

К 55-ЛЕТИЮ ИНСТИТУТА СПЕКТРОСКОПИИ РАН (ИСАН)

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Эксперименты с нелинейными топологическими состояниями
в статических и динамически модулированных массивах
Су – Шриффера – Хигера

Я.В. Карташов, С.К. Иванов, Й.Ч. Жанг, С.А. Журавицкий, Н.Н. Скрыбин,
И.В. Дьяконов, А.А. Калинин, С.П. Кулик, В.О. Компанец, С.В. Чекалин, В.Н. Задков

Обсуждается прогресс в области наблюдения солитонов в топологических оптических изоляторах и описываются результаты экспериментов с нелинейными топологическими состояниями в статических, т.е. не меняющихся в направлении распространения излучения, и динамически модулированных (в основном периодическим образом) в направлении распространения излучения массивах Су – Шриффера – Хигера, изготовленных методом фемтосекундной записи. Такие объекты представляют собой одну из простейших моделей топологически нетривиальной структуры. Солитоны в топологических изоляторах отвечают с увеличением интенсивности излучения от линейных краевых состояний в запрещенной зоне, наследуя их топологическую защищенность. Пространственная локализация солитона и положение его постоянной распространения в запрещенной топологической зоне зависят в нелинейной среде от пиковой интенсивности и могут эффективно контролироваться. В работе представлено экспериментальное наблюдение переключения краевых топологических мод из запрещенной зоны между двумя близко расположенными димеризованными массивами Су – Шриффера – Хигера, скорость которого зависит от интенсивности излучения и которое может быть полностью подавлено в сильно нелинейном режиме. В массивах из тримеров волноводов, в спектре которых в топологическом режиме одновременно открываются две топологические запрещенные зоны с краевыми состояниями с разной симметрией, наблюдались два сосуществующих типа топологических солитонов, демонстрирующих разную степень устойчивости. Также обсуждается экспериментальное наблюдение π -солитонов — нелинейных топологических состояний Флоке, периодически воспроизводящих свой профиль в одно- и двумерных модулированных в направлении распространения излучения массивах Су – Шриффера – Хигера.

Ключевые слова: массивы Су – Шриффера – Хигера, топологические солитоны, переключение, топологическая фотоника

PACS numbers: 05.45.Yv, 42.65.Re, 42.65.Tg

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFN.2024.08.039740>

Я.В. Карташов^{(1,*), С.К. Иванов^{(1), Й.Ч. Жанг^{(2), С.А. Журавицкий^{(3), Н.Н. Скрыбин^{(3), И.В. Дьяконов^{(3), А.А. Калинин^{(3), С.П. Кулик^{(3), В.О. Компанец^{(1), С.В. Чекалин^{(1), В.Н. Задков^(1,4)}}}}}}}}}}

⁽¹⁾ Институт спектроскопии, РАН,

ул. Физическая 5, 108840 Троицк, Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education & Shaanxi Key Lab of Information Photonic Technique, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, 710049 Xi'an, China

⁽³⁾ Центр квантовых технологий Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы 1, стр. 35, 119991 Москва, Российская Федерация

⁽⁴⁾ Национальный исследовательский университет

"Высшая школа экономики",

ул. Мясницкая 20, 101000 Москва, Российская Федерация

E-mail: ^(*) kartashov@isan.troitsk.ru

Статья поступила 7 марта 2024 г.,

после доработки 28 июня 2024 г.

Содержание

1. Введение (1159).
 2. Переключение между топологическими состояниями, контролируемое нелинейностью (1163).
 3. Топологические солитоны в массивах из тримеров волноводов (1167).
 4. Одномерные и двумерные топологические π -солитоны в динамических решётках Су – Шриффера – Хигера (1171).
 5. Заключение (1175).
- Список литературы (1175).

1. Введение

Топологические изоляторы играют важную роль в физике и экспериментально наблюдались в самых разных физических системах. Интерес к ним связан в основном с необычными режимами распространения возбуждений,

наблюдающимися в таких структурах, и исключительной устойчивостью уникальных топологических краевых состояний, возникающих на границе раздела двух материалов, описываемых гамильтонианами с разными топологическими свойствами, характеризующимися разными целочисленными топологическими инвариантами. В топологических изоляторах краевые возбуждения, возникающие в запрещённой топологической зоне в спектре, защищены самой топологией системы и могут распространяться вдоль границы структуры, следуя всем её изгибам, локальным деформациям, преодолевая без рассеяния локализованные дефекты, несмотря на то что в объёме такой материал ведёт себя подобно обычному изолятору вследствие наличия запрещённой энергетической зоны. Таким образом, возмущения с амплитудой, недостаточно большой для закрытия топологической запрещённой зоны в энергетическом спектре, не могут привести к уничтожению краевых состояний. Топологические изоляторы были впервые предсказаны в физике твёрдого тела. Именно в физике твёрдого тела было открыто, что зонные структуры диэлектрических материалов допускают введение классификации в соответствии с топологией пространства, характеризующего электронные состояния в зоне Бриллюэна, и было установлено, что топологические свойства зон можно описать целочисленным топологическим индексом (инвариантом), не изменяющимся при внесении возмущений в гамильтониан системы, в том случае, если такие возмущения не приводят к закрытию запрещённой зоны в энергетическом спектре (т.е. к пересечению энергетических уровней). Поскольку изменение топологических индексов зон возможно лишь при пересечении энергетических уровней, на границе раздела между двумя материалами с различной топологией зонных структур должны возникать промежуточные краевые состояния, локализованные в направлении, перпендикулярном к границе, которые могут "соединять" в спектре системы зоны с различными значениями топологического инварианта. Классификация зонных структур и тип топологического инварианта, описывающего систему, как правило, определяется типами симметрии соответствующего гамильтониана в k -пространстве. Огромный вклад в исследование таких структур был внесён отечественными учёными (см., например, пионерскую работу [1], где были предсказаны топологические поверхностные состояния в трёхмерных топологических изоляторах, а также недавние обзоры в отечественных [2–4] и зарубежных [5, 6] журналах). За последние десять лет концепция топологических изоляторов существенно расширилась и подобные структуры были экспериментально реализованы в механических системах [7, 8], акустике [9–11], атомных системах в оптических решётках [12–16], в экситон-поляритонных конденсатах в структурированных микрорезонаторах [17–24], а также в оптических [25–31] и многих других системах. Последние достижения в области топологической фотоники, где топологические изоляторы помимо чисто фундаментального физического интереса могут найти также целый ряд практических применений, описаны в обзорах [32–35].

В физике твёрдого тела нетривиальные топологические свойства материала обусловлены строением зонной структуры его спектра, т.е. определяются самой структурой материала, что продемонстрировано в таких материалах или гетероструктурах, как PbTe/SnTe и

HgTe/CdTe [1–6]. В оптике же топологию зонной структуры можно контролировать, модулируя показатель преломления среды. Оптические топологические изоляторы, подобно их аналогам из физики твёрдого тела, обладают полной запрещённой зоной в спектре, т.е. возбуждения с определёнными частотами в объёме таких материалов распространяться не могут, но в то же время они поддерживают на их границе с материалом с другой топологией распространяющиеся краевые состояния на частотах из запрещённой зоны. Топологические изоляторы, экспериментально продемонстрированные на оптических частотах, можно условно разбить на несколько больших групп.

К первой из них принадлежат изоляторы с нарушенной симметрией по отношению к обращению "времени" (в оптике роль, аналогичную времени, может играть координата распространения оптического излучения). Одним из простейших способов нарушения этой симметрии является использование гиромангнитных материалов во внешних магнитных полях [25], но поскольку на оптических частотах ширина запрещённой зоны (а следовательно, и степень защищённости краевых состояний), которой можно достичь в таких материалах, мала, то эксперименты с такими структурами проводились в основном в микроволновом диапазоне. Нарушения вышеупомянутой симметрии можно достичь с использованием геликоидальных волноводов [28], что позволило наблюдать однонаправленные краевые состояния в сотовых массивах волноводов. Квадратные решётки из периодически сближающихся волноводов позволили также наблюдать аномальные топологические фазы [29, 30], когда краевые состояния возникают из-за продольной модуляции показателя преломления. Фактически вышеупомянутые системы принадлежат также к классу изоляторов Флоке [36–38], в том смысле, что обычная зонная структура спектра заменяется в них спектром Флоке для квазиэнергий, являющимся периодичным не только по блоховскому моменту, но и по оси квазиэнергий.

Ещё одним широким классом оптических топологических изоляторов являются структуры на долинном эффекте Холла — волноводные системы или фотонные кристаллы, в которых две решётки, состоящие из подрешёток с разными отстройками/деформациями, нарушающими инверсионную симметрию системы, формируют доменную стенку, где и появляются топологические краевые моды [39–43]. Эти изоляторы, однако, характеризуются сосуществованием на одной доменной стенке краевых состояний, распространяющихся в двух разных направлениях, причём достаточно узкие дефекты на доменной стенке могут привести к связи таких состояний. Поэтому принято считать, что оптические структуры на долинном эффекте Холла характеризуются более слабой топологической защищённостью краевых состояний.

Наконец, стоит отдельно выделить широкий класс изоляторов высшего порядка [44–47]. Имея размерность D , они обладают $(D-1)$ -мерными границами, которые не поддерживают однонаправленные состояния, но сами являются топологическими изоляторами. D -мерный топологический изолятор N -го порядка характеризуется наличием краевых состояний, локализованных на его $(D-N)$ -мерной границе. Для таких структур не работает в обычном виде принцип соответствия, связывающий число краевых состояний, возник-

кающих на границе, со стандартными топологическими инвариантами зонной структуры периодического материала.

До недавнего времени топологические изоляторы исследовались исключительно в линейном режиме. Однако одним из несомненных преимуществ оптических топологических структур является то, что материалы, из которых они создаются, зачастую имеют достаточно сильный нелинейный отклик. Оказывается, что в нелинейном режиме динамика распространения и сами условия возникновения краевых состояний могут качественно изменяться [48–50], при этом нелинейность позволяет контролируемым образом перестраивать энергии краевых состояний в запрещенной зоне, тем самым изменяя их пространственную локализацию [51]. Нелинейность может быть использована для реализации эффективных параметрических взаимодействий краевых состояний и генерации новых гармоник, которые сами могут быть локализованы у границы структуры [52–54]. Стоит отметить, что нелинейность среды может даже приводить к возникновению самоиндуцированных топологических фаз, когда система, являющаяся топологически тривиальной при низких интенсивностях излучения, становится нетривиальной и начинает поддерживать краевые состояния при достаточно высоких интенсивностях [55–58]. Более того, нелинейность может приводить к связи топологических мод различной эффективной размерности, таких как угловые и краевые моды в изоляторах высшего порядка [59]. Нелинейность может также вызывать развитие модуляционной неустойчивости краевых состояний [16, 60, 61], приводящей к их разбиению на последовательность локализованных волновых пакетов, распространяющихся вдоль границы топологической структуры.

Последний эффект является прямым указанием на возможность существования в топологических изоляторах солитонов топологической природы, недавно предсказанных как в глубине [62, 63], так и на границе [64–75] данных структур. Такие уникальные гибридные состояния, с одной стороны, наследуют топологическую защищенность линейных краевых состояний, от которых они ответвляются, а с другой стороны, они остаются локализованными благодаря самовоздействию в нелинейной среде, в том числе при распространении вдоль границы изолятора и при взаимодействии с её дефектами. Это делает их весьма интересными объектами для практических приложений.

Краевые солитоны наблюдались экспериментально в различных топологических оптических системах, включая изоляторы Флоке [71, 72] и изоляторы высшего порядка [76, 77]. Теория солитонов огибающей, построенных на топологических краевых состояниях, которые практически не излучают при распространении, была развита как для дискретных [64–66], так и для непрерывных [68–70] моделей, описывающих системы с геликоидальными волноводами. Краевые солитоны были также обнаружены в оптических системах на долинном эффекте Холла [73–75]; они наблюдались не только в технологически изготовленных структурах, но и в перестраиваемых оптических решётках, индуцированных в горячих атомных парах [67]. В настоящее время активно развивается теория топологических солитонов в аперiodических структурах, таких как массивы с дисклинациями [78, 79].

Одной из наиболее актуальных проблем в теории нелинейных топологических оптических изоляторов является топологическое описание нелинейных систем и вопрос применимости топологических инвариантов для предсказания появления краевых состояний в системе в условиях, когда нелинейная добавка к показателю преломления существенно изменяет распределение её показателя преломления. Предварительный анализ [76] в изоляторах высшего порядка показал, что даже в этом случае при учёте нелинейной деформации профиля показателя преломления удаётся ввести топологический инвариант, эквивалентный традиционной объёмной поляризации, который корректно предсказывает формирование угловых мод в системе. Дальнейший потенциальный прогресс в данной области может быть связан с введением инвариантов, основанных на функции Грина системы, разработанных в теории взаимодействующих топологических систем в физике твёрдого тела [80–82].

Примером простейшей топологической структуры, в которой возможно формирование топологических солитонов, может служить решётка Су–Шриффера–Хигера [83], где переход в топологическую фазу реализуется за счёт сдвигов отдельных узлов в димерах, составляющих структуру. В этой фазе на границе решётки возникают краевые состояния, от которых при наличии нелинейности происходит бифуркация краевых солитонов, исследованных теоретически [84–89] и, в слабо нелинейном режиме, экспериментально в волноводных структурах [90–92], оптических волокнах [93] и в структурированных поляритонных микрорезонаторах [94, 95]. Большая часть экспериментов со слабо нелинейными краевыми состояниями и краевыми солитонами была выполнена в решётках Су–Шриффера–Хигера с одной топологической запрещённой зоной, допускающей образование краевых солитонов только одного типа. Сосуществование нескольких краевых солитонов с различной внутренней структурой требует введения более сложных топологических образований, состоящих из тримеров или квадимеров волноводов, как было предсказано в работах [96–100] и лишь недавно подтверждено экспериментально в нашей работе [101]. Линейные массивы Су–Шриффера–Хигера также могут быть использованы для построения достаточно сложных двумерных структур, например, звездообразной конфигурации, в которых могут одновременно сосуществовать дефектные и несколько типов топологических солитонов [102].

