<u>ΥCΠΕΧИ ΦИЗИЧЕСКИХ НАУК</u>

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Решение Керра – Ньюмана объединяет гравитацию с квантовой теорией

А.Я. Буринский

Модель электрона Керра – Ньюмана (КН), порождаемого сверхвращающимся гравитационным полем чёрной дыры, модифицируется до чёрно-белой дыры, которая как поглощает, так и излучает электромагнитные волны. Следуя квантовой электродинамике, мы рассматриваем решение КН как модель голого или одетого электрона, где голый электрон образует безмассовую релятивистскую струну, отвечающую за волновые свойства электрона как квантовой частицы, а одетый электрон формирует тяжёлое ядро электронно-позитронного вакуума, одетое гравитационным полем КН посредством формирования электронной и позитронной петель Вильсона. В рамках формализма Керра – Шильда рассматривается класс излучающих решений КН, которые поглощают электромагнитное поле как обычная чёрная дыра, и одновременно излучают его своей белой стороной.

Ключевые слова: полуклассическая гравитация, электрон как чёрная дыра, петли Вильсона, решение Керра с излучением, КЭД, суперсимметрия, электрон Керра–Ньюмана, классическая релятивистская струна, голый электрон, одетый электрон

PACS numbers: 04.60.-m, 04.70.-s, 11.25.-w

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2024.07.039721

Содержание

- 1. Введение (1095).
- 2. Геометрия Керра Ньюмана как чёрно-белая дыра (1099).
- 3. Голый электрон как релятивистская струна и квантовая частица (1100).
- 4. Петли Вильсона и рождение сильной магнитной связи (1102).
- 5. Решение Керра Ньюмана с излучением и теорема Керра (1102).
- 6. Заключение (1104).
- Приложение. Суперсимметрия, сверхпроводимость и поле Хиггса (1106).

Список литературы (1106).

1. Введение

Проблема объединения гравитации и квантовой теории является, по-видимому, главной нерешённой проблемой современной теоретической физики.

Революционный шаг к объединению квантовой теории с гравитацией был сделан в *теории суперструн*, которая рассматривала частицы как протяжённые струны. Встречный подход — рассматривать чёрные дыры как элементарные частицы — предлагался неоднократно с

А.Я. Буринский

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, ул. Б. Тульская 52, 115191 Москва, Российская Федерация E-mail: bur@ibrae.ac.ru

Статья поступила 5 декабря 2023 г., после доработки 23 апреля 2024 г.

1980 г., и с 1990-х гг. он привлёк также внимание в теории суперструн. Однако, как отметил один из основателей теории суперструн Джон Шварц: "...с 1974 г. теория суперструн перестала рассматриваться как физика частиц..." и "...реалистичные модели элементарных частиц до сих пор кажутся далёкой мечтой..." [1].

Интерес к связи между чёрными дырами, струнами и элементарными частицами появился вскоре после открытия решений Керра и Керра – Ньюмана (КН) [2–5].

Альтернативой теории суперструн является петлевая квантовая гравитация.

Эти два подхода к проблеме взаимодействия гравитации и квантовой теории хорошо известны и широко обсуждаются до сих пор, хотя и подвергаются критике, поскольку не подтверждаются экспериментально и не приносят новых результатов.

Между тем третья область исследований, связанная с решением КН, также продолжает обсуждаться уже более 50 лет [6–8] и недавно вновь привлекла внимание как развитие модели элементарной квантовой частицы (электрона) в виде сверхвращающейся чёрной дыры Керра– Ньюмана [3, 9–19, 21, 22].

Следуя аргументации Роджера Пенроуза [23], это третье направление исследований, в противоположность традиционным направлениям "квантования гравитации", можно было бы назвать "гравитизация квантовой теории", и в последнее время появилась серия работ, в которых предлагаются разные варианты такой гравитизации [24, 25]. Наиболее близкое направление к рассматриваемой нами модификации чёрной дыры КН предложено в работе [26] и связанных с ней работах [27, 28]. Одним из наиболее важных моментов в новой интерпретации квантовой частицы как сверхвращающейся чёрной дыры КН снова оказывается модель струны, но это уже не теория суперструн многомерной квантовой гравитации, а классическая релятивистская струна, возникающая в четырёх измерениях как классическое решение системы уравнений Эйнштейна-Максвелла.

Образование чёрных дыр связано с гравитационным эффектом затягивания пространства [29], который никогда ранее не рассматривался в физике частиц. Оказывается, что этот эффект действительно нетривиален и очень важен для понимания физической картины взаимодействия гравитации с квантовой теорией, поскольку он придаёт электрону дополнительную магнитную массуэнергию, порождаемую петлями Вильсона, связанными с гравитационным затягиванием пространства во вращающейся чёрной дыре КН.

Электромагнитные возбуждения кольцевой струны являются источником волновой функции электрона, в то время как взаимодействующее с волной гравитационное поле решает одну из главных спорных проблем квантовой теории — проблему редукции волновой функции в конечной точке её линейной эволюции [23].

Противоречие между квантовой теорией и гравитацией проявляется наиболее остро в теории электрона. Квантовая теория Дирака представляет электрон как точечный математический объект, гибрид волны и частицы, в то время как гравитация требует протяжённого распределения материи в пространстве-времени.

Предположение о том, что частицы являются чёрными дырами, впервые высказали независимо ряд известных физиков, Нобелевских лауреатов: Абдус Салам (Abdus Salam), Франк Вильчек (Frank Wilczek) и Герард Хофт (Gerard 't Hooft). Эти ранние идеи касались только решения Шварцшильда, свойства которого очень далеки от свойств вращающегося решения Керра, и практически не имели отношения к модели вращающейся чёрной дыры КН.

Рассмотрение чёрной дыры Керра как модели электрона начинается с работы Картера [3] (1968 г.), который обнаружил, что решение Керра – Ньюмана (метрика Керра с зарядом) имеет гиромагнитное отношение (g = 2) такое же, как у электрона Дирака.

В отличие от гравитационного радиуса решения Шварцшильда $l_{\rm S} = gm/c^2$, эффективная зона гравитационного взаимодействия в решении КН определяется радиусом керровского сингулярного кольца

$$a = \frac{L}{mc} \,, \tag{1}$$

который обратно пропорционален массе *m* и прямо пропорционален угловому моменту *L*. Для параметров электрона с массой *m* и спином $L = \hbar/2$ параметр вращения ($a = \hbar/2mc$) равен половине длины волны Комптона, и обычные аргументы об исключительной роли планковской длины (см., например, [30]) оказываются недействительными.

"Неточечность" электрона как модели чёрной дыры Керра-Ньюмана является важным сюрпризом, связывающим электрон КН с моделями релятивистских струн. В координатах Керра-Шильда $x^{\mu} = (t, x, y, z)$, $\mu = (0, i), i = (1, 2, 3)$ [10], связанных со вспомогательным асимптотически плоским пространством Мин-



Рис. 1. Сингулярное кольцо решения КН как струна и как линия фокусировки световой конгруэнции с твистом, которая аналитически переходит с положительного листа r > 0 на отрицательный лист r < 0 решения КН.



Рис. 2. Искажение угловой координаты решения КН, вызванное гравитационным затягиванием пространства вблизи сингулярного кольца Керра.

ковского

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}\left(-1, 1, 1, 1\right),\tag{2}$$

решение КН описывает классическое гравитационное поле кольцевой струны половины комптоновского радиуса *a* (рис. 1, 2), которая релятивистски вращается, затягивая световые конусы в главном нулевом (световом) направлении скрученной конгруэнции Керра.

На комптоновский размер электрона указывал также Израэль [12], и позднее Лопез [13] и др., и это совсем не безобидный факт, поскольку комтоновский масштаб 10^{-11} см, являясь естественным масштабом для физики частиц, на 22 порядка превышает традиционный планковский масштаб 10^{-33} см, на котором основана как квантовая петлевая гравитация, так и теория суперструн.

Вслед за Картером модель электрона КН была детально рассмотрена в фундаментальной работе Дебнея, Керра и Шильда (ДКШ) [10] и далее в важных работах Израэля [12] и Лопеза [13], а также в моделях [14, 15], основанных на идее Уиллера "массы без массы" и ана-



Рис. 3. Гравитационное затягивание пространства в модели электрона Лопеза. Релятивистская кольцевая струна формируется на границе диска Керра.



логии сингулярного кольца Керра с классической струной Нильсена – Олесена [31].

Эти работы были учтены в серии работ [17–19], в которых модель электрона рассматривалась как сверхпроводящий "мешок" (по аналогии с моделями мешков в МІТ- и SLAC-моделях), имеющий форму очень тонкого сверхпроводящего диска Керра толщиной $\approx a/137$ и радиусом *a*, равным половине комптоновской длины волны электрона (рис. 3, 4).

