

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

# Выделение компоненты поля, формируемой заданным пучком лучей на апертуре приёмной антенны в неоднородной среде

А.Л. Вировлянский

Обсуждается обобщение классической процедуры формирования лепестка диаграммы направленности приёмной антенны в однородном пространстве на случай неоднородной среды. Если в свободном пространстве эта процедура выделяет компоненту регистрируемого поля, представляющую вклад пучка параллельных лучей, то в неоднородной среде речь идёт о выделении вклада пучка лучей, которые, как правило, не параллельны. Обобщение выполняется на основе перехода от традиционного представления регистрируемого поля в виде суперпозиции плоских волн к использованию заимствованного из квантовой механики разложения поля по когерентным состояниям. Общий подход иллюстрируется на примере формирования лепестка диаграммы направленности вертикальной приёмной антенны в подводном акустическом волноводе.

**Ключевые слова:** антенна, диаграмма направленности, пучок лучей, когерентное состояние, акустический волновод

PACS numbers: 43.30.Cq, 43.30.Dr

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2022.08.039229>

## Содержание

1. Введение (1010)
  2. Модель среды (1011).
  3. Разложение звукового поля по когерентным состояниям (1012).
  4. Распределения интенсивности поля в фазовой плоскости (1013).
  5. Выделение компоненты поля, формируемой заданным пучком лучей (1014).
  6. Вклад шумовой компоненты (1015).
  7. Локализация источника (1016).
  8. Импульсные сигналы (1017).
  9. Заключение (1019).
- Список литературы (1019).

## 1. Введение

Классический метод формирования лепестка диаграммы направленности приёмной антенны предполагает, что выделяемая компонента регистрируемого поля представляет собой фрагмент плоской волны, отвечающий приходу пучка параллельных лучей [1]. Этой компоненте поля на апертуре антенны отвечает пространственная частота  $k_x = k \sin \alpha$ , где  $k$  — волновое число, а  $\alpha$  — угол

падения пучка. Формирование лепестка осуществляется путём пространственной фильтрации принятого поля в полосе  $k_x \pm 2\pi/L$ , где  $L$  — длина антенны. Фильтр "пропускает" сигналы, пришедшие от нужного источника, и "отсекает" сигналы с других направлений. Описанный метод ориентирован на применение в среде, которую хотя бы приближённо можно считать однородной.

В настоящей работе рассматривается обобщение данного метода на случай неоднородной среды, где имеет место многолучевое распространение и поле на антенне формируется несколькими пучками лучей. Принципиальный момент заключается в том, что лучи, образующие отдельный пучок, как правило, не параллельны.

В качестве примера такой среды ниже рассматривается подводный акустический волновод в глубоком море. Предполагается, что поле, возбуждённое точечным источником, регистрируется вертикальной антенной.

Ключевая идея, лежащая в основе нашего подхода, сформулирована в работе [2] (см. также [3]). Она заключается в переходе от традиционного разложения поля на антенне по плоским волнам к заимствованному из квантовой механики разложению по когерентным состояниям [4, 5]. Это разложение устанавливает связь между лучевым и волновым представлениями поля и позволяет найти распределение комплексной амплитуды поля в фазовой плоскости угол  $\chi$  — глубина  $z$ . Данная плоскость является примером фазового пространства, используемого в гамильтоновой формулировке класси-

А.Л. Вировлянский

Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,  
ул. Ульянова 46, 603950 Нижний Новгород, Российская Федерация  
E-mail: [viro@ipfran.ru](mailto:viro@ipfran.ru)

Статья поступила 20 мая 2022 г., после доработки 6 августа 2022 г.

ческой механики и геометрической оптики [6–8]. Приход луча на дистанцию наблюдения изображается точкой в фазовой плоскости.

С каждой точкой фазовой плоскости  $(\chi, z)$  ассоциировано когерентное состояние. Проекция регистрируемого поля на это состояние выделяет вклады волн, приходящие на глубины, близкие к  $z$ , под углами, близкими к  $\chi$ . Использование разложения по когерентным состояниям позволяет построить пространственный фильтр для выделения компоненты поля, представляющей вклад заданного пучка лучей. Углы скольжения волн, образующих компоненту, вблизи точки  $z$  на апертуре антенны близки к углу скольжения  $\chi$  попадающего в эту точку луча из выбранного пучка. Данный фильтр и определяет лепесток диаграммы направленности, настроенный на приём пучка. В случае пучка параллельных лучей получается обычный лепесток диаграммы направленности в свободном пространстве.

Материалы работы расположены в следующем порядке. В разделе 2 описана модель подводного волновода, используемого для иллюстрации и тестирования развиваемого метода. Основные соотношения, задающие разложение по когерентным состояниям, приведены в разделе 3. В разделе 4 приведены результаты численных расчётов, характеризующих чувствительность распределения интенсивности поля в фазовой плоскости к флуктуациям скорости звука в волноводе. Процедура формирования лепестка диаграммы направленности в неоднородной среде описана в разделе 5. В разделе 6 выполнена оценка уровня шума, который "просачивается" через фильтр, настроенный на выделение вклада заданного пучка. В разделе 7 показано, что обсуждаемый метод выделения вкладов пучков может быть использован при решении задачи локализации (оценки координат) источника звука в волноводе. В разделах 3–7 речь идёт о поле точечного тонального источника. В разделе 8 кратко рассматривается применение обсуждаемой процедуры при возбуждении поля импульсным источником. Итоги работы подведены в разделе 9.

## 2. Модель среды

Для иллюстрации общих утверждений воспользуемся идеализированной моделью неоднородной среды, представляющей подводный звуковой канал в глубоком море. Чтобы избежать обсуждения непринципиальных деталей, ограничимся двумерной средой с полем скорости звука  $c(r, z)$ , где  $r$  — дистанция по горизонтали, а  $z$  — глубина. Пусть  $c(r, z) = c_b(z) + \delta c(r, z)$ , где  $c_b(z)$  — невозмущённый профиль (рис. 1а), а  $\delta c(r, z)$  — случайная функция, задающая слабые флуктуации скорости звука. Ось  $z$  направлена вертикально вниз, и поверхность воды находится в плоскости  $z = 0$ .

Далее плоскостной волновод ( $\delta c = 0$ ) рассматривается как имеющаяся (приближённая) модель реальной флуктуирующей среды. Полагаем, что плоское дно на глубине 3 км является сильно поглощающим. Поэтому звуковое поле, возбуждаемое точечным источником на глубине  $z_s = 0,7$  км, создаётся волнами, захваченными рефракционным волноводом и распространяющимися без отражений от дна. Эти волны формируются лучами, выходящими из источника под углами скольжения в интервале  $\pm\chi_{\max}$ , где  $\chi_{\max} = 12,5^\circ$ .

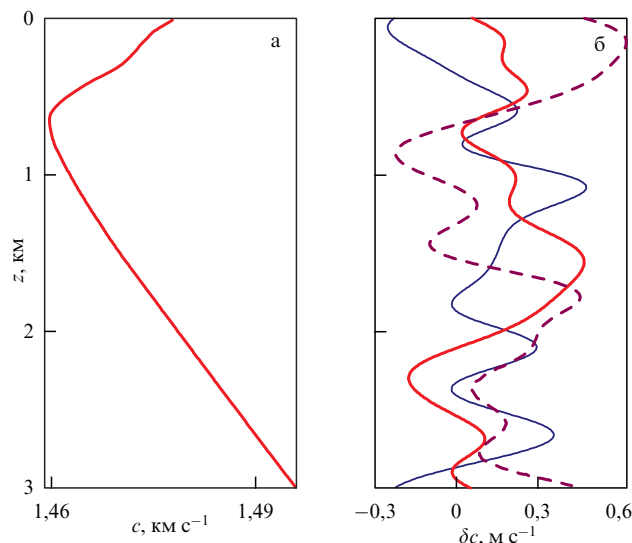


Рис. 1. (а) Невозмущённый профиль скорости звука  $c_b(z)$ . (б) Примеры реализаций случайного возмущения  $\delta c$  в вертикальных сечениях волновода.