Интересно, что при построении одномерных топологических решёток Су–Шриффера–Хигера используется фактически тот же подход, что и для построения изоляторов высшего порядка, когда сдвиг узлов (в нашем случае — волноводов) в элементарной ячейке, включающей два узла a и b , изменяет силу связи (определяющую скорость туннелирования энергии светового поля) между узлами внутри ячейки и между узлами в соседних ячейках. Так, в приближении сильно локализованных мод (т.е. в одномерной дискретной модели), в котором учитывается лишь связь между соседними узлами решётки, гамильтониан решётки принимает вид $\mathcal{H} = -\sum_n [t_1 |n, b\rangle \langle n, a| + t_2 |n+1, a\rangle \langle n, b|] + \text{h.c.}$, где n — номер текущей ячейки, t_1 — константа связи между узлами внутри элементарной ячейки, t_2 — константа связи между соседними узлами из разных ячеек. При переходе к квазиимпульсному k -пространству записываем векторы состояния в виде $|n, x\rangle = N^{-1/2} \sum_k \exp(ikn) |k, x\rangle$, где

$k \in [-\pi, \pi)$ — блоховский момент, N — полное число ячеек в структуре, $x = a, b$ обозначает тип узла решётки. Тогда гамильтониан решётки может быть представлен в виде $\mathcal{H} = \sum_k \mathcal{H}_k |k\rangle \langle k|$, где

$$\mathcal{H}_k = \begin{pmatrix} 0 & -t_1 - t_2 \exp(-ik) \\ -t_1 - t_2 \exp(+ik) & 0 \end{pmatrix}.$$

Топологически нетривиальная фаза, в которой на границе обрезанной решётки возникают краевые состояния, реализуется в случае, когда $t_1 < t_2$, т.е. когда константа связи между узлами в соседних ячейках превосходит константу связи между узлами в ячейке. Подчёркнём, что в таком дискретном описании система характеризуется симметрией по отношению к обращению времени $\mathcal{T}\mathcal{H}_k\mathcal{T}^{-1} = \mathcal{H}_{-k}$, хиральной $\sigma_z\mathcal{H}_k\sigma_z = -\mathcal{H}_k$ и инверсионной $\sigma_x\mathcal{H}_k\sigma_x = \mathcal{H}_{-k}$ симметриями, а также "particle-hole" симметрией $\mathcal{C}\mathcal{H}_k\mathcal{C}^{-1} = -\mathcal{H}_{-k}$, где $\mathcal{C} = \sigma_z\mathcal{T}$, σ_x, σ_z — матрицы Паули. Наличие указанных симметрий позволяет отнести данную структуру к классу топологических систем, описываемых \mathbb{Z} инвариантом (числом вращения, или "winding number" (см. раздел 3)).

Топологическая защищённость краевых состояний делает их идеальными кандидатами для реализации различных устойчивых к беспорядку схем коммутации и маршрутизации, передачи данных или энергии [103–105]. Исследование таких систем и механизмов переключения, вовлекающих краевые состояния, особенно актуально в оптике, где эти переключения могут быть сверхбыстрыми. Уже предложены различные механизмы связи между топологическими краевыми состояниями. К ним, в частности, относятся топологическая накачка, при которой энергия переносится от одной границы изолятора к другой в результате адиабатического изменения параметров структуры [106, 107], создание градиента оптического потенциала вдоль границы изолятора, приводящее к периодическим переключениям возбуждений между противоположными границами за счёт аномальных блоховских осцилляций [108, 109], мелкие продольные модуляции оптического потенциала, приводящие к осцилляциям Раби между краевыми состояниями [110, 111], использование резонансной накачки в микрорезонаторных системах, позволяющее селективно возбуждать моды на разных границах структуры [112, 113], переключения между близко расположенными массивами Флоке с геликоидальными волноводами [114] или в цепочках Су–Шриффера–Хигера малых размеров [115, 116]. Использование нелинейности оптического материала для контроля динамики такого переключения между краевыми состояниями было лишь недавно продемонстрировано нами экспериментально в массивах Су–Шриффера–Хигера [117].

Оптические системы, в которых топологически нетривиальные фазы возникают за счёт периодических модуляций показателя преломления структуры в направлении распространения излучения, открывают новые возможности для контроля динамики распространения [118]. Топологическая классификация таких систем требует специальным образом определённых инвариантов, как показано в работах [119–121]. Модулированные массивы Су–Шриффера–Хигера являются одним из наиболее простых примеров таких структур, поддерживающих аномальные π -моды, существование которых связывают с топологическим π -инвариантом для систем Флоке

[122–127]. Эти моды возникают даже в структурах, которые проводят половину продольного периода в топологически тривиальной фазе и лишь на другой половине периода являются топологически нетривиальными. В спектре Флоке системы эти моды обычно появляются между Флоке-репликами одной и той же разрешённой зоны, возникающими из-за продольной модуляции показателя преломления. Ранее π -моды наблюдались только в линейном режиме в одномерных модулированных решётках Су–Шриффера–Хигера в микроволновом диапазоне [128] и на оптических частотах в неэрмитовых или плазмонных решётках [129–131] с высоким контрастом показателей преломления, где, однако, значительные потери ограничивают дальность распространения краевых состояний сотнями микрометров. Также π -моды наблюдались в акустике [132, 133]. При наличии нелинейности π -моды в системе Флоке позволяют получить семейство ответвляющихся от них π -солитонов — уникальных нелинейных топологических состояний, в точности воспроизводящих свой профиль после каждого продольного периода модуляции [134, 135]. Экспериментальное наблюдение таких одно- и двумерных нелинейных состояний было представлено лишь недавно в массивах осциллирующих волноводов [136].

Вышеупомянутые результаты указывают на то, что даже простейшие топологические системы, основанные на решётках Су–Шриффера–Хигера, позволяют наблюдать целый ряд уникальных физических явлений и топологических состояний, возникающих благодаря взаимодействию нетривиальной топологии системы и эффектов самовоздействия. В данной статье мы приводим краткое описание экспериментов и результатов, полученных в Институте спектроскопии РАН по статическим и динамически модулированным одно- и двумерным решёткам Су–Шриффера–Хигера в существенно нелинейных режимах распространения излучения, когда нелинейная добавка к показателю преломления становится сравнимой с глубиной модуляции показателя преломления в самой топологической структуре. В частности, в разделе 2 мы остановимся на наблюдении контролируемого нелинейностью переключения между краевыми состояниями двух близко расположенных димеризованных топологических массивов Су–Шриффера–Хигера. При сближении двух таких массивов перекрытие волновых полей топологических состояний вызывает их периодическое переключение между массивами, причём скорость переключения зависит от интенсивности входного пучка и расстояния между массивами [117]. Важно отметить, что, в отличие от обычных разветвителей [137, 138], в нашей системе переключение происходит между состояниями из запрещённой топологической зоны, локализация которых напрямую зависит от ширины запрещённой зоны. Увеличение нелинейности приводит сначала к подавлению переключения, а затем может вызвать резкий рост излучения в объём массивов. В разделе 3 мы остановимся на наблюдении топологических солитонов в массиве тримеров, в спектре которого присутствуют две топологические запрещённые зоны, где существуют краевые состояния с различной внутренней структурой и симметрией [101]. Краевые солитоны, ответвляющиеся от таких краевых состояний, также обладают разной симметрией, причём одно из состояний является существенно более устойчивым. В наших экспериментах показано, что топологические солитоны обоих типов могут

возбуждаться даже при малых мощностях, в отличие от обычных поверхностных солитонов в нетопологических решётках. Наконец, в разделе 4 мы остановимся на особенностях спектра модулированных решёток Су–Шриффера–Хигера, которые из-за периодического изменения константы связи внутри димеров и между димерами, составляющими структуру, проводят половину z -периода в "мгновенной" топологической фазе, а в другую половину периода они "мгновенно" нетопологические. Тем не менее на границах таких массивов могут возникать локализованные π -моды, от которых в нелинейном режиме ответвляются π -солитоны, наблюдавшиеся нами как в одномерной, так и в двумерной геометрии [136].

2. Переключение между топологическими состояниями, контролируемое нелинейностью

Одной из простейших и наиболее известных моделей топологического изолятора является модель Су–Шриффера–Хигера [83], описывающая массив, элементарная ячейка которого включает два узла (например, два волновода). Массивы неглубоких (контраст показателя преломления $\delta n \sim 10^{-4}$) волноводов, изготовленных методом фемтосекундной записи, представляют уникальную платформу для реализации модели Су–Шриффера–Хигера. В частности, для реализации переключения краевых состояний между топологически нетривиальными структурами мы рассмотрим два близко расположенных массива Су–Шриффера–Хигера [117]. Распространение излучения в такой системе в параксиальном приближении описывается безразмерным уравнением Шрёдингера для амплитуды светового поля ψ :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) - \mathcal{R}(x, y) \psi - |\psi|^2 \psi. \quad (1)$$

Заметим, что уравнение (1) может быть записано в виде $i \partial \psi / \partial z = \mathcal{H} \psi - |\psi|^2 \psi$, где $\mathcal{H} = -(1/2)(\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2) - \mathcal{R}$ — гамильтониан линейной системы. Здесь функция $\mathcal{R}(x, y) = \mathcal{R}_l(x, y) + \mathcal{R}_r(x, y)$, где $\mathcal{R}_{l,r}(x, y) = p \sum_{m=1, 2N} \mathcal{Q}(x - x_{lm}, y)$ описывает распределение показателя преломления в двух "линейных" массивах, записанных достаточно близко друг к другу, p — нормированная глубина модуляции показателя преломления в каждом из массивов, x_{lm} , x_{rm} — координаты центров волноводов в левом (индекс l) и правом (индекс r) массивах. Каждый из массивов состоит из N пар волноводов с идентичными гауссовыми профилями $\mathcal{Q}(x, y) = \exp[-(x^2 + y^2)/a^2]$ ширины a . В безразмерном уравнении (1) координаты x , y нормированы на характерный поперечный масштаб $r_0 = 10$ мкм, координата распространения z нормирована на дифракционную длину kr_0^2 , а нормированная глубина модуляции показателя преломления $p = k^2 r_0^2 \delta n / n$ пропорциональна фактической глубине модуляции показателя преломления δn . Здесь $k = 2\pi n / \lambda$ — волновое число в среде, $n \approx 1,45$ — невозмущённый показатель преломления среды (плавленого кварца), а $\lambda = 800$ нм — рабочая длина волны. Безразмерная интенсивность светового поля $|\psi|^2$ соответствует реальной размерной интенсивности $I = n |\psi|^2 / k^2 r_0^2 n_2$, где для плавленого кварца нелинейный показатель преломления $n_2 \approx 2,7 \times 10^{-20}$ м² Вт⁻¹. Типичная ширина волноводов в таком массиве $a = 0,5$ (около 5 мкм). Следует отметить, что здесь и далее мы используем непрерывную модель (1) для описания рас-

пространения излучения в решётках Су–Шриффера–Хигера, учитывающую фактический профиль показателя преломления в среде и, как следствие, связь между всеми волноводами в структуре, предоставляя тем самым более полное описание динамики распространения излучения по сравнению с упрощённой дискретной моделью, упомянутой во введении. Непрерывная система (1) может не обладать некоторыми симметриями, специфическими именно для дискретной модели, при том что обе модели ведут к качественно похожим линейным спектрам и свойствам зонной структуры (хотя дискретная модель, в отличие от непрерывной, описывает лишь две верхние зоны системы). Эти различия находят отражение в линейном спектре, который, например, в непрерывной модели не является полностью симметричным относительно постоянной распространения краевого состояния. Система (1) является симметричной к обращению времени (координаты распространения z), а также в случае одной решётки обладает инверсионной симметрией.

Микрофотографии одиночного массива Су–Шриффера–Хигера и пары таких близко расположенных структур приведены на рис. 1а. Массивы для этих экспериментов изготавливаются в Центре квантовых технологий МГУ имени М.В. Ломоносова методом фемтосекундной записи в 10-см пластинах плавленого кварца с помощью сфокусированных (посредством асферической линзы с $NA = 0,3$) фемтосекундных лазерных импульсов (на длине волны 515 нм, длительность импульсов 280 фс, энергия импульсов 360 нДж, частота повторения 1 МГц). В процессе записи образец транслируется относительно фокуса пучка с постоянной скоростью 1 мм с⁻¹ с использованием высокоточной системы позиционирования (Aerotech), что позволяет записывать массивы параллельных волноводов с контролируемым расстоянием между ними. Типичная глубина модуляции показателя преломления в таких массивах составляет $\delta n \sim 5,5 \times 10^{-4}$ (что соответствует $p \sim 4-5$), т.е. эти волноводы являются одномерными с типичными диаметрами модового поля $\sim 15,4 \times 24,0$ мкм. Записанные таким образом волноводы обладают низкими потерями, не превышающими 0,07 см⁻¹ на рабочей длине волны 800 нм.

В массивах Су–Шриффера–Хигера топологическая фаза реализуется с помощью противоположного сдвига двух волноводов в каждой элементарной ячейке (для нулевого сдвига массив представляет собой периодическую структуру с одинаковым расстоянием между всеми волноводами). Изменение расстояния d между волноводами в ячейке (димере) влечёт за собой изменение расстояния s между волноводами в соседних ячейках, что отражается на связи (возникающей вследствие перекрытия волновых полей мод двух близко расположенных волноводов) внутри каждого димера и между димерами (см. обозначения на микрофотографии одиночного массива, представленной в верхнем ряду рис. 1а). Когда последняя превосходит по величине связь внутри димера, структура переходит в топологически нетривиальную фазу, в которой её обрезание сопровождается появлением на её границах краевых состояний. Линейные моды массива могут быть найдены в виде $\psi(x, y, z) = w(x, y) \exp(ibz)$ (здесь b — постоянная распространения моды и $w(x, y)$ — вещественная функция, описывающая её профиль). В линейном спектре одиночного массива, состоящего из $N = 7$ димеров и представленного на