Диск Керра образовывал вакуумное ядро электрона, окаймлённое петлёй Вильсона, которая сформирована гравитационным затягиванием электромагнитного потенциала (frame-dragging) вблизи сингулярного кольца. (См. также рис. 5, 6, иллюстрирующие затягивание пространства наклоном световых конусов в направлении вращения диска [32].) По своей природе модель электрона КН согласована с классической гравитацией как точное решение системы уравнений Эйнштейна – Максвелла для взаимодействующих гравитационного и электромагнитного полей:

$$R_{\mu\nu} = -8\pi T_{\mu\nu}\,,\tag{3}$$

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \left(F_{\mu\lambda} F_{\nu}^{\lambda} - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} F_{\lambda\kappa} F^{\lambda\kappa} \right), \tag{4}$$

50 40 Горизонт ешения Шварцшильда 30 20 10 0 -10-20-30-40-50 -80-60100 -100-40-200 20 40 60 80

Рис. 5. Коллапс в решении Шварцшильда. Затягивание световых конусов *1*, *2*, *3* в чёрную дыру по мере приближения к горизонту решения Шварцшильда. Жирные стрелки указывают направление наклона конусов. Вершина конуса *4* расположена на горизонте, конус *5* — под горизонтом.



Рис. 6. Ультрарелятивистское вращение решения Керра. Круговое затягивание световых конусов *1*, *2*, *3* в экваториальной плоскости по мере приближения к сингулярному кольцу Керра. Жирные стрелки указывают направление наклона конусов. Конус *3* расположен на поверхности предела статичности, конус *4* касателен к сингулярному кольцу.

и точное решение этой системы уравнений в виде кольцевой релятивистской струны КН, представленной в координатах Керра–Шильда [10] (далее ДКШ), разрешает, казалось бы, непреодолимое противоречие между гравитацией и квантовой теорией:

1) точечный бесструктурный электрон квантовой теории *несовместим* с гравитацией;

2) протяжённый гравитирующий электрон *несовме*стим с квантовой теорией.

Однако безмассовая кольцевая релятивистская струна, представленная в *мировых* координатах Керра – Шильда (x, y, z, t) как вектор состояния в картине Гейзенберга, снимает это противоречие. При релятивистском вращении диска Керра струна сжимается под действием преобразований Лоренца в квантовую точку, порождая в картине Шрёдингера волновую функцию, прикреплённую к точечному электрону, в соответствии с интерпретацией квантовой теории в модели волны-пилота Бома – де Бройля [33].

6 УФН, т. 194, № 10



Рис. 7. Чёрная, позитронная, сторона диска Керра с входящей конгруэнцией Керра k^- .

Гравитационное поле КН оказывается полем релятивистски вращающегося диска [12, 34], которое давно привлекало внимание как поле, "...возникающее при переходе к равномерно вращающейся системе отсчёта..." [35, § 89], и как поле, "...в котором пространственновременные координаты "частицы" зависят от параметра собственного времени..." [36]. Процесс экспериментального определения координат и размера релятивистски вращающегося диска, осуществляемый рассеянием света (фотонами), не будет соответствовать теоретическому описанию границы диска в мировых координатах (x, y, z, t), поскольку он сильно искажается влиянием *собственного времени* $\tau = ds/c$.

Регуляризованный электрон Лопеза образует вакуумный диск (bubble) толщиной $2r_e$ и радиусом *a*, равным половине длины волны Комптона (1) (см. рис. 3, 4). Плоское ядро электрона Лопеза сохраняет *внешнее* гравитационное и электромагнитное поле решения КН, приобретая внутреннюю метрику пространства Минковского при $r < r_e = e^2/2m$. Граница регуляризованного диска Керра является линией фазового перехода Гинзбурга–Ландау [37], интерполирующей между внешней классической областью гравитационого и электромагнитного поля и сверхпроводящим ядром электрона.

Регуляризация Лопеза фактически определяет гранину между зоной действия классической и квантовой физики как линию фазового перехода механизма Хиггса [40] к суперсимметричному вакуумному состоянию внутри ядра электрона. На границе Лопеза концентрируется также векторный потенциал, формирующий кольцевую струну и обнаруженную в [38, 39] петлю Вильсона, затягиваемую гравитационным полем КН.

В работе [19] было впервые замечено, что суперсимметричный фазовый переход, формирующий сверхпроводящее вакуумное состояние, связан не с одной, а с двумя граничными поверхностями диска Керра r_e^{\pm} , которые можно трактовать как электронную и позитронную границы (рис. 7, 8). Это явно указывало на связь электрона КН с квантовой электродинамикой и подтверждалось суперсимметричной формой механизма Хиггса [40], которая с необходимостью возникает при формировании вакуумного ядра электрона.



Рис. 8. Белая, электронная, сторона диска Керра с выходящей конгрузнцией Керра k^+ .

Как было показанно позже в [7, 8], регуляризация суперсимметричного решения КН формирует две границы вакуумного ядра, электроную и позитронную, и две соответствующие петли Вильсона формируют пару монополь – антимонополь, порождая сильную магнитную связь между электронной и позитронной стороной диска Керра.

С другой стороны, связь решения КН с квантовой электродинамикой (КЭД), которая подсказывается эффективностью действия механизма суперсимметрии в структуре решения КН, позволяет предположить, что разделение механизма формирования массы электрона подобно КЭД на голую массу и массу одетого электрона может оказаться плодотворным также и в структуре решения КН. Действительно, мы обнаруживаем, что масса, генерируемая классической релятивистской струной, может быть идентифицирована как масса голого электрона, в то время как масса, генерируемая суперсимметрией и полями Хиггса, требует перенормировки согласно КЭД. Таким образом, мы обнаруживаем, что граница рассмотрения голого и одетого электрона тесно связана с границей перехода от класической теории к квантовой.

Голый электрон формируется классической гравитацией Керра-Шильда в виде сингулярной безмассовой кольцевой струны в представлении Гейзенберга. Струна приобретает массу при релятивистском вращении унитарным фактором и сжимается в точечный электрон, соответствующий волновой функции в представлении Шрёдингера.

Одетый электрон формируется суперсимметричными полями Хиггса, которые порождают согласованный с КЭД фазовый переход [40] от классического внешнего поля к суперсимметричному вакуумному состоянию ядра электрона КН [19], что реализует также фазовый переход Гинзбурга–Ландау [37] к сверхпроводящему состоянию внутри ядра электрона.

Масса-энергия одетого электрона рождается из бесконечной гравитационной и электромагнитной энергии сингулярного кольца Керра, в котором регуляризация Лопеза рождает электронную и позитронную границы r_e^{\pm} , и две формирующиеся на этих границах петли Вильсона трансформируют сингулярный избыток гравитационной и электромагнитной энергии в энергию связи

1099

монополя и антимонополя путём формирования сильного магнитного взаимодействия электронного и позитронного вакуума.

2. Геометрия Керра – Ньюмана как чёрно-белая дыра

Сингулярное кольцо Керра является линией ветвления пространства на два листа, и решение КН с параметрами электрона не является на самом деле чёрной дырой, потому что для типичных параметров элементарных частиц выполняется условие сверхэкстремальности $a^2 \ge e^2 + m^2$, при котором горизонты чёрной дыры исчезают и сингулярное кольцо чёрной дыры Керра–Ньюмана оказывается голым, не закрытым горизонтом.

Ещё до первой работы Картера о решении КН как модели электрона [3] двулистная топология решения КН вызвала критические замечания в работе Ньюмана и Джэниса [11], и в последующей работе Израэля [12] второй лист решения КН был обрезан и заменён специальным распределением материи, выбранным в соответствии с уравнениями Эйнштейна (3). Удаление второго листа перешло затем в работу Лопеза [13] и далее в работу Хамити [34] и во многие последующие работы.

Это затормозило развитие модели электрона КН, и только в работах 2022-2023 гг. [7, 8, 41] мы приходим к выводу, что второй лист решения КН является позитронным листом, формирующим электронно-позитронный вакуум в соответствии со структурой КЭД. Модифицированное решение КН должно рассматриваться не как чёрная дыра, а скорее как объединение БЕЛОЙ и ЧЁРНОЙ дыры в виде "моста Эйнштейна – Розена" [42], т.е. как решение, которое не только поглощает входящее электромагнитное (ЭМ) поле как ЧЁРНАЯ дыра (см. рис. 7), но также и излучает ЭМ-поле своей БЕЛОЙ стороной (см. рис. 8). Решение КН должно стать радиационным и не только поглощать входящее ЭМ-поле, но также и входить с ним резонанс, генерируя волновую функцию уравнения Шрёдингера, и затем излучать её обратно в виде выходящего ЭМ-поля БЕЛОЙ дыры.

"Отрицательный" лист решения КН, отсечённый Израэлем и Лопезом, *не является лишним*, и в декартовых координатах вспомогательного пространства Минковского $x^{\mu} = (t, x, y, z)$ (с сигнатурой - + ++) метрика Керра–Шильда [10] принимает модифицированную форму

$$g_{\mu\nu}^{\pm} = \eta_{\mu\nu} + 2Hk_{\mu}^{\pm}k_{\nu}^{\pm} \,, \tag{5}$$

в которой скалярная функция Н решения КН имеет вид

$$H_{\rm KN} = \frac{mr - e^2/2}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} \,. \tag{6}$$

Конгруэнция Керра k_{μ} , описываемая нулевым (светоподобным) векторным полем $k_{\mu}(x)$ ($k_{\mu}k^{\mu} = 0$), расщепляется на два направления k_{μ}^{\pm} , позволяя описывать как "прошлое" (знак –), так и "будущее" пространство-время (знак +) в зависимости от направления конгруэнции Керра: k_{μ}^{-} для ЧЁРНОГО листа метрики (см. рис. 7), поглощающего входящую радиацию, и выходящей конгруэнции Керра k_{μ}^{+} для БЕЛОГО, излучающего листа модифицированного решения КН (см. рис. 8). Векторный потенциал регуляризованного решения КН зависит от направления конгруэнции Керра $k_{\mu}^{\pm}(x^{\mu})$:

$$A^{\pm}_{\mu} = \frac{\pm er}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} \, k^{\pm}_{\mu} \,, \tag{7}$$

а также от положения границы ядра $r_{\rm e}^+ = e^2/2m$ (или $r_{\rm e}^- = -e^2/2m$) и знака заряда e.

