_p r_b) = 0. \quad (64)$$

Уравнение (64) практически не отличается от уравнения (29), описывающего вынужденный эффект Черенкова на продольной ленгмюровской волне в плоском случае. Уравнение (64) описывает тот же эффект, но в цилиндрической геометрии. Комплексный инкремент, полученный решением уравнения (64), представлен на рис. 16. Качественно кривые на рис. 16 не отличаются от чёрных кривых, представленных на рис. 6.

Как видим, в случаях трубчатого пучка в безграничном изотропном диэлектрике и в безграничной изотропной плазме цилиндрическая геометрия не приводит к существенным особенностям, за исключением осциллирующего характера инкремента диссипативно-излуча-

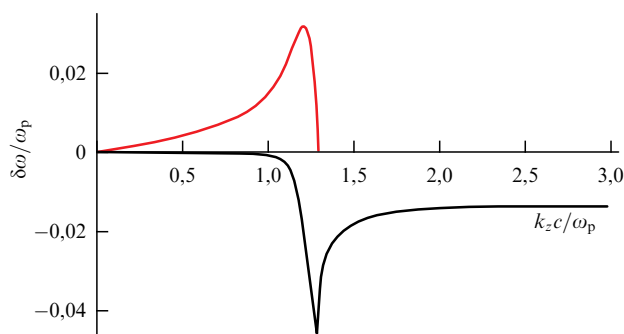


Рис. 16. Комплексный инкремент при вынужденном эффекте Черенкова трубчатого пучка в безграничной изотропной плазме: $r_b = 1$ см, $I_b = 100$ А.

тельной неустойчивости пучка в диэлектрике. Для случая анизотропной плазмы и для общего случая конечного размера канала R мы такого же утверждения сделать не можем. Требуется исследование сложного дисперсионного уравнения — цилиндрического аналога уравнения (18), чему должна быть посвящена отдельная работа.

Применительно к системам в цилиндрической геометрии неравенство (56) очевидно записывается в виде

$$|\delta\omega| \gg \frac{c}{R_\infty} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}}, \quad (65)$$

где R_∞ — размер, указанный на рис. 16. Неравенство (65) предполагает или большую плотность электронов пучка, или большой поперечный размер электродинамической системы. Важной характеристикой электронного пучка и электродинамической системы является так называемый предельный вакуумный ток [29], который тем меньше, чем больше поперечный размер R_∞ ¹⁹. Пучки с токами, превышающими предельный вакуумный ток, называют сильноточными пучками. Поскольку инкремент пучковой неустойчивости пропорционален некоторой степени от тока пучка, то неравенство (65), особенно при $R_\infty \rightarrow \infty$, позволяет отнести диссипативно-излучательные неустойчивости к сильноточным эффектам. Это согласуется с тем, что, как нами было указано ранее, диссипативно-излучательные неустойчивости могут трактоваться как неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова в пространственно развитых электродинамических системах. В СВЧ-электронике больших мощностей пространственно развитые электродинамические системы всегда считались сильноточными.

8. Заключение

Подводя итог настоящей методической заметки, попытаемся определить её место среди многочисленных работ, посвящённых высокочастотным неустойчивостям электронных пучков в условиях, когда частота ω близка к доплеровской частоте $\mathbf{k}\mathbf{u}$, где $\mathbf{k}$ — волновой вектор, а $\mathbf{u}$ — вектор скорости пучка. Понятие пучковая неустойчивость получило распространение после выхода работ [20, 30], в которых было открыто явление пучковой неустойчивости в плазме. Однако годом раньше в работе [31] было описано явление пространственного усиления

волны при её синхронном распространении вместе с электронным пучком. По-видимому, именно эта работа положила начало длительным и успешным исследованиям по созданию одного из самых распространённых источников электромагнитного излучения — лампы бегущей волны (ЛБВ) [32–34]. В течение примерно двух последующих десятилетий единая природа явления пучковой неустойчивости в плазме и усиления волн в ЛБВ серьёзно не обсуждалась. Только после создания плазменной СВЧ-электроники [22–24, 35] стало ясно, что пространственное усиление волн в ЛБВ и нарастание во времени волн при резонансной пучковой неустойчивости в плазме имеют в основе одно и то же явление — вынужденный эффект Вавилова–Черенкова. Причём далеко не сразу было осознано, что усиление синхронной с пучком волны и излучение этой волны — понятия неравнозначные. Так, при усилении на поглощении (при диссипативной пучковой неустойчивости) усиливаются поля самого пучка, которые в итоге выносятся из системы вместе с пучком на коллектор. А вот при резонансной пучковой неустойчивости в плазме возбуждаются волны плазмы, которые хотя в обычном смысле и не излучаются из-за своей потенциальности, но остаются в плазме после ухода из неё электронного пучка. При резонансной пучковой неустойчивости в замедляющей электродинамической системе классической ЛБВ пучок возбуждает электромагнитные волны, выходящие из системы в виде свободного излучения. При нерезонансной пучковой неустойчивости в плазме поля пучка возбуждаются за счёт его самомодуляции в плазме с отрицательной диэлектрической проницаемостью и уносятся вместе с пучком на коллектор. Имеется, оказывается, и промежуточный случай, когда пучок модулируется за счёт диссипации его энергии, но диссипация эта обусловлена выносом электромагнитного излучения. В таком промежуточном случае поля пучка и излучение локализованы в разных областях пространства, а взаимодействие между ними осуществляется через границу раздела данных областей.

