

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Феноменологические аспекты
суперсимметричных расширений Стандартной модели

Р.Б. Невзоров

Нарушение калибровочной симметрии в теориях Великого объединения может приводить к суперсимметричным (СУСИ) расширениям Стандартной модели (СМ) в области низких энергий, что позволяет в значительной степени стабилизировать электрослабую шкалу. Обсуждаются объединение калибровочных констант, хиггсовский сектор и ограничения на спектр суперчастиц в рамках нескольких СУСИ-расширений СМ. Рассматриваются возможные проявления СУСИ-моделей и экспериментальные ограничения.

Ключевые слова: теории и модели Великого объединения, расширения Стандартной модели, суперсимметрия, тёмная материя, нестандартные бозоны Хиггса, суперпартнёры известных частиц, лептокварки, экзотические частицы

PACS numbers: 12.10. – g, 12.60.Fr, 12.60.Jv

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2022.07.039223>

Содержание

1. Введение (577).
 2. Проблема иерархий и ландшафт вакуумов в теории струн (579).
 3. Суперсимметричные расширения Стандартной модели (580).
 - 3.1. MCCM и NMCCM. 3.2. $U(1)_N$ -расширения MCCM и E_6 .
 - 3.3. E_6 CCM.
 4. Объединение калибровочных констант (588).
 5. Бозоны Хиггса в суперсимметричных моделях (592).
 - 5.1. Хиггсовский сектор MCCM. 5.2. Спектр бозонов Хиггса в NMCCM. 5.3. Верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 CCM.
 6. Ограничения на спектр суперчастиц в простейших сценариях (598).
 7. Поиски возможных проявлений суперсимметрии на Большом адронном коллайдере (604).
 8. Заключение (607).
- Список литературы (609).

1. Введение

Открытие бозона Хиггса на Большом адронном коллайдере (БАК) [1, 2] стало очередным важным шагом на пути познания законов микромира, в частности механизма нарушения электрослабой симметрии. Современное состояние и перспективы дальнейших исследований в этой области физики высоких энергий представлены в работе [3]. Экспериментальное обнаружение данного состояния находится в полном соответствии с предска-

заниями Стандартной модели (СМ). Стандартная модель включает в себя все известные на сегодня фундаментальные частицы и с достаточно высокой точностью описывает все имеющиеся в физике элементарных частиц экспериментальные данные. С другой стороны, по-прежнему остаётся без ответа целый ряд проблемных вопросов, которые стимулируют изучение различных расширений СМ. В частности, одной из главных загадок является чрезвычайная слабость гравитационного взаимодействия по сравнению с известными на сегодняшний день взаимодействиями других типов.

Лагранжиан СМ инвариантен по отношению к преобразованиям групп Пуанкаре и калибровочной симметрии $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$. Группа Пуанкаре включает в качестве подгруппы группу Лоренца, а также преобразования параллельного переноса в пространстве и сдвига во времени. В начале 1970-х годов С. Коулменом и Дж. Мандулой была доказана основополагающая теорема о симметрии S -матрицы [4]. Пожалуй, одним из важнейших следствий этой теоремы является утверждение о том, что в квантовой теории поля любая группа симметрии, которая содержит группу Пуанкаре P и группу внутренних симметрий G в качестве своих подгрупп, должна быть прямым произведением этих своих подгрупп $G \times P$. Последнее указывает на то, что объединение внешних и внутренних симметрий в рамках теории классических групп является весьма проблематичным. Однако доказательство данной теоремы становится неприменимым в случае градуированных алгебр Ли. Структура градуированных алгебр Ли может быть представлена в следующем виде:

$$[\hat{B}, \hat{B}] = \hat{B}, \quad [\hat{B}, \hat{F}] = \hat{F}, \quad \{\hat{F}, \hat{F}\} = \hat{B},$$

где $\hat{B}$ и $\hat{F}$ — бозонные и фермионные генераторы. Градуированные алгебры Ли, содержащие алгебру группы

Р.Б. Невзоров
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация
E-mail: nevzorovrb@lebedev.ru

Статья поступила 30 августа 2021 г.,
после доработки 25 июля 2022 г.

Пуанкаре, называются суперсимметриями. Простейшая ($N=1$)-суперсимметрия (СУСИ) включает вейлевские спинорные генераторы Q_α и $\bar{Q}_{\dot{\alpha}} = Q_\alpha^\dagger$. Генераторы Q_α и $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ переводят фермионные состояния в бозонные и наоборот, т.е.

$$Q_\alpha |\text{fermion}\rangle = |\text{boson}\rangle, \quad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} |\text{boson}\rangle = |\text{fermion}\rangle.$$

Эволюция калибровочных констант $SU(3)_C$, $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ -взаимодействий в рамках простейшего СУСИ-обобщения СМ — минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ) — даёт основания полагать, что при сверхвысоких энергиях, $E \sim M_X \gtrsim 10^{16}$ ГэВ, сильные и электрослабые взаимодействия описываются единым образом в рамках теорий Великого объединения (ТВО) [5]. К числу классических примеров таких теорий следует отнести $SU(5)$ -, $SO(10)$ - и E_6 -модели Великого объединения. В случае минимальной модели Великого объединения с $SU(5)$ -калибровочной симметрией каждое поколение кварков и лептонов образуют антипятиплет и дуплет (антисимметричный тензор 2-го ранга) $SU(5)$. В ТВО с $SO(10)$ -калибровочной симметрией каждое поколение фермионов в СМ может являться составной частью одного 16-плета $SO(10)$. Такие модели предполагают существование правосторонних нейтрино, что позволяет использовать так называемый механизм качелей (see-saw) для генерации малых масс левосторонних нейтрино [6, 7].

СУСИ-алгебра предполагает, что каждый СУСИ-мультиплет должен содержать равное число бозонных и фермионных степеней свободы. По этой причине в ($N=1$)-СУСИ ТВО с калибровочной E_6 -симметрией фундаментальное представление E_6 , отвечающее 27-плету, может включать одно поколение фермионов СМ и дублет бозонов Хиггса. В связи с этим удобно записать простейшее представление группы E_6 в виде разложения по представлениям её подгруппы $SO(10) \times U(1)_\psi$:

$$27 \rightarrow \left(16, \frac{1}{\sqrt{24}}\right) \oplus \left(10, -\frac{2}{\sqrt{24}}\right) \oplus \left(1, \frac{4}{\sqrt{24}}\right), \quad (1)$$

где величины в скобках соответствуют представлению группы $SO(10)$, а также $U(1)_\psi$ -заряду, который имеет рассматриваемое представление. Как и прежде, супермультиплет $(16, 1/\sqrt{24})$ может включать в себя одно поколение лептонов и кварков. Дублет бозонов Хиггса может отвечать компонентам супермультиплета $(10, -2/\sqrt{24})$. Присоединённое представление группы E_6 , т.е. 78-плет, содержит все калибровочные бозоны СМ. В случае ($N=2$)-СУСИ ТВО с калибровочной E_8 -симметрией все бозоны и фермионы СМ могут являться составной частью одного 248-плета E_8 . Данный 248-плет можно разложить по представлениям E_6 подгруппы E_8 . Такое разложение имеет вид

$$248 \rightarrow 78 \oplus 3 \times 27 \oplus 3 \times \bar{27} \oplus 8 \times 1. \quad (2)$$

В разложении (2) три 27-плета могут включать в себя три поколения фермионов СМ и дублет бозонов Хиггса, а 78-плет может включать в себя калибровочные бозоны СМ.

При сверхвысоких энергиях калибровочная группа E_6 может быть нарушена до подгруппы $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$. В частности, нарушение E_6 может приводить к $SO(10) \times U(1)_\psi$ с последующим нару-

шением $SO(10)$ до $SU(5) \times U(1)_\chi$ и $SU(5)$ до калибровочной группы СМ $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ (см. обзоры [8, 9]). Когда $U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ нарушаются до их дискретной подгруппы $F_M = (-1)^{3(B-L)}$, где B и L — барионное и лептонное квантовые числа, такое нарушение E_6 в области низких энергий может приводить к МССМ и её различным расширениям. $U(1)$ -расширения МССМ с дополнительной $U(1)'$ -симметрией могут появляться в результате нарушения $U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ до $U(1)'$, которая в этом случае представляет собой линейную суперпозицию $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$, т.е.

$$U(1)' = U(1)_\chi \cos \theta_{E_6} + U(1)_\psi \sin \theta_{E_6}. \quad (3)$$

Первые обзоры, посвящённые феноменологической суперсимметрии, появились в 1980-х годах [10–13]. Интенсивное изучение различных СУСИ-расширений СМ продолжалось последние 40 лет. Поскольку имеется много таких моделей, их подробное обсуждение в одном обзоре вряд ли возможно. По этой причине в настоящем обзоре мы рассмотрим лишь три модели: МССМ, простейшее расширение МССМ — неминимальную суперсимметричную стандартную модель (НМССМ), а также $U(1)_\chi$ -расширение МССМ (E_6 ССМ), которому отвечает значение $\theta_{E_6} = \arctan \sqrt{15}$.

К сожалению, до сих пор суперпартнёры наблюдаемых частиц обнаружены не были. Тем не менее существует широкий круг возможных проявлений СУСИ-расширений СМ, которые интенсивно ищутся в различных экспериментах и обсуждались в нескольких сотнях работ. Поскольку соответствующая область знаний столь велика, здесь мы выделили лишь ряд вопросов, которые представляются наиболее важными. В разделе 2 кратко обсуждается проблема иерархий в рамках ТВО и теории струн. В разделе 3 мы рассмотрим важнейшие отличительные черты МССМ, НМССМ и E_6 ССМ. Эволюция калибровочных констант СМ в рамках этих моделей и их объединение при сверхвысоких энергиях $E \sim M_X \gtrsim 10^{16}$ ГэВ обсуждаются в разделе 4. Одним из важнейших предсказаний СУСИ-расширений СМ является верхнее ограничение на массу легчайшего хиггсовского бозона. Обнаружение в экспериментах на БАК скаляра с массой 125 ГэВ, взаимодействие которого с калибровочными бозонами и фермионами во многом напоминает взаимодействие бозона Хиггса с частицами СМ, накладывает определённые ограничения на параметрическое пространство СУСИ-моделей. В связи с этим в разделе 5 изучается нарушение калибровочной симметрии и спектр хиггсовских состояний в МССМ, НМССМ и E_6 ССМ.

Данные астрофизических и космологических наблюдений указывают на то, что примерно 20–25 % плотности энергии в нашей Вселенной составляет тёмная материя [14]. Таким образом, тёмная материя, имеющая небарионное происхождение, образует большую часть вещества во Вселенной. В СУСИ-расширениях СМ в качестве легчайшей суперсимметричной частицы (ЛСЧ) обычно рассматривается легчайшее нейтралито, которое не несёт электрического заряда и может быть абсолютно стабильным состоянием. Это делает данное состояние одним из наиболее подходящих кандидатов на роль холодной тёмной материи. Эксперименты по поиску частиц тёмной материи и измерению массы бозона Хиггса накладывают весьма жёсткие ограничения на

разрешённую область пространства параметров в простейших СУСИ-моделях. В разделе 6 соответствующие ограничения рассматриваются в рамках МССМ и E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X . Они приводят к жёстким ограничениям на спектр суперчастиц в простейших сценариях. Возможные проявления и результаты поиска новых состояний, которые предсказываются рассматриваемыми в этом обзоре СУСИ-обобщениями СМ, обсуждаются в разделе 7 в контексте экспериментов на БАК. Наконец, основные выводы представлены в заключении (раздел 8).

2. Проблема иерархий и ландшафт вакуумов в теории струн

Нарушение калибровочной симметрии в рамках ТВО при сверхвысоких энергиях порядка M_X может приводить к СМ с хиггсовским потенциалом

$$V(H) = m_H^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2 + \dots \quad (4)$$

Для того чтобы дублет хиггсовских полей H при этом приобрёл вакуумное среднее $\langle H \rangle = v/\sqrt{2} \simeq 174$ ГэВ, нарушающее электрослабую симметрию, необходимо, чтобы величина $|m_H^2|$ была порядка $(100 \text{ ГэВ})^2$. Хотя в некоторых ТВО параметр m_H^2 может обнуляться в древесном приближении (см., например, [15, 16]), в общем случае $|m_H^2|$ оказывается порядка M_X^2 . Кроме того, даже если m_H^2 равен нулю, к квадрату массы $SU(2)_W$ -дублета хиггсовских полей есть поправки, содержащие члены, квадратичные по массам тяжёлых состояний, взаимодействующих с H [17–19]. Поскольку соответствующие тяжёлые состояния имеют массы порядка M_X , включение СМ в качестве составной части в ТВО требует огромной подстройки параметров, которая необходима для того, чтобы $|m_H|$ и электрослабая шкала были на много порядков меньше M_X . В этом заключается суть так называемой проблемы иерархий.

В рамках СМ дестабилизация электрослабой шкалы, обсуждавшаяся выше, может быть отождествлена с радиационными поправками, которые расходятся, как квадрат импульса обрезания, т.е. Λ^2 . Если относиться к Λ не как к формальному математическому параметру, а как к числу порядка M_X , то точность компенсации петлевых вкладов затравочной массой $SU(2)_W$ -дублета хиггсовских полей должна составлять $\sim 10^{-26}$. "Недокомпенсация" приводит к затягиванию масс кварков, лептонов, бозона Хиггса, а также масс бозонов W и Z на шкалу M_X .

Существенно отличная ситуация складывается в СУСИ-расширениях СМ. Спустя всего несколько лет после того как суперсимметрия была предложена [20–23], было установлено, что теории с локальной суперсимметрией (теории супергравитации) приводят к частичному объединению калибровочных и гравитационного взаимодействий [24–26]. Поскольку супергравитация (СУГРА) является неперенормируемой теорией, её следует рассматривать в качестве низкоэнергетического предела некоторой перенормируемой или даже конечной теории. Наиболее подходящим кандидатом на роль такой теории выступает $E_8 \times E_8$ -десятимерная гетеротическая теория суперструн [27]. Компактификация дополнительных измерений в данной теории приводит к наруше-

нию E_8 до E_6 или её подгруппы в наблюдаемом секторе [28]. Другая калибровочная симметрия E_8' отвечает скрытому сектору. Поля скрытого сектора взаимодействуют с полями наблюдаемого сектора только посредством гравитационного взаимодействия. Предполагается, что поля скрытого сектора приобретают вакуумные средние, генерируя спонтанное нарушение локальной суперсимметрии. Нарушение локальной СУСИ сопровождается появлением голдстино, которое поглощается суперпартнёром гравитона со спином $3/2$ — гравитино. При этом гравитино становится массивным. Данное явление получило название суперхиггс-эффекта [29–31].

В области низких энергий при таком нарушении локальной суперсимметрии генерируются параметры мягкого нарушения СУСИ в секторе наблюдаемых полей [32–35], которые определяют массы и константы взаимодействия суперпартнёров фермионов и бозонов СМ. Здесь мы ограничимся рассмотрением простейших СУГРА-моделей. В этих моделях параметры мягкого нарушения СУСИ и шкала масс суперчастиц определяются массой гравитино ($m_{3/2}$). Тем не менее существует также широкий класс моделей, в которых гравитино может быть существенно легче суперпартнёров других частиц [36–39].

Нарушение калибровочной симметрии в рамках СУСИ ТВО вблизи шкалы M_X может приводить к различным расширениям СМ с мягко нарушенной суперсимметрией при относительно низких энергиях, если $m_{3/2} \ll M_X$. В суперсимметричных теориях благодаря определённым соотношениям между безразмерными константами бозон-фермионного и бозон-бозонного взаимодействий происходит полное сокращение квадратичных расходимостей [40–43]. Мягкое нарушение СУСИ предполагает, что данные соотношения остаются неизменными. В результате вклад в квадратичные расходимости от петлевых диаграмм, содержащих бозоны, сокращается с соответствующим вкладом от фермионных петлевых диаграмм. В этом случае эффективная шкала обрезания Λ фактически заменяется шкалой нарушения СУСИ, которая должна быть того же порядка, что и массы суперчастиц, т.е. $\sim m_{3/2}$. По этой причине на протяжении последних 30 лет наиболее естественными считались СУСИ-расширения СМ, в которых суперпартнёры наблюдаемых частиц имели массы, меньшие 1 ТэВ. К настоящему времени никаких свидетельств существования столь лёгких суперчастиц обнаружено не было. Если гравитино и другие суперчастицы имеют массы порядка нескольких ТэВ, то тонкая настройка параметров, требуемая для стабилизации электрослабой шкалы, составляет $10^{-3} - 10^{-2}$ [44, 45]. Получение большой иерархии между шкалой M_X и $m_{3/2}$ является серьёзной проблемой. Наиболее естественным образом необходимая иерархия генерируется в рамках непертурбативного сценария нарушения СУСИ, предполагающего конденсацию калибрино калибровочных суперполей "скрытого" сектора [46].