Флуктуации поля скорости звука будем моделировать функцией  $\delta c(r, z)$  с нулевым средним  $\langle \delta c \rangle = 0$  и функцией корреляции

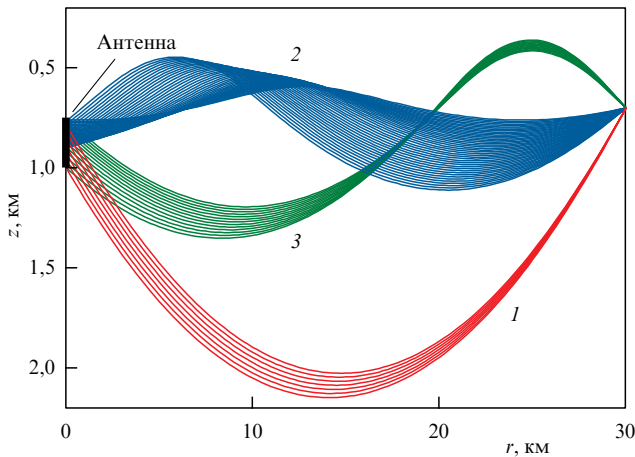
$$\begin{aligned} \langle \delta c(r, z) \delta c(r', z') \rangle &= \\ &= (\delta c_{\text{rms}})^2 \exp \left( -\frac{\pi(r-r')^2}{l_r^2} - \frac{\pi(z-z')^2}{l_z^2} \right), \end{aligned}$$

где  $\delta c_{\text{rms}} = 0,25$  м с<sup>-1</sup>,  $l_r = 5$  км,  $l_z = 0,5$  км. Здесь и далее символ  $\langle \dots \rangle$  обозначает усреднение по ансамблю случайных реализаций. Эта простейшая модель отличается от более реалистичных моделей, используемых в акустике океана для описания флуктуаций скорости звука в глубоком море [9, 10]. Однако в работе [11] показано, что она пригодна для анализа интересных нас компонент звуковых полей, формируемых узкими пучками лучей. На рисунке 1б изображены несколько реализаций  $\delta c$  в вертикальных сечениях волновода.

Показатель преломления  $n(r, z) = c_0/c(r, z)$ , где  $c_0$  — опорная скорость звука. В подводной акустике разброс значений  $c(r, z)$  обычно мал и в качестве  $c_0$  можно принять значение, удовлетворяющее условию  $|c(r, z) - c_0| \ll c_0$ . В нашем примере мы выбираем  $c_0 = 1,47$  км с<sup>-1</sup>. При этом  $n(r, z)$  близок к единице.

Далее будем рассматривать поля на апертуре приёмной вертикальной антенны длиной 250 м, расположенной на прямой  $r = 0$  и перекрывающей интервал глубин  $z_1 < z < z_2$ , где  $z_1 = 0,75$  км, а  $z_2 = 1$  км. На рисунке 2 показаны лучевые траектории в невозмущённом волноводе, выходящие из точечного источника  $S$ , находящегося на дистанции  $r_s = 30$  км и глубине  $z_s = 0,7$  км, и попадающие на антенну. Лучи образуют три пучка, выделение вкладов которых является предметом нашего исследования. Отметим, что антенна пересекает каустик, которой касаются лучи, образующие пучок 2.

Все расчёты полей, возбуждённых точечным тональным источником, результаты которых приведены ниже, выполнены для несущей частоты  $f = 500$  Гц. При моделировании распространения импульсных сигналов дан-



**Рис. 2.** Траектории лучей, вышедших из точечного источника и попадающих на апертуру вертикальной антенны (координаты источника и край антенны указаны в тексте). Эти лучи образуют три пучка, около каждого из которых указан его номер.

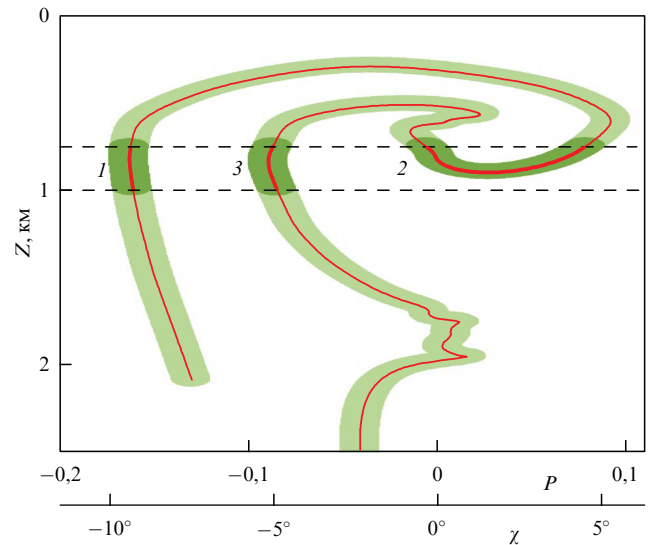
ная частота является центральной. Расчёты звуковых полей выполнены методом широкоугольного параболического уравнения [12].

### 3. Разложение звукового поля по когерентным состояниям

Для описания лучевых траекторий воспользуемся гамильтоновым формализмом [8, 13], в рамках которого траектория в каждой точке дистанции  $r$  задаётся вертикальной координатой (глубиной)  $z$  и импульсом  $p = n(r, z) \sin \chi$ , где  $\chi$  — угол скольжения луча. Траектории задаются уравнениями Гамильтона  $dz/dr = \partial H / \partial p$ ,  $dp/dr = -\partial H / \partial z$  с гамильтонианом  $H = -[n^2(r, z) - p^2]^{1/2}$ . Если поле возбуждается источником в точке  $(r_s, z_s)$ , все лучи выходят с одной и той же глубины  $z_s$  с разными начальными импульсами  $p_s$ . На дистанции наблюдения приход каждого луча изображается точкой в фазовой плоскости импульс  $P$  — координата  $Z$ . Совокупность таких точек образует кривую, называемую геометрической лучевой линией или просто лучевой линией. В механике она называется лагранжевым многообразием [14]. Поскольку в нашем случае  $n$  близко к единице, а углы скольжения  $\chi$  малы, фазовую плоскость можно интерпретировать как плоскость угол — координата.

На рисунке 3 тонкой сплошной кривой изображена лучевая линия, описывающая приходы лучей на дистанцию  $r = 0$  от источника  $S$  (см. рис. 2). Прямые штриховые линии обозначают горизонты, отвечающие краям антенны. Они "вырезают" сегменты лучевой линии, представляющие приходы трёх пучков, показанных на рис. 2. Эти сегменты изображены отрезками жирных линий, и около каждого из них указан номер соответствующего пучка. Отметим, что на сегменте, отвечающем пучку 2, есть точка, касательная к которой горизонтальна. Данная точка изображает приход луча, касающегося каустики на дистанции наблюдения [14]. На рисунке 3, а также далее на рис. 4 и 5, под осью абсцисс, показывающей значения импульсов лучей  $P$ , приведена вторая ось абсцисс, показывающая соответствующие значения углов прихода лучей  $\chi$ .

Для выяснения связи между лучевыми траекториями и волновым полем при конечной длине волны восполь-



**Рис. 3.** Лучевая линия (тонкая кривая) и размытая лучевая линия (область, выделенная светло-зелёным цветом) на дистанции 30 км от источника. Штриховые линии обозначают глубины краёв антенны. Жирные отрезки лучевой линии изображают приходы лучей, формирующих три пучка, показанных на рис. 2. Тёмно-зелёным цветом показаны размытые сегменты, отвечающие отдельным пучкам. Около каждого сегмента указан номер соответствующего пучка.

зуемся заимствованным из квантовой механики представлением поля в виде разложения по когерентным состояниям [4, 5, 15]. Будем рассматривать поле, возбуждённое точечным тональным источником на круговой частоте  $\omega$ .

Когерентное состояние или состояние с минимальной неопределённостью, ассоциированное с точкой  $\mu = (P, Z)$  фазовой плоскости, задаётся функцией [5, 16]

$$Y_\mu(z) = \frac{1}{\sqrt{\Delta_z}} \exp \left[ ikP(z - Z) - \frac{\pi(z - Z)^2}{2\Delta_z^2} \right], \quad (1)$$

где  $\Delta_z$  — пространственный масштаб состояния, а  $k = \omega/c_0$  — опорное волновое число. В квантовой механике (1) описывает состояние с минимальным произведением дисперсий координаты и импульса [16], а в акустике её можно интерпретировать как вертикальное сечение звукового пучка шириной  $\Delta_z$ , распространяющегося под углом скольжения  $\chi = \arctan P$ . Хотя когерентные состояния не ортогональны, они образуют полную систему функций. Произвольная функция  $u(z)$  может быть представлена в виде разложения [4]

$$u(z) = \lambda^{-1} \int d\mu a_\mu Y_\mu(z), \quad (2)$$

где интегрирование идёт по всей фазовой плоскости,  $\lambda = 2\pi/k$  — длина волны,  $d\mu = dP dZ$  и

$$a_\mu = \int_{-\infty}^{\infty} dz u(z) Y_\mu^*(z). \quad (3)$$

Отметим следующую из (2) и (3) полезную формулу

$$\int d\mu |a_\mu|^2 = \lambda^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dz |u(z)|^2, \quad (4)$$

которая понадобится нам в дальнейшем.

