

## Квантовые мемристоры — новый подход к нейроморфным вычислениям

П.А. Форш, С.Ю. Стремоухов, А.С. Фролова, К.Ю. Хабарова, Н.Н. Колачевский

*Представлен обзор по квантовым мемристорам — новому направлению для нейроморфных приложений. Рассматривается общая методология и концепция построения квантового мемристора, а также возможности его реализации на фотонных платформах, сверхпроводниковых системах и ультрахолодных захваченных ионах. Последняя платформа активно разрабатывается в ФИАН для проведения квантовых вычислений и построения высокопроизводительного квантового компьютера, она также хорошо зарекомендовала себя при создании оптических часов.*

**Ключевые слова:** мемристор, квантовые вычисления, нейроморфные системы

PACS numbers: 03.67.–a, 42.50.Dv, 85.25.Cp

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2024.06.039698>

### Содержание

1. Введение (905).
  2. Квантовые мемристоры на фотонных платформах (907).
  3. Квантовые мемристоры на захваченных ионах (911).
  4. Квантовые мемристоры на сверхпроводящих схемах (914).
  5. Квантовые мемристоры в сравнении с классическими (914).
  6. Заключение (915).
- Список литературы (916).

### 1. Введение

Термин "мемристор" (резистор с памятью) был введен в начале 1970-х гг. в работе Л. Чуа [1]. Он выдвинул гипотезу о существовании мемристора в качестве четвертого фундаментального элемента пассивной схемы наравне с резистором, конденсатором и катушкой индук-

тивности. Работа Чуа оставалась в основном незамеченной до 2008 г., пока Д. Струков с коллегами [2] не сообщили об экспериментальной реализации мемристора. Мемристор представляет собой энергонезависимое двухполюсное запоминающее устройство, сопротивление которого зависит от прошедшего через него заряда. После отключения напряжения в цепи мемристор "запоминает" последнее значение сопротивления. Таким образом, это устройство сохраняет память о предыдущих состояниях. Следует отметить, что более поздние работы оспаривали концептуальную линию Чуа, подвергая сомнению статус мемристора как фундаментального четвертого элемента (см., например, [3, 4]), и мемристор, реализованный Струковым, кардинально отличается от того, что подразумевал под этим устройством Чуа. Однако исторически за "резистором с памятью" закрепилось название мемристор.

Было быстро понято, что мемристоры потенциально могут произвести революцию в электронике, позволяя хранить информацию без источника питания [5], а также имитировать поведение нейронных синапсов [6, 7]. Способность мемристоров совмещать как хранение данных, так и вычисления в одном элементе идеально подходит для реализации биоинспирированных нейронных сетей в аппаратном обеспечении. Это открывает широкий спектр применения мемристоров в физических нейронных сетях и нейроморфных архитектурах. Кроме того, формализм памяти применим к широкому спектру физических и биологических систем, что позволяет расширить область его применения далеко за пределы электроники.

В работе Струкова мемристор представлял собой тонкий слой  $\text{TiO}_2$ , находящийся между двумя электродами. Под действием большого напряжения, поданного на электроды, происходила миграция кислородных ва-

П.А. Форш<sup>(1,2,a)</sup>, С.Ю. Стремоухов<sup>(1,2,3,b)</sup>, А.С. Фролова<sup>(1,2)</sup>, К.Ю. Хабарова<sup>(2,c)</sup>, Н.Н. Колачевский<sup>(2,4,d)</sup>

<sup>(1)</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы 1, 119991 Москва, Российская Федерация

<sup>(2)</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация

<sup>(3)</sup> Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация

<sup>(4)</sup> Международный центр квантовой оптики и квантовых технологий (Российский квантовый центр), Большой бульвар 30, стр. 1, 121205 Сколково, Москва, Российская Федерация

E-mail: <sup>(a)</sup> forshpa@lebedev.ru, <sup>(b)</sup> sustrem@gmail.com,

<sup>(c)</sup> kseniakhabarova@gmail.com, <sup>(d)</sup> kolachevsky@lebedev.ru

Статья поступила 21 мая 2024 г., после доработки 19 июня 2024 г.

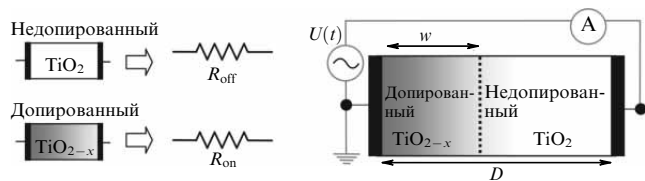


Рис. 1. Структура мемристора [2].

кансий в  $\text{TiO}_2$ , что уменьшало сопротивление системы, поскольку вакансии кислорода в оксиде титана являются донорной примесью. Исследованная структура и процесс миграции кислородных вакансий схематически представлены на рис. 1.

Вольт-амперная характеристика мемристора определяется уравнениями

$$U(t) = \left( R_{\text{on}} \frac{w(t)}{D} + R_{\text{off}} \left( 1 - \frac{w(t)}{D} \right) \right) I(t), \quad (1)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} = \mu \frac{R_{\text{on}}}{D} I(t), \quad (2)$$

где  $U(t)$  и  $I(t)$  — напряжение и сила тока в структуре,  $R_{\text{off}}$  и  $R_{\text{on}}$  — сопротивления оксида титана в непроводящем (без вакансий кислорода) и проводящем (с вакансиями кислорода) состояниях,  $D$  — толщина плёнки,  $w(t)$  — толщина области оксида титана с вакансиями кислорода в момент времени  $t$ ,  $\mu$  — подвижность ионов кислорода. Из уравнений (1) и (2), при условии  $R_{\text{on}} \ll R_{\text{off}}$ , следует, что сопротивление мемристора задаётся формулой

$$R(q) = R_{\text{off}} \left( 1 - \frac{\mu R_{\text{on}}}{D^2} q(t) \right), \quad (3)$$

где  $q(t)$  — протекший через структуру заряд. Зависимость в формуле (3) сопротивления от протекшего заряда является основным отличительным признаком мемристора и приводит к проходящей через начало координат кривой гистерезиса на его вольт-амперной характеристике (рис. 2).

На данный момент создано большое количество мемристоров на основе различных неорганических ( $\text{TiO}_2$ ,  $\text{ZnO}$ ,  $\text{HfO}_2$ ,  $\text{WO}_3$ ,  $\text{SiO}_2$  и многих других) [8–13] и органических материалов [14–19]. Наряду с мемристорами широкий интерес также получили мемконденсаторы и меминдукторы [20, 21]. Для каждого из них, как и для мемристора, характерна некая зависимость его текущей характеристики (ёмкости или индуктивности) от начального состояния и воздействий, приложенных к системе с начального момента времени. Мемристивные устройства (мемэлементы) имеют широкую область применения в физических нейронных сетях и нейроморфных архитектурах [22–29]. Более того, формализм запоминающих устройств применим к широкому спектру физических и биологических систем и позволяет распространить эти концепции далеко за пределы электронной области [30].

В своей наиболее общей формулировке мемэлемент определяется некоторыми входным  $x$  и выходным  $y$  параметрами (например, в случае контролируемого током мемристора — это ток и напряжение соответственно) и так называемым параметром состояния  $s(t)$ , изменяющимся по определённому закону с течением времени [31].

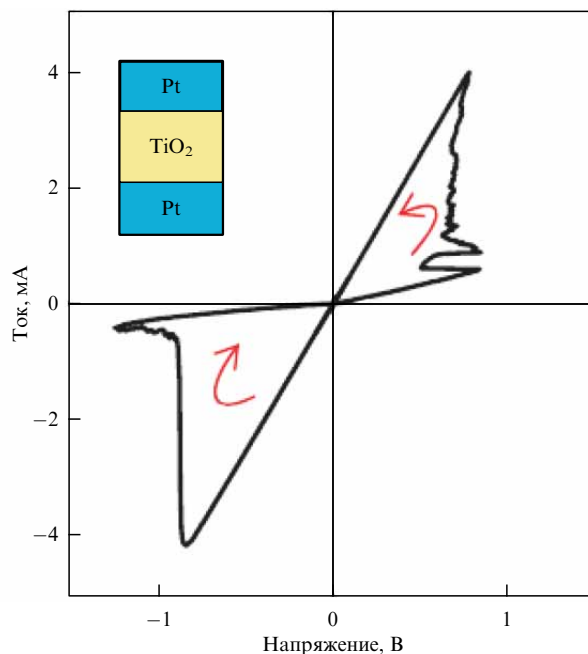


Рис. 2. Экспериментально наблюдаемая вольт-амперная характеристика структуры  $\text{Pt-TiO}_{2-x}\text{-Pt}$  [2].

Эти параметры связаны уравнениями

$$y = f(s, x, t), \quad (4)$$

$$\frac{ds}{dt} = g(s, x, t), \quad (5)$$

где  $f > 0$  и  $g$  — функции, определяющие динамику системы. Параметр состояния  $s(t)$  несёт информацию о физическом состоянии системы [32] и отслеживает прошлую конфигурацию мемристора с помощью функции обновления  $g$  [33]. Очевидно, что формулы (1), (2) являются частным случаем формул (4), (5).