Необходимая для стабилизации электрослабой шкалы тонкая настройка параметров, обусловленная иерархической структурой спектра, при которой измеренная масса бозона Хиггса много меньше масс суперчастиц, порождает определённые сомнения в том, что низкоэнергетическая суперсимметрия является решением проблемы иерархий. С другой стороны, огромная тонкая настройка требуется для того, чтобы космологическая

постоянная имела бы значение, отвечающее её наблюдаемой величине. Действительно, имеющиеся данные указывают на то, что по всему пространству нашей Вселенной относительно равномерно распределена энергия, плотность которой весьма мала, т.е. $\rho_A \sim 10^{-55} M_Z^4$ [14], где M_Z — масса Z-бозона. Данная плотность энергии (космологическая постоянная) приводит к ускоренному расширению Вселенной и составляет примерно 70–73 % её полной плотности энергии [14]. С теоретической точки зрения абсолютное значение космологической постоянной должно быть существенно больше её наблюдаемого значения. Так, значительно более весомый вклад в полную плотность энергии вакуума нашей Вселенной должен был бы дать глюонный конденсат $\sim \Lambda_{\text{QCD}}^4 \simeq 10^{-12} M_Z^4$. Ещё большие вклады должны были бы быть обусловлены спонтанным нарушением электрослабой симметрии и нарушением СУСИ. Малость ρ_A может быть связана лишь с практически точным сокращением различных вкладов в полную плотность энергии вакуума. По этой причине проблема малости космологической постоянной, по сути, сводится к проблеме огромной тонкой настройки параметров теории.

Совершенно неочевидно, можно ли рассматривать две проблемы, упомянутые выше, независимо друг от друга. В связи с этим стоит упомянуть о новых идеях, которые стали обсуждаться в рамках теории струн с начала XXI в. Начиная с 2001 г. в целом ряде работ было констатировано, что теория струн может иметь огромное число вакуумов [47–49]. Это позволяет использовать антропный принцип в качестве возможного объяснения малости космологической постоянной [50]. Пространство таких вакуумов в теории струн называется "ландшафтом". Ландшафт теории струн может включать порядка 10^{500} различных вакуумов [51]. Различные вакуумные состояния характеризуются различными калибровочными симметриями и спектрами частиц, а также различными значениями физических констант, включая ρ_A . Наша Вселенная является лишь одной из вселенных, отвечающих огромному многообразию вакуумов. В любой из вселенных, где возможна жизнь, плотность энергии вакуума не может быть слишком большой. В противном случае скорость расширения данной Вселенной была бы настолько велика, что формирование галактик и образование звёзд стало бы невозможным, исключая тем самым существование самого наблюдателя. Аналогичные соображения могут быть привлечены для объяснения значений других физических шкал в рамках СМ. В частности, если бы вакуумное среднее хиггсовского поля было бы значительно больше измеренного значения, то не было бы никаких стабильных ядер и ядерная физика не была бы такой, какой мы её знаем [52, 53]. Другими словами, антропный принцип предполагает, что формирование галактик и образование звёзд, основные химические и биологические процессы, вероятно, оказываются возможными только при тех значениях ключевых фундаментальных констант и шкал, т.е. Λ_{QCD} , электрослабой шкалы, космологической постоянной и т.д., которые наблюдаются в нашей Вселенной [50, 52–55]. При этом суперсимметрия является необходимой составной частью фундаментальной теории, т.е. ТВО, теории струн и т.д.

Для изучения огромного многообразия вселенных, отвечающих ландшафту вакуумов теории струн, используется статистический подход [51, 56–60]. В связи с этим смысл понятия *естественности* несколько меняется [60].

Значение наблюдаемой величины O_2 является более естественным, чем значение O_1 , если большее число вакуумов, где возможна жизнь, приводит к значению O_2 . Результаты исследований указывают на то, что существует весьма небольшая часть вакуумов теории струн, в которых реализуется низкоэнергетическая суперсимметрия со шкалой масс суперчастиц, меньшей 1 ТэВ. Однако тонкая настройка параметров, необходимая для получения крайне малого значения космологической постоянной, требует существенно большего числа таких вакуумов.

Примечательно, что общее число вакуумов в теории струн настолько велико, что среди них встречаются вакуумы с исключительно малой плотностью энергии (порядка наблюдаемой величины космологической постоянной) и относительно лёгким бозоном Хиггса. Причём в большинстве таких вакуумов шкала масс суперчастиц достаточно велика [59–61], т.е. много больше массы бозона Хиггса. В этих вакуумах легчайший бозон Хиггса имеет массу m_h , весьма близкую к 125 ГэВ, тогда как массы почти всех суперчастиц слишком велики и их наблюдение на БАК не представляется возможным [62, 63]. Таким образом, со статистической точки зрения мы могли оказаться во вселенной, соответствующей одному из вакуумов теории струн, в котором тонкая настройка параметров приводит к электрослабой шкале порядка 100 ГэВ и крайне малому значению космологической постоянной. Данное обстоятельство мотивировало изучение моделей так называемой расщеплённой суперсимметрии (split SUSY) [64–74]. В рамках соответствующих СУСИ-моделей легчайшее нейтрально с массой порядка нескольких ТэВ может давать существенный вклад в плотность тёмной материи [65–68], а все суперпартнёры лептонов и кварков имеют массы, существенно большие 10 ТэВ. Целый ряд сценариев, которые появляются в качестве низкоэнергетического предела теории струн, приводят к такому спектру суперчастиц [75–87]. В этих моделях суперсимметрия не используется для стабилизации электрослабой шкалы. Среди огромного многообразия ландшафта вакуумов теории струн мы могли оказаться в рассматриваемом вакуумном состоянии просто благодаря антропному принципу [50].

3. Суперсимметричные расширения Стандартной модели

Лагранжиан мягко нарушенной суперсимметрии можно представить в виде суммы:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SUSY}} + \mathcal{L}_{\text{soft}}, \quad (5)$$

где $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$ представляет собой лагранжиан, инвариантный по отношению к преобразованиям СУСИ, $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ включает в себя набор членов, нарушающих суперсимметрию. $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$ определяется набором киральных (Φ_i) и векторных (V_m) суперполей, а также суперпотенциалом рассматриваемой модели $W(\Phi_k)$. Киральные суперполя можно представить в виде

$$\Phi_i(x^\mu, \theta, \bar{\theta}) = \phi_i(y^\mu) + \sqrt{2} \theta \psi_i(y^\mu) + \theta \theta F_i(y^\mu), \quad (6)$$

где $y^\mu = x^\mu + i\theta \sigma^\mu \bar{\theta}$, $\sigma^\mu = (1, \sigma^i)$, σ^i — матрицы Паули, θ_α и $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ ($\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$) — фермионные антикоммутирующие (грассмановы) координаты. Здесь ϕ_i — комплексное

скалярное поле, F_i — вспомогательное поле, которое не имеет кинетических слагаемых и не описывает динамические степени свободы, ψ_i — левостороннее вейлевское спинорное поле. Коэффициенты в разложении (6), т.е. ϕ_i , F_i и ψ_i , называются компонентами кирального суперполя Φ_i . В калибровке Весса–Зумино [88] векторное суперполе можно представить в виде

$$V_m = V_m^a(x^\mu, \theta, \bar{\theta})t^a = \left(-\theta\sigma^v\bar{\theta}V_{mv}^a(x^\mu) + i\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{\lambda}_m^a(x^\mu) - \right. \\ \left. - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda_m^a(x^\mu) + \frac{1}{2}\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{\theta}D_m^a(x^\mu) \right)t^a, \quad (7)$$

где t^a — генераторы неабелевой группы, $V_{mv}^a(x)$ — соответствующие калибровочные поля, их суперпартнёры $\lambda_m^a(x)$ обычно называются калибрино. Поля $D_m^a(x)$ являются ещё одним типом вспомогательных полей, не имеющих кинетических слагаемых и не описывающих динамических степеней свободы.

Суперпотенциал $W(\Phi_k)$ является аналитической функцией киральных суперполей, которая может содержать только произведения киральных суперполей и не может включать такие слагаемые, как $\Phi_i\Phi_j^\dagger$ и $\Phi_i\Phi_j\Phi_k^\dagger$. Кроме того, $W(\Phi_k)$ должен быть инвариантен по отношению к преобразованиям калибровочной симметрии. Для того чтобы СУСИ-теория была перенормируемой, функция $W(\Phi_k)$ должна содержать только члены, линейные, квадратичные и кубические по киральным суперполям, т.е.

$$W(\Phi_k) = a_i\Phi_i + \frac{1}{2}\mu_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{6}y_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k. \quad (8)$$

В выражении (8) по повторяющимся индексам предполагается суммирование, тогда как a_i , μ_{ij} и y_{ijk} являются константами взаимодействия. Линейные по киральным суперполям члены в суперпотенциале, как правило, запрещены калибровочной симметрией.

Так как явный вид членов, нарушающих суперсимметрию, но не приводящих к появлению квадратичных расходимостей, известен [89], $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ можно представить в следующем виде:

$$-\mathcal{L}_{\text{soft}} = \left(\frac{1}{2} \sum_{a,m} M_m \lambda_m^a \lambda_m^a + \text{h.c.} \right) + V_{\text{soft}}, \quad (9)$$

$$V_{\text{soft}} = \sum_{i,j} m_{ij}^2 \phi_i^\dagger \phi_j + \sum_{i,j,k} \left(\frac{1}{6} A_{ijk} y_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} B_{ij} \mu_{ij} \phi_i \phi_j + t_i a_i \phi_i + \text{h.c.} \right),$$

где λ_m^a — поля калибрино, соответствующие различным калибровочным группам, отвечающим индексу m . Члены в $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ явным образом нарушают СУСИ, поскольку они включают члены, содержащие поля, описывающие скалярные поля и калибрино, в то время как члены, содержащие поля, соответствующие суперпартнёрам этих частиц, отсутствуют. Набор параметров мягкого нарушения суперсимметрии включает в себя массы калибрино M_A , массовые матрицы скалярных полей m_{ij}^2 , линейные, билинейные и трилинейные константы взаимодействия скалярных полей (t_i , B_{ij} и A_{ijk} соответственно). Значения этих параметров очень важны, поскольку в СУСИ-моделях они полностью определяют спектр суперпартнёров наблюдаемых частиц.

3.1. МССМ и НМССМ

Так как из $(N=1)$ -СУСИ-алгебры следует, что каждый СУСИ-мультиплет должен содержать равное число бозонных и фермионных степеней свободы, простейшие суперсимметричные обобщения СМ должны включать скалярные степени свободы, которые ассоциируются с левосторонними и правосторонними фермионами СМ. Другими словами, эти модели должны содержать наряду с кварками и лептонами их скалярные суперпартнёры — левосторонние и правосторонние скварки и слептоны. СУСИ-расширения СМ также должны включать фермионные партнёры калибровочных и хиггсовских бозонов, обычно называемые калибрино и хиггсино соответственно.

В СМ достаточно одного хиггсовского дублета, чтобы все лептоны и кварки приобрели ненулевые массы. Эти массы генерируются благодаря юкавскому взаимодействию кварков и лептонов с хиггсовским полем. Точнее, массы нижних кварков и заряженных лептонов генерируются самим хиггсовским дублетом, в то время как зарядово-сопряжённое поле $i\sigma_2 H^\dagger$ генерирует массы верхних кварков. В СУСИ-расширениях СМ юкавское взаимодействие между полем Хиггса и фермионными полями полностью обусловлено структурой суперпотенциала модели. Поскольку $W(\Phi_k)$ является аналитической функцией киральных суперполей, суперпотенциал СУСИ-моделей не может содержать зарядово-сопряжённое поле $i\sigma_2 H^\dagger$. Таким образом, для того чтобы в СУСИ-расширениях СМ все кварки и заряженные лептоны приобрели массы, необходимо ввести по крайней мере ещё один хиггсовский дублет. При этом рассматриваемый механизм генерации масс предполагает, что хиггсовские дублеты имеют противоположные гиперзаряды, что также обеспечивает сокращение аномалий.

В итоге простейшее СУСИ-расширение СМ, т.е. МССМ, включает следующий набор киральных суперполей:

$$Q_a = (u_a, d_a) \sim \left(3, 2, \frac{1}{6} \right), \quad u_a^c \sim \left(\bar{3}, 1, -\frac{2}{3} \right),$$

$$L_a = (v_a, e_a) \sim \left(1, 2, -\frac{1}{2} \right), \quad d_a^c \sim \left(\bar{3}, 1, \frac{1}{3} \right), \quad (10)$$

$$H_1 = (H_1^0, H_1^-) \sim \left(1, 2, -\frac{1}{2} \right), \quad e_a^c \sim (1, 1, 1),$$

$$H_2 = (H_2^+, H_2^0) \sim \left(1, 2, \frac{1}{2} \right),$$

где первая и вторая величины в скобках отвечают представлениям $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ соответствующего супермультиплета, тогда как третья величина в скобках является его $U(1)_Y$ -гиперзарядом, а индекс a пробегает значения от 1 до 3 и ассоциируется с номером поколения элементарных частиц, Q_a и L_a отвечают дублетам левосторонних кварковых и лептонных суперполей, e_a^c , u_a^c и d_a^c соответствуют правосторонним лептонным суперполям, а также правосторонним верхним и нижним кварковым суперполям. H_1 и H_2 отвечают двум хиггсовским дублетам, которые генерируют массы кварков и лептонов. В выражениях (10) и далее изоспиновые и цветовые индексы, которые ассоциируются с $SU(2)_W$ - и $SU(3)_C$ -калибровочными взаимодействиями, опущены.

Наряду с хиггсовскими, кварковыми и лептонными киральными суперполями МССМ содержит векторные супермультиплеты:

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &\sim (1, 1, 0), \quad \hat{V}_2 = V_2^a \tau^a \sim (1, 3, 0), \\ \hat{V}_3 &= V_3^a T^a \sim (8, 1, 0),\end{aligned}\quad (11)$$

отвечающие $U(1)_{Y^-}$, $SU(2)_W$ - и $SU(3)_C$ -взаимодействиям соответственно, $\hat{V}_1$ — абелево векторное суперполе, которое содержит $U(1)_Y$ -калибровочное поле. Суперпартнёра калибровочного бозона, соответствующего слабому гиперзаряду, обычно называют бино. $\hat{V}_2$ включает в себя триплет $SU(2)_W$ -калибровочных бозонов и их суперпартнёров (вино). $\hat{V}_3$ содержит октет глюонов, а также октет их суперпартнёров (глюино). Смешивание бино с нейтральным вином и нейтральными хиггино образует набор нейтральных фермионных состояний — нейтралино. В свою очередь, при смешивании заряженных вино с заряженными хиггино возникают заряженные фермионные состояния, обычно называемые чарджино.

Для того чтобы воспроизвести юкавские взаимодействия, посредством которых генерируются массы всех кварков и заряженных лептонов в СМ, необходимо включить следующие члены в суперпотенциал МССМ:

$$W_{\text{MSSM}} = y_{ab}^U Q_a u_b^c H_2 + y_{ab}^D Q_a d_b^c H_1 + y_{ab}^L L_a e_b^c H_1 + \mu H_1 H_2, \quad (12)$$

где, как и прежде, индексы a и b ассоциируются с номером поколения элементарных частиц. В выражении (12) y_{ab}^U , y_{ab}^D и y_{ab}^L — безразмерные (3×3) -матрицы юкавских констант взаимодействия, которые определяют спектр масс кварков и заряженных лептонов, а также фазу в матрице Кабиббо–Кобаяси–Маскавы (ККМ-матрице). Член в суперпотенциале (12) $\mu H_1 H_2 = \mu (H_1)_\alpha (H_2)_\beta \epsilon^{\alpha\beta}$, где $\alpha, \beta = 1, 2$ — индексы, соответствующие $SU(2)_W$ -взаимодействию, определяет массы суперпартнёров бозонов Хиггса (хиггино). Традиционно это слагаемое в суперпотенциале МССМ называют μ -членом.

Хотя выражение (12) определяет суперпотенциал МССМ, существуют дополнительные слагаемые, которые могли бы быть добавлены к суперпотенциалу (12). Набор таких слагаемых может быть представлен в виде суммы:

$$W_{\text{NR}} = \lambda_{abd}^L L_a L_b e_d^c + \lambda_{abd}^{L'} L_a Q_b d_d^c + \mu'_a L_a H_2 + \lambda_{abd}^B u_a^c d_b^c d_d^c, \quad (13)$$

Слагаемые в выражении (13) не нарушают ни калибровочную инвариантность, ни суперсимметрию. С другой стороны, члены в W_{NR} нарушают либо лептонное, либо барионное число, что может привести к слишком быстрому распаду протона. В наиболее общем виде перенормируемый калибровочно-инвариантный суперпотенциал простейшего СУСИ-расширения СМ может быть представлен в виде суммы $W = W_{\text{MSSM}} + W_{\text{NR}}$. Члены в выражении (13) не могут быть включены в лагранжиан СМ, так как они привели бы к нарушению лоренц-инвариантности. Поскольку процессы с нарушением либо лептонного, либо барионного числа не наблюдались экспериментально, соответствующие взаимодействия должны быть сильно подавлены.