Скалярное произведение когерентных состояний, ассоциированных с точками  $\mu_1 = (P_1, Z_1)$  и  $\mu_2 = (P_2, Z_2)$ , равно

$$\left| \int dz Y_{\mu_1}(z) Y_{\mu_2}^*(z) \right| = \exp\left(-\frac{\pi}{2} d(\mu_1, \mu_2)\right), \quad (5)$$

где

$$d(\mu_1, \mu_2) = \frac{(P_2 - P_1)^2}{\Delta_p^2} + \frac{(Z_2 - Z_1)^2}{\Delta_z^2}, \quad (6)$$

$\Delta_p = \lambda/(2\Delta_z)$ . Функцию  $d(\mu_1, \mu_2)$  можно трактовать как безразмерное расстояние между точками фазовой плоскости  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Когерентные состояния, ассоциированные с этими точками, будем считать близкими при  $d < 1$  и различающимися при  $d > 1$ . Расстоянием от произвольной точки плоскости до лучевой линии (или её сегмента) назовём расстояние до ближайшей точки данной линии (сегмента).

Основной вклад в звуковое поле дают когерентные состояния, ассоциированные с точками  $\mu$ , которые удалены от лучевой линии на расстояния  $d < 1$ . Эта область называется размытой лучевой линией. Её площадь определяется выбором масштабов когерентного состояния  $\Delta_z$  и  $\Delta_p$ . Поскольку они связаны соотношением неопределённости

$$\Delta_z \Delta_p = \frac{\lambda}{2}, \quad (7)$$

то фактически речь идёт о выборе одного из них. В работе [3] обсуждается вопрос о выборе  $\Delta_z$ , минимизирующего площадь размытой лучевой линии. Понятно, что при  $\Delta_z \rightarrow 0$  и  $\Delta_z \rightarrow \infty$  площадь неограниченно возрастает. Минимум достигается при некотором конечном  $\Delta_z$ , которое определяется формой лучевой линии. В [3] показано, что величина этого масштаба пропорциональна  $\lambda^{1/2}$ . В нашем примере минимум площади достигается при  $\Delta_z = 0,09$  км. Соответствующая размытая лучевая линия на рис. 3 выделена светло-зелёным цветом.

Вклад пучка в полное волновое поле формируется когерентными состояниями, которые ассоциированы с точками  $\mu$  фазовой плоскости, находящимися на расстояниях  $d < 1$  от представляющего пучок сегмента лучевой линии. Эти точки образуют участки размытой лучевой линии, которые мы называем размытыми сегментами. На рисунке 3 размытые сегменты, отвечающие трём нашим пучкам, выделены тёмно-зелёным цветом.

#### 4. Распределения интенсивности поля в фазовой плоскости

В этом разделе приведены результаты численного моделирования, показывающие влияние возмущения  $\delta c$  на лучевую структуру и распределение интенсивности поля в рассматриваемой модели волновода.

На рисунке 4 показаны лучевые линии, рассчитанные путём численного решения уравнений Гамильтона (лучевых уравнений) для 10 реализаций случайного возмущения  $\delta c(r, z)$ . Каждая линия изображает приходы на дистанцию наблюдения лучей, вышедших из источника под углами скольжения из интервала  $\pm 12^\circ$ . Как видим, все эти линии почти полностью попадают в выделенную светло-зелёным цветом область (ту же самую, что и на

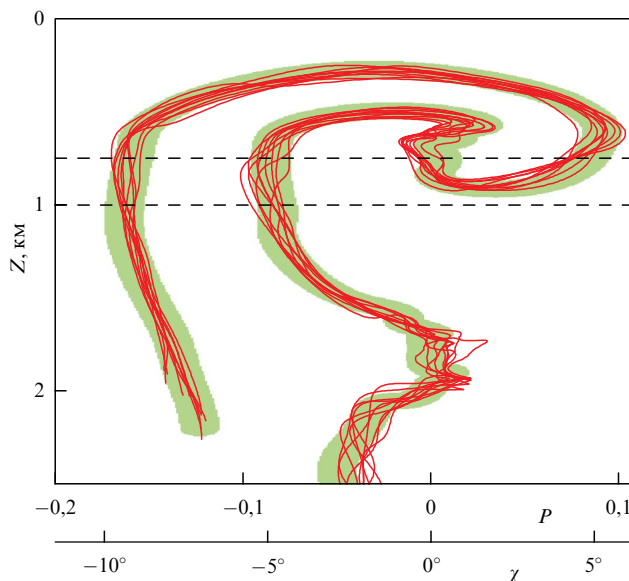


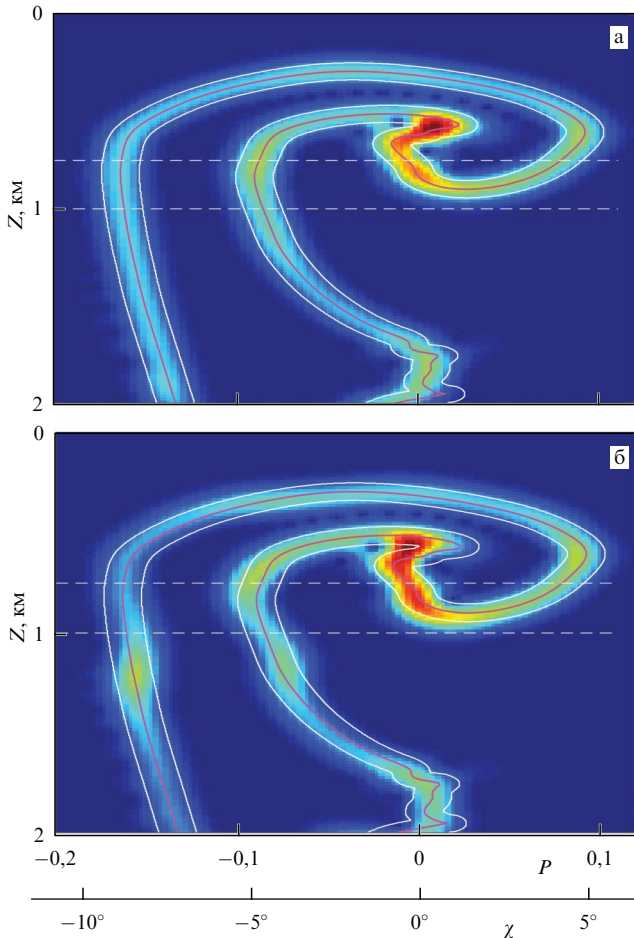
Рис. 4. Лучевые линии, рассчитанные для 10 реализаций случайного возмущения  $\delta c(r, z)$ . Источник находится на дистанции 30 км. Светло-зелёным цветом показана та же размытая лучевая линия, что и на рис. 3. Штриховые прямые обозначают глубины краёв антенны.

рис. 3), представляющую размытую лучевую линию в невозмущённом волноводе. Последнее означает, что распределение интенсивности когерентных состояний  $|a_\mu|^2$  в присутствии случайного возмущения должно быть локализовано примерно в той же области фазовой плоскости (размытой лучевой линии), что и в невозмущённом волноводе. На рисунке 5 мы видим, что это действительно так. Здесь приведены распределения интенсивностей когерентных состояний  $|a_\mu|^2$  в невозмущённом волноводе (а) и в присутствии одной из реализаций возмущения  $\delta c$  (б). Сплошной белой линией показаны границы размытой лучевой линии в невозмущённом волноводе, которая показана на рис. 3 и 4.

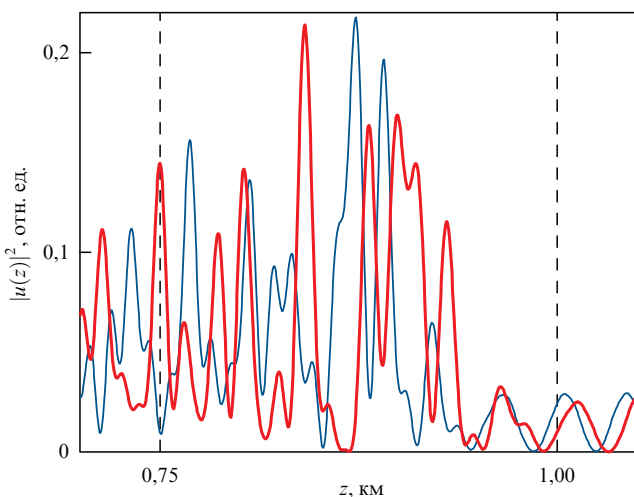
На рисунке 6 приведены зависимости интенсивности звукового поля  $|u(z)|^2$  от глубины в невозмущённом волноводе (жирная линия) и в присутствии случайного возмущения  $\delta c$  (тонкая линия). Сравнивая рис. 5 и 6, мы видим, что возмущение  $\delta c$ , кардинально меняя зависимость интенсивности поля на антенне от глубины, в то же время слабо влияет на распределение интенсивности поля в фазовой плоскости. Данное различие объясняется тем, что в фазовом пространстве нет многолучевости [3]. Остановимся на этом подробнее.