Практически у всех созданных и исследованных на данный момент мемэлементов входные и выходные сигналы ( $x$  и  $y$ ) являются классическими. Возникает закономерный вопрос о возможности создания мемристивного устройства, которое демонстрировало бы кривую гистерезиса в характеристике вход–выход и в то же время имело истинно квантовое поведение, что позволяло бы манипулировать квантовой информацией. Согласно текущей тенденции, такое устройство называется квантовым мемристором (хотя более правильно было бы назвать его квантовым мемэлементом), его концепцию ввели Пфайфер и др. в [34]. Квантовый мемристор — это устройство, которое демонстрирует как квантовую когерентность, так и в своём классическом пределе "мемристивное поведение". Тем самым квантовый мемристор сочетает в себе преимущества квантовых вычислений с возможностью хранения информации, что выгодно отличает его как от квантовых устройств хранения информации [35], так и от устройств реализации квантовых вычислений [36]. Квантовые преимущества включают в себя гораздо более быстрые вычисления за счёт квантового параллелизма и подлинных квантовых свойств, таких как запутанность, в то время как поведение памяти является нелинейной особенностью, выходящей за рамки чисто унитарной эво-

люции, которая является линейной, и позволяющей реализовать квантовые нейроморфные вычисления. Из-за присущей квантовой механике линейности описать диссипативный нелинейный элемент памяти, такой как мемристор, в квантовой области непросто, поскольку нелинейности обычно приводят к нарушению фундаментальных квантовых принципов. Действительно, "мемристивный характер" требует немарковского поведения, которое не может быть достигнуто простым выполнением унитарных операций над замкнутыми квантовыми системами. Таким образом, квантовый мемристор требует разработки открытой квантовой системы, связанной с диссипативной средой, в которой связь между системой и окружением осуществляется через слабую схему измерения и классическую обратную связь. При этом взаимодействие с окружающей средой должно быть достаточно сильным, чтобы обеспечить "мемристивное поведение", но достаточно слабым, чтобы сохранить необходимый уровень квантовой когерентности.

К настоящему моменту направление развития квантовых мемристоров и их использования в нейроморфных вычислениях находится ещё в зачаточной стадии. Существуют некоторые наиболее проработанные предложения по реализации квантового мемристора в сверхпроводящих схемах с использованием эффектов памяти, которые естественным образом возникают в джозефсоновских переходах. Также достаточно результативным с точки зрения создания квантового мемристора на данный момент представляется использование квантовых фотонных платформ и захваченных ультрахолодных ионов. Концепция квантового мемристора на захваченных ультрахолодных ионах впервые была предложена учёными ФИАН как естественное развитие многолетних исследований в области ионных стандартов частоты и квантовых вычислений на данной платформе [37–39]. В настоящем обзоре приводятся основные сведения о реализации квантовых мемристоров на этих платформах.

## 2. Квантовые мемристоры на фотонных платформах

Для квантового мемристора, основанного на квантовой фотонике, ключевым элементом является светоделитель, отражательную способность которого можно настраивать в зависимости от результатов измерений в одном из исходящих лучей [32]. Этот механизм обратной связи обеспечивает память и нелинейное поведение, в то время как фотонные степени свободы реализуют квантовую когерентность. Аналогичная реализация квантового мемристора может быть достигнута с помощью частотно-запутанных оптических полей и смесителя частот, который создаёт суперпозиции состояний аналогично светоделителю [40].

В работе [32] представлен квантовый мемристор, фундаментальные составляющие которого: настраиваемый диссипативный элемент, детектор и классический отклик — собраны на платформе квантовой фотоники. Экспериментальная реализация диссипативного элемента — интерферометр Маха–Цендера с двумя полупрозрачными зеркалами, волновой пластинкой, осуществляющей фазовый сдвиг  $\theta$  между каналами, и двумя компенсационными волновыми пластинками (рис. 3). Данная конструкция эквивалентна светоделителю с произвольной отражательной способностью. Светоделитель

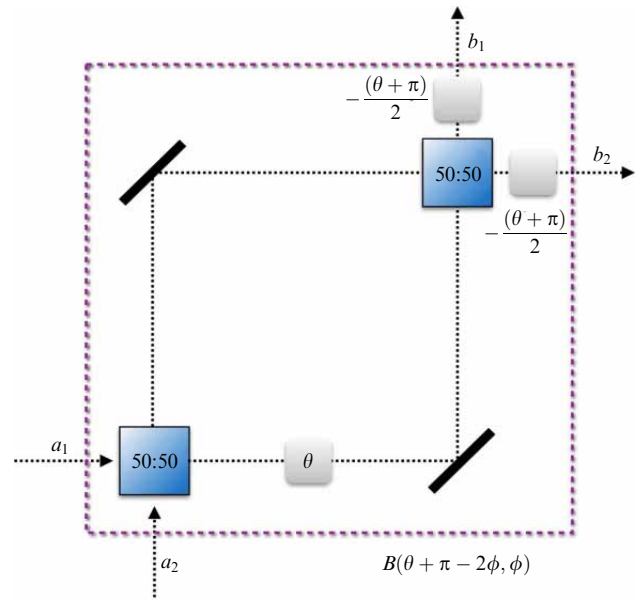


Рис. 3. Два полупрозрачных зеркала совместно с тремя волновыми пластинками в схеме Маха–Цендера составляют эффективный разделитель луча с произвольным коэффициентом отражения. Поскольку фазовым смещением волновой пластинки можно напрямую управлять, устройство подходит для создания квантового мемристора на платформе квантовой фотоники [32].

играет роль настраиваемого устройства связи с окружающей средой.

Рассмотрим, следуя работе [32], формирование выходного сигнала светоделителя на примере когерентных состояний. Пусть в начале имеем когерентное состояние  $|\alpha\rangle$  в луче  $a_1$  и состояние вакуума в луче  $a_2$ , тогда конечные состояния в лучах  $b_1$  и  $b_2$  будут соответственно  $|\alpha \cos(\theta/2)\rangle_{b_1}$  и  $|\alpha \sin(\theta/2)\rangle_{b_2}$ . Примем среднее значение амплитуды входного луча  $a_1$  за независимую переменную:

$$\langle x_{in} \rangle_{a_1} = \text{Re}(\alpha).$$

Мемристор является диссипативным элементом, поэтому количество фотонов в пучке  $b_1$  будет меняться и, следовательно, эту величину можно рассматривать как зависимую переменную. В качестве выходного сигнала примем

$$\langle n_{out} \rangle_{b_2} = |\alpha|^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Управлять выходным состоянием можно путём изменения коэффициента отражения светоделителя, используя фазу  $\theta$ .

С другой стороны,

$$\langle n_{out} \rangle_{b_1} = |\alpha|^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}.$$

Это позволяет записать связь между входным и выходным сигналом в виде

$$\langle n_{out} \rangle_{b_1} = f(\theta, \langle x_{in} \rangle_{a_1}) \langle x_{in} \rangle_{a_1}. \tag{6}$$

При этом

$$\dot{\theta} = g(\theta, \langle x_{in} \rangle_{a_1}). \tag{7}$$

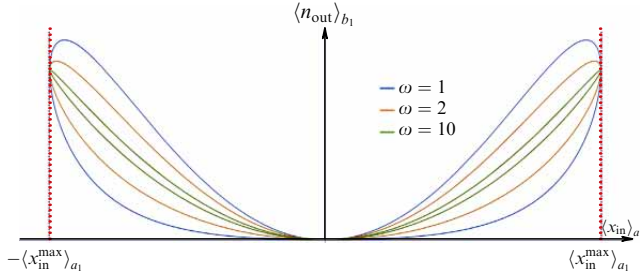


Рис. 4. Петли гистерезиса для когерентных состояний в переменных  $\langle n_{\text{out}} \rangle_{b_1}$ ,  $\langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1}$ . Зависимости представлены для трёх различных частот периодического сигнала [32].

Уравнения (6) и (7) определяют мемристивное поведение рассматриваемой системы. В случае, когда

$$\langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1} = \langle x_{\text{in}}^{\text{max}} \rangle_{a_1} \cos(\omega t),$$

где  $\langle x_{\text{in}}^{\text{max}} \rangle_{a_1} = \alpha$ , функция

$$f(\theta, \langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1}) = \langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1} \cos^2 \frac{\theta}{2}.$$

Данную функцию можно интерпретировать как передаваемую интенсивность на единицу начального смещения. Функция  $g(\theta, \langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1})$ , определяющая отражательную способность светоделиителя, может быть выбрана произвольно. В работе [32]  $\theta$  выбрана прямо пропорциональной  $\langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1}$ . Зависимости  $\langle n_{\text{out}} \rangle_{b_1}$  от  $\langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1}$  представлены на рис. 4. Как и ожидалось, это замкнутая петля гистерезиса, которая указывает, что данная система ведёт себя как мемристор в этих переменных.

Такая динамика тесно связана с оптической бистабильностью преломления, которая использует оптический механизм для изменения величины показателя преломления обратно пропорционально интенсивности источника света. Оптическая бистабильность — это свойство оптических устройств демонстрировать два резонансных состояния, как стабильных, так и зависящих от входного состояния. Другими словами, при заданной интенсивности входного сигнала возможны две разные интенсивности выходного сигнала, и нам нужно знать предыдущие состояния, чтобы определить, какое из них является правильным, немарковским. Это свойство характеризуется наличием петли гистерезиса, когда на графике отображается зависимость выходной интенсивности от периодической входной интенсивности.