Требование инвариантности лагранжиана по отношению к преобразованиям R -чётности (P_R) или, что, в общем, эквивалентно по отношению к преобразованиям другой дискретной Z_2 -симметрии (P_M),

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s}, \quad P_M = (-1)^{3(B-L)}, \quad (14)$$

где s — спин состояния, позволяет подавить процессы с нарушением лептонного или барионного числа в МССМ. Нетрудно убедиться в том, что кварковым и лептонным супермультиплетам отвечает $P_M = -1$, в то время как хиггсовским и векторным суперполям — $P_M = +1$. Дискретная симметрия P_M запрещает все члены в W_{NR} . P_M коммутирует с генераторами преобразований суперсимметрии. Все компоненты суперполей имеют одну и ту же чётность P_M . Главное преимущество дискретной Z_2 -симметрии P_M заключается в том, что эта симметрия может быть фундаментальной симметрией теории, тогда как симметрии $U(1)_B$ и $U(1)_L$, которые ассоциируются с барионными и лептонными зарядами, весьма вероятно, не являются фундаментальными, поскольку они нарушаются непертурбативными электрослабыми эффектами. Действительно, P_M является дискретной подгруппой $U(1)_{B-L}$, которая ассоциируется с разностью барионного и лептонного зарядов. Расширение симметрии СМ до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_{B-L}$ не содержит аномалий, если спектр частиц включает правосторонние нейтрино. В отличие от $U(1)_{B-L}$, в случае расширения симметрии СМ до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_B$ или $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_L$ сокращения аномалий не происходит, что в итоге приводит к нарушению $U(1)_B$ - и $U(1)_L$ -симметрий. Сокращение аномалий в расширениях СМ с дополнительной $U(1)_{B-L}$ -симметрией позволяет рассчитывать на то, что её дискретная подгруппа P_M остаётся ненарушенной. Хотя P_M запрещает все перенормируемые взаимодействия, которые нарушают либо $U(1)_B$, либо $U(1)_L$, в МССМ перенормируемые члены высших размерностей могут приводить к процессам с нарушением лептонного и барионного чисел. Однако такие процессы, обусловленные операторами высших размерностей, оказываются достаточно сильно подавленными.

Поскольку в теориях с сохраняющимся моментом импульса произведение факторов $(-1)^{2s}$ в каждой вершине взаимодействия всегда оказывается равным $+1$, инвариантность лагранжиана суперсимметричных моделей по отношению к преобразованиям P_M -симметрии также предполагает сохранение R -чётности в этих моделях. В то же время необходимо отметить, что различные компоненты суперполей имеют различную R -чётность. Последнее однозначно указывает на то, что преобразования R -чётности не коммутируют с генераторами преобразований суперсимметрии и, следовательно, в суперсимметричных теориях сохранение соответствующего квантового числа не гарантировано. Тем не менее сохранение R -чётности, обусловленное инвариантностью лагранжиана суперсимметричных моделей по отношению к преобразованиям P_M -симметрии, оказывается исключительно полезным с феноменологической точки зрения. Действительно, все частицы в СМ, включая бозоны Хиггса, имеют $P_R = +1$, в то время как все скварки, слептоны, бино, вино, глюино и хиггино имеют $P_R = -1$. Состояния с отрицательной R -чётностью обычно называют суперсимметричными (СУСИ) части-

цами или суперчастицами. Поскольку в МССМ R -чётность сохраняется, состояния с $P_R = +1$ и $P_R = -1$ не смешиваются. Более того, каждая вершина взаимодействия всегда содержит чётное число состояний с $P_R = -1$. Это приводит к трём основным феноменологическим следствиям:

- легчайшая суперсимметричная частица должна быть абсолютно стабильной и может выступать в роли частицы небарионной тёмной материи. Обычно в СУСИ-моделях легчайшее суперсимметричное состояние представляет собой суперпозицию хиггсина, бино и вино. Поскольку легчайшее нейтралينو является нейтральной массивной слабовзаимодействующей частицей, существование данного состояния может объяснить происхождение крупномасштабной структуры Вселенной, а также обеспечить существенный вклад в плотность тёмной материи, если масса соответствующего состояния $m_{\chi_1^0} \sim 1$ ТэВ;

- в коллайдерных экспериментах суперчастицы могут рождаться только парами;

- каждая суперчастица распадается таким образом, что конечное состояние всегда содержит нечётное число ЛСЧ (обычно только одну). Так как ЛСЧ не может быть зарегистрирована непосредственно в коллайдерных экспериментах, существование данного состояния приводит к несохранению энергии-импульса в этих экспериментах.

В пределе ненарушенной СУСИ бозоны и фермионы из одного и того же супермультиплета должны иметь одинаковые массы. Поскольку вплоть до настоящего времени суперпартнёры лептонов и кварков обнаружены не были, СУСИ должна быть нарушена, т.е. все суперчастицы должны быть достаточно тяжёлыми. В общем случае $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ определяется выражением (9). Данная часть лагранжиана содержит множество новых параметров, которых нет в СМ. Подсчёт числа новых массовых параметров, фаз и углов смешивания в $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ указывает на то, что в самом общем случае число новых параметров превышает 100. С другой стороны, включение этих новых параметров может приводить к CP -нарушению, нейтральным токам с изменением аромата и другим явлениям, для которых существуют жёсткие экспериментальные ограничения. Для того чтобы подавить эти нежелательные эффекты, в дальнейшем мы будем предполагать, что все новые параметры являются реальными величинами и $m_{ij}^2 \simeq m_i^2 \delta_{ij}$. В результате выражение для $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ принимает вид

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} = & \sum_i m_i^2 |\phi_i|^2 + \left(\frac{1}{2} \sum_{a,m} M_m \lambda_m^a \lambda_m^a + \right. \\
 & + \sum_{a,b} [A_{ab}^U y_{ab}^U Q_a u_b^c H_2 + A_{ab}^D y_{ab}^D Q_a d_b^c H_1 + \\
 & \left. + A_{ab}^L y_{ab}^L L_a e_b^c H_1] + B\mu H_1 H_2 + \text{h.c.} \right). \quad (15)
 \end{aligned}$$

В выражении (15) λ_3^a , λ_2^a и λ_1^1 соответствуют полям глюино, вино и бино, а Q_a , u_a^c , d_a^c , L_a , e_a^c , H_1 и H_2 являются скалярными компонентами соответствующих киральных суперполей.

К числу недостатков МССМ обычно относят так называемую проблему μ -члена. Действительно, суперпотенциал МССМ (12) содержит только один член, билинейный по суперполям, т.е. $\mu H_1 H_2$. При этом массовый параметр μ ассоциируется либо со шкалой, на которой

происходит нарушение калибровочной симметрии в ТВО, т.е. M_X , либо с массой Планка M_{Pl} . Однако в случае $\mu \sim M_X (\sim M_{\text{Pl}})$ дублеты хиггсовских полей H_1 и H_2 приобретают огромные массы $m_{H_1, H_2}^2 \simeq \mu^2 \simeq M_X^2 (M_{\text{Pl}}^2)$ и никакого нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ -симметрии не происходит. С другой стороны, параметр μ не может равняться нулю, т.е. отсутствовать в исходном суперпотенциале, так как в силу мультипликативного характера перенормировки он остаётся равным нулю на любой шкале ниже $M_X (M_{\text{Pl}})$ [90, 91]. Отсутствие смешивания дублетов Хиггса приводит к тому, что на электрослабой шкале H_1 не приобретает среднего по вакууму, а кварки d -типа и заряженные лептоны остаются безмассовыми. Таким образом, для того чтобы все кварки и заряженные лептоны приобрели ненулевые массы, параметр μ должен быть порядка шкалы масс суперчастиц.

В НМССМ [92–105] (см. также обзоры [106–108]), которая включает дополнительное синглетное по отношению к $SU(2)_W$ - и $U(1)_Y$ -калибровочным преобразованиям суперполе S , суперпотенциал инвариантен по отношению к дискретным преобразованиям группы Z_3 , т.е. $\Phi_i \rightarrow \exp(2i\pi/3)\Phi_i$. Член $\mu H_1 H_2$ не удовлетворяет этому требованию, и поэтому он должен быть исключён из рассмотрения. Тем не менее данная Z_3 -симметрия не запрещает взаимодействия суперполя S с $\hat{H}_1$ и $\hat{H}_2$:

$$W_{\text{NMSSM}} = \lambda S(H_1 H_2) + \frac{\kappa}{3} S^3 + W_{\text{MSSM}}(\mu = 0). \quad (16)$$

В результате спонтанного нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ -симметрии суперполе S приобретает вакуумное среднее ($\langle S \rangle = s/\sqrt{2}$) и генерируется эффективный μ -член ($\mu = \lambda \langle S \rangle$). Второй член в суперпотенциале НМССМ нарушает глобальную $U(1)$ -симметрию, которая отвечает симметрии Печчи–Квинн [109, 110]. В пределе, когда $\kappa = 0$, данная $U(1)$ -симметрия нарушается спонтанно из-за образования вакуумного конденсата поля S , что приводит к появлению аксиона (псевдоголдстоуновского состояния) в спектре частиц [111]. Астрофизические ограничения предполагают, что в НМССМ с $\kappa = 0$ значение вакуумного конденсата $\langle S \rangle$ должно быть слишком велико, т.е. $\langle S \rangle \gtrsim 10^9$ ГэВ [112–118]. Столь несоизмерно большее по сравнению с электрослабой шкалой значение $\langle S \rangle$, по сути, приводит к проблеме иерархий. Ненулевые значения κ позволяют избежать появления аксиона в спектре частиц.

Хотя нарушение глобальной $U(1)$ -симметрии до дискретной Z_3 -симметрии в НМССМ представляется весьма обоснованным, такой подход также не лишён недостатков. Действительно, вакуумные средние хиггсовских полей нарушают дискретную Z_3 -симметрию, что приводит к формированию доменных стенок в ранней Вселенной [119]. Это в свою очередь приводит к слишком высокой анизотропии космического микроволнового фонового излучения (реликтового излучения) [120]. Было также показано, что нарушение Z_3 -симметрии посредством введения операторов высших размерностей, которые подавлены по $1/M_{\text{Pl}}$, приводит к квадратично расходящимся вкладам, дестабилизирующим электрослабую шкалу [121]. В принципе соответствующие операторы могут быть запрещены дискретными симметриями Z_2^R или Z_3^R [122, 123]. При этом операторы высших размерностей генерируют линейный член ξS в суперпотенциале, который не вызывает дестабилизации электрослабой шкалы, поскольку константа ξ достаточно мала.

С другой стороны, константа ξ достаточно велика для того, чтобы предотвратить появление доменных стенок. Суперпотенциал соответствующей модификации МССМ (МНССМ) может быть представлен в следующем виде [123–127]:

$$W_{\text{МНССМ}} = \lambda S(H_1 H_2) + \xi S + W_{\text{МССМ}}(\mu = 0). \quad (17)$$

Наряду с МНССМ обсуждались и другие модификации МССМ [128–133].

3.2. $U(1)_N$ -расширения МССМ и E_6

В $U(1)$ -расширениях МССМ, которые можно рассматривать в качестве низкоэнергетического предела ТВО с E_6 -калибровочной симметрией, дополнительная $U(1)'$ -симметрия запрещает взаимодействие $\mu(H_1 H_2)$ в суперпотенциале, если $\theta_{E_6} \neq 0$ и $\theta_{E_6} \neq \pi$. Тем не менее в таких расширениях СМ возможно взаимодействие хиггсовских дублетов H_1 и H_2 с новым суперполем S , которое участвует только в $U(1)'$ -взаимодействии. Данное взаимодействие описывается членом $\lambda S H_d H_u$ в суперпотенциале. В то же время кубичный член S^3 запрещён калибровочной $U(1)'$ -симметрией. В рассматриваемых моделях предполагается, что суперполе S приобретает большое вакуумное среднее, нарушая $U(1)'$ -калибровочную симметрию и генерируя эффективный μ -член. При этом никаких проблем, связанных с появлением аксиона в спектре частиц или доменных стенок, не возникает.

В исследуемых СУСИ-моделях сокращение аномалий происходит автоматически, если спектр частиц при низких энергиях содержит только полные представления группы E_6 . Поэтому при построении самосогласованной СУСИ-модели с дополнительной $U(1)'$ -симметрией представляется вполне естественным дополнить спектр частиц МССМ экзотическими состояниями таким образом, чтобы в совокупности с обычными кварковыми и лептонными суперполями спектр частиц включал три полных 27-плета, которые соответствуют трём поколениям частиц. В связи с этим удобно выразить простейшие представления группы E_6 , т.е. 27_i , в виде разложения по представлениям группы $SU(5)$:

$$\begin{aligned} 27_i \rightarrow & \left(10, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{1}{\sqrt{40}}\right)_i + \left(5^*, \frac{1}{\sqrt{24}}, \frac{3}{\sqrt{40}}\right)_i + \\ & + \left(5^*, -\frac{2}{\sqrt{24}}, -\frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i + \left(5, -\frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i + \\ & + \left(1, \frac{4}{\sqrt{24}}, 0\right)_i + \left(1, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{5}{\sqrt{40}}\right)_i, \end{aligned} \quad (18)$$

где величины в скобках соответствуют представлению группы $SU(5)$, а также $U(1)_\psi$ - и $U(1)_\chi$ -зарядам, которые имеет рассматриваемое представление. Индекс i отвечает трём разным поколениям частиц и изменяется от 1 до 3. Поколение элементарных частиц в СМ, которое включает в себя дублеты левосторонних кварков Q_i и лептонов L_i , правосторонние верхние и нижние кварки (u_i^c и d_i^c), а также правосторонние заряженные лептоны (e_i^c), ассоциируется с мультиплетами

$$\left(10, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{1}{\sqrt{40}}\right)_i + \left(5^*, \frac{1}{\sqrt{24}}, \frac{3}{\sqrt{40}}\right)_i.$$

Правостороннее нейтрино N_i^c отвечает последнему члену в выражении (18), $(1, 1/\sqrt{24}, -5/\sqrt{40})_i$. Предпоследний

член, $(1, 4/\sqrt{24}, 0)_i$, представляет собой синглетное поле S_i группы $SO(10)$ с ненулевым $U(1)_\psi$ -зарядом. Пара $SU(2)_W$ -дублетов (H_i^d и H_i^u), которые содержатся в $SU(5)$ -мультиплетах

$$\left(5^*, -\frac{2}{\sqrt{24}}, -\frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i \quad \text{и} \quad \left(5, -\frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i,$$

имеют квантовые числа хиггсовских дублетов. Поэтому они образуют либо хиггсовские дублеты, либо инертные хиггсовские $SU(2)_W$ -мультиплеты¹. Другие компоненты $SU(5)$ -мультиплетов

$$\left(5^*, -\frac{2}{\sqrt{24}}, -\frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i \quad \text{и} \quad \left(5, -\frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i$$

образуют триплеты экзотических кварковых состояний $\bar{D}_i$ и D_i с электрическими зарядами $+1/3$ и $-1/3$ соответственно. Эти кварковые состояния имеют $U(1)_{B-L}$ -заряды $(\pm 2/3)$, вдвое большие $U(1)_{B-L}$ -зарядов, которые несут обычные кварки. По этой причине в рассматриваемых СУСИ-моделях экзотические кварковые состояния могут быть либо дикварками, либо лептокварками.

Присутствие в спектре частиц исследуемых моделей экзотических кварковых состояний и Z' -бозона стимулировало изучение различных феноменологических аспектов этих моделей на протяжении многих лет [8, 134–144]. Так, в работе [145] изучались ограничения на массу Z' -бозона, который ассоциируется с дополнительной $U(1)'$ -симметрией (3), полученные при анализе данных ускорителя Тэватрон и данных экспериментов на БАК. Различные аспекты феноменологии экзотических кварковых состояний и их суперпартнёров рассматривались в работе [146]. СУСИ-модели с дополнительной $U(1)'$ -симметрией (3) исследовались в контексте нарушения электро-слабой симметрии [147–153]; физики нейтрино [154, 155] и моделей, позволяющих описать иерархическую структуру спектра и смешивание фермионных состояний СМ [156]; генерации лептонной [157, 158] и барионной [159, 160] асимметрии; мюонного аномального магнитного момента [161, 162]; электрических дипольных моментов электрона [163] и τ -лептона [164]; процесса распада мюона [165] и CP -нарушения в хиггсовском секторе [166]. Сектор нейтралитно в рассматриваемых моделях анализировался в работах [152, 163–165, 167–174]. Хиггсовский сектор и верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в СУСИ-моделях с дополнительной $U(1)'$ -калибровочной симметрией (3) изучались в работах [153, 174–180].