Суммарное поле  $u(z)$  представляет суперпозицию компонент  $u_n(z)$ ,  $n = 1, 2, 3$ , каждая из которых формируется одним из пучков лучей, показанных на рис. 2. Ширина каждого пучка не превышает вертикального масштаба возмущения  $\delta c$ . Поэтому лучи  $n$ -го пучка пересекают примерно одинаковые неоднородности и их фазы приобретают примерно одинаковые приращения  $\phi_n$ . Поскольку неоднородности, пересекаемые разными пучками, некоррелированы, приращения  $\phi_n$ , отвечающие разным  $n$ , статистически независимы. Несмотря на малость  $\delta c$ , значения  $\phi_n$  могут превышать  $\pi$  и суперпозиции компонент  $u_n(z)$  в присутствии и отсутствии флуктуаций могут кардинально различаться. Это мы и видим на рис. 6.

В соответствии с вышесказанным, влияние флуктуаций на компоненту  $u_n(z)$  можно грубо учесть умноже-



**Рис. 5.** Распределения интенсивности когерентных состояний  $|a_\mu|^2$  в невозмущённом волноводе (а) и в присутствии возмущения  $\delta c$  (б). Сплошная фиолетовая кривая и белые линии (одни и те же на рис. а и б) изображают соответственно геометрическую лучевую линию и границы размытой лучевой линии в невозмущённом волноводе. Штриховые прямые обозначают глубины краёв антенны.



**Рис. 6.** Глубинная зависимость интенсивности поля в невозмущённом волноводе (красная линия) и в присутствии одной из реализаций возмущения  $\delta c$  (синяя линия). Вертикальные прямые показывают края антенны.

нием её на  $\exp(i\phi_n)$ . Согласно (3), влияние флуктуаций на амплитуды когерентных состояний  $a_\mu$ , ассоциированных

с точками размытого сегмента  $\sigma_n$ , приближённо учитывается умножением всех таких  $a_\mu$  на тот же фазовый множитель, который не меняет  $|a_\mu|^2$ . Этим объясняется наблюдаемая на рис. 5 устойчивость распределения интенсивности когерентных состояний  $|a_\mu|^2$  к возмущению  $\delta c$ .

То обстоятельство, что лучевые линии на рис. 4 почти не выходят за границы размытой лучевой линии в невозмущённом волноводе, является следствием слабости рассматриваемого возмущения  $\delta c$ . Усиление  $\delta c$  вызовет большее отклонение лучевой линии от её положения в невозмущённом волноводе. При этом распределение интенсивности  $|a_\mu|^2$  будет локализовано в более широкой области фазовой плоскости.

### 5. Выделение компоненты поля, формируемой заданным пучком лучей

Вернёмся к рис. 5 и отметим то обстоятельство, что как в невозмущённом, так и в возмущённом волноводе интенсивность локализована внутри рассчитанных при  $\delta c = 0$  размытых сегментов  $\sigma_n$ ,  $n = 1, 2, 3$ , которые показаны на рис. 3. Это означает, что в присутствии возмущения компонента поля  $u_n(z)$ , представляющая вклад  $n$ -го пучка, формируется суперпозицией практически тех же когерентных состояний, что и при  $\delta c = 0$ . Следует, однако, подчеркнуть, что комплексные амплитуды указанных состояний  $a_\mu$  зависят от возмущения  $\delta c$  и поэтому компоненты  $u_n(z)$  являются случайными функциями.

Предполагается, что длина антенны  $L$  существенно превышает масштаб  $\Delta_z$ . При этом амплитуды  $a_\mu$  когерентных состояний, ассоциированных с точками области  $\sigma_n$ , могут быть найдены по формуле (3), где интегрирование идёт по апертуре антенны. Компонента поля  $u_n(z)$  представлена суперпозицией таких состояний [2]

$$u_n(z) = \lambda^{-1} \int_{\sigma_n} d\mu a_\mu Y_\mu(z). \tag{8}$$

Пользуясь (3), для антенны, перекрывающей интервал глубин  $z_1 < z < z_2$ , выражение (8) можно переписать в виде

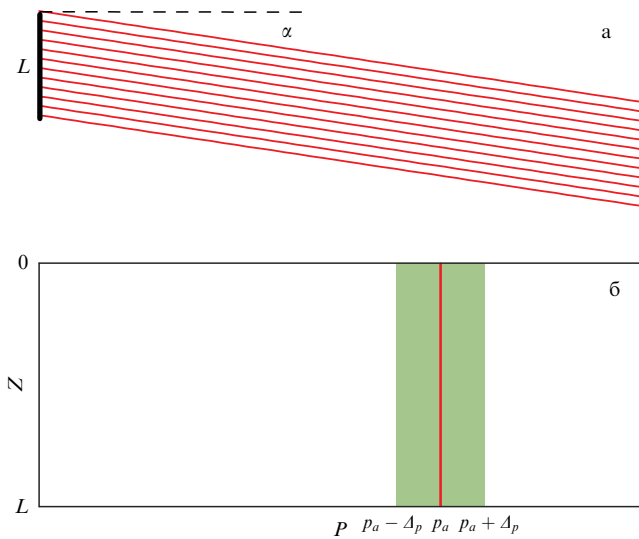
$$u_n(z) = \int_{z_1}^{z_2} \Pi_n(z, z') u(z') dz', \tag{9}$$

где

$$\Pi_n(z, z') = \lambda^{-1} \int_{\sigma_n} d\mu Y_\mu(z) Y_\mu^*(z'). \tag{10}$$

Таким образом, выделение вклада пучка в суммарное поле осуществляется с помощью линейной пространственной фильтрации. При этом параметры фильтра определяются размытым сегментом, который вычисляется в невозмущённом волноводе. Выбором  $\sigma_n$  фильтр "настраивается" на нужный пучок.

В случае свободного пространства с постоянной скоростью звука  $c_0$  эта процедура сводится к обычному формированию лепестка диаграммы направленности антенны. Поле на антенне, находящейся на большом удалении от источника, формируется пучком параллельных лучей (рис. 7а). Сегмент лучевой линии, представляющий пучок, изображается отрезком  $p = p_a$ ,



**Рис. 7.** Антенна в свободном пространстве. (а) Пучок параллельных лучей, падающий на антенну. (б) Сегмент лучевой линии и размытый сегмент (область, выделенная зелёным цветом), отвечающие пучку.

где  $p_a = \sin \alpha$ , а соответствующий размытый сегмент представлен прямоугольной областью, заданной неравенствами  $0 < Z < L$ ,  $p_a - \Delta_p < P < p_a + \Delta_p$  (рис. 7б). Если  $\Delta_z \gg \lambda$ , ядро фильтра, рассчитанного по формуле (10), можно приближённо представить в виде

$$\Pi(z, z') \approx \exp [ikp_a(z - z')] \frac{\sin [\pi(z - z')/\Delta_z]}{\pi(z - z')} \quad (11)$$

Пространственная фильтрация с таким ядром выделяет вклады волн с углами скольжения из интервала  $\alpha \pm \lambda/\Delta_z$ . При приближении  $\Delta_z$  к  $L$  ширина углового интервала достигает значений порядка  $\lambda/L$ .

Для применимости обсуждаемой процедуры (как в однородной, так и в неоднородной среде) антенна должна быть достаточно длинна. Согласно (1), функция  $Y_\mu(z)$  локализована в интервале шириной порядка  $\Delta_z$  с центром в точке  $z = Z$ . Поэтому амплитуды когерентных состояний  $a_\mu$  могут быть найдены только для точек  $\mu$  фазовой плоскости с координатами  $Z$  внутри интервала  $z_1 + \Delta_z/2 < Z < z_2 - \Delta_z/2$ . В расчётах, результаты которых представлены ниже, интегрирование в (8) и (10) ведётся только по таким  $\mu$ . Поскольку в рассмотренных примерах масштаб  $\Delta_z$  мал по сравнению с  $L = z_2 - z_1$ , это приводит лишь к незначительному уменьшению области интегрирования  $\sigma_n$ . Вместе с тем следует отметить, что из-за быстрого спада амплитуды  $Y_\mu(z)$  вне интервала  $Z \pm \Delta_z/2$  процедура удовлетворительно работает даже при  $\Delta_z$ , близких к  $L$ .