Мемристивное поведение рассматриваемая система будет демонстрировать и в том случае, если в одном входном канале светоделиителя будет по-прежнему состояние вакуума, а в другом — сжатое состояние света  $\zeta = r \exp(i\varphi)$ . Тогда [32]

$$\langle n_{\text{out}} \rangle_{b_1} = \sinh^2 r \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad \langle n_{\text{out}} \rangle_{b_2} = \sinh^2 r \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

В качестве независимой переменной можно выбрать дисперсию

$$\langle x_{\text{in}}^2 \rangle_{a_1} = \frac{1}{2} (1 + \sinh^2 r - \sinh(2r) \cos \varphi),$$

характеризующую сжатое состояние. Для состояния вакуума

$$\langle x_{\text{vac}}^2 \rangle_{a_1} = \frac{1}{2}.$$

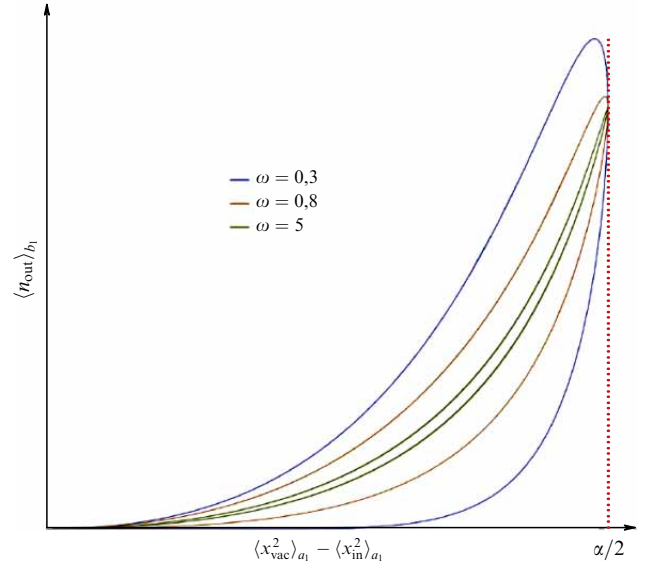


Рис. 5. Петли гистерезиса при использовании сжатых состояний света в переменных  $\langle n_{\text{out}} \rangle_{b_1}$ ,  $\langle x_{\text{vac}}^2 \rangle_{a_1} - \langle x_{\text{in}}^2 \rangle_{a_1}$ . Зависимости представлены для трёх различных частот периодического сигнала [32].

В этом случае (считая, что  $\theta$  линейно зависит от  $\sin(\omega t)$ ) гистерезис будет наблюдаться для зависимости  $\langle n_{\text{out}} \rangle_{b_1}$  от  $\langle x_{\text{vac}}^2 \rangle_{a_1} - \langle x_{\text{in}}^2 \rangle_{a_1}$ . Данные зависимости для различных значений  $\omega$  показаны на рис. 5.

Для кодификации квантовой информации большой интерес представляют состояния Фока. Рассмотрим состояние кубита, закодированное в суперпозиции

$$|\Psi\rangle = \exp(i\alpha) \cos \varphi |0\rangle + \sin \varphi |1\rangle.$$

Направим это состояние в канал 1, а канал 2 будем считать находящимся в состоянии вакуума. Действие светоделиителя на эти состояния описывается оператором [41]

$$B(\theta, \varphi)|00\rangle = |00\rangle,$$

$$B(\theta, \varphi)|10\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |10\rangle - \exp(i\varphi) \sin \frac{\theta}{2} |01\rangle.$$

Следовательно, действие светоделиителя на суперпозицию будет

$$B(\theta, \varphi)|\Psi 0\rangle = \exp(i\alpha) \cos \varphi |00\rangle + \sin \varphi \left( \cos \frac{\theta}{2} |10\rangle - \exp(i\varphi) \sin \frac{\theta}{2} |01\rangle \right).$$

Заметим, что в состоянии  $|\Psi\rangle$  среднее значение

$$\langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2\varphi),$$

а интенсивность света, выходящего из канала 1, определяется выражением

$$\langle n_{\text{out}} \rangle_{b_1} = \sin^2 \varphi \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Выбирая в выражении (7)  $\theta$  пропорциональной  $\sin(2\omega t)$ , получаем гистерезис для зависимости  $\langle n_{\text{out}} \rangle_{b_1}$  от  $\langle x_{\text{in}} \rangle_{a_1}$

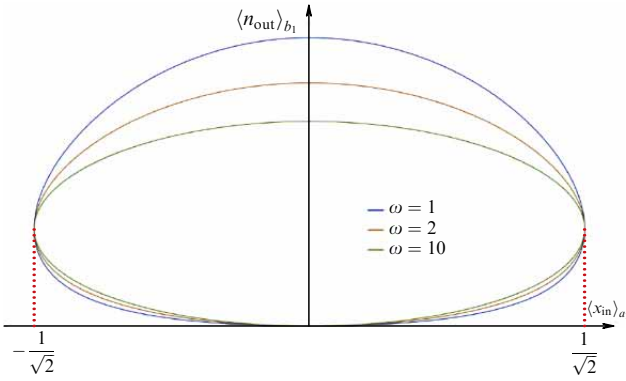


Рис. 6. Петли гистерезиса для фокковских состояний в переменных  $\langle n_{out} \rangle_{b_1}$ ,  $\langle x_{in} \rangle_{a_1}$ . Зависимости представлены для трёх различных частот периодического сигнала [32].

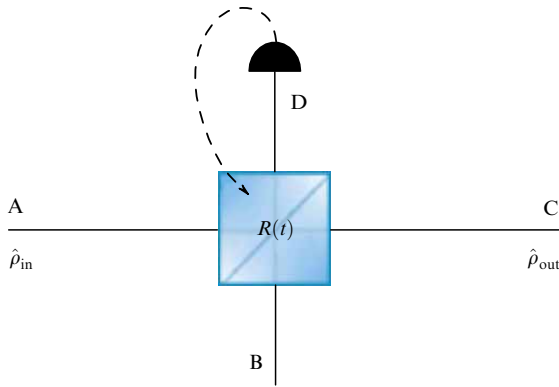


Рис. 7. Настраиваемый светоделитель с активной обратной связью. В качестве входного порта используется режим А, а в качестве выходных портов — режимы С и D. Коэффициент отражения  $R(t)$  обновляется на основе измерений в режиме D [42].

(рис. 6). Здесь, в отличие от предыдущих случаев, гистерезис не проходит через начало координат, что означает, что мемристор не является пассивным. Это отражается в стремлении площади гистерезиса к константе  $A \sim \pi/(4\sqrt{2}) + \pi\omega_0/(8\sqrt{2}\omega)$  при высоких частотах. Такая устойчивость может быть полезной для обработки квантовой информации.

Фокковские состояния и светоделитель были использованы для создания квантового мемристора также в работе [42]. Схема установки показана на рис. 7. Отражательная способность  $R(t)$  в применённом светоделителе настраивается и динамически контролируется активной обратной связью, основанной на детектировании одиночных фотонов в выходном режиме D.

Входное состояние (в канале А) задаётся квантовой суперпозицией

$$|\Psi_{in}\rangle = \alpha(t)|0\rangle_A + \beta(t)|1\rangle_A,$$

где  $|\alpha(t)|^2 + |\beta(t)|^2 = 1$ , а  $|0\rangle_A$  и  $|1\rangle_A$  — состояния вакуума и единичного фотона в канале А соответственно. Таким образом, в канале А может либо находиться один фотон с вероятностью  $|\beta(t)|^2$ , либо с вероятностью  $|\alpha(t)|^2$  фотон будет отсутствовать. Если фотон обнаружен детектором D после отражения, то на выходе канала С будет просто состояние вакуума  $|0\rangle$ . Однако, если детектор D фотон не

зарегистрирует, то выходное состояние в канале С

$$|\Psi_{out,C}(t)\rangle = \frac{\alpha(t)}{\sqrt{N}}|0\rangle_C + \frac{\beta(t)}{\sqrt{N}}\sqrt{1-R(t)}|1\rangle_C,$$

где  $N$  — нормировочная константа. Это состояние по-прежнему является квантовой суперпозицией. Чтобы доказать справедливость данного утверждения, авторы [42] определяют состояние после отражения в каналах D и С, задавая его волновой функцией

$$|\Psi_{out,CD}(t)\rangle = \alpha(t)|0\rangle_C|0\rangle_D + \beta(t)\sqrt{1-R(t)}|1\rangle_C|0\rangle_D + i\beta(t)\sqrt{R(t)}|0\rangle_C|1\rangle_D.$$

Оператор плотности для данного состояния

$$\begin{aligned} \rho_{out,CD} &= |\Psi_{out,CD}(t)\rangle\langle\Psi_{out,CD}(t)| = \\ &= |\alpha|^2|00\rangle\langle 00| + \alpha\beta^*\sqrt{1-R}|00\rangle\langle 10| - i\alpha\beta^*\sqrt{R}|00\rangle\langle 01| + \\ &+ \alpha^*\beta\sqrt{1-R}|10\rangle\langle 00| + |\beta|^2(1-R)|10\rangle\langle 10| - \\ &- i|\beta|^2\sqrt{R(1-R)}|10\rangle\langle 01| + i\alpha^*\beta\sqrt{R}|01\rangle\langle 00| + \\ &+ i|\beta|^2\sqrt{R(1-R)}|01\rangle\langle 10| + |\beta|^2R|01\rangle\langle 01|. \end{aligned}$$

Вычисление матрицы плотности состояния в канале С осуществляется взятием частичного следа по состояниям D:

$$\begin{aligned} \rho_{out,C} &= \text{Tr}^{(D)}\rho_{out,CD} = |\alpha|^2|0\rangle\langle 0| + \alpha\beta^*\sqrt{1-R}|0\rangle\langle 1| + \\ &+ \alpha^*\beta\sqrt{1-R}|1\rangle\langle 0| + |\beta|^2R|0\rangle\langle 0| + |\beta|^2(1-R)|1\rangle\langle 1|. \end{aligned}$$

В явном виде

$$\rho_{out,C} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + |\beta|^2R & \alpha^*\beta\sqrt{1-R} \\ \alpha\beta^*\sqrt{1-R} & |\beta|^2(1-R) \end{pmatrix}.$$

След

$$\text{Tr}\rho_{out,C}^2 = 1 - 2|\beta|^4R(1-R).$$

Тот факт, что состояние не является полностью смешанным (за исключением случая  $|\beta|^4 = 1$ ,  $R = 0,5$ ), показывает, что устройство способно поддерживать некоторую степень квантовой когерентности, удовлетворяя, таким образом, требованиям квантового мемристора.