В рамках широкого класса СУСИ-моделей с дополнительной $U(1)'$ -симметрией (3) существует определённая линейная комбинация $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$, которая соответствует нулевому заряду правосторонних нейтрино. Обнуление $U(1)'$ -заряда правосторонних нейтрино происходит при значении $\theta_{E_6} = \arctan \sqrt{15}$. Соответствующая данному значению θ_{E_6} локальная симметрия $U(1)_N$ не запрещает массовые члены правосторонних нейтрино в суперпотенциале. Таким образом, только в этой так называемой E_6 -суперсимметричной Стандартной модели (E_6 ССМ) [176, 177, 181–183] правосторонние нейтрино могут быть супертяжёлыми, что позволяет исполь-

¹ Здесь и далее мы будем называть инертными хиггсовскими полями (дублетами или мультиплетами) поля с квантовыми числами H_i^d , H_i^u и S_i , которые не приобретают вакуумного среднего.

Таблица 1. $U(1)_Y$ - и $U(1)_{N'}$ -заряды различных компонент 27-плета

	Q_i	u_i^c	d_i^c	L_i	e_i^c	N_i^c	S_i	H_i^u	H_i^d	D_i	$\bar{D}_i$
$\sqrt{\frac{5}{3}} Q_i^Y$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\sqrt{40} Q_i^{N'}$	1	1	2	2	1	0	5	-2	-3	-2	-3

зывать механизм качелей для генерации ничтожно малых масс левосторонних нейтрино. Кроме того, распады супертяжёлых правосторонних нейтрино могут приводить к генерации лептонной и барионной асимметрий [157, 158]. $U(1)_Y$ - и $U(1)_{N'}$ -заряды различных компонент 27-плета представлены в табл. 1.

СУСИ-модели с дополнительной локальной $U(1)_{N'}$ -симметрией изучались в контексте моделей со стерильными нейтрино [155], Z - Z' -смешивания [167], эволюции констант взаимодействия [152, 184, 185] и нарушения электрослабой симметрии [151–153]. Сектор нейтралитетно в этих моделях исследовался в работах [152, 167, 168]. Возможность наблюдения в экспериментах на БАК Z' -бозона и экзотических кварков $\bar{D}_i$ и D_i , которые предсказываются данными моделями, обсуждалась в работах [176–180, 186, 187]. Спектр частиц в рамках E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X рассматривался в [188–192].

Хотя присутствие в спектре частиц СУСИ-моделей с дополнительной локальной $U(1)'$ -симметрией (3) экзотических состояний и Z' -бозона делает их достаточно привлекательными для изучения, появление новых частиц и взаимодействий приводит к определённым проблемам. Для того чтобы разобраться в сути возникающих проблем, полезно начать с изучения СУСИ-моделей, лагранжиан которых инвариантны по отношению к преобразованиям симметрии $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_{\psi} \times U(1)_{\chi}$. Если ограничиться рассмотрением класса перенормируемых теорий, то суперпотенциал этих моделей можно в наиболее общем случае представить в виде суммы следующих членов:

$$\begin{aligned}
W_{E_6} &= W_0 + W_1 + W_2, \\
W_0 &= \lambda_{ijk} S_i (H_j^d H_k^u) + \kappa_{ijk} S_i (D_j \bar{D}_k) + h_{ijk}^N N_i^c (H_j^u L_k) + \\
&\quad + h_{ijk}^U u_i^c (H_j^u Q_k) + h_{ijk}^D d_i^c (H_j^d Q_k) + h_{ijk}^E e_i^c (H_j^d L_k), \\
W_1 &= g_{ijk}^Q D_i (Q_j Q_k) + g_{ijk}^q \bar{D}_i d_j^c u_k^c, \\
W_2 &= g_{ijk}^N N_i^c D_j d_k^c + g_{ijk}^E e_i^c D_j u_k^c + g_{ijk}^D (Q_i L_j) \bar{D}_k.
\end{aligned} \quad (19)$$

В формуле (19) по повторяющимся индексам i, j, k , которые соответствуют различным поколениям частиц, проводится суммирование, т.е. $i, j, k = 1, 2, 3$. Несложно убедиться в том, что суперпотенциал (19) инвариантен по отношению к преобразованиям $U(1)_{B-L}$ -симметрии. В данном случае это является прямым следствием принципа калибровочной инвариантности, поскольку $U(1)_{B-L}$ представляет собой линейную суперпозицию $U(1)_Y$ и $U(1)_{\chi}$. Явный вид суперпотенциала (19) также однозначно указывает на то, что по отдельности барионное и лептонное квантовые числа не сохраняются. Действительно, одновременное включение в суперпотенциал рассматриваемых моделей W_1 и W_2 неизбежно приводит к нарушению либо $U(1)_B$, либо $U(1)_L$. Другими словами, не представляется возможным определить барионные и лептонные квантовые числа экзотических кварков D_i и $\bar{D}_i$ так, чтобы

лагранжиан исследуемых СУСИ-моделей был бы инвариантным по отношению к преобразованиям глобальных симметрий $U(1)_B$ и $U(1)_L$. В этом случае члены в W_1 и W_2 неизбежно приводят к слишком быстрому распаду протона.

Другая проблема, возникающая в рассматриваемых СУСИ-моделях, связана с включением в спектр частиц трёх поколений H_i^u и H_i^d . Калибровочная симметрия $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_{\psi} \times U(1)_{\chi}$ не запрещает всем $SU(2)_W$ -дублетам с квантовыми числами хиггсовских дублетов иметь ненулевые константы взаимодействия с обычными кварковыми и лептонными состояниями. В наиболее общем случае это приводит к процессам, сопровождающимся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах. В частности, соответствующие константы взаимодействия дают вклад в амплитуду $K^0 - \bar{K}^0$ -осцилляций, а также приводят к новому каналу распада мюона $\mu \rightarrow e^- e^+ e^-$. Для того чтобы подавить процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, можно использовать дискретную Z_2^H -симметрию, которая предполагает, что при преобразованиях данной симметрии все киральные суперполя, за исключением одной пары $SU(2)_W$ -дублетов H_i^d и H_i^u (т.е., например, $H_d \equiv H_3^d$ и $H_u \equiv H_3^u$) и одного суперполя S_i (т.е., например, $S \equiv S_3$), изменяют знак [176, 177]. Эта же симметрия позволяет подавить операторы, которые приводят к наиболее существенному нарушению симметрий $U(1)_B$ и $U(1)_L$. Так, Z_2^H -симметрия запрещает все члены в W_1 и W_2 .

Однако в пределе точной Z_2^H -симметрии время жизни легчайшего экзотического кварка исключительно велико. В самом деле, поскольку все члены в W_1 и W_2 запрещены, суперпотенциал (19) не содержит ни одного оператора, который мог бы приводить к распаду этого состояния. Кроме того, лагранжиан такой СУСИ-модели не только инвариантен по отношению к преобразованиям $U(1)_B$ и $U(1)_L$, но и остаётся неизменным при преобразованиях глобальной $U(1)_D$ -симметрии, которые определяются следующим образом:

$$D_j \rightarrow \exp(i\alpha) D_j, \quad \bar{D}_k \rightarrow \exp(-i\alpha) \bar{D}_k. \quad (20)$$

Инвариантность лагранжиана модели по отношению к преобразованиям $U(1)_D$ -симметрии обеспечивает стабильность легчайшего экзотического кварка. Глобальные симметрии $U(1)_L$, $U(1)_B$ и $U(1)_D$ нарушаются операторами высших размерностей, которые подавлены по $1/M_X$ или $1/M_{Pl}$. Соответствующие операторы приводят к распадам легчайших экзотических кварков, но не приводят к чрезмерно быстрому распаду протона. Поскольку $U(1)_{\chi}$ и $U(1)_{\psi}$ запрещают операторы с размерностью пять, которые могли бы приводить к нарушению глобальной симметрии $U(1)_D$, время жизни легчайшего экзотического кварка оказывается порядка

$$\tau_D \gtrsim \frac{M_X^4}{\mu_D^5}, \quad (21)$$

где μ_D — масса легчайшего экзотического кварка. В случае $\mu_D \simeq 1$ ТэВ время жизни $\tau_D \gtrsim 10^{49} \text{ ГэВ}^{-1} \sim 10^{17}$ лет, что существенно больше возраста Вселенной.

Такие долгоживущие частицы должны были бы эффективно рождаться на ранних стадиях эволюции Вселенной, и определённое их количество должно было бы

сохраниться к настоящему времени. Вследствие конфайнмента эти кварки не могут существовать в природе в качестве свободных состояний. Они должны были бы образовывать связанные состояния с обычными кварками, формируя изотопы широко распространённых элементов. Поисками соответствующих изотопов занимались на протяжении многих лет. В результате были установлены жёсткие ограничения на концентрацию таких элементов при условии, что экзотические состояния имеют массу, не превышающую 10 ТэВ. Согласно результатам анализа данных различных экспериментов относительная концентрация этих долгоживущих экзотических состояний не должна превосходить 10^{-15} на нуклон [193 – 195]. С другой стороны, теоретические оценки [196, 197] показывают, что если бы такие долгоживущие экзотические кварки существовали, то их относительная концентрация должна бы быть не ниже чем 10^{-10} на нуклон. Поэтому модели, которые приводят к экзотическим кварковым состояниям с временем жизни порядка или более возраста нашей Вселенной, практически исключены имеющимися экспериментальными данными.

В связи с изложенным выше становится очевидным, что определённая ранее симметрия Z_2^H не может быть точной в исследуемых СУСИ-моделях. Когда все юкавские константы, нарушающие Z_2^H -симметрию, крайне малы, т.е. $\lesssim 10^{-4}$, все процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, остаются сильно подавленными. Тем не менее нарушение Z_2^H -симметрии не должно оказаться неприемлемым с точки зрения стабильности протона. Операторы, которые приводят к наиболее существенному нарушению барионного и лептонного квантовых чисел, оказываются подавленными, если лагранжиан исследуемых моделей инвариантен по отношению к преобразованиям дискретных симметрий либо Z_2^L , либо Z_2^B [176]. При преобразованиях Z_2^L -симметрии только лептонные суперполя (L_i, e_i^c, N_i^c) изменяют знак (модель I). В этом случае барионное и лептонное квантовые числа сохраняются, если экзотические кварки представляют собой дикварковые состояния, т.е. $B_D = -2/3$ и $B_{\bar{D}} = 2/3$. Симметрия Z_2^B предполагает, что только суперполя, отвечающие лептонным и экзотическим кварковым состояниям ($L_i, e_i^c, N_i^c, D_i, \bar{D}_i$), изменяют знак при соответствующих преобразованиях (модель II). В данном случае лагранжиан исследуемых СУСИ-моделей инвариантен по отношению к преобразованиям $U(1)_B$ и $U(1)_L$, если экзотические кварковые состояния являются лептокварками, т.е. $B_D = 1/3$, $B_{\bar{D}} = -1/3$, $L_D = 1$ и $L_{\bar{D}} = -1$. Трансформационные свойства различных компонент 27-плетов при преобразованиях симметрий Z_2^H , Z_2^L и Z_2^B приведены в табл. 2 (см. также обзор [198]).

Следует отметить, что при преобразованиях симметрий Z_2^H , Z_2^L и Z_2^B различные супермультиплеты, которые являются компонентами одного и того же 27-плета, преобразуются по-разному. Другими словами, эти дискрет-

ные симметрии не коммутируют с E_6 , нарушение которой могло бы привести к СУСИ-моделям с дополнительной $U(1)_N$ -симметрией. Кроме того, введение нескольких симметрий, которые не имеют ничего общего с E_6 , для подавления процессов, сопровождающихся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, а также нарушением барионного и лептонного квантовых чисел, тоже не делает рассматриваемые модели более привлекательными. В связи с этим далее будет показано, каким образом E_6 ТВО могут приводить к самосогласованным СУСИ-моделям с дополнительной локальной симметрией $U(1)_N$.

3.3. $E_6\text{CCM}$

Здесь снова будем предполагать, что E_6 -симметрия или её подгруппа вблизи шкалы M_X нарушается до симметрии $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$, а спектр частиц СУСИ-модели включает в себя три полных 27-плета E_6 , гарантируя тем самым точное сокращение аномалий. Наряду с полными 27-плетами спектр частиц может включать и отдельные компоненты $27'_I$ - и $\bar{27}'_I$ -плетов, M_I и $\bar{M}_I$. Поскольку соответствующие мультиплеты имеют противоположные $U(1)_Y$, $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ -заряды, их вклад в аномалии сокращается. Как и в случае МССМ, неполные мультиплеты могут, в частности, ассоциироваться с хиггсовскими полями, которые нарушают симметрию $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ до $U(1)_{\text{em}}$. Соответствующее нарушение оказывается возможным, если набор мультиплетов M_I включает в себя $H^u \equiv H_u$, $H^d \equiv H_d$, S и $N^c \equiv N_H^c$. Ненулевые вакуумные средние суперполей S и N^c нарушают симметрии $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$, оставляя ненарушенной симметрию $SU(2)_W \times U(1)_Y$. Как и в МССМ, к нарушению $SU(2)_W \times U(1)_Y$ -симметрии приводят ненулевые вакуумные средние нейтральных компонент хиггсовских дублетов H_u и H_d , которые также генерируют массы всех кварков, лептонов и векторных бозонов СМ.

Далее будем предполагать, что все мультиплеты M_I остаются неизменными при преобразованиях некоторой $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии, тогда как все полные 27-плеты $27_i \rightarrow -27_i$ при соответствующих преобразованиях. Симметрия $\tilde{Z}_2^H$ исключает все члены в суперпотенциале, соответствующие $27_i \times 27_j \times 27_k$, но не запрещает взаимодействия супермультиплетов M_I с компонентами полных 27-плетов, которое может быть представлено в виде $27'_I \times 27_i \times 27_k$, а также взаимодействия $27'_I \times 27'_m \times 27'_n$. Далее будет предполагаться, что $\tilde{Z}_2^H$ -симметрия, в отличие от Z_2^H -симметрии, будет оставаться ненарушенной. Так как предполагается, что M_I приобретают ненулевые вакуумные средние, супермультиплеты M_I должны оставаться неизменными при преобразованиях $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии. Для того чтобы гарантировать соответствующее нарушение $U(1)_N$ -симметрии, набор супермультиплетов, остающихся неизменными при преобразованиях $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии в $E_6\text{CCM}$, также включает синглетное суперполе ϕ , не участвующее в калибровочных взаимодействиях [199, 200]. Если набор мультиплетов M_I содержит только два дублета, H_u и H_d , то тогда $\tilde{Z}_2^H$ -симметрия позволяет существенным образом подавить процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, поскольку нижние кварки и заряженные лептоны взаимодействуют только с одним хиггсовским дублетом H_d , а верхние кварки — только с одним дублетом H_u .

Таблица 2. Трансформационные свойства различных компонент 27-плетов при преобразованиях симметрий Z_2^H , Z_2^L и Z_2^B

	Q_i	u_i^c	d_i^c	L_i	e_i^c	N_i^c	S_α	H_α^u	H_α^d	D_i	$\bar{D}_i$	H_u	H_d	S
Z_2^H	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+	+	+
Z_2^L	+	+	+	—	—	—	+	+	+	+	+	+	+	+
Z_2^B	+	+	+	—	—	—	+	+	+	—	—	+	+	+

При преобразованиях дискретной $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии некоторые из суперполей $\overline{M}_l$ могут изменять знак. В наиболее общем случае суперпотенциал исследуемых моделей может быть представлен в следующем виде:

$$W_{\text{total}} = Y'_{lmn} 27'_l 27'_m 27'_n + Y_{lij} 27'_l 27_i 27_j + \tilde{Y}_{lmn} \overline{27}'_l \overline{27}'_m \overline{27}'_n + \\ + \frac{\kappa}{3} \phi^3 + \frac{\mu_\phi}{2} \phi^2 + A_F \phi + Y'_{mn} \phi 27'_m \overline{27}'_n + \\ + \mu'_{il} 27_i \overline{27}'_l + \tilde{\mu}'_{ml} 27'_m \overline{27}'_l + \dots, \quad (22)$$

где Y'_{lmn} , Y_{lij} , $\tilde{Y}_{lmn}$, Y'_{mn} и κ — юкавские константы, μ'_{il} , $\tilde{\mu}'_{ml}$, μ_ϕ и A_F — массовые параметры. Необходимо отметить, что в суперпотенциале (22) $27'_l$ и $\overline{27}'_l$ представляют собой неполные 27-плеты, т.е. только компоненты M_l и $\overline{M}_l$ этих 27-плетов следует учитывать при выводе полного суперпотенциала. Все остальные компоненты $27'_l$ и $\overline{27}'_l$ имеют массы порядка M_X . Вид массовых членов в суперпотенциале (22) непосредственно зависит от того, как преобразуются супермультиплеты $\overline{M}_l$. Действительно, если $\overline{M}_l$ изменяют знак при преобразованиях $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии, то тогда член $\tilde{\mu}'_{ml} 27'_m \overline{27}'_l$ запрещён этой симметрией, а μ'_{il} могут быть отличны от нуля. В противном случае $\mu'_{il} = 0$, тогда как $\tilde{\mu}'_{ml} 27'_m \overline{27}'_l$ не запрещён этой симметрией. В наиболее общем случае μ'_{il} и $\tilde{\mu}'_{ml}$ должны быть порядка M_X . Однако иногда соответствующие массовые члены могут быть запрещены дополнительными глобальными симметриями в рассматриваемых СУСИ-моделях. При этом сравнительно малые значения массовых параметров μ'_{il} и $\tilde{\mu}'_{ml}$ могут генерироваться при низких энергиях в результате нарушения данных симметрий.

