

## О выводе гравитационного сдвига частоты из закона сохранения энергии

Д. Д'Абрамо

*Мысленные эксперименты в физике являются впечатляющими средствами рассуждений. Они представляют собой ценные инструменты, помогающие учёным получать новые результаты и обучать студентов известным. Мы показываем, однако, что их следует воспринимать с осторожностью, даже если они кратчайшим путём ведут к "доказательству" общепринятых результатов. Мы показываем, что самые известные мысленные эксперименты, предложенные для вывода гравитационного сдвига частоты из закона сохранения энергии, в действительности содержат проблемы. При правильной постановке и правильном понимании из них следует, что существование гравитационного сдвига частоты фактически противоречит закону сохранению энергии. В поддержку такого заключения мы также предлагаем два новых простых мысленных эксперимента, в одном из которых используется закон сохранения энергии, а в другом — закон сохранения импульса; они показывают, что из этих законов сохранения не следует гравитационный сдвиг частоты. Наши результаты могут представлять собой определённый эпистемологический интерес и могут служить предупреждением в отношении того, как следует воспринимать мысленные эксперименты и до какой степени можно на них полагаться.*

**Ключевые слова:** специальная теория относительности, общая теория относительности, гравитационный сдвиг частоты, закон сохранения энергии, закон сохранения импульса, мысленные эксперименты

PACS numbers: 03.30.+p, 45.20.df, 45.20.dh, 98.62.Py

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2024.10.039774>

### Содержание

1. Введение (94).
  2. Гравитационный сдвиг частоты и "гравитационная потенциальная энергия" фотона (96).
    - 2.1. Разделяемая критика подхода "гравитационной потенциальной энергии фотона".
  3. Вывод Мизнера, Торна и Уилера (96).
    - 3.1. Основные проблемы вывода Мизнера, Торна и Уилера.
  4. Вывод Вайнберга (97).
    - 4.1. Основные проблемы с выводом Вайнберга.
  5. Вывод Фейнмана, Лейтона и Сэндса (97).
    - 5.1. Основные проблемы вывода Фейнмана, Лейтона и Сэндса.
  6. Доказательство того, что гравитационное красное смещение не следует из закона сохранения энергии (98).
  7. Заключительные замечания (98).
  8. Приложение. Законы сохранения энергии и импульса (99).
- Список литературы (100).

### 1. Введение

В 1907 г. Эйнштейн ввёл принцип эквивалентности [1]. Он использовал его, чтобы распространить эффекты специальной теории относительности на системы, покоящиеся в гравитационном поле, предполагая их эквивалентность равномерно ускоренным системам. В указанной работе Эйнштейн впервые вывел формулы для гравитационного красного смещения, для гравитационного замедления времени и для других случаев воздействия гравитации на

электромагнитные процессы, включая переменную скорость света и гравитационное отклонение света.

Согласно самому Эйнштейну, его первая попытка распространить специальную теорию относительности на гравитацию была не слишком успешной. Он вернулся к этой задаче в 1911 г., предложив намного более простой вывод гравитационного замедления времени, красного смещения и отклонения света.

Рассмотрим кратко его второй вывод гравитационного красного смещения [2]. Пусть две материальные системы  $S_1$  и  $S_2$  покоятся в локальном однородном гравитационном поле  $\mathbf{a}$  (рис. 1). Системы  $S_1$  и  $S_2$  находятся на расстоянии  $d$  друг от друга. Пусть далее система отсчёта  $K_0$  свободно падает ("отключив" гравитацию) вблизи  $S_2$ , причём её начальная скорость относительно  $S_2$  нулевая.

Пусть далее луч света с частотой  $\nu_2$  испускается из  $S_2$  в направлении  $S_1$ , когда скорость свободно падающей системы  $K_0$  относительно  $S_2$  и  $S_1$  ещё равна нулю. Луч достигает  $S_1$  через время, приблизительно равное  $d/c$ , где  $c$  — скорость света. Согласно принципу эквивалентности, эта ситуация физически эквивалентна той, в которой  $K_0$  покоится, а  $S_2$  и  $S_1$  ускоряются с ускорением  $-\mathbf{a}$ , имея нулевую начальную скорость. Когда луч света достигает системы  $S_1$ , её скорость относительно неподвижной системы отсчёта  $K_0$  равна  $v = ad/c$ . Поэтому с точки зрения любого наблюдателя в системе отсчёта  $K_0$  луч света, полученный в системе  $S_1$ , приобретает доплеровский сдвиг: его частота  $\nu_1$  есть

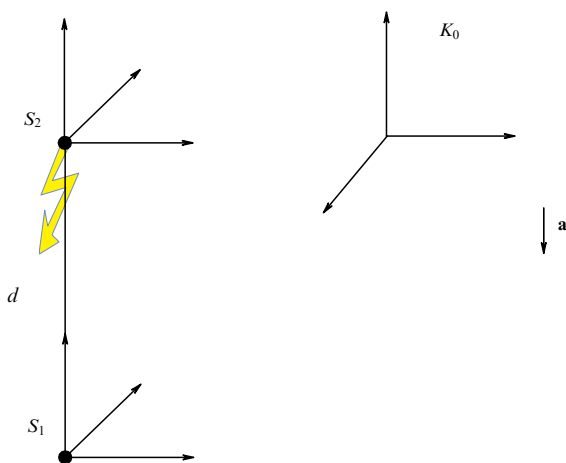
$$\nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{v}{c} \right) = \nu_2 \left( 1 + \frac{ad}{c^2} \right). \quad (1)$$

Здесь использована формула Доплера  $\nu_1 = \nu_2(1 + v/c)$  при  $v \ll c$ .

