<u>Том 194, № 7</u>

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Эффекты туннелирования в сильно анизотропных слоистых сверхпроводниках

Т.Б. Чарикова, Н.Г. Шелушинина, В.Н. Неверов, М.Р. Попов

Представлен краткий обзор гальваномагнитных свойств сильно анизотропных купратных сверхпроводников с акцентом на внутреннем эффекте Джозефсона, который естественным образом существует в многослойных ВТСП кристаллах. Перенос носителей заряда перпендикулярно к слоям в таких материалах происходит посредством последовательного туннелирования квазичастиц (или куперовских пар) между хорошо проводящими (или сверхпроводящими) СиО₂-слоями через промежуточные буферные слои. Проведён анализ имеющихся в настоящее время результатов по неметаллической проводимости вдоль оси с в нормальном состоянии, а также данных для характерных разветвлённых вольт-амперных характеристик в сверхпроводящем состоянии как ярких экспериментальных проявлений туннельных эффектов в слоистых купратных сверхпроводниках.

Ключевые слова: слоистый сверхпроводник, туннельные эффекты, вольт-амперная характеристика, внутренний эффект Джозефсона

PACS number: 74.72.-h

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.11.039604

Содержание

- 1. Введение (740).
- Туннелирование квазичастиц в нормальной фазе слоистого сверхпроводника (741).

2.1. Неметаллическое поведение проводимости вдоль оси c: зависимости $\rho_c(T)$ (эксперимент). 2.2. Модель некогерентного туннелирования носителей заряда.

3. Внутренний эффект Джозефсона (туннелирование куперовских пар) (744).

3.1. Резистивная модель джозефсоновских переходов.
3.2. Вольт-амперные характеристики внутренних джозефсоновских переходов (эксперимент).

- 4. Выводы (749).
- 5. Приложение (749).

5.1. Параметр МакКамбера. Список литературы (751).

1. Введение

Оксидные сверхпроводники представляют собой слоистые соединения со строительными блоками, состоя-

Т.Б. Чарикова ^(a), Н.Г. Шелушинина ^(b), В.Н. Неверов ^(c), М.Р. Попов ^(d) Институт физики металлов им. М.Н. Михеева, Уральское отделение РАН, ул. С. Ковалевской 18, 620108 Екатеринбург, Российская Федерация E-mail: ^(a) charikova@imp.uran.ru, ^(b) shel@imp.uran.ru, ^(c) neverov@imp.uran.ru, ^(d) popov_mr@imp.uran.ru

Статья поступила 18 сентября 2023 г., после доработки 7 ноября 2023 г.

щими из проводящих слоёв CuO_2 , разделённых буферными слоями, которые служат резервуарами заряда (подробное описание см. в монографиях [1-4]).

Сильно анизотропные высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) можно рассматривать как "пачку" сверхпроводящих слоёв CuO₂, связанных джозефсоновскими взаимодействиями [5–8]. Новые свойства этих материалов по сравнению с одиночными джозефсоновскими переходами связаны с их многослойной структурой и атомной толщиной сверхпроводящих слоёв.

В случае слабой анизотропии применимо описание в терминах непрерывной анизотропной теории Гинзбурга – Ландау или теории Лондонов. С другой стороны, при сильной анизотропии становится актуальной дискретность структуры и более подходящим является описание с точки зрения набора слабосвязанных сверхпроводящих слоёв, что обеспечивается дискретной моделью, предложенной Лоуренсом и Дониахом [5].

Достаточно общая модель Лоуренса – Дониаха служит основой для обсуждения физики многослойных систем: от слабо анизотропных трёхмерных до сильно анизотропных слоистых и даже двумерных сверхпроводников (см., например, [1, 6–8]). Критерий перехода от непрерывно-анизотропного к дискретно-слоистому описанию — это малость длины когерентности вдоль оси c, ξ_c , относительно расстояния между слоями d.

В целом, непрерывное анизотропное описание применимо к YBCO [9] в широком температурном режиме, тогда как слоистые соединения Ві и Tl относятся к классу материалов с $\xi_c(T=0) < d$, и, следовательно, к ним применима модель Лоуренса–Дониаха. Наиболее анизотропные высокотемпературные сверхпроводники представляют собой многослойные системы, в которых

© Т.Б. Чарикова, Н.Г. Шелушинина, В.Н. Неверов, М.Р. Попов 2024

741

сверхпроводящие слои CuO₂ разделены изолирующими барьерными слоями. Примерами являются системы Bi₂Sr₂CaCu₂O₈ (BSCCO) или Tl₂Ba₂Ca₂Cu₃O₁₀ (TBCCO).

Обычно принимаемый критерий перехода от непрерывно-анизотропного к дискретно-слоистому описанию — это малость длины когерентности вдоль оси c, ξ_c , относительно расстояния между слоями d, выраженная безразмерным отношением $\tau_c = 2\xi_c^2(0)/d^2$ [8].

Отношение τ_c характеризует переход от квазидвумерного слоистого к непрерывному трёхмерному анизотропному поведению:

• для большой длины когерентности $\xi_c(0)$, т.е. для $\tau_c \gg 1$, всегда уместно непрерывное описание;

• с другой стороны, для малых $\tau_c \ll 1$, при температуре $T_{cr} = (1 - \tau_c)T_c < T_c$, будет иметь место кроссовер, когда система ведёт себя квазидвумерным образом при низких температурах, $T < T_{cr}$, и демонстрирует трёхмерное анизотропное поведение при $T > T_{cr}$.

Перенос между слоями происходит посредством последовательного туннелирования носителей заряда, и, следовательно, соответствующие многослойные структуры можно рассматривать как совокупность собственных джозефсоновских туннельных переходов. Основное внимание в настоящей статье будет уделено эффектам туннелирования как в нормальном (туннелирование квазичастиц), так и в сверхпроводящем (туннелирование куперовских пар) состояниях ВТСП системы.

2. Туннелирование квазичастиц в нормальной фазе слоистого сверхпроводника

2.1. Неметаллическое поведение проводимости вдоль оси *с*: зависимости $\rho_c(T)$ (эксперимент)

Вопросы о механизмах переноса заряда в различных кристаллографических направлениях (в плоскости *ab* и в направлении оси *c* кристалла) в купратах, а также проблема возникновения сверхпроводимости в многослойных анизотропных системах, несомненно, представляют большой интерес. Исследованиям анизотропии транспортных свойств слоистых купратных систем в нормальном состоянии посвящены уже ранние работы в этой области. Исследования проводились на различных материалах: $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ (YBCO) [9–12], $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ (LSCO) [13–15], $Bi_2Sr_{2-x}Ca_xCu_2O_8$ (BSCCO) [16].

Удельное сопротивление в различных направлениях отличается не только по величине, но и по характеру температурной зависимости. Металлическое поведение в проводящих плоскостях и неметаллическое поведение в направлении c давно привлекало внимание теоретиков [17–19].

Сочетание неметаллического типа температурной зависимости сопротивления вдоль оси c, $d\rho_c(T)/dT < 0$, с металлической проводимостью в ab-плоскости, $d\rho_{ab}(T)//dT > 0$, при сильной анизотропии проводящих свойств, $\rho_c/\rho_{ab} \ge 1$, неоднократно наблюдалось в недолегированных и оптимально легированных ВТСП [20] и является свидетельством квазидвумерности оксидных систем, состоящих из высокоподвижных слоёв CuO₂, разделённых буферными слоями. Примеры неметаллической температурной зависимости сопротивления ρ_c показаны на рис. 1 для дырочно-легированных купратов YBCO [21] и BSCCO [22], для магнитного сверхпроводника RuSr₂GdCu₂O₈ (RSGCO) [22] и для ВТСП на основе железа (V_2 Sr₄O₆)Fe₂As₂ ((VSrO)FeAs) [23], а также на рис. 2 для исследованного нами электронно-легированного купрата Nd_{2-x}Ce_xCuO₄ (NCCO) с различным содержанием легирующей примеси (*x*) [22].