В настоящей работе в той или иной мере фигурируют все известные высокочастотные неустойчивости прямолинейного моноскоростного электронного пучка, распространяющегося вдоль сильного внешнего магнитного поля в продольно безграничной слоистой электродинамической системе. Нерезонансная аperiодическая пучковая неустойчивость в среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью (неустойчивость типа отрицательной массы) фигурирует как в связи с общей формулой (4), так и в связи с первым инкрементом (31). Нерезонансная диссипативная пучковая неустойчивость фигурирует в связи с общей формулой (5). Резонансной неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова в диссипативной системе посвящены общие формулы (58), (59). Но основное внимание в работе посвящено резонансной неустойчивости при вынужденном эффекте Черенкова в системе без диссипации и нерезонансной диссипативно-излучательной неустойчивости в открытой системе с потерями электромагнитной энергии на излучение. Именно две последние неустойчивости являются основными при распространении электронного пучка по каналу в однородной изотропной диэлектрической среде. Рассмотрены случаи вакуумного канала, канала с изотропным плазменным заполнением и канала, заполненного анизотропной плазмой в сильном внешнем магнит-

¹⁹ Формально у поперечно безграничной системы предельный вакуумный ток равен нулю.

ном поле. Если при вынужденном эффекте Черенкова энергия пучка идёт на возбуждение собственных волн электродинамической системы, то при диссипативно-излучательных неустойчивостях энергия пучка посредством несобственных волн излучается из системы на бесконечность. Такой необратимый отбор энергии пучка проявляется как некая эффективная диссипация и делает диссипативно-излучательную неустойчивость аналогом обычной диссипативной пучковой неустойчивости в системе без излучения.

Все рассмотренные в настоящей работе неустойчивости содержатся в дисперсионном уравнении (18), являясь предельными случаями некоторого общего процесса, обусловленного высвобождением кинетической энергии электронного пучка. Поскольку в предельных случаях инкременты неустойчивостей определяются различными формулами, механизмы их имеют неодинаковую физическую природу, обсуждению которой в основном и посвящена настоящая работа.

Автор благодарен И.Н. Карташову за полезные обсуждения и сделанные замечания.