В качестве  $ad$  Эйнштейн подставил гравитационный потенциал  $\Phi$  в системе  $S_2$ , а гравитационный потенциал в системе  $S_1$  положил равным нулю. Предположив, что

Д. Д'Абрамо. Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca, 00041, Albano Laziale, RM, Italy  
E-mail: germano.dabramo@gmail.com

Статья поступила 13 февраля 2024 г., после доработки 16 июля 2024 г.



**Рис. 1.** Материальные системы  $S_1$  и  $S_2$  неподвижны в локальном однородном гравитационном поле  $\mathbf{a}$ . Система отсчета  $K_0$  свободно падает ("отключив" гравитацию) вблизи  $S_2$  с нулевой начальной скоростью относительно  $S_2$ . Согласно принципу эквивалентности можно равным образом считать, что системы  $S_1$  и  $S_2$  ускоряются вверх с ускорением  $-\mathbf{a}$ , а система  $K_0$  является инерциальной и покоится.

соотношение (1), выведенное для однородного гравитационного поля, справедливо и для полей другого вида, Эйнштейн получил отсюда хорошо известную (приближённую) формулу для гравитационного красного смещения (в данном примере это в действительности голубое смещение):

$$v_1 = v_2 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right). \quad (2)$$

Из формулы (2) Эйнштейн также вывел формулу для гравитационного замедления времени. Предположим, что в течение временного интервала  $\Delta t_2$  (измеряемого часами, покоящимися в системе  $S_2$ ) в системе  $S_2$  испущено  $n$  волн. Из определения частоты тогда имеем  $n = v_2 \Delta t_2$ . Пусть эти же  $n$  волн приходят в систему  $S_1$  в течение временного интервала  $\Delta t_1$  (измеряемого часами, покоящимися в системе  $S_1$ ). Тогда, снова по определению частоты, имеем  $n = v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2$ . Таким образом, равенство (2) приводит к формуле для гравитационного замедления времени

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right). \quad (3)$$

В разделе 2 статьи 1911 г. Эйнштейн показал, что гравитационное поле в общем случае влияет на энергию и что, аналогично инертной массе, гравитационная масса тела увеличивается на  $E/c^2$ , когда тело поглощает количество энергии, равное  $E$ . Для этого вывода используется та же конфигурация, что изображена на рис. 1. Эйнштейн использовал приближённый релятивистский закон преобразования энергии  $E_1 = E_2(1 + v/c)$  [3] и снова опирался на принцип эквивалентности. Придумав хитроумный мысленный эксперимент, он пришёл к следующим выводам (курсив оригинальный):

"[...] следовательно, энергия должна обладать *гравитационной* массой, которая равна её *инертной* массе. Если масса  $M_0$  подвешена к пружинным весам в системе  $K'$  [система движется с ускорением  $-a$ ], то весы покажут кажущийся вес  $M_0 a$  из-за инерции, измеряемой величиной  $M_0$ . Если массе  $M_0$  передано количество энергии  $E$ , то пружинные весы покажут  $(M_0 + E/c^2)a$ , в соответствии с тем принципом, что энергии присуща инерция. Согласно нашему основному предположению [принципу эквивалент-

ности], в точности то же должно произойти, если эксперимент повторить в системе  $K$ , т.е. в гравитационном поле."

Нельзя не заметить, что открытие влияния гравитационного поля на энергию, вместе с соотношением Планка–Эйнштейна  $E = h\nu$  для энергии фотона с частотой  $\nu$ , после некоторых алгебраических действий снова приводит к соотношению (2) для гравитационного сдвига частоты. Но хотя открытая Эйнштейном зависимость массы и энергии от гравитации является ключевым предположением, а предложенный им идеализированный эксперимент вдохновил все последующие мысленные эксперименты, рассматриваемые далее в данной работе, наша последняя интерпретация этого открытия, строго говоря, не засчитывается в качестве вывода гравитационного сдвига частоты из закона сохранения энергии. По существу, мы имеем дело с заключением, выведенным из специальной теории относительности и принципа эквивалентности.

Типичные (архетипичные) выводы на основе закона сохранения энергии можно найти, например, в книгах Борна [4], Мизнера, Торна и Уилера [5], Вайнберга [6], Фейнмана, Лейтона и Сэндса [7], Риндлера [8] и Шутца [9] (и во многих менее известных учебниках по физике).

В следующем разделе мы сначала явно перечислим все допущения, необходимые для вывода гравитационного сдвига частоты из закона сохранения энергии, а затем опишем типичный мысленный эксперимент, широко используемый в литературе, в котором эти допущения распространяются на фотон. В разделе 2.1 мы кратко обсуждаем критические замечания к выводам такого рода, сделанные в том числе Вайнбергом [6] и Окунем, Селивановым и Телегди [10, 11]. Мы согласны с их оговорками по поводу применения указанных допущений к фотону.

Однако в разделах 3–5 мы вспоминаем, что возможен вывод на основе закона сохранения энергии, не опирающийся на эти допущения для фотона. В качестве представительных примеров мы более подробно рассматриваем мысленные эксперименты, предложенные Мизнером, Торном и Уилером [5], Вайнбергом [6], а также Фейнманом, Лейтоном и Сэндсом [7]. Затем мы показываем, что после необходимых исправлений они, к сожалению, тоже оказываются проблематичными в отношении самого существования гравитационного сдвига частоты (разделы 3.1, 4.1 и 5.1).

То, что ранние попытки ясного вывода гравитационного красного смещения чреватые ошибками и двусмысленностями, не ново, как указал Скотт [13], но мы утверждаем большее. В разделе 6 мы показываем, что гравитационный сдвиг частоты в действительности не следует из закона сохранения энергии. Для этого мы обсуждаем простой мысленный эксперимент, в котором не требуется предположения о какой-либо гравитационной массе или гравитационной потенциальной энергии фотона. В доказательстве не нужно даже предполагать, что гравитационная потенциальная энергия тела вносит вклад в его полную массу. В приложении мы приходим к тому же выводу на основе более непосредственного мысленного эксперимента с использованием сохранения импульса.