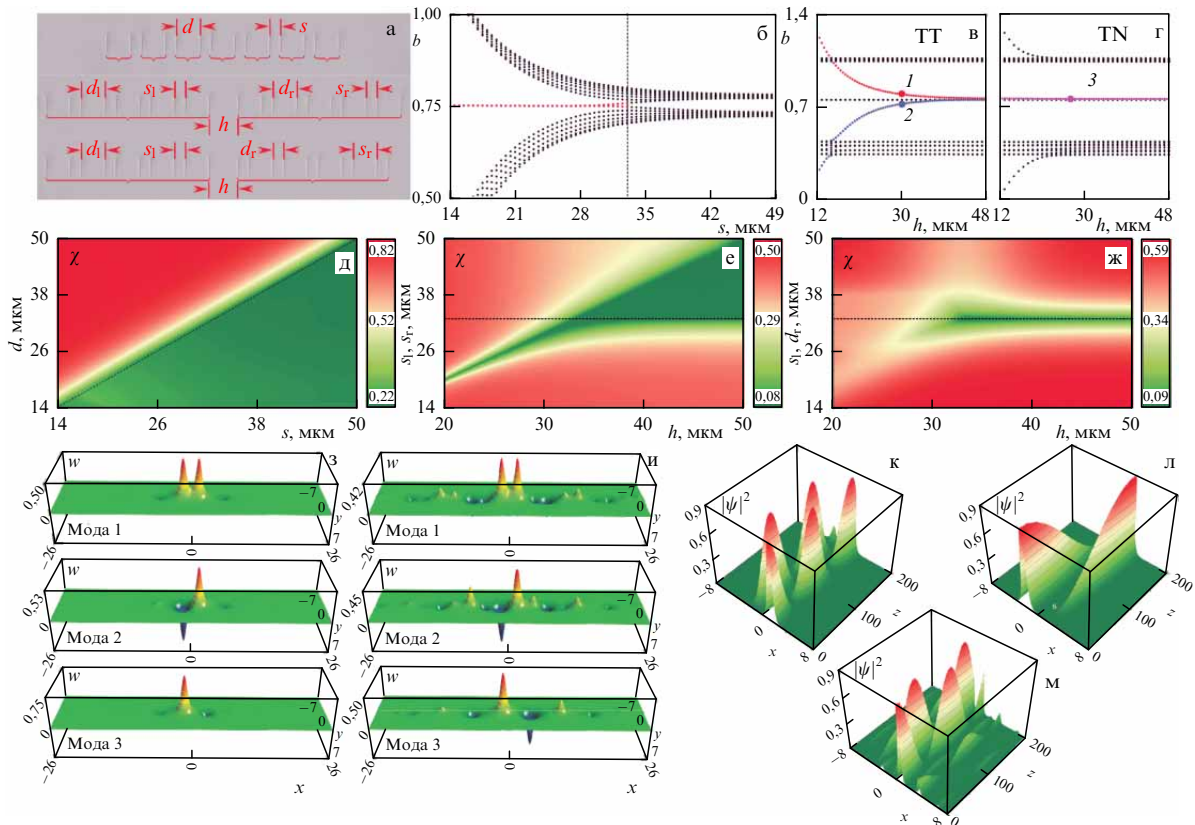


Рис. 1. (а) Микрофотография одиночного массива Су–Шриффера–Хигера, изготовленного методом фемтосекундной записи, в топологическом режиме, когда расстояние между волноводами в соседних димерах $s = 15$ мкм меньше, чем расстояние $d = 33$ мкм между волноводами внутри димеров (вверху). Фотографии границы раздела между двумя топологическими массивами с $s_1 = s_2 = 15$ мкм и $d_1 = d_2 = 33$ мкм (в середине) и границы раздела между топологическим и нетопологическим массивами с $s_1 = d_1 = 15$ мкм и $s_2 = d_2 = 33$ мкм (внизу). Два массива разделены расстоянием h . (б) Линейный спектр массива с 7 димерами в зависимости от расстояния s при фиксированном $d = 33$ мкм. Вертикальной пунктирной линией обозначен переход от нетопологической фазы к топологической при $s = d$. Собственные значения мод, поддерживаемых топологическим–топологическим ($s_1 = s_2 = 15$ мкм, $d_1 = d_2 = 33$ мкм) (в) и топологическим–нетопологическим ($s_1 = d_1 = 15$ мкм, $s_2 = d_2 = 33$ мкм) (г) массивами в зависимости от расстояния h между двумя массивами. (д) Формфактор наиболее локализованной линейной моды в одиночном массиве Су–Шриффера–Хигера как функция расстояний s и d . Пунктирная линия отмечает переход от нетопологической фазы (зелёная область), в которой краевые состояния не возникают, к топологической (красная область), в которой на границе массива появляются локализованные краевые состояния. (е) Формфактор наиболее локализованной линейной моды на границе топологического–топологического массива как функция расстояния между массивами h и расстояния $s_1 = s_2$ при фиксированном $d_1 = d_2 = 33$ мкм. Пунктирная горизонтальная линия соответствует $s_{1,2} = 33$ мкм. (ж) Формфактор наиболее локализованной моды на границе топологического–нетопологического массива как функция h и $s_1 = d_1$ при фиксированном $s_2 = d_2 = 33$ мкм. (з) Примеры профилей $w(x, y)$ сильно локализованных мод, соответствующих точкам на рисунках (в), (г). (и) Примеры профилей $w(x, y)$ слабо локализованных мод для случая $s_1 = s_2 = 26$ мкм, $d_1 = d_2 = 33$ мкм (ТТ-структура) и $s_1 = d_1 = 26$ мкм, $s_2 = d_2 = 33$ мкм (ТН-структура). Динамика переключения в ТТ-структуре для того же набора параметров, что и на рисунке (з) при $h = 30$ мкм (к) и $h = 40$ мкм (л), и для параметров с рисунка (и) при $h = 30$ мкм (м). Во всех случаях нормированная глубина модуляции показателя преломления в массиве $p = 4,88$.

рис. 1б, постоянные распространения краевых топологических состояний в топологической запрещённой зоне обозначены красными точками, в то время как чёрные точки соответствуют делокализованным объёмным модам. Локализация краевых состояний увеличивается с уменьшением расстояния s между димерами при фиксированном $d = 33$ мкм. Ширина топологической запрещённой зоны, где появляются краевые состояния, также увеличивается с уменьшением расстояния s . При $s > d$ массив переходит в тривиальную фазу и, несмотря на наличие запрещённой зоны в его спектре и в данном режиме, краевые состояния в ней уже не появляются. Это также хорошо видно из зависимости формфактора $\chi = [U^{-2} \iint |\psi|^4 dx dy]^{1/2}$, где $U = \iint |\psi|^2 dx dy$ — мощность, вычисленной для наиболее локализованной линейной моды в массиве Су–Шриффера–Хигера, от расстояний s и d , представленной на рис. 1д. Заметим, что формфактор моды обратно пропорционален её ширине, т.е. более

локализованная мода имеет больший формфактор, а слабо локализованные моды соответствуют малым значениям χ . Из указанной зависимости видно, что локализованные состояния на границе появляются именно при $s < d$, в красной области, в то время как в зелёной области локализованных мод в данном массиве нет (формфактор в зелёной области, где существуют только делокализованные объёмные моды, уменьшается с увеличением числа ячеек в системе, т.е. $\chi \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$). При увеличении числа димеров в массиве плотность делокализованных состояний в разрешённой зоне увеличивается, но постоянные распространения краевых мод при этом практически не меняются. Вообще говоря, конечный размер системы сказывается лишь при $s \rightarrow d$, когда ширина краевых мод становится сравнимой с шириной массива. В данном случае связь мод на противоположных границах приводит к снятию вырождения постоянных распространения синфазной и противофазной комбина-

ций краевых состояний, возникающих на противоположных концах массива (что видно в малой области при $s > 30$ мкм на рис. 1б).

Для наблюдения переключения краевых состояний мы записали два близко расположенных массива Су – Шриффера – Хигера, каждый из которых состоит из $N = 5$ димеров. Микрофотографии двух различных конфигураций, рассмотренных ниже, представлены в среднем и нижнем рядах рис. 1а, где разные массивы выделены горизонтальными красными скобками. В первой топологической – топологической (ТТ) конфигурации, показанной в среднем ряду, и левый, и правый массивы находятся в топологической фазе, так как расстояния между димерами $s_l = s_r = 15$ мкм (здесь нижний индекс обозначает правый или левый массив) в обоих массивах меньше, чем расстояние между волноводами внутри димеров $d_l = d_r = 33$ мкм. В нижнем ряду рис. 1а представлена вторая, топологическая – нетопологическая (ТН) конфигурация, в которой левый массив находится в топологической фазе, а правый — в тривиальной фазе, что достигается, например, при $s_l = d_r = 15$ мкм и $s_r = d_l = 33$ мкм. Массивы разделены расстоянием h , варьировавшимся в экспериментах в диапазоне от 15 до 46 мкм.

Чтобы объяснить механизм переключения краевых состояний, мы рассчитали линейный спектр ТТ конфигурации в зависимости от расстояния h между двумя массивами (рис. 1в). В спектре хорошо видна топологическая запрещённая зона между двумя зонами, в которых существуют только объёмные моды. Состояния, соответствующие красной и синей линиям в запрещённой зоне, представляют собой синфазную и противофазную моды, формирующиеся на границе между двумя массивами (моды 1 и 2 на рис. 1з). Их постоянные распространения изменяются в зависимости от h . Две другие моды, соответствующие чёрным точкам внутри запрещённой зоны, постоянные распространения которых не зависят от h , расположены на внешних краях массивов и не возбуждаются в эксперименте. На рисунке 1е представлена зависимость формфактора наиболее локализованной моды в ТТ конфигурации от расстояния h между массивами и от расстояния $s_l = s_r$ между волноводами в соседних димерах при фиксированном межволноводном расстоянии $d_l = d_r = 33$ мкм внутри димеров. Здесь при достаточно больших расстояниях h локализованные топологические моды на границе между двумя массивами также возникают при $s_{l,r} < d_{l,r} = 33$ мкм (нижняя красная область). Обратим внимание, что в данной системе также могут возникать дефектные локализованные моды — таким нетопологическим модам соответствует верхняя красная область на рис. 1е. Эти моды также видны и на рис. 1в — их постоянные распространения при изменении h выходят из топологической запрещённой зоны в полубесконечную.

Фокусировка излучения в волновод на границе раздела двух массивов в ТТ конфигурации эквивалентна одновременному возбуждению синфазной моды 1 и противофазной моды 2 с почти равными весами. Последующее переключение можно интерпретировать как периодические биения между этими краевыми состояниями с длиной биения, обратно пропорциональной разности их постоянных распространения $L = \pi / (b_1 - b_2)$. Очевидно, что L увеличивается с увеличением расстояния h из-за уменьшения разности $b_1 - b_2$. Примеры динамики переключения топологических краевых состояний для различных расстояний h между массивами представлены на

рис. 1к и л. Здесь мы рассматриваем массивы с достаточно малыми расстояниями $s_{l,r}$, что гарантирует сильную локализацию краевых состояний и их эффективное возбуждение в эксперименте. Однако следует подчеркнуть, что переключение возможно и для слабо локализованных краевых состояний, даже когда $s_{l,r} \rightarrow d_{l,r}$. Примеры таких краевых состояний в ТТ-структуре, которые глубоко проникают в каждый из массивов при указанных параметрах, представлены на рис. 1и. Динамика переключения для таких слабо локализованных состояний представлена на рис. 1м. В этих состояниях особенно хорошо заметны осциллирующие хвосты, где поле меняет знак в соседних димерах, типичные для мод из топологической запрещённой зоны.

При сближении топологического и нетопологического массивов (ТН конфигурация) в линейном спектре в запрещённой зоне, помимо мод на внешних границах, появляется лишь одна мода 3, которая локализована вблизи границы двух массивов (см. пурпурные точки на рис. 1г), в крайнем правом волноводе топологической структуры (см. профиль в последнем ряду рис. 1з, и), хотя она и проникает в нетопологический массив. Зависимость формфактора наиболее локализованной моды от расстояния h между массивами и расстояния $s_l = d_r$ при фиксированных $s_r = d_l = 33$ мкм для ТН-структуры представлена на рис. 1ж (обратите внимание: для того чтобы один массив был топологическим, а другой нетопологическим, здесь мы приравниваем междимерное расстояние в одном массиве расстоянию между волноводами внутри димеров в другом массиве). В такой конфигурации один из массивов всегда находится в топологическом состоянии, за исключением случая $s_l = s_r$ ($d_l = d_r$), когда все моды становятся делокализованными. В ТН-структуре фокусировка пучка в топологическую (в нашем случае левую) часть структуры будет приводить к возбуждению локализованной моды 3, в то время как его фокусировка в правый массив должна приводить лишь к дифракции, так как в этой части структуры не существует локализованных состояний. В обоих случаях переключения краевых состояний в ТН-структуре наблюдаться не будет.

Для экспериментального наблюдения переключения краевых состояний был изготовлен набор ТТ- и ТН-структур для разных расстояний h между двумя массивами в диапазоне от 15 до 46 мкм. В эксперименте свет от 1 кГц фемтосекундной титан-сапфировой лазерной системы Spitfire HP (Spectra Physics), генерирующей импульсы длительностью 40 фс на центральной длине волны 800 нм, сначала проходит через активную систему стабилизации положения пучка (Авеста) и аттенюатор, а затем через двухпроходный однорешёточный компрессор с варьруемой щелью, позволяющей выделить определённую спектральную область для оптимизации длительности выходного импульса. Максимальная нелинейная локализация в наших решётках наблюдается при ширине спектра ~ 5 нм и длительности импульсов $\tau \sim 300$ фс (FWHM). Такие импульсы фокусировались в волновод на границе раздела двух массивов, как схематично показано синей стрелкой в верхнем ряду на рис. 2–4. Временной динамикой импульсов на длине образца 10 см можно пренебречь, при этом пространственная динамика аккуратно описывается уравнением (1). Так как в ТТ-структуре два массива эквивалентны, возбуждался крайний волновод в левом массиве. Выходные распределения интенсивности регистрировали с помощью 12,3-мегапик-

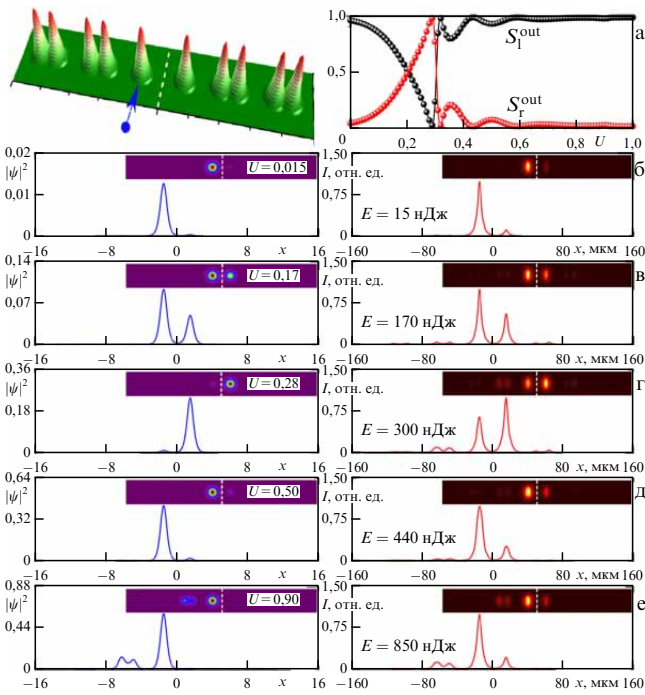


Рис. 2. (а) Схематическое изображение границы раздела между двумя топологическими массивами с указанием возбуждённого волновода в левом массиве и расчётное распределение выходной мощности между левым, S_l^{out} и правым, S_r^{out} , массивами в зависимости от входной мощности U . (б–е) Сравнение вычисленных (синие линии) и экспериментально измеренных (красные линии) сечений выходной интенсивности при $y = 0$ и двумерные распределения интенсивности (вставки) для возрастающих энергий входных импульсов E . Вертикальные штриховые линии на вставках разделяют два массива. Здесь $s_l = s_r = 15$ мкм, $d_l = d_r = 33$ мкм, $h = 30$ мкм и $p = 4,88$.

сельной научной CMOS-камеры Kiralux (Thorlabs). С учётом потерь на согласование с волноводной модой входная пиковая мощность в волноводе может быть определена как отношение энергии импульса E к его длительности τ , и она оценивается как 2,5 кВт на 1 нДж.