Угловые координаты Керра (r, θ, ϕ_K) , связанные с декартовыми координатами вспомогательного пространства Минковского (t, x, y, z) соотношениями, соответствующими сплюснутой сфероидальной системе координат [10], также расщепляются на соотношения для приходящего и уходящего решения:

$$x \pm iy = (r \pm ia) \exp\{i\phi_{K}^{\pm}\} \sin \theta,$$

$$z = r \cos \theta, \quad \rho^{\pm} = \pm r - t, \qquad (8)$$

где координата $\rho^+ = r - t$ является "запаздывающей" временной координатой, а $\rho^- = -r - t$ — "опережающей".

Топологически нетривиальное *двулистное* решение КН формируется аналитическим переходом конгруэнции Керра с отрицательного листа метрики КН через сингулярное кольцо Керра r = 0 на положительный лист (см. рис. 1), $r^+ \rightarrow r^-$ через горловину r = 0, и мы сопоставляем положительный лист $r = r^+$ с полем электрона и отрицательный лист $r = r^-$ с полем позитрона.

Вектор-потенциал A_{μ}^{+} регуляризованного решения КН принимает максимальное значение $A_{\mu}^{\max +}$ в экваториальной плоскости $\cos \theta = 0$ и затягивается гравитационным полем в направлении выходящей конгруэнции k^{+} , формируя БЕЛУЮ (электронную) петлю Вильсона $\phi_{\rm K} \in [0, 2\pi]$, в то время как потенциал A_{μ}^{-} , противоположно заряженный и затягиваемый входящей конгруэнцией k^{-} в противоположном направлении, формирует ЧЁРНУЮ (позитронную) петлю Вильсона с противоположным магнитным эффектом (см. рис. 7, 8). В работах [43, 44] чёрная и белая границы, расположенные в экваториальной плоскости диска Керра, рассматриваются как две полуструны единой кольцевой струнной системы.

Как будет показано в разделе 4, чёрная и белая петли Вильсона порождают гравитационно-одетое вакуумное состояние электрона КН, образующее сильно связанную магнитную пару монополя и антимонополя.

Электростатическая энергия петель Вильсона частично сокращается, а нескомпенсированный остаток в виде электростатической компоненты запаздывающего потенциала $A_t^+(r)$ формирует массу-энергию электрона в соответствии с известным соотношением [35, 45]

$$m = U = \frac{e}{2} \int_{r_e}^{\infty} A_t(r) \,\mathrm{d}r \,. \tag{9}$$

Точное решение КН было получено в работе Дебнея, Керра и Шильда [10], в которой конгруэнция Керра описывается дифференциальной формой

 $k_{\mu} \,\mathrm{d}x^{\mu} = \mathrm{d}u + \bar{Y} \mathrm{d}\zeta + Y \mathrm{d}\bar{\zeta} - Y \bar{Y} \mathrm{d}u\,, \tag{10}$

в нулевых декартовых координатах пространства Минковского

$$2^{1/2}\zeta = x + iy, \quad 2^{1/2}\overline{\zeta} = x - iy,$$

$$2^{1/2}u = z + t, \quad 2^{1/2}v = z - t.$$
(11)

Функция $Y(x)(x \in \mathbb{M}^4)$ играет в работе ДКШ центральную роль и определяется теоремой Керра (см. раздел 5)¹.

Два решения $Y(x)^{\pm}$, определямых теоремой Керра, дают две конгруэнции Керра: уходящую k^+ , связанную с излучением белой (электронной) стороной решения КН, и входящую k^- , связанную с поглощением излучения чёрной (позитронной) стороной решения КН.

Одно-формы k^{\pm} , выраженные через угловые координаты Керра, приобретают вид

$$k^{\pm}_{\mu} \mathrm{d}x^{\mu} = \mp \mathrm{d}r - \mathrm{d}t \pm a \sin^2 \theta \,\mathrm{d}\phi^{\pm}_{\mathrm{K}} \,, \tag{12}$$

в котором k^+ и k^- связаны пространственным отражением $a \to -a$ со сменой углового направления $\phi_{\rm K} \to -\phi_{\rm K}$, а соответствующие потенциалы электронного и позитронного поля A^+ и A^- связаны дополнительной сменой знака заряда $e \to -e$.

Релятивистская кольцевая струна, представляющая собой основную особенность решения КН, формируется простым алгебраическим преобразованием ("трюком ", как написано в [48]) классического сферически-симметричного гармонического решения, в частности для связанной системы гравитационого и электромагнитного поля. Этот "трюк" преобразует точечное гармоническое решение, представленное в декартовой системе координат $\phi(t, x, y, z)$, комплексным сдвигом координат $\phi(t, x, y, z) \rightarrow \phi(t, x, y, z + ia), \kappa$ новому решению в виде релятивистской кольцевой струны. Он был открыт П. Аппелем и описан в очень короткой заметке [49] ещё в 1887 г., задолго до открытия решения КН (см. также [41]). Комплексный сдвиг Аппеля формирует комплексную радиальную координату $\tilde{r} = r + ia\cos\theta$, которая определяет связь между сфероидальными координатами Керра – Шильда $r_{\rm K}$, $\theta_{\rm K}$, $\phi_{\rm K}$ и декартовыми координатами (t, x, ty, z), а также определяет комплексно-сопряжённую структуру преобразованием $\phi(t, x, y, z) \rightarrow \phi(t, x, y, z - ia)$, описывая как входящее, так и выходящее поле чёрной и белой стороны решения КН.

Позитронный лист метрики $g_{\mu\nu}^-$ несёт большую отрицательную энергию позитронного вакуума, включающую дираковское море состояний с E < 0, взаимодействующих с гравитационным полем КН. Эта энергия, отождествляемая с квантовым эффектом Казимира, компенсируется вакуумной энергией электрона (состояниями с E > 0). Таким образом, формирование вакуумного состояния решения КН — не чисто классический гравитационный эффект, а скорее следствие полуклассической гравитации, в которой уравнения Эйнштейна (3) являются классическими, но тензор энергии-момента (4) включает квантовую радиацию эффекта Казимира [26].

Компенсация вакуумных возбуждений реализуется в решения КН как сильная магнитная связь электронного листа с позитронным, обусловленная формированием петлями Вильсона пары монополь – антимонополь (см. раздел 4, а также работу [47], в которой поляризация вакуума и рождение виртуальных пар интерпретируются с точки зрения тёмной материи).

Решение КН для чёрной дыры соответствует направлению конгруэнции внутрь чёрной дыры, в то время как в новой модели электрона обе конгруэнции, входящая k^- и

выходящая k^+ , играют важную роль. В соответствии с удвоением комплексной структуры Аппеля в двух сопряжённых направлениях комплексного сдвига, $x^{\mu} \rightarrow x^{\mu} \pm \pm iaz$, появляются две метрики: приходящая и уходящая.

3. Голый электрон как релятивистская струна и квантовая частица

Электронная модель Израэля представляет собой классическое стационарное решение уравнений Эйнштейна – Максвелла в виде сингулярного кольца половины комптоновского радиуса, записанного в системе координат Керра – Шильда в фиксированный момент времени $t = t_0 = \text{const.}$

Хамити показал в [34], что ядро электрона Израэля релятивистски вращается с угловой скоростью 1/*a*, и край диска Керра движется со скоростью света, реализуя известную модель Ландау и Лифшица [35, § 89] генерации гравитационного поля на равномерно вращающемся диске. Следовательно, сингулярная кольцевая струна, формирующая диск Керра, должна быть безмассовой релятивистской струной, которая при релятивистском вращении должна сжиматься и превращаться в точку под действием сокращения Лоренца [35].

Фактически алгебраический "трюк" Аппеля является реализацией физической модели классического решения КН и геометрии релятивистски вращающегося диска Ландау – Лифшица, связывающей протяжённую классическую релятивистскую струну с квантовой точечной частицей уравнения Шрёдингера. Мы полагаем, что механическая масса у классической релятивистской струны отсутствует ($m_{\rm str} = 0$) и масса-энергия электрона КН порождается временной компонентой запаздывающего потенциала (9), в то время как пространственные компоненты потенциала A_i (i = 1, 2, 3) затягиваются гравитационным полем, формируя петлю Вильсона, стягивающуюся в точку в системе "собственного времени", в соответствии с [35].

Таким образом, протяжённая струнная структура электрона Израэля не противоречит точечному электрону квантовой теории, устраняя главное препятствие в проблеме их объединения (см. пункты 1 и 2 введения).

Хотя безмассовая кольцевая струна Керра, как обычно, удовлетворяет уравнениям Намбу–Гото, она существенно отличается от струн, используемых в известной теории суперструн, тем, что *она порождает массу вращением*, т.е. недопустимыми в теории суперструн продольными модами. Такие струны рассматривались в [50, 51] как некритические модели классической струны Намбу–Гото.