Гистерезисная зависимость в рассматриваемом случае получается, если в качестве входного сигнала выбрать значение  $\langle n_{in}(t) \rangle = |\beta(t)|^2$ . Выходное состояние при этом будет

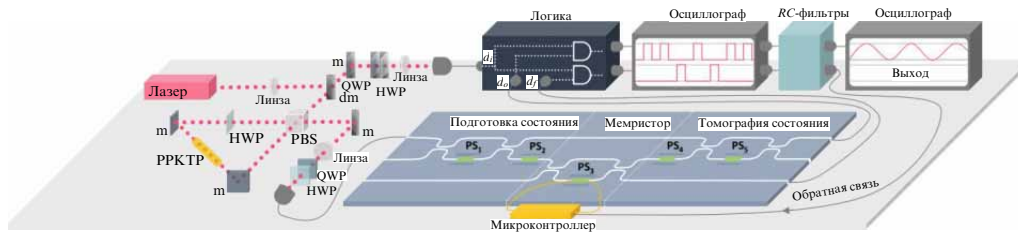
$$\langle n_{out}(t) \rangle = (1-R(t))\langle n_{in}(t) \rangle.$$

Роль параметра состояния, переменной  $s$  в уравнении (5), при этом будет играть коэффициент отражения  $R(t)$ . Его зависимость от времени можно задать в некоторой степени в произвольном виде, в [42] такую зависимость определяют как

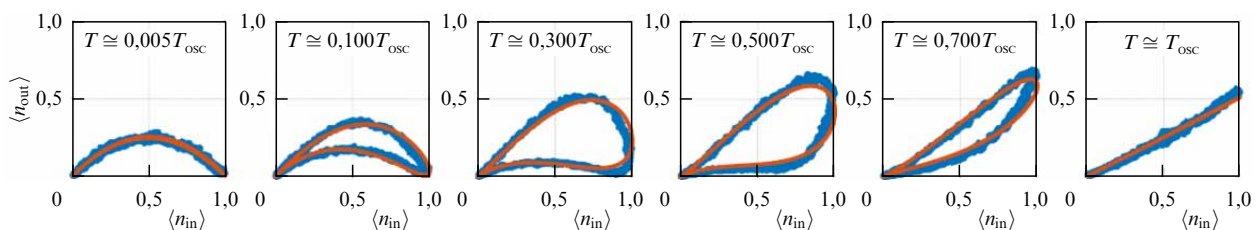
$$R(t) = \langle n_{in}(t) \rangle - 0,5.$$

Отсюда

$$R(t) - R(t-T) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t (\langle n_{in}(t) \rangle - 0,5) dt, \quad (8)$$



**Рис. 8.** Экспериментальная схема фотонного квантового мемристора. При накачке лазером непрерывного действия спонтанный параметрический источник с понижающим преобразованием, использующий кристалл КТР с периодической поляризацией (РРКТР), генерирует ортогонально поляризованные пары фотонов с длиной волны 1550 нм. С помощью поляризационного светоделителя (PBS) пары фотонов разделены таким образом, что измерение одного фотона сигнализирует о присутствии другого фотона, который вводится в фотонный квантовый мемристор. Этап подготовки состояния, состоящий из интерферометра Маха–Цендера с двумя настраиваемыми фазовыми переключателями (PS), позволяет создать входное состояние для квантового мемристора. В заключительной части устройства фотон проходит этап томографии, который используется для определения характеристик. Логический блок анализирует совпадения между холостым фотоном, выходными фотонами и фотонами обратной связи, запуская излучение прямоугольных импульсов при каждом обнаружении совпадения. С помощью RC-фильтров осуществляется измерение числа фотонов как для выходного сигнала, так и для сигналов обратной связи [42]. m — зеркало, dm — разделитель пучка, QWP — четвертьволновая пластинка, HWP — полуволновая пластинка.



**Рис. 9.** Экспериментальные (синие линии) и теоретические (красные линии) зависимости  $\langle n_{out} \rangle$  от  $\langle n_{in} \rangle$  для различных частотных режимов [42].

где  $T$  — период, по которому производится интегрирование на каждом шаге изменения  $R(t)$ . Поток одиночных фотонов, поступающих в канал А, изменяется во времени по закону

$$\langle n_{in}(t) \rangle = |\beta(t)|^2 = \sin^2 \frac{\pi t}{T_{osc}}$$

с характерным периодом осцилляций  $T_{osc}$ . Динамика работы устройства определяется соотношением  $T/T_{osc}$ .

Авторы [42] не только теоретически описали работу системы, но и добились её экспериментальной реализации. Экспериментальная установка представлена на рис. 8. Коллинеарный источник испускает пары идентичных фотонов на длине волны 1550 нм. Источник реализован на 30-мм кристалле РРКТР. Кристалл накачивается диодным лазером с непрерывным усилением (Ториса TA Pro 780, США) с мощностью накачки около 80 мВт. Кристалл вставлен в интерферометр Саньяка, который генерирует фотоны. Один из фотонов (холостой) отправляется непосредственно на детекторы, в то время как другой (сигнал) передаётся на встроенный фотонный процессор через одномодовое волокно, которое непосредственно приклеено к его поверхности. В фотонном процессоре фотон проходит стадию подготовки состояния, а затем переходит в квантовый мемристор. На выходе процессор подключается к одномодовым волокнам, подключённым к детекторам. Используются сверхпроводящие нанопроволочные однофотонные детекторы (Photonspot Inc., США) со средней эффективностью обнаружения выше 95 %. Всего задействованы три детектора: один для холостого фотона, один для сигнала обратной связи и один для выходного сигнала. После детекторов логический блок анализирует сигналы. Каждое совпадение холостого хода и обратной связи запускает генерацию прямоугольного импульса напря-

жения в канале обратной связи. Точно так же каждое совпадение выходных сигналов холостого хода запускает импульс напряжения в выходном канале. При мощности накачки в источнике около 80 мВт максимальная частота совпадений в каждом канале составляет приблизительно  $3 \times 10^4$  отсчётов в секунду. Затем оба канала фильтруются на низких частотах RC-фильтрами ( $RC = 100$  мс). Это приводит к усреднению последовательностей импульсов и получению непрерывного сигнала напряжения, пропорционального частоте импульсов, которая, в свою очередь, пропорциональна числу фотонов. Таким образом, измерение выходного напряжения RC-фильтров представляет собой измерение ожидаемого значения фотонного числа. В этот момент выходной сигнал поступает на осциллограф для окончательной регистрации данных, в то время как сигнал обратной связи поступает на микроконтроллер, который вычисляет  $\langle n_{in} \rangle$  и использует его для обновления значения  $R(t)$ .

Экспериментальные и теоретические зависимости в переменных  $\langle n_{out} \rangle$ ,  $\langle n_{in} \rangle$  приведены на рис. 9.

Следует отметить, что представленная выше схема (см. рис. 7) позволяет кодировать информацию в так называемом двухканальном режиме, когда кодирование происходит по траекториям. Например, состояние  $|0\rangle$  может соответствовать фотону, находящемуся в канале А, а состояние  $|1\rangle$  — фотону, находящемуся в канале В.

В рассмотренных работах квантовый мемристор был сконструирован из светоделителя с перестраиваемой отражательной способностью, которая модифицируется в зависимости от результатов измерений в одном из каналов. Авторы [40] показали, что аналогичная реализация может быть достигнута с помощью частотно-запутанных оптических полей и частотного смесителя, который, работая аналогично светоделителю, создаёт

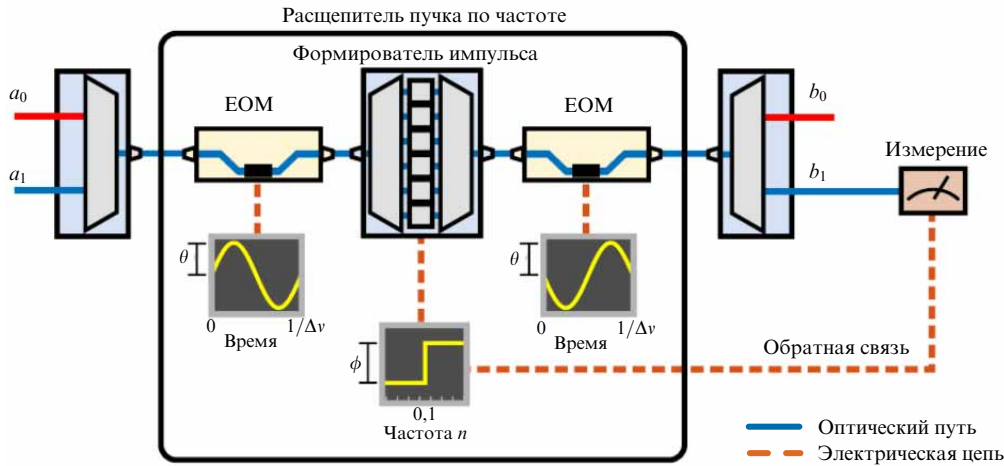


Рис. 10. Экспериментальная установка, демонстрирующая мемристор на основе частотного светоделителя [40]. ЕОМ — электрооптический фазовый модулятор.