Наблюдение контролируемого нелинейностью переключения между двумя топологическими массивами для $h = 30$ мкм представлено на рис. 2. Волновод, в который фокусировалось лазерное излучение в левом массиве, указан синей стрелкой. Для выбранного расстояния h длина образца приблизительно соответствует двум длинам биений $2L$, т.е. в линейном режиме свет сначала переключается в правый массив, а затем возвращается обратно в левый. Для учёта влияния нелинейности на рис. 2а показана теоретически вычисленная доля мощности, сосредоточенная на выходе 10 см образца в левом и правом массивах

$$S_l^{out} = U^{-1} \int_{-\infty}^0 dx \int_{-\infty}^{\infty} dy |\psi|^2, \quad (2)$$

$$S_r^{out} = U^{-1} \int_0^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy |\psi|^2$$

как функция входной мощности

$$U = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy |\psi|^2.$$

Нелинейность замедляет переключение, приводя сначала к концентрации света в правом массиве, а затем и вовсе его подавляет, приводя к тому, что при больших мощностях свет всегда остаётся в левом массиве. Действительно, нелинейность изменяет разность постоянных распространения синфазной и противофазной мод (так как она по-разному на них влияет из-за их различной внутренней структуры), что и проявляется в изменении интерференционной картины на выходе из образца с ростом мощности. Кривые переключения достаточно резкие, для них характерно быстрое изменение $S_{l,r}^{out}$ около $U \sim 0,3$. В правой колонке рис. 2 показаны одномерные экспериментальные выходные сечения интенсивности при $y = 0$ и соответствующие полные двумерные распределения для различных энергий импульсов E . В линейном режиме $E = 15$ нДж свет переключается из левого массива в правый, а затем возвращается в левый массив. Увеличение энергии импульсов приводит к постепенной концентрации света в правом массиве, которая максимальна при $E \sim 300$ нДж. Следует отметить, что из-за импульсного характера возбуждения для данного расстояния некоторая доля излучения всё же остаётся на выходе в левом массиве. Это связано с тем, что, хотя высокоинтенсивные части импульса переключаются в правый массив, низкоинтенсивные хвосты импульсов по-прежнему переключаются линейно, внося свой вклад в выходную мощность в левом массиве. При дальнейшем увеличении энергии импульсов до $E \sim 440$ нДж свет концентрируется в левом массиве и остаётся в нём в достаточно широком диапазоне энергий. Поскольку в нашей системе переключение происходит для крайних состояний из конечной запрещённой зоны, при достаточно высокой мощности постоянные распространения таких состояний могут сместиться в разрешённую зону (рис. 1в), что приводит к связи с объёмными модами и излучению в глубину топологической структуры, хорошо видно на рис. 2е для $E \sim 850$ нДж. Для сравнения с экспериментальными данными в правой колонке рис. 2 представлены теоретические распределения интенсивности, полученные из уравнения (1) для одноканального возбуждения. Можно сделать вывод, что основные особенности переключения хорошо воспроизводятся в теории. Следует подчеркнуть, что наблюдаемое переключение является устойчивым явлением: флуктуации выходной мощности в двух массивах остаются малыми при всех входных мощностях, и связаны они только с малыми флуктуациями мощности во входном лазерном пучке.

Нами также было исследовано переключение в аналогичной ТТ конфигурации, но с увеличенным до $h = 36$ мкм расстоянием между двумя топологическими массивами (рис. 3). Теперь длина образца соответствует примерно одной длине биений L между симметричной и антисимметричной краевыми модами 1 и 2. В результате свет, сфокусированный в левый массив (см. синюю стрелку в верхнем ряду), на выходе полностью переключается в правый массив. Кривые переключения в виде зависимостей долей мощности в левом и правом массивах $S_{l,r}^{out}$ от входной мощности U теперь предсказывают более плавный рост мощности в левом массиве с ростом U . Экспериментальные выходные распределения интенсивности показаны в правой колонке рис. 3, а теоретические результаты показаны в левой колонке. С увеличением энергии импульсов E наблюдается монотонное увеличе-

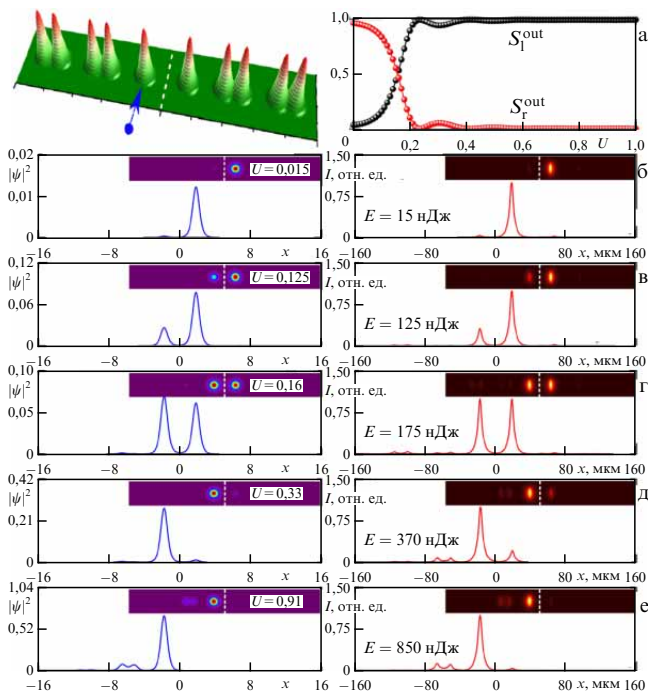


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но для большего расстояния $h = 36$ мкм между двумя топологическими массивами.

ние доли энергии в левом массиве, выравнивание энергий в двух массивах при $E \sim 175$ нДж и почти полная концентрация света в левом массиве при $E \sim 370$ нДж. Наконец, связь с объёмными состояниями и излучение в глубину наблюдается примерно при тех же уровнях энергии, что и для меньшего расстояния h . Устойчивое переключение в ТТ-структурах наблюдалось нами вплоть до минимальных расстояний $h \sim 21$ мкм, при которых свет переключается между массивами до 3 раз на длине образца, при этом в некоторых диапазонах энергий даже небольшие контролируемые изменения E вызывают быстрые изменения долей энергии $S_{l,r}^{out}$, сосредоточенных в двух массивах. Более того, было продемонстрировано, что благодаря топологической защищённости краевых мод динамика переключения слабо изменяется при контролируемом внесении беспорядка в данную структуру.

Были также исследованы ТН структуры, в которых топологический массив граничит с нетопологическим. Линейный спектр мод такой структуры, представленный на рис. 1г, указывает на то, что динамика распространения излучения в ней будет существенно отличаться для возбуждений в топологическом и нетопологическом массивах. На рисунке 4 представлены экспериментальные и теоретические результаты, полученные при фокусировке в крайний правый волновод топологического массива, для достаточно большого расстояния $h = 31$ мкм между двумя массивами. Данный тип возбуждения имеет большое перекрытие лишь с единственной локализованной краевой модой 3 (рис. 1з), существующей в такой структуре, в то время как другие моды остаются практически невозбуждёнными. В результате с увеличением входной мощности фактически возбуждается стационарный топологический краевой солитон, ответвляющийся от моды 3, тогда как переключения между массивами не происходит из-за отсутствия интерференции с другими модами (см.

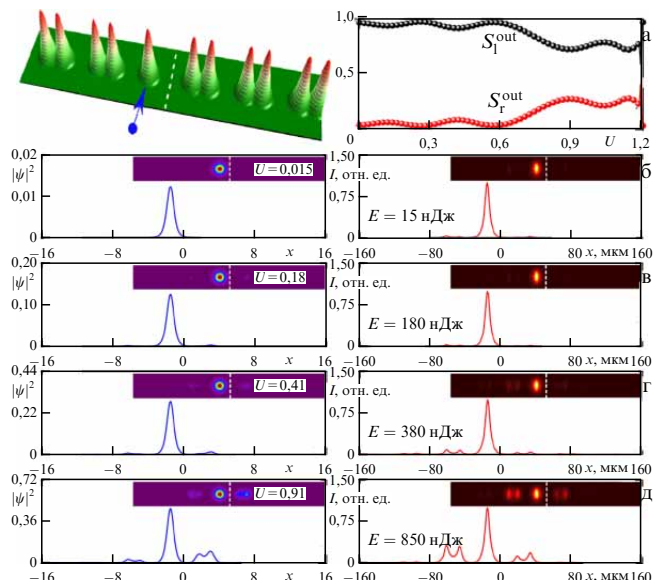


Рис. 4. (а) Схематическое изображение границы между топологическим и нетопологическим массивами с указанием возбуждённого правого волновода в топологическом массиве и доли выходной мощности, сосредоточенные в левом, S_l^{out} , и правом, S_r^{out} , массивах в зависимости от входной мощности U . (б–д) Сравнение теоретических (синие линии) и экспериментальных (красные линии) поперечных сечений выходной интенсивности при $y = 0$ и двумерные распределения интенсивности (вставки) для различных энергий импульсов E . Здесь $s_l = d_l = 15$ мкм, $s_r = d_r = 33$ мкм, $h = 31$ мкм и $p = 4,25$.

зависимости $S_{l,r}^{out}$ на рис. 4а). Лишь когда энергия импульсов достигает достаточно высоких значений, наблюдается связь с объёмными модами, как в топологическом, так и в нетопологическом массивах, что приводит к некоторому уменьшению S_l^{out} и увеличению доли энергии в правом массиве. В свою очередь, фокусировка света в правый, нетопологический массив также не приводит к переключению между двумя частями структуры. Из-за отсутствия локализованных состояний в этой части структуры в линейном режиме при $E \sim 15$ нДж наблюдается лишь сильная дифракция в нетопологическом массиве, а при достаточно высоких энергиях, $E \sim 400$ нДж, пучок периодически осциллирует между двумя близкими волноводами из нетопологической части.

Такие результаты подтверждают принципиальную возможность переключения между топологическими краевыми состояниями, которое можно реализовать и в более сложных геометриях, в том числе в двумерных структурах, поддерживающих однонаправленные краевые моды или угловые топологические состояния. Нелинейность оптической среды при этом оказывает существенное влияние на динамику переключения, замедляя его и качественно изменяя выходные распределения интенсивности, что может быть особенно важно для построения топологических переключателей и маршрутизаторов, контролируемых интенсивностью излучения.

3. Топологические солитоны в массивах из тримеров волноводов

Решётки Су–Шриффера–Хигера с двумя волноводами в элементарной ячейке, нелинейные эффекты в которых были рассмотрены в разделе 2, представляют собой

одну из простейших реализаций топологического изолятора. Увеличение числа волноводов в элементарной ячейке в структурах такого типа может привести к существенному обогащению линейного спектра системы, в котором могут одновременно появиться несколько топологических запрещённых зон с краевыми состояниями различной симметрии [96–100]. Настоящий раздел посвящён наблюдению солитонов, ответвляющихся от таких топологических состояний, в массиве из тримеров волноводов [101].

Распространение излучения в массиве, состоящем из тримеров волноводов, описывается нелинейным уравнением Шрёдингера (1), в котором функция $\mathcal{R}(x, y) = p \sum_{m=1,3,N} Q(x - x_m, y)$ теперь задаёт профиль массива, составленного из гауссовых волноводов $Q(x, y) = \exp[-(x^2 + y^2)/a^2]$ шириной $a = 0,5$ (соответствует 5 мкм) и глубиной $p \approx 4,3$ (соответствует $\delta n \sim 4,7 \times 10^{-4}$). Мы рассматриваем массивы, состоящие из $N = 5$ тримеров. Микрофотографии таких массивов, изготовленных методом фемтосекундной записи в плавленом кварце, представлены на рис. 5а. Расстояние между волноводами внутри каждого тримера идентично и составляет $d = 33$ мкм, а расстояние s между тримерами варьировалось в диапазоне от 18 до 44 мкм, что позволяет реализовать либо тривиальную, либо топологическую фазу в данной структуре. Трансформация линейного спектра рассматриваемого массива (его моды имеют вид $\psi(x, y, z) = w(x, y) \exp(ibz)$, где b — постоянная распространения, w — вещественная функция, описывающая профиль моды) с изменением расстояния s между тримерами проиллюстрирована на рис. 5б для $N = 5$. При $s \geq d$ (структуры в среднем и нижнем рядах на рис. 5а) система топологически тривиальна, так как связь между волноводами в соседних тримерах слабее внутритримерной, при этом все моды являются делокализованными (см. примеры на рис. 5д, е). Напротив, при $s < d$ (рис. 5а, верхний ряд) связь между тримерами становится сильнее внутритримерной связи, что сопровождается появлением в спектре конечного массива двух пар краевых состояний, отмеченных красными точками на рис. 5б, в каждой из

двух топологических запрещённых зон. Таким образом, спектр данной системы является более богатым по сравнению с обычной структурой Су–Шриффера–Хигера. Для достаточно малого расстояния s пара мод (симметричная и антисимметричная) в каждой запрещённой зоне является практически вырожденной (ср. моды 1 и 2 или моды 3 и 4 на рис. 5г). Топологические краевые состояния в верхней зоне характеризуются наличием синфазных пиков в двух крайних волноводах (моды 1 и 2), в то время как в состояниях из нижней запрещённой зоны эти пики противофазны (моды 3 и 4). Локализация топологических состояний увеличивается с уменьшением расстояния s .

Появление или отсутствие краевых состояний согласуется с тем фактом, что топологический инвариант для данной структуры, непосредственно связанный с фазой Зака [32, 33],

$$\mathcal{W} = \frac{i}{2\pi} \int_{\text{BZ}} \langle w_{\kappa}(x, y) | \partial_{\kappa} | w_{\kappa}(x, y) \rangle d\kappa \quad (3)$$

(он вычисляется для x -периодического массива, причём здесь $w_{\kappa}(x, y)$ — x -периодическая блоховская мода, соответствующая блоховскому моменту κ , а интегрирование ведётся по первой зоне Бриллюэна), приобретает ненулевые значения 1, 2 и 1 для верхней, средней и нижней зон в топологическом режиме при $s < d$ и остаётся равным 0 для всех зон в тривиальном режиме при $s \geq d$. Этот же инвариант используется для описания топологических свойств обычных решёток Су–Шриффера–Хигера. Спектр большего массива с $N = 9$ тримерами (рис. 5в) практически идентичен — с ростом числа тримеров увеличивается только плотность состояний в разрешённых зонах. Устойчивость таких топологических состояний проверялась путём добавления небольшого беспорядка в глубины и положения волноводов в массиве, что не приводило к заметным сдвигам постоянных распространения краевых состояний.