Вектор состояния электрона |bra) формируется как аксиальный вектор в представлении Гейзенберга с фиксированной осью \mathbf{n}_z , ортогональной к экваториальной плоскости решения КН, параметризованный угловой координатой Керра $\phi_K \in [0, 2\pi]$.

Оператор момента $\mathbf{p} = \mathbf{p}^{(tr)} + \mathbf{p}^{(s)}$ разлагается на трансляционную часть $\mathbf{p}^{(tr)}$, связанную с перемещением электрона как целого, и оператор углового момента $\mathbf{p}^{(s)} = \mathbf{n}_z \partial/\partial \phi_K$, связанный с вращением кольцевой струны в угловом направлении ϕ_K .

Векторы состояния в картинах Гейзенберга и Шрёдингера связаны унитарным преобразованием [52]

$$|\Psi_{\rm S}(x,t)\rangle = \exp\left(-\mathrm{i}Ht\right)|\Psi_{\rm H}(\phi,t_0)\rangle,\qquad(13)$$

¹ Хотя функция Y(x) пронизывает весь текст работы ДКШ [10], в ней нет упоминания о теореме Керра. Она формулируется как "Теорема Керра" в работе Пенроуза [46] (см. также [41]).

показывающим, что волновая функция уравнения Шрёдингера порождается унитарным оператором вращения $U = \exp(-iHt)$, действующим на *статическое* состояние кольцевой струны $|\Psi_{\rm H}(\phi, t_0)\rangle$, которое в представлении Гейзенберга соответствует фиксированному моменту времени $t = t_0$.

Полагая трансляционую часть момента равной нулю, $\mathbf{p}^{(tr)} = 0$, и оставляя только продольную составляющую $p^{(s)}$, связанную с вращением струны, $H = E = p^{(s)}$, мы получаем, что унитарный фактор $U = \exp(-iHt) =$ $= \exp(-ip^{(s)}t)$, действующий на статическое состояние кольцевой струны Керра, сответствует кинетической энергии её вращения, и волны — возбуждения кольцевой струны Керра — оказываются привязанными к точечному состоянию электрона Шрёдингера, реализуя модель волны-пилота, предложенную для интерпретации квантовой теории де Бройлем и Бомом [33].

Уравнение Дирака. Следуя стандартному выводу уравнения Дирака², мы линеаризуем гамильтониан $H = [(\mathbf{p})^2 + m_{\rm str}^2]^{1/2}$ для безмассовой струны, $m_{\rm str} = 0$. В базисе γ -матриц $\gamma^{\mu} = (\gamma^0, \gamma^i)$, i = 1, 2, 3, связанных со вспомогательным пространством Минковского (2), гамильтониан расщепляется на положительно- и отрицательно-частотную части,

$$H = \pm p_i \gamma^i \,. \tag{14}$$

Взаимодействие с электромагнитным полем вводится путём калибровочно-инвариантной замены $p^{\mu} \rightarrow p^{\mu} - -eA^{\mu}$, при которой выражение для гамильтониана приобретает вид

$$H = (\pm p_i + eA_i^{\mp})\gamma^i - m_{\rm str}\gamma^0.$$
⁽¹⁵⁾

Массовый член $m_{\rm str}$ заменяется электростатическим полем кольцевой струны, расположенной на краю белой (излучающей) стороны решения КН, соответствующим полю запаздывающего потенциала A^+ (9).

Поскольку отрицательный знак в (14) связан с отрицательными частотами волновой функции, он должен соответствовать ко-вектору состояния сопряжённого позитрона:

$$\langle \Psi_{\rm H}(\phi, t_0) | \exp\left(\mathrm{i}Ht\right) = \langle \Psi_{\rm S}\left(x, t\right) | \,. \tag{16}$$

Уравнение Дирака принимает операторную форму

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\phi_{\mathbf{K}}, t) = (\gamma^{x} \mathbf{n}_{x} + \gamma^{y} \mathbf{n}_{y}) \frac{\partial}{\partial \phi_{\mathbf{K}}} \psi(\phi_{\mathbf{K}}, t), \qquad (17)$$

в которой матрицы $\gamma^{\mu} = (1, \gamma^{i})$ задаются в декартовых координатах $x^{\mu} = (t, x, y, z)$ вспомогательного пространства Минковского.

Спинор ψ_p удовлетворяет уравнению Дирака

$$\left[\gamma^{\mu}\left(\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} - eA_{\mu}\right) + m^{\text{Dir}}\right]\psi_{p} = 0.$$
(18)

В базисе Вейля матрицы Дирака имеют вид

$$\gamma^{\mu} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^{\mu} \\ \bar{\sigma}^{\mu} & 0 \end{pmatrix}, \tag{19}$$

² Мы полагаем c = 1.

где спинор Дирака содержит два спинора Вейля:

$$\psi^{\mathbf{D}}(\phi_{\mathbf{K}},t) = \begin{pmatrix} \chi_{\alpha} \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}.$$

Двухкомпонентные матрицы γ^{μ} в представлении Вейля [40] позволяют расщепить уравнение Дирака и выразить решение через два вейлевских спинора $\chi_{\alpha}(\phi_{\rm K}^+)$ и $\bar{\psi}^{\dot{\alpha}}(\phi_{\rm K}^-)$, которые параметризуются угловой координатой Керра $\phi_{\rm K}$ и образуют в представлении Гейзенберга левую |left> и правую
 (right| полуструны противоположной спиральности.

Уравнение Дирака разделяется на положительно-частотное электронное уравнение

$$\hat{p}_{\mu}\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\chi^{\dot{\alpha}} = -m^{\rm Dir}\psi_{\alpha} \tag{20}$$

и отрицательно-частотное позитронное уравнение

$$\hat{p}_{\mu}\sigma^{\mu\dot{\alpha}\alpha}\psi_{\alpha} = -m^{\mathrm{Dir}}\chi^{\dot{\alpha}}\,,\tag{21}$$

в которых массовый член m^{Dir} приравнивается к нулю, поскольку масса-энергия электрона КН генерируется безмассовой релятивистской струной, дополнительно загруженной гравитацией, а "механический" вклад в массу отсутствует.

Таким образом, кольцевая струна КН формируется как сумма левого (электронного) вектора состояния $|\Psi_{\rm H}(\phi_{\rm K}, t_0)\rangle$ и правого (позитронного) ко-вектора $\langle\Psi_{\rm H}(\phi_{\rm K}, t_0)|$, которые вместе дают два полных оборота угловой координаты Керра: левый виток $\phi_{\rm K}^+ \in [0, 2\pi]$ и противоположно ориентированный правый виток $\phi_{\rm K}^- \in [-2\pi, 0]$ замкнутой кольцевой струны. Левая и правая полуструны синхронизируются структурой *ориентифолда* [43, 54] (рис. 9), образуя вместе единое электроннопозитронное вакуумное состояние.

Формирование ориентифолда. Замкнутая четырёхмерная струна $X^{\mu}(t,\sigma) = X^{\mu}_{L}(t+\sigma) + X^{\mu}_{R}(t-\sigma)$, определённая на отрезке $\Sigma = [0, 2\pi]$, складывается и представляется как сумма двух открытых полуструн, у которых левые моды X^{μ}_{L} определены на отрезке $\sigma \in [0, \pi]$, а правые моды X^{μ}_{R} определены на противоположно ориентированном отрезке $\sigma \in [\pi, 2\pi]$, со следующей идентификацией:

$$X_{\mathbf{R}}^{\mu}\left(\sigma+\pi\right) = X_{\mathbf{L}}^{\mu}\left(\sigma\right), \quad X_{\mathbf{L}}^{\mu}\left(\sigma+\pi\right) = X_{\mathbf{R}}^{\mu}\left(\sigma\right).$$
(22)

При этом проекция $\sigma \to a\phi_K/2$ отображает левый интервал $\sigma_L \in [0, \pi]$ на + границу белого диска Керра $\sigma_L \to \phi_K \in [0, 2\pi]$, соответствующую электронной полуструне, и отображает правый интервал $\sigma_R \in [\pi, 2\pi]$ на



Рис. 9. Формирование ориентифолда: отрезок прямой проектируется на край диска Керра, накрывая его дважды.

противоположно ориентированную границу чёрного диска Керра $\sigma_{\rm R} \to \phi_{\rm K} \in [-2\pi, 0]$, образующего позитронную полуструну электронно-позитронного вакуумного ядра электрона.

Таким образом, уравнение Дирака отображается на правую и левую кольцевые полуструны, параметризованные угловыми координатами Керра $\phi_{\rm K}^+$ и $\phi_{\rm K}^-$, как это предполагалось в [44].

4. Петли Вильсона и рождение сильной магнитной связи

В регуляризованном решении КН плоское сверхпроводящее ядро электрона КН формируется двумя поверхностями B^{\pm} (белой и чёрной), которые фиксируются параметром обрезания Лопеза $r = r_c$ и отделяют зону вакуумного ядра от внешних гравитационного и электромагнитного полей. При этом на краю диска Керра, вблизи регуляризованного сингулярного кольца, потенциал электромагнитного поля (7) резко возрастает и одновременно затягивается сильным гравитационым полем, формируя две затянутые вдоль границы диска петли C^{\pm} (электронную и позитронную), которые расположены в экваториальной плоскости $\cos \theta = 0$ на небольшом расстоянии $r = r^{\pm}$ от регуляризованного сингулярного кольца.