Вакуумные средние суперполей N_H^c и $\overline{N}_H^c$, которые являются компонентами $27'_N$ и $\overline{27}'_N$, могут быть использованы не только для нарушения $U(1)_\psi$ - и $U(1)_\chi$ -калибровочных симметрий, но и для генерации майорановских масс правосторонних нейтрино N_i^c . Соответствующие массовые члены могут генерироваться в результате взаимодействия суперполей $\overline{N}_H^c$ и N_i^c в суперпотенциале, которое может быть представлено в виде [181]

$$\Delta W_N = \frac{\kappa_{ij}}{M_{\text{Pl}}} (27_i \overline{27}'_N) (27_j \overline{27}'_N). \quad (23)$$

Операторы (23) приводят к массам правосторонних нейтрино, которые на много порядков меньше, чем вакуумные средние $\langle \overline{N}_H^c \rangle$ и $\langle N_H^c \rangle$. В рассматриваемом случае правосторонние нейтрино приобретают большие массы, только если $U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ нарушается до

$$U(1)_N = \frac{1}{4} U(1)_\chi + \frac{\sqrt{15}}{4} U(1)_\psi \quad (24)$$

вблизи шкалы M_X . Поскольку вакуумные средние N_H^c и $\overline{N}_H^c$ весьма велики, оба суперполя должны оставаться неизменными при преобразованиях $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии.

Вакуумные средние суперполей N_H^c и $\overline{N}_H^c$ могут также нарушить $U(1)_{B-L}$ -симметрию. В частности, вакуумное среднее $\langle N_H^c \rangle$ может привести к появлению билинейных членов $M_{ij}^L (H_i^u L_j)$ и $M_{ij}^B (D_i d_j^c)$ в суперпотенциале. В результате такого нарушения симметрии все экзотические состояния приобретают массы порядка $\langle N_H^c \rangle$, что делает соответствующие модели крайне непривлекательными с феноменологической точки зрения. Поэтому здесь и далее будет предполагаться, что члены в суперпотенциале, описывающие взаимодействие N_H^c (или $27'_N$) с полными 27_i представлениями группы E_6 , т.е. члены вида $27'_N 27_i 27_j$, запрещены некоторой дополнительной симметрией. В качестве такой дополнительной симметрии может, например, выступать дискретная симметрия Z_2 , при преобразованиях которой $N_H^c \rightarrow -N_H^c$ и $\overline{N}_H^c \rightarrow -\overline{N}_H^c$. Хотя данная симметрия может воспрепятствовать появлению членов вида $27'_N 27_i 27_j$ в суперпотенциале, она не запрещает взаимодействий (23), которые приводят к генерации масс правосторонних нейтрино N_i^c .

Механизм нарушения локальных $U(1)_\psi$ - и $U(1)_\chi$ -симметрий, который обсуждался выше, предполагает, что вакуумные средние суперполей N_H^c и $\overline{N}_H^c$ нарушают $U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ до $U(1)_N \times P_M$. Такое спонтанное нарушение симметрии оказывается возможным, поскольку P_M является дискретной подгруппой $U(1)_\psi$ - и $U(1)_\chi$ -симметрий. Более того, $\tilde{Z}_2^H$ удобно представить в виде

$$\tilde{Z}_2^H = P_M \times Z_2^E, \quad (25)$$

где Z_2^E — дискретная симметрия, которая ассоциируется с экзотическими состояниями [181]. Трансформационные свойства различных компонент 27_i , $27'_i$ и $\overline{27}'_i$ супермультиплетов при преобразованиях симметрий $\tilde{Z}_2^H$, P_M и Z_2^E приведены в табл. 3. Как следует из табл. 3, все компоненты полных 27_i представлений E_6 , включающие экзотические состояния, т.е. $\overline{D}_i$, D_i , H_i^d , H_i^u и S_i , изменяют знак при преобразованиях Z_2^E -симметрии. Так как низкоэнергетический эффективный лагранжиан рассматриваемых СУСИ-моделей инвариантен по отношению к преобразованиям $\tilde{Z}_2^H$ - и P_M -симметрий, он должен быть также инвариантен по отношению к преобразованиям Z_2^E -симметрии. Сохранение Z_2^E предполагает, что легчайшее экзотическое состояние является абсолютно стабильным и должно давать определённый вклад в плотность тёмной материи.

Как отмечалось ранее, в СУСИ-моделях легчайшая суперсимметричная частица, т.е. легчайшее состояние с отрицательной R -чётностью, должна быть абсолютно

Таблица 3. Трансформационные свойства различных компонент E_6 -супермультиплетов и суперполя ϕ при преобразованиях дискретных симметрий $\tilde{Z}_2^H$, P_M и Z_2^E

	27_i	27_i	$27'_{H_u}$ ($27'_{H_d}$)	$27'_S$	$\overline{27}'_{H_u}$ ($\overline{27}'_{H_d}$)	$\overline{27}'_S$	$27'_N$ ($27'_L$)	$27'_L$ ($27'_L$)	1
	$Q_i, u_i^c, d_i^c,$ L_i, e_i^c, N_i^c	$\overline{D}_i, D_i,$ H_i^d, H_i^u, S_i	H_u (H_d)	S	$\overline{H}_u$ ($\overline{H}_d$)	$\overline{S}$	N_H^c ($\overline{N}_H^c$)	L_4 ($\overline{L}_4$)	ϕ
$\tilde{Z}_2^H$	—	—	+	+	—	+	+	+	+
P_M	—	+	+	+	+	+	—	—	+
Z_2^E	+	—	+	+	—	+	—	—	+

стабильной. Если в исследуемых моделях легчайшая экзотическая частица соответствует состоянию с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$, то сохранение Z_2^E и R -чётности запрещает этому экзотическому состоянию и легчайшему состоянию с $P_R = -1$ распадаться. Когда легчайшая экзотическая частица отвечает также легчайшему состоянию с $P_R = -1$, тогда сохранение Z_2^E и R -чётности предполагает, что эта экзотическая частица, а также ещё одна частица, которая может соответствовать или состоянию с $P_R = -1$ и $Z_2^E = +1$, или состоянию с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$, должны быть абсолютно стабильными. Таким образом, исследуемые СУСИ-модели содержат по крайней мере два состояния, которые могут давать существенный вклад в плотность тёмной материи.

В рамках E_6 ССМ $U(1)_N$ -калибровочная симметрия нарушается вакуумными средними суперполей S и $\bar{S}$. При этом данные вакуумные средние должны быть достаточно велики ($\gtrsim 10$ ТэВ), поскольку они определяют не только массу Z' -бозона, но и массы экзотических кварков и инертных хиггсина. Таким образом, суперполе $\bar{S}$ должно оставаться неизменным при преобразованиях $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии, а все компоненты суперполей S и $\bar{S}$ должны иметь массы порядка нескольких ТэВ.

Если набор супермультиплетов M_i включает в себя только H_u , H_d , S и N_H^c , то лагранжиан данной модели инвариантен по отношению к преобразованиям $U(1)_D$ -симметрии и время жизни легчайшего экзотического кварка оказывается порядка или более возраста нашей Вселенной. Такие модели практически исключены существующими экспериментальными данными. В рассматриваемых моделях время жизни легчайшего экзотического кваркового состояния может быть достаточно мало, т.е. $\tau_D \lesssim 1$ с, если в набор супермультиплетов M_i включить $SU(2)_W$ -дублет лептонных суперполей L_4 . Предполагается, что бозонные и фермионные компоненты L_4 и $\bar{L}_4$ имеют массы порядка нескольких ТэВ. В этом случае $\tilde{Z}_2^H$ -симметрия не запрещает взаимодействие дополнительных лептонных суперполей L_4 с суперполями экзотических и обычных кварков. Как следствие, сохранение барионного числа предполагает, что $\bar{D}_i$ и D_i являются лептокварковыми состояниями.

Столь лёгкие компоненты супермультиплетов L_4 и $\bar{L}_4$ позволяют существенно упростить процесс генерации барионной асимметрии Вселенной, обусловленный распадами легчайших правосторонних нейтрино и sneйтрино. В E_6 ССМ эти состояния дают вклад в CP -асимметрии, которые контролируют данный процесс. Более того, компоненты супермультиплетов L_4 и $\bar{L}_4$ приводят к дополнительным CP -асимметриям, отвечающим новым каналам распадов легчайших правосторонних нейтрино и sneйтрино [157]. Оценки показывают, что в E_6 ССМ процесс генерации барионной асимметрии может быть достаточно эффективен даже в случае, когда массы легчайших правосторонних нейтрино и sneйтрино меньше 10^{6-7} ГэВ, что позволяет избежать проблемы гравитино [201, 202].

Простейший сценарий предполагает, что $\bar{H}_u$ и $\bar{H}_d$ изменяют знак при преобразованиях $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии. Данные супермультиплеты и линейные суперпозиции соответствующих компонент полных 27-плетов 27_i образуют состояния с массами порядка M_X . При этом все компоненты супермультиплетов L_4 и $\bar{L}_4$ остаются неизменными при преобразованиях $\tilde{Z}_2^H$ -симметрии и приобретают массы порядка нескольких ТэВ. Член в супер-

потенциале $\mu_L L_4 \bar{L}_4$, который позволяет фермионным компонентам суперполей L_4 и $\bar{L}_4$ приобрести массы порядка нескольких ТэВ, может генерироваться в рамках СУГРА-моделей, если кэлеров потенциал этих моделей содержит член $(Z_L(L_4 \bar{L}_4) + \text{h.c.})$ [203, 204]. Таким образом, E_6 ССМ предполагает, что при энергиях $E \ll M_X$ спектр частиц данной модели включает в себя следующие мультиплеты суперполей:

$$[(Q_i, u_i^c, d_i^c, L_i, e_i^c, N_i^c)] + (D_i, \bar{D}_i) + S_i + H_\alpha^u + H_\alpha^d + \\ + L_4 + \bar{L}_4 + N_H^c + \bar{N}_H^c + S + \bar{S} + H_u + H_d + \phi, \quad (26)$$

где $\alpha = 1, 2$ и $i = 1, 2, 3$. Принимая во внимание, что компоненты суперполей N_i^c , N_H^c и $\bar{N}_H^c$ приобретают массы, существенно большие, чем 100 ТэВ, и пренебрегая неперенормируемыми операторами высших размерностей, суперпотенциал E_6 ССМ можно представить в виде [199]

$$W_{E_6\text{SSM}} = \lambda S(H_u H_d) - \sigma \phi S \bar{S} + \frac{\kappa}{3} \phi^3 + \frac{\mu_\phi}{2} \phi^2 + L_F \phi + \\ + \lambda_{\alpha\beta} S(H_\alpha^d H_\beta^u) + \kappa_{ij} S(D_i \bar{D}_j) + \tilde{f}_{iz} S_i(H_\alpha^d H_u) + \\ + f_{iz} S_i(H_d H_\alpha^u) + g_{ij}^D (Q_i L_4) \bar{D}_j + h_{iz}^E e_i^c (H_\alpha^d L_4) + \\ + \mu_L L_4 \bar{L}_4 + \tilde{\sigma} \phi L_4 \bar{L}_4 + W_{\text{MSSM}}(\mu = 0). \quad (27)$$

$U(1)_N$ -расширения МССМ с $\tilde{Z}_2^H$ -симметрией, которые обсуждались в этом разделе, обладают одним существенным недостатком. Данные модели предполагают наличие неполных $27'$ - и $\bar{27}'$ -плетов. Причём число неполных представлений группы E_6 существенно превосходит число поколений элементарных частиц в СМ. Соответствующее расщепление 27-плетов естественным образом возникает в рамках E_6 ТВО с дополнительными компактными измерениями [181]. Было показано, что в рассматриваемых ТВО операторы размерностью пять, появление которых обусловлено обменом цветным триплетом хиггсина и которые, по сути, определяют время жизни протона, отсутствуют [205]. В контексте ТВО с дополнительными измерениями стабильность протона обсуждалась в работах [205–215]. В рассматриваемых ТВО распад протона происходит за счёт операторов размерностью шесть. К появлению таких операторов обычно приводит обмен векторными лептокварками, которые являются составной частью $SU(5)$ -супермультиплета калибровочных полей [216].

4. Объединение калибровочных констант

Приближённое объединение калибровочных констант взаимодействия остаётся, пожалуй, одним из наиболее привлекательных свойств СУСИ-расширений СМ. В МССМ и НМССМ эволюция калибровочных констант взаимодействия описывается системой уравнений ренормгруппы, которая может быть представлена в следующем виде:

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = \frac{\beta_i \alpha_i^2}{2\pi}, \quad \beta_i = b_i + \frac{\tilde{b}_i}{4\pi}, \quad (28)$$

где b_i и $\tilde{b}_i$ — однопетлевые и двухпетлевые вклады в β -функции [217–224], $t = \log(q/M_Z)$, $i = 1, 2, 3$, что соответствует $U(1)_Y$ -, $SU(2)_W$ - и $SU(3)_C$ -взаимодействиям. Интегрируя уравнения ренормгруппы (28), можно получить приближённое решение для калибровочных кон-

стант $\alpha_i(t)$ [225]:

$$\frac{1}{\alpha_i(t)} = \frac{1}{\alpha_i(M_Z)} - \frac{b_i}{2\pi} t - \frac{C_i}{12\pi} - \Theta_i(t) + \frac{b_i - b_i^{\text{SM}}}{2\pi} \ln \frac{T_i}{M_Z}. \quad (29)$$

Второе слагаемое в правой части (29) соответствует вкладу однопетлевой β -функции в эволюцию калибровочных констант. Третий член отвечает вкладу константных членов, возникающих при переходе от $\overline{\text{MS}}$ к $\overline{\text{DR}}$ -схеме с $C_1 = 0$, $C_2 = 2$, $C_3 = 3$ [226, 227]. Хотя вклад соответствующих членов мал, его необходимо учитывать наряду с вкладом двухпетлевых поправок

$$\Theta_i(t) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^t \tilde{b}_i d\tau. \quad (30)$$

Последнее слагаемое в формуле (29) описывает поправки, обусловленные пороговыми эффектами, которые определяются как

$$T_i = \prod_{k=1}^N (m_k)^{\Delta b_i^k / (b_i - b_i^{\text{SM}})}, \quad (31)$$

где b_i^{SM} — коэффициенты однопетлевых β -функций в СМ, а m_k и Δb_i^k — массы и вклады в однопетлевые β -функции новых частиц в рассматриваемых СУСИ-моделях. Поскольку двухпетлевые поправки (30), как правило, существенно меньше однопетлевого вклада, в выражения (30) обычно подставляют решения однопетлевых уравнений ренормгруппы для калибровочных и юкавских констант. Вклад последних слагаемых в выражения (29) не превосходит вклада двухпетлевых поправок $\Theta_i(t)$. Поэтому при его вычислении обычно ограничиваются главным приближением.

Используя приближённые решения уравнений ренормгруппы (29), можно установить соотношения между значениями калибровочных констант взаимодействия на электрослабой шкале и шкале M_X в любой СУСИ-модели. Это позволяет определить шкалу M_X , на которой происходит объединение калибровочных констант, т.е. $\alpha_1(M_X) = \alpha_2(M_X) = \alpha_0$ и значение α_0 на этой шкале. Подставляя полученные значения M_X и α_0 в приближённое решение уравнений ренормгруппы для константы сильного взаимодействия, можно определить значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором происходит объединение калибровочных констант [228]:

$$\frac{1}{\alpha_3(M_Z)} = \frac{1}{b_1 - b_2} \left[\frac{b_1 - b_3}{\alpha_2(M_Z)} - \frac{b_2 - b_3}{\alpha_1(M_Z)} \right] - \frac{1}{28\pi} + \Theta_s - \Delta_s, \quad (32)$$

$$\Theta_s = \frac{b_2 - b_3}{b_1 - b_2} \Theta_1 - \frac{b_1 - b_3}{b_1 - b_2} \Theta_2 + \Theta_3, \quad \Theta_i = \Theta_i(M_X).$$

Выражение для Δ_s , отвечающее вкладу пороговых эффектов, полностью определяется СУСИ-расширением СМ, в рамках которого изучается эволюция калибровочных констант взаимодействия.