Отметим следующий принципиальный момент. Неточность математической модели среды — в нашем примере это неучёт сильных флуктуаций  $\delta c$  — может привести к тому, что результатом расчёта размытого сегмента  $\sigma_n$  окажется область фазовой плоскости  $\sigma'_n$ , которая даже не перекрывается с  $\sigma_n$ . Такая ошибка, разумеется, не позволит выделить нужную компоненту поля. Указанную трудность можно преодолеть путём расширения области  $\sigma'_n$  до такого размера, чтобы она "гарантированно" включала в себя  $\sigma_n$ . Это должно быть сделано на основе априорной информации о возможных вари-

ациях параметров модели среды. Аналогом подобного расширения является уширение лепестка диаграммы направленности в свободном пространстве путём уменьшения длины антенны или использования лишь части её апертуры.

Обсуждаемая процедура выделения компонент  $u_n(z)$  предполагает, что размытые сегменты  $\sigma_n$  (а также их расширенные варианты), отвечающие разным пучкам, не перекрываются. В волноводе данное условие выполняется лишь на достаточно коротких трассах. С увеличением дистанции лучевая линия всё плотнее заполняет область фазовой плоскости, доступную для лучей. При этом безразмерные расстояния между сегментами, отвечающими соседним пучкам, уменьшаются, размытые сегменты начинают перекрываться и вклады отдельных пучков перестают разрешаться. В свободном пространстве аналогичная ситуация имеет место при регистрации волн от двух и более источников, угловое расстояние между которыми меньше ширины лепестка диаграммы направленности. В разделе 8 мы увидим, что при работе с импульсными сигналами возможности разрешения вкладов отдельных пучков существенно расширяются.

## 6. Вклад шумовой компоненты

Одновременно с анализируемым полем  $u(z)$  антенна обычно регистрирует внешний шум (в нашем примере это шум моря [17]). Комплексную амплитуду шумового поля на той же несущей частоте  $f$ , что и  $u(z)$ , обозначим  $\eta(z)$ . Полагаем, что  $\eta(z)$  — статистически однородная случайная функция с нулевым средним и функцией корреляции  $Q(z - z') = \langle \eta(z)\eta^*(z') \rangle$ .

Для оценки вклада шумов в выходной сигнал фильтра, заданного соотношениями (9) и (10), шумовое поле тоже представим в виде разложения по когерентным состояниям

$$\eta(z) = \lambda^{-1} \int d\mu b_\mu Y_\mu(z), \quad b_\mu = \int dz Y_\mu^*(z)\eta(z).$$

Как легко видеть,

$$\langle |b_\mu|^2 \rangle = \int dz dz' Y_\mu^*(z) Y_\mu(z') Q(z - z'). \quad (12)$$

Шумовое поле формируется волнами, распространяющимися под углами скольжения из интервала  $-\chi_{\max} < \chi < \chi_{\max}$ . Для простоты полагаем, что энергия равномерно распределена по углам. Тогда в качестве эффективного масштаба функции корреляции  $Q(z)$  можно принять  $l_\eta = \lambda/\chi_{\max}$ . Полагая, что  $l_\eta \ll \Delta_z$ , функцию корреляции шума в правой части (12) представим в виде

$$Q(z, z') = \langle |\eta|^2 \rangle \frac{\lambda}{\chi_{\max}} \delta(z - z').$$

Тогда с учётом (5)

$$\langle |b_\mu|^2 \rangle = \langle \eta^2 \rangle \frac{\lambda}{\chi_{\max}}. \quad (13)$$

Шумовая компонента на выходе фильтра равна

$$\eta_s(z) = \lambda^{-1} \int_\sigma d\mu b_\mu Y_\mu(z), \quad (14)$$

где  $\sigma$  — размытый сегмент, отвечающий выделяемой компоненте поля  $u(z)$ . Поскольку  $\eta_s(z)$  локализована в основном внутри интервала глубин, отвечающих апертуре антенны, а функция  $b_\mu$  — внутри размытого сегмента  $\sigma$ , из (4) следует приближённое равенство

$$\int_0^L dz |\eta_s(z)|^2 \simeq \lambda^{-1} \int_\sigma d\mu |b_\mu|^2. \quad (15)$$

Усредняя это выражение с учётом (13) и полагая, что  $\langle |\eta_s(z)|^2 \rangle$  слабо меняется вдоль апертуры антенны, получаем

$$\langle |\eta_s|^2 \rangle = \langle |\eta|^2 \rangle \frac{s_\sigma}{L\chi_{\max}}, \quad (16)$$

где  $s_\sigma$  — площадь  $\sigma$ .

Для антенны в свободном пространстве  $s_\sigma = \lambda L / \Delta_z$  (см. рис. 7). Выбирая максимально возможный масштаб когерентного состояния  $\Delta_z \simeq L$ , получаем

$$\frac{\langle |\eta_s|^2 \rangle}{\langle |\eta|^2 \rangle} = \frac{\lambda}{L\chi_{\max}}.$$

Это соотношение допускает простую интерпретацию. Из суммарного шумового поля, формируемого плоскими волнами с углами скольжения  $\chi$  из интервала шириной порядка  $\chi_{\max}$ , лепесток диаграммы направленности "пропускает" лишь волны с углами  $\chi$  из интервала шириной  $\lambda/L$ .

Основным результатом данного раздела является выражение (16), согласно которому уровень шумового сигнала на выходе фильтра пропорционален площади размытого сегмента  $\sigma$ . Поэтому для уменьшения уровня шума масштаб  $\Delta_z$  следует выбирать таким образом, чтобы минимизировать  $\sigma$ . Однако в предыдущем разделе мы видели, что для "преодоления" неточности модели среды может потребоваться увеличение  $\sigma$ . Вызванное этим ухудшение отношения сигнал/шум станет платой за возможность надёжного выделения нужной компоненты поля.

## 7. Локализация источника

В этом разделе мы рассмотрим применение описанной в разделе 5 процедуры выделения вклада пучка лучей при решении задачи локализации источника, т.е. реконструкции его координат по данным акустических измерений.

Традиционный метод решения этой задачи базируется на использовании так называемой согласованной с полем обработки сигналов (matched field processing) [12, 18, 19]. Измеренное поле  $u(z)$  на апертуре приёмной антенны длины  $L$  сравнивается с полями  $U(z, \mathbf{R})$  на той же антенне, рассчитанными для пробных источников, помещённых в разные точки волновода  $\mathbf{R}$ . Количественной характеристикой похожести  $u(z)$  и  $U(z, \mathbf{R})$  служит функция неопределённости

$$C(\mathbf{R}) = \frac{\left| \int_0^L u(z) U^*(z, \mathbf{R}) dz \right|}{\left( \int_0^L dz |u(z)|^2 \right)^{1/2} \left( \int_0^L dz |U(z, \mathbf{R})|^2 \right)^{1/2}}. \quad (17)$$

В качестве оценки положения источника принимается точка  $\mathbf{R}$ , отвечающая максимуму этой функции. На

практике эффективность данного подхода ограничена неизбежной неточностью модели среды, которая особенно сильно проявляется в условиях многолучевого распространения.

Для преодоления проблем, связанных с неточностью информации о среде, предложен ряд робастных алгоритмов. В основе одного из них лежит метод пространственной обработки с многократными ограничениями [20]. В рамках указанного метода измеренное поле сравнивается с полями, рассчитанными для координат источника и некоторых параметров среды внутри допустимых интервалов [18, 21, 22]. В рамках ещё одного известного подхода наряду с искомыми параметрами, описывающими положение источника, в рассмотрение вводится совокупность параметров, характеризующих среду распространения. Задача при этом заключается в совместном определении всего набора неизвестных величин на основе байесовской теории оценивания [23, 24]. Описанию этих и других методов согласованной со средой обработки сигналов посвящена обширная литература (см. монографии [12, 19] и обзор [25]). Тем не менее недостаток информации о среде остаётся серьёзной проблемой [26] и исследования по данной тематике продолжают.