Краевые топологические солитоны ответвляются при наличии нелинейности от линейных краевых состояний при $s < d$. Их также можно найти в виде $\psi(x, y, z) =$

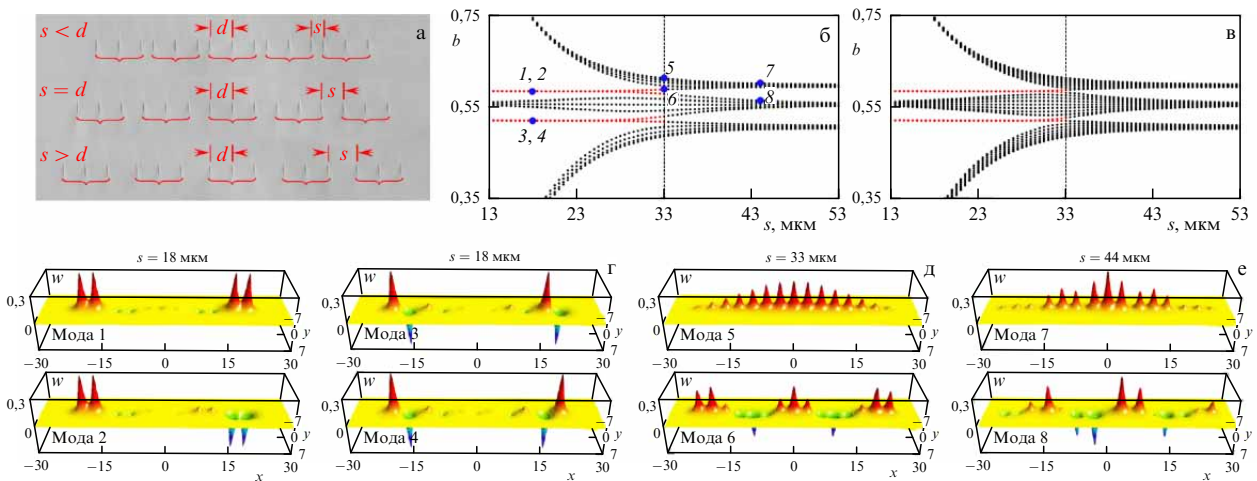


Рис. 5. (а) Микрофотографии массивов из тримеров волноводов, записанных лазерными импульсами, в топологическом и нетопологическом режимах. Преобразование спектра собственных значений линейных мод при изменении расстояния s в массиве с $N = 5$ тримерами (б) и массиве с $N = 9$ тримерами (в). Краевые топологические моды в спектре соответствуют красным точкам, объёмные моды соответствуют чёрным точкам. Профили $w(x, y)$ собственных мод топологического (г) и нетопологического (д), (е) массивов, которые соответствуют синим точкам на рис. б.

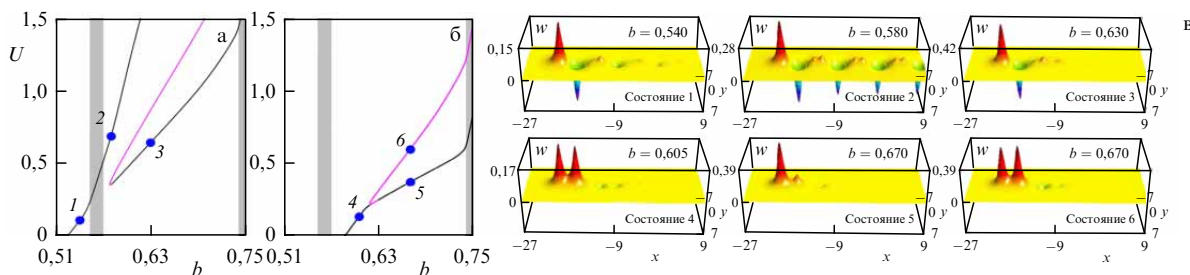


Рис. 6. Семейства солитонов, ответвляющихся от противофазных (а) и синфазных (б) линейных топологических состояний в массиве $s = 18$ мкм. Чёрные ветви решений соответствуют устойчивым состояниям, а пурпурные ветви соответствуют неустойчивым солитонам. Области, закрашенные серым цветом, соответствуют разрешённым зонам. (в) Примеры противофазных (верхний ряд) и синфазных (нижний ряд) топологических солитонов, соответствующих синим точкам на рис. а и б.

$= w(x, y) \exp(ibz)$ из нелинейного уравнения (1), где, в отличие от линейной задачи, постоянная распространения теперь является независимой переменной, определяющей мощность солитона $U = \int |\psi|^2 dx dy$. Профиль краевого солитона определяется симметрией линейного краевого состояния, от которого такой солитон ответвляется. На рисунке 6а показано семейство противофазных солитонов, возникающих из противофазных краевых состояний в нижней топологической запрещённой зоне (см. первый ряд рис. 6в, где представлены типичные решения этого типа). В отличие от обычных поверхностных солитонов, краевые солитоны формируются даже при низких значениях мощности U , т.е. они являются беспороговыми. Когда их постоянная распространения входит в разрешённую зону, показанную на рис. 6а серым цветом, в результате связи с объёмными модами солитон приобретает длинный хвост в глубине массива (состояние 2 на рис. 6в). Взаимодействие с объёмными модами приводит к появлению нескольких ветвей решений, причём на рис. 6а мы показываем лишь самые простые из них. Чёрные ветви решений на данном рисунке соответствуют устойчивым солитонам, а пурпурные — неустойчивым. Анализ устойчивости солитонов производился путём добавления случайного малого шума ρ (до 5% по амплитуде) в исходное распределение поля и распространения такого состояния $\psi|_{z=0} = w(x, y)[1 + \rho(x, y)]$ до расстояний $z \sim 10^4$, на два порядка превышающих длину образца, что позволяет обнаружить даже самые слабые неустойчивости. Заметим, что даже при переходе в верхнюю запрещённую зону противофазный солитон с самой малой мощностью U (состояние 3 на рис. 6а) остаётся устойчивым и хорошо локализованным вплоть до того момента, как его постоянная распространения достигает границы верхней разрешённой зоны.

Второй тип топологических краевых солитонов с двумя синфазными пиками в двух крайних волноводах ответвляется от линейного краевого состояния непосредственно в верхней запрещённой топологической зоне (рис. 6б и состояние 4 на рис. 6в). Синфазное семейство разделяется на две ветви с увеличением b . Одна из них, с меньшей мощностью U , устойчива и соответствует сильно асимметричному состоянию, в котором практически вся мощность сосредоточена в одном крайнем волноводе (состояние 5 на рис. 6в). Другая ветвь характеризуется практически равными по амплитуде синфазными пиками в двух крайних волноводах (состояние 6 на рис. 6в) и является сильно неустойчивой. В нетопологическом режиме, при $s \geq d$, нелинейные состояния, локализованные на краю массива, могут существовать лишь в полубес-

конечной запрещённой зоне и лишь выше значительного порога по мощности U .

Одной из наиболее характерных особенностей данной системы является то, что противофазные и синфазные краевые солитоны могут сосуществовать в разных или в одной и той же запрещённой топологической зоне. Они обладают качественно разной фазовой структурой и распределениями интенсивности, что позволяет осуществлять их избирательное возбуждение правильно подобранными начальными распределениями. Для экспериментов с противофазными солитонами использовались два противофазных пучка, сфокусированных в крайние волноводы структуры и обеспечивающих наибольшее перекрытие с волновым полем целевого состояния (рис. 6в, состояния 1 и 3). Для генерации двух независимых пучков мы использовали излучение от титансапфировой лазерной системы Spitfire HP (Spectra Physics), проходящее через интерферометр Майкельсона с возможностью плавной перестройки фазы между лучами. Для контроля эффективности возбуждения солитонов такого типа измерялась доля $S_2 = U_2/U$ общей мощности, остающаяся в двух крайних возбуждённых волноводах на выходе из образца (данная величина может быть получена путём оцифровки выходных распределений интенсивности, зарегистрированных на научной CMOS-камере). Типичные выходные распределения интенсивности для нетопологического массива с $s = 44$ мкм (рис. 7а) иллюстрируют достаточно медленную дифракцию при низких энергиях, причём большая её часть распределяется между всеми тремя каналами крайнего тримера даже при самых больших значениях E , т.е. формирования солитона не происходит. При этом доля энергии S_2 , сосредоточенная в двух крайних каналах, не превышает 0,5–0,6. В однородном массиве с $s = 33$ мкм (рис. 7б) наблюдается сильная дифракция в глубину массива в линейном режиме и постепенное сжатие до двух краевых волнопроводов с увеличением энергии импульсов, т.е. формирование солитона в данном случае требует превышения некоторой пороговой энергии. Следует подчеркнуть, что из-за импульсного характера возбуждения хвосты пространственных распределений, где вклад от находящихся в линейном режиме крыльев импульсов может быть наиболее сильным, в эксперименте несколько более выражены, чем в теоретическом моделировании. В однородном массиве S_2 монотонно возрастает от нуля до $\sim 0,7$, иллюстрируя существование порога по энергии для формирования солитона. Картина качественно изменяется в топологическом режиме при $s = 18$ мкм (рис. 7в), когда возбуждение солитона происходит даже при низких энер-

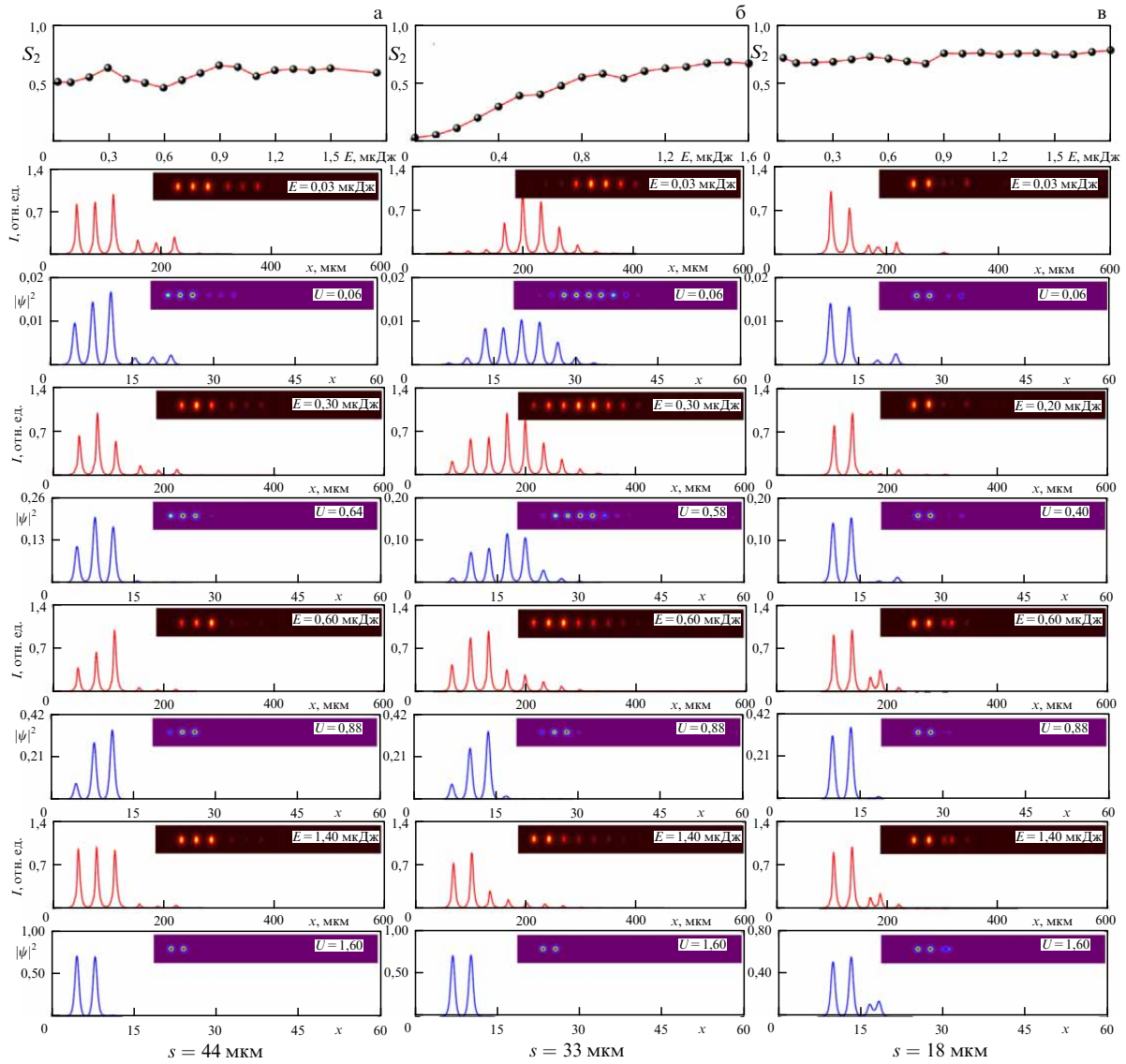


Рис. 7. Нелинейная локализация и формирование солитонов в нетопологических массивах ($s = 44$ мкм (а) и $s = 33$ мкм (б)) и топологическом массиве ($s = 18$ мкм (в)) при возбуждении двух крайних волноводов противофазными пучками. В верхней строке каждого столбца показана экспериментально измеренная доля энергии S_2 , сосредоточенная в двух крайних левых волноводах на выходе, как функция входной энергии импульсов E . В каждом столбце сравниваются экспериментальные (красные линии) и теоретические (синие линии) сечения выходной интенсивности при $y = 0$ и двумерные распределения интенсивности (вставки) для возрастающей входной энергии E .

гиях и большая часть энергии остаётся в двух крайних волноводах. Высокая эффективность возбуждения подтверждается большими значениями $S_2 \sim 0,8$ практически для всех энергий (при этом из-за узости разрешённой зоны между двумя топологическими запрещёнными зонами излучение в глубину массива при её пересечении фактически не наблюдалось).

Для возбуждения синфазных краевых солитонов использовался тот факт, что даже при умеренных уровнях мощности такие солитоны (с устойчивой ветви) становятся сильно асимметричными, и большая часть их мощности оказывается сосредоточенной в одном крайнем волноводе (рис. 6в, состояние 5). В этом случае использовалось одноканальное возбуждение. Чтобы проиллюстрировать его эффективность для $s = 18$ мкм, на рис. 8 представлены зависимости долей выходной мощности, сосредоточенных в одном S_1 и двух S_2 крайних волноводах. При малых энергиях импульсов $E = 15$ нДж почти вся мощность концентрируется в крайнем волноводе, в

то время как при $E \sim 235$ нДж значительная её часть переключается во второй волновод. Последнее согласуется со сценарием возбуждения динамически осциллирующего между двумя каналами состояния, так как данной энергии импульсов ещё недостаточно для формирования устойчивого асимметричного краевого солитона. Его формирование наблюдается для одноканального возбуждения при $E > 300$ нДж, причём профиль такого солитона остаётся практически неизменным в широком диапазоне энергий. Заметим также, что при таком типе возбуждения и для таких расстояний практически весь свет остаётся на выходе в двух крайних волноводах массива.