Потенциал, затягиваемый световым направлением k_{μ}^{+} , на границе $r = r^{+}$ принимает значение

$$A_{\mu}^{+} = -\frac{er}{r^{2} + a^{2}\cos^{2}\theta} k_{\mu}^{+}, \qquad (23)$$

и его угловая компонента возрастает, принимая форму замкнутой петли,

$$C^+: \{\phi_{\mathbf{K}} \in [0, 2\pi]\}, \tag{24}$$

в виде вытянутой вдоль петли δ -функции

$$A_{\mu}^{\max} \, \mathrm{d}x^{\mu} = -\frac{2m}{e} \left(-\mathrm{d}t - \mathrm{d}\phi_{\mathrm{K}} \right). \tag{25}$$

При интегрировании по контуру C^+ петля Вильсона $W(C^+) = \exp \{ e \oint_{C^+} A_\mu^{+\max} \, \mathrm{d} x^\mu \}$ даёт приращение фазы

$$\delta\phi = e \oint_{C^+} A_{\phi_{\mathrm{K}}}^{+\,\mathrm{max}} \,\mathrm{d}\phi_{\mathrm{K}} = 4\pi m a\,, \qquad (26)$$

которое в соответствии с основным соотношением для параметров решения Керра,

$$J = ma = \frac{\hbar}{2} , \qquad (27)$$

даёт набег фазы 2*πћ*.

Мы видим, что приращение фазы вдоль петель Вильсона квантуется подобно фазе волновой функции, давая квантовый вклад в классическое действие через "минимальную" связь $p_{\mu} \rightarrow p_{\mu} - eA_{\mu}$.

Чтобы однозначно определить $W(C^+)$, нам нужно положить $\delta \phi = 2\pi$, и мы получаем [53, 55], что петля Вильсона даёт условие квантования углового момента J = 1/2, а также имеет дополнительные квантовые решения, $\delta \phi = n2\pi$, с n = 2, 3...

Согласно теореме Стокса, такая петля Вильсона *С*⁺ должна генерировать магнитный поток

$$\Phi = \oint_{C^+} A_{\phi_{\rm K}}^{+\,\rm max} \, \mathrm{d}\phi_{\rm K} = 4\pi m a = \frac{4\pi\hbar}{2} = \frac{h}{e} \,, \tag{28}$$

равный половине кванта магитного поля $\Phi_0 = h/2e$, и, следовательно, петля C^+ рождает монополь Дирака.

Монополь несёт бесконечную энергию и не может родиться один, следовательно, вторая петля Вильсона должна с контуром C^- генерировать антимонополь.

Действительно, потенциал $A_{\mu}^{-\max} dx^{\mu}$, связанный со входящей конгруэнцией Керра k_{μ}^{-} , концентрируясь на "зеркальной" границе $r = r^{-} = -e^{2}/2m$, принимает значение

$$A_{\mu}^{-\max} \, \mathrm{d}x^{\mu} = \frac{2m}{e} \left(-\mathrm{d}t + \mathrm{d}\phi_{\mathrm{K}} \right), \tag{29}$$

образуя кольцевую струну вдоль петли C^- (в потенциале учитывается смена знака заряда при переходе $r \to -r$).

Интегрируя петлю $W(C^{-}) = \exp \{-e \oint_C A_{\mu}^{-\max} dx^{\mu}\}$ с противоположной ориентацией контура C^{-} , мы получаем противоположный набег фазы

$$-\delta\phi = -e\oint_{C^-} A_{\phi_{\mathrm{K}}}^{-\max} \,\mathrm{d}\phi_{\mathrm{K}} = -4\pi ma = -4\pi J\,,\qquad(30)$$

и энергетический вклад петли Вильсона на границе $C^$ почти полностью сокращает вклад петли при C^+ , за исключением важной асимметрии, которая даёт конечный вклад. Интеграция по границе C^+ связана с запаздывающим векторным потенциалом, т.е. с исходящей "базовой" конгруэнцией, которая порождает гравитационное поле КН, в то время как граница C^- связана с входящим вектор-потенциалом $A_{\mu}^{-\max} dx^{\mu}$, который не содержит электростатической компоненты

$$A_t = \frac{-er}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} \,\mathrm{d}t \,. \tag{31}$$

Эта компонента обычно ассоциируется с массой электрона [45], появляющейся как массовый член *m* в уравнении Дирака (18) и в выражении (6) для полной гравитационной массы в решении КН.

Поэтому сильное суммарное взаимодействие между гравитационным полем КН и двумя петлями Вильсона C^{\pm} не проявляется непосредственно в значении *m* для полной массы, а действует нелинейно, увеличивая массу частицы за счёт уменьшения радиуса *a* в основном соотношении Керра (1).

Таким образом, две петли Вильсона, расположенные на белой и чёрной границах диска Керра C^+ и C^- , генерируют магнитно-связанную пару, состоящую из монополя Дирака и антимонополя, порождая вакуумное состояние в сверхпроводящем ядре электрона и ток Дирака как поверхностный ток сверхпроводимости.

5. Решение Керра-Ньюмана с излучением и теорема Керра

Известно, что как для решения Шварцшильда, так и для решения Райснера–Нордстрема были получены впоследствии их радиационные обобщения, такие как решение Вайдьи для светящейся звезды и решение Киннерсли, известное как решение для фотонной ракеты³. Аналогичные попытки найти соответствующие обобщения для решений Керра и КН реализованы не были, и главным препятствием в этом является связанный с вращением

³ Vaidya P C *Phys. Rev.* **83** 10 (1951); Kinnersley W *Phys. Rev.* **186** 1335 (1955)

твист метрики Керра, который делает решение киральным, теряющим симметрию комплексного сопряжения.

Однако эта проблема может быть решена для сдвоенного сверхвращающегося решения КН, содержащего как излучение, так и поглощение массы-энергии, т.е. как чёрную, так белую стороны, и это имеет прямое отношение к связанному электронно-позитронному вакуумному состоянию решения КН.

Анализ наиболее детального вывода решения КН в рассмотренной основной работе ДКШ [10] показал, что решение не является полным и содержит только киральную, безрадиационную часть, поскольку система уравнений ДКШ была проинтегрирована до окончательного вида только при дополнительном условии⁴

$$\gamma = 0, \qquad (32)$$

которое сохраняет сильную магнитную связь между входящим и уходящим эдектромагнитным полем электронно-позитронного вакуумного состояния, но устраняет связывающее их электромагнитное излучение, формирующее состояния |bra) и (ket| как единую струнную систему.

Подход к радиационным обобщениям решений КН рассматривался в наших работах 2002–2004 гг. [56–58], в которых уравнения ДКС были повторно проинтегрированы, и в работе [57] были получены условия согласования приходящих и уходящих ЭМ-возбуждений.

Центральную роль в работе ДКШ [10] играет теорема Керра, определяющая комплексные функции $Y(x^{\mu})$, $x^{\mu} = (t, x, y, z)$, что позволяет зафиксировать киральные исходящие (или антикиральные входящие) конгруэнции Керра k^{\pm} в нулевых декартовых координатах $(u, v, \zeta, \overline{\zeta})$ пространства Минковского.

Теорема Керра определяет Y(x) как голоморфное решение алгебраического уравнения F = 0, где порождающая функция $F(Y, \lambda_1, \lambda_2)$ может быть произвольной голоморфной функцией трёх проективных твисторных координат:

$$(Y, \lambda_1 = \zeta - Yv, \lambda_2 = u + Y\overline{\zeta}).$$
 (33)

Хотя конгруэнции (12) определяются двумя комплексно сопряжёнными функциями Y и \bar{Y} , *meopus является киральной*, поскольку Y и \bar{Y} в процессе интегрирования рассматриваются как независимые переменные⁵.

Для решения КН функция *F* квадратична по *Y*, и уравнение F = 0 имеет два корня Y^{\pm} , которые связаны между собой антиподальным соответствием⁶ (см. [61])

$$Y^{+} = -\frac{1}{\bar{Y}^{-}} \,. \tag{34}$$

Таким образом, второй корень теоремы Керра $Y^- = -1/\bar{Y}^+$ превращает киральное решение в антикиральное, заменяя входящее ЭМ-поле выходящим ЭМ-излучением.

Два решения Y^{\pm} дают две конгруэнции Керра: электронную (белую) $k^{+}(x)$ и позитронную (чёрную) $k^{-}(x)$.

В терминах теории твисторов Пенроуза [46, 62] они дают два проективных спинорных поля

$$Y^{+} = \frac{\xi^{1}}{\xi^{\dot{0}}}, \quad Y^{-} = \frac{\eta_{1}}{\eta_{0}},$$
(35)

:

которые являются антиподально сопряжёнными,

$$Y^{-} = -\frac{1}{\bar{Y}^{+}} = -\frac{\bar{\xi}^{1}}{\bar{\xi}^{0}}, \qquad (36)$$

и соответствуют двум вейлевским спинорам $\xi^{\dot{\alpha}}$ и η_{α} , параметризующим две конгруэнции Керра (входящую и выходящую):

$$k^{\mu+} = \bar{\xi}^{\alpha} \sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}} \xi^{\dot{\alpha}}, \quad k^{\mu-} = \bar{\eta}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \eta_{\alpha}, \qquad (37)$$

касательные к белой и чёрной стороне сингулярного кольца решения КН.