В качестве альтернативы мы рассматриваем следующий подход. Для каждой пробной точки  $\mathbf{R}$  с помощью лучевой программы найдём все  $N$  пучков вышедших из неё лучей, которые попадают на антенну, и для каждого пучка найдём соответствующий размытый сегмент  $\sigma_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ . Действуя в предположении, что источник, создавший на антенне измеренное поле  $u(z)$ , находится в точке  $\mathbf{R}$ , с помощью  $N$  фильтров (9) выделим из  $u(z)$  компоненты  $u_n(z)$ . "Энергия" каждой выделенной компоненты  $\int_0^L |u_n(z)|^2 dz$  должна быть максимальна для точки  $\mathbf{R} = (r_s, z_s)$ , отвечающей истинному положению источника. Поэтому в качестве функции неопределённости примем

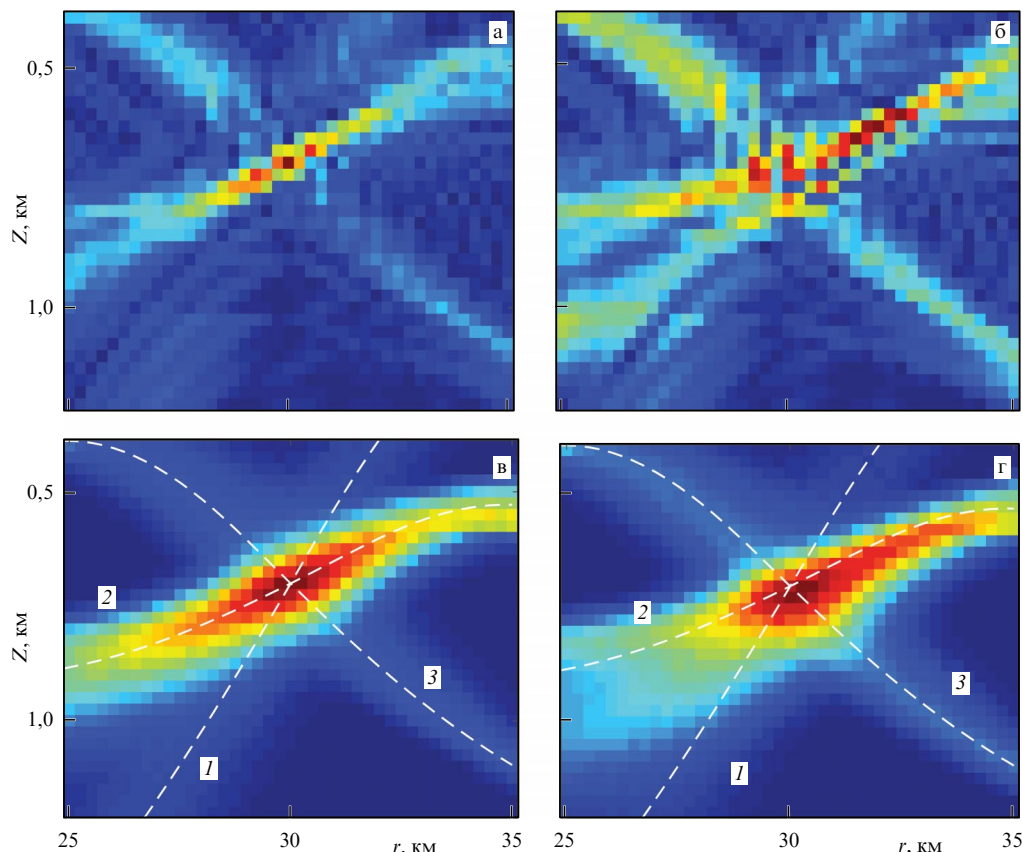
$$\tilde{C}(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N \int_0^L |u_n(z)|^2 dz \left( \int_0^L |u(z)|^2 dz \right)^{-1}. \quad (18)$$

Это пример так называемой квадратичной обработки [25]: выделение некоррелированных сигналов, приходящих с разных направлений, и их некогерентное суммирование. Если размытые сегменты не перекрываются, то аналогично (15)

$$\int_0^L |u_n(z)|^2 dz \simeq \lambda^{-1} \int_{\sigma_n} |a_\mu|^2 d\mu. \quad (19)$$

В однородном пространстве  $N = 1$  и значение  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  пропорционально "энергии" выходного сигнала антенны с главным лепестком, ориентированным на точку  $\mathbf{R}$ .

Естественно ожидать, что переход от функции неопределённости  $C(\mathbf{R})$  к  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  снижает требования к точности модели среды. Действительно, использование  $C(\mathbf{R})$  требует высокой точности расчёта комплексной амплитуды суммарного поля на антенне  $U(z, \mathbf{R})$ . В разделе 4 объясняется, что в условиях многолучевого распространения этого трудно добиться. С другой стороны, для применения функции  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  фактически нужно вычислить лишь размытые сегменты  $\sigma_n$ , которые, как мы знаем, при слабом возмущении  $\delta c$  могут быть найдены с помощью невозмущённой модели волновода.



**Рис. 8.** Функция неопределённости  $C(\mathbf{R})$  в невозмущённом (а) и возмущённом (б) волноводе. Функция неопределённости  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  в невозмущённом (в) и возмущённом (г) волноводе. Белые штриховые линии изображают центральные лучи пучков 1, 2 и 3 и их продолжения при  $r > r_s$ . Около каждой линии указан номер соответствующего пучка.

На рисунке 8 показаны примеры функций неопределённости, рассчитанные для описанной в разделе 2 модели волновода в ситуации, когда антенна и локализуемый источник расположены, как показано на рис. 2. На рисунке 8а, в изображены соответственно функции неопределённости  $C(\mathbf{R})$  и  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  в невозмущённом волноводе ( $\delta c = 0$ ). Эти же функции, рассчитанные в присутствии одной из реализаций возмущения, показаны на рис. 8б, г.

На рисунке 8а мы видим, что в невозмущённом волноводе, т.е. в ситуации, когда модель среды точна, функция  $C(\mathbf{R})$  имеет острый пик в точке истинного расположения источника ( $r_s = 30$  км и  $z_s = 0,7$  км). Этот пик столь узок, что его даже трудно различить на рисунке. Однако в присутствии слабого случайного возмущения (рис. 8б) он "рассыпается" на множество локальных максимумов.

Функция  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  в невозмущённом волноводе, напротив, имеет широкий пик с центром в точке  $(r_s, z_s)$  (рис. 8в). Переход от  $C(\mathbf{R})$  к  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  здесь существенно снижает точность оценки координат источника. Однако в присутствии возмущения функция  $\tilde{C}(\mathbf{R})$ , в отличие от  $C(\mathbf{R})$ , почти не изменяется. У неё сохраняется ярко выраженный пик с центром вблизи точки  $(r_s, z_s)$ .

Белые штриховые линии на рис. 8в, г, пересекающиеся в точке  $(r_s, z_s)$ , изображают центральные траектории пучков 1, 2 и 3 с рис. 2 и их продолжения при  $r > r_s$ . Функция неопределённости  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  локализована преимущественно в окрестностях данных линий. Этот факт объясняется следующим образом. Выберем штри-

ховую линию, отвечающую  $n$ -му пучку. Этот пучок частично перекрывается с пучком, образованным лучами, которые выходят из произвольной точки  $(r'_s, z'_s)$  рассматриваемой линии и попадают на апертуру антенны. Следовательно, частично перекрываются и размытые сегменты, отвечающие двум указанным пучкам. Поэтому фильтр, настроенный на приём сигналов из точки  $(r_s, z_s)$ , частично пропустит и сигналы из точки  $(r'_s, z'_s)$ .

Таким образом, вследствие многолучевости функция неопределённости  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  в волноводе имеет вид нескольких пучков, пересекающихся в точке расположения источника. На рисунке 8в, г доминирует вклад пучка 2, который фактически фокусируется вблизи антенны. Как отмечено в разделе 2, его лучи касаются каустики, пересекаемой антенной.

В однородном пространстве, где нет многолучевости,  $\tilde{C}(\mathbf{R})$  локализована в окрестности прямой линии, соединяющей источник и центр антенны. В этом случае функция неопределённости позволяет определить лишь направление на источник.

## 8. Импульсные сигналы

В этом разделе мы кратко рассмотрим применение описанной в разделе 5 процедуры для выделения вклада пучка лучей в поле, возбуждённом импульсным источником. Комплексная амплитуда поля такого источника на дистанции наблюдения  $v(z, t)$  синтезируется из монохроматических полей  $u(z, f)$  на частотах  $f$  в полосе излучён-



ного сигнала:

$$v(z, t) = \int df u(z, f) \exp(-2\pi i f t).$$

Поскольку лучевые траектории в подводном волноводе не зависят от частоты, лучевые линии одинаковы для всех  $f$ . Однако из условия (7) понятно, что хотя бы один из масштабов когерентного состояния  $\Delta_z$  и  $\Delta_p$  должен зависеть от частоты.