2.2. Модель некогерентного туннелирования носителей заряда

Неметаллическое поведение $\rho_c(T)$ и большая анизотропия сопротивления связываются с некогерентным туннелированием носителей заряда в направлении c [26, 27]. Некогерентный перенос между плоскостями CuO₂ осуществляется, когда вероятность рассеяния носителя в плоскости, $1/\tau$, много больше, чем интеграл переноса $t_c (\equiv 1/\tau_{esc})$ между плоскостями: $\tau_{esc}/\tau \ge 1$. Здесь τ — время релаксации носителей в плоскости, а τ_{esc} — время ухода (escape) из данной плоскости в соседнюю. Если электрон испытывает много столкновений перед тем, как перейти в другую плоскость, то последовательные процессы туннелирования между плоскостями некоррелированы.

Из выражений для коэффициентов диффузии вдоль (D_{\parallel}) и поперёк (D_{\perp}) плоскостей: $D_{\parallel} = l^2/2\tau$ и $D_{\perp} = d^2/\tau_{\rm esc}$, где l — длина пробега в *ab*-плоскости, а d = 6 Å — расстояние между соседними CuO₂-слоями, можно оценить отношение характерных времён:

$$\frac{\tau_{\rm esc}}{\tau} \cong \left(\frac{d}{l}\right)^2 \frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} \sim \left(\frac{d}{l}\right)^2 \frac{\rho_c}{\rho_{ab}} \,. \tag{1}$$

Для количественного описания зависимости $\rho_c(T)$ используется модель естественной сверхрешётки: слои CuO₂ — квантовые ямы, буферные слои — барьеры высотой Δ [28–31]. На рисунке 3 приведены схемы структур кристаллов BSCCO (с двумя слоями CuO₂ в элементарной ячейке) и NCCO (с одним слоем CuO₂ на элементарную ячейку).

В этой модели туннельный матричный элемент имеет вид

$$t_c = \exp\left(-d\sqrt{\frac{2m\Delta}{\hbar^2}}\right).$$
 (2)

С повышением температуры всё более существенную роль начинает играть вклад в проводимость, связанный с термической активацией носителей через барьер. Поэтому для количественного описания неметаллического поведения $\rho_c(T)$ необходимо рассматривать как межслойное туннелирование в направлении оси *c*, так и термическую активацию носителей поверх барьеров. Гиура и др. [29, 30] представили феноменологическую модель для электрического транспорта вдоль оси *c* на основе существования двух энергетических барьеров в двухслойных купратах Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+ δ} (BSCCO) (рис. 3а).

В [29, 30] предполагается, что два дополняющих друг друга процесса определяют проводимость вдоль оси *с*: некогерентное туннелирование, $\sigma_c^{tun} \sim t_c^2$, и термическая активация через барьеры, $\sigma_c^{th}(T) \sim \exp(-\Delta/kT)$. В [22] мы применили такую модель для описания температурной зависимости проводимости $\sigma_c(=1/\rho_c)$ в монокристаллических плёнках NCCO с одним CuO₂ слоем на элементарную ячейку, т.е. для случая барьеров только одного типа (рис. 36).

В рамках предложенной модели путём подгонки параметров Δ удаётся количественно описать зависимость $\sigma_c(T)$ как для кристаллов BSCCO [29, 30], так и для плё-



Puc. 1. Температурная зависимость сопротивления вдоль оси c: (а) для двух обеднённых кислородом меза-структур YBa₂Cu₃O_{7- δ}. На графике указаны критические температуры, T_c , и коэффициенты анизотропии, γ [21]; (б) для отожжённого в аргоне монокристалла Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+ δ}, $T_c = 86$ K [24]; (в) для монокристалла RuSr₂GdCu₂O₈. На вставке изображена схема контактов к образцу [25]; (г) для слегка недолегированного образца (V₂Sr₄O₆)Fe₂As₂, $T_c = 19$ K. Рост сопротивления при понижении температуры указывает на изолирующий характер блоков VSr₂O₃ между сверхпроводящими слоями FeAs [23].



Рис. 2. Температурные зависимости удельного сопротивления по оси c для плёнок Nd_{2-x}Ce_xCuO₄/SrTiO₃ (110) с различным содержанием Се в относительных единицах [22].

нок NCCO с различным содержанием церия [22] при $T \ge (50-100)$ К, однако при более низких температурах этой модели недостаточно.

В [22] представлены экспериментальные результаты по неметаллической температурной зависимости сопротивления вдоль оси *c*, $\rho_c(T)$, для эпитаксиальных плёнок электронно-легированного сверхпроводника Nd_{2-x}Ce_xCuO₄, выращенного на монокристаллической подложке (110) SrTiO₃, в широком диапазоне содержания церия при оптимальном режиме отжига.

Анализ температурной зависимости $\rho_c(T)$ для набора образцов Nd_{2-x}Ce_xCuO₄/SrTiO₃ с x = 0,12 - 0,17 приводит к эмпирическому выражению:

$$\rho_c(T) = \rho_0 + \rho_1 \exp\left(-\frac{kT}{\Gamma}\right),\tag{3}$$

где величины ρ_0, ρ_1 а также характерная шкала энерги
и Γ являются подгоночными параметрами.



Рис. 3. Схема геометрии ям и барьеров в модели естественной сверхрешётки (а) для кристалла ВSCCO [29] и (б) для кристалла NCCO [22].



Рис. 4. Температурные зависимости удельного сопротивления по оси *c* для (а) оптимально (x = 0,150) и (б) почти оптимально (x = 0,145) легированных плёнок Nd_{2-x}Ce_xCuO₄/SrTiO₃ (110) вместе с аппроксимацией экспериментальных зависимостей выражением (3) (красные кривые).



Рис. 5. Аппроксимация экспериментальных зависимостей $\rho_c(T)$ выражениями (3) (красные кривые) и (4) (синие кривые) для YBaCuO (a), (VSrO)FeAs (б) и BiSrCaCuO (вставка на рис. б).

На рисунке 4 показаны зависимости $\rho_c(T)$ для монокристаллических плёнок NCCO с x = 0,145 и 0,15 из работы [22], а также соответствующая подгонка этих зависимостей соотношением (3). Можно видеть, что уравнение (3) с замечательной точностью даёт описание экспериментальных данных в диапазоне от $T = T_c$ до T = 300 К. Полученные значения параметров ρ_0 , ρ_1 и Γ приведены на рисунках.

Одним из следствий уравнения (3) является то, что при $T \to 0$ (при отсутствии сверхпроводимости) сопротивление вдоль оси *c* стремилось бы к конечному значению: $\rho_c(T \to 0) \to \rho_0 + \rho_1 = \text{const}$ (рис. 4). Физически это может означать определяющую роль подбарьерного туннелирования в транспорте вдоль оси *c*, особенно при низких температурах.

На рисунке 5 представлены примеры применения полученного нами эмпирического соотношения (3) к описанию экспериментальных зависимостей $\rho_c(T)$ для других ВТСП-соединений: для двух образцов YBaCuO, для монокристалла BiSrCaCuO, а также для пниктида (VSrO)FeAs (исходные данные для этих образцов представлены ранее на рис. 1). В некоторых случаях для сравнения приведена также зависимость вида

$$\rho_c(T) = a + \frac{b}{T}, \qquad (4)$$

с коэффициентами *а* и *b* в качестве подгоночных параметров.

В 1988 г. Андерсон и Зоу [17] получили зависимость $\Delta \rho_c(T) \sim 1/T$ в купратах для нетрадиционного механизма переноса, обусловленного локализацией носителей заряда в CuO₂-плоскостях (слоях) с сильным ограничением их движения в *с*-направлении (конфайнментом). Зависимость такого вида позволяет качественно описывать экспериментальные данные по $\rho_c(T)$ для широкого диапазона ВТСП-соединений (см., например, работу Ито и др. [20]).

Из рисунка 5 видно, что формула (3) адекватно описывает экспериментальные данные для всех представленных образцов в широком интервале температур от $T = T_c$ до T = 300 К (кроме T > 150 К для пниктида).

