

Тороидальный, альтермагнитный и нецентросимметричный порядок в металлах

В.П. Минеев

Статья посвящена 60-летию Института теоретической физики имени Л.Д. Ландау и представляет обзор нормальных и сверхпроводящих свойств металлов с тороидальным, альтермагнитным и нецентросимметричным упорядочением. Металлы с тороидальным порядком — соединения, не обладающие симметрией по отношению к инверсии времени и пространственной инверсии, но симметричные по отношению к произведению данных операций. Электрический ток, протекающий по такому металлу, вызывает его намагничивание. Сверхпроводящие состояния в тороидальных металлах представляют смесь синглетного и триплетного состояний. Щель в спектре элементарных возбуждений не существует даже в отсутствие примесей и дефектов решётки. Альтермагнетики — это антиферромагнитные металлы со спиновым расщеплением электронных зон, вызванным нарушением симметрии относительно обращения времени в сочетании с вращениями или отражениями кристаллической решётки. Подобное расщепление зон имеет место в металлах, кристаллическая решётка которых не обладает пространственной инверсией. В металлах такого рода имеет место аномальный эффект Холла. В отличие от нецентральносимметричных металлов, в альтермагнетиках протекание тока не вызывает появления намагниченности, но имеется специфический пьезомагнитный эффект Холла. Сверхпроводящее спаривание в нецентросимметричных металлах происходит между электронами из одной зоны, тогда как в альтермагнетиках имеет место межзонное спаривание, что не способствует формированию сверхпроводящего состояния.

Ключевые слова: магнетизм, сверхпроводимость, сильнокоррелированные электронные системы

PACS numbers: 71.27. + a, 74.20. – z, 75.85. + t

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.06.039944>

Содержание

1. Введение (1221).
2. Металлы с тороидальным порядком (1222).
 - 2.1. Электронный спектр. 2.2. Крамерсовское вырождение.
 - 2.3. Ток в термодинамическом равновесии. 2.4. Эффект Холла в отсутствие внешнего поля.
3. Сверхпроводящие состояния в тороидных металлах (1223).
 - 3.1. Параметр порядка. 3.2. Теория Бардина – Купера – Шриффера. 3.3. Свободная энергия в линейном приближении по градиентам параметра порядка.
4. Альтермагнетики и нецентросимметричные металлы (1225).
 - 4.1. Электронные состояния. 4.2. Спиновый ток в термодинамическом равновесии. 4.3. Спиновая восприимчивость. 4.4. Кинетическое уравнение. 4.5. Проводимость. 4.6. Магнитоэлектриче-

ский эффект. 4.7. Аномальный эффект Холла. 4.8. Пьезомагнитный эффект Холла.

5. Сверхпроводящие состояния в альтермагнетиках (1229).

Список литературы (1230).

1. Введение

Пьезомагнетизм и магнитоэлектрический эффект — хорошо известные явления в антиферромагнитных диэлектриках, тесно связанные с магнитной симметрией [1]. Новый интерес к таким явлениям появился недавно в связи с открытием металлических соединений с подобной магнитной симметрией, обладающих новыми, иной раз неожиданными, свойствами. И, что характерно для нынешнего коммерческого стиля написания научных статей, появилась новая звучная терминология, призванная подчеркнуть важность достижений авторов. Так, магнитоэлектрические металлы стали называться *металлами с тороидальным порядком*. В свою очередь, пьезомагнитные металлы были названы *альтермагнетиками*. Несколько ранее были открыты первые металлические соединения, не обладающие пространственной инверсией. Они получили название *нецентросимметричных металлов*. Настоя-

В.П. Минеев

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН,
просп. Академика Семёнова 1А, 142432 Черноголовка,
Московская обл., Российская Федерация
E-mail: mineev@itp.ac.ru

Статья поступила 27 марта 2025 г.

шая статья представляет обзор нормальных и сверхпроводящих свойств этих трёх типов соединений.

2. Металлы с тороидальным порядком

Симметрия вещества включает в себя не только пространственную симметрию, т.е. симметрию по отношению к сдвигам, поворотам и отражениям, но и симметрию токов, протекающих в веществе и создающих магнитные моменты ионов, ядер и самой матрицы. Электронный гамильтониан должен быть инвариантен по отношению ко всем элементам симметрии вещества. Вещества, симметрия которых не включает операции обращения времени R , а также операцию пространственной инверсии I , но содержит их произведение IR , называются магнитоэлектриками. Ландау и Лифшицем [1] было показано, что в кристалле с такой симметрией, помещённом в постоянное магнитное (или электрическое) поле, возникает электрическая поляризация (намагниченность), пропорциональная приложенному полю. Первый пример магнитоэлектрического антиферромагнетика Cr_2O_3 был указан И.Е. Дзялошинским [2]. Группа симметрии такого вещества

$$\mathbf{D}_{3d}(\mathbf{D}_3) = (E, C_3, C_3^2, 3u_2, 3\sigma_d R, 2S_6 R, IR) \quad (1)$$

содержит произведение пространственной и временной инверсии, но не содержит эти операции по отдельности. Соответствующий вклад в термодинамический потенциал, инвариантный по отношению к операциям (1), есть

$$\Phi_{\text{em}} = -\alpha_{\perp}(E_x H_x + E_y H_y) - \alpha_{\parallel} E_z H_z. \quad (2)$$

Таким образом, данный материал, помещённый в электрическое поле, приобретает намагниченность

$$M_y = -\frac{\partial \Phi_{\text{em}}}{\partial H_y} = \alpha_{\perp} E_y. \quad (3)$$

Магнитоэлектрический эффект в антиферромагнитном Cr_2O_3 был открыт Д.Н. Астровым [3]. В этом веществе, несмотря на отсутствие однородной намагниченности, также наблюдается магнитоэлектрический эффект Керра, т.е. вращение направления поляризации света, отражённого от кристалла, по отношению к поляризации падающего света. При отражении от магнитных доменов с противоположным направлением вектора Нееля направление вращения поляризации меняется на противоположное, что может быть использовано для наблюдения антиферромагнитных доменов. Симметричный подход к такому явлению был развит в элегантной работе Брауна с соавторами [4], но микроскопическая теория [5] и исчерпывающий феноменологический анализ [6] появились уже после того, как эффект был открыт экспериментально [7].

2.1. Электронный спектр

Cr_2O_3 — антиферромагнитный диэлектрик. Металл с той же симметрией также будет обладать магнитоэлектрическими свойствами. Электронный спектр такого металла, инвариантный относительно всех операций группы $\mathbf{D}_{3d}(\mathbf{D}_3)$,

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}}^e + \varepsilon_{\mathbf{k}}^o, \quad \varepsilon_{\mathbf{k}}^e = f(k_x^2 + k_y^2, k_z^2), \quad (4)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}^o = \gamma(3k_y^2 k_x - k_x^3), \quad (5)$$

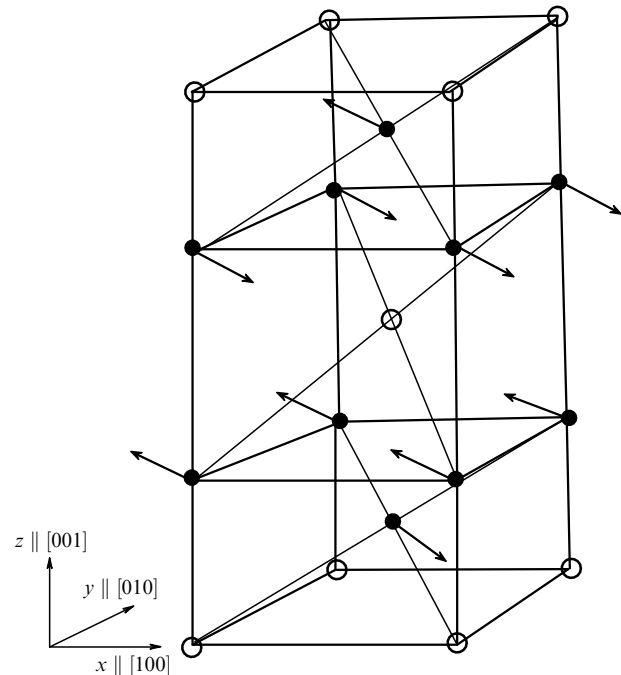


Рис. 1. Магнитная структура Mn_2Au . Стрелками показано расположение магнитных моментов ионов Mn (см. текст). Кружками обозначено положение ионов золота.

состоит из суммы чётной и нечётной функций волнового вектора $\mathbf{k}$. Это общее свойство металлов, симметрия которых не содержит операций обращения времени R и пространственной инверсии I по отдельности, но содержит их произведение IR . Такие металлы называются *металлами с тороидальным упорядочением* или просто *тороидами*. Имеется обширная литература, посвящённая таким материалам (см., например, [8, 9]). Нормальные свойства тороидальных металлов и соответствующие сверхпроводящие состояния обсуждаются в работе [10].