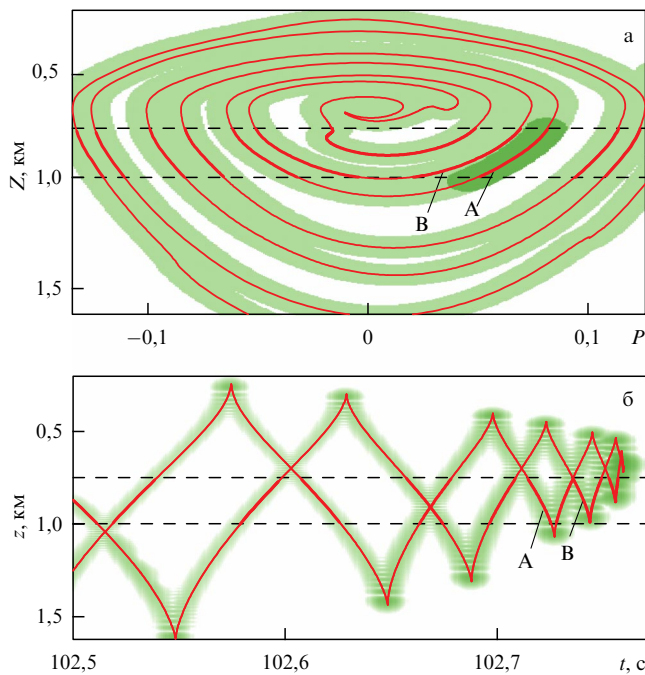
Компонента поля  $v(z, t)$ , представляющая вклад  $n$ -го пучка, синтезируется из компонент  $u_n(z, f)$ , найденных с помощью (8) или (9) для отдельных частот  $f$ . Она равна

$$v_n(z, t) = \int df u_n(z, f) \exp(-2\pi i f t). \quad (20)$$

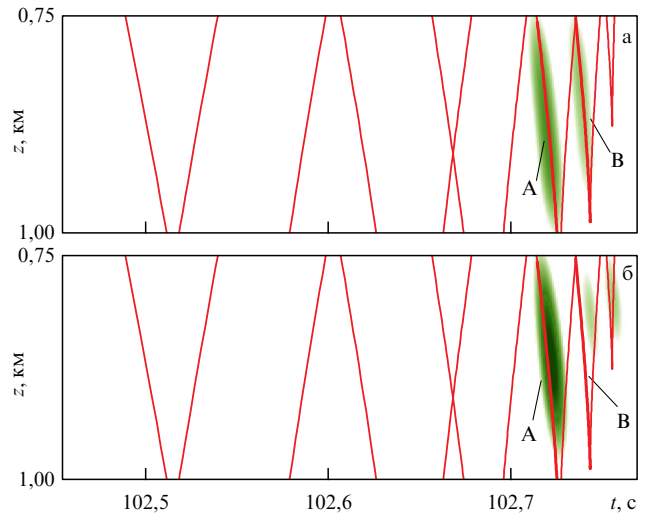
При переходе от тонального источника к импульсному возможности выделения вкладов пучков лучей существенно расширяются: пространственное разрешение дополняется временным. Убедимся в этом на конкретном примере.

Продолжим пользоваться моделью среды, описанной в разделе 2, и считать, что приёмная антенна перекрывает тот же интервал глубин. Пусть точечный источник находится на той же глубине  $z_s = 0,7$  км, что и на рис. 2, но на значительно большем удалении от антенны  $r_s = 150$  км. Полагаем, что излучается звуковой импульс  $s(t) = \exp(-\pi t^2/\tau^2 - 2\pi i f_0 t)$ , где  $f_0 = 500$  Гц, а  $\tau = 0,01$  с. Возбуждаемое поле синтезируется из монохроматических полей  $u(z, f)$  на частотах  $f$  из интервала  $500 \pm 150$  Гц. Вертикальный масштаб когерентного состояния  $\Delta_z$  для всех частот принимается равным 90 м.

На рисунке 9а тонкой кривой изображена лучевая линия на дистанции 150 км от источника. Сравнение с



**Рис. 9.** (а) Лучевая линия (тонкая линия) и размытая лучевая линия (область, выделенная светло-зелёным цветом) на дистанции 150 км от источника. (б) Распределение интенсивности  $|v(z, t)|^2$  в плоскости время – глубина и временной фронт (тонкая линия). На рисунках а и б жирными отрезками показаны приходы лучей, образующих пучки, а штриховые линии обозначают глубины краёв антенны.



**Рис. 10.** Распределение интенсивности  $|v_A(z, t)|^2$  в плоскости время – глубина в невозмущённом (а) и возмущённом (б) волноводе. Тонкие линии изображают сегменты временного фронта в интервале глубин, перекрываемых антенной. Жирными линиями выделены сегменты А и В.

рис. 3 показывает, что в соответствии с замечанием в конце раздела 5 лучевая линия действительно плотнее заполняет доступный лучам участок фазовой плоскости. Количество сегментов между двумя штриховыми прямыми, обозначающими глубины краёв антенны, увеличилось с трёх на рис. 3 до одиннадцати на рис. 9. Каждый сегмент по-прежнему представляет пучок лучей. Размытая лучевая линия на частоте 500 Гц, которая на рис. 3 локализована вблизи геометрической лучевой линии, на рис. 9 превращается в почти сплошное светло-зелёное пятно.

Если на дистанции 30 км размытые сегменты, отвечающие отдельным пучкам, не перекрываются (см. рис. 3), то на дистанции 150 км это уже не так. Символами А и В обозначаем два пучка лучей, представленных на рис. 9а двумя соседними сегментами. Тёмно-зелёным цветом выделен размытый сегмент, отвечающий пучку А, на частоте  $f = 500$  Гц. Он сильно перекрывается с размытым сегментом, отвечающим пучку В (на рисунке он не показан), а значит, в случае монохроматического источника вклад пучка А не может быть выделен из полного поля. Это относится ко всем частотам в указанной полосе излучённого сигнала.

На рисунке 9б показано распределение интенсивности звукового поля  $|v(z, t)|^2$  на дистанции 150 км в плоскости время прихода  $t$  – глубина  $z$ . Тонкой сплошной линией изображён так называемый временной фронт (timefront), каждая точка которого изображает приход луча на дистанцию 150 км в плоскости время – глубина. Жирные отрезки временного фронта показывают приходы лучей, формирующих отдельные пучки. Указаны отрезки, отвечающие пучкам А и В.

На рисунке 10 показано распределение интенсивности  $|v_A(z, t)|^2$ , где  $v_A(z, t)$  — результат выделения вклада пучка А из поля  $v(z, t)$  с использованием фильтрации на отдельных частотах  $f$  по формуле (8) и последующего синтеза по формуле (20). На рисунках 10а и б показаны распределения  $|v_A(z, t)|^2$  соответственно в невозмущённом волноводе и в присутствии одной из реализаций возмущения  $\delta c$ . Вследствие перекрытия размытых сег-

ментов, отвечающих пучкам А и В, при выделении вкладов пучка А на отдельных частотах  $f$  фильтры частично "пропускают" и вклады пучка В. Однако на рис. 10 мы видим, что дополнительная селекция по времени прихода позволяет разрешить вклад пучка А. Аналогичная ситуация имеет место в свободном пространстве при разрешении сигналов, приходящих с близких направлений, но от источников, которые находятся на разных расстояниях от антенны.

## 9. Заключение

В данной статье описан метод обработки сигналов, регистрируемых приёмной антенной в неоднородной среде, обобщающий стандартную процедуру формирования лепестка диаграммы направленности в однородном пространстве. С формальной точки зрения обобщение базируется на переходе от разложения поля на антенне по плоским волнам к разложению по когерентным состояниям. Идея обсуждаемого подхода проиллюстрирована на примере двумерной модели акустического волновода в глубоком море. Аналогичным образом можно рассмотреть двумерную модель волновода в мелком море [27].

Введённое описание легко обобщается на трёхмерную неоднородную акустическую среду, причём не обязательно волновод. В этом случае в дополнение к  $z$  вводится ещё одна поперечная координата  $y$ , а фазовая плоскость  $(P, Z)$  превращается в фазовое пространство  $(P_y, P_z, Y, Z)$ . Когерентное состояние будет представлено произведением двух функций вида (1). Аргументами одной них будут переменные  $P_y$ ,  $Y$  и  $y$ , а аргументами второй —  $P_z$ ,  $Z$  и  $z$ . В подводной акустике использование трёхмерной модели среды позволит, в частности, проанализировать работу горизонтальной приёмной антенны.