В разделе 7 мы подводим итог значимости наших результатов.

Прежде чем продолжить, хотелось бы ещё раз очертить охват настоящей работы и пояснить, какие проблемы в ней ставятся, а какие — нет. Наша главная цель — проиллюстрировать неизбежные трудности при выводе гравитационного красного смещения с использованием простых рассуждений, опирающихся на закон сохранения энергии, без полного привлечения общей теории относительности, как это обычно делается во многих вводных курсах. Гра-

витационное красное смещение, тем не менее, представляет собой твёрдо установленное явление. Мы считаем, что парадоксы, возникающие при его выводе из закона сохранения энергии, могут быть разрешены посредством полноценного рассмотрения в рамках общей теории относительности. Например, на протяжении всей статьи мы исходим из классического закона сохранения энергии, и во всех мысленных экспериментах с участием фотонов (как принято в подобных выводах в литературе) не проводим различия между собственной частотой и координатной частотой, как это делается в общей теории относительности. Хотя такое различие могло бы оказаться ключевым для разрешения обсуждаемых нами парадоксов, оно выходит за рамки настоящей работы.

## 2. Гравитационный сдвиг частоты и "гравитационная потенциальная энергия" фотона

Вывод гравитационного сдвига частоты исходя из закона сохранения энергии обычно рассматривается как подтверждение этого явления, альтернативное классическому выводу (и независимое от него) исходя из специальной теории относительности и принципа эквивалентности; вывод из закона сохранения энергии приводится во многих учебниках по общей теории относительности.

Сначала перечислим все предположения и общепринятые концепции, явно или неявно допускаемые при выводе исходя из закона сохранения энергии. Они имеют решающее значение для принятия его физической обоснованности.

1. Не только массу можно превратить в энергию, но и *любой вид энергии* тоже обладает массой (или всегда может быть превращён в массу) по формуле эквивалентности массы и энергии  $E = mc^2$ , где  $m$  — это масса покоя [1, 2].

2. Инертная масса эквивалентна гравитационной массе.

3. Энергия фотона с частотой  $\nu$  равна  $E = h\nu$ , где  $h$  — постоянная Планка.

4. Имеет место закон сохранения энергии.

Один из примеров вывода с использованием всех указанных предположений таков (его "бесконечно малый" вариант можно найти, например, в книге Риндлера [8]). Приёмник  $\mathcal{R}$  расположен на расстоянии  $d$  прямо над излучателем фотонов  $\mathcal{E}$ . Оба они расположены стационарно в однородном гравитационном поле  $g$ . Излучатель  $\mathcal{E}$  испускает фотон с частотой  $\nu$  и энергией  $E = h\nu$  в направлении  $\mathcal{R}$ . Хотя фотоны не имеют массы покоя, предполагается, что испускаемый фотон имеет "эффективную" гравитационную массу  $m$ , равную его инертной массе, определяемой из эквивалентности массы и энергии:  $m = E/c^2 = h\nu/c^2$  (предположения 1, 2 и 3). Поскольку испускаемый фотон должен подняться на высоту  $d$  в однородном гравитационном поле, его энергия  $E'$  в приёмнике  $\mathcal{R}$  меньше, чем  $E$ . В силу закона сохранения энергии (предположение 4) имеем

$$E' = E - mgd, \quad (4)$$

где потенциальная энергия  $mgd$  — это энергия, "затраченная" фотоном на то, чтобы подняться на высоту  $d$ . Соотношение (4) можно переписать в виде

$$\nu' = \frac{E'}{h} = \frac{E - mgd}{h} = \frac{h\nu - (h\nu/c^2)gd}{h} = \nu \left(1 - \frac{gd}{c^2}\right), \quad (5)$$

что и является искомой формулой для гравитационного сдвига частоты (1) (если переставить местами  $\mathcal{E}$  и  $\mathcal{R}$ , знак минус здесь заменится на знак плюс).

## 2.1. Разделяемая критика подхода "гравитационной потенциальной энергии фотона"

Насколько известно автору, вывод такого типа не подвергался серьёзной критике. Однако есть и знаменательные исключения: например, Вайнберг утверждает, что концепция гравитационной потенциальной энергии для фотона не имеет под собой оснований [6]. Аналогично, Окунь, Селиванов и Телегди утверждают, что любое объяснение гравитационного сдвига частоты в терминах гравитационной массы и гравитационной потенциальной энергии фотона является неверным и вводит в заблуждение [10, 11].

Мы полностью согласны с этими авторами, поскольку фотон не имеет массы покоя, а апелляция к его гравитационной массе и гравитационной потенциальной энергии является слабым и бездоказательным аргументом.

## 3. Вывод Мизнера, Торна и Уилера

Можно предложить вывод гравитационного сдвига частоты на основе закона сохранения энергии без использования концепции гравитационной потенциальной энергии или гравитационной массы фотона. Мы имеем в виду, например, выводы Мизнера, Торна и Уилера [5], Вайнберга [6], Фейнмана, Лейтона и Сэндса [7], Шютца [8], Кокса [12] и Эрмана и Глимура [14].