Недавно было открыто [11] металлическое соединение Mn_2Au с тороидальным магнитным порядком. Это коллинеарный антиферромагнетик с вектором Нееля, параллельным или антипараллельным $[110]$ или $[1\bar{1}0]$ кристаллографическим направлениям. На рисунке 1 показана магнитная структура антиферромагнитного домена этого вещества с вектором Нееля вдоль $[1\bar{1}0]$.

Его группа симметрии есть

$$\mathbf{D}_{2h}(\mathbf{C}_{2v}) = (E, U_{xy}, \sigma_h, \sigma_{x\bar{y}}, RU_{x\bar{y}}, R\sigma_{xy}, RC_{2z}, RI). \quad (6)$$

Здесь операции $(E, U_{xy}, \sigma_h, \sigma_{x\bar{y}})$, образующие группу $\mathbf{C}_{2v}$, — это операции вращения на угол π вокруг оси $[110]$ и операции отражений в плоскостях, проходящих через неё и перпендикулярных друг другу. Электронный спектр, инвариантный относительно всех операций группы $\mathbf{D}_{2h}(\mathbf{C}_{2v})$, имеет вид

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}}^e + \varepsilon_{\mathbf{k}}^o, \quad \varepsilon_{\mathbf{k}}^e = f(k_x^2 + k_y^2, k_z^2), \quad (7)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}^o = \gamma(k_x + k_y). \quad (8)$$

Ввиду того что $\varepsilon_{\mathbf{k}} \neq \varepsilon_{-\mathbf{k}}$, поверхность Ферми, определяемая уравнением

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_F, \quad (9)$$

асимметрична.

2.2. Крамерсовское вырождение

Гамильтониан уравнения Шрёдингера для такого металла коммутирует с произведением операторов временной и пространственной инверсии RI . Это значит, что каждой энергии ε_k соответствуют две спинорные собственные функции $\psi_\alpha(\mathbf{r})$ и $RI\psi_\alpha(\mathbf{r})$. Они ортогональны друг другу. Действительно, операция обращения времени имеет вид $R_{\alpha\beta} = -i\sigma_{\alpha\beta}^y K_0$, где $\sigma_{\alpha\beta}^y$ — матрица Паули, K_0 — операция комплексного сопряжения, и

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= \int d^3\mathbf{r} [\psi_\alpha^*(\mathbf{r}) IR_{\alpha\beta} \psi_\beta(\mathbf{r})] = \\ &= \int d^3\mathbf{r} [\psi_\alpha^*(\mathbf{r}) (-i)\sigma_{\alpha\beta}^y \psi_\beta^*(-\mathbf{r})] = \\ &= - \int d^3\mathbf{r} [\psi_\alpha^*(\mathbf{r}) (-i)\sigma_{\beta\alpha}^y \psi_\beta^*(-\mathbf{r})] = \\ &= - \int d^3\mathbf{r} [\psi_\beta^*(\mathbf{r}) IR_{\beta\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r})] = -\mathcal{I}, \end{aligned} \quad (10)$$

т.е. $\mathcal{I} = 0$. Таким образом, имеет место крамерсовское вырождение каждого электронного уровня.

2.3. Ток в термодинамическом равновесии

Как следствие асимметрии электронного спектра, в тороидальных металлах имеются токи в термодинамическом равновесии

$$\mathbf{j} = 2e \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \mathbf{k}} f(\varepsilon_k). \quad (11)$$

Здесь $f(\varepsilon_k) = [\exp((\varepsilon_k - \mu)/T) + 1]^{-1}$ — фермиевская функция распределения. Эти токи напоминают бездиссипативные диамагнитные токи, протекающие в металле в магнитном поле. Подобное свойство имеется также в нецентросимметричных металлах, несущих в термодинамическом равновесии бездиссипативные спиновые токи. Позднее мы вернёмся к данному вопросу. В реальных образцах, состоящих из многих антиферромагнитных доменов, пространственное распределение токов и соответствующих магнитных полей имеет сложную структуру.

2.4. Эффект Холла в отсутствие внешнего поля

Тороидальные металлы — магнитоэлектрики. Электрическое поле, приложенное к такому металлу, вызывает его намагничивание. Например, в монодоменном образце антиферромагнитного Mn_2Au со структурой, изображённой на рис. 1, термодинамический потенциал, инвариантный относительно всех операций, перечисленных в (6), имеет вид

$$\Phi_{em} = -\alpha(E_{xy}H_z + E_zH_{xy}). \quad (12)$$

Электрическое поле, направленное вдоль оси z , вызывает намагниченность, направленную параллельно или антипараллельно направлению вектора Нееля,

$$M_{xy} = \alpha E_z. \quad (13)$$

Можно также сказать, что электрический ток $j_z = \rho_z^{-1}E_z$ вдоль оси z вызывает намагниченность

$$M_{xy} = \alpha \rho_z j_z. \quad (14)$$

В результате появляется электрическое поле, перпендикулярное как току, так и индуцированному магнитному моменту,

$$E_{xy} = \frac{1}{\rho_z} \alpha \rho_z j_z^2. \quad (15)$$

Это эффект Холла, индуцированный током, в отсутствие внешнего магнитного поля. В многодоменных образцах намагниченность, индуцированная током, имеет сложное пространственное распределение.

Объёмная намагниченность, индуцированная электрическим током, наблюдалась в полупроводниковом теллуре [12], а затем и в антиферромагнитном металлическом соединении UNi_4B [13, 14], где также был зарегистрирован эффект Холла в отсутствие внешнего магнитного поля [14].

3. Сверхпроводящие состояния в тороидных металлах

3.1. Параметр порядка

Сверхпроводящие соединения с тороидальной симметрией в настоящий момент неизвестны. Теория сверхпроводимости представлена здесь в надежде на возможные её приложения в будущем. В отсутствие симметрии по отношению к пространственной инверсии параметры порядка тороидных сверхпроводников должны состоять из суммы слагаемых, соответствующих синглетному и триплетному спариванию,

$$A_{k,\alpha\beta} = \Delta \Phi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \Delta [\phi_k^s i\sigma_{\alpha\beta}^y + (\phi_k^t \sigma_{xy}) i\sigma_{\gamma\beta}^y]. \quad (16)$$

Здесь Δ — зависящая от координат комплексная амплитуда, $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}^x, \hat{\sigma}^y, \hat{\sigma}^z)$ — матрицы Паули. Функции ϕ_k^s и ϕ_k^t относятся к конкретному представлению группы симметрии тороидного металла. Например, в случае однодоменного антиферромагнетика с группой симметрии (6) функции неприводимых представлений $\Gamma = A, B, C, D$ перечислены в таблице.

Таблица

Γ	ϕ_k^s	ϕ_k^t
A	$a_1(\hat{k}_x + \hat{k}_y)^2 + a_2\hat{k}_z^2$	$ia_3(\hat{k}_x - \hat{k}_y)\hat{z}$
B	$b_1(\hat{k}_x + \hat{k}_y)\hat{k}_z$	$ib_2(\hat{k}_x\hat{y} - \hat{k}_y\hat{x})$
C	$c_1(\hat{k}_x - \hat{k}_y)\hat{k}_z$	$ic_2(\hat{k}_x + \hat{k}_y)(\hat{x} + \hat{y}) + ic_3(\hat{k}_x - \hat{k}_y)(\hat{x} - \hat{y}) + ic_4\hat{k}_z\hat{z}$
D	$d_1(\hat{k}_x + \hat{k}_y)(\hat{k}_x - \hat{k}_y)$	$id_2(\hat{k}_x + \hat{k}_y)\hat{z}$

Здесь $\hat{k}_x, \hat{k}_y, \hat{k}_z$ — компоненты единичного вектора импульса $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ — единичные векторы направлений в спиновом пространстве.