Для применения обсуждаемого метода необходима математическая модель среды распространения. Она используется для расчёта лучевых траекторий, попадающих на апертуру антенны. На основе таких расчётов находятся размытые сегменты, задающие параметры введённых в разделе 5 пространственных фильтров для выделения вкладов отдельных пучков лучей. Следует подчеркнуть, что наличие каустик при этом не создаёт проблем. Ведь в расчётах используются параметры траекторий в фазовом пространстве, в котором нет особенностей, связанных с каустиками.

В рассмотренном примере плоскостойкий подводный звуковой канал представляет идеализированную модель среды. Её неточность заключается в неучёте флуктуаций скорости звука  $\delta c$ , присутствующих в реальном волноводе. Для применимости нашего подхода точность модели должна быть достаточна для вычисления размытых сегментов  $\sigma_n$  на дистанции наблюдения. Результаты моделирования, приведённые в разделе 4, показывают, что на дистанции 30 км данное требование выполнено: размытые сегменты, рассчитанные в невозмущённом и возмущённом волноводе, перекрываются как минимум наполовину. Это позволяет формировать лепесток диаграммы направленности во флуктуирующем волноводе на основе расчёта траекторий при  $\delta c = 0$ . В том же разделе отмечено, что неточность модели может быть компенсирована расширением области  $\sigma_n$ .

Подход, обсуждаемый в настоящей работе, может быть применён для решения тех же задач, что и традиционные методы согласованной с полем обработки сигналов (выделение сигналов с заданных направлений, локализация источника, дистанционное зондирование и др.). Его основным преимуществом является возможность использования идеализированной модели среды. Традиционные методы, как правило, основаны на сопоставлении измеренных и рассчитанных сигналов [25]. Приближённого расчёта лучевых траекторий здесь недостаточно. Необходимость вычисления комплексной амплитуды поля на апертуре антенны значительно усиливает требования к точности модели среды, особенно в условиях многолучевого распространения.

В разделе 7 на конкретном примере показано, что переход от традиционного метода решения задачи локализации на основе согласованной с полем обработки сигналов к нашему подходу действительно ослабляет требования к точности модели среды. Близкие результаты получены в работах [30, 31], где выделение вкладов пучков лучей тоже базируется на разложении регистрируемого поля по когерентным состояниям. Однако в этих работах использовано упрощающее предположение о том, что влияние возмущения  $\delta c$  полностью учитывается умножением невозмущённой компоненты  $u_n(z)$  на случайный фазовый множитель.

Следует отметить, что оценка предельных дистанций, на которых можно применять наш подход, требует дополнительных исследований. При регистрации поля тонального источника принципиальным ограничением является условие неперекрывания размытых сегментов, отвечающих разным пучкам. Оно выполняется лишь на относительно коротких трассах. В разделе 8 показано, что в случае импульсного источника такое ограничение существенно ослабляется. Можно ожидать, что при работе с импульсными сигналами обсуждаемый подход применим даже в условиях, когда начинают проявляться эффекты лучевого и волнового хаоса [8, 28, 29]. Однако этот вопрос выходит за рамки данной работы и здесь не рассматривается.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной физики РАН (проект 0030-2021-0018). Автор благодарен своим коллегам А.Ю. Казаровой и Л.Я. Любавину за полезные обсуждения.

## Список литературы

1. Van Trees H L *Detection, Estimation, and Modulation Theory Pt. 4 Optimum Array Processing* (New York: John Wiley and Sons, 2002)
2. Virovlyansky A L *J. Acoust. Soc. Am.* **141** 1180 (2017)
3. Virovlyansky A L, Kazarova A Yu, Lyubavin L Ya *IEEE J. Oceanic Eng.* **45** 1583 (2020)
4. Klauder J R, Sudarshan E C G *Fundamentals of Quantum Optics* (New York: W.A. Benjamin, 1968); Пер. на русск. яз.: Клаудер Дж, Сударшан Э *Основы квантовой оптики* (М.: Мир, 1970)
5. Schleich W P *Quantum Optics in Phase Space* (Berlin: Wiley-VCH, 2001)
6. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Механика* (М.: Наука, 1973); Пер. на англ. яз: Landau L D, Lifshitz E M *Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1976)
7. Goldstein H, Poole C, Saffko J *Classical Mechanics* (San Francisco, CA: Addison Wesley, 2000)
8. Makarov D, Prants S, Virovlyansky A, Zaslavsky G *Ray and Wave Chaos in Ocean Acoustics: Chaos in Waveguides* (Ser. on Complexity, Nonlinearity and Chaos, Vol. 1) (Singapore: World Scientific, 2010)

9. Flatté S M (Ed.) et al. *Sound Transmission Through a Fluctuating Ocean* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1979)
10. Colosi J A *Sound Propagation Through the Stochastic Ocean* (New York: Cambridge Univ. Press, 2016)
11. Virovlyansky A L, Makarova Iu M *Europhys. Lett.* **123** 54004 (2018)
12. Jensen F B et al. *Computational Ocean Acoustics* (New York: Springer, 2011)
13. Virovlyansky A L, Kazarova A Yu, Lyubavin L Ya *J. Acoust. Soc. Am.* **121** 2542 (2007)
14. Alonso M A, in *Phase-Space Optics: Fundamentals and Applications* (Eds M E Testorf, B M Hennelly, J Ojeda-Castañeda) (New York: McGraw-Hill, 2010) p. 237
15. Glauber R J *Quantum Theory of Optical Coherence. Selected Papers and Lectures* (Weinheim: Wiley-VCH, 2007)
16. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика: нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1974); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
17. Бреховских Л М, Лысанов Ю П *Теоретические основы акустики океана* (М.: Наука, 2007); Пер. на англ. яз.: Brekhovskikh L M, Lysanov Yu P *Fundamentals of Ocean Acoustics* (New York: Springer, 2003)
18. Baggeroer A B, Kuperman W A, Mikhalevsky P N *IEEE J. Oceanic Eng.* **18** 401 (1993)
19. Etter P C *Underwater Acoustic Modeling and Simulation* (Boca Raton, FL: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2018)
20. Schmidt H et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **88** 1851 (1990)
21. Krolik J L *J. Acoust. Soc. Am.* **92** 1408 (1992)
22. Byun G et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **147** 1231 (2020)
23. Richardson A M, L W Nolte L W *J. Acoust. Soc. Am.* **89** 2280 (1991)
24. Le Gall Y et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **139** 993 (2016)
25. Сазонтов А Г, Малеханов А И *Акустический журн.* **61** 233 (2015); Sazontov A G, Malekhanov A I *Acoust. Phys.* **61** 213 (2015)
26. Baggeroer A B, in *Proc. of the 1st Intern. Conf. and Exhibition on Underwater Acoustics, Greece, Heraklion, 2013* (Eds J S Papadakis, L Bjørnø) p. 41
27. Virovlyansky A L *J. Acoust. Soc. Am.* **142** EL136 (2017)
28. Абдуллаев С С, Заславский Г М *УФН* **161** (8) 1 (1991); Abdullaev S S, Zaslavskii G M *Sov. Phys. Usp.* **38** 645 (1991)
29. Вировлянский А Л, Макаров Д В, Прантс С В *УФН* **182** 19 (2012); Virovlyansky A L, Makarov D V, Prants S V *Phys. Usp.* **55** 18 (2012)
30. Virovlyansky A L *J. Acoust. Soc. Am.* **148** 2351 (2020)
31. Вировлянский А Л, Казарова А Ю *Акустический журн.* **68** 190 (2022); Virovlyansky A L, Kazarova A Yu *Acoust. Phys.* **68** 162 (2022)

### Isolation of the field component formed by a given beam of rays at the aperture of a receiving antenna in an inhomogeneous environment

A.L. Virovlyansky

Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, 603950 Nizhny Novgorod, Russian Federation  
E-mail: viro@ipfran.ru

A generalization of the classical procedure for forming a receiving antenna beam in a homogeneous space to the case of an inhomogeneous medium is discussed. In free space, this procedure isolates the component of the registered field, which represents the contribution of a beam of parallel rays. In an inhomogeneous medium, the procedure should extract the contribution of a beam of rays, which, as a rule, are not parallel. The generalization is carried out on the basis of the transition from the traditional representation of the registered field in the form of a superposition of plane waves to the coherent state expansion of the field borrowed from quantum mechanics. The general approach is illustrated using the example of the lobe formation of a vertical receiving antenna in an underwater acoustic waveguide.

**Keywords:** antenna, beamforming, beam of rays, coherent state, acoustic waveguide

PACS numbers: 43.30.Cq, 43.30.Dr

Bibliography — 31 references

Received 20 May 2022, revised 6 August 2022

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **193** (9) 1010–1020 (2023)

*Physics – Uspekhi* **66** (9) (2023)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFN.2022.08.039229>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2022.08.039229>