Таким образом, многообразие топологических солитонов существенно возрастает при использовании массивов, элементарные ячейки которых содержат от трёх и более волноводов. Это свойство может быть особенно актуальным для потенциального наблюдения пока ещё не обнаруженных вихревых топологических солитонов, а также для исследования нелинейных взаимодействий то-

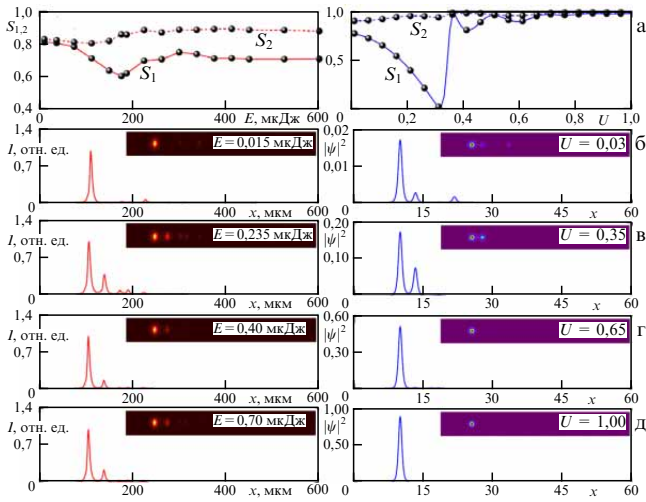


Рис. 8. Формирование синфазного краевого солитона в топологическом массиве с $s = 18$ мкм при одноканальном возбуждении (левая колонка — эксперимент, правая колонка — численное моделирование). (а) Доля выходной мощности, сконцентрированная в крайнем левом (S_1) или в двух левых каналах (S_2), как функция входной энергии импульсов E (в эксперименте) или мощности U (в пространственном численном моделировании). (б–д) Одномерные и двумерные выходные распределения интенсивности для различных входных энергий.

пологических состояний с различными типами симметрии.

4. Одномерные и двумерные топологические π -солитоны в динамических решётках Су–Шриффера–Хигера

В предыдущих разделах было показано, что в статических системах Су–Шриффера–Хигера и подобных им структурах топологические фазы возникают при определённом направлении сдвига волноводов в элементарных ячейках. Помимо таких "статических" систем, существует также целый класс "динамических" топологических систем или систем Флоке, где такие фазы появляются лишь из-за периодических модуляций структуры вдоль эволюционной координаты — например, времени в атомных системах или координаты распространения в волноводных структурах. В таких динамических системах эволюция характеризуется квазипостоянными распространения (или квазиэнергиями), которые заменяют обычные постоянные распространения в статических массивах и которые теперь также являются периодическими величинами с периодом $2\pi/Z$ из-за продольной Z -периодичности системы. Краевые состояния в спектре таких систем могут появляться в точках перекрытия разрешённой зоны с её собственными Флоке-репликами, возникающими из-за периодичности квазипостоянной распространения, и поэтому они обычно называются π -модами — так как в дискретных моделях их квазипостоянные распространения оказываются равными $b = \pm\pi/Z$, в то время как краевые состояния в статических дискретных решётках вида Су–Шриффера–Хигера возникают при $b = 0$. В этом разделе описываются π -солитоны, ответвляющиеся от таких π -мод в динамических решётках Су–Шриффера–Хигера при наличии нелинейности в среде [136].

Для описания особенностей формирования таких состояний рассмотрим неглубокий массив волноводов, в котором центры волноводов периодически осциллируют вдоль определённых траекторий в направлении распространения излучения. Динамика распространения излучения в этой структуре описывается следующим уравнением для амплитуды светового поля ψ :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi - \mathcal{R}(x, y, z) \psi - |\psi|^2 \psi, \quad (4)$$

где, в отличие от уравнения (1), оптический потенциал \mathcal{R} зависит также и от координаты распространения z . В одномерном случае мы рассмотрим массив Су–Шриффера–Хигера с $N = 7$ димерами, показатель преломления в котором описывается функцией $\mathcal{R} = p \sum_{m=1, N} [\exp(-x_{1m}^2/a_x^2 - y^2/a_y^2) + \exp(-x_{2m}^2/a_x^2 - y^2/a_y^2)]$, где $x_{1m} = x_m + d/2 + r \cos(\omega z)$ и $x_{2m} = x_m - d/2 - r \cos(\omega z)$ — координаты центров волноводов в каждой элементарной ячейке, содержащей два волновода, $\omega = 2\pi/Z$ — частота колебаний центров волноводов, Z — продольный период, $x_m = x - 2md$, r — амплитуда колебаний волноводов, в экспериментах, как правило, изменяющаяся от 1 до 11 мкм, $d = 3$ соответствует расстоянию между волноводами 30 мкм при $r = 0$ (ширина элементарной ячейки равна $2d$), $a_x = 0,25$ (2,5 мкм) и $a_y = 0,75$ (7,5 мкм) — ширины волноводов, эллиптических из-за технологии их записи, и $p \approx 4,5$ — нормированная глубина модуляции показателя преломления в массиве. Схематичное изображение такого массива представлено на рис. 9а. Расстояние между волноводами в каждой элементарной ячейке такой структуры $d - 2r \cos(\omega z)$ периодически изменяется с расстоянием z , переводя данную систему из мгновенной топологической фазы (в которой связь между волноводами в соседних димерах превышает внутримерную) в мгновенную нетопологическую фазу (связь между димерами слабее внутримерной), причём среднее расстояние между волноводами равно d . Микрофотографии таких одномерных массивов, изготовленных методом фемтосекундной записи в плавном кварце, представлены на рис. 9б на разных расстояниях z . Период массива $Z = 33$ мм был выбран так, что на длине образца помещается ровно три периода этой Флоке-структуры.

Нетривиальные топологические свойства в данной системе возникают из-за продольных вариаций структуры (осцилляций волноводов). Её линейными собственными модами являются моды Флоке $\psi = w(x, y, z) \exp(ibz)$, где b — квазипостоянная распространения (в первой зоне Бриллюэна $b \in [-\omega/2, +\omega/2)$), а $w(x, y, z) = w(x, y, z + Z)$ — периодическая комплексная функция, удовлетворяющая уравнению (для иллюстрации мы оставили в нём нелинейный член, который опускается при вычислении линейного спектра, поскольку такое же уравнение используется для вычисления профилей π -солитонов):

$$bw = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) w + \mathcal{R}w + i \frac{\partial w}{\partial z} + |w|^2 w. \quad (5)$$

Преобразование линейного спектра с увеличением амплитуды осцилляций волноводов r показано на рис. 9в. В системе Флоке квазипостоянная распространения определена $\text{mod}(\omega)$, и на рис. 9в мы показываем спектр в пределах трёх продольных зон Бриллюэна. Серые линии соответствуют делокализованным объёмным модам, а

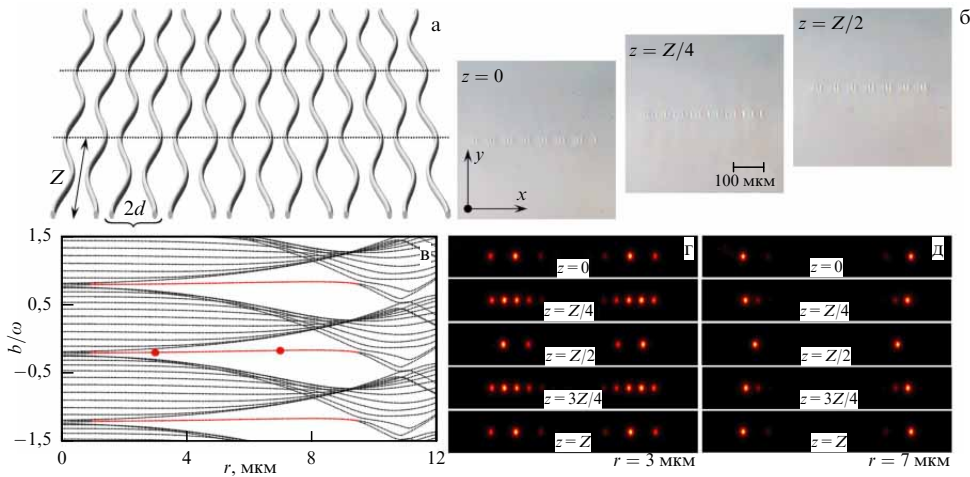


Рис. 9. (а) Схематичное изображение одномерного массива осциллирующих волноводов, включающего 7 элементарных ячеек. (б) Микрофотографии массива волноводов, изготовленного методом фемтосекундной записи, на разных расстояниях в топологической фазе ($z = 0$), локально однородный массив ($z = Z/4$) и в нетопологической фазе ($z = Z/2$). (в) Квазипостоянные распространения мод Флоке осциллирующего массива волноводов в зависимости от амплитуды r осцилляций волноводов. Показаны три продольные зоны Бриллюэна. (г, д) Распределения интенсивности на различных расстояниях внутри одного периода Z в линейных π -модах для двух различных амплитуд осцилляций r , соответствующих красным кружкам на рис. в. Во всех случаях $Z = 33$ мм.

красные — краевым топологическим модам. Они возникают из точек перекрытий Флоке-реплик одной и той же зоны, так как продольная модуляция показателя преломления ведёт к гибридизации состояний на краях зон, снимая их вырождение и приводя к открытию запрещённой зоны. Поскольку рассматриваемый здесь массив симметричен, то локализованные состояния одновременно появляются на обеих его границах. Квазипостоянные распространения таких π -мод попадают в запрещённую зону, что гарантирует отсутствие связи с объёмными модами. Их локализация возрастает с увеличением ширины запрещённой зоны (ср. рис. 9г и д), которая, однако, является немонотонной функцией амплитуды осцилляций r . π -моды осциллируют на периоде Z , но в точности воспроизводят свой профиль после каждого периода структуры. Примечательно, что главный максимум интенсивности в таких состояниях не всегда сосредоточен в крайнем волноводе: например, на рис. 9д видно, что при $z = Z/2$, когда решётка находится в нетопологической фазе, максимум интенсивности переключается во второй волновод. Менее локализованные π -моды при меньших значениях r испытывают ещё более значительные трансформации профилей на одном Z -периоде (рис. 9г). Топологические свойства данной системы характеризуются так называемым π -инвариантом w_π для запрещённой зоны. Подробности его расчёта приведены в работах [124, 128]. В топологической фазе при $r \neq 0$ этот инвариант приобретает целочисленное значение $w_\pi = 1$, указывающее на появление краевых состояний.

При учёте нелинейности в осциллирующем массиве могут формироваться краевые π -солитоны. Их профили можно получить с использованием итерационной процедуры, позволяющей вычислить распределение поля $w(x, y, z)$ на одном Z -периоде, квазипостоянную распространения b и усреднённую амплитуду солитона $A = Z^{-1} \int_z^{z+Z} \max |\psi| dz$, которые определяются мощностью солитона $U = \iint |\psi|^2 dx dy$ (рис. 10). π -солитоны отщепляются от линейной π -моды, их амплитуда возрастает с увеличением мощности (рис. 10б), а квазипостоянная распространения постепенно смещается к границе запрещённой зоны (рис. 10а), что сопровождается изменением степени пространственной локализации солитона, аналогичным происходящему для краевых солитонов в статических волноводных системах. Периодические осцилляции профиля π -солитона показаны на рис. 10в. Такие состояния весьма устойчивы, что подтверждается анализом их распространения с шумом, и они практически не теряют мощность на излучение вплоть до амплитуд осцилляций волноводов $r = 9$ мкм. Это позволяет наблюдать их даже после сотен Z периодов структуры. Анализ устойчивости показал, что при $r > 5$ мкм одномерные π -солитоны являются устойчивыми, пока их квазипостоянная распространения остаётся в запрещённой зоне, но теряют устойчивость в зоне в результате связи с объёмными модами.

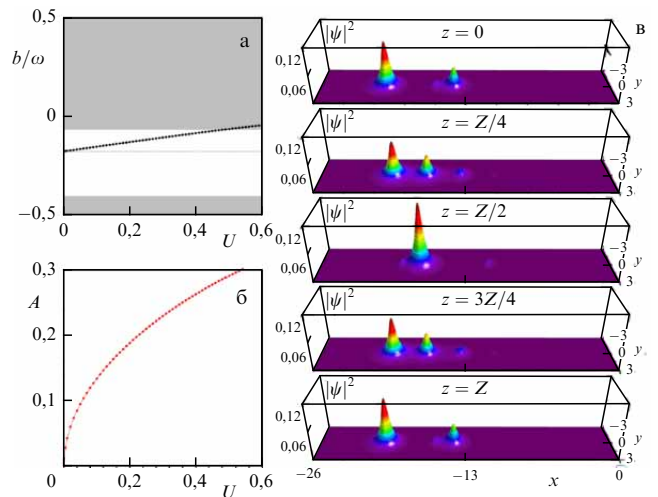


Рис. 10. (а) Квазипостоянная распространения b и (б) усреднённая амплитуда A солитона в зависимости от его мощности U . Серая область на рис. а соответствует разрешённой зоне, а белая область соответствует запрещённой зоне. Горизонтальная линия указывает квазипостоянную распространения линейной π -моды. (в) Распределения интенсивности в π -солитоне с мощностью $U = 0,5$ для разных расстояний на одном продольном периоде массива. Здесь $r = 6$ мкм, $Z = 33$ мм.

щённой зоны (рис. 10а), что сопровождается изменением степени пространственной локализации солитона, аналогичным происходящему для краевых солитонов в статических волноводных системах. Периодические осцилляции профиля π -солитона показаны на рис. 10в. Такие состояния весьма устойчивы, что подтверждается анализом их распространения с шумом, и они практически не теряют мощность на излучение вплоть до амплитуд осцилляций волноводов $r = 9$ мкм. Это позволяет наблюдать их даже после сотен Z периодов структуры. Анализ устойчивости показал, что при $r > 5$ мкм одномерные π -солитоны являются устойчивыми, пока их квазипостоянная распространения остаётся в запрещённой зоне, но теряют устойчивость в зоне в результате связи с объёмными модами.

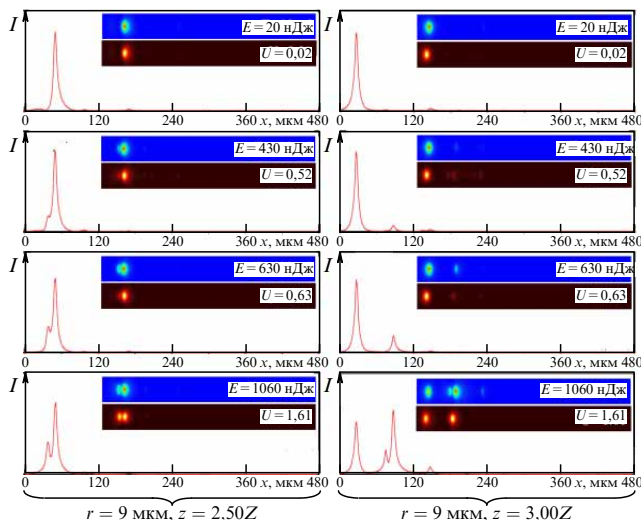


Рис. 11. Срезы при $y = 0$ распределений интенсивности и полные двумерные распределения интенсивности (вставки) на двух разных расстояниях z и при разных энергиях импульсов E , иллюстрирующие формирование одномерных π -солитонов. Вставки с тёмно-коричневым фоном показывают результаты численного моделирования. Здесь $r = 9$ мкм, $Z = 33$ мм.