3.2. Теория Бардина–Купера–Шриффера

Гамильтониан Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) имеет стандартный вид

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{int} = \sum_{\mathbf{k}} (\xi_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{k}}^0) a_{\mathbf{k}\alpha}^+ a_{\mathbf{k}\alpha} + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} V_{\alpha\beta, \lambda\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') a_{-\mathbf{k}\alpha}^+ a_{\mathbf{k}\beta}^+ a_{\mathbf{k}'\lambda} a_{-\mathbf{k}'\mu} \end{aligned} \quad (17)$$

с той лишь разницей, что кинетическая энергия представляет сумму чётной

$$\xi_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}}^e - \mu \quad (18)$$

и нечётной $\varepsilon_{\mathbf{k}}^o$ функций импульса. В спаривающем взаимодействии

$$V_{\alpha\beta, \lambda\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -V_{\Gamma} \Phi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) \Phi_{\lambda\mu}^{\dagger}(\mathbf{k}') \quad (19)$$

оставлено только слагаемое, относящееся к неприводимому представлению Γ , соответствующему сверхпроводящему состоянию с максимальной критической температурой. В приближении среднего поля гамильтониан приобретает вид

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (\xi_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{k}}^o) a_{\mathbf{k}z}^{\dagger} a_{\mathbf{k}z} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (\xi_{-\mathbf{k}} + \varepsilon_{-\mathbf{k}}^o) a_{-\mathbf{k}z} a_{-\mathbf{k}z}^{\dagger} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}, \alpha\beta} a_{\mathbf{k}z}^{\dagger} a_{-\mathbf{k}\beta}^{\dagger} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}, \alpha\beta}^{\dagger} a_{-\mathbf{k}z} a_{\mathbf{k}\beta} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}z} (\xi_{-\mathbf{k}} + \varepsilon_{-\mathbf{k}}^o) + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}, \alpha\beta} F_{\mathbf{k}, \beta z}^+, \end{aligned} \quad (20)$$

где матрица параметра порядка

$$A_{\mathbf{k}, \alpha\beta} = - \sum_{\mathbf{k}'} V_{\beta\alpha, \lambda\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \langle a_{\mathbf{k}z} a_{-\mathbf{k}\mu} \rangle \quad (21)$$

выражается через "аномальное среднее"

$$F_{\mathbf{k}, \alpha\beta} = \langle a_{\mathbf{k}z} a_{-\mathbf{k}\beta} \rangle. \quad (22)$$

Здесь $\langle \dots \rangle$ означает последовательные квантово-механическое и тепловое усреднения.

Более компактная форма уравнения (20) есть

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}, ij} A_{\mathbf{k}, i}^{\dagger} A_{\mathbf{k}, j} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}z} (\xi_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}^o) + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}, \alpha\beta} F_{\mathbf{k}, \beta z}^+. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь введены операторы

$$A_{\mathbf{k}, i}^{\dagger} = (a_{\mathbf{k}z}^{\dagger} a_{-\mathbf{k}z}), \quad A_{\mathbf{k}, i} = \begin{pmatrix} a_{\mathbf{k}z} \\ a_{-\mathbf{k}z}^{\dagger} \end{pmatrix} \quad (24)$$

и матрица

$$\varepsilon_{\mathbf{k}, ij} = \begin{pmatrix} (\xi_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{k}}^o) \delta_{\alpha\beta} & A_{\mathbf{k}, \alpha\beta} \\ A_{\mathbf{k}, \alpha\beta}^{\dagger} & (-\xi_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{k}}^o) \delta_{\alpha\beta} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Диагонализуя гамильтониан посредством преобразования Боголюбова

$$\begin{aligned} A_{\mathbf{k}, i} &= U_{ij} B_{\mathbf{k}, j}, \quad B_{\mathbf{k}, j} = \begin{pmatrix} b_{\mathbf{k}z} \\ b_{-\mathbf{k}z}^{\dagger} \end{pmatrix}, \\ U_{ij} &= \begin{pmatrix} u_{\mathbf{k}, \alpha\beta} & v_{\mathbf{k}, \alpha\beta} \\ v_{\mathbf{k}, \alpha\beta}^{\dagger} & -u_{\mathbf{k}, \alpha\beta} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$u_{\mathbf{k}, \alpha\beta} = \frac{\xi_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}}^e}{\sqrt{(\xi_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}}^e)^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2}} \delta_{\alpha\beta}, \quad (27)$$

$$v_{\mathbf{k}, \alpha\beta} = \frac{\Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{k})}{\sqrt{(\xi_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}}^e)^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2}}, \quad (28)$$

$$E_{\mathbf{k}}^e = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2}, \quad \Delta_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2} A_{\mathbf{k}, \alpha\beta}^{\dagger} A_{\mathbf{k}, \beta\alpha}, \quad (29)$$

получаем

$$\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}, ij} A_{\mathbf{k}, i}^{\dagger} A_{\mathbf{k}, j} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}, ij} B_{\mathbf{k}, i}^{\dagger} B_{\mathbf{k}, j}, \quad (30)$$

где

$$E_{\mathbf{k}, ij} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_{\mathbf{k}}^o + E_{\mathbf{k}}^e) \delta_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & (\varepsilon_{\mathbf{k}}^o - E_{\mathbf{k}}^e) \delta_{\alpha\beta} \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Таким образом, энергия элементарных возбуждений есть

$$E_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}}^o + E_{\mathbf{k}}^e. \quad (32)$$

Соответствующая плотность состояний даётся выражением

$$N(E) = 2 \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \delta(E - E_{\mathbf{k}}), \quad (33)$$

из которого ясно, что вблизи поверхности, определяемой уравнением $\xi_{\mathbf{k}} = 0$, имеется обширная область, где $E_{\mathbf{k}} < 0$. Следовательно, сверхпроводящее состояние называется *бесщелевым*

$$N(E = 0) \neq 0.$$

Низкотемпературный предел отношения теплоёмкости к температуре $(C(T)/T)_{T \rightarrow 0} \neq 0$ в таком сверхпроводнике имеет конечную величину даже в идеальном кристалле в отсутствие примесей.

Применяя преобразование Боголюбова к уравнению (21) для параметра порядка, получим

$$\begin{aligned} A_{\mathbf{k}, \alpha\beta} &= - \int \frac{d^3 \mathbf{k}'}{(2\pi)^3} V_{\beta\alpha, \lambda\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{1 - f_{\mathbf{k}'} - f_{-\mathbf{k}'}}{2E_{\mathbf{k}'}^e} A_{\mathbf{k}', \lambda\mu} = \\ &= - \int \frac{d^3 \mathbf{k}'}{(2\pi)^3} V_{\beta\alpha, \lambda\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \times \\ &\times \frac{\tanh(E_{\mathbf{k}'}/2T) + \tanh(E_{-\mathbf{k}'}/2T)}{4E_{\mathbf{k}'}^e} A_{\mathbf{k}', \lambda\mu}. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь были использованы коммутационные соотношения для фермиевских операторов $b_{\mathbf{k}z}$, $b_{\mathbf{k}z}^{\dagger}$, симметричное свойство матрицы

$$v_{\mathbf{k}, \alpha\beta} = -v_{-\mathbf{k}, \beta\alpha} \quad (35)$$

и выражение среднего $\langle b_{\mathbf{k}z}^{\dagger} b_{\mathbf{k}\beta} \rangle = f_{\mathbf{k}} \delta_{\alpha\beta}$ через функцию распределения Ферми

$$f_{\mathbf{k}} = f(E_{\mathbf{k}}) = \frac{1}{\exp((\varepsilon_{\mathbf{k}}^o + E_{\mathbf{k}}^e)/T) + 1}. \quad (36)$$

При $T \rightarrow T_c$ можно пренебречь $\Delta_{\mathbf{k}}^2$ в $E_{\mathbf{k}}^e$ в уравнении (34). Оценивая интеграл с логарифмической точностью, мы приходим к выражению для критической темпера-

туры, близкому к обычному в теории БКШ,

$$T_c \approx \varepsilon_0 \exp \left(-\frac{1}{N_0 V_F} \right), \quad (37)$$

где ε_0 — энергия обрезания для парного взаимодействия и N_0 — плотность состояний в нормальном металле, усреднённая по ферми-поверхности с весом из функций данного неприводимого представления, зависящих от направления импульса.

3.3. Свободная энергия в линейном приближении по градиентам параметра порядка

Обсудим теперь специфическое свойство неоднородного состояния сверхпроводников с тороидальной симметрией. Выражение для сверхпроводящего тока

$$\mathbf{j} = -\frac{2e}{\hbar} K \left[\Delta^* \left(-i\nabla + \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) \Delta + \text{c.c.} \right] \quad (38)$$

меняет знак при обращении времени R , а также при пространственной инверсии I , но инвариантно относительно произведения IR . Таким образом, ток имеет тороидальную симметрию. Следовательно, можно ожидать, как это утверждалось разными авторами (см., например, работу Ю.В. Копаева [8]), существование члена, линейного по градиентам параметра порядка,

$$F_{\nabla} = C_i j_i \quad (39)$$

в плотности свободной энергии сверхпроводника с тороидальной симметрией. Направление вектора $\mathbf{C}$ определяется направлением вектора Нееля тороидального антиферромагнетика.