С другой стороны, закон Андерсона (4), в целом, даёт хорошее описание экспериментальных зависимостей, кроме области низких температур T < (100-150) К. В этой области температур, критически важной для понимания природы процессов переноса вдоль оси *с* в слоистых ВТСП, несомненное преимущество в точности описания представленных данных имеет выражение (3), хотя теоретического обоснования такой зависимости пока нет.

3. Внутренний эффект Джозефсона (туннелирование куперовских пар)

В большинстве теоретических моделей ВТСП предполагается, что свойства слоистых купратов с высокой критической температурой как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях определяются свойствами слоёв CuO₂, в то время как другие структурные компоненты в элементарной ячейке действуют как резервуары заряда. Важность механизма межслойной связи (в направлении оси c) особо подчёркивалась уже на заре исследования купратных ВТСП, когда Андерсоном была разработана модель межслойного туннелирования [32]. В этой модели рассматриваются процессы туннелирования вдоль оси c как в сверхпроводящем (туннелирование куперовских пар), так и в нормальном (одночастичное туннелирование) состояниях слоистого сверхпроводника.

Из-за слоистой структуры и, как следствие, сильной анизотропии кристалл высокотемпературного купрата в сверхпроводящем состоянии может рассматриваться как стопка (stack) туннельных джозефсоновских переходов. Эти переходы называются внутренними джозефсоновских переходов. Зач. Внутренний эффект Джозефсона как туннелирование куперовских пар между соседними плоскостями CuO₂ внутри сильно анизотропного слоистого ВТСП является неотъемлемой частью многих теорий по данному вопросу (см., например, обзоры [33, 34] и многочисленные ссылки там).

Тот факт, что внутреннее туннелирование куперовских пар действительно имеет место, был экспериментально подтверждён для многих купратных систем: для Bi₂Sr₂CaCu₂O₈ (BSCCO) [33–37], Bi₂(Sr_{2-x}La_x)CuO₆ (BSLCO) [38], Tl₂Ba₂Ca₂Cu₃O₁₀ (TBCCO) [24], La_{2-x}Sr_xCuO₄ (LSCO) [38], для электронно-легированных купратов $Pr_{2-x}Ce_xCuO_4$ (РССО) [39] и Sm_{2-x}Ce_xCuO₄ (SCCO) [40], а также для магнитного сверхпроводника RuSr₂GdCu₂O₈ (RSGCO) [25].

В этих экспериментах наблюдались как стационарный, так и нестационарный эффекты Джозефсона. Если сверхтоки вдоль оси *с* ограничены эффектом Джозефсона, то экспериментально надо рассматривать серию процессов туннелирования (полупроводник – изолятор – полупроводник (SIS)) или эффектов близости (сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник (SNS)) в джозефсоновских контактах.

Изучение вольт-амперных (I-V) характеристик для тока, приложенного в направлении оси *c*, в том числе анализ температурной зависимости критического тока, $I_c(T)$, ясно показали, что все материалы ведут себя как набор джозефсоновских переходов сверхпроводник – диэлектрик – сверхпроводник [21, 24, 25, 35, 38–41]. Эти экспериментальные результаты очень важны, так как устанавливают ограничения на возможные теории высокотемпературной сверхпроводимости [33].

3.1. Резистивная модель джозефсоновских переходов

В 1962 году Джозефсон [42] сделал замечательное предсказание, что через туннельный контакт между двумя сверхпроводниками (контакт сверхпроводников через тонкую прослойку диэлектрика, SIS-контакт) в отсутствие приложенной извне разности потенциалов может протекать незатухающий (бездиссипативный) сверхпроводящий ток (сверхток):

$$I_{\rm s} = I_{\rm c} \sin \Delta \varphi \,, \tag{5}$$

где I_c — критический ток (максимальная величина сверхтока, которую может поддерживать джозефсоновский контакт), $\Delta \varphi$ — разность фаз параметра порядка (волновой функции Гинзбурга–Ландау) в двух берегах контакта (с сопротивлением R):

$$I_{\rm c} = \frac{\pi \varDelta_0^2}{4eT_{\rm c}R} \,, \tag{6}$$

где Δ_0 — сверхпроводящая щель, T_c — критическая температура.

Это первый, стационарный (*dc*), эффект Джозефсона. Термин эффект Джозефсона в настоящее время относится к совокупности явлений, имеющих место в контактах двух сверхпроводников через слабую связь (см., например, обзор Лихарева [43], а также книги Тинкхема [3] или Шмидта [44]).

Типичные случаи сверхпроводниковых (S) структур со слабой связью: первоначально предложенная Джозефсоном [42] туннельная SIS-структура с промежуточным диэлектрическим (I) слоем, SNS-структура с промежуточным тонким слоем нормального (N) металла (со слабой сверхпроводимостью за счёт эффекта близости) или ScS-переход, где (с) означает область короткого сужения (constriction) в сплошном сверхпроводящем материале (например, в плёнке), и т.п.

Эффект Джозефсона в туннельном SIS-контакте. Рассмотрим простейший (и исторически первый) тип джозефсоновского контакта — два сверхпроводника, разделённых тонким слоем диэлектрика, — такой контакт называют туннельным или SIS-контактом. Для электронов слой диэлектрика представляет собой потенциальный барьер, и если слой достаточно тонок, то существует конечная вероятность их проникновения через него путём квантового туннелирования. Даже если коэффициент пропускания барьера мал, его отличие от нуля имеет принципиальное значение: происходит согласование фаз волновых функций (установление фазовой когерентности) двух сверхпроводников, оба сверхпроводника становятся единой системой, описывающейся единой конденсатной волновой функцией.

Это обстоятельство и приводит к эффекту Джозефсона: единство конденсатной волновой функции системы означает, что через контакт между двумя сверхпроводниками может течь, даже в отсутствие приложенной извне разности потенциалов, сверхпроводящий ток.

С момента своего открытия [42] эффект Джозефсона является одним из самых замечательных проявлений квантовой когерентности в макроскопическом масштабе с множеством технологических приложений [45].

В эксперименте часто изучается ситуация, когда контакт находится в режиме заданного тока, а напряжение на нём определяется свойствами системы. Пока задан-



Рис. 6. (а) Резистивная модель джозефсоновского перехода, включённого в цепь с источником тока. Джозефсоновский контакт обозначен крестиком. Полный ток *I* состоит из сверхпроводящего тока $I_s = I_c \sin \varphi$ и нормального диссипативного тока I_n [45]. (б) Вольтамперная характеристика джозефсоновского перехода. Напряжение на контакте возникает при $I > I_c$ [46].

ный ток I меньше критического I_c , весь ток является сверхпроводящим, $I = I_s$. Если же $I > I_c$, то в дополнение к сверхпроводящему току возникает нормальная компонента тока, I_n , связанная с диссипацией, а значит, и напряжение V на контакте.

При этом важно, что возникающее на контакте напряжение V периодически зависит от времени с частотой $\omega = (2e/\hbar)R\sqrt{I^2 - I_c^2}$, где R — сопротивление контакта в нормальном состоянии. Как следствие, джозефсоновский контакт начинает излучать электромагнитные волны — такое явление называется джозефсоновской генерацией (второй, нестационарный (ac), эффект Джозефсона).

Нестационарный эффект Джозефсона можно рассматривать в рамках так называемой резистивной модели (см., например, [44] и [46]): джозефсоновский контакт представляется в виде параллельного соединения идеального (бездиссипативного) джозефсоновского контакта и сопротивления R (рис. 6а). Тогда полный ток I через систему является суммой сверхпроводящего тока I_s , определяемого формулой (5), и нормального тока $I_n = V/R$. Вольтметр постоянного тока, подключённый к переходу, будет показывать среднее (усреднённое по времени) напряжение \bar{V} , а полученная с его помощью вольт-амперная характеристика будет иметь вид

$$\bar{V} = R \sqrt{I^2 - I_c^2} \,, \tag{7}$$

показанный на рис. 6б.