В МССМ и НМССМ коэффициенты однопетлевых β -функций b_i можно представить в виде суммы:

$$b_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix} + N_H \begin{pmatrix} 3/10 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} + 2N_G, \quad (33)$$

где N_H — число дублетов Хиггса ($N_H = 2$ для МССМ и НМССМ), N_G — число поколений лептонов, кварков и их

суперпартнёров. Как следует из (33), объединение калибровочных констант и шкала M_X в однопетлевом приближении практически не зависят от N_G . Это объясняется тем, что наблюдаемые фермионы и их суперпартнёры образуют полные SU(5)-мультиплеты и, как следствие, каждое поколение вносит один и тот же вклад в однопетлевые β -функции. Поэтому разности этих β -функций не зависят от N_G и числа полных SU(5)-мультиплетов. Однако с увеличением числа SU(5)-мультиплетов материи возрастает α_0 . Требование применимости теории возмущений вплоть до шкалы M_X существенным образом ограничивает возможный набор полных SU(5)-мультиплетов материи, компоненты которых имеют массы, на много порядков меньшие, чем M_X [229].

В МССМ вклад пороговых эффектов Δ_s в (32) можно представить в виде [225, 228, 230, 231]

$$\Delta_s = -\frac{19}{28\pi} \ln \frac{\tilde{M}_S}{M_Z}, \quad \tilde{M}_S = \frac{T_2^{100/19}}{T_1^{25/19} T_3^{56/19}},$$

$$T_1 = \mu^{4/25} m_A^{1/25} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{Q_i}^{1/75} m_{\tilde{d}_i}^{2/75} m_{\tilde{u}_i}^{8/75} m_{L_i}^{1/25} m_{\tilde{e}_i}^{2/25} \right), \quad (34)$$

$$T_2 = M_{\tilde{W}}^{8/25} \mu^{4/25} m_A^{1/25} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{Q_i}^{3/25} m_{L_i}^{1/25} \right),$$

$$T_3 = M_{\tilde{g}}^{1/2} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{Q_i}^{1/12} m_{\tilde{u}_i}^{1/24} m_{\tilde{d}_i}^{1/24} \right),$$

где m_A , $M_{\tilde{g}}$ и $M_{\tilde{W}}$ — массы хиггсовских бозонов и суперпартнёров SU(3)_C- и SU(2)_W-калибровочных бозонов; $m_{\tilde{u}_i}$, $m_{\tilde{d}_i}$ и m_{Q_i} — массы правосторонних и левосторонних скварков; $m_{\tilde{L}_i}$ и $m_{\tilde{e}_i}$ — массы левосторонних и правосторонних слептонов. Предполагая, что все скварки имеют одинаковые массы $m_{\tilde{q}}$, а массы всех слептонов равны $m_{\tilde{l}}$, находим

$$\tilde{M}_S \simeq \mu \left(\frac{m_A}{\mu} \right)^{3/19} \left(\frac{M_{\tilde{W}}}{\mu} \right)^{4/19} \left(\frac{M_{\tilde{g}}}{\mu} \right)^{28/19} \left(\frac{m_{\tilde{l}}}{m_{\tilde{q}}} \right)^{3/19}. \quad (35)$$

При значениях параметра $\mu \simeq 1-2$ ТэВ шкала $\tilde{M}_S$ варьируется в пределах 200–300 ГэВ [225, 228, 230–234]. Используя соотношения (32) и (35), а также данные, приведённые в табл. 4, можно показать, что при таких относительно небольших значениях $\tilde{M}_S$ объединение калибровочных констант СМ можно получить при $\alpha_3(M_Z) = 0,123$ [235, 236]. При $\tilde{M}_S \simeq M_Z$ объединение калибровочных констант достигается при $\alpha_3(M_Z) \geq 0,126$ [230, 237]. Упомянутые выше значения константы сильного взаимодействия более чем на два стандартных

Таблица 4. Поправки к $1/\alpha_i(M_X)$ и $1/\alpha_3(M_Z)$, обусловленные двухпетлевыми вкладами в β -функции в МССМ и E₆CCM*, в случае $\alpha(M_Z) = 1/127,9$, $\sin^2 \theta_W = 0,231$, $\alpha_3(M_Z) = 0,118$ и $\tan \beta = 10$

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_s
МССМ	0,556	0,953	0,473	–0,764
E ₆ CCM I	1,558	2,322	2,618	–0,250
E ₆ CCM II	1,604	2,385	2,638	–0,305

* В случае E₆CCM рассмотрены два сценария: E₆CCM I отвечает $\kappa(M_{Z'}) = \kappa_1(M_{Z'}) = \kappa_2(M_{Z'}) = \lambda(M_{Z'}) = \lambda_1(M_{Z'}) = \lambda_2(M_{Z'}) = g_1'(M_{Z'})$, $g_1'^2(M_{Z'}) = 0,227$, $g_{11}(M_{Z'}) = 0,0202$; E₆CCM II — $\kappa_i = \lambda_i = 0$, $g_1'^2(M_{Z'}) = 0,227$, $g_{11}(M_{Z'}) = 0,0202$.

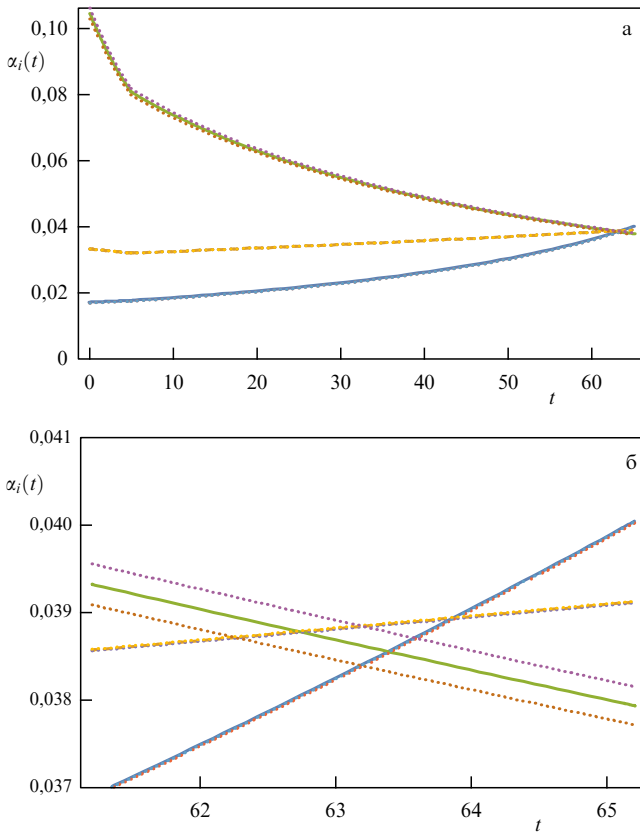


Рис. 1. Вычисленные в рамках МССМ в двухпетлевом приближении (а) зависимости $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$ от $t = \log(q/M_Z)$ и (б) эволюция калибровочных констант вблизи шкалы M_X , отвечающие $\tan \beta = 10$, $T_1 = T_2 = T_3 = \tilde{M}_S = 2$ ТэВ, $\alpha_s(M_Z) = 0,118$, $\alpha(M_Z) = 1/127,9$ и $\sin^2 \theta_W = 0,231$. Светлые сплошная, штриховая и жирная сплошная линии соответствуют $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$. Пунктирные линии отвечают неопределённости в $\alpha_i(t)$, которая обусловлена вариацией $\alpha_3(M_Z)$ от 0,116 до 0,120.

отклонения отличаются от значения, полученного в результате обработки экспериментальных данных.

Для того чтобы упростить анализ, удобно положить $T_1 = T_2 = T_3 = \tilde{M}_S$. На рисунке 1 представлена эволюция калибровочных констант, вычисленная в рамках МССМ, при $T_1 = T_2 = T_3 = \tilde{M}_S = 2$ ТэВ в зависимости от $\log(q/M_X)$, когда t изменяется от 0 до $\log(M_X/M_Z)$, где $M_X = 2 \times 10^{16}$ ГэВ. Пунктирными линиями показаны изменения в эволюции $\alpha_i(t)$, обусловленные вариацией $\alpha_3(M_Z)$ от 0,116 до 0,120. Приведённые результаты указывают на то, что в рамках МССМ с $\alpha_3(M_Z) = 0,116 - 0,120$ добиться полного совпадения калибровочных констант вблизи шкалы M_X несколько проблематично.

Теперь перейдём к изучению эволюции калибровочных констант в рамках E_6 ССМ. Для того чтобы упростить анализ, будем предполагать, что $U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ -калибровочные симметрии нарушаются до $U(1)_N \times P_M$ вблизи шкалы M_X . Однако даже в этом случае анализ перенормировки калибровочных констант усложняется из-за смешивания между калибровочными полями, которые отвечают $U(1)_Y$ - и $U(1)_N$ -взаимодействиям. Такое смешивание возникает практически во всех расширениях СМ с дополнительной $U(1)$ -калибровочной симметрией [238]. В базисе, в котором взаимодействие калибровочных бозонов с полями материи имеет канонический вид, т.е. ковариантная производная, действующая на дублет

левосторонних кварков, определяется как

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 A_\mu^a T^a - ig_2 W_\mu^b \tau^b - ig_Y Q_i^Y B_\mu^Y - ig_N Q_i^N B_\mu^N, \quad (36)$$

часть лагранжиана модели, отвечающая кинетическим членам калибровочных полей, может быть представлена в виде суммы

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^Y)^2 - \frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^N)^2 - \frac{\sin \chi}{2} F_{\mu\nu}^Y F_{\mu\nu}^N - \frac{1}{4}(G_{\mu\nu}^a)^2 - \frac{1}{4}(W_{\mu\nu}^b)^2. \quad (37)$$

В выражениях (36), (37) A_μ^a , W_μ^b , B_μ^Y и B_μ^N отвечают калибровочным полям $SU(3)_C$, $SU(2)_W$, $U(1)_Y$ - и $U(1)_N$ -взаимодействий, $G_{\mu\nu}^a$, $W_{\mu\nu}^b$, $F_{\mu\nu}^Y$ и $F_{\mu\nu}^N$ — напряжённости соответствующих полей, в то время как g_3 , g_2 , g_Y и g_N — калибровочные константы взаимодействий $SU(3)_C$, $SU(2)_W$, $U(1)_Y$ и $U(1)_N$.

Хотя можно ожидать, что вблизи шкалы M_X параметр $\sin \chi$ обнуляется, учёт петлевых поправок приводит к ненулевому значению данного параметра в области низких энергий, так как

$$\text{Tr}(Q^Y Q^N) = \sum_{i=\text{chiral fields}} (Q_i^Y Q_i^N) \neq 0. \quad (38)$$

При этом вклад полных E_6 -мультиплетов в след (38) обнуляется. Однако ввиду того что спектр частиц $U(1)_N$ -расширений МССМ включает наряду с полными 27-плетами их отдельные компоненты, отличное от нуля значение $\sin \chi$ генерируется, что и приводит к смешиванию калибровочных полей. Член, отвечающий смешиванию калибровочных полей в лагранжиане (37), может быть устранён посредством неунитарного преобразования двух $U(1)$ -калибровочных полей [239–242]:

$$B_\mu^Y = B_{1\mu} - B_{2\mu} \tan \chi, \quad B_\mu^N = \frac{B_{2\mu}}{\cos \chi}. \quad (39)$$

В базисе полей $B_{1\mu}$ и $B_{2\mu}$ ковариантная производная (36) имеет вид [238]

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 A_\mu^a T^a - ig_2 W_\mu^b \tau^b - ig_1 Q_i^Y B_{1\mu} - ig_1' Q_i^N + g_{11} Q_i^Y B_{2\mu}, \quad (40)$$

где

$$g_1 = g_Y, \quad g_1' = \frac{g_N}{\cos \chi}, \quad g_{11} = -g_Y \tan \chi. \quad (41)$$

Как следует из (40), (41), смешивание $U(1)$ -калибровочных полей теперь определяет нестандартное взаимодействие $U(1)_N$ -калибровочного бозона с полями материи и сводится к введению недиагональной калибровочной константы g_{11} . Более того, ковариантная производная (40) может быть представлена и в несколько ином матричном виде:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 A_\mu^a T^a - ig_2 W_\mu^b \tau^b - iQ^T G B_\mu, \quad (42)$$

где $Q^T = (Q_i^Y, Q_i^N)$, $B_\mu^T = (B_{1\mu}, B_{2\mu})$ и G представляет собой матрицу 2×2 ,

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & g_{11} \\ 0 & g_1' \end{pmatrix}. \quad (43)$$

Фактически в рассматриваемом здесь подходе смешивание $U(1)$ -калибровочных полей сводится к модификации $U(1)_N$ -зарядов полей материи, т.е.

$$\tilde{Q}_i \equiv Q_i^N + Q_i^Y \delta, \quad (44)$$

где $\delta = g_{11}/g'_1$. Следовательно, эффективные $U(1)_N$ -заряды (44) зависят от q . От этих же зарядов $\tilde{Q}_i$ зависит и спектр частиц в рассматриваемых расширениях МССМ. В то же время $U(1)_Y$ -заряды остаются неизменными.

Анализ эволюции калибровочных констант в E_6 ССМ должен включать изучение как перенормировки диагональных калибровочных констант $g_3(t)$, $g_2(t)$, $g_1(t)$ и $g'_1(t)$, которые отвечают $SU(3)_C$ -, $SU(2)_W$ -, $U(1)_Y$ - и $U(1)_N$ -взаимодействиям соответственно, так и перенормировки одной недиагональной калибровочной константы взаимодействия $g_{11}(t)$. Используя матричную форму представления структуры $U(1)$ -взаимодействий (42), (43), уравнения ренормгруппы можно представить в достаточно компактном виде [239–242]:

$$\frac{dG}{dt} = G \times B, \quad \frac{dg_2}{dt} = \frac{\beta_2 g_2^3}{(4\pi)^2}, \quad \frac{dg_3}{dt} = \frac{\beta_3 g_3^3}{(4\pi)^2}, \quad (45)$$

где B представляет собой матрицу 2×2 ,

$$B = \frac{1}{(4\pi)^2} \begin{pmatrix} \beta_1 g_1^2 & 2g_1 g'_1 \beta_{11} + 2g_1 g_{11} \beta_1 \\ 0 & g_1'^2 \beta_1' + 2g'_1 g_{11} \beta_{11} + g_{11}^2 \beta_1 \end{pmatrix}, \quad (46)$$

в то время как β_i и β_{11} — β -функции. В однопетлевом приближении β -функции, отвечающие $U(1)$ -взаимодействиям, можно представить в виде суммы:

$$\beta_1 = \sum_i (Q_i^Y)^2 = \frac{48}{5}, \quad \beta_1' = \sum_i (Q_i^N)^2 = \frac{213}{20}, \quad (47)$$

$$\beta_{11} = \sum_i Q_i^Y Q_i^N = -\frac{\sqrt{6}}{5},$$

где суммирование проводится по всем киральным суперполям. Из выражений (47) следует, что в случае E_6 ССМ $\beta_1 \approx \beta_1' \gg \beta_{11}$ [181, 184]. Поскольку $g_1(M_X) \simeq g'_1(M_X)$ и $g_{11}(M_X) \simeq 0$, значения $g_1(t)$ и $g'_1(t)$ практически совпадают на любой шкале $q \lesssim M_X$, тогда как недиагональная калибровочная константа $g_{11}(t)$ весьма мала по сравнению с диагональными калибровочными константами $g_1(t)$ и $g'_1(t)$. По этой причине представляется целесообразным при вычислении β_{11} ограничиться однопетлевым приближением.

В рамках E_6 ССМ в однопетлевом приближении $\beta_2 = 4$, а $\beta_3 = 0$. Так как однопетлевая β -функция, отвечающая сильным взаимодействиям, обнуляется, изучение эволюции диагональных калибровочных констант требует учёта двухпетлевых поправок. В E_6 ССМ двухпетлевые β -функции диагональных калибровочных констант найдены в работах [181, 184].