Как было показано в разделе 3, уравнение Дирака расщепляется и параметризуется двумя вейлевскими спинорами: $\xi^{\dot{\alpha}}(\phi_{\rm K})$ и $\eta_{\alpha}(\phi_{\rm K})$, зависящими от угловой координаты Керра $\phi_{\rm K}$, и отображается спинорной струной, расположенной в виде двух полуструн (входящей и выходящей) на краю диска Керра (см. рис. 4 и 5).

Дифференциал функции F определяет комплексное радиальное расстояние [49] Аппеля

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}Y} = \frac{P}{Z} = r + \mathrm{i}a\cos\theta\,.\tag{38}$$

Киральное электромагнитное поле, излучаемое вдоль k^+ , было представлено в ДКШ в терминах компонент нулевой тетрады $\mathcal{F}_{12} = A^+ Z^2$ и $\mathcal{F}_{31} = \gamma^+ Z - (A^+ Z)_1$, где знаком "+" отмечены компоненты поля, выходящего вдоль направления k^+ .

Тетрадные компоненты входящего поля, поступающего по направлению k^- , могут быть получены трансмутациями тетрадных индексов $12 \rightarrow 21$ и $31 \rightarrow 42$ в сочетании с комплексным сопряжением $Y \rightarrow \bar{Y}$. Соответствующие соотношения имеют вид $\mathcal{F}_{21} = A^- \bar{Z}^2$ и $\mathcal{F}_{42} = \gamma^- \bar{Z} - (A^- \bar{Z})_2$.

Наличие чёрного, приходящего, излучения совсем не рассматривалось в ДКШ, и электромагнитное поле электрона рассматривалось на примере единственного решения $A = \psi(Y)P^{-2}$, а анализ поля электрона проводился на ещё более простом решении $\psi = -e = \text{const.}$

При этом решение $A^+ = \psi(Y)P^{-2}$ с аналитической зависимостью $\psi = \psi(Y)$ обсуждалось в ДКШ как общее решение, которое согласуется с требуемой симметрией Киллинга⁷, и комплексно сопряжённое решение $A^- = = \bar{\psi}(\bar{Y})P^{-2}$ также согласуется с этой симметрией Киллинга.

В работах [56, 58] было показано, что радиационные КН-решения существуют, но требуют дополнительных условий согласованности. Во-первых, решение должно быть удвоенным и иметь как радиационную часть A^+ , так и часть, принимающую излучение A^- , и, во-вторых, эти решения должны быть комплексно сопряжёнными и зависеть от комплексно сопряжённых параметров запаздывающего времени τ и $\bar{\tau}$:

$$A^{+} = \psi(Y,\tau) P^{-2}, \quad A^{-} = \bar{\psi}(\bar{Y},\bar{\tau}) P^{-2}.$$
(39)

Эти условия выполняются в решениях КН, инициированных конструкцией запаздывающих потенциалов Линда – Ньюмана [63], а их согласованность определяется совместимостью параметров τ и $\bar{\tau}$, которые должны удовлетворять обсуждаемой в разделе 3 симметрии ориентифолда [43], сформулированной для двух откры-

⁴ См. уравнение (5.51) в [10].

⁵ См. в ДКШ [10] замечание к уравнению (5.79).

⁶ Оба решения Y^+ и Y^- должны обладать одинаковой симметрией Киллинга.

⁷ См. уравнение (5.59) ДКШ [10].

тых полуструн (электрона и позитрона), определённых на интервалах $\sigma_{L} \in [0, \pi]$ и $\sigma_{L} \in [\pi, 2\pi]$.

Поля A^- , $\bar{\psi}$, γ^- представляют собой излучение, принимаемое позитронной (чёрной) полуструной с направления k^- , а поля A^+ , ψ , γ^+ образуют излучение, выходящее вдоль k^+ , создаваемое "левой" электронной (белой) полуструной. Их совместимость означает образование единой резонансной системы, связывающей входящее и исходящее излучение.

В качестве альтернативы в ДКШ также были получены решения для векторного потенциала (39) в виде суммы аналитической "левой" одно-формы

$$\alpha_{\rm L} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\psi}{P^2} \frac{Z}{P} k^+ - \chi \,\mathrm{d}\bar{Y} \right) \tag{40}$$

и комплексно сопряжённой "правой" одно-формы

$$\alpha_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\psi}{P^2} \, \frac{\bar{Z}}{P} \, k^- - \bar{\chi} \, \mathrm{d}Y \right).$$

С помощью (38) левая форма представляется в виде

$$\alpha_{\rm L} = -\frac{1}{2} A^+ (r^+ + ia\cos\theta)^{-1} k^+ - \frac{1}{2} \chi \,\mathrm{d}\bar{Y}, \tag{41}$$

где х имеет важную особенность: интегрирование

$$\chi = \int_{|\bar{Y}| = \text{const}} P^{-2} \psi \, \mathrm{d}Y \tag{42}$$

вдоль киральной петли образует крюк, зацепляющий антикиральное направление \bar{Y} . Конструкция с запаздывающим временем объединяет решения A^+ и A^- в одно коррелированное возбуждение связанной электроннопозитронной струны, поддерживаемой *структурой ориентифолда* [57, 59], описанной в разделе 3.

Отображение $\sigma \to a\phi_{\rm K}/2$ проецирует мнимый белый интервал запаздывающего времени $\sigma_{\rm L} \in [0, \pi]$ на всю область границы диска Керра $\sigma_{\rm L} \to \phi_{\rm K} \in [0, 2\pi]$, образующую электронную (белую) полуструну, а позитроный (чёрный) интервал запаздывающего времени проецируется на противоположно ориентированную границу диска Керра $\sigma_{\rm R} \to \phi_{\rm K} \in [\pi, 2\pi]$, образуя позитронную (чёрную) полуструну поляризованного электронно-позитронного вакуумного ядра электрона.

Совместимость структур "левый – правый" делает решение КН излучающим и создаёт дополнительную осевую сингулярную струну, расположенную ортогонально к левой и правой кольцевым струнам, как показано на рис. 10, 11. Эта осевая система синхронизирует левое и правое возбуждения, превращая их в единую общую резонансную систему. Важный пример решения такого типа был приведён в [14, 18] в виде суммы постоянного заряда решения КН и волновых возбуждений:

$$\begin{split} \psi\left(Y,\tau\right) &= -e\left(1+\frac{1}{Y}\exp\left(\mathrm{i}\omega\tau\right)\right),\\ \bar{\psi}\left(\bar{Y},\bar{t}\right) &= -e\left(1+\frac{1}{\bar{Y}}\exp\left(-\mathrm{i}\omega\tau\right)\right). \end{split}$$

В частности, базовое безрадиационое решение КН $\psi(Y, \tau) = -e$ образует петлю векторного потенциала вдоль границы диска в направлении k^+ и, приобретая здесь дополнительный сингулярный вклад $(1/\bar{Y}) \times \exp(-i\omega\tau)$, формирует дополнительный мнимый сдвиг от границы диска к сингулярному полю в центре диска.



Рис. 10. Соответствие между комплексным запаздывающим временем и вещественной геометрией Керра.



Рис. 11. Возникновение сингулярной оси, концентрирующей входящую и выходящую радиацию в решениях КН с излучением.

6. Заключение

Мы приходим к выводу, что модель электрона Керра-Ньюмана, инициированная Картером в работе [3] и затем развитая в работах Дебнея, Керра и Шильда [10], Израэля [12], Намити [34] и Лопеза [13], представляет собой важный прогресс в формировании непертурбативной модели электрона, взаимодействующего с гравитацией путём формирования протяжённой модели электрона в виде классической кольцевой струны, стягивающейся в квантовую точку при релятивистском вращении. Новое радиацонное решение КН, отвечая на вопросы: "Что такое электрон?" и "Как соединить гравитацию с физикой элементарных частиц?", даёт ответ на новых позициях, которые, следуя идеям Пенроуза [23], можно трактовать как "гравитизация квантовой теории", вопреки распространённому подходу "квантования гравитации".

Главной особенностью модели электрона КН является представление решения КН в мировых координатах Керра – Шильда (x, y, z, t), в которых геометрия электрона описывается известной моделью релятивистски вращающегося диска (Ландау – Лифшиц [35]), в которой непертурбативный электрон образует классическую релятивистскую кольцевую струну, сопоставляемую квантовому вектору состояния Гейзенберга в фиксированный момент *мирового времени t*. В то же время струна параметризуется собственным временем s в представлении Шрёдингера, где она стягивается в точку под действием сокращения Лоренца. Статическое описание электрона в мировых координатах (x, y, z, t) как сингулярного кольца Керра искажается лоренцевским сжатием, и для наблюдателя, который определяет форму и размер струны отражённым светом (фотонами), электрон будет выглядеть точкой, в соответствии с квантовой картиной Шрёдингера. Этот факт, тривиально следующий из геометрии релятивистского вращающегося диска, вскрывает главную причину основной загадки квантовой механики — проблемы дуализма волны и частицы.