Начнём с мысленного эксперимента Мизнера, Торна и Уилера. Они следующим образом излагают предложенную Эйнштейном в 1911 г. реализацию взаимодействия между светом и гравитацией (полагая скорость света  $c = 1$ ):

"Тот факт, что фотон должен испытывать воздействие со стороны гравитационного поля, Эйнштейн (1911) вывел из закона сохранения энергии, применённого в контексте ньютоновой теории тяготения. Пусть частица с массой покоя  $m$  стартует из состояния покоя в гравитационном поле  $g$  в точке  $\mathcal{A}$  и свободно падает на расстояние  $h$  до точки  $\mathcal{B}$ . Она набирает кинетическую энергию  $mgh$ . Её полная энергия, включая массу покоя, становится равной

$$m + mgh.$$

А теперь пусть частица претерпевает аннигиляцию в точке  $\mathcal{B}$ , передавая всю свою массу и кинетическую энергию фотону с той же энергией. Пусть этот фотон движется вверх в гравитационном поле к точке  $\mathcal{A}$ . Если он не взаимодействует с гравитацией, он будет иметь по прибытии в  $\mathcal{A}$  свою первоначальную энергию. В этой точке с помощью подходящего устройства можно превратить его в другую частицу с массой покоя  $m$  (которая затем могла бы повторить весь процесс) и с избыточной энергией  $mgh$ , производство которой ничего не стоит. Чтобы избежать этого противоречия с законом сохранения энергии, который можно сформулировать и в чисто классических терминах, Эйнштейн усмотрел, что фотон должен претерпевать красное смещение".

В этом выводе, как и в тех, которые рассматриваются в следующих разделах, нет отсылки к гравитационной массе или гравитационной потенциальной энергии фотона. Энергия становится массой только после поглощения нерелятивистским и макроскопическим материальным телом (устройством, которое преобразует её в частицу на последней стадии процесса). Это допускается широко распространённой интерпретацией эквивалентности массы и энергии.

### 3.1. Основные проблемы вывода Мизнера, Торна и Уилера

К сожалению, аргументация Мизнера, Торна и Уилера имеет свои проблемы [15]. Если частица с массой покоя  $m$  начинает движение из состояния покоя в гравитационном поле  $\mathbf{g}$  в точке  $A$  и свободно падает на расстояние  $h$  до точки  $B$ , то в точке  $A$  она обладает энергией, равной  $mgh$ . Эта энергия называется гравитационной потенциальной энергией. Поэтому в силу эквивалентности массы и энергии (предположение 1) в точке  $A$  эта частица уже имеет полную массу/энергию, равную  $m + mgh$ . Эвристическое доказательство последнего утверждения приведено в приложении. А если энергия фотона, возникшего в результате аннигиляции частицы в точке  $B$  и движущегося вверх, по прибытии в  $A$  не равна своему исходному значению  $m + mgh$ , то масса частицы, созданной подходящим устройством в конце процесса, не будет равна массе исходной частицы (то же  $m + mgh$ ), и полная энергия/масса не будет сохраняться. Когда Мизнер, Торн и Уилер говорят, что по прибытии в точку  $B$  частица "набирает кинетическую энергию  $mgh$ " и что "её полная энергия, включая массу покоя, становится равной  $m + mgh$ ", они, похоже, забывают, что непосредственно перед началом падения частица уже имеет гравитационную потенциальную энергию  $mgh$  и полную энергию  $m + mgh$ . Этого требует закон сохранения энергии. Тот же анализ, с некоторыми модификациями, применим и к выводам в работах [9] и [12], с тем же итогом.

Даже если Мизнер, Торн и Уилер не упоминают явным образом соотношение Планка–Эйнштейна  $E = hv$ , они делают молчаливое, но важное дополнительное предположение, что энергию можно преобразовать в один фотон или конечное (и определённое) число фотонов. Действительно, если бы можно было преобразовывать энергию в свет "непрерывным" образом, то оказалось бы возможным добиться сохранения энергии: в принципе, если бы излучатель в точке  $B$  непрерывно испускал более высокочастотное излучение (с более высокой внутренней энергией) в течение интервала  $\Delta t$ , а приёмник в точке  $A$  непрерывно получал более низкочастотное излучение (с более низкой внутренней энергией) в течение достаточно длительного интервала  $\Delta t' > \Delta t$ , то полное количество энергии всё ещё могло бы сохраняться (и это заодно вернуло бы в картину гравитационное замедление времени). Однако квантование энергии при передаче света имеет под собой весомые теоретические и экспериментальные доказательства.

### 4. Вывод Вайнберга

Вайнберг [6] представил вывод на основе закона сохранения энергии, несколько отличный от того, что дан у Мизнера, Торна и Уилера [5], однако столь же проблематичный. Детали не лишены интереса. Вайнберг пишет (опять же полагая скорость света  $c = 1$ ):

«Кстати, гравитационное красное смещение света, поднимющегося от более низкого к более высокому гравитационному потенциалу, можно до некоторой степени понимать как следствие квантовой теории, закона сохранения энергии и "слабого" принципа эквивалентности. Когда фотон создаётся в точке 1 некоторым тяжёлым нерелятивистским устройством, наблюдатель в локально инерциальной системе координат, движущейся вместе с этим устройством, видит, что внутренняя энергия устройства, а следовательно, и его инертная масса изменяется на величину, связанную с наблюдаемой частотой фотона  $\nu_1$ , т.е. на

$$\Delta m_1 = -h\nu_1,$$

где  $h = 6,625 \times 10^{-27}$  эрг с — постоянная Планка. Предположим, что фотон затем поглощается в точке 2 вторым тяжёлым устройством; наблюдатель в свободно падающей системе увидит изменение инертной массы устройства на величину, связанную с наблюдаемой им частотой фотона  $\nu_2$ , т.е. на

$$\Delta m_2 = h\nu_2.$$

Однако полная внутренняя плюс гравитационная потенциальная энергия двух частей устройства до и после этих событий должна быть одной и той же, поэтому

$$0 = \Delta m_1 + \phi_1 \Delta m_1 + \Delta m_2 + \phi_2 \Delta m_2,$$

откуда

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1 + \phi_1}{1 + \phi_2} \simeq 1 + \phi_1 - \phi_2$$

в соответствии с нашим предыдущим результатом. (Кроме того, не имеет значения, измеряются ли частоты фотонов в локально инерциальных системах, поскольку гравитационное поле в любой другой системе отсчёта будет влиять на скорость хода стандартных часов наблюдателя таким же образом, как оно влияет на  $\nu$ .)»