Как и в МССМ, приближённое решение уравнений ренормгруппы (29) можно использовать для анализа эволюции калибровочных констант в E_6 ССМ. Для этого в формулу (29) необходимо подставить выражения для b_i и $\tilde{b}_i$, вычисленные в рамках E_6 ССМ, а T_1 , T_2 , T_3 и $\tilde{M}_S$ в выражениях (29), (31) и (34) следует заменить на $\tilde{T}_1$, $\tilde{T}_2$, $\tilde{T}_3$ и $\tilde{T}_S$,

$$\tilde{T}_S = \frac{\tilde{T}_2^{172/19}}{\tilde{T}_1^{55/19} \tilde{T}_3^{98/19}},$$

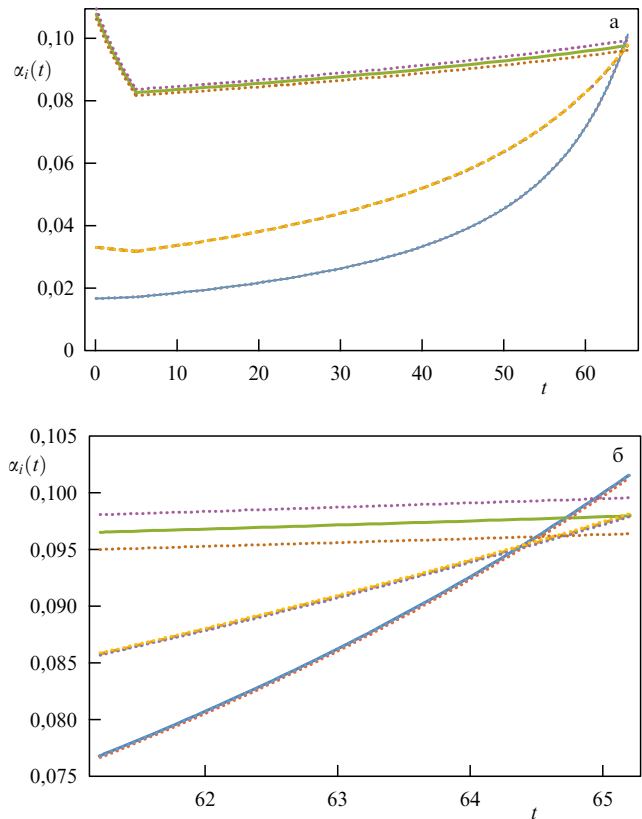


Рис. 2. Вычисленные в рамках E_6 ССМ в двухпетлевом приближении (а) зависимость $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$ от $t = \log(q/M_Z)$ и (б) эволюция калибровочных констант вблизи шкалы M_X , отвечающие $\tan \beta = 10$, $\tilde{T}_1 = \tilde{T}_2 = \tilde{T}_3 = \tilde{T}_S = 2$ ТэВ, $\alpha_s(M_Z) = 0,118$, $\alpha(M_Z) = 1/127,9$, $\sin^2 \theta_W = 0,231$, $\kappa_1(T_S) = \kappa_2(T_S) = \kappa_3(T_S) = \lambda_1(T_S) = \lambda_2(T_S) = \lambda(T_S) = g'_1(T_S)$ и $\tilde{f}_{3\beta} = f_{3\beta} = g_{ij}^D = h_{ix}^E = 0$. Светлые сплошная, штриховая и жирная сплошная линии соответствуют $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$. Пунктирные линии отвечают неопределённости в $\alpha_i(t)$, обусловленной вариацией $\alpha_3(M_Z)$ от 0,116 до 0,120.

$$\tilde{T}_1 = T_1^{5/11} \mu_L^{4/55} m_L^{2/55} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{D}_i}^{4/165} \mu_{\tilde{D}_i}^{8/165} \right) \times$$

$$\times \left(\prod_{\alpha=1,2} m_{H_\alpha}^{2/55} \mu_{H_\alpha}^{4/55} \right), \quad (48)$$

$$\tilde{T}_2 = T_2^{25/43} \mu_L^{4/43} m_L^{2/43} \left(\prod_{\alpha=1,2} m_{H_\alpha}^{2/43} \mu_{H_\alpha}^{4/43} \right),$$

$$\tilde{T}_3 = T_3^{4/7} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{D}_i}^{1/21} \mu_{\tilde{D}_i}^{2/21} \right).$$

Здесь $\mu_{\tilde{D}_i}$ и $m_{\tilde{D}_i}$ — массы экзотических кварков и их суперпартнёров; m_{H_α} и μ_{H_α} — массы скалярных и фермионных компонент суперполей H_α ; m_L и μ_L — массы скалярных и фермионных компонент суперполей L_4 и $\bar{L}_4$, а T_1 , T_2 и T_3 определяются теми же соотношениями, что и в случае МССМ (34).

Как и в случае МССМ, для того чтобы упростить анализ эволюции диагональных калибровочных констант в рамках E_6 ССМ, целесообразно положить $\tilde{T}_1 = \tilde{T}_2 = \tilde{T}_3 = \tilde{T}_S$. Результаты численного анализа представлены на рис. 2. При вычислении перенормировки калибровочных констант на интервале $M_Z \lesssim q \lesssim \tilde{T}_S$ применялись двухпетлевые β -функции СМ. Для исследова-

ния эволюции $g_i(t)$ при $q \gtrsim \tilde{T}_S$ использовались двухпетлевые уравнения ренормгруппы $E_6\text{CCM}$. При этом для вычисления значений юкавских констант применялись однопетлевые уравнения ренормгруппы SM и $E_6\text{CCM}$ соответственно. Значения g'_1 и g_{11} при низких энергиях подбирались таким образом, чтобы все четыре диагональные калибровочные константы совпадали на шкале M_X и $g_{11}(M_X) \simeq 0$.

Результаты численных расчётов, представленные на рис. 2, показывают, что практически точное объединение калибровочных констант может быть получено в $E_6\text{CCM}$ при $\alpha_3(M_Z) \approx 0,116$ и $\tilde{T}_S = 2$ ТэВ. С увеличением (уменьшением) $\tilde{T}_S$ значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором происходит точное совпадение калибровочных констант SM на шкале $M_X \simeq 3 \times 10^{16}$ ГэВ, становится несколько меньше (больше). Шкала $\tilde{T}_S$, которая непосредственно связана со шкалой $\tilde{M}_S$ в $MSSM$,

$$\tilde{T}_S = \tilde{M}_S \left(\frac{\mu_L^{12/19} m_L^{6/19}}{\mu_{D_3}^{12/19} m_{D_3}^{6/19}} \right) \left(\prod_{\alpha=1,2} \frac{m_{H_\alpha}^{6/19} \mu_{H_\alpha}^{12/19}}{m_{D_\alpha}^{6/19} \mu_{D_\alpha}^{12/19}} \right), \quad (49)$$

может быть существенно больше (или меньше) последних. Из формулы (49) следует, что значение $\tilde{T}_S$ определяется массами скалярных и фермионных компонент суперполей L_4 и $\bar{L}_4$. Так как массовый член $\mu_L L_4 \bar{L}_4$ в суперпотенциале не запрещён E_6 -симметрией и не вовлечён в процесс нарушения электрослабой симметрии, μ_L и $\tilde{T}_S$ оказываются произвольными параметрами. Это позволяет добиться точного совпадения калибровочных констант SM на шкале M_X практически при любых значениях $\alpha_3(M_Z)$, которые согласуются с измеренным значением константы сильного взаимодействия.

Следует отметить, что учёт двухпетлевых поправок к β -функциям диагональных калибровочных констант мог в принципе сильно модифицировать эволюцию данных констант при сверхвысоких энергиях, не оставив и намёка на их объединение. Действительно, как следует из результатов, приведённых в табл. 4, двухпетлевые поправки в случае $E_6\text{CCM}$ значительно больше, чем аналогичные поправки, вычисленные в рамках $MSSM$. Это неудивительно, поскольку диагональные калибровочные константы в $E_6\text{CCM}$ существенно больше, чем в $MSSM$, при сверхвысоких энергиях. Тем не менее из-за сильного сокращения двухпетлевых поправок в выражении (32) абсолютное значение Θ_s в три раза меньше в $E_6\text{CCM}$, чем в $MSSM$ (см. результаты вычислений, приведённые в табл. 4). Как следствие, значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором происходит точное совпадение калибровочных констант SM на шкале M_X , заметно ниже в $E_6\text{CCM}$, чем в $MSSM$ [184, 185].

Следует также отдельно подчеркнуть, что при высоких энергиях неопределённость в $\alpha_3(t)$, обусловленная вариацией $\alpha_3(M_Z)$, существенно больше в $E_6\text{CCM}$, чем в $MSSM$. Это обусловлено тем, что в $E_6\text{CCM}$ константа сильного взаимодействия слабо возрастает с увеличением q , в то время как в $MSSM$ $\alpha_3(t)$ убывает по мере увеличения q . По этой причине в $E_6\text{CCM}$ неопределённость в $\alpha_3(M_X)$ примерно такая же, как в $\alpha_3(M_Z)$, тогда как в $MSSM$ интервал, в пределах которого варьируется $\alpha_3(M_X)$, заметно сужается. Большая неопределённость в $\alpha_3(t)$ при сверхвысоких энергиях позволяет добиться более точного совпадения диагональных калибровочных констант на шкале M_X .

5. Бозоны Хиггса в суперсимметричных моделях

5.1. Хиггсовский сектор $MSSM$

С учётом петлевых поправок эффективный потенциал взаимодействия хиггсовских бозонов в $MSSM$ может быть представлен в виде суммы:

$$V(H_1, H_2) = m_1^2 |H_1|^2 + m_2^2 |H_2|^2 - m_3^2 (H_1 H_2 + \text{h.c.}) + \sum_{a=1}^3 \frac{g_a^2}{8} (H_1^+ \sigma_a H_1 + H_2^+ \sigma_a H_2)^2 + \frac{g'^2}{8} (|H_1|^2 - |H_2|^2)^2 + \Delta V, \quad (50)$$

где $g' = \sqrt{3/5}g_1$, g_2 и g_1 — калибровочные константы $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ -взаимодействий, $m_1^2 = m_{H_1}^2 + \mu^2$, $m_2^2 = m_{H_2}^2 + \mu^2$ и $m_3^2 = -B\mu$. Параметры B , $m_{H_1}^2$ и $m_{H_2}^2$ нарушают СУСИ. В выражении (50) ΔV отвечает вкладу петлевых поправок в эффективный потенциал взаимодействия хиггсовских полей. В физическом минимуме потенциала взаимодействия (50) дублеты бозонов Хиггса приобретают вакуумные средние

$$\langle H_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad (51)$$

нарушая симметрию $SU(2)_W \times U(1)_Y$ до $U(1)_{\text{em}}$ -симметрии, соответствующей электромагнитному взаимодействию. Вместо v_1 и v_2 обычно рассматривают их отношение и сумму квадратов, т.е. $\tan \beta = v_2/v_1$ и $v = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2}$ ($v \simeq 246$ ГэВ).

В древесном приближении ($\Delta V = 0$) потенциал взаимодействия хиггсовских полей описывается суммой первых пяти членов в выражении (50) и содержит три независимых параметра: m_1^2, m_2^2, m_3^2 . Стабильный минимум потенциала взаимодействия (50) существует, только если

$$m_1^2 + m_2^2 > 2|m_3|^2. \quad (52)$$

Когда условие (52) не удовлетворяется, $|v_1| = |v_2| \rightarrow \infty$. С другой стороны, дублеты бозонов Хиггса приобретают ненулевые вакуумные средние, только когда

$$m_1^2 m_2^2 < |m_3|^4. \quad (53)$$

В противном случае потенциал взаимодействия хиггсовских полей оказывается положительно определённым и его минимуму отвечает $|v_1| = |v_2| = 0$. Используя два уравнения, определяющих минимум потенциала взаимодействия (50), т.е. $\partial V/\partial v_1 = 0$ и $\partial V/\partial v_2 = 0$, для v^2 и угла β находим

$$\sin(2\beta) = \frac{2m_3^2}{m_1^2 + m_2^2}, \quad (54)$$

$$\frac{\bar{g}^2}{4} v^2 = \frac{2(m_1^2 - m_2^2 \tan^2 \beta)}{\tan^2 \beta - 1}, \quad (55)$$

где $\bar{g} = (g_2^2 + g'^2)^{1/2}$. Условия $v^2 > 0$ и $|\sin(2\beta)| < 1$ приводят к неравенствам (52) и (53). В результате нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ -симметрии калибровочные бозоны $W^\pm$ и Z приобретают массы

$$M_W = \frac{g_2}{2} v, \quad M_Z = \frac{\bar{g}}{2} v. \quad (56)$$

Достаточно простой анализ нарушения электрослабой симметрии в МССМ, представленный выше, существенно усложняется при учёте петлевых поправок, играющих весьма важную роль в простейших суперсимметричных расширениях СМ. Главный вклад в ΔV дают петли, содержащие t -кварк и его суперпартнёров. В результате нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ -симметрии суперпартнёры левостороннего и правостороннего t -кварка смешиваются, образуя два мультиплет скалярных полей с массами

$$m_{\tilde{t}_{1,2}} = \frac{1}{2} \left(m_Q^2 + m_U^2 + 2m_t^2 \pm \sqrt{(m_Q^2 - m_U^2)^2 + 4m_t^2 X_t^2} \right), \quad (57)$$

где значение параметра $X_t = A_t - \mu / \tan \beta$ характеризует величину смешивания суперпартнёров t -кварка, A_t — трилинейная константа взаимодействия скалярных полей, соответствующая юкавской константе t -кварка, а $m_t(M_t)$ определяется соотношениями

$$m_t(M_t) = \frac{h_t(M_t)}{\sqrt{2}} v \sin \beta, \quad (58)$$

$$m_t(M_t) = M_t \left[1 - 1,333 \frac{\alpha_3(M_t)}{\pi} - 9,125 \left(\frac{\alpha_s(M_t)}{\pi} \right)^2 \right].$$

В однопетлевом приближении вклад t -кварка и его суперпартнёров в ΔV определяется массами этих состояний, т.е.

$$\Delta V = \frac{3}{32\pi^2} \left[m_{\tilde{t}_1}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{q^2} - \frac{3}{2} \right) + m_{\tilde{t}_2}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2}{q^2} - \frac{3}{2} \right) - 2m_t^4 \left(\ln \frac{m_t^2}{q^2} - \frac{3}{2} \right) \right]. \quad (59)$$

Учёт петлевых поправок модифицирует уравнения, определяющие минимум хиггсовского потенциала, (54), (55). В частности, уравнение (55) может быть представлено в виде

$$\frac{M_Z^2}{2} = \frac{m_{H_1}^2 + \Sigma_d^d - (m_{H_2}^2 + \Sigma_u^u) \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} - \mu^2, \quad (60)$$

где

$$\Sigma_d^d = \frac{1}{v_1} \frac{\partial \Delta V}{\partial v_1}, \quad \Sigma_u^u = \frac{1}{v_2} \frac{\partial \Delta V}{\partial v_2}.$$

Как отмечалось в разделе 2, для получения наблюдаемого значения массы Z -бозона, т.е. $M_Z \simeq 91,2$ ГэВ, различные вклады в правой части уравнения (60) должны с достаточной высокой точностью сокращать друг друга. Если точность сокращения различных слагаемых в правой части уравнения (60) весьма велика, то даже самые небольшие изменения параметров МССМ могут приводить к значениям M_Z , существенно отличающимся от измеренного значения, что представляет собой проявление тонкой настройки параметров рассматриваемой модели. Можно выделить два основных подхода к определению степени соответствующей тонкой настройки. В связи с этим прежде всего следует отметить, что μ , $m_{H_1}^2$, $m_{H_2}^2$, Σ_d^d и Σ_u^u в правой части (60) зависят от фундаментальных параметров p_i , которые задаются при сверхвысоких энергиях. Традиционный

подход предполагает, что степень тонкой настройки определяется соотношением [243, 244]

$$\Delta_{BG} = \max_i \{c_i\}, \quad c_i = \left| \frac{\partial \ln M_Z^2}{\partial \ln p_i} \right| = \left| \frac{p_i}{M_Z^2} \frac{\partial M_Z^2}{\partial p_i} \right|. \quad (61)$$

С другой стороны, уравнение (60) может быть представлено в виде суммы

$$\frac{M_Z^2}{2} = \sum_i C_i + \sum_k \tilde{C}_k, \quad (62)$$

где

$$C_{m_{H_1}} = \frac{m_{H_1}^2}{\tan^2 \beta - 1}, \quad C_{m_{H_2}} = -\frac{m_{H_2}^2 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1}, \quad C_\mu = -\mu^2,$$

$$\tilde{C}_{\Sigma_d^d} = \frac{\Sigma_d^d}{\tan^2 \beta - 1}, \quad \tilde{C}_{\Sigma_u^u} = -\frac{\Sigma_u^u \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1}.$$

Каждое из слагаемых в правой части уравнения (62) вносит вклад в определение степени тонкой настройки. При этом $\tilde{C}_k$ пропорциональны Σ_d^d и Σ_u^u , которые в свою очередь представляют собой сумму различных вкладов. Максимальное значение этих вкладов используется для вычисления $C_{\Sigma_d^d}$ и $C_{\Sigma_u^u}$, т.е.

$$C_{\Sigma_d^d} = \max(\tilde{C}_{\Sigma_d^d}), \quad C_{\Sigma_u^u} = \max(\tilde{C}_{\Sigma_u^u}).$$

В результате степень тонкой настройки параметров МССМ можно оценить с помощью следующего соотношения [245]:

$$\Delta_{EW} = \max_i \left\{ \left| \frac{C_i}{M_Z^2/2} \right| \right\}. \quad (63)$$

Когда CP -чётность сохраняется, спектр хиггсовского сектора МССМ содержит два заряженных, одно CP -нечётное и два CP -чётных состояния. С учётом петлевых поправок массы CP -нечётного и заряженного хиггсовских состояний оказываются равными

$$m_A^2 = m_1^2 + m_2^2 + \Delta_A, \quad M_{H^\pm}^2 = m_A^2 + M_W^2 + \Delta_\pm, \quad (64)$$

где $\Delta_\pm$ и Δ_A отвечают вкладу петлевых поправок. В главном приближении выражения для масс CP -нечётного и заряженного хиггсовских бозонов получены в работах [246–259] и [251–262] соответственно.