Список литературы

1. Кузелев М В, Рухадзе А А *УФН* **152** 285 (1987); Kuzelev M V, Rukhadze A A *Sov. Phys. Usp.* **30** 507 (1987)
2. Кузелев М В, Рухадзе А А *УФН* **178** 1025 (2008); Kuzelev M V, Rukhadze A A *Phys. Usp.* **51** 989 (2008)
3. Krall N A, Trivelpiece A W *Principles of Plasma Physics* (New York: McGraw-Hill, 1973); Пер. на русск. яз.: Кролл Н, Трайвелпис А *Основы физики плазмы* (М.: Мир, 1975)
4. Кузелев М В *Волновые явления в средах с дисперсией* (Классический учебник МГУ) (М.: URSS, 2017)
5. Богданов В В, Кузелев М В, Рухадзе А А *Физика плазмы* **10** 548 (1984); Bogdanov V V, Kuzelev M V, Rukhadze A A *Sov. J. Plasma Phys.* **10** 319 (1984)
6. Александров А Ф, Богданкевич Л С, Рухадзе А А *Основы электродинамики плазмы* 2-е изд., перераб. и доп. (М.: Высшая школа, 1988); Пер. на англ. яз.: Alexandrov A F, Bogdankevich L S, Rukhadze A A *Principles of Plasma Electrodynamics* 1st ed. (Berlin: Springer-Verlag, 1984)
7. Арсенин В В, Тимофеев А В "Неустойчивости плазмы", в кн. *Большая российская энциклопедия* Т. 22 (Отв. ред. С Л Кравец) (М.: Большая Российская энциклопедия, 2013) с. 533
8. Кадомцев Б Б, Михайловский А Б, Тимофеев А В *ЖЭТФ* **47** 2266 (1964); Kadomtsev B B, Mikhailovskii A B, Timofeev A V *Sov. Phys. JETP* **20** 1517 (1965)
9. Незлин М В *УФН* **120** 481 (1976); Nezlin M V *Sov. Phys. Usp.* **19** 946 (1976)
10. Лопухин В М, Веденов А А *УФН* **53** 69 (1954)
11. Тихонов А Н, Самарский А А *Уравнения математической физики* (М.: Наука, 1972); Пер. на англ. яз.: Tikhonov A N, Samarskii A A *Equations of Mathematical Physics* (Intern. Ser. of Monographs on Pure and Applied Mathematics, Vol. 39) (New York: Dover Publ., 1990)
12. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)
13. Кузелев М В *Введение в физику плазмы* (Классический учебник МГУ) (М.: URSS, ЛЕНАНД, 2022)
14. Кузелев М В *Физика плазмы* **28** 544 (2002); Kuzelev M V *Plasma Phys. Rep.* **28** 501 (2002)
15. Кузелев М В, Рухадзе А А *Электродинамика плотных электронных пучков в плазме* (М.: Наука, 1990)
16. Карташов И Н, Кузелев М В *Физика плазмы* **47** 428 (2021); Kartashov I N, Kuzelev M V *Plasma Phys. Rep.* **47** 453 (2021)
17. Thompson M W *Contemp. Phys.* **9** 375 (1968); Пер. на русск. яз.: Томпсон М У *УФН* **99** 297 (1969)
18. Ахиезер А И, Шульга Н Ф *УФН* **137** 561 (1982); Akhiezer A I, Shul'ga N F *Sov. Phys. Usp.* **25** 541 (1982)
19. Кузелев М В, Рухадзе А А *УФН* **188** 831 (2018); Kuzelev M V, Rukhadze A A *Phys. Usp.* **61** 748 (2018)
20. Ахиезер А И, Файнберг Я Б *ДАН СССР* **69** 555 (1949)
21. Незлин М В *УФН* **102** 105 (1970); Nezlin M V *Sov. Phys. Usp.* **13** 608 (1971)
22. Богданкевич Л С, Кузелев М В, Рухадзе А А *УФН* **133** 3 (1981); Bogdankevich L S, Kuzelev M V, Rukhadze A A *Sov. Phys. Usp.* **24** 1 (1981)
23. Кузелев М В, Рухадзе А А, Стрелков П С *Плазменная релятивистская СВЧ-электроника* (М.: URSS, 2018)
24. Стрелков П С *УФН* **189** 494 (2019); Strelkov P S *Phys. Usp.* **62** 465 (2019)
25. Карташов И Н, Кузелев М В *ЖЭТФ* **158** 738 (2020); Kartashov I N, Kuzelev M V *J. Exp. Theor. Phys.* **131** 645 (2020)
26. Бугаев С П и др. *Радиотехника и электроника* **34** 400 (1989)
27. Черепенин В А *УФН* **176** 1124 (2006); Cherepenin V A *Phys. Usp.* **49** 1097 (2006)
28. Бобылёв Ю В, Кузелев М В *Нелинейные явления при электромагнитных взаимодействиях электронных пучков с плазмой* (М.: Физматлит, 2009)
29. Богданкевич Л С, Рухадзе А А *УФН* **103** 609 (1971); Bogdankevich L S, Rukhadze A A *Sov. Phys. Usp.* **14** 163 (1971)
30. Bohm D, Gross E P *Phys. Rev.* **75** 1851 (1949)
31. Лопухин В М *УФН* **36** 456 (1948)
32. Трубецков Д И, Пищик Л А *Физика плазмы* **15** 342 (1989); Trubetskov D I, Pishchik L A *Sov. J. Plasma Phys.* **15** 200 (1989)
33. Гуляев Ю В, Кравченко В Ф, Кураев А А *УФН* **174** 639 (2004); Gulyaev Yu V, Kravchenko V F, Kuraev A A *Phys. Usp.* **47** 583 (2004)
34. Трубецков Д И, Вдовина Г М *УФН* **190** 543 (2020); Trubetskov D I, Vdovina G M *Phys. Usp.* **63** 503 (2020)
35. Богданкевич Л С, Рабинович М С, Рухадзе А А *Изв. вузов. Физика* (10) 47 (1979); Bogdankevich L S, Rabinovich M S, Rukhadze A A *Sov. Phys. J.* **22** 1073 (1979)

Stimulated Cherenkov effect and dissipative-radiative instabilities in superluminal motion of a relativistic electron beam in a layered medium

M.V. Kuzelev

Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Leninskie gory 1, str. 2, 119991 Moscow, Russian Federation
E-mail: kuzelev@mail.ru

Dissipative-radiative instabilities and instabilities caused by the stimulated Cherenkov effect of a relativistic electron beam in an unbounded layered electrodynamic system are considered. While for the stimulated Cherenkov effect the beam energy is used to excite waves in the electrodynamic system, for dissipative-radiative instabilities, the beam energy is radiated away from the system to infinity. Such irreversible energy transfer from the beam manifests itself as a kind of effective dissipation and makes the dissipative-radiative instability an analogue of the usual dissipative beam instability in a system without radiation. Growth rates and frequency ranges of the instabilities are found for various structures of layered electrodynamic systems, including plasma systems.

Keywords: relativistic electron beams, stimulated Cherenkov effect, dissipative-radiative instability

PACS numbers: **41.60. – m**, **52.35. – g**, 52.40.Mj

Bibliography — 35 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **195** (4) 432–449 (2025)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.01.039850>

Received 3 March 2024, revised 27 January 2025

Physics – Uspekhi **68** (4) (2025)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2025.01.039850>