### 4.1. Основные проблемы с выводом Вайнберга

Даже если оставить в стороне обращение к свободно падающему наблюдателю, который непременно увидит доплеровский сдвиг из-за движения относительно неподвижного излучающего устройства, что, по скромному мнению автора, излишне усложняет картину, вывод Вайнберга, как представляется, с самого начала нарушает закон сохранения энергии. Во-первых, утверждается, что при излучении фотона устройство изменит свою *внутреннюю* энергию на величину  $h\nu_1 = |\Delta m_1|$ . Но затем говорится, что изменение *полной энергии* устройства в результате излучения равно  $|\Delta m_1 + \phi_1 \Delta m_1|$ . А именно, устройство излучает энергию, равную  $|\Delta m_1|$ , но изменение его полной энергии равно  $|\Delta m_1 + \phi_1 \Delta m_1| \neq |\Delta m_1|$ . Уже здесь нарушается закон сохранения энергии. Если мы восстановим закон сохранения энергии ( $|\Delta m_{1,2} + \phi_{1,2} \Delta m_{1,2}| = |h\nu_{1,2}|$ ), то никакого гравитационного сдвига частоты не последует.

### 5. Вывод Фейнмана, Лейтона и Сэндса

Ещё одно применение закона сохранения энергии представлено в выводе Фейнмана, Лейтона и Сэндса [7]. Они пишут:

"Мы знаем, что гравитационная сила, действующая на объект, пропорциональна его массе  $M$ , которая связана с его полной внутренней энергией  $E$  соотношением  $M = E/c^2$ . Например, массы ядер, определённые из энергий ядерных реакций, превращающих одно ядро в другое, согласуются с массами, выведенными из атомных весов.

Теперь представим себе атом, низшее энергетическое состояние которого имеет полную энергию  $E_0$ , а более высокое энергетическое состояние — энергию  $E_1$ . При этом атом может перейти из состояния  $E_1$  в состояние  $E_0$ , испуская свет. Частота света  $\omega$  равна

$$h\omega = E_1 - E_0. \quad (42.7)$$

Теперь предположим, что у нас имеется такой атом в состоянии  $E_1$ , находящийся на полу, а мы переносим его с пола на высоту  $H$ . Для этого мы должны выполнить работу по переносу массы  $m_1 = E_1/c^2$  против силы тяжести. Эта

работа равна

$$\frac{E_1}{c^2} gH. \quad (42.8)$$

Затем мы позволяем атому испустить фотон и перейти в состояние с более низкой энергией  $E_0$ . После этого мы переносим атом обратно на пол. На обратном пути его масса равна  $E_0/c^2$ ; мы получаем обратно энергию

$$\frac{E_0}{c^2} gH, \quad (42.9)$$

так что суммарно мы выполнили работу, равную

$$\Delta U = \frac{E_1 - E_0}{c^2} gH. \quad (42.10)$$

Когда атом испустил фотон, он отдал энергию  $E_1 - E_0$ . Теперь предположим, что фотон улетел на пол и был там поглощён. Сколько энергии он туда доставит? На первый взгляд можно подумать, что он доставит в точности энергию  $E_1 - E_0$ . Но это не может быть верным, если энергия сохраняется, как видно из следующего рассуждения. Мы начали с энергии  $E_1$  на уровне пола. В конце энергия на уровне пола оказывается равной энергии атома  $E_0$  в его низшем состоянии плюс энергия  $E_{\text{ph}}$ , полученная от фотона. В процессе нам пришлось добавить энергию  $\Delta U$ , определяемую равенством (42.10). Если энергия сохраняется, то энергия, с которой мы в конце концов оказываемся на полу, должна быть больше, чем в начале, только на величину проделанной нами работы. А именно, должно быть

$$E_{\text{ph}} + E_0 = E_1 + \Delta U,$$

или

$$E_{\text{ph}} = (E_1 - E_0) + \Delta U. \quad (42.11)$$

Фотон должен достичь пола не только со своей начальной энергией  $E_1 - E_0$ , но с *несколько большей энергией*. В противном случае какая-то энергия была бы потеряна. Если мы подставим величину  $\Delta U$ , определённую в (42.10), в равенство (42.11), мы получим, что фотон достигает пола с энергией

$$E_{\text{ph}} = (E_1 - E_0) \left( 1 + \frac{gH}{c^2} \right). \quad (42.12)$$

Но фотон с энергией  $E_{\text{ph}}$  имеет частоту  $\omega = E_{\text{ph}}/\hbar$ . Если обозначить через  $\omega_0$  частоту испускаемого фотона (которая согласно (42.7) равна  $(E_1 - E_0)/\hbar$ ), то наш результат (42.12) снова даёт соотношение (42.5) между частотой фотона, которую он имеет, когда он поглощается на полу, и частотой, с которой он был испущен".

### 5.1. Основные проблемы вывода Фейнмана, Лейтона и Сэндса

Слабое звено в цепочке рассуждений Фейнмана, Лейтона и Сэндса, по-видимому, состоит в том, что сказано между равенствами (42.8) и (42.9) и что включает последнее. Полная энергия атома, расположенного на полу, равна  $E_1$ . После переноса на высоту  $H$  его полная энергия становится равной  $E_1 + (E_1/c^2)gH$  (энергия покоя плюс работа, совершенная над атомом). При испускании фотона с энергией  $\hbar\omega = E_1 - E_0$  полная энергия изменяется на

$$\left( E_1 + \frac{E_1}{c^2} gH \right) - (E_1 - E_0) = E_0 + \frac{E_1}{c^2} gH.$$

Согласно закону сохранения энергии эта полная энергия должна остаться неизменной после того, как атом перенесён обратно на пол. Если мы теперь вычтем новую

энергию покоя атома  $E_0$  из этой полной энергии, то получим правильное значение энергии  $(E_1/c^2)gH$ , и полная работа, которую мы проделали, окажется равной  $\Delta U = 0$ . Поэтому, согласно (42.11), фотон должен достичь пола в точности с той же энергией  $E_1 - E_0$ , которую он имел на высоте  $H$ .