суперпозиции состояний. Они рассмотрели мемристор, основанный на частотном светоделителе, который представляет собой элемент Адамара, действующий на частотные степени свободы входных данных. Для согласования операций между частотными диапазонами ими был использован электрооптический фазовый модулятор (ЕОМ) и формирователь импульсов с преобразованием Фурье. При каскадном подключении ЕОМ и формирователей импульсов в чередующейся последовательности, в принципе, может быть реализован любой частотный модуль с оптимальным масштабированием ресурсов. На рисунке 10 представлена возможная экспериментальная установка для мемристора с частотным диапазоном. Входные спектральные режимы  $a_0$  и  $a_1$  объединяются в одно волокно, где они подвергаются временной фазовой модуляции с амплитудой  $\theta$  и циклической частотой  $\Delta\nu$ . В формирователе импульсов создается фазовый сдвиг  $\phi$  по отношению к модам  $n \geq 1$  (включая те, которые находятся за пределами двумерного пространства). Второй импульсный сигнал, подаваемый с той же амплитудой, что и первый, но с другой фазой, завершает работу частотного светоделителя. Затем извлекается и измеряется выходной сигнал  $b_1$ , результаты используются для обновления фазового сдвига  $\phi$  формирователя импульсов.

В реализованной здесь схеме определения выходного сигнала и обратной связи происходит изменение фазы  $\phi$  в зависимости от результата измерения на выходе светоделителя, связанного с окружающей средой. Другой выход функционирует как ответный сигнал мемристора. На выходе, связанном с окружающей средой, выполняются измерения количества фотонов, после чего изменяется фаза  $\phi$  в зависимости от усреднённого значения полученных данных. В каждом отдельном эксперименте, происходящем в момент времени  $t_k$  с фиксированной фазой  $\phi(t_k)$ , получается значение среднего числа выходных фотонов. Это значение используется для изменения значения  $\phi$  с  $\phi(t_k)$  на  $\phi(t_{k+1})$ .

Дальнейшее развитие фотонной платформы было осуществлено авторами статьи [43], в которой для получения мемристивного эффекта используются поляритоны — связанные состояния фотонов и фононов. В таких устройствах временная эволюция системы зависит от соотношения времени внутренней релаксации

системы и времени изменения её параметров, которое при определённых значениях приводит к бистабильности. Поведение квантового мемристора на основе поляритонов регулируется зависимостью атомной модуляции от времени, обеспечивающей гистерезисный отклик числа квазичастиц. Данный механизм основан на межрезонаторном обмене поляритонами и атомной модуляции. Эффекты памяти зависят от инициализации системы (пластичности) и временного масштаба воздействия.

### 3. Квантовые мемристоры на захваченных ионах

Использование ультрахолодных захваченных ионов для реализации квантового мемристора представляется весьма перспективным за счёт наличия достаточно большого количества ионных уровней с различным временем жизни и переходов с различной "силой осциллятора", а также возможности использования связанных состояний ионов. Концепция квантового мемристора на холодных ионах впервые предложена и развита в работах сотрудников ФИАН [44, 45].

В случае ультрахолодного иона, захваченного в ловушку, можно выбрать три уровня — основное состояние  $|g\rangle$ , возбуждённое долгоживущее состояние  $|e\rangle$  и возбуждённое короткоживущее состояние  $|a\rangle$ . Используя различные техники (резонансное лазерное или микроволновое возбуждение, рамановское возбуждение), возможно инициировать осцилляции Раби между уровнями  $|g\rangle$  и  $|e\rangle$ , т.е. под действием такого возмущения ион периодически переходит с уровня  $|g\rangle$  на уровень  $|e\rangle$  и обратно. Волновая функция при этом выражается суперпозицией

$$|\Psi_{\text{in}}\rangle = \alpha|g\rangle + \beta|e\rangle,$$

где  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . Вероятность возбуждения уровня  $|e\rangle$  изменяется с течением времени  $t$  и даётся выражением

$$|\beta|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right),$$

где  $\Omega$  — частота Раби для переходов  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ .

Также путём резонансного воздействия на ион другим электромагнитным полем можно инициировать переход с уровня  $|e\rangle$  на некоторый уровень  $|a\rangle$ . При этом переход из состояния  $|g\rangle$  в  $|a\rangle$  не происходит. Вероятностью такого перехода можно управлять, задавая длительность  $\tau$  лазерного импульса и/или его амплитуду. Подбирая значения данных параметров, вероятность перехода  $|e\rangle \rightarrow |a\rangle$ , равную

$$|\gamma|^2 = \sin^2\left(\frac{\tilde{\Omega}t}{2}\right)$$

( $\tilde{\Omega}$  — частота Раби для переходов  $|e\rangle \leftrightarrow |a\rangle$ ), можно изменять в пределах от 0 до 1. Волновая функция иона после инициирования перехода  $|e\rangle \rightarrow |a\rangle$  будет

$$|\Psi_{\text{out}}\rangle = \alpha|g\rangle + \beta\sqrt{1-|\gamma|^2}|e\rangle + \beta\gamma|a\rangle.$$

Возбуждение уровня  $|a\rangle$  регистрируется с помощью люминесценции.

Для получения гистерезисной зависимости выберем в качестве входного сигнала  $x$  вероятность нахождения иона в состоянии  $|e\rangle$  до воздействия лазерного импульса, инициирующего переход  $|e\rangle \rightarrow |a\rangle$ ,

$$x = |\langle e|\Psi_{\text{in}}\rangle|^2 = |\beta|^2.$$

Выходным сигналом  $y$  будет служить вероятность нахождения иона в состоянии  $|e\rangle$  после воздействия лазерного импульса, инициирующего переход  $|e\rangle \rightarrow |a\rangle$ :

$$y = |\langle e|\Psi_{\text{out}}\rangle|^2 = |\beta|^2(1-|\gamma|^2).$$

При этом зависимость выходного сигнала от входного даётся равенством

$$y = (1-|\gamma|^2)x. \quad (9)$$

Поскольку, как уже отмечалось,  $|\gamma|^2$  можно изменять с течением времени, данная вероятность играет роль параметра состояния  $s$ , т.е.  $s = |\gamma|^2$ . Закон изменения параметра состояния с течением времени можно задать достаточно произвольно, например, в виде

$$\dot{s} = \frac{1}{T}(x-c), \quad (10)$$

где  $c$  — некоторая постоянная. Уравнения (9) и (10) полностью аналогичны уравнениям (3) и (4) и соответственно задают мемристивное поведение рассматриваемой системы в переменных  $x$  и  $y$ . Интегрируя (10) в пределах некоторого периода  $T$ , имеем

$$s(T) = s(0) + \frac{1}{T} \int_0^T (x-c) dt. \quad (11)$$

Процедура реализации квантового мемристора заключается в следующем. В начальный момент времени задаётся некоторая вероятность  $s(0)$  и устанавливаются параметры лазерного излучения, инициирующего переход  $|e\rangle \rightarrow |a\rangle$ , для обеспечения этой вероятности. Выбирается период  $T$ , в течение которого возбуждаются переходы  $|e\rangle \rightarrow |a\rangle$  и происходит регистрация возникновения населённости на уровне  $|a\rangle$ . Вероятность нахождения иона в состоянии  $|a\rangle$  при этом  $\langle a|\Psi_{\text{out}}\rangle^2 = s(0)x$ . Отсюда, определяя экспериментально значение  $\langle a\rangle$ , можно вычислить величину входного сигнала  $x$  на первом

периоде  $T$ . Обозначая эту величину  $x_1$ , по формуле (9) для значения  $x_1$  можно получить выходной сигнал  $y_1$ , а подставляя  $x_1$  в формулу (11) — определить новое значение параметра состояния  $s(T)$ . Для этого значения  $s(T)$  вычисляются  $x_2$  и  $y_2$  аналогично тому, как были вычислены  $x_1$  и  $y_1$ , и затем находится значение  $s(2T)$ . Далее процедура повторяется.

Для того чтобы изучить влияние некоторых параметров лазерного импульса на мемристивные характеристики предложенного объекта, в [44] проведено моделирование динамики населённости уровней трёхуровневой системы при воздействии последовательности резонансных лазерных импульсов. Для этого была использована система уравнений для амплитуд населённости  $a$  выделенных уровней атома, взаимодействующего с двумя резонансными лазерными полями:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{|g\rangle} &= i\Omega^* \exp\left[-\left(\frac{t-t_{01}}{\tau_1}\right)^2\right] a_{|e\rangle}, \\ \dot{a}_{|e\rangle} &= i\Omega \exp\left[-\left(\frac{t-t_{01}}{\tau_1}\right)^2\right] a_{|g\rangle} + i\tilde{\Omega} \exp\left[-\left(\frac{t-t_{02}}{\tau_2}\right)^2\right] a_{|a\rangle}, \\ \dot{a}_{|a\rangle} &= i\tilde{\Omega}^* \exp\left[-\left(\frac{t-t_{02}}{\tau_2}\right)^2\right] a_{|e\rangle}, \end{aligned}$$

где  $t_{02} - t_{01}$  — временная задержка между импульсами,  $\tau_{1,2}$  — длительности лазерных импульсов. Расчёты проводились для значений частот Раби, длительностей, временных задержек, представленных в относительных безразмерных единицах.