Если ток *I* через переход лишь немного превышает I_c , то в основном он течёт в виде сверхпроводящего тока I_s через джозефсоновский элемент на эквивалентной схеме рис. 6а, в то время как нормальный ток мал. Наоборот, при $I \ge I_c$ почти весь ток течёт через резистор ($I \approx I_n$), и вольт-амперная характеристика на этом участке выходит на линейную характеристику перехода в нормальном состоянии.

Экспериментальные работы по эффектам туннелирования носителей вдоль оси *с* в сильно анизотропных ВТСП ясно показали, что все материалы ведут себя как набор джозефсоновских переходов сверхпроводник – изолятор – сверхпроводник (SIS) (см. ссылки выше). Смежные сверхпроводящие слои в высокотемпературном сверхпроводнике слабо связаны эффектом Джозефона, в результате чего монокристаллы действуют, по сути, как вертикальные стопки из сотен джозефоновских переходов.

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) для протекания тока в направлении оси c демонстрируют серию последовательных джозефоновских переходов: имеют множество резистивных ветвей и чётко выраженный гистерезис. Типичные ВАХ для некоторых слоистых ВТСПсистем будут показаны в разделе 3.2. Вольт-амперные характеристики совокупности джозефсоновских туннельных контактов состоят из нескольких ветвей, каждая из которых соответствует одному, двум, трём и т.д. отдельным контактам, переходящим в квазичастичное (нормальное) состояние по мере того, как ток смещения *I* превышает соответствующий критический ток *I*_с.

Условия, при которых на ВАХ наблюдаются множественные резистивные ветви, связаны как с независимым динамическим поведением каждого перехода, так и с наличием гистерезиса. Динамическое поведение слоистых структур с джозефсоновскими связями подробно проанализировано, например, в работах [47] и [36] на основе модели с множеством последовательных переходов Джозефсона.

Как и в обычной модели джозефсоновского перехода при $I > I_c$, авторы [47] и [36] определяют общий ток в направлении оси *c* как сумму джозефсоновского, резистивного и ёмкостного токов между слоями структуры. Действительно, в общем случае необходимо рассматривать резистивную модель джозефсоновского перехода с учётом наличия в системе ёмкостных эффектов.

Резистивная модель с ёмкостью. При составлении эквивалентной схемы джозефсоновского перехода, представленной на рис. 6а, не учтён ещё один фактор: сама конструкция джозефсоновского контакта, в котором два берега разделены прослойкой диэлектрика, напоминает конденсатор, и, следовательно, система должна обладать некоторой ёмкостью. Таким образом, эквивалентную схему в рамках резистивной модели необходимо дополнить параллельно включённой ёмкостью С. Обобщённая эквивалентная схема отдельного джозефсоновского перехода для этого случая [44, 46] показана на рис. 7а.



Рис. 7. (а) Резистивная модель джозефсоновского перехода, включённого в цепь с источником тока, обобщённая на случай наличия ёмкости. Полный ток *I* состоит из сверхпроводящего тока $I_s = I_c \sin \varphi$, нормального диссипативного тока I_n и тока смещения через конденсатор I_d . Джозефсоновский контакт обозначен крестиком [46]. (б) Вольт-амперная характеристика джозефсоновского перехода с ёмкостью, $\beta = 5$. С увеличением тока напряжение возникает скачком при $I > I_c$. При уменьшении тока напряжение пропадает при токе захвата I_r , который меньше, чем I_c , т.е. имеет место гистерезис [46].

Хотя постоянный ток через конденсатор невозможен, тем не менее через него может течь переменный ток смещения: $I_d = C dV/dt$, связанный с перезарядкой обкладок конденсатора. Анализ (подробнее см., например, [44, 46]) показывает, что наличие ёмкости у джозефсоновского контакта приводит к гистерезису его вольтамперной характеристики: зависимость I(V) различна для случаев увеличения или уменьшения I.

Гистерезисное поведение вольт-амперной характеристики джозефсоновского перехода показано на рис. 76. Количественно ток возврата ("ток захвата" I_r) и необратимость свойств определяются величиной параметра МакКамбера [48]:

$$\beta = \left(\frac{2e}{\hbar}\right) I_{\rm c} C R^2 \,. \tag{8}$$

При $\beta \ll 1$ ёмкостным членом можно пренебречь, и вольт-амперная характеристика обратима и имеет вид, как на рис. 6б. С увеличением β возникает гистерезис с током возврата I_r , который убывает с ростом β , в пределе $\beta \to \infty$ имеем $I_r \to 0$. Последнее означает, что в этом пределе возвратная часть вольт-амперной характеристи-ки становится линейной (см. приложение).

3.2. Вольт-амперные характеристики внутренних джозефсоновских переходов (эксперимент)

Многочисленные эксперименты по внутреннему эффекту Джозефсона были проведены до настоящего времени. В этом разделе мы обсудим некоторые результаты, полученные для стеков внутренних джозефсоновских переходов в слоистых купратных ВТСП. Основное внимание будет уделено процессам туннелирования квазичастиц как в сверхпроводящем, так и в нормальном состояниях.

Внутренний эффект Джозефсона, обусловленный туннелированием носителей заряда как в сверхпроводящем, так и в нормальном состояниях купратных многослойных ВТСП, интенсивно исследовался последние десятилетия. Отличительная структура вольт-амперных характеристик для тока в направлении оси *с* с большим (до нескольких сотен) числом гистерезисных резистивных ветвей наилучшим образом проявляется в наиболее анизотропных Ві- и ТІ-системах [24, 35] (см. также обзоры [33, 34] и ссылки там).

На рисунке 8 приведены данные из работы Хейма и др. [34] по внутреннему джозефсоновскому эффекту в системе $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$. Подходящим образом подготовленные меза-структуры на монокристаллах BSCCO действуют как стопки собственных джозефсоновских туннельных переходов.

Меза-структура, представленная на рис. 8, содержит N = 5 джозефсоновских контактов, выше критических токов этих переходов ВАХ имеет 5 ветвей в резистивном состоянии, отличающихся номером резистивного перехода (см. вставку).

В работе Ю и др. [37] разработан двусторонний метод изготовления стопки собственных джозефсоновских переходов, встроенной в объём очень тонких ($d \le 100$ нм) монокристаллов Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+x}. Авторы сочетают данный метод с точным контролем над травлением для создания структур с небольшим (N = 0 - 6) числом собственных джозефсоновских переходов, включая важный случай одиночного перехода. На рисунке 3 в [37] представлены BAX таких структур с последовательно увеличивающимся числом внутренних джозефсоновских кон-



Рис. 8. Вольт-амперная характеристика при 4,2 К меза-структуры BSSCO размером 1×1 мкм², содержащей 5 переходов. На вставке показана та же BAX в увеличенном масштабе [34].

тактов. Кроме возможности туннельной спектроскопии сверхпроводящей щели, вышеупомянутая техника важна и для возможных применений, таких как СКВИД (SQUID) и высокочастотные миксеры.

В то время как большинство экспериментов посвящалось исследованию систем $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ (BSCCO), особенно важно было изучить соединение, отличное от BSCCO, чтобы представить общую картину.

В работе [49] впервые представлены собственные туннельные спектры легированной La системы $Bi_2Sr_{2-x}La_xCuO_{6+\delta}$ (BSLCO) с одиночным CuO₂-слоем. Несмотря на разницу в три раза в оптимальных критических температурах сверхпроводимости для BSLCO и BSCCO (32 K и 95 K соответственно) и, следовательно, разные спектральные энергетические масштабы, авторы обнаружили ярко выраженную картину туннельных спектров для стопки собственных джозефсоновских переходов.

На рисунке 9 представлены вольт-амперные характеристики для оптимально легированной меза-структуры BSLCO с $T_c \approx 32$ К. При достаточно малых токах имеется N = 18 гистерезисных ветвей, каждая из которых соответствует последовательному переключению из сверхпроводящего в нормальное состояние всё большего числа собственных туннельных переходов.