## 6. Доказательство того, что гравитационное красное смещение не следует из закона сохранения энергии

Покажем, что гравитационный сдвиг частоты не следует из закона сохранения энергии. Для этого используем простой мысленный эксперимент, который не требует предположения о какой-либо гравитационной массе или гравитационной потенциальной энергии фотона. Такой мысленный эксперимент уже применялся к звуковым волнам с целью показать, что они могут выйти из любой гравитационной потенциальной ямы [16]. В данном доказательстве нам не нужно даже предполагать, что гравитационная потенциальная энергия тела вносит вклад в полную массу тела (предположение 1), как мы делали при анализе некоторых предыдущих доказательств; в приложении, тем не менее, мы показываем, что этот факт всегда должен иметь место.

Рассмотрим тело массы  $m$ , стационарно находящееся в точке  $B$ , и макроскопическое устройство, стационарно находящееся в точке  $A$  на высоте  $h$  над точкой  $B$  в гравитационном поле  $\mathbf{g}$  (рис. 2). Пусть устройство выполняет следующий цикл. Первый шаг состоит в испускании фотона с энергией  $E'$  (частотой  $\nu'$ ), которая меньше, чем  $mgh$ . Исходная энергия  $E'$  такова, что, когда фотон достигает приёмника внизу, она становится равной  $E_b = mgh$  (где  $E_b > E'$ ) из-за стандартного гравитационного красного (в данном случае — голубого) смещения. Таким образом,  $E_b$  — это именно то, что требуется, чтобы поднять массу  $m$  к устройству на высоту  $h$ . Затем масса высвобождается и возвращается в исходное положение, и энергия  $mgh$  от её высвобождения поступает в резервуар устройства. В конце цикла устройство приобретает положительную энергию  $(mgh - E' > 0)$  из ниоткуда. Для разрешения данного противоречия требуется, чтобы энергия  $E'$  была равна  $mgh$ , откуда следует, что  $\nu'$  и  $\nu$  всегда равны друг другу.

Чтобы сделать такой вывод более выразительным, рассмотрим тот же цикл, выполняемый в обратную сторону. Пусть устройство выполняет механическую работу над телом  $m$ , поднимая его в точку  $A$ . Эта работа равна  $mgh$ , что также равно гравитационной потенциальной энергии тела с массой  $m$  относительно точки  $B$ . Если теперь опустить массу обратно в точку  $B$  и её потенциальную энергию условно (и полностью) преобразовать в один фотон энергии  $mgh$  (в конечном итоге испускаемый приёмником, который теперь стал маяком), энергия фотона должна всегда оставаться одинаковой по мере подъёма к точке  $A$  в гравитационном поле. Энергия фотона в точке  $A$  должна быть по-прежнему равна  $mgh$ . Этого требует закон сохранения энергии. Поглощая фотон, устройство должно снова приобрести ту же энергию, которая была затрачена на массу  $m$  в начале цикла. Поэтому в силу соотношения Планка–Эйнштейна частота фотона в точках  $A$  и  $B$  должна быть одинаковой.

## 7. Заключительные замечания

Мысленные эксперименты — это очаровательный аспект физики, который может служить мощным эвристическим инструментом. Однако важно подходить к ним с осторож-

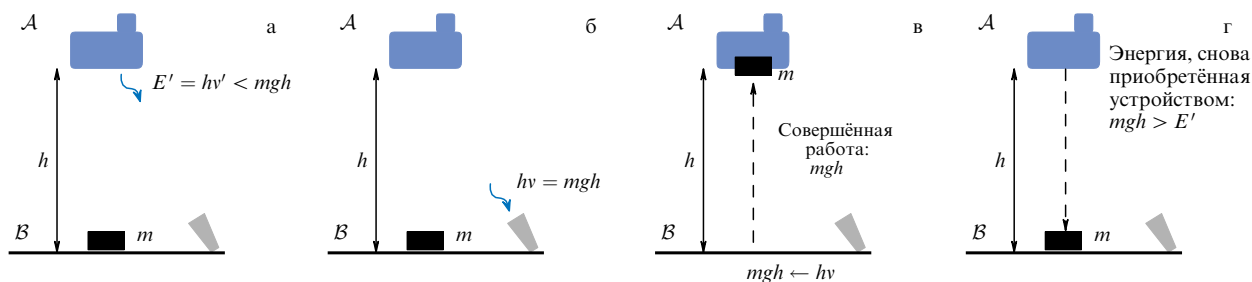


Рис. 2. Наглядное представление мысленного эксперимента, описанного в разделе 6. Здесь не требуется предположения об эквивалентности массы и энергии.

ностью, как мы видели в отношении вывода гравитационного сдвига частоты из закона сохранения энергии. Иногда подобные эксперименты можно использовать как риторический приём для подкрепления уже имеющихся убеждений или того, что считается разумным.

Наш критический анализ, в частности, мысленных экспериментов Мизнера, Торна и Уилера, Вайнберга и Фейнмана, Лейтона и Сэндса, а в первую очередь — доказательства, приведённые в разделе 6 и приложении, в конечном итоге противопоставляют существование гравитационного сдвига частоты или, лучше сказать, зависимости энергии фотона от гравитации, закону сохранения энергии (и импульса).