Чтобы проверить данное свойство, рассмотрим свободную энергию сверхпроводника, квадратичную по параметру порядка,

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2V} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Delta^*(\mathbf{q}) \Delta(\mathbf{q}) - \frac{T}{2} \sum_{\omega} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \times \\ \times \Delta_{\mathbf{k}, \alpha\beta}^*(\mathbf{q}) G \left(-\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, -\omega_n \right) G \left(\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \omega_n \right) \Delta_{\mathbf{k}, \beta\alpha}(\mathbf{q}), \quad (40)$$

где

$$G(\mathbf{k}, \omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \xi_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}^0} \quad (41)$$

— электронная функция Грина в нормальном металле, $\omega_n = 2\pi T(n + 1/2)$ — мацубаровская частота. Опуская простые, но громоздкие вычисления, заметим, что после суммирования по частотам и разложения подынтегрального выражения по степеням $(\partial \xi_{\mathbf{k}} / \partial \mathbf{k}) \mathbf{q}$ и $(\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}^0 / \partial \mathbf{k}) \mathbf{q}$ интеграл по направлениям импульса $\mathbf{k}$ от линейного по $\mathbf{q}$ члена разложения оказывается равным нулю. Это означает, что выражение (39) тождественно равно нулю.

4. Альтермагнитные и нецентросимметричные металлы

Имеется другой тип магнитных структур, магнитная группа симметрии которых не содержит операцию отражения времени R саму по себе, но лишь в комбинации с поворотами или отражениями, или вовсе не содержит элемента R . Такие вещества обладают пьезо-

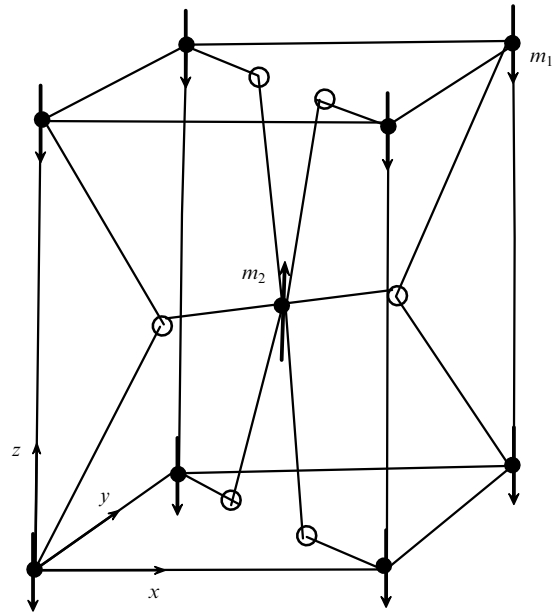


Рис. 2. Расположение и ориентация магнитных моментов ионов марганца в кристалле антиферромагнитного MnF_2 . Кружками показано расположение ионов фтора.

магнитными свойствами [1, 15, 16]. Пьезомагнетизм был открыт в антиферромагнитных флюоридах кобальта CoF_2 и марганца MnF_2 А.С. Боровиком-Романовым [17]. Эти вещества имеют простую тетрагональную решётку и группу симметрии $\mathbf{D}_{4h}^{14}$. В каждой элементарной ячейке имеется два иона металла в позициях (000) и $(1/2, 1/2, 1/2)$. Магнитная структура, определённая в экспериментах по рассеянию нейтронов Р.А. Эриксоном [18], изображена на рис. 2.

Группа симметрии CoF_2 и MnF_2 содержит следующие операции:

$$\mathbf{D}_{4h}(\mathbf{D}_{2h}) = (E, C_2, 2U_2t, \sigma_h, 2\sigma_vt, I, \\ 2C_{4z}Rt, 2U_2'R, 2\sigma_v'R, 2C_4\sigma_hRt). \quad (42)$$

Здесь использованы обозначения для вращений и отражений, принятые в книге [19]. Например, $2U_2'R$ — это вращения на угол π вокруг направлений $[110]$ или $[1\bar{1}0]$, сопровождаемые операцией обращения времени R . Несимметричная группа симметрии (42) содержит ряд операций, включающих сдвиги $t = t_{1/2} = (a, a, c)/2$ на половину периода вдоль пространственной диагонали призмы.

На пространственных масштабах, больших по сравнению с межатомными расстояниями, операция t -сдвига не играет роли и существенны лишь операции вращений и отражений в комбинации с обращением времени. Термодинамический потенциал, инвариантный относительно этих операций, даётся выражением

$$\Phi_{pm} = -\lambda_1(\sigma_{xz}H_y + \sigma_{yz}H_x) - \lambda_2\sigma_{xy}H_z, \quad (43)$$

и намагниченность, возникающая под действием сдвигового напряжения σ_{xz} ,

$$M_y = -\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial H_y} = \lambda_1\sigma_{xz}, \quad (44)$$

была измерена в работе [17].

CoF₂ и MnF₂ — антиферромагнитные диэлектрики. Подобная кристаллическая структура и антиферромагнитный порядок были обнаружены в работе [20] в металлическом соединении RuO₂ с помощью резонансного рассеяния рентгеновских лучей. Энергия электрона как функция импульса в металле со структурой, симметричной относительно всех операций, перечисленных в (42), имеет вид

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\mathbf{k}} \delta_{\alpha\beta} + \gamma_{\mathbf{k}} \sigma_{\alpha\beta}, \quad (45)$$

$$\gamma_{\mathbf{k}} = \gamma_1 \sin(k_z b) [\sin(k_y a) \hat{x} + \sin(k_x a) \hat{y}] + \gamma_2 \sin(k_x a) \sin(k_y a) \hat{z}, \quad (46)$$

где $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{k})$ — трансляционно-инвариантная чётная функция с симметрией $\mathbf{D}_{4h}(\mathbf{D}_{2h})$ и $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — матрицы Паули. Здесь принято во внимание, что операции $t_{1/2}$ в координатном пространстве соответствует сдвиг $\pi(1/a, 1/a, 1/b)$ в обратном пространстве волновых векторов. Выражение (46) даёт простейший из возможных вид вектора $\gamma_{\mathbf{k}}$, удовлетворяющий требованиям симметрии.

В общем случае электронный спектр металла с группой симметрии G , содержащей операцию обращения времени лишь в комбинациях с вращениями и отражениями, имеет вид (45), инвариантный относительно всех операций группы G . Имеется подкласс таких веществ, для которых угловое среднее

$$\int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{4\pi} \gamma_{\mathbf{k}} = 0. \quad (47)$$

Такие металлы, похожие на антиферромагнетики в обратном пространстве, называются *альтермагнетиками*. Упорядочение спинов электронов в альтермагнетиках, определяемое обменным взаимодействием, в общем случае неколлинеарно.

В некоторых случаях необходимо принимать во внимание межзонное спин-орбитальное взаимодействие с более общим матричным 4×4 спектром

$$\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}} = \frac{(\varepsilon_{1\mathbf{k}} + \gamma_{1\mathbf{k}} \sigma)(\tau_0 + \tau_3)}{2} + i\tau_2 \Phi_{\mathbf{k}} \sigma + \frac{(\varepsilon_{2\mathbf{k}} + \gamma_{2\mathbf{k}} \sigma)(\tau_0 - \tau_3)}{2}. \quad (48)$$

Здесь $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ — зонные матрицы Паули. Такая форма спектра существенна при рассмотрении аномального эффекта Холла в альтермагнетиках (см. ниже).

4.1. Электронные состояния

В нижеследующем изложении мы будем работать с простым 2×2 матричным спектром (45), имеющим тот же вид, что и в нецентросимметричных металлах,

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} \sigma_0 + \gamma_{\mathbf{k}} \sigma. \quad (49)$$

(См., например, работу [21] и приведённую в ней литературу.) Таким образом, все вычисления для этих двух типов металлов выглядят одинаково, но надо, разумеется, помнить, что в альтермагнетиках вектор $\gamma_{-\mathbf{k}} = \gamma_{\mathbf{k}}$ — чётная функция импульса $\mathbf{k}$, тогда как в нецентросимметричных металлах $\gamma_{-\mathbf{k}} = -\gamma_{\mathbf{k}}$ — нечётная. Скалярная часть спектра $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{-\mathbf{k}}$ чётна в обоих случаях.

Собственные значения матрицы (49) равны

$$\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}) = \varepsilon + \gamma, \quad \varepsilon_{-}(\mathbf{k}) = \varepsilon - \gamma, \quad (50)$$

здесь $\gamma = |\gamma_{\mathbf{k}}|$. Соответствующие собственные функции даются выражениями

$$\begin{aligned} \Psi_{\alpha}^{+}(\mathbf{k}) &= \frac{1}{\sqrt{2\gamma(\gamma + \gamma_z)}} \begin{pmatrix} \gamma + \gamma_z \\ \gamma_+ \end{pmatrix}, \\ \Psi_{\alpha}^{-}(\mathbf{k}) &= \frac{t_{+}^{*}}{\sqrt{2\gamma(\gamma + \gamma_z)}} \begin{pmatrix} -\gamma_- \\ \gamma + \gamma_z \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (51)$$

где $\gamma_{\pm} = \gamma_x \pm i\gamma_y$ и $t_{+}^{*} = -\gamma_+ / \sqrt{\gamma_+ \gamma_-}$. Собственные функции удовлетворяют соотношениям ортогональности

$$\Psi_{\alpha}^{\lambda_1*}(\mathbf{k}) \Psi_{\alpha}^{\lambda_2}(\mathbf{k}) = \delta_{\lambda_1 \lambda_2}, \quad \Psi_{\alpha}^{\lambda}(\mathbf{k}) \Psi_{\beta}^{\lambda*}(\mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta}. \quad (52)$$

Здесь подразумевается суммирование по повторяющимся спиновым $\alpha = \uparrow, \downarrow$ или зонным $\lambda = +, -$ индексам.