Когда ток смещения становится больше сверхпроводящего критического тока $I_{c_{max}}$ последнего ("самого сильного") перехода в меза-структуре, ВАХ становится однозначной. Эта однозначная кривая соответствует сумме напряжений на всех N переходах.

Во многих работах подчёркивается важная роль параметра МакКамбера β [48] для экспериментального проявления серий отдельных джозефсоновских переходов в ВАХ многослойных сверхпроводников. Поскольку параметр МакКамбера отражает ёмкость джозефсоновского перехода, то большое значение β , вероятно, способствует индивидуальному переключению джозефсоновских контактов, когда в состоянии напряжения заряд динамически индуцируется в тонких сверхпроводящих слоях (см. приложение).

Оценки показывают, что для BSCCO $\beta > 100$ и, как следствие, множественные ветви внутренних джозефсо-



Рис. 9. ВАХ для меза-структуры BSLCO с собственными туннельными переходами (N = 18) при T = 4,2 К. Вставка: напряжение, измеренное при 0,3 мА для каждой подсчитанной ветви (N = 1...18). Линейная зависимость V(N) с равными промежутками между точками свидетельствует об однородности джозефсоновских контактов в меза-структуре [49].



Рис. 10. Вольт-амперная характеристика монокристалла BSCCO (отожжённого в Ar), имеющего большое количество квазичастичных ветвей [36].

новских переходов, а также большой гистерезисный эффект в вольт-амперных характеристиках можно наблюдать даже в меза-структурах BSCCO достаточно больших размеров [36].

В работе Кляйнера и др. [36] проведено сопоставление вида ВАХ для ВТСП-структур с существенно разными значениями β . На рисунке 10 показан пример вольт-амперной характеристики для монокристалла BSCCO с плотностью критического тока 140 А см⁻² при T=4,2 К. ВАХ демонстрирует множественное разветвление, указывающее на то, что взаимодействие между различными джозефсоновскими контактами мало. Толщина кристалла 1,8 мкм и выборка состоит из $N \approx 1200$ контактов.

В отожжённых в кислороде кристаллах состава $(Bi_{0,8}Pb_{0,2})_2Sr_2CaCu_2O_8$ (BPSCCO) фактически наблю-5*



Рис. 11. Вольт-амперная характеристика монокристалла BPSCCO (отожжённого в О₂), имеющего только одну резистивную ветвь [36].

дается одновременное переключение всех переходов (рис. 11). Для этих кристаллов плотность критического тока при T = 4,2 К составляет 7 кА см⁻², т.е. почти на два порядка больше, чем для отожжённых в Аг кристаллов BSCCO. ВАХ на рис. 11 можно хорошо описать с использованием значения $\beta = 2,1$.

Таким образом, отожжённые в Ar монокристаллы BSCCO демонстрируют многократно разветвлённые BAX. Напротив, собственные джозефсоновские переходы в отожжённых в кислороде монокристаллах PBSCCO переключаются в резистивное состояние одновременно, и, по-видимому, являются сильно связанными. Такое поведение в значительной степени обусловлено резким уменьшением параметра МакКамбера.

Рассмотрим также примеры проявления собственных эффектов Джозефсона в некоторых "экзотических" слоистых ВТСП. В работе Начтраба и др. [25] проведены исследования межслойного переноса заряда в малоразмерных (микрометровых) монокристаллах магнитного сверхпроводника RuSr₂GdCu₂O₈ (RSGCO). Обнаружен чёткий внутренний эффект Джозефсона, показывающий, что материал действует как естественная сверхрешётка сверхпроводник–изолятор–ферромагнетик–изолятор– сверхпроводник (SIFIS).

Слои RuO₂ и CuO₂ разделены слоями SrO, так что образуется естественная многослойная структура SIFIS, где I означает изолирующие слои, образованные SrO, F соответствует магнитным слоям RuO₂ (со слабой ферромагнитной составляющей) и S — это сверхпроводящие слои CuO₂. В такой структуре межслоевые сверхтоки между соседними CuO₂ слоями могут быть джозефсоновскими, подобно межслоевым сверхтокам в купратах BSCCO [35] или TBCCO [24].

На рисунке 12 показаны вольт-амперные характеристики при 4,2 К для одного из исследованных образцов RSGCO с $T_c = 51$ К в нулевом магнитном поле. Наблюдается типичная картина множественных резистивных ветвей с гистерезисными свойствами, известная по наблюдениям внутреннего эффекта Джозефсона в купратах. При токе 50 А скачок напряжения δV составляет примерно 50 мВ, что соответствует группе джозефсоновских резистивных переходов с N = 2-3.

Отметим, что при наблюдении внутреннего эффекта Джозефсона в микрометровом монокристалле RSGCO



Рис. 12. Вольт-амперные характеристики монокристаллов $RuSr_2GdCu_2O_8$ при токах, приложенных в направлении оси *с*. На вставке изображена схема контактов к образцу [25].

для полей до 6 Тл не обнаружено нестандартного поведения из-за магнетизма слоёв RuO₂.

В работе Каваками и Сузуки [50] исследованы вольтамперные характеристики собственных джозефсоновских переходов в электронно-легированном высокотемпературном сверхпроводнике $Sm_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$ (SCCO) с использованием малых меза-структур (с площадью поперечного сечения *S*), изготовленных на поверхности монокристалла. Установлено, что типичная плотность критического тока Джозефсона I_c составляет 7,5 кА см⁻² при 4,2 К для $T_c = 20,7$ К.

ВАХ чётко показывает резистивные ответвления с $N \approx 60$, что коррелирует с числом джозефсоновских контактов в меза-структуре. Это совпадение подтверждает, что резистивные ответвления происходят от собственных джозефсоновских переходов, естественно встроенных в кристаллическую структуру SCCO, как и для ВSCCO *р*-типа.

Из S-зависимости (I-V)-характеристик более десятка небольших образцов меза-структур сделан вывод, что гистерезис и множественные резистивные ответвления наблюдаются только при S меньше примерно 10 мкм². Это типичная разница, наблюдаемая в характеристиках ВАХ при сравнении меза-структур разных размеров.

Для параметра МакКамбера в SCCO с $S = 10 \text{ мкм}^2$ получена оценка $\beta = 2,86$. Поэтому можно ожидать небольшой гистерезис BAX в такой структуре. Однако данное значение больше 1 лишь на небольшую величину, так что оно может измениться до значения меньше 1 при некотором изменении параметров. Близость β к 1 отражает наблюдаемое в работе исчезновение гистерезиса в (I-V)-характеристиках SCCO с увеличением размеров меза-структуры.

На рисунке 13 представлены наши данные по ВАХ для электронно-легированного слоистого сверхпроводника Nd_{2-x}Ce_xCuO₄ (NCCO) с x = 0,15. Измерения проводились на оптимально отожжённых эпитаксиальных плёнках Nd_{2-x}Ce_xCuO₄/SrTiO₃ толщиной 3500-4000 Å, полученных методом лазерного осаждения [51], с нестандартной ориентацией (110): ось *с* кристаллической решётки NCCO направлена вдоль длинной стороны подложки SrTiO₃ (рис. 13а).

В вольт-амперной характеристике [52] для тока в направлении оси *с* в области слабых токов (рис. 136) про-



Рис. 13. (а) Схематичное изображение эпитаксиальной плёнки $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4/SrTiO_3$ с ориентацией (110) [51]. (б) ВАХ для эпитаксиальной плёнки $Nd_{1,85}Ce_{0,15}CuO_4/SrTiO_3$ с собственными туннельными переходами (N = 3) при T = 4,2 К. Вставка: напряжение, измеренное при 100 мкА для каждой подсчитанной ветви (N = 1, 2, 3) [52].

являются признаки внутренних джозефсоновских переходов: наблюдается N = 3 резистивные ветви, отделённые равными промежутками $\delta U \approx 50$ мВ при I = 100 мкА (см. вставку на рис. 136). По предварительным оценкам это соответствует одновременному переходу в резистивное состояние 4-5 джозефсоновских контактов.