На рисунке 11 показана динамика амплитуд населённости уровней, вычисленная при следующих значениях параметров:  $\Omega = 0,0755$ ,  $\tilde{\Omega} = 0,09$ ,  $\tau_1 = 50$ ,  $\tau_2 = 0,5$ ,  $t_{02} - t_{01} = 20$ . Видно, что при воздействии первого импульса наблюдаются осцилляции Раби населённости уровней  $|g\rangle$ ,  $|e\rangle$ . Под действием импульса второго резонансного поля возбуждается уровень  $|a\rangle$ . При данных значениях параметров поля был проведён расчёт  $y$  и  $x$ . В результате была получена гистерезисная зависимость (рис. 12).

В работе [45] проанализирована ещё одна возможность создания разобранной выше трёхуровневой схемы

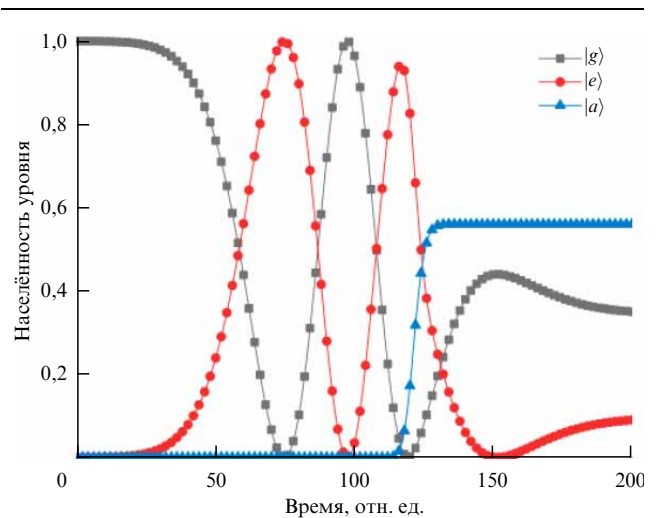


Рис. 11. Динамика населённости уровней  $|g\rangle$ ,  $|e\rangle$ ,  $|a\rangle$ , рассчитанная при следующих значениях параметров:  $\Omega = 0,0755$ ,  $\tilde{\Omega} = 0,09$ ,  $\tau_1 = 50$ ,  $\tau_2 = 0,5$ ,  $t_{02} - t_{01} = 20$  [44].



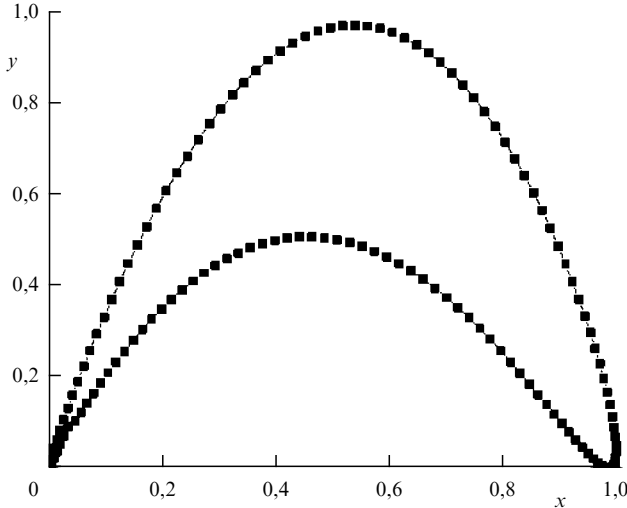


Рис. 12. Петля гистерезиса в переменных  $x, y$  [44].

в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$ . Отмечается, что для экспериментальной реализации квантового мемристора на ионах прежде всего необходимо провести глубокое охлаждение иона в ловушке Пауля. Для манипулирования с одиночным ионом можно использовать трёхмерные ловушки, которые в изготовлении несколько проще линейных и обладают хорошим оптическим доступом к области захвата иона. Охлаждение иона может быть реализовано стандартными методами, например, путём доплеровского или симпатического лазерного охлаждения. Регистрацию возбуждения состояния  $|a\rangle$  можно реализовать широко известным методом квантовых скачков (electron shelving). При этом время жизни состояния  $|a\rangle$  должно быть много меньше времени жизни состояния  $|e\rangle$ , для того чтобы обеспечить накопление сигнала и уверенную регистрацию населённости состояния  $|a\rangle$ . Обычно при реализации метода квантовых скачков на широко дипольном переходе с шириной линии в десятки МГц время регистрации составляет около нескольких миллисекунд. В связи с этим время жизни уровня  $|e\rangle$  должно быть значительно больше.

При реализации квантового мемристора на захваченном ультрахолодном ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  набор уровней  $|g\rangle, |e\rangle$  и  $|a\rangle$  можно выбрать несколькими способами. При первом способе в качестве уровней  $|g\rangle$  и  $|e\rangle$  могут служить сверхтонкие подуровни основного состояния  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=0$ ) и  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=1$ ) соответственно. Разница энергий между этими состояниями составляет 12,6 ГГц при нулевом приложенном магнитном поле. При этом единственным путём распада состояния  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=1$ ) является магнитодипольный переход в состояние  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=0$ ). В качестве состояния  $|a\rangle$  может выступить более короткоживущее состояние  $^2\text{D}_{3/2}$  ( $F=2$ ), которое за время порядка 50 мс распадается в состояние  $^2\text{S}_{1/2}$ . На рисунке 13 такой набор уровней и соответствующие переходы отмечены синим цветом.

При втором способе определения уровней сверхтонкие подуровни уровня  $^2\text{F}_{7/2}$  можно выбрать в качестве  $|g\rangle$  и  $|e\rangle$  соответственно. Разность энергий между этими состояниями составляет 3,6 ГГц. Уровень  $|g\rangle$  может быть первоначально заселён, например,  $\pi$ -импульсом из основного состояния. Чтобы соединить  $|g\rangle$  и  $|e\rangle$  (магнитно-дипольный переход), можно использовать радио-

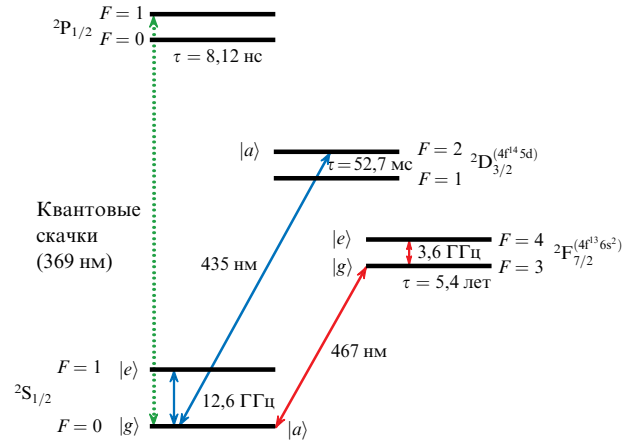


Рис. 13. Частичная схема электронных уровней иона  $^{171}\text{Yb}^+$  (не в масштабе). Электрический дипольный переход  $^2\text{S}_{1/2} \rightarrow ^2\text{P}_{1/2}$  (E1) на длине волны 369 нм используется для доплеровского охлаждения и регистрации населённости основного состояния иона методом квантовых скачков. Переход между уровнями  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=0$ ) и  $^2\text{D}_{3/2}$  ( $F=2$ ) ( $|a\rangle$ ) и переход между подуровнями сверхтонкой структуры  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=0$ ) и  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=1$ ) ( $|e\rangle$ ) основного состояния могут использоваться для реализации первого квантового мемристора на одиночном ионе (уровни и переходы выделены синим цветом). Переход между подуровнями сверхтонкой структуры  $^2\text{F}_{7/2}$  ( $F=3$ ) ( $|g\rangle$ ) и  $^2\text{F}_{7/2}$  ( $F=4$ ) ( $|e\rangle$ ) и переход между уровнями  $^2\text{F}_{7/2}$  ( $F=3$ ) и  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=0$ ) ( $|a\rangle$ ) могут использоваться для реализации второго квантового мемристора на одиночном ионе (уровни и переходы выделены красным цветом) [45].

частотные импульсы на частоте 3,6 ГГц. Единственным каналом распада состояния  $^2\text{F}_{7/2}$  ( $F=3$ ) является октупольный переход в основное состояние  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=0$ ). В свою очередь, основное состояние  $^2\text{S}_{1/2}$  можно выбрать в качестве состояния  $|a\rangle$ . Его населённость может быть легко обнаружена с помощью метода квантовых скачков. Особенностью предложенной схемы является то, что уровень  $|a\rangle$  — основное состояние иона — имеет меньшую энергию по сравнению с  $|g\rangle$ . Вместе с тем большое время жизни уровня  $|g\rangle$  (которое существенно превышает время эксперимента) позволяет надеяться на успешную реализацию данного способа определения уровней квантового мемристора. На рисунке 13 набор уровней и переходы, соответствующие второму способу определения квантового мемристора, отмечены красным цветом.

Важно отметить, что наличие двух схем уровней на одном ионе с существенно различающимися возбуждающими резонансными частотами позволяет предложить схему связанных квантовых мемристоров на одиночном ионе, когда последовательное действие резонансных полей позволяет передавать состояние от мемристора к мемристор. Кроме того, в предложенных двух схемах задействуется один общий уровень  $^2\text{S}_{1/2}$  ( $F=0$ ), что позволяет проводить обучение таких систем. Таким образом, на одном ионе реализуются два слоя мемристоров.

Также в работе [44] отмечается, что использование связи между ионами, возникающей за счёт их кулоновского взаимодействия, может привести к созданию связанных квантовых мемристоров на различных ионах. Получение запутанных состояний между ионами может позволить использовать квантовые гейты для оптимизации работы цепочки квантовых мемристоров.