В альтермагнетиках, так же как в нецентросимметричных металлах, собственные функции из разных зон переходят друг в друга при применении операции обращения времени

$$-i(\sigma_y)_{\alpha\beta} K_0 \Psi_{\beta}^{+}(\mathbf{k}) \propto \Psi_{\alpha}^{-}(\mathbf{k})$$

(здесь K_0 — операция комплексного сопряжения), что означает отсутствие крамерсовского вырождения.

Имеется две ферми-поверхности с различными импульсами Ферми $\mathbf{k}_{F\pm}$. Они определяются уравнениями

$$\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}) = \mu. \quad (53)$$

Скорости Ферми даются производными

$$\mathbf{v}_{F\pm} = \left. \frac{\partial(\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}))}{\partial \mathbf{k}} \right|_{\mathbf{k}=\mathbf{k}_{F\pm}}. \quad (54)$$

4.2. Спиновый ток в термодинамическом равновесии

Плотность спинового тока даётся выражением

$$\mathbf{j}_i = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \sigma_{\alpha\beta} \frac{\partial \varepsilon_{\beta\gamma}(\mathbf{k})}{\partial k_i} n_{\gamma\alpha}(\mathbf{k}, \omega). \quad (55)$$

Матрица равновесной функции распределения электронов равна

$$n_{\alpha\beta} = \frac{n_{+} + n_{-}}{2} \delta_{\alpha\beta} + \frac{n_{+} - n_{-}}{2\gamma} \gamma \sigma_{\alpha\beta}, \quad (56)$$

здесь $n_{\lambda} = [\exp((\varepsilon_{\lambda} - \mu)/T) + 1]^{-1}$ — фермиевская функция распределения.

В альтермагнетиках интеграл (55) равен нулю. Однако в нецентросимметричных металлах в термодинамическом равновесии имеется ненулевая плотность спинового тока [22, 23]

$$\mathbf{j}_i = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left[\frac{\partial \gamma}{\partial k_i} (n_{+} + n_{-}) + \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial k_i} (n_{+} - n_{-}) \frac{\gamma}{\gamma} \right]. \quad (57)$$

Существование бездиссипативных спиновых токов в нецентросимметричных металлах похоже на существование электрических токов (11) в термодинамическом равновесии в металлах с тороидальной симметрией.

4.3. Спиновая восприимчивость

Ось квантования спинов направлена вдоль единичного вектора $\hat{\gamma} = \gamma/|\gamma|$. Проекция спинов электронов на

направление $\hat{\gamma}$ имеют противоположный знак

$$(\hat{\gamma}_{\mathbf{k}} \sigma_{\alpha\beta}) \Psi_{\beta}^{\pm}(\mathbf{k}) = \pm \Psi_{\alpha}^{\pm}(\mathbf{k}). \quad (58)$$

Во внешнем магнитном поле матрица энергии электронов имеет вид

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} \sigma_0 + \gamma_{\mathbf{k}} \sigma - \mathbf{h} \sigma. \quad (59)$$

Поле здесь обозначено как $\mathbf{h} = \mu_B \mathbf{H}$. Зонные энергии равны

$$\varepsilon_{\lambda, \mathbf{h}}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} + \lambda |\gamma_{\mathbf{k}} - \mathbf{h}|, \quad \lambda = \pm. \quad (60)$$

Направление квантования спинов также отклоняется от направления в отсутствие поля

$$\hat{\gamma}_{\mathbf{k}} \rightarrow \hat{\gamma}_{\mathbf{h}}(\mathbf{k}) = \frac{\gamma_{\mathbf{k}} - \mathbf{h}}{|\gamma_{\mathbf{k}} - \mathbf{h}|}. \quad (61)$$

Система приобретает намагниченность

$$\mathbf{M} = \mu_B \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \hat{\gamma}_{\mathbf{h}}(\mathbf{k}) [n(\varepsilon_{+, \mathbf{h}}(\mathbf{k})) - n(\varepsilon_{-, \mathbf{h}}(\mathbf{k}))], \quad (62)$$

здесь $n(\varepsilon_{\lambda}) = [\exp((\varepsilon_{\lambda} - \mu)/T) + 1]^{-1}$ — фермиевская функция распределения. Выделяя слагаемое первого порядка по магнитному полю, получаем магнитную восприимчивость

$$\chi_{ij} = -\mu_B^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left\{ \hat{\gamma}_i \hat{\gamma}_j \left[\frac{\partial n(\varepsilon_+)}{\partial \varepsilon_+} + \frac{\partial n(\varepsilon_-)}{\partial \varepsilon_-} \right] + (\delta_{ij} - \hat{\gamma}_i \hat{\gamma}_j) \frac{n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)}{|\gamma|} \right\}. \quad (63)$$

Первое слагаемое в подынтегральном выражении содержит производные от скачков ферми-распределений $\partial n(\varepsilon_{\pm})/\partial \varepsilon_{\pm} = -\delta(\varepsilon_{\pm} - \mu)$. Второе слагаемое возникает из-за отклонения направлений квантования спинов частиц, заполняющих состояния между ферми-поверхностями двух зон. Магнитный момент, возникающий во внешнем поле в альтермагнетиках, определяется тем же выражением, что и в нецентросимметричных металлах [24].

4.4. Кинетическое уравнение

В зонном представлении равновесная функция распределения (56) представляет диагональную матрицу

$$n_{\lambda_1 \lambda_2} = \Psi_{\alpha}^{\lambda_1*}(\mathbf{k}) n_{\alpha\beta} \Psi_{\beta}^{\lambda_2}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} n(\varepsilon_+) & 0 \\ 0 & n(\varepsilon_-) \end{pmatrix}_{\lambda_1 \lambda_2}. \quad (64)$$

Эрмитовы матрицы неравновесных функций распределения в зонном и спиновых представлениях связаны между собой соотношением

$$f_{\lambda_1 \lambda_2}(\mathbf{k}) = \Psi_{\alpha}^{\lambda_1*}(\mathbf{k}) f_{\alpha\beta} \Psi_{\beta}^{\lambda_2}(\mathbf{k}). \quad (65)$$

Кинетическое уравнение для нецентросимметричных металлов получено в работе [25] из общего квазиклассического матричного кинетического уравнения В.П. Силина [26]. В стационарном электрическом поле $\mathbf{E}$ линейризованное кинетическое уравнение для амплитуды Фурье

отклонения функции распределения от равновесной

$$g_{\lambda_1 \lambda_2}(\mathbf{k}, \omega) = f_{\lambda_1 \lambda_2}(\mathbf{k}) - n_{\lambda_1 \lambda_2}$$

имеет вид

$$e \begin{pmatrix} (\mathbf{v}_+ \mathbf{E}) \frac{\partial n_+}{\partial \varepsilon_+} & (\mathbf{w}_+ \mathbf{E})(n_- - n_+) \\ (\mathbf{w}_- \mathbf{E})(n_+ - n_-) & (\mathbf{v}_- \mathbf{E}) \frac{\partial n_-}{\partial \varepsilon_-} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & i(\varepsilon_- - \varepsilon_+) g_{\pm}(\mathbf{k}) \\ i(\varepsilon_+ - \varepsilon_-) g_{\mp}(\mathbf{k}) & 0 \end{pmatrix} = \hat{I}. \quad (66)$$

Здесь для краткости введены обозначения $n(\varepsilon_+) = n_+$, $n(\varepsilon_-) = n_-$. Величины

$$\mathbf{w}_{\pm}(\mathbf{k}) = \Psi_{\alpha}^{+*}(\mathbf{k}) \frac{\partial \Psi_{\alpha}^{-}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} = \frac{t_{\pm}^*}{2\gamma} \left(-\frac{\partial \gamma_-}{\partial \mathbf{k}} + \frac{\gamma_-}{\gamma + \gamma_z} \frac{\partial(\gamma + \gamma_z)}{\partial \mathbf{k}} \right) \quad (67)$$

представляют межзонные связности Берри,

$$\mathbf{w}_{\mp} = -\mathbf{w}_{\pm}^*.$$

В отличие от групповых скоростей $\mathbf{v}_+$, $\mathbf{v}_-$, связности Берри $\mathbf{w}_{\pm}$ и $\mathbf{w}_{\mp}$ имеют размерность $1/k$.