Для экспериментального наблюдения одномерных π -солитонов в образце из плавленого кварца был изготовлен набор массивов с постепенно увеличивающейся амплитудой осцилляций волноводов от $r = 1$ до 11 мкм (см. микрофотографии на рис. 9б), причём для регистрации динамики во внутренних точках периода помимо структур, содержащих три полных периода, записывались массивы дробной длины $2,25Z$, $2,50Z$ и $2,75Z$. В экспериментах возбуждался крайний левый волновод массива. На рисунке 11 представлены сечения при $y = 0$ и полные двумерные распределения интенсивности на двух разных расстояниях $z = 2,50Z$ и $z = 3,00Z$ при разных энергиях импульсов, генерируемых титан-сапфировой лазерной системой. Локализация у границы осциллирующего массива быстро возрастает с ростом r и уже при $r \geq 7$ мкм достигается эффективное возбуждение краевых состояний даже при заведении света в один волновод. При $r = 9$ мкм свет на определённых расстояниях z локализуется практически в одном канале (рис. 11), причём видно, что, например, при $z = 2,50Z$ свет переключается в соседний с крайним волновод, а при $z = 2,25Z$ мощность разделяется практически поровну между двумя крайними волноводами. При $r = 9$ мкм хорошо локализованные периодически осциллирующие состояния наблюдаются для энергий импульсов вплоть до $E = 900$ нДж (ряды 1–3 на рис. 11), и только при $E \sim 1000$ нДж становится заметно излучение в глубину массива из-за связи с объёмными модами (ряд 4). Для меньших значений амплитуды осцилляций r диапазон энергий, где происходит формирование устойчиво осциллирующих нелинейных состояний, сокращается, так как ширина запрещённой зоны уменьшается с уменьшением r . Отметим, что при тех же энергиях импульсов возбуждение волновода в глубине массива не приводит к формированию локализованных состояний.

Для наблюдения двумерных π -солитонов нами использовался вариант решётки Су–Шриффера–Хигера, каждая элементарная ячейка (квадример) которой содер-

жит четыре волновода. Их центры периодически осциллируют вдоль диагоналей элементарной ячейки. Показатель преломления в такой двумерной структуре Флоке описывается функцией

$$\mathcal{R}(x, y) = p \sum_{m,n} \left[\exp\left(-\frac{x_{1m}^2}{a_x^2} - \frac{y_{1n}^2}{a_y^2}\right) + \exp\left(-\frac{x_{2m}^2}{a_x^2} - \frac{y_{2n}^2}{a_y^2}\right) + \exp\left(-\frac{x_{1m}^2}{a_x^2} - \frac{y_{2n}^2}{a_y^2}\right) + \exp\left(-\frac{x_{2m}^2}{a_x^2} - \frac{y_{1n}^2}{a_y^2}\right) \right], \quad (6)$$

где $x_{1m, 2m} = x_m \pm d/2 \pm r \cos(\omega z)$, $y_{1n, 2n} = y_n \pm d/2 \pm r \cos(\omega z)$ — координаты центров четырёх волноводов в элементарной ячейке, $x_m = x - 2md$ и $y_n = y - 2nd$, m, n — целые числа, параметр r , как и ранее, описывает амплитуду осцилляций. Период колебаний в двумерной структуре составлял $Z = 49,5$ мм, т.е. на длине образца укладывалось два полных периода. Для достижения практически изотропной связи между волноводами их длинные оси были ориентированы вдоль одной из диагоналей решётки, а расстояние между волноводами было увеличено до $d = 32$ мкм (см. схематическое изображение массива на рис. 12а и микрофотографии записанных структур с 5×5 элементарными ячейками на рис. 12б). Фактически такой массив представляет собой изолятор Флоке высшего порядка, периодически переключающийся между "мгновенными" топологическими и нетопологическими фазами.

Линейный спектр двумерного массива, представленный на рис. 12в, показывает возможность формирования угловых π -мод (красные линии), однако по сравнению с одномерным массивом данные моды появляются в достаточно узком диапазоне амплитуд осцилляций волноводов. Это является следствием существенно более сложной структуры спектра статических двумерных структур Су–Шриффера–Хигера, для которых характерно наличие четырёх разрешённых зон в топологической фазе (в отличие от двух разрешённых зон, наблюдаемых в спектре одномерных топологических решёток Су–Шриффера–Хигера). В Z -периодичном массиве Флоке такие зоны могут "складываться" и перекрываться вследствие продольной модуляции показателя преломления (из-за конечной ширины продольной зоны Бриллюэна, равной $2\pi/Z$), что приводит к весьма сложному спектру Флоке. В двумерном случае квазипостоянные распространения угловых мод могут перекрываться с разрешённой зоной, как и в статических топологических изоляторах высшего порядка. Пример линейной угловой моды, периодически воспроизводящей её профиль в динамически модулированном двумерном массиве, представлен на рис. 12г. В нелинейном режиме от таких мод ответвляются угловые π -солитоны, для выбранной амплитуды осцилляций $r = 7$ мкм существующие практически во всей запрещённой зоне, так как квазипостоянная распространения линейной моды для данных параметров расположена у нижнего края запрещённой зоны и увеличивается с увеличением мощности солитона U . Свойства таких солитонов качественно схожи со свойствами одномерных солитонов, представленных на рис. 10. Несмотря на значительные осцилляции, которые двумерные солитоны испытывают на одном продольном периоде Z , они, тем не менее, оказались динамически устойчивыми в кубичной нелинейной среде, что позволило наблюдать их экспериментально.

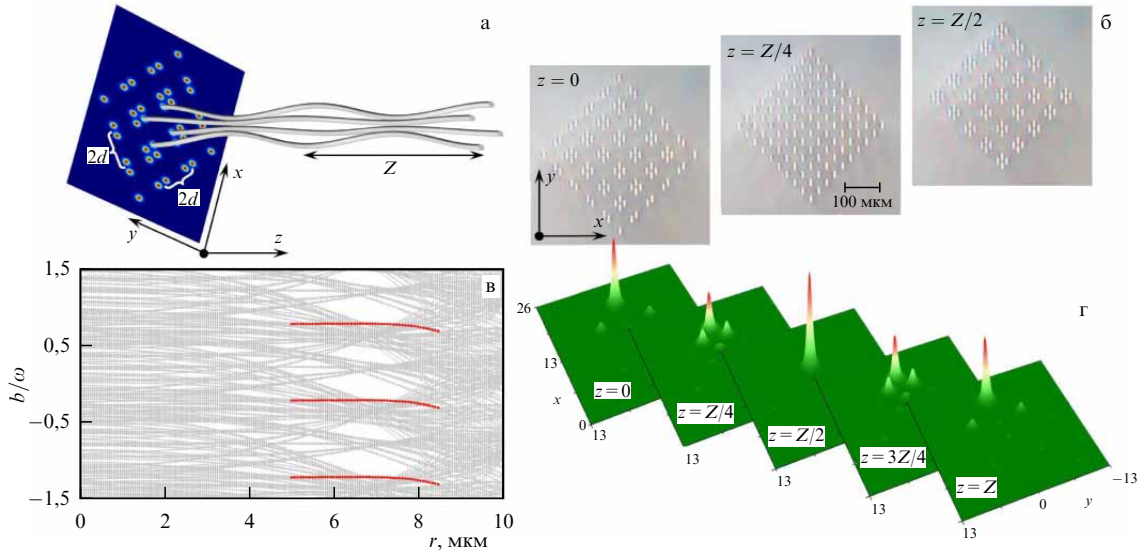


Рис. 12. (а) Схематичное изображение двумерного массива осциллирующих волноводов (в иллюстративных целях здесь показана структура размером 3×3 ячейки). (б) Микрофотографии массива с 5×5 ячейками, изготовленного методом фемтосекундной записи, на разных расстояниях z . (в) Линейный спектр двумерного массива Флоке в зависимости от амплитуды осцилляций волноводов r (показаны три продольные зоны Бриллюэна). (г) Распределения интенсивности в линейной двумерной угловой π -моды на различных расстояниях z при $r = 6$ мкм. Продольный период структуры $Z = 49,5$ мм.

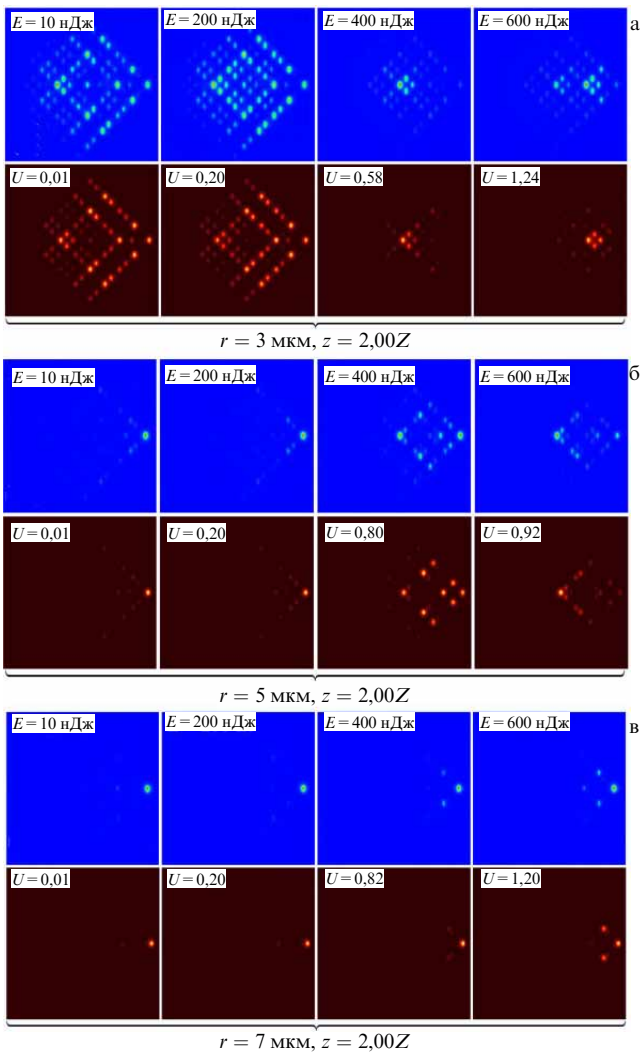


Рис. 13. Возбуждение двумерных π -солитонов в массиве осциллирующих волноводов. Показаны выходные распределения интенсивности на расстоянии $z = 2Z$ для трёх различных амплитуд осцилляций волноводов. Верхний ряд в каждом случае показывает экспериментальные распределения интенсивности для различных энергий импульсов E , а нижний — результаты теоретического моделирования для разных входных мощностей U .

Для этого методом фемтосекундной записи были изготовлены массивы с различными амплитудами осцилляций волноводов от $r = 1$ до 9 мкм (см. микрофотографии типичных массивов на рис. 12б). Солитоны возбуждались с помощью пучка, сфокусированного в угловой волновод массива (например, в правом углу).

На рисунке 13 приведено сравнение экспериментально зарегистрированных и теоретически рассчитанных выходных распределений интенсивности при одноканальном возбуждении в правом углу для различных амплитуд осцилляций волноводов в структуре. При малых амплитудах осцилляций $r \sim 3$ мкм, когда линейные π -моды в спектре Флоке отсутствуют, при всех энергиях импульсов наблюдается сильная дифракция в глубь массива, т.е. в данном случае нелинейности для формирования углового солитона не хватает при доступных уровнях энергии (рис. 13а). При этом заметна тенденция к постепенному стягиванию выходного распределения интенсивности к угловому каналу с ростом E . Эффективное возбуждение угловых π -мод происходит при амплитудах осцилляций $r \geq 5$ мкм. В последнем случае с ростом энергии импульсов E наблюдается формирование π -солитонов, диапазон существования которых по энергии E возрастает с увеличением амплитуды осцилляций волноводов r . При дальнейшем повышении энергии импульсов вне данного диапазона происходит делокализация угловых состояний из-за проникновения их квазипостоянной распространения в разрешённую зону, приводящего к связи с объёмными модами. Например, при $r = 5$ мкм хорошо локализованные угловые π -солитоны формируются при энергиях импульсов $E < 300$ нДж, в то время как уже при $E \sim 400$ нДж (рис. 13б) наблюдается уход излучения в глубину массива. При $r = 7$ мкм формирование солитонов наблюдается даже при энергиях импульсов $E \sim 600$ нДж с тенденцией к незначительному увеличению вторичных максимумов интенсивности в солитоне (рис. 13в). Возбуждения в других углах решётки (например, в верхнем) дают аналогичные результаты, подтверждающие формирование π -солитонов, тогда как возбуждение в глубине массива дифрагирует в указанном диапазоне энергий импульсов.

Приведённые выше результаты наглядно иллюстрируют, что состояния Флоке в динамически модулированных волноводных системах существуют и демонстрируют богатую динамику даже в нелинейных режимах распространения. Нетривиальное взаимодействие нелинейности и топологии в этих структурах может быть использовано для реализации солитонных состояний с новыми типами симметрии, которые не существуют в статических массивах, наблюдения нелинейных эффектов в аномальных топологических системах Флоке.

5. Заключение

Представленные в данной работе результаты демонстрируют, что даже простейшие топологические системы на основе решёток Су–Шриффера–Хигера позволяют наблюдать уникальные взаимодействия между нелинейными и топологическими эффектами. Устойчивые краевые солитоны, возникающие в подобных структурах, являются одним из проявлений упомянутых взаимодействий. В топологических системах такие явления, как генерация новых гармоник, переключения между локализованными состояниями, контролируемые преобразования мод зачастую приобретают новые, совершенно неожиданные черты, а их эффективность может быть существенным образом повышена за счёт нетривиальной топологии системы, приводящей к сильной локализации топологических состояний. Исследование вышеперечисленных явлений в топологических структурах новых типов и с различными типами нелинейности является одной из задач современной бурно развивающейся нелинейной топологической фотоники. В настоящий момент особый интерес в этой области вызывают нелинейные диссипативные топологические системы. Например, на основе таких систем могут быть построены топологические лазеры различного типа (с однонаправленными краевыми состояниями или высшего порядка), генерация в которых является существенно более эффективной по сравнению с обычными лазерными системами и к тому же нечувствительной к наличию беспорядка в структуре. Остаются практически не изученными нелинейные эффекты в целом новом классе топологических изоляторов на аперидических решётках, обладающих новыми типами симметрии, несовместимыми с кристаллическими симметриями. Работы в указанном направлении потенциально позволяют предложить новые типы оптически контролируемых топологических устройств для защищённой передачи данных и информации.

Благодарности. Настоящее исследование выполнено при поддержке гранта 24-12-00167 Российского научного фонда и частично в рамках темы FFUU-2024-0003 "Наноструктуры, нанофотоника, нелинейная физика фотонных сред и холодных атомов и их применение" Института спектроскопии РАН.