Впрочем, в свете хорошо известных и широко принятых экспериментальных доказательств гравитационного красного смещения (см., например, часто цитируемые результаты Паунда и соавторов [17, 18]), трудно поверить, что наши выводы в настоящей работе будут восприниматься как опровержение данного явления. Напротив, это подтверждает тот факт, что гравитационное красное смещение является специфическим эффектом общей теории относительности, каковая и требуется, чтобы последовательно вывести существование такого эффекта (по меньшей мере, требуются специальная теория относительности и принцип эквивалентности, как предложил Эйнштейн в 1911 г.). Тем не менее мы считаем, что наши результаты могут служить предостережением по поводу интерпретации мысленных экспериментов. В таком качестве они могут представлять собой определённый эпистемологический интерес и быть полезными на практике.

**Благодарности.** Хотя я не всегда соглашусь с ними, я признателен Нильсу Эрику Бомарку, Андреа Эрдас, Эспену Годеру Хаугу и Джанфранко Спавьери за стимулирующие и плодотворные обсуждения данного предмета. Я выражаю признательность анонимному рецензенту, чьи пронизательные и конструктивные предложения помогли улучшить эту работу.

**8. Приложение.**

**Законы сохранения энергии и импульса**

Здесь мы приводим эвристическое доказательство того, что гравитационная потенциальная энергия тела вносит вклад в его полную массу.

Рассмотрим следующий идеальный эксперимент. Закрытый вагон массой  $M$  движется горизонтально без трения в вертикальном однородном гравитационном поле  $g$  с постоянной скоростью  $v$  (рис. 3). Внутри вагона к полу  $B$  прикреплена частица массой  $m_B$ . В определённый момент масса  $m_B$  аннигилирует, превращаясь в фотон с энергией

$$hv_B = m_B c^2 \tag{6}$$

(в силу соотношения Планка–Эйнштейна  $E = hv$ , где  $h$  — постоянная Планка).

Вслед за тем фотон движется вверх к потолку  $A$  на высоту  $h$ , где поглощается подходящим устройством и преобразуется в другую частицу массы  $m_A$ . Эта частица также оказывается прилипшей к корпусу вагона. Весь процесс происходит исключительно внутри закрытого вагона. В силу закона сохранения энергии должно быть выполнено

$$hv_B = m_A c^2 + m_A gh, \tag{7}$$

а именно, начальная энергия равна энергии покоя  $m_A c^2$  новой частицы в сумме с потенциальной энергией этой частицы на высоте  $h$  над полом  $B$  в гравитационном поле  $g$ .

Согласно общепринятому сегодня пониманию (см., например, [19]), масса частицы, возникшей в точке  $A$ , не включает массовый эквивалент её гравитационной потенциальной энергии  $m_A gh/c^2$ , и тогда  $m_A < m_B$ .

Покажем, что полная масса  $m_{totA}$  частицы, рождённой в точке  $A$ , в действительности должна быть равна  $m_B$ . А именно, из равенств (6) и (7) получаем

$$m_{totA} = m_B = \frac{hv_B}{c^2} = m_A + \frac{m_A gh}{c^2}, \tag{8}$$

и следовательно, полная масса частицы, рождённой в точке  $A$ , должна включать массовый эквивалент её гравитационной потенциальной энергии  $m_A gh/c^2$ .

Любой другой сценарий, как представляется, нарушает сохранение (горизонтального) импульса замкнутой системы вагон + частица. На систему не действуют никакие горизонтальные внешние силы, и никакая масса не выбрасывается наружу. Следовательно, скорость  $v$  должна быть одной и той же до и после всего процесса. Но если масса в точке  $A$  меньше массы в точке  $B$ ,  $m_A < m_B$ , то полный горизонтальный импульс до аннигиляции равен

$$P_i = (M + m_B)v, \tag{9}$$

а после преобразования энергии фотона в массу он становится равным

$$P_f = (M + m_A)v < P_i, \tag{10}$$

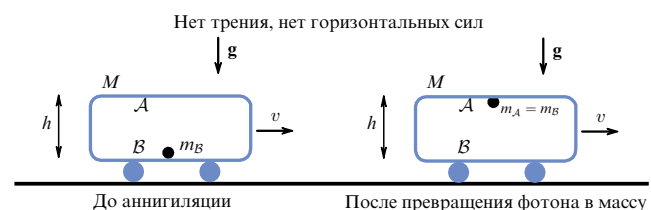


Рис. 3. Наглядное представление мысленного эксперимента, описанного в приложении.

что весьма странно. С другой стороны, налагая условие сохранения горизонтального импульса даже при  $m_A < m_B$ , мы получим не менее странное следствие. Без какой-либо внешней горизонтальной силы, действующей на вагон, и без какого-либо выброса массы вагон сам по себе увеличивает свою скорость в конце всего процесса.

Стоит отметить, что приведённое рассуждение подтверждает, что при сохранении энергии нет гравитационного красного смещения: если полная масса частицы, рождённой в точке  $A$ , по-прежнему равна  $m_B$ , то энергия фотона, из которого она возникла, есть  $m_B c^2 = h\nu_B$ , а именно, частота фотона в точке  $A$  оказывается такой же, как в точке  $B$ :  $\nu_A = \nu_B$ .

Здесь можно вывести точные выражения для полной массы и энергии тела в однородном гравитационном поле  $\mathbf{g}$  после совершения внешней работы над таким телом. Когда агент, внешний по отношению к системе тело+гравитационное поле, поднимает массу  $m$  на высоту  $dh$ , бесконечно малая работа, выполненная над телом, равна  $mg dh$ . Тогда, согласно результату в данном приложении, эта энергия запасается в массе тела, которая увеличивается на

$$dm = \frac{mg dh}{c^2}. \quad (11)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (11) при подходящих граничных условиях, получаем массу  $m_h$  тела на высоте  $h$  в виде  $m_h = me^{gh/c^2}$ , где  $m$  — масса на нулевой высоте. Полная энергия  $E_{\text{tot}}$  (собственная масса плюс гравитационная потенциальная энергия на высоте  $h$ ) тогда есть  $E_{\text{tot}} = m_h c^2 = mc^2 e^{gh/c^2}$ . При малых  $h$  имеем  $m_h \approx m + mgh/c^2$  и  $E_{\text{tot}} \approx mc^2 + mgh$ . Аналогичный результат представлен и в [10, 11]. Поэтому, полагая  $c = 1$ , мы приходим к классическим (и релятивистским в смысле специальной теории относительности) выражениям для полной энергии и массы неподвижного тела в гравитационном поле, которые мы использовали при анализе рассуждения Мизнера, Торна и Уилера в разделе 3.