$\hat{I}$ — матричный интеграл столкновений. Для рассеяния электронов на примесях в борновском приближении интеграл столкновений $I_{\lambda_1 \lambda_2}$ (см. приложение А в работе [25]) даётся выражением

$$I_{\lambda_1 \lambda_2}^i(\mathbf{k}) = 2\pi n_i \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \\ \times \left\{ O_{\lambda_1 v}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') [g_{v\mu}(\mathbf{k}') O_{\mu \lambda_2}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) - O_{v\mu}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) g_{\mu \lambda_2}(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_v - \varepsilon_{\lambda_2}) + \right. \\ \left. + [O_{\lambda_1 v}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') g_{v\mu}(\mathbf{k}') - g_{\lambda_1 v}(\mathbf{k}) O_{v\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')] O_{\mu \lambda_2}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta(\varepsilon'_\mu - \varepsilon_{\lambda_1}) \right\}. \quad (68)$$

Здесь введены обозначения $\varepsilon_{\lambda_1} = \varepsilon_{\lambda_1}(\mathbf{k})$, $\varepsilon'_{\mu} = \varepsilon_{\mu}(\mathbf{k}')$ и т.д.,

$$O_{\lambda_1 \lambda_2}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \Psi_{\sigma}^{\lambda_1*}(\mathbf{k}) \Psi_{\sigma}^{\lambda_2}(\mathbf{k}'), \quad (69)$$

$$O_{\lambda_1 \lambda_2}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = O_{\lambda_2 \lambda_1}^*(\mathbf{k}', \mathbf{k}).$$

Выражение интеграла столкновений для электрон-электронных столкновений можно найти в приложении В в работе [25].

4.5. Проводимость

Если энергия расщепления зон превосходит частоты рассеяния электронов на примесях,

$$v_F(k_{F-} - k_{F+}) \gg \frac{1}{\tau_i}, \quad (70)$$

то можно пренебречь интегралами столкновений в недиагональных членах матричного кинетического уравнения (66) и использовать бесстолкновительное решение для недиагональных членов матрицы распределения

$$g_{\pm} = e(\mathbf{w}_{\pm} \mathbf{E}) = \frac{e(\mathbf{w}_{\pm} \mathbf{E})(n_- - n_+)}{-i(\varepsilon_- - \varepsilon_+)}, \quad (71)$$

$$g_{\mp} = e(\mathbf{w}_{\mp} \mathbf{E}) = \frac{e(\mathbf{w}_{\mp} \mathbf{E})(n_+ - n_-)}{-i(\varepsilon_+ - \varepsilon_-)}. \quad (72)$$

В работе [25] было показано, что в стационарном случае такие члены не вносят вклада в электрический ток. С другой стороны, подстановка этих выражений в диагональную часть интеграла матрицы столкновений (68) позволяет пренебречь в ней всеми членами, содержащими недиагональные элементы функции распределения, так как указанные члены оказываются в $v_F(k_{F-} - k_{F+})\tau_i \gg 1$ раз меньше, чем члены с диагональными элементами.

В результате система (66) для матрицы

$$g_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} g_+(\mathbf{k}) & 0 \\ 0 & g_-(\mathbf{k}) \end{pmatrix}_{\alpha\beta} \quad (73)$$

приобретает следующий вид:

$$(\mathbf{v}_+ \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_+)}{\partial \varepsilon_+} = I_+^i, \quad (74)$$

$$(\mathbf{v}_- \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_-)}{\partial \varepsilon_-} = I_-^i, \quad (75)$$

где

$$I_+^i = 4\pi n_i \int \frac{d^3 k}{2\pi^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \\ \times \left\{ O_{++}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{++}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_+(\mathbf{k}') - g_+(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_+ - \varepsilon_+) + \right. \\ \left. + O_{+-}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{-+}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_-(\mathbf{k}') - g_+(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_- - \varepsilon_+) \right\}, \quad (76)$$

$$I_-^i = 4\pi n_i \int \frac{d^3 k}{2\pi^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \\ \times \left\{ O_{--}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{--}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_-(\mathbf{k}') - g_-(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_- - \varepsilon_-) + \right. \\ \left. + O_{-+}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{+-}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_+(\mathbf{k}') - g_-(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_+ - \varepsilon_-) \right\}. \quad (77)$$

Таким образом, мы приходим к системе двух кинетических уравнений, связанных через интегралы столкновений, включающие внутризонные и межзонные процессы рассеяния. Можно искать решения этих уравнений в виде

$$g_+ = -e\tau_+ \frac{\partial n_+}{\partial \varepsilon_+} (\mathbf{v}_+ \mathbf{E}), \quad g_- = -e\tau_- \frac{\partial n_-}{\partial \varepsilon_-} (\mathbf{v}_- \mathbf{E}), \quad (78)$$

где времена столкновений τ_+ , τ_- — чётные функции волнового вектора. Они могут быть найдены как решения системы уравнений (76), (77).

Плотность электрического тока есть

$$\mathbf{j} = e \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} g_{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \omega). \quad (79)$$

Преобразуя это выражение в зонное представление, получим

$$\mathbf{j} = e \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \Psi_{\alpha}^{\lambda_1*}(\mathbf{k}) \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} \Psi_{\beta}^{\lambda_2}(\mathbf{k}) \times \\ \times \Psi_{\gamma}^{\lambda_2*}(\mathbf{k}) g_{\gamma\delta}(\mathbf{k}, \omega) \Psi_{\delta}^{\lambda_1}(\mathbf{k}) = \\ = e \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{\partial \varepsilon_{\lambda_1 \lambda_2}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} + [\mathbf{w}_{\lambda_1 \lambda_3}, \varepsilon_{\lambda_3 \lambda_2}] \right\} g_{\lambda_2 \lambda_1}(\mathbf{k}), \quad (80)$$

где $[\dots]$ — коммутатор. Выполняя матричное умножение, приходим к

$$\mathbf{j} = e \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} [\mathbf{v}_+ g_+ + \mathbf{v}_- g_- + (\mathbf{w}_+ g_+ - \mathbf{w}_- g_-)(\varepsilon_- - \varepsilon_+)]. \quad (81)$$

Пренебрегая недиагональными элементами функции распределения и подставляя решения (78), получим выражение для тока

$$\mathbf{j} = -e^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left[\tau_+ \frac{\partial n_+}{\partial \varepsilon_+} \mathbf{v}_+ (\mathbf{v}_+ \mathbf{E}) + \tau_- \frac{\partial n_-}{\partial \varepsilon_-} \mathbf{v}_- (\mathbf{v}_- \mathbf{E}) \right], \quad (82)$$

определяющее проводимость за счёт рассеяния электронов на примесях. Соответствующий вклад в проводимость за счёт совместных процессов рассеяния электронов на примесях и электрон-электронного рассеяния выведен в работе [27].

4.6. Магнитоэлектрический эффект

Альтермагнетики инвариантны относительно пространственной инверсии, следовательно, электрическое поле не вызывает в них появления намагниченности. В отличие от альтермагнетиков, нецентросимметричные металлы намагничиваются при помещении в электрическое поле. Много лет назад этот эффект в нецентросимметричных полупроводниках был предсказан Е.Л. Ивченко и Г.Е. Пикусом [28] (см. также недавний обзор [29]). Магнитоэлектрический эффект в двумерных металлах с взаимодействием Рашбы впервые рассмотрен в работе В.М. Эдельштейна [30]. Более общий подход был развит недавно в работе [31].

Плотность намагниченности

$$\mathbf{M} = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} g_{\beta\alpha} = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \boldsymbol{\sigma}_{\lambda_1 \lambda_2} g_{\lambda_2 \lambda_1} \quad (83)$$

определяется интегралом от произведения функции распределения и матриц Паули в зонном представлении. В пренебрежении недиагональными членами в функции распределения получим

$$\mathbf{M} = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\gamma} (g_+ - g_-) \right]. \quad (84)$$

Подставляя решения (78), приходим к

$$\mathbf{M} = -e \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\gamma} \left[\tau_+ \frac{\partial n_+}{\partial \varepsilon_+} (\mathbf{v}_+ \mathbf{E}) - \tau_- \frac{\partial n_-}{\partial \varepsilon_-} (\mathbf{v}_- \mathbf{E}) \right]. \quad (85)$$

Таким образом, приложение электрического поля к нецентросимметричному металлу вызывает его намагниченность.