Мы представили краткий очерк основных физических представлений, а также рассмотрели примеры экспериментальных проявлений собственного эффекта Джозефсона для сильно анизотропных слоистых купратных ВТСП. В этом разделе мы ограничились рассмотрением эффектов в нулевом магнитном поле. Для получения более полной картины явления см., например, обзоры Юргенса [33] по последним достижениям в области исследований внутренних переходов Джозефсона или Хейма и др. [34] по внутренним туннельным эффектам в купратах и манганитах.

Внутренний эффект Джозефсона интенсивно исследуется в последнее десятилетие по следующим причинам:

— возможность исследования ряда фундаментальных явлений;

 использование внутренних (собственных) джозефсоновских переходов для туннельной спектроскопии. Их преимущество над внешними (искусственными) туннельными контактами состоит в том, что существует возможность "прощупать" не только поверхностный слой, но все слои внутри структуры;

— напряжение, ограничивающее высокочастотные свойства собственных джозефсоновских переходов, находится в диапазоне 30 мВ, что допускает переменные джозефсоновские токи на частотах в несколько ТГц [53, 54]. Вследствие этого подобные переходы очень перспективны для терагерцевых приложений, таких как генераторы или смесители. В обзоре Кляйнера и Ванга [55] представлен развёрнутый образовательный (tutorial) материал по теме: "терагерцевое излучение от множества собственных джозефсоновских переходов в слоистом кристалле $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ ". Электромагнитное излучение на частотах в терагерцевом (ТГц) диапазоне представляет большой интерес для потенциальных приложений в биологии или медицинской диагностике, широкополосной связи, безопасности и обороне, неразрушающем контроле и в других областях. Однако, в частности, диапазон частот от 0,5 до 1,5 ТГц оказалось трудно заполнить мощными когерентными твердотельными источниками.

Структуры, соответствующим образом изготовленные из сверхпроводника с высокой критической температурой $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$, могут работать на частотах в ТГц-диапазоне, и лучшие устройства в настоящее время достигают выходной мощности около 100 мкВт.

В обзоре [55] можно ознакомиться с основами физики этого типа осцилляторов, а также с тем, как изготавливаются генераторы, какие методы измерения используются для характеристики и какие модели используются для описания их динамики, в том числе модель, в основании которой лежит внутренний эффект Джозефсона. Приведены примеры, демонстрирующие потенциальные приложения в области терагерцевой визуализации и терагерцевой спектроскопии.

4. Выводы

В настоящее время предполагается, что свойства слоистых купратов с высокой критической температурой как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях определяются свойствами слоёв CuO_2 , а другие структурные компоненты в элементарной ячейке действуют как резервуары заряда. В этой модели актуальными являются процессы туннелирования носителей заряда вдоль оси *с* как в сверхпроводящем (туннелирование куперовских пар), так и в нормальном (одночастичное туннелирование) состояниях слоистого сверхпроводника.

Сочетание неметаллического типа температурной зависимости сопротивления вдоль оси *c* с металлической проводимостью в *ab*-плоскости при сильной анизотропии проводящих свойств, $\rho_c/\rho_{ab} \ge 1$, является свидетельством квазидвумерности оксидных систем, состоящих из высокоподвижных слоёв CuO₂, разделённых буферными слоями.

Мы представили экспериментальные результаты по неметаллической температурной зависимости сопротивления $\rho_c(T)$ как для дырочно-легированных купратов, так и для магнитного сверхпроводника RuSr₂GdCu₂O₈ и пниктида (V₂Sr₄O₆)Fe₂As₂, а также для электронно-легированного купрата Nd_{2-x}Ce_xCuO₄. Неметаллическое поведение $\rho_c(T)$ и большая анизотропия сопротивления определяются некогерентным туннелированием носителей заряда в направлении оси *с* в модели естественной сверхрешётки для многослойной кристаллической структуры BTCП-систем.

Из-за слоистой структуры и сильной анизотропии кристалл высокотемпературного купрата в сверхпроводящем состоянии может рассматриваться как набор последовательных туннельных джозефсоновских переходов, называемых внутренними джозефсоновскими переходами. Внутренний эффект Джозефсона как туннелирование куперовских пар между соседними слоями CuO₂ внутри сильно анизотропного слоистого кристалла является неотъемлемой частью современных представлений в области ВТСП.

Мы рассмотрели примеры характерных разветвлённых вольт-амперных характеристик в сверхпроводящем состоянии как экспериментальных проявлений внутреннего эффекта Джозефсона для меза-структур на основе дырочнолегированных $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$, $Bi_2Sr_{2-x}La_xCuO_{6+\delta}$, $(Bi_{0,8}Pb_{0,2})_2Sr_2CaCu_2O_8$, для электронно-легированных $Sm_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$ и $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$, а также для магнитного сверхпроводника $RuSr_2GdCu_2O_8$.

В настоящем обзоре мы ограничились рассмотрением эффектов в нулевом магнитном поле. Исследования в магнитном поле составляют обширную и быстро развивающуюся область изучения слоистых ВТСП, перспективную для практических применений. Приведём несколько полезных ссылок по исследованию внутреннего эффекта Джозефсона в магнитном поле: Ooi-2002 [56], Machida-2003 [57], Kadowaki-2006 [58], Koshelev-2007 [59], Moll-2014 [23].

Ключевым явлением, связанным с эффектом Джозефсона, являются осцилляции различных свойств сверхпроводящих туннельных контактов с магнитным полем. Для исследования системы джозефсоновских вихрей в ВТСП монокристаллах проводятся измерения сопротивления в режиме вихревого потока для параллельного слоям магнитного поля. Обнаружены новые периодические осцилляции сопротивления потока в широком диапазоне температур и магнитных полей в монокристаллах Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+y} [56, 58], а также в пниктиде с собственным эффектом Джозефсона (Sr₄V₂O₆)Fe₂As₂ [23].

В рамках мезомасштабного моделирования [57], а также при теоретическом рассмотрении магнитных осцилляций критического тока в стопках собственных джозефсоновских контактов [59] показано, что за наблюдаемую периодическую зависимость отвечает динамическое согласование вихревой решётки Джозефсона с краями образца (Josephson vortex commensurability oscillations).

Благодарности. Работа проводилась при финансовой поддержке гранта Министерства науки и высшего образования от 29.09.2020 г. 075-15-2020-797 (13.1902.21.0024). Авторы выражают благодарность А.А. Иванову за изготовление высококачественных образцов, а также А.С. Клепиковой и Е.Ф. Таланцеву за плодотворное сотрудничество.

5. Приложение

5.1. Параметр МакКамбера

Важным параметром, определяющим вид вольт-амперной характеристики (ВАХ) джозефсоновского перехода с ёмкостью *C*, является параметр МакКамбера (Стюарта – МакКамбера), или параметр гистерезиса, β, который является мерой затухания тока в SIS-контакте [48, 60]. Вообще говоря, значение β должно быть меньше единицы, чтобы ВАХ не была гистерезисной.

В рамках резистивной модели для SIS-перехода полный ток I через систему является суммой сверхпроводящего тока $I_s = I_c \sin \varphi$, нормального тока $I_n = V/R$, где R — сопротивление контакта в нормальном состоянии, и тока смещения $I_d = C \, dV/dt$, связанного с переза-

рядкой обкладок конденсатора:

$$I = I_{\rm s} + I_{\rm n} + I_{\rm d} \,. \tag{\Pi.1}$$

Используя фундаментальное соотношение теории эффекта Джозефсона [42] между напряжением на контакте и скоростью изменения во времени разности фаз между берегами ($\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$):

$$V(t) = \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \tag{\Pi.2}$$

и умножая обе стороны (П.1) на $\hbar/2e$, получаем следующее уравнение:

$$\left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C\ddot{\varphi} + \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 \frac{1}{R} \dot{\varphi} + E_{\rm c} \sin \varphi = E_{\rm c} \frac{I}{I_{\rm c}} , \qquad (\Pi.3)$$

определяющее динамику фазы при заданном токе *I* через контакт. Здесь $\ddot{\varphi}$ и $\dot{\varphi}$ означает производные φ по времени второго и первого порядка, $E_{\rm c} = \hbar I_{\rm c}/2e = \Phi_0 I_{\rm c}/2\pi$, где $\Phi_0 = h/2e$ — квант магнитного потока.