#### 4. Квантовые мемристоры на сверхпроводящих схемах

Сверхпроводящие схемы естественным образом включают мемристорные элементы в джозефсоновских переходах, что используется в относительно недавно предложенной конструкции классического сверхпроводящего мемристора [41]. В то время как конструкция этого устройства квантовой интерференции с асимметричной проводимостью (CA-SQUID) была способна обеспечить гистерезисное поведение, она не включала квантовые особенности схемы. В работе [33] предложена конструкция сверхпроводящего квантового мемристора, использующего туннелирование квазичастиц в мемристорной квантовой обработке информации.

Предлагаемое устройство имеет конструкцию радиочастотного СКВИДа (rf SQUID), показанную на рис. 14. Устройство представляет собой сверхпроводящий контур с индуктивностью  $L$ , в который встроен небольшой контур с пренебрежимо малой индуктивностью (dc SQUID), играющий роль джозефсоновского контакта, поток через который управляется извне. СКВИД-переходы постоянного тока изготовлены из разных материалов, так что они имеют одинаковый критический ток, но разную проводимость. Таким образом, эффективный критический ток в dc SQUID может быть полностью подавлен изменением магнитного потока на  $\Phi_0/2$ , где  $\Phi_0$  — квант магнитного потока. Также пропускание магнитного потока  $\Phi_d$  через rf SQUID приводит к фазовому сдвигу:

$$\varphi_d = \frac{2\pi\Phi_d}{\Phi_0}.$$

Гамильтониан системы имеет вид

$$H_s = E_c n^2 + \frac{E_L}{2} (\varphi - \varphi_d)^2,$$

где  $n$  и  $\varphi$  — операторы числа куперовских пар и разности фаз (фазового смещения) соответственно,  $E_c$  — ёмкостная энергия,  $E_L$  — индуктивная энергия. Динамика системы заключена между двумя нижними уровнями для введённого гамильтониана  $H_s$ . Авторы применяют ансамблевую интерпретацию входных и выходных данных системы, в то время как средняя разность фаз сверхпроводимости хранит информацию о прошлой

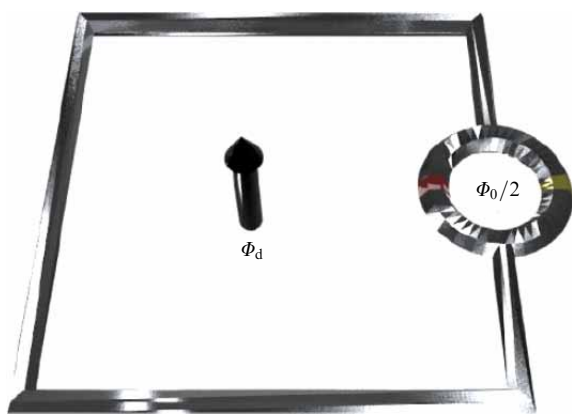


Рис. 14. Схематическое представление сверхпроводящего квантового мемристора (зелёная и красная полосы представляют собой переходы с разной проводимостью) [33].

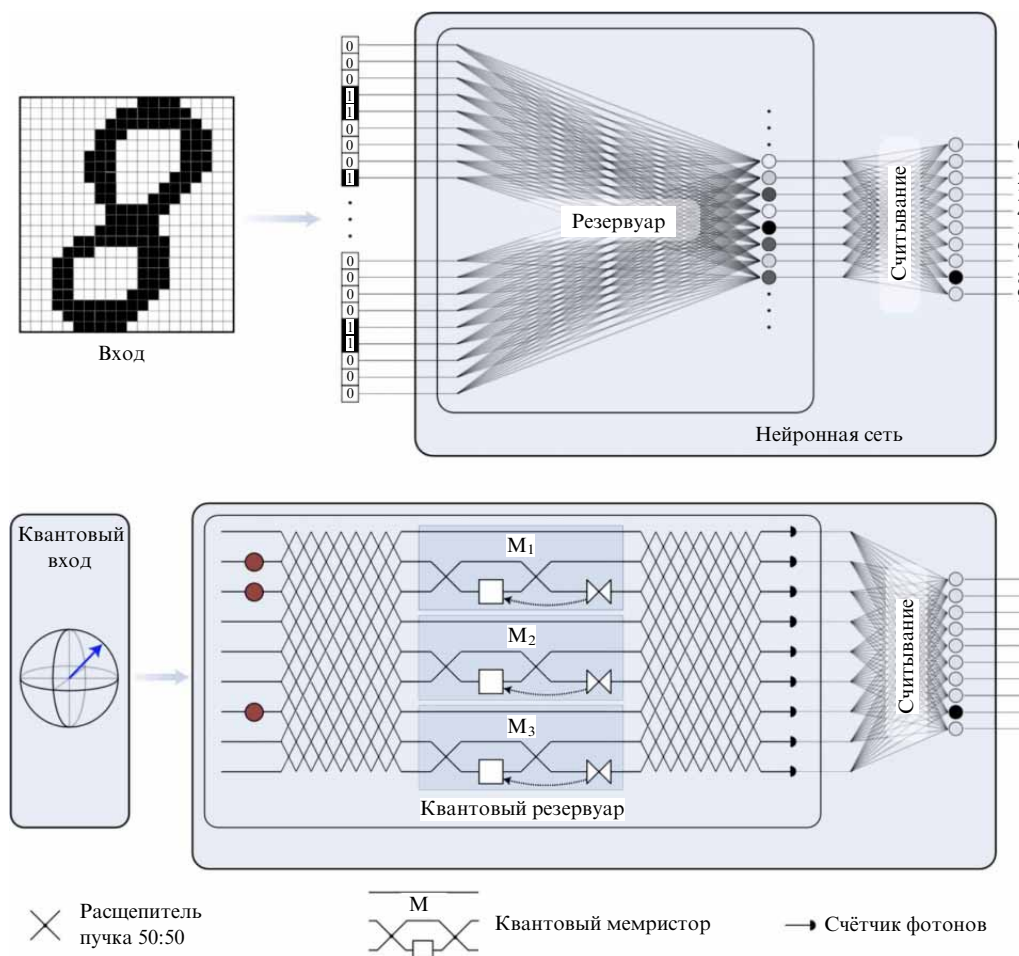
динамике. Также используются проективные неразрушающие измерения, описанные в [46]. В итоге авторы показывают, что в таком устройстве наблюдается гистерезис, если в качестве входного параметра берётся среднее напряжение на туннелирующем элементе, а выходного — квазичастичный ток.

В работе [34] в качестве парадигмы квантового мемристора была изучена квантовая  $LC$ -схема, управляемая мемристором, и рассмотрена совместимость между эффектами памяти и квантовыми свойствами, такими как когерентные суперпозиции. Для сохранения когерентности используются непрерывные измерения [47, 48]. Авторы демонстрируют протокол для правильного построения эволюционного уравнения для сверхпроводящих цепей, подключённых к квантовым мемристорам. Предложенная в этой работе модель носит концептуальный характер и не ограничивается электрическими цепями, она может быть исследована также на других квантовых платформах. В статье продемонстрирована немарковская природа динамики квантовых мемристоров. Показано, что эффекты памяти, измеряемые как площадь петли гистерезиса, максимизируются в классическом пределе.

Важно отметить, что сверхпроводящая и ионная платформы демонстрируют выдающийся потенциал для вычисления особенностей физики открытых систем [49].

#### 5. Квантовые мемристоры в сравнении с классическими

На данный момент не существует однозначного ответа на вопрос, могут ли квантовые мемристоры дать какие-либо преимущества по сравнению с классическими мемристорами в нейроморфных вычислениях. Интуитивно кажется, что квантовые мемристоры могут нести в себе больший потенциал в связи с оперированием квантовой суперпозицией и возможностью использования квантовых алгоритмов. Однако данную проблему предстоит ещё детально изучить. Единственное, отметим, что в работе [42] была проведена численная оценка эффективности работы квантового резервуара [50, 51] на основе квантовых мемристоров (рис. 15). На вход резервуара подаются квантовые состояния трёх фотонов, которые могут занимать девять разных оптических мод. Далее расположена матрица из светоделителей со случайно заданными отражательными способностями, эта матрица перемешивает информацию между всеми модами, затем информация направляется на входы мемристоров. После мемристоров информация вновь перемешивается матрицей светоделителей и направляется на массив фотонных детекторов, откуда идёт на небольшую линейную сеть считывания из 1600 настраиваемых параметров. Описанный квантовый резервуар был обучен распознавать изображения из подмножества базы данных рукописных цифр MNIST41, представляющего цифры "0", "3" и "8", причём обучалась только сеть считывания. Каждое изображение обрезалось до размера  $18 \times 12$  пикселей. На вход за раз подавали по одной колонке пикселей, закодированных по несложной амплитудной схеме. На каждом этапе квантовые мемристоры корректировались согласно дискретной по времени версии уравнения (8). После обучения на 1000 различных изображениях в течение 15 циклов была достигнута точность классификации в 95 % на никогда



**Рис. 15.** Схема квантовых резервуарных вычислений [42]. Входная информация кодируется в нелинейном многомерном пространстве, выходные данные интерпретируются простой линейной сетью считывания. Обучается только сеть считывания, что требует минимальных ресурсов.

ранее не использовавшемся тестовом наборе из 1000 изображений, равномерно распределённых по выбранным цифрам.