4.7. Аномальный эффект Холла

Холловская проводимость — это антисимметричная бездиссипативная часть тензора проводимости $\sigma_{ij} = -\sigma_{ji}$, определяющая соотношение между током и холловским электрическим полем, возникающим в магнитном поле в направлении, перпендикулярном как току, так и полю,

$$j_x = \sigma_{xy} E_y^H. \quad (86)$$

Аномальный эффект Холла возникает благодаря тому, что в общем случае электронные состояния подстраиваются под влиянием электрического поля, и скорость электрона в состоянии с импульсом $\mathbf{k}$ приобретает дополнительное слагаемое [32, 33]

$$v_i^n = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}^n}{\partial k_i} + \frac{e}{\hbar} \Omega_{ij}^n E_j, \quad (87)$$

где Ω_{ij}^n — тензор кривизны Берри n -й электронной зоны с законом дисперсии $\varepsilon_{\mathbf{k}}^n$. Соответствующая холловская проводимость равна

$$\sigma_{ij} = \frac{e^2}{\hbar} \sum_n \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} n(\varepsilon_n) \Omega_{ij}^n. \quad (88)$$

Здесь $n(\varepsilon_n) = \{\exp((\varepsilon_n - \mu)/T) + 1\}^{-1}$ — фермиевская функция распределения.

Антисимметричный тензор кривизны Берри для зоны $\lambda = +$ даётся выражением

$$\Omega_{ij}^+ = i \left(\frac{\partial \Psi_{\alpha}^{+*}}{\partial k_i} \frac{\partial \Psi_{\alpha}^+}{\partial k_j} - \frac{\partial \Psi_{\alpha}^{+*}}{\partial k_j} \frac{\partial \Psi_{\alpha}^+}{\partial k_i} \right). \quad (89)$$

Соответствующая кривизна Берри для зоны $\lambda = -$ равна $\Omega_{ij}^- = -\Omega_{ij}^+$. Следовательно, холловская проводимость определяется интегралом

$$\sigma_{ij} = \frac{e^2}{\hbar} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} [n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)] \Omega_{ij}^+. \quad (90)$$

Сосчитаем кривизну Берри для альтермагнетика со спектром (46)

$$\gamma_{\mathbf{k}} = \gamma_1 \sin(k_z b) [\sin(k_y a) \hat{x} + \sin(k_x a) \hat{y}] + \\ + (\gamma_2 \sin(k_x a) \sin(k_y a) - \mu_B H) \hat{z}, \quad (91)$$

в присутствии магнитного поля вдоль направления $\hat{z}$. Подставляя собственные функции (51) в уравнение (89) и выполняя дифференцирование, получим

$$\Omega_{xy}^+ = -\frac{\gamma_1^2 a^2}{2\gamma^3} \cos(k_x a) \cos(k_y a) \times \\ \times [\gamma_2 \sin(k_x a) \sin(k_y a) - \mu_B H]. \quad (92)$$

Подстановка этого выражения в уравнение (90) даёт холловскую проводимость

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2 \mu_B \gamma_1^2 a^2}{2\hbar} H \times \\ \times \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} [n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)] \frac{\cos(k_x a) \cos(k_y a)}{\gamma^3}. \quad (93)$$

Подобное выражение для проводимости Холла может быть найдено и для нецентросимметричного металла с нечётной функцией $\gamma_{\mathbf{k}}$.

Не зависящая от магнитного поля часть Ω_{xy}^+ исчезает при интегрировании и не даёт вклада в проводимость Холла. Это также верно для холловской проводимости, происходящей из межзонной кривизны Берри, найденной в работе [34]. Однако ненулевая проводимость Холла в отсутствие магнитного поля в принципе возможна. Около 10 лет назад такой эффект предсказан [35, 36] для

неколлинеарного антиферромагнетика Mn_3Ir . Недавно было указано [37] на существование такого эффекта в коллинеарном антиферромагнетике RuO_2 . Вычисление холловской проводимости в работах [35–37] было основано на расчётах зонной структуры данных веществ из первых принципов. В настоящее время соответствующий вывод, основанный на феноменологических симметричных соображениях, отсутствует. Остаётся лишь предположить, что это осуществимо, используя феноменологический матричный 4×4 спектр вида (48).

4.8. Пьезомагнитный эффект Холла

Альтермагнетики обладают пьезомагнитными свойствами. Например, при приложениях напряжения вдоль диагонали x_y в альтермагнетике с симметрией (42) возникает намагниченность вдоль оси z

$$M_z = \lambda_2 \sigma_{xy}. \quad (94)$$

Следовательно, в присутствии напряжения σ_{xy} электрический ток в базисной плоскости такого альтермагнетика будет индуцировать электрическое поле в направлении, перпендикулярном току

$$j_x = \sigma_{xy}^H E_y, \quad (95)$$

с проводимостью Холла

$$\sigma_{xy}^H = \frac{e^2 \mu_B \gamma_1^2 a^2}{2\hbar} \lambda_2 \sigma_{xy} \times \\ \times \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} [n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)] \frac{\cos(k_x a) \cos(k_y a)}{\gamma^3}, \quad (96)$$

пропорциональной напряжению.

5. Сверхпроводящие состояния в альтермагнетиках

В случае синглетного спаривания гамильтониан БКШ в спинорном представлении имеет вид

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\alpha\beta} (\varepsilon_{\mathbf{k}} \delta_{\alpha\beta} + \gamma_{\mathbf{k}} \sigma_{\alpha\beta} - \mu \delta_{\alpha\beta}) a_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger a_{\mathbf{k}\beta} + \\ + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (i\sigma_y)_{\alpha\beta} (\sigma_y)_{\gamma\delta}^\dagger a_{-\mathbf{k}\alpha}^\dagger a_{\mathbf{k}\beta}^\dagger a_{\mathbf{k}'\gamma} a_{-\mathbf{k}'\delta}. \quad (97)$$

Здесь

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -V_0 \varphi_i^F(\mathbf{k}) \varphi_i^{F*}(\mathbf{k}') \quad (98)$$

— парный потенциал взаимодействия, разложенный по базису чётных функций $\varphi_i^F(\mathbf{k}) = \varphi_i^F(-\mathbf{k})$ определённого неприводимого представления группы симметрии кристалла. Например, для альтермагнетика с группой симметрии $\mathbf{D}_{4h}$ ($\mathbf{D}_{2h}$), состоящей из операций, перечисленных в (42), функция, преобразующаяся согласно единичному представлению, есть

$$\varphi(\mathbf{k}) \propto i(\hat{k}_x^2 - \hat{k}_y^2). \quad (99)$$

Здесь $\hat{k}_x, \hat{k}_y$ — компоненты единичного вектора $\mathbf{k}/k_F$.

Переходя к зонному представлению

$$a_{\mathbf{k}\alpha} = \Psi_\alpha^\lambda(\mathbf{k}) c_{\mathbf{k}\lambda}, \quad (100)$$

получим

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{k}) - \mu) c_{\mathbf{k}\lambda}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\lambda} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') c_{-\mathbf{k}\lambda_1}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\lambda_2}^{\dagger} c_{\mathbf{k}'\lambda_3} c_{-\mathbf{k}'\lambda_4}. \quad (101)$$

Здесь

$$V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') t_{\lambda_2}(\mathbf{k}) t_{\lambda_4}^*(\mathbf{k}') \sigma_{\lambda_1\lambda_2}^x \sigma_{\lambda_3\lambda_4}^x \quad (102)$$

и $t_{\lambda}(\mathbf{k}) = -\lambda\gamma_-/\sqrt{\gamma_+\gamma_-}$ — фазовый фактор.

Данное выражение означает, что спаривание в альтермагнетиках происходит между электронами из разных зон. В этом отношении альтермагнетики отличаются от нецентросимметричных металлов, где

$$V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') t_{\lambda_2}(\mathbf{k}) t_{\lambda_4}^*(\mathbf{k}') \delta_{\lambda_1\lambda_2} \delta_{\lambda_3\lambda_4} \quad (103)$$

и спаривание в основном происходит между электронами из одинаковых зон [21].

Спаривание в альтермагнетиках напоминает спаривание в обычных сверхпроводниках с синглетным спариванием в магнитном поле, расщепляющем ферми-поверхности электронов с противоположным спином. Это приводит к парамагнитному подавлению сверхпроводимости. В альтермагнетиках тот же эффект имеет место в отсутствие магнитного поля, что приводит к эффективному уменьшению температуры перехода в сверхпроводящее состояние или даже к полному подавлению сверхпроводимости. Таким образом, возможность существования сверхпроводящих альтермагнетиков вызывает сомнение. Тем не менее для полноты изложения представим здесь теоретическое описание сверхпроводимости в альтермагнетиках.