Волновая функция уравнения Шрёдингера генерируется унитарным оператором вращения струны $U = \exp(-iHt)$, который действует на статическое описание кольцевой струны в картине Гейзенберга $|\Psi_{\rm H}(\phi, t_0)\rangle$ как оператор релятивистского вращения, преобразуя струну в квантовую точку картины Шрёдингера, с присоединённой к ней волновой функцией $|\Psi_{\rm S}(x, t)\rangle =$ $= \exp(-iHt)|\Psi_{\rm H}(\phi, t_0)\rangle.$

Чёрная дыра КН формируется вихрем ЭМ- и гравитационного поля, который затягивается наклоном световых конусов (frame-dragging [29]) в направлении вращения чёрной дыры и формирует сингулярную кольцевую струну в экваториальной плоскости решения КН в виде классического решения уравнений Эйнштейна – Максвелла, с согласованными направлениями распространения ЭМ- и гравитационного поля вдоль главной нулевой конгруэнции Керра k_{μ} .

Для сверхэкстремального решения КН с параметрами электрона (массой *m*, зарядом *e*, угловым моментом $L = am = \hbar/2$ и магнитным моментом $\mu = ae$) выполняется соотношение $e^2 + a^2 \gg m^2$, при котором горизонты исчезают, и сингулярное кольцо Керра оказывается голым. В результате голое сингулярное кольцо образует линию ветвления пространства и формирует мост Эйнштейна–Розена, который содержит, наряду с входящим вихрем, другой вихрь гравитационного и ЭМполя, покидающий решение КН в виде "белого" ЭМ- и гравитационного излучения.

При этом в регуляризованной Лопезом модели электрона КН [13] формируется вакуумное ядро электрона с двумя границами r_e^+ и r_e^- (электронной и позитронной), и на острых краях границ концентрируется вектор-потенциал в виде двух петель Вильсона C^+ и C^- , которые формируют гравитационно-одетый "тяжёлый" электрон с сильной магнитной связью электронной и позитронной петли из-за образования пары монополь – антимонополь.

Эта модель согласуется с КЭД и требует отдельного рассмотрения голого и одетого электрона, в котором голый электрон является чисто классическим и опирается на модель классической релятивистской струны Намбу– Гото.

В отличие от известных струн теории суперструн, керровская классическая струна не ставит во главу угла проблему квантования, и главную роль в новой модели играют продольные моды возбуждения струны, которые оказываются допустимыми, как это было показано в работах [50, 51], а главное, именно они решают основную проблему квантовой теории, естественным образом связывая представления Гейзенберга и Шрёдингера.

Решение Керра – Ньюмана двулистно и фактически описывает электрон и позитрон как единую частицу электронно-позитронного решения.

Радиационная модель электрона КН не только поглощает энергию как чёрная дыра, но также резонирует на принятое излучение и излучает ЭМ-поле обратно, действуя как излучающая белая дыра.

Двулистное сингулярное кольцо Керра, сформированное двумя взаимодействующими полуструнами, электронной и позитронной, идеально подходит для формирования элементарной адаптивной системы, которая двигается согласно принципу наименьшего действия, корректируя движение сравнением принятого и отражённого сигналов.

Анализируя точное решение работы ДКШ, мы обнаруживаем, что оно не является полным. Авторы начинают вычислять излучаемое ЭМ-поле, но доводят вычисления до конечного результата лишь в предположении $\gamma = 0$, которое описывает формирование двух сильно связанных ЭМ-полей (электрона и позитрона), но не рассматривает передачу волнового возбуждения между ними. В результате белая и чёрная полуструны решения КН не образуют единой струнной системы.

Волновые свойства электрона КН, описанные в [10], требуют дополнительного уточнения его струнной структуры. Мы анализируем класс соответствующих решений для чёрных дыр с излучением. Условием их совместимости является формирование единой струнной системы, согласованной симметрией ориентифолда.

Одна из главных общих проблем квантовой гравитации — предполагаемая слабость гравитационного взаимодействия. В действительности эта проблема не имеет отношения к решению КН. Кольцевая струна КН завит от дополнительного параметра регуляризации, и близость обрезающего параметра к сингулярному кольцу Керра позволяет регулировать энергию и силу гравитационного взаимодействия в неограниченных пределах. Излишек энергии при этом гасится взаимным сокращением вкладов массы-энергии, поступающих от сильной магнитной связи электронной и позитронной петель Вильсона, а конечная часть оказывается согласованной со стандартным соотношением (1) для параметров решения Керра.

Скрытая вакуумная энергия-масса, порождаемая сильной магнитной связью монополя с антимонополем, приводит к пересмотру традиционнной точки зрения о слабости гравитационного взаимодействия. Гравитационный эффект затягивания пространства, реализуемый в виде петель Вильсона, вызывает сдвиг шкалы гравитационного взаимодействия с планковского масштаба (~ 10⁻³³ см) на комптоновский (~ 10⁻¹¹ см).

Наконец, остановимся на недавних работах по тематике близкой к обсуждаемой в этой статье. В работах [26–28, 60] авторы анализируют полуклассическое взаимодействие гравитации с квантовой теорией чёрных дыр, при котором гравитационное поле является классическим, а материальные поля рассматриваются как квантовые и определяются математическим ожиданием тензора энергии-импульса:

$$\langle \psi | T | \psi \rangle = \frac{\beta}{2} C^2 - \frac{\alpha}{2} \Gamma , \qquad (43)$$

где $C^2 = C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma}$ и Γ — скаляр Гаусса – Бонне.

Как известно, такой полуклассический подход приводит к возникновению гравитационной аномалии тензор энергии-импульса приобретает ненулевой след $\langle \psi | T | \psi \rangle = g^{\mu\nu} \langle T_{\mu\nu} \rangle$, который может иметь макроскопический эффект, в частности, появление "белого" излучения ЭМ-поля, выходящего из чёрной дыры КН [26]. Присутствие вакуумного (нулевого) ЭМ-поля в нашем пространстве подтверждается всеми существующими радиотехническими системами, а также известным полуклассическим эффектом Казимира.

Таким образом, электрон как излучающая чёрная дыра КН поглощает и излучает вакуумное ЭМ-поле и при этом двигается согласно принципу наименьшего действия [59], являясь элементарной адаптивной системой, которая получает информацию от отражённого сигнала, прощупывающего окружающее пространство, позволяя объяснить известный квантовый эксперимент с двумя щелями.

7. Приложение. Суперсимметрия, сверхпроводимость и поле Хиггса

Франк Вильчек в своей Нобелевской лекции пишет, что пространство-время стандартной модели "...пронизано полями Хиггса, которые нарушают симметрию первичных уравнений" и далее: "...суперсимметрия, например, требует не менее пяти «частиц Хиггса»..." [66].

Поле Хиггса вытесняет электромагнитное и гравитационное поле из сверхпроводящего ядра, порождая ток Дирака как поверхностный ток сверхпроводящего диска.

Петля Вильсона формируется в фиксированный момент мирового времени $t = t_0 = \text{const}$ электромагнитным полем, $A_{\mu}(t_0)$, затянутым сильным гравитационным полем, в виде петли на границе диска Керра, где поле Хиггса $\Phi(x) = |\Phi| \exp(i\chi)$ вытесняет электромагнитное поле из сверхпроводника.

Формализм суперсимметрии содержит два суперполя Φ_+ и Φ_- , бозонная часть которых интерпретируется как два поля Хиггса $H_{\pm} = |H_{\pm}| \exp(i\chi_{\pm})$, содержащих две взаимно коррелирующие фазы $\chi^{\pm} = 2m(t \pm a\phi)$, в которых угловой параметер $\pm a\phi$ соответствует двум границам диска Керра $\pm a\phi_K$, связанным с параметризацией двух петель Вильсона. Корректный фазовый переход к описанию КЭД требует два заряда e^{\pm} , два тока J^{\pm} и суперсимметрию с пятью киральными полями на двух границах.

Два поверхностных тока дают два уравнения для зануления полей и токов внутри сверхпроводящего диска Керра $J^{\pm}_{\mu} = 0$, влекущих $\chi^{\pm}_{\mu} + eA^{\pm}_{\mu} = 0$. Эти уравнения описывают поверхностные токи [17, 19]

$$\chi_{\phi}^{\pm} + eA_{\phi}^{\pm} = 0, \quad \chi_{t}^{\pm} + eA_{t}^{\pm} = 0.$$
 (44)

Они легко интегрируются и определяют фазовые зависимости двух полей Хиггса, $H^+ = |H^+| \exp(i\chi^+)$ и $H^- = |H^-| \exp(i\chi^-)$, от времени и угловых координат диска Керра (t, ϕ_K) .

В 1950 г. Гинзбург и Ландау в статье "К теории сверхпроводимости" [37] впервые установили связь между сверхпроводимостью и квантовой волновой функцией уравнения Шрёдингера для простейшего случая плоской границы между сверхпроводником и электромагнитным полем. Эта работа была предвестником того факта, что сверхпроводимость будет играть центральную роль в структуре элементарных частиц и, в частности, в структуре электрона. Идея оказалась чрезвычайно плодотворной и была впоследствии развита в форме суперсимметричной теории фазового перехода Гинзбурга – Ландау в более сложных моделях.

Согласно модели Весса–Зумино [40], суперсимметричная версия квантовой электродинамики описывается двумя полями Хиггса, Φ^+ и Φ^- , и уравнение (44) позволяет связать фазы соответствующих полей Хиггса χ^+ и χ^- с потенциалами A^-_{μ} и A^+_{μ} на двух границах диска: $r = r^+$ и $r = r^-$.

При $r = r^+$ мы имеем потенциал $eA_0 = 2m$, $eA_{\phi_K} = 2ma$, а при $r = r^-$ потенциал $eA_0 = -2m$, $eA_{\phi_K} = -2ma$.