Вся микроскопическая информация о контакте содержится в величинах I_c и R, в то время как в резистивной модели эти величины принимаются как данные, и изучается поведение макроскопической характеристики контакта — разности фаз φ , которая характеризует сверхпроводящее состояние контакта в целом.

Уравнение (П.3) фактически есть уравнение движения маятника под действием вынуждающей силы и при наличии трения [44, 46, 48, 60] (см., например, [61]): $\ddot{\varphi}$ и $\dot{\varphi}$ — угловое ускорение и угловая скорость маятника с моментом инерции $J = (\hbar/2e)^2 C$, коэффициентом трения $\eta = (\hbar/2e)^2 / R$, гравитационным моментом $mgl = E_c$ и приложенным вращающим моментом $E_c (I/I_c)$.

Уравнение (П.3) можно записать в более компактном виде:

$$\beta \frac{\ddot{\varphi}}{\omega_{\rm c}^2} + \frac{\dot{\varphi}}{\omega_{\rm c}} + \sin \varphi = \frac{I}{I_{\rm c}} , \qquad (\Pi.4)$$

где введены понятия характерной джозефсоновской частоты

$$\omega_{\rm c} = \frac{2e}{\hbar} I_{\rm c} R \tag{\Pi.5}$$

и параметра МакКамбера [48]

$$\beta = \frac{2e}{\hbar} I_c C R^2 \,. \tag{\Pi.6}$$

При $\beta \ll 1$, когда ёмкостным членом можно пренебречь, уравнение (П.4) на функцию $\varphi(t)$ интегрируется в элементарных функциях, после чего формула (П.2) даёт

$$V(t) = R \frac{I^2 - I_c^2}{I + I_c \cos \omega t}, \qquad \omega = \frac{2e}{\hbar} R \sqrt{I^2 - I_c^2}.$$
(II.7)

Вольт-амперная характеристика джозефсоновского перехода, отображаемая приборами постоянного тока как соотношение между I и усреднённым по времени напряжением \bar{V} , в данном случае обратима и имеет вид (7): $\bar{V} = R\sqrt{I^2 - I_c^2}$ (см. рис. 66 и верхнюю кривую на рис. 14).

Численное решение уравнения (П.4) (с использованием (П.2)) показывает, что с увеличением β наличие



Рис. 14. Вольт-амперные характеристики джозефсоновского перехода, включённого в цепь с источником тока *I*, рассчитанные в рамках резистивной модели, для случаев незначительной ($\beta = 0$), промежуточной ($\beta = 4$) и доминирующей ($\beta = \infty$) ёмкостей [44, 46].



Рис. 15. Зависимость тока возврата от величины параметра β [44].

ёмкости у джозефсоновского контакта приводит к неоднозначному виду его вольт-амперной характеристики: зависимость V(I) становится различной для случаев увеличения и уменьшения I (рис. 7б). С увеличением тока напряжение возникает скачком при $I \ge I_c$, в то время как при уменьшении тока напряжение пропадает при токе захвата I_r , который меньше, чем I_c , т.е. имеет место гистерезис.

Количественно ток захвата (возврата) и гистерезисные свойства определяются величиной параметра Мак-Камбера (см. рис. 14 и 15). Величина I_r убывает с ростом β и в пределе $\beta \to \infty$ стремится к нулю, в этом пределе возвратная часть вольт-амперной характеристики становится линейной, что означает эффективное подавление сверхпроводящей компоненты тока через контакт.

В работе Стюарта [60] проведено тщательное рассмотрение модели сверхпроводящих контактов Джозефсона с ёмкостью, аналогичной модели движения ведомого простого маятника с затуханием. Подробный анализ показал, что эта модель даёт кривые ВАХ постоянного тока, демонстрирующие гистерезисные свойства.

Процессы диссипации (нормальное сопротивление) в переходе и величина ёмкости определяют обратимость (или необратимость) *I*–*V*-кривых.

В уравнении для полного тока через джозефсоновский контакт, кроме сверхпроводящей компоненты тока через переход, учитывается ток смещения через шунтирующую ёмкость перехода *C*, а также "нормальные" потери, пред-



Рис. 16. Кривые зависимости нормированного постоянного тока перехода от напряжения, рассчитанные по (П.8) для различных значений параметра $\omega_0 \tau (=\sqrt{\beta})$. Сплошные участки кривых обратимы, прерывистые скачки показаны штриховыми линиями со стрелками [60].

ставленные шунтирующим сопротивлением *R*:

$$\ddot{\varphi} + \frac{\dot{\varphi}}{\tau} + \varphi_0^2 \sin \varphi = \omega_0^2 \frac{I}{I_c} \,. \tag{\Pi.8}$$

Здесь время затухания $\tau = RC$, частота $\omega_0 = \sqrt{2eI_c/\hbar C} = \sqrt{2\pi I_c/C\Phi_0}$ в джозефсоновском случае называется плазменной частотой перехода. Плазменная частота может рассматриваться также как резонансная частота соответствующего маятника. Связь между обозначениями в уравнениях (П.8) и (П.4) такова:

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_c^2}{\beta}$$
, $\omega_c \tau = \beta$ и $\omega_0 \tau = \sqrt{\beta}$.

Вольт-амперные $(I-\bar{V})$ характеристики на постоянном токе, рассчитанные в работе [60] с помощью уравнения (П.8) для набора значений параметра $\omega_0 \tau$, представлены на рис. 16.

Кривые ВАХ, соответствующие постоянному сверхтоку Джозефсона при $I/I_c \leq 1$ ($\ddot{\varphi} = \dot{\varphi} = 0$ и $\varphi = \arcsin(I/I_c)$ в (П.8)), обратимы и имеют вид (7): $\bar{V} = R\sqrt{I^2 - I_c^2}$. Однако кривая ($I - \bar{V}$) имеет обратимый вид лишь при $\omega_0 \tau \leq 0.5$.

Решения для промежуточных значений $\omega_0 \tau$, полученные численным интегрированием уравнения (П.8), приводят к ВАХ, построенным на рис. 16: при $\omega_0 \tau > 1$ зависимости $(I-\bar{V})$ становятся необратимыми с прерывистыми горизонтальными скачками напряжения до нуля при уменьшении тока, т.е. имеют место гистерезисные эффекты. Для $\omega_0 \tau \ge 1$ зависимость $(I-\bar{V})$ при уменьшении тока стремится к началу координат по линейному закону, что свидетельствует о подавлении сверхтока Джозефсона в этой ситуации.

Всё сказанное выше относится к одиночному переходу Джозефсона. В то же время, как показывает совокупность данных по внутреннему эффекту Джозефсона в многослойных ВТСП, величина параметра МакКамбера играет существенную роль в экспериментальном проявлении ветвей ВАХ для переходов между отдельными слоями в этих системах (см. раздел 3.2).

Действительно, характерная структура вольт-амперных характеристик для тока в направлении оси c, с большим (до нескольких сотен) числом гистерезисных резистивных ветвей наиболее ярко проявляется в сильно анизотропных слоистых Bi- и Tl-системах [24, 35] (см. также обзоры [33, 34] и ссылки там). Оценки показывают, что для BSCCO $\beta > 100$ и, как следствие, множественные ветви внутренних джозефсоновских переходов, а также большой гистерезисный эффект в вольт-амперных характеристиках можно наблюдать даже в меза-структурах BSCCO достаточно больших размеров [36].

Динамическое поведение слоистых структур с джозефсоновскими связями подробно проанализировано, например, в работах [36] и [47] на основе модели с множеством последовательных переходов Джозефсона. Показано, что условия, при которых на ВАХ наблюдаются множественные резистивные ветви, связаны как с независимым динамическим поведением каждого перехода, так и с наличием гистерезиса. Поскольку параметр МакКамбера отражает ёмкость джозефсоновского перехода, то в состоянии напряжения большое значение β способствует динамическому индуцированию заряда в тонких сверхпроводящих слоях и, как следствие, индивидуальному переключению джозефсоновских контактов.