Уравнения Горькова имеют вид

$$\begin{pmatrix} i\omega\delta_{\lambda_1\lambda_2} - H_{\lambda_1\lambda_2} & -\tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2} \\ -\tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2}^{\dagger} & i\omega\delta_{\lambda_1\lambda_2} + H_{\lambda_1\lambda_2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} G_{\lambda_2\lambda_3} & -\tilde{F}_{\lambda_2\lambda_3} \\ -\tilde{F}_{\lambda_2\lambda_3}^{\dagger} & -G_{\lambda_2\lambda_3} \end{pmatrix} = \delta_{\lambda_1\lambda_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (104)$$

где

$$i\omega\delta_{\lambda_1\lambda_2} - H_{\lambda_1\lambda_2} = \begin{pmatrix} i\omega - \varepsilon_+ + \mu & 0 \\ 0 & i\omega + \varepsilon_- - \mu \end{pmatrix}, \quad (105)$$

а выражения для параметра порядка и гриновской функции Горькова включают фазовый фактор:

$$\Delta_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}) = t_{\lambda_2}(\mathbf{k}) \tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}), \quad (106)$$

$$\tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}) = (\sigma_x)_{\lambda_1\lambda_2} \Delta(\mathbf{k}), \quad (107)$$

$$F_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}, \omega_n) = t_{\lambda_2}(\mathbf{k}) \tilde{F}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}, \omega_n). \quad (108)$$

Здесь $\omega_n = \pi T(2n + 1)$ — частоты Мацубары. Уравнение самосогласования имеет вид

$$\tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}) = -\frac{T}{2} \sum_n \sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (\sigma_x)_{\lambda_2\lambda_1} (\sigma_x)_{\lambda_3\lambda_4} \tilde{F}_{\lambda_3\lambda_4}(\mathbf{k}', \omega_n), \quad (109)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}, \omega_n) &= \\ &= \Delta \begin{pmatrix} 0 & G_+^n(\mathbf{k}, \omega_n) G_-^n(\mathbf{k}, -\omega_n) \\ G_-^n(\mathbf{k}, \omega_n) G_+^n(\mathbf{k}, -\omega_n) & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (110)$$

— матричная функция Горькова и

$$G_{\pm}(\mathbf{k}, \omega_n) = -\frac{i\omega_n + \varepsilon_{\pm} - \mu}{\omega_n^2 + (\varepsilon_{\pm} - \mu)^2 + \Delta^2}, \quad (111)$$

$$G_{\pm}^n(\mathbf{k}, \omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_{\pm} + \mu} \quad (112)$$

— зонные гриновские функции в сверхпроводящем и нормальном состояниях соответственно. Параметры порядка в спиновом и зонном представлениях выражаются друг через друга согласно

$$\Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = (i\sigma_y)_{\alpha\beta} \Delta(\mathbf{k}). \quad (113)$$

Список литературы

1. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Гостехиздат, 1957); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1960); см. также: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* 2nd rev. ed. (Oxford: Pergamon Press, 1984)
2. Дзялошинский И Е *ЖЭТФ* **37** 881 (1959); Dzyaloshinskii I E *Sov. Phys. JETP* **10** 628 (1960)
3. Астров Д Н *ЖЭТФ* **40** 1035 (1961); Astrov D N *Sov. Phys. JETP* **13** 729 (1961)
4. Brown W F (Jr.), Shtrikman S, Treves D J. *Appl. Phys.* **34** 1233 (1963)
5. Muthukumar V N, Valentí R, Gros C *Phys. Rev. Lett.* **75** 2766 (1995)
6. Graham E B, Raab R E J. *Phys. Condens. Matter* **9** 1863 (1997)
7. Krichevskov B B et al. *J. Phys. Condens. Matter* **5** 8233 (1993)
8. Копяев Ю В *УФН* **179** 1175 (2009); Kopyaev Yu V *Phys. Usp.* **52** 1111 (2009)
9. Hayami S, Kusunose H, Motome Y *Phys. Rev. B* **90** 024432 (2014)
10. Минеев В П *Письма в ЖЭТФ* **120** 247 (2024); Mineev V P *JETP Lett.* **120** 241 (2024)
11. Fedchenko O et al. *J. Phys. Condens. Matter* **34** 425501 (2022)
12. Furukawa T et al. *Nature Commun.* **8** 954 (2017)
13. Saito H et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **87** 033702 (2018)
14. Ota K et al., arXiv:2205.05555v1
15. Тавгер Б А, Зайцев В М *ЖЭТФ* **30** 564 (1956); Tavger B A, Zaitsev V M *Sov. Phys. JETP* **3** 430 (1956)
16. Дзялошинский И Е *ЖЭТФ* **33** 807 (1957); Dzyaloshinskii I E *Sov. Phys. JETP* **6** 621 (1958)
17. Боровик-Романов А С *ЖЭТФ* **36** 1954 (1959); Borovik-Romanov A S *Sov. Phys. JETP* **9** 1390 (1960)
18. Erickson R A *Phys. Rev.* **90** 779 (1953)
19. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
20. Zhu Z H et al. *Phys. Rev. Lett.* **122** 017202 (2019)
21. Samokhin K V, Mineev V P *Phys. Rev. B* **77** 104520 (2008)
22. Rashba E I *Phys. Rev. B* **68** 241315 (2003)
23. Rashba E I *Phys. Rev. B* **70** 161201 (2004)
24. Mineev V P *J. Low Temp. Phys.* **158** 615 (2010)
25. Минеев В П *ЖЭТФ* **156** 750 (2019); Mineev V P *J. Exp. Theor. Phys.* **129** 700 (2019); Минеев В П *ЖЭТФ* **157** 1131 (2020) Поправка к статье; Mineev V P *J. Exp. Theor. Phys.* **130** 955 (2020) Erratum

26. Силин В П *ЖЭТФ* **33** 1227 (1957); Silin V P *Sov. Phys. JETP* **6** 945 (1958)
27. Минеев В П *ЖЭТФ* **159** 563 (2021); Mineev V P *J. Exp. Theor. Phys.* **132** 472 (2021)
28. Ивченко Е Л, Пикус Г Е *Письма в ЖЭТФ* **27** 640 (1978); Ivchenko E L, Pikus G E *JETP Lett.* **27** 604 (1978)
29. Ganichev S D, Ivchenko E L, in *Encyclopedia of Condensed Matter Physics* (Ed.-in-Chief T Chakraborty) 2nd ed., Vol. 2 (New York: Academic Press, 2024) pp. 177–185, DOI: 10.1016/B978-0-323-90800-9.00142-6
30. Edelstein V M *Solid State Commun.* **73** 233 (1990)
31. Mineev V P *J. Low Temp. Phys.* **217** 223 (2024)
32. Chang M-C, Niu Q *Phys. Rev. Lett.* **75** 1348 (1995)
33. Xiao D, Chang M-C, Niu Q *Rev. Mod. Phys.* **82** 1959 (2010)
34. Минеев В П *Письма в ЖЭТФ* **121** 441 (2025); Mineev V P *JETP Lett.* **121** 421 (2025)
35. Chen H, Niu Q, MacDonald A H *Phys. Rev. Lett.* **112** 017205 (2014)
36. Kübler J, Felser C *Europhys. Lett.* **108** 67001 (2014)
37. Šmejkal L et al. *Sci. Adv.* **6** eaaz8809 (2020)

Toroid, altermagnetic, and noncentrosymmetric ordering in metals

V.P. Mineev

*Landau Institute for Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences,
prosp. Akademika Semenova 1A, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation
E-mail: mineev@itp.ac.ru*

This article is dedicated to the 60th anniversary of the Landau Institute for Theoretical Physics and presents a review of normal and superconducting properties of toroidal, altermagnetic, and noncentrosymmetric metals. Metals with toroidal order are compounds not possessing symmetry in respect of space and time inversion but are symmetric in respect of the product of these operations. An electric current propagating through samples of such a material causes its magnetization. Superconducting states in toroidal metals are a mixture of singlet and triplet states. Superconductivity is gapless even in ideal crystals without impurities. Altermagnets are antiferromagnetic metals that have a specific spin splitting of electron bands determined by time inversion in combinations with rotations and reflections of a crystal lattice. Similar splitting takes place in metals whose symmetry does not have a spatial inversion operation. Both of these types of materials have an anomalous Hall effect. A current propagating through a noncentrosymmetric metal causes magnetization, but this is not the case in altermagnets. On the other hand, in altermagnets, there is a specific piezomagnetic Hall effect. Superconducting pairing in noncentrosymmetric metals occurs between electrons occupying states in one zone, whereas, in altermagnets, we are dealing with interband pairing, which is unfavorable for the formation of a superconducting state.

Keywords: magnetism, superconductivity, strongly correlated electronic systems

PACS numbers: **71.27. + a**, **74.20. – z**, **75.85. + t**

Bibliography — 37 references

Received 27 March 2025

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **195** (11) 1221 – 1231 (2025)

Physics – Uspekhi **68** (11) (2025)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2025.06.039944>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2025.06.039944>