Стоит отметить, что формулу  $E_{\text{tot}} = mc^2 e^{gh/c^2}$  для полной энергии (массы плюс гравитационной потенциальной энергии) неподвижного тела в гравитационном поле можно рассматривать как статический аналог формулы

$$E = m_0 c^2 \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_0^2 c^2}}$$

для полной энергии (собственная масса плюс кинетическая энергия) свободной частицы [20]. В последнем соотношении  $m_0$  — собственная масса свободной частицы, а  $p$  — её

импульс. Если скорость  $v$  частицы намного меньше скорости света,  $v \ll c$ , то полная энергия примерно равна  $E \approx m_0 c^2 + (1/2)m_0 v^2$ , вполне аналогично тому факту, что встречавшееся выше соотношение  $E_{\text{tot}} \approx mc^2 + mgh$  — это приближённое выражение для полной энергии статичной массы на высоте  $h$  в слабом гравитационном поле ( $gh/c^2 \ll 1$ ).

## Список литературы

1. Einstein A *Jahrbuch Radioaktivität Elektronik* **4** 411 (1907); Пер. на англ. яз.: *The Collected Papers of Albert Einstein* Vol. 2, English Translation Supplement (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1989) p. 252; <https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans/266>; Пер. на русск. яз.: Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 65
2. Einstein A *Ann. Physik* **35** 898 (1911); Пер. на англ. яз.: *The Collected Papers of Albert Einstein* Vol. 3, English Translation Supplement (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1993) p. 379; <https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol3-trans/393>; Пер. на русск. яз.: Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 165
3. Einstein A *Ann. Physik* **18** 639 (1905); Пер. на англ. яз.: *The Collected Papers of Albert Einstein* Vol. 2, English Translation Supplement (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1989) p. 140; <https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans/154>; Пер. на русск. яз.: Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 36
4. Born M *Die Relativitätstheorie Einsteins* (Berlin: Springer-Verlag, 1964) p. 303
5. Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A *Gravitation* (San Francisco: W.H. Freeman, 1973) p. 187, Sec. 7.2
6. Weinberg S *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity* (New York: J.Wiley and Sons, 1972) pp. 84–85, Sec. 3.6
7. Feynman R P, Leighton R B, Sands M *The Feynman Lectures on Physics* Vol. 2, The New Millennium Edition (New York: Basic Book, 2011) Sec. 42-6
8. Rindler W *Relativity: Special, General, and Cosmological* 2nd ed. (Oxford: Oxford Univ. Press, 2006) p. 24, Sec. 1.16
9. Schutz B F *A First Course in General Relativity* 2nd ed. (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2009) p. 112, Section 5.1
10. Окунь Л Б, Селиванов К Г, Телегди В Л *УФН* **169** 1141 (1999); Okun L B, Selivanov K G, Telegdi V L *Phys. Usp.* **42** 1045 (1999)
11. Okun L B, Selivanov K G, Telegdi V L *Am. J. Phys.* **68** 115 (2000)
12. Koks D *Universe* **7** (1) 4 (2021)
13. Scott R B *J. Phys. Conf. Ser.* **600** 012055 (2015)
14. Earman J, Glymour C *Stud. Hist. Philos. Sci.* **11** (3) 175 (1980)
15. Д'Абрамо Дж *ЭЧАЯ* **54** 1132 (2023); D'Abramo G *Phys. Part. Nucl.* **54** 966 (2023)
16. D'Abramo G *Phys. Educ.* **59** 035011 (2024)
17. Pound R V, Rebka G A (Jr.) *Phys. Rev. Lett.* **4** 337 (1960)
18. Pound R V, Snider J L *Phys. Rev. Lett.* **13** 539 (1964)
19. Sandin T R *Am. J. Phys.* **59** 1032 (1991)
20. Kleppner D, Kolenkow R *An Introduction to Mechanics* 2nd ed. (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2014) pp. 487–488

## On gravitational frequency shift derived from energy conservation

G. D'Abramo. Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca, 00041, Albano Laziale, RM, Italy  
E-mail: germano.dabramo@gmail.com

In physics, thought experiments are impressive heuristic tools. They are valuable instruments to help scientists find new results and to teach students known ones. However, as we shall show, they should always be accepted cautiously, even when they are a shortcut to 'prove' well-established results. Here, we show that the most widely known thought experiments devised to derive the gravitational frequency shift from energy conservation are, in fact, problematic. When properly set and correctly read, these thought experiments reveal that the existence of the gravitational frequency shift is, in fact, at odds with energy conservation. We also propose two new simple thought experiments, one using energy conservation and the other the conservation of linear momentum, that corroborate that conclusion, showing that these conservation principles do not imply a gravitational frequency shift. Our results may be of some epistemological interest and could serve as a warning sign on how thought experiments should be accepted and trusted.

**Keywords:** special relativity, general relativity, gravitational frequency shift, conservation of energy, linear momentum conservation, thought experiments

PACS numbers: **03.30.+p**, 45.20.df, 45.20.dh, 98.62.Py

Bibliography — 20 references  
*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **195** (1) 94–100 (2025)  
DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2024.10.039774>

Received 13 February 2024, revised 16 July 2024  
*Physics – Uspekhi* **68** (1) (2025)  
DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2024.10.039774>