Применяя это к уходящему векторному полю $A_{\mu}^{+}(r_{\rm e}^{+})$, которое образует замкнутую петлю Вильсона вдоль контура $C^{+}: t = {\rm const}, r = r_{\rm e}^{+}$, мы получаем, что изменение потенциала A_{μ}^{+} вдоль этой петли контролируется набегом фазы поля Хиггса:

$$\chi^{+}|_{r^{+}} = 2m\left(t^{+} + a\phi_{\mathbf{K}}^{+}\right). \tag{45}$$

Подобным образом потенциал A_{μ}^{-} , действующий на границе r^{-} , даёт

$$\chi^{-}|_{r^{-}} = 2m \left(t^{-} - a\phi_{\mathrm{K}}^{-}\right). \tag{46}$$

Заметим, что наличие антиграницы было впервые замечено в работе [19], где, наряду с доменной стенкой супермешка (DW-границей), возникда также анти-DW-граница, которая давала точно такой же вклад в общую массу решения, но с противоположным знаком (см. также решения типа бризер (breather) в [44, 64]).

Список литературы

- Schwarz J H "The early history of string theory and supersymmetry", CALT-68-2858; arXiv:1201.0981
- 2. Dabholkar A et al. Nucl. Phys. B 474 85 (1996)
- 3. Carter B Phys. Rev. 174 1559 (1968)
- 4. Sen A Nucl. Phys. B 388 457 (1992); hep-th/9206016
- 5. Burinskii A Ya Phys. Rev. D 52 5826 (1995); hep-th/9504139
- Arkani-Hamed N et al. Phys. Rev. Lett. 84 586 (2000); hep-th/ 9907209
- 7. Burinskii A Universe **8** 553 (2022)
- 8. Burinskii A 34AA 54 1159 (2023); Phys. Part. Nucl. 54 1033 (2023)
- 9. Kerr R P Phys. Rev. Lett. 11 237 (1963)
- 10. Debney G C, Kerr R P, Schild A J. Math. Phys. 10 1842 (1969)
- 11. Newman E T, Janis A I J. Math. Phys. 6 915 (1965)
- 12. Israel W Phys. Rev. D 2 641 (1970)
- 13. López C A Phys. Rev. D 30 313 (1984)
- Буринский А Я ЖЭТФ 66 406 (1974); Burinskii A Ya Sov. Phys. JETP 39 193 (1974)
- Иваненко Д Д, Буринский А Я Изе. вузов. Физ. (5) 135 (1975); Ivanenko D D, Burinskii A Ya Sov. Phys. J. 18 721 (1975)
- 16. Arcos H I, Pereira J G Gen. Relat. Grav. 36 2441 (2004)
- Burinskii A ℋЭΤΦ 148 228 (2015); J. Exp. Theor. Phys. 121 194 (2015); arXiv:1505.03439
- Burinskii A ℋϿΤΦ 148 937 (2015); J. Exp. Theor. Phys. 121 819 (2015)
- 19. Burinskii A Phys. Lett. B 754 99 (2016)
- 20. Dymnikova I Phys. Lett. B 639 368 (2006)
- 21. Schmekel B S Phys. Rev. D 100 124011 (2019)
- Arkani-Hamed N, Huang Yt, O'Connell D J. High Energ. Phys. 2020 46 (2020) https://doi.org/10.1007/JHEP01(2020)046
- 23. Penrose R Found. Phys. 44 557 (2014)
- 24. Stamp P C E New J. Phys. 17 065017 (2015)
- 25. Oppenheim J Phys. Rev. X 13 041040 (2023)
- 26. Gürses M, Tekin B Phys. Rev. D 109 024001 (2024)
- 27. Fernandes P G S Phys. Rev. D 108 L061502 (2023)
- 28. Cai R-G Phys. Lett. B 733 183 (2014)
- 29. Misner Ch W, Thorne K S, Wheeler J A *Gravitation* (San Francisco, CA: W.H. Freeman, 1973)
- Baez J C "Higher-dimensional algebra and Planck scale physics", in *Physics Meets Philosophy at the Planck Scale: Contemporary Theories in Quantum Gravity* (Eds C Callender, N Huggett) (Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 2001) p. 177–195; gr-qc/ 9902017
- 31. Nielsen H B, Olesen P Nucl. Phys. B 61 45 (1973)
- 32. Penrose R *The Road to Reality: a Complete Guide to the Laws of the Universe* (London: Jonathan Cape, 2004)

- 33. Bohm D Phys. Rev. 85 160 (1952); Bohm D Phys. Rev. 85 180 (1952)
- 34. Hamity V Phys. Lett. A 56 77 (1986)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1975)
- 36. Schwinger J Phys. Rev. 82 664 (1951)
- Гинзбург В Л, Ландау Л Д ЖЭТФ 20 1064 (1950); Пер. на англ. яз.: Ginzburg V L, Landau L D Landau L D. Collected Papers (Oxford: Pergamon Press, 1965) p. 546
- 38. Burinskii A *ЭЧАЯ* 49 1490 (2018); Phys. Part. Nucl. 49 958 (2018)
- 39. Burinskii А Письма в ЭЧАЯ 17 752 (2020); Phys. Part. Nucl. Lett. 17 724 (2020)
- Wess J, Bagger J Supersymmetry and Supergravity (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1983)
- 41. Burinskii A Gravit. Cosmol. 28 342 (2022)
- 42. Einstein A, Rosen N Phys. Rev. 48 73 (1935)
- 43. Burinskii A Phys. Rev. D 68 105004 (2003)
- 44. Burinskii A Galaxies 9 18 (2021)
- 45. Weisskopf V F Rev. Mod. Phys. 21 305 (1949)
- 46. Penrose R J. Math. Phys. 8 345 (1967)
- 47. Wang H-Y Phys. Essays 35 (2) 152 (2022)
- 48. Newman E T et al. J. Math. Phys. 6 918 (1965)
- 49. Appell P Math. Ann. 30 155 (1887)
- 50. Bardeen W A et al. Phys. Rev. D 13 2364 (1976)
- 51. Patrascioiu A Nucl. Phys. B 81 525 (1974)

- 52. Bjorken J D, Drell S D *Relativistic Quantum Fields* (New York: McGraw-Hill, 1965)
- 53. Burinskii A Gravit. Cosmol. 26 87 (2020)
- 54. Green M B, Schwarz J H, Witten E *Superstring Theory* Vol. 1 (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987)
- 55. Burinskii A J. Phys. A 43 392001 (2010); arXiv:1003.2928
- 56. Burinskii A Phys. Rev. D 67 124024 (2003)
- 57. Burinskii A Phys. Rev. D 70 086006 (2004)
- 58. Burinskii A Gravit. Cosmol. 10 50 (2004)
- 59. Burinskii A, in Fundamental Problems of High Energy Physics and Field Theory. Proc. of the 26th Workshop on Fundamental Problems of High-Energy Physics and Field Theory (Ed. V A Petrov) (Protvino: State Research Centre of Russia Institute for High Energy Physics, 2004) p. 87–100; hep-th/0402114
- Miao R-X J. High Energy Phys. 2019 98 (2019) https://doi.org/ 10.1007/JHEP07(2019)098
- Буринский А Я Теоретическая и математическая физика 177 (2) 247 (2013); Burinskii A Ya Theor. Math. Phys. 177 1492 (2013)
- 62. Burinskii A Gravit. Cosmol. 11 301 (2005); Burinskii A Gravit. Cosmol. 4 437 (2007)
- 63. Lind R W, Newman E T J. Math. Phys. 15 1103 (1974)
- 64. Lomdahl PS, Olsen OH, Samuelsen MR Phys. Rev. A 29 350 (1984)
- 65. Burinskii A Gravit, Cosmol. 28 342 (2022)
- Вильчек Φ A *V*ΦH 175 1325 (2005); Wilczek F *Rev. Mod. Phys.* 77 857 (2005)

Kerr-Newman solution unites gravitation with quantum theory

A.Ya. Burinskii

Nuclear Safety Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Bol'shaya Tul'skaya 52, 115191 Moscow, Russian Federation E-mail: bur@ibrae.ac.ru

The model of the Kerr–Newman (KN) electron generated by the superrotating gravitational field of a black hole is modified to a radiating black–white hole that both absorbs and emits electromagnetic waves. Following quantum electrodynamics (QED), we consider the KN solution to be either a bare electron model or a dressed electron model, where the bare electron forms a classical massless relativistic string responsible for the wave properties of the electron as a quantum particle, while the dressed electron forms a heavy electron–positron vacuum core dressed by the KN gravitational field due to the formation of electron and positron Wilson loops. Within the framework of the Kerr–Schild formalism, a class of radiating KN solutions is considered, whereby the electromagnetic field is absorbed by the black hole and at the same time radiated away by its white side.

Keywords: semiclassical gravity, electron as a black hole, Wilson loops, radiating Kerr solution, QED, supersymmetry, Kerr–Newman electrons, classical relativistic strings, bare electrons, dressed electrons

PACS numbers: 04.60.-m, 04.70.-s, 11.25.-w

Bibliography — 66 references

Received 5 December 2023, revised 23 April 2024

Physics – Uspekhi 67 (10) (2024)

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2024.07.039721

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 194 (10) 1095-1107 (2024)

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.2024.07.039721