Чтобы получить представление о квантовом преимуществе квантовых мемристоров, было проведено распознавание тех же изображений с использованием в качестве входных данных только классической информации. Это было достигнуто за счёт кодирования входной информации классическим когерентным светом, а не одиночными фотонами. При этом все остальные условия сохранялись. В результате точность распознавания трёх цифр снизилась примерно до 71 %, что свидетельствует о превосходной производительности квантового случая. При отключении квантовых мемристоров точность распознавания падала до уровня случайного угадывания. Кроме того, в работах, где для похожих резервуаров использовались классические мемристоры [52, 53], точности в 91–92 % достигались с использованием 88 мемристоров или 500000 настраиваемых параметров и значительно более объёмных обучающих выборок (14 тыс. и 60 тыс.).

Конечно, данные факты не являются доказательствами квантового превосходства квантового мемристора, но они дают основания предполагать значительный потенциал его использования в нейроморфных вычислениях.

## 6. Заключение

Согласно приведённым данным, квантовый мемристор должен включать следующие необходимые компоненты: перестраиваемый диссипативный элемент, слабые измерения и классическую обратную связь. Эти компоненты могут быть реализованы на разных платформах. К настоящему времени исследования по созданию квантового мемристора только начинают развиваться. В основном сейчас имеются концептуальные представления, большинство из которых ещё не нашло практической реализации. Но даже при теоретическом рассмотрении задействованы далеко не все возможные платформы. В частности, интерес представляет создание квантового мемристора на нейтральных атомах, полупроводниках и других системах. Кроме того, практически не изучены вопросы создания связанных квантовых мемристоров, использующих запутанные состояния и квантовые алгоритмы. Ещё больше сложностей вызывает практическое воплощение квантовых мемристоров, поскольку их необходимые компоненты крайне непросты с точки зрения экспериментальной реализации. Также следует отметить, что классический мемристор по своим свойствам близок к синапсу, обеспечивающему контакт между нейронами в мозге. В то же время многие учёные, в частности, Нобелевский лауреат Р. Пенроуз [54, 55],

склоняются к тому, что работу мозга определяют законы квантовой физики. Если это так, то квантовый мемристор и вычислительные системы на его основе могут более точно имитировать работу мозга. Важно отметить, что разработка и создание квантовых мемристор, рассматриваемых в качестве основных элементов в биоподобных схемах обучения, полностью относятся к природоподобным технологиям. Таким образом, исследования квантовых мемристор являются зарождающейся областью с большими перспективами и целым рядом ещё нерешённых вопросов, что предопределяет её бурное развитие.

**Благодарность.** Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 24-12-00415, <https://rscf.ru/project/24-12-00415/>.

## Список литературы

- Chua L *IEEE Trans. Circuit Theory* **18** 507 (1971)
- Strukov D B et al. *Nature* **453** 80 (2008)
- Demin V A, Erokhin V V *Int. J. Unconv. Comput.* **12** 433 (2016)
- Abraham I *Sci. Rep.* **8** 10972 (2018)
- Borghetti J et al. *Nature* **464** 873 (2010)
- Linares-Barranco B, Serrano-Gotarredona T "Memristance can explain spike-time-dependent-plasticity in neural synapses" *Nat. Prec.* (2009) <https://doi.org/10.1038/npre.2009.3010.1>
- Alibart F et al. *Adv. Funct. Mater.* **20** 330 (2010)
- Ielmini D *Semicond. Sci. Technol.* **31** 063002 (2016)
- Sun K, Chen J, Yan X *Adv. Funct. Mater.* **31** 2006773 (2021)
- Tominov R et al. *Adv. Electron. Mater.* **8** 2200215 (2022)
- Томинов Р В и др. *Нанотехнология* (15) 509 (2022)
- Рыльков В В и др. *ЖЭТФ* **153** 424 (2018); Rylkov V V et al. *J. Exp. Theor. Phys.* **126** 353 (2018)
- Emelyanov A V et al. *Microelectron. Eng.* **215** 110988 (2019)
- Yuan L et al. *Adv. Electron. Mater.* **7** 2100432 (2021)
- van de Burgt Y et al. *Nat. Electron.* **1** 386 (2018)
- Mu B et al. *J. Mater. Chem. C* **8** 12714 (2020)
- Park H-L, Lee T-W *Org. Electron.* **98** 106301 (2021)
- Lapkin D A et al. *Appl. Phys. Lett.* **112** 043302 (2018)
- Minnekhanov A A et al. *Sci. Rep.* **9** 10800 (2019)
- Di Ventra M, Pershin Yu V, Chua L O *Proc. IEEE* **97** 1371 (2009)
- Di Ventra M, Pershin Yu V, Chua L O *Proc. IEEE* **97** 1717 (2009)
- Jo S H et al. *Nano Lett.* **10** 1297 (2010)
- Pershin Yu V, Di Ventra M *Neural Networks* **23** 881 (2010)
- Pershin Yu V, Di Ventra M *Phys. Rev. E* **84** 046703 (2011)
- Yu S et al. *IEEE Trans. Electron Devices* **58** 2729 (2011)
- Pershin Yu V, Di Ventra M *Proc. IEEE* **100** 2071 (2012)
- Thomas A *J. Phys. D* **46** 093001 (2013)
- Moon J et al. *Nat. Electron.* **2** 480 (2019)
- Yao P et al. *Nature* **577** 641 (2020)
- Chua L O, Kang S M *Proc. IEEE* **64** 209 (1976)
- Caravelli F, Carbajal J P *Technologies* **6** (4) 118 (2018)
- Sanz M, Lamata L, Solano E *APL Photon.* **3** 080801 (2018)
- Salmilehto J et al. *Sci. Rep.* **7** 42044 (2017)
- Pfeifer P et al. *Sci. Rep.* **6** 29507 (2016)
- Qiu X et al. *Commun. Mater.* **5** 70 (2024)
- Aksenov M A et al. *Phys. Rev. A* **107** 052612 (2023)
- Вишнякова Г А и др. *УФН* **186** 176 (2016); Vishnyakova G A et al. *Phys. Usp.* **59** 168 (2016)
- Хабарова К Ю, Калганова Е С, Колачевский Н Н *УФН* **188** 221 (2018); Khabarova K Yu, Kalganova E S, Kolachevsky N N *Phys. Usp.* **61** 203 (2018)
- Хабарова К Ю, Заливако И В, Колачевский Н Н *УФН* **192** 1305 (2022); Khabarova K Yu, Zalivako I V, Kolachevsky N N *Phys. Usp.* **65** 1217 (2022)
- Gonzalez-Raya T et al. *Materials* **13** 864 (2020)
- Kim M S et al. *Phys. Rev. A* **65** 032323 (2002)
- Spagnolo M et al. *Nat. Photon.* **16** 318 (2022)
- Norambuena A et al. *Phys. Rev. Appl.* **17** 024056 (2022)
- Stremoukhov S et al. *Entropy* **25** 1134 (2023)
- Стремоухов С Ю и др. *Письма в ЖЭТФ* **119** 343 (2024); Stremoukhov S Yu et al. *JETP Lett.* **119** 352 (2024)
- Vool U et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 247001 (2014)
- Wiseman H M, Milburn G J *Quantum Measurement and Control* (Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 2010)
- Jacobs K, Steck D A *Contemp. Phys.* **47** 279 (2006)
- Kazmina A S et al. *Phys. Rev. A* **109** 032619 (2024)
- Jaeger H "The 'echo state' approach to analysing and training recurrent neural networks — with an Erratum note", GMD Report No. 148 (Bonn: German National Research Institute for Computer Science, 2001)
- Maass W, Natschläger T, Markram H *Neural Comput.* **14** 2531 (2002)
- Du C et al. *Nat. Commun.* **8** 2204 (2017)
- Jalalvand A, Van Wallendael G, Van de Walle R, in *Proc. of the 7th Intern. Conf. on Computational Intelligence, Communication Systems and Networks, CICSYN 2015, Riga, Latvia, 03–05 June 2015* (Piscataway, NJ: IEEE, 2015) p. 146–151, <https://doi.org/10.1109/CICSYN.2015.35>
- Penrose R *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1989)
- Penrose R *Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1994)

## Quantum memristors: a new approach to neuromorphic computing

P.A. Forsh<sup>(1,2,a)</sup>, S.Yu. Stremoukhov<sup>(1,2,3,b)</sup>, A.S. Frolova<sup>(1,2)</sup>, K.Yu. Khabarova<sup>(2,c)</sup>, N.N. Kolachevsky<sup>(2,4,d)</sup>

<sup>(1)</sup> Lomonosov Moscow State University, Leninskie gory 1, 119991 Moscow, Russian Federation

<sup>(2)</sup> Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation

<sup>(3)</sup> National Research Center Kurchatov Institute, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation

<sup>(4)</sup> Russian Quantum Center, Bol'shoi bul'var 30, str. 1, 121205 Skolkovo, Moscow, Russian Federation

E-mail: <sup>(a)</sup>forshpa@lebedev.ru, <sup>(b)</sup>sustrem@gmail.com, <sup>(c)</sup>kseniakhabarova@gmail.com, <sup>(d)</sup>kolachevsky@lebedev.ru

We review quantum memristors, which define a new direction for neuromorphic applications. We discuss the general methodology and concept of constructing a quantum memristor, as well as the possibility of its implementation on photonic platforms, superconducting systems, and ultracold trapped ions. The last platform is being actively developed at the Lebedev Physical Institute for conducting quantum computations and for building a high-performance quantum computer; it has also proven its worth in creating optical clocks.

**Keywords:** memristors, quantum computing, neuromorphic systems

PACS numbers: **03.67**. – a, 42.50.Dv, 85.25.Cp

Bibliography — 55 references

Received 21 May 2024, revised 19 June 2024

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **194** (9) 905–916 (2024)

*Physics – Uspekhi* **67** (9) (2024)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2024.06.039698>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2024.06.039698>