Список литературы

- Plakida N M High-Temperature Superconductivity: Experiment and Theory (Berlin: Springer, 2012) eBook, https://doi.org/10.1007/978-3-642-78406-4
- 2. Kopnin N B Theory of Nonequilibrium Superconductivity (New York: Oxford Univ. Press, 2009)
- Tinkham M Introduction to Superconductivity (New York: Dover Publ., 2004)
- 4. Poole C P et al. Superconductivity (Waltham, MA: Elsevier, 2014)
- Lawrence W E, Doniach S, in Proc. of the 12th Intern. Conf. on Low Temperature Physics, Kyoto, 1970 (Ed. E Kanda) (Tokyo: Keigaku, 1971) p. 361
- Булаевский Л Н ЖЭТФ 64 2241 (1973); Bulaevskii L N Sov. Phys. JETP 37 1133 (1973)
- 7. Bulaevskii L N et al. Phys. Rev. B 53 14601 (1996)
- 8. Blatter G et al. Rev. Mod. Phys. 66 1125 (1994)
- 9. Tozer S W et al. Phys. Rev. Lett. 59 1768 (1987)
- 10. Hagen S J et al. Phys. Rev. B 37 7928 (1988)
- 11. Penney T et al. Phys. Rev. B 38 2918 (1988)
- 12. Friedmann T A et al. *Phys. Rev. B* **42** 6217 (1990)
- 13. Nakamura Y, Uchida S Phys. Rev. B 47 8369 (1993)
- 14. Kao H L et al. *Phys. Rev. B* 48 9925 (1993)
- 15. Takagi H et al. Phys. Rev. B 40 2254 (1989)
- 16. Martin S et al. Phys. Rev. B 41 846 (1990)
- 17. Anderson P W, Zou Z Phys. Rev. Lett. 60 132 (1988)
- 18. Kotliar G et al. Europhys. Lett. 15 655 (1991)
- Sadovskii M V Superconductivity and Localization (Singapore: World Scientific, 2000) https://doi.org/10.1142/4321
- 20. Ito T et al. *Nature* **350** 596 (1991)
- 21. Rapp M et al. Phys. Rev. Lett. 77 928 (1996)
- 22. Popov M R et al. Mater. Res. Express 6 096005 (2019)
- 23. Moll P J W et al. Nature Phys. 10 644 (2014)
- 24. Kleiner R, Müller P Phys. Rev. B 49 1327 (1994)
- 25. Nachtrab T et al. Phys. Rev. Lett. 92 117001 (2004)
- 26. Cassam-Chenai A, Mailly D Phys. Rev. B 52 1984 (1995)
- 27. McKenzie R H, Moses P Phys. Rev. Lett. 81 4492 (1998)

- Капаев В В, Копаев Ю В Письма в ЖЭТФ 68 211 (1998); Караеv V V, Кораеv Yu V JETP Lett. 68 223 (1998)
- 29. Giura M et al. Phys. Rev. B 68 134505 (2003)
- 30. Giura M et al. *Physica C* 460-462 831 (2007)
- Чарикова Т Б и др. ЖЭТФ 132 712 (2007); Charikova T B et al. J. Theor. Exp. Phys. 105 626 (2007)
- 32. Anderson P W *The Theory of Superconductivity in the High-T_c Cuprates* (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1997)
- 33. Yurgens A A Supercond. Sci. Technol. 13 R85 (2000)
- 34. Heim S et al. Physica C 367 348 (2002)
- 35. Kleiner R et al. Phys. Rev. Lett. 68 2394 (1992)
- 36. Kleiner R et al. *Phys. Rev. B* **50** 3942 (1994)
- 37. You L X et al. Appl. Phys. Lett. 88 222501 (2006)
- 38. Ding J F et al. J. Appl. Phys. 108 123903 (2010)
- 39. Schlenga K et al. Physica C 235-240 3273 (1994)
- 40. Kawakami T, Suzuki M Phys. Rev. B 76 134503 (2007)
- 41. Schlenga K et al. Phys. Rev. B 57 14518 (1998)
- 42. Josephson B D Phys. Lett. 1 251 (1962)
- 43. Likharev K K Rev. Mod. Phys. 51 101 (1979)
- 44. Шмидт В В Введение в физику сверхпроводников 2-е изд., испр. и доп. (М.: МЦНМО, 2000); Пер. 1-го русск. изд.: Schmidt V V The Physics of Superconductors: Introduction to Fundamentals and Applications (Eds V V Schmidt, P Müller, A V Ustinov) (Berlin: Springer, 1997)

- Tafuri F (Ed.) Fundamentals and Frontiers of the Josephson Effect (Springer Series in Materials Science, Vol. 286) (Cham: Springer, 2019) https://doi.org/10.1007/978-3-030-20726-7
- 46. Фоминов Я В, Щелкачёв Н М (Сост.) Эффект Джозефсона (М.: МФТИ, 2010) Учебно-методическое пособие
- 47. Sakai S, Bodin P, Pedersen N F J. Appl. Phys. 73 2411 (1993)
- 48. McCumber D E J. Appl. Phys. **39** 3113 (1968)
- Yurgens A et al. Phys. Rev. Lett. 90 147005 (2003); cond-mat/ 0212562
- 50. Kawakami T, Suzuki M Phys. Rev. B 76 134503 (2007)
- 51. Ivanov A A et al. *Physica C* 180 69 (1991)
- Чарикова Т Б и др., в сб. Нанофизика и наноэлектроника. Труды XXVII Международного симпозиума Т. 1 (Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2023) с. 123
- 53. Rother S et al. *Physica C* 341-348 1565 (2000)
- 54. Rother S et al. IEEE Trans. Appl. Supercond. 11 1191 (2001)
- 55. Kleiner R, Wang H J. Appl. Phys. 126 171101 (2019)
- 56. Ooi S, Mochiku T, Hirata K Phys. Rev. Lett. 89 247002 (2002)
- 57. Machida M Phys. Rev. Lett. 90 037001 (2003)
- 58. Kadowaki K et al. Physica C 437-438 111 (2006)
- 59. Koshelev A E Phys. Rev. B 75 214513 (2007)
- 60. Stewart W C Appl. Phys. Lett. 12 277 (1968)
- Ландау Л Д, Лифшин Е М Механика (М.: Физматлит, 2004); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M Mechanics (Oxford: Pergamon Press, 1976)

Tunneling effects in highly anisotropic layered superconductors

T.B. Charikova^(a), N.G. Shelushinina^(b), V.N. Neverov^(c), M.R. Popov^(d) Mikheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. S. Kovalevskoi 18, 620108 Ekaterinburg, Russian Federation E-mail: ^(a) charikova@imp.uran.ru, ^(b) shel@imp.uran.ru, ^(c) neverov@imp.uran.ru, ^(d) popov_mr@imp.uran.ru

A brief review of the galvanomagnetic properties of highly anisotropic cuprate superconductors is presented, with an emphasis on the internal Josephson effect, which naturally exists in multilayer HTSC crystals. The transport of charge carriers perpendicular to the layers in such materials occurs by successive tunneling of quasiparticles (or Cooper pairs) between highly conducting (or superconducting) CuO_2 layers through intermediate buffer layers. Currently available results on the nonmetallic conductivity along the *c*-axis in the normal state are analyzed, as are data on the distinctive branched current-voltage characteristics in the superconducting state, which are clear experimental manifestations of tunneling effects in layered cuprate superconductors.

Keywords: layered superconductors, tunneling effects, current-voltage characteristic, internal Josephson effect

PACS number: 74.72.-h

Bibliography — 61 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 194 (7) 740-752 (2024)

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.11.039604

Received 18 September 2023, revised 7 November 2023

Physics – Uspekhi 67 (7) (2024)

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.2023.11.039604