Список литературы

1. Волков Б А, Панкратов О А *Письма в ЖЭТФ* **42** 145 (1985); Volkov B A, Pankratov O A *JETP Lett.* **42** 178 (1985)
2. Панкратов О А *УФН* **188** 1226 (2018); Pankratov O A *Phys. Usp.* **61** 1116 (2018)
3. Веденеев С И *УФН* **187** 411 (2017); Vedeneev S I *Phys. Usp.* **60** 385 (2017)
4. Тарасенко С А *УФН* **188** 1129 (2018); Tarasenko S A *Phys. Usp.* **61** 1026 (2018)
5. Hasan M Z, Kane C L *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045 (2010)
6. Qi X-L, Zhang S-C *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057 (2011)
7. Süsstrunk R, Huber S D *Science* **349** 47 (2015)
8. Huber S D *Nature Phys.* **12** 621 (2016)
9. Peng Y-G et al. *Nat. Commun.* **7** 13368 (2016)
10. He C et al. *Nature Phys.* **12** 1124 (2016)
11. Lu J et al. *Nature Phys.* **13** 369 (2017)
12. Jotzu G et al. *Nature* **515** 237 (2014)
13. Goldman N et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **110** 6736 (2013)
14. Leder M et al. *Nat. Commun.* **7** 13112 (2016)
15. Zhang W et al. *Phys. Rev. Lett.* **123** 254103 (2019)
16. Zhai H et al. *New J. Phys.* **18** 080201 (2016)
17. Nalitov A V, Solnyshkov D D, Malpuech G *Phys. Rev. Lett.* **114** 116401 (2015)
18. Bardyn C-E et al. *Phys. Rev. B* **91** 161413 (2015)
19. Karzig T et al. *Phys. Rev. X* **5** 031001 (2015)
20. Kartashov Ya V, Skryabin D V *Optica* **3** 1228 (2016)
21. Bleu O, Solnyshkov D D, Malpuech G *Phys. Rev. B* **93** 085438 (2016)
22. St-Jean P et al. *Nat. Photon.* **11** 651 (2017)
23. Klembt S et al. *Nature* **562** 552 (2018)
24. Su R et al. *Sci. Adv.* **7** eabf8049 (2021)
25. Wang Z et al. *Nature* **461** 772 (2009)
26. Hafezi M et al. *Nature Phys.* **7** 907 (2011)
27. Khanikaev A B et al. *Nature Mater.* **12** 233 (2013)
28. Rechtsman M C et al. *Nature* **496** 196 (2013)
29. Maczewsky L J et al. *Nat. Commun.* **8** 13756 (2017)
30. Mukherjee S et al. *Nat. Commun.* **8** 13918 (2017)
31. Klimov V V et al. *Phys. Rev. B* **98** 075433 (2018)
32. Lu L, Joannopoulos J D, Soljacić M *Nat. Photon.* **8** 821 (2014)
33. Ozawa T et al. *Rev. Mod. Phys.* **91** 015006 (2019)
34. Kim M, Jacob Z, Rho J *Light Sci. Appl.* **9** 130 (2020)
35. Xie B et al. *Nat. Rev. Phys.* **3** 520 (2021)
36. Lindner N H, Refael G, Galitski V *Nature Phys.* **7** 490 (2011)
37. Rudner M S et al. *Phys. Rev. X* **3** 031005 (2013)
38. Rudner M S, Lindner N H *Nat. Rev. Phys.* **2** 229 (2020)
39. Noh J et al. *Phys. Rev. Lett.* **120** 063902 (2018)
40. Dong J-W et al. *Nature Mater.* **16** 298 (2017)
41. Wu X et al. *Nat. Commun.* **8** 1304 (2017)
42. Gao F et al. *Nature Phys.* **14** 140 (2018)
43. He X-T et al. *Nat. Commun.* **10** 872 (2019)
44. Peterson C W et al. *Nature* **555** 346 (2018)
45. Noh J et al. *Nat. Photon.* **12** 408 (2018)
46. Mittal S et al. *Nat. Photon.* **13** 692 (2019)
47. El Hassan A et al. *Nat. Photon.* **13** 697 (2019)
48. Smirnova D et al. *Appl. Phys. Rev.* **7** 021306 (2020)
49. Rachel S *Rep. Prog. Phys.* **81** 116501 (2018)
50. Szameit A, Rechtsman M C *Nature Phys.* **20** 905 (2024)
51. Dobrykh D A et al. *Phys. Rev. Lett.* **121** 163901 (2018)
52. Lan Z, You J W, Panoiu N C *Phys. Rev. B* **101** 155422 (2020)
53. Ivanov S K et al. *Laser Photon. Rev.* **16** 2100398 (2022)
54. Kruk S S et al. *Nano Lett.* **21** 4592 (2021)
55. Hadad Y et al. *Nat. Electron.* **1** 178 (2018)
56. Hadad Y, Khanikaev A B, Alù A *Phys. Rev. B* **93** 155112 (2016)
57. Maczewsky L J et al. *Science* **370** 701 (2020)
58. Zangeneh-Nejad F, Fleury R *Phys. Rev. Lett.* **123** 053902 (2019)
59. Banerjee R, Mandal S, Liew T C H *Phys. Rev. Lett.* **124** 063901 (2020)
60. Leykam D, Chong Y D *Phys. Rev. Lett.* **117** 143901 (2016)
61. Lumer Y et al. *Phys. Rev. A* **94** 021801 (2016)
62. Lumer Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 243905 (2013)
63. Mukherjee S, Rechtsman M C *Science* **368** 856 (2020)
64. Ablowitz M J, Curtis C W, Ma Y-P *Phys. Rev. A* **90** 023813 (2014)
65. Ablowitz M J, Cole J T *Phys. Rev. A* **96** 043868 (2017)
66. Ablowitz M J, Cole J T *Phys. Rev. A* **99** 033821 (2019)
67. Zhang Z et al. *Nat. Commun.* **11** 1902 (2020)
68. Ivanov S K et al. *ACS Photon.* **7** 735 (2020)
69. Ivanov S K et al. *Opt. Lett.* **45** 1459 (2020)
70. Ivanov S K et al. *Phys. Rev. A* **103** 053507 (2021)
71. Mukherjee S, Rechtsman M C *Phys. Rev. X* **11** 041057 (2021)
72. Mukherjee S, Rechtsman M C *Optica* **10** 1310 (2023)

73. Zhong H et al. *Adv. Photon.* **3** (5) 056001 (2021)
74. Smirnova D A et al. *Phys. Rev. Research* **3** 043027 (2021)
75. Ren B et al. *Nanophotonics* **10** 3559 (2021)
76. Kirsch M S et al. *Nature Phys.* **17** 995 (2021)
77. Hu Z et al. *Light Sci. Appl.* **10** 164 (2021)
78. Ren B et al. *Light Sci. Appl.* **12** 194 (2023)
79. López Carreño J C, Bermúdez Feijoo S, Stobińska M *npj Nanophoton.* **1** 3 (2024)
80. Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **53** 208 (1991); Volovik G E *JETP Lett.* **53** 222 (1991)
81. Gurarie V *Phys. Rev. B* **83** 085426 (2011)
82. Manmana S R et al. *Phys. Rev. B* **86** 205119 (2012)
83. Su W P, Schrieffer J R, Heeger A J *Phys. Rev. Lett.* **42** 1698 (1979)
84. Solnyshkov D D et al. *Phys. Rev. Lett.* **118** 023901 (2017)
85. Gorlach M A, Slobozhanyuk A P *Nanosystems Phys. Chem. Math.* **8** 695 (2017)
86. Chaunsali R et al. *Phys. Rev. B* **103** 024106 (2021)
87. Zykin A Y, Skryabin D V, Kartashov Y V *Opt. Lett.* **46** 2123 (2021)
88. Bongiovanni D et al. *Phys. Rev. Lett.* **127** 184101 (2021)
89. Hang C et al. *Phys. Rev. A* **103** L040202 (2021)
90. Malkova N et al. *Opt. Lett.* **34** 1633 (2009)
91. Xia S et al. *Light Sci. Appl.* **9** 147 (2020)
92. Guo M et al. *Opt. Lett.* **45** 6466 (2020)
93. Bisianov A et al. *Phys. Rev. A* **100** 063830 (2019)
94. Pieczarka M et al. *Optica* **8** 1084 (2021)
95. Pernet N et al. *Nature Phys.* **18** 678 (2022)
96. Jin L *Phys. Rev. A* **96** 032103 (2017)
97. Midya B, Feng L *Phys. Rev. A* **98** 043838 (2018)
98. Martinez Alvarez V M, Coutinho-Filho M D *Phys. Rev. A* **99** 013833 (2019)
99. Wang Y et al. *Phys. Rev. B* **103** 014110 (2021)
100. Zhang Y et al. *Opt. Express* **29** 42827 (2021)
101. Kartashov Y V et al. *Phys. Rev. Lett.* **128** 093901 (2022)
102. Kartashov Y V, Konotop V V *Chaos Solitons Fractals* **179** 114461 (2024)
103. Ma J, Xi X, Sun X *Laser Photon. Rev.* **13** 1900087 (2019)
104. Merlo J M et al. *J. Opt.* **23** 065001 (2021)
105. Chen Q et al. *ACS Photon.* **8** 1400 (2021)
106. Kraus Y E et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 106402 (2012)
107. Zilberberg O et al. *Nature* **553** 59 (2018)
108. Krueckl V, Richter K *Phys. Rev. Lett.* **85** 115433 (2012)
109. Li C et al. *Phys. Rev. A* **99** 053814 (2019)
110. Zhang Y et al. *Laser Photon. Rev.* **12** 1700348 (2018)
111. Zhong H et al. *Opt. Lett.* **44** 3342 (2019)
112. Ma X et al. *Opt. Lett.* **45** 5311 (2020)
113. Kartashov Y V, Skryabin D V *Phys. Rev. Lett.* **119** 253904 (2017)
114. Bazhan N, Malomed B, Yakimenko A *Opt. Lett.* **46** 6067 (2021)
115. Efremidis N K *Phys. Rev. A* **104** 053531 (2021)
116. Song W et al. *Laser Photon. Rev.* **14** 1900193 (2020)
117. Arkhipova A A et al. *Nanophotonics* **11** 3653 (2022)
118. Garanovich I L et al. *Phys. Rep.* **518** 1 (2012)
119. Kitagawa T et al. *Phys. Rev. B* **82** 235114 (2010)
120. Rudner M S et al. *Phys. Rev. X* **3** 031005 (2013)
121. Rudner M S, Lindner N H *Nat. Rev. Phys.* **2** 229 (2020)
122. Asbóth J K, Tarasinski B, Delplace P *Phys. Rev. B* **90** 125143 (2014)
123. Dal Lago V, Atala M, Foa Torres L E F *Phys. Rev. A* **92** 023624 (2015)
124. Fruchart M *Phys. Rev. B* **93** 115429 (2016)
125. Zhang Y et al. *ACS Photon.* **4** 2250 (2017)
126. Petráček J, Kuzmiak V *Phys. Rev. A* **101** 033805 (2020)
127. Mandal S, Kar S *Phys. Rev. B* **109** 195124 (2024)
128. Cheng Q et al. *Phys. Rev. Lett.* **122** 173901 (2019)
129. Wu S et al. *Phys. Rev. Research* **3** 023211 (2021)
130. Song W et al. *Laser Photon. Rev.* **15** 2000584 (2021)
131. Sidorenko A et al. *Phys. Rev. Research* **4** 033184 (2022)
132. Cheng Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **129** 254301 (2022)
133. Zhu W et al. *Nat. Commun.* **13** 11 (2022)
134. Zhong H et al. *Phys. Rev. A* **107** L021502 (2023)
135. Ivanov S K, Kartashov Y V *Chaos Solitons Fractals* **174** 113866 (2023)
136. Arkhipova A A et al. *Sci. Bull.* **68** 2017 (2023)
137. Jensen S *IEEE J. Quantum Electron.* **18** 1580 (1982)
138. Nguyen V H et al. *Opt. Lett.* **45** 5221 (2020)

Experiments with nonlinear topological edge states in static and dynamically modulated Su–Schrieffer–Heeger arrays

Y.V. Kartashov^{(1,*), S.K. Ivanov^{(1), Y.Q. Zhang^{(2), S.A. Zhuravitskii^{(3), N.N. Skryabin^{(3), I.V. Dyakonov^{(3), A.A. Kalinkin^{(3), S.P. Kulik^{(3), V.O. Kompanets^{(1), S.V. Chekalin^{(1), V.N. Zadkov^(1,4)}}}}}}}}}}

⁽¹⁾ Institute of Spectroscopy, Russian Academy of Sciences, ul. Fizicheskaya 5, 108840 Troitsk, Moscow, Russian Federation

⁽²⁾ Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education & Shaanxi Key Lab of Information Photonic Technique, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, 710049 Xi'an, China

⁽³⁾ Lomonosov Moscow State University, Quantum Technology Centre, Leninskie gory 1, str. 35, 119991 Moscow, Russian Federation

⁽⁴⁾ National Research University Higher School of Economics, ul. Myasnitskaya 20, 101000 Moscow, Russian Federation

E-mail: ^(*) kartashov@isan.troitsk.ru

Progress in the observation of solitons in photonic topological insulators is discussed. Results are presented of experiments with nonlinear topological states in Su–Schrieffer–Heeger arrays — fabricated using the femtosecond writing technique — that are static, i.e., invariable in the direction of light propagation, and dynamically modulated (primarily periodically) in the direction of light propagation. Such objects are one of the simplest models of a topologically nontrivial structure. Solitons in topological insulators bifurcate with increasing laser beam power from linear edge states in the topological bandgap, inheriting their topological protection. The spatial localization of the soliton and the position of its propagation constant in the topological bandgap depend in a nonlinear medium on peak power and can be effectively controlled. Experimental observation of the switching of the edge topological modes in the bandgap between two closely spaced dimerized Su–Schrieffer–Heeger arrays is presented. The switching, whose rate depends on radiation intensity, can be completely arrested in a strongly nonlinear regime. In trimer waveguide arrays, whose spectrum in the topological phase features two simultaneously emerging topological bandgaps with edge states of different symmetries, two coexisting types of topological solitons exhibiting different degrees of stability were observed. We also discuss experimental observations of π -solitons — nonlinear topological Floquet states periodically reproducing their profiles in 1D- and 2D-dimensional Su–Schrieffer–Heeger arrays modulated in the direction of propagation of radiation.

Keywords: Su–Schrieffer–Heeger arrays, topological solitons, switching, topological photonics

PACS numbers: 05.45.Yv, 42.65.Re, 42.65.Tg

Bibliography — 138 references
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **194** (11) 1159–1176 (2024)
 DOI: <https://doi.org/10.3367/UFN.2024.08.039740>

Received 7 March 2024, revised 28 June 2024
Physics–Uspekhi **67** (11) (2024)
 DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2024.08.039740>