CP -чётные состояния бозонов Хигса смешиваются, образуя массовую матрицу 2×2 . Наиболее простой вид массовая матрица CP -чётного хиггсовского сектора МССМ имеет в базисе полей (H, h) , где

$$\text{Re } H_1^0 = \frac{h \cos \beta - H \sin \beta + v_1}{\sqrt{2}}, \quad (65)$$

$$\text{Re } H_2^0 = \frac{h \sin \beta + H \cos \beta + v_2}{\sqrt{2}}.$$

В этом базисе зависимость от m_1^2 , m_2^2 и m_3^2 входит только в матричный элемент M_{11}^2 [263]:

$$M^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{12}^2 \\ M_{21}^2 & M_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} & \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} \\ \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} & \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} \end{pmatrix}, \quad (66)$$

$$\begin{aligned}
M_{11}^2 &= m_A^2 + M_Z^2 \sin^2(2\beta) + A_{11}, \\
M_{22}^2 &= M_Z^2 \cos^2(2\beta) + A_{22}, \\
M_{12}^2 &= M_{21}^2 = -\frac{1}{2} M_Z^2 \sin(4\beta) + A_{12},
\end{aligned} \quad (67)$$

где

$$\begin{aligned}
A_{22} &= 4v^2 \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial (v^2)^2}, \quad A_{12} = 2 \left(\frac{\partial^2 \Delta V}{\partial \beta \partial (v^2)} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial \Delta V}{\partial \beta} \right), \\
A_{11} &= 4 \frac{\partial \Delta V}{\partial (v^2)} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial \beta^2} - A_4.
\end{aligned} \quad (68)$$

В главном приближении вклады петлевых поправок Δ_{ij} анализировались в работах [246–259, 264–282]. В соотношениях (67), (68) уравнения, определяющие минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей, использованы для того, чтобы выразить m_1^2 , m_2^2 и m_3^2 через другие параметры модели.

Как следует из выражений (64) и (67), в древесном приближении массы бозонов Хиггса в МССМ определяются только двумя параметрами: m_A и $\tan \beta$. Массовая матрица CP -чётного хиггсовского сектора (66)–(68) легко диагонализируется. Её собственные значения имеют следующий вид:

$$m_{h_1, h_2}^2 = \frac{1}{2} \left(M_{11}^2 + M_{22}^2 \mp \sqrt{(M_{22}^2 - M_{11}^2)^2 + 4M_{12}^4} \right). \quad (69)$$

С увеличением m_A , т.е. шкалы масс суперчастиц, массы всех бозонов Хиггса увеличиваются. При значениях $m_A^2 \gg M_Z^2$, массы заряженных тяжёлого CP -чётного и CP -нечётного состояний почти совпадают, т.е. $M_{H^\pm} \simeq m_{h_2} \simeq m_A$, а масса легчайшего CP -чётного хиггсовского бозона приближается к своему верхнему теоретическому пределу $(M_{22}^2)^{1/2}$.

В древесном приближении масса легчайшего бозона Хиггса в МССМ не превосходит $M_Z |\cos(2\beta)|$. Данное верхнее ограничение получено в работах [283–285]. Хотя учёт вклада петлевых поправок к эффективному потенциалу взаимодействия хиггсовских полей не приводит к изменению качественной картины спектра хиггсовских бозонов, верхнее ограничение на m_{h_1} в МССМ существенно увеличивается,

$$m_{h_1} \leq \sqrt{M_Z^2 \cos^2(2\beta) + A_{22}}. \quad (70)$$

В работе [248] получено приближённое выражение для суммы однопетлевых и двухпетлевых поправок, отвечающих A_{22} , в главном логарифмическом приближении (см. также обзор [286]):

$$\begin{aligned}
A_{22} \approx \frac{3}{2\pi^2} \frac{m_t^4}{v^2} \left[\frac{1}{2} U_t + L + \frac{1}{16\pi^2} \left(3 \frac{m_t^2}{v^2} - 32\pi\alpha_3 \right) \times \right. \\
\left. \times (U_t L + L^2) \right] - \frac{3}{4\pi^2} \frac{m_t^2}{v^2} [M_Z \cos(2\beta)]^2 L,
\end{aligned} \quad (71)$$

где

$$L = \ln \frac{M_S^2}{m_t^2}, \quad U_t = \frac{2X_t^2}{M_S^2} \left(1 - \frac{X_t^2}{12M_S^2} \right),$$

$M_S = \sqrt{m_{t_1} m_{t_2}}$. Из выражения (71) следует, что вклад петлевых поправок A_{22} пропорционален m_t^4 , где m_t — бегущая масса t -кварка, и слабо зависит от M_S . Масса

легчайшего хиггсовского бозона достигает своего максимального значения при $\tan \beta \gg 1$ и $X_t = \pm \sqrt{6} M_S$ ($U_t = 6$).

При фиксированных значениях $\tan \beta$, M_S и X_t точность теоретических вычислений массы легчайшего хиггсовского бозона в МССМ существенно улучшилась за последние 10–15 лет (см. обзор [287]). Учёт петлевых поправок позволяет получить хиггсовское состояние с массой 125 ГэВ. Однако даже при $m_A^2 \gg M_Z^2$ и $\tan \beta \gg 1$ наблюдаемое значение $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ можно получить, только если вклад петлевых поправок $A_{22} \simeq (85 \text{ ГэВ})^2$, т.е. примерно такой же, как M_Z^2 . Столь большой вклад петлевых поправок отвечает $M_S \gtrsim 1$ ТэВ [287]. Из соотношений (61) и (63) следует, что в этом случае достаточно высокая степень тонкой настройки ($\sim 10^{-3} - 10^{-2}$) параметров МССМ необходима для стабилизации электро-слабой шкалы [44, 45].

5.2. Спектр бозонов Хиггса в НМССМ

В древесном приближении заметно большее значение $m_{h_1}^2$ можно получить в рамках НМССМ, что позволяет снизить степень тонкой настройки параметров. Пренебрегая операторами, нарушающими Z_3 -симметрию в суперпотенциале, потенциальную энергию взаимодействия хиггсовских полей в НМССМ можно представить в виде суммы:

$$V = V_F + V_D + V_{\text{soft}} + \Delta V, \quad (72)$$

$$\begin{aligned}
V_F &= \lambda^2 |S|^2 (|H_1|^2 + |H_2|^2) + \lambda^2 |(H_1 H_2)|^2 + \\
&+ \lambda \kappa [S^{*2} (H_1 H_2) + \text{h.c.}] + \kappa^2 |S|^4,
\end{aligned} \quad (73)$$

$$V_D = \sum_{a=1}^3 \frac{g_a^2}{8} (H_1^\dagger \sigma_a H_1 + H_2^\dagger \sigma_a H_2)^2 + \frac{g'^2}{8} (|H_1|^2 - |H_2|^2)^2, \quad (74)$$

$$\begin{aligned}
V_{\text{soft}} &= m_1^2 |H_1|^2 + m_2^2 |H_2|^2 + m_S^2 |S|^2 + \\
&+ \left[\lambda A_\lambda S (H_1 H_2) + \frac{\kappa}{3} A_\kappa S^3 + \text{h.c.} \right].
\end{aligned} \quad (75)$$

В древесном приближении потенциал взаимодействия хиггсовских полей в НМССМ определяется суммой первых трёх членов в выражении (72). V_F и V_D отвечают вкладу F - и D -членов. Их структура определяется суперпотенциалом (16) и калибровочными взаимодействиями. Выражение (75) содержит сумму членов, мягко нарушающих СУСИ. Набор соответствующих параметров включает m_1^2 , m_2^2 , m_S^2 , A_κ и A_λ . Последнее слагаемое в выражении (72) отвечает вкладу петлевых поправок. Так же как и в МССМ, главный вклад в $\Delta V(H_1, H_2, S)$ дают петли, по внутренним линиям которых распространяются t -кварк и его суперпартнёры. При вычислении этих поправок в выражениях для $m_{t_1}^2$ и $m_{t_2}^2$, полученных в МССМ, необходимо вместо параметра μ подставить λS . Далее будет предполагаться, что λ , κ и все параметры мягкого нарушения СУСИ являются действительными, т.е. CP -чётность сохраняется.

В физическом вакууме $SU(2)_W$ -дублеты бозонов Хиггса имеют вакуумные средние (51). Синглетное поле S также приобретает ненулевое вакуумное среднее $\langle S \rangle = s/\sqrt{2}$. Соответствующий минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей определяется уравнениями

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial s} &= \left[m_S^2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + v_2^2) - \lambda \kappa v_1 v_2 \right] s - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v_1 v_2 + \\
&+ \frac{\kappa A_\kappa}{\sqrt{2}} s^2 + \kappa^2 s^3 + \frac{\partial \Delta V}{\partial s} = 0,
\end{aligned} \quad (76)$$

$$\frac{\partial V}{\partial v_1} = \left[m_1^2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_2^2 + s^2) + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_1^2 - v_2^2) \right] v_1 - \left(\frac{\lambda \kappa}{2} s^2 + \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s \right) v_2 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_1} = 0, \quad (77)$$

$$\frac{\partial V}{\partial v_2} = \left[m_2^2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + s^2) + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_2^2 - v_1^2) \right] v_2 - \left(\frac{\lambda \kappa}{2} s^2 + \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s \right) v_1 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_2} = 0. \quad (78)$$

Как и в случае МССМ, в результате нарушения электро-слабой симметрии в НМССМ возникают три голдстоуновских состояния ($G^\pm$ и G^0), которые поглощаются бозонами $W^\pm$ и Z . В базисе полей, повернутом на угол β ,

$$\begin{aligned} \text{Im } H_1^0 &= \frac{P \sin \beta + G^0 \cos \beta}{\sqrt{2}}, & H_2^+ &= H^+ \cos \beta - G^+ \sin \beta, \\ \text{Im } H_2^0 &= \frac{P \cos \beta - G^0 \sin \beta}{\sqrt{2}}, & H_1^- &= G^- \cos \beta + H^- \sin \beta, \\ \text{Re } H_1^0 &= \frac{h \cos \beta - H \sin \beta + v_1}{\sqrt{2}}, & \text{Im } S &= \frac{P_S}{\sqrt{2}}, \\ \text{Re } H_2^0 &= \frac{h \sin \beta + H \cos \beta + v_2}{\sqrt{2}}, & \text{Re } S &= \frac{s + N}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (79)$$

массовые члены, отвечающие физическим состояниям, могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} V_{\text{mass}} &= M_{H^\pm}^2 H^+ H^- + \frac{1}{2} (P \ P_S) \tilde{M}^2 \begin{pmatrix} P \\ P_S \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{1}{2} (H \ h \ N) M^2 \begin{pmatrix} H \\ h \\ N \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (80)$$

Используя уравнения (76)–(78), определяющие минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей, можно выразить m_S^2 , m_1^2 и m_2^2 через другие фундаментальные параметры, $\tan \beta$ и s . Подставляя полученные соотношения в массовую 2×2 -матрицу CP -нечётного хиггсовского сектора, находим

$$\tilde{M}_{11}^2 = m_A^2 = \frac{4\mu^2}{\sin^2(2\beta)} \left(x - \frac{\kappa}{2\lambda} \sin(2\beta) \right) + \tilde{A}_{11}, \quad (81)$$

$$\tilde{M}_{22}^2 = \frac{\lambda^2 v^2}{2} x + \frac{\lambda \kappa}{2} v^2 \sin(2\beta) - 3 \frac{\kappa}{\lambda} A_\kappa \mu + \tilde{A}_{22}, \quad (82)$$

$$\tilde{M}_{12}^2 = \tilde{M}_{21}^2 = \sqrt{2} \lambda v \mu \left(\frac{x}{\sin(2\beta)} - 2 \frac{\kappa}{\lambda} \right) + \tilde{A}_{12}, \quad (83)$$

где $x = (1/2\mu)(A_\lambda + 2(\kappa/\lambda)\mu) \sin(2\beta)$, $\mu = \lambda s/\sqrt{2}$, $\tilde{A}_{ij}$ отвечают вкладу петлевых поправок. CP -нечётный хиггсовский сектор НМССМ с учётом петлевых поправок исследовался в работах [288–293]. В главном приближении для вклада однопетлевых поправок находим

$$\tilde{A}_{22} = \frac{v \sin(2\beta)}{2s} \tilde{A}_{12} = \left[\frac{v \sin(2\beta)}{2s} \right]^2 \tilde{A}_{11}. \quad (84)$$

Диагонализация массовой матрицы (81)–(83) приводит к двум собственным значениям:

$$m_{A_2, A_1}^2 = \frac{1}{2} \left(\tilde{M}_{11}^2 + \tilde{M}_{22}^2 \pm \sqrt{(\tilde{M}_{11}^2 - \tilde{M}_{22}^2)^2 + 4\tilde{M}_{12}^4} \right). \quad (85)$$

Поскольку заряженные компоненты хиггсовских дублетов не смешиваются с нейтральными полями, масса заряженных хиггсовских состояний достаточно просто вычисляется:

$$M_{H^\pm}^2 = m_A^2 - \frac{\lambda^2 v^2}{2} + M_W^2 + A_\pm. \quad (86)$$

Выражение для вклада петлевых поправок $A_\pm$ практически совпадает с соответствующим выражением в МССМ (с точностью до замены $\mu \rightarrow \lambda s/\sqrt{2}$).

В базисе хиггсовских полей (H, h, N) массовая матрица CP -чётных бозонов Хиггса имеет вид [128, 263]

$$\begin{aligned} M^2 &= \begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{12}^2 & M_{13}^2 \\ M_{21}^2 & M_{22}^2 & M_{23}^2 \\ M_{31}^2 & M_{32}^2 & M_{33}^2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} & \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} & \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial s \partial \beta} \\ \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} & \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial s} \\ \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial s \partial \beta} & \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial s} & \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (87)$$

$$M_{11}^2 = m_A^2 + \left(\frac{\bar{g}^2}{4} - \frac{\lambda^2}{2} \right) v^2 \sin^2(2\beta) + A_{11}, \quad (88)$$

$$M_{22}^2 = M_Z^2 \cos^2(2\beta) + \frac{\lambda^2}{2} v^2 \sin^2(2\beta) + A_{22}, \quad (89)$$

$$M_{33}^2 = 4 \frac{\kappa^2}{\lambda^2} \mu^2 + \frac{\kappa}{\lambda} A_\kappa \mu + \frac{\lambda^2 v^2}{2} x - \frac{\kappa \lambda}{2} v^2 \sin(2\beta) + A_{33}, \quad (90)$$

$$M_{12}^2 = M_{21}^2 = \left(\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\bar{g}^2}{8} \right) v^2 \sin(4\beta) + A_{12}, \quad (91)$$

$$M_{13}^2 = M_{31}^2 = -\frac{\sqrt{2} \lambda v \mu x \cos(2\beta)}{\sin(2\beta)} + A_{13}, \quad (92)$$

$$M_{23}^2 = M_{32}^2 = \sqrt{2} \lambda v \mu (1 - x) + A_{23}, \quad (93)$$

где A_{11} , A_{22} и A_{12} определяются соотношениями (68), в которых A_λ и μ следует заменить на $\tilde{A}_{11}$ и $\lambda s/\sqrt{2}$ соответственно, тогда как

$$A_{13} = \frac{1}{v} \frac{\partial \Delta V}{\partial \beta \partial s}, \quad A_{23} = 2v \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial (v^2) \partial s}, \quad (94)$$

$$A_{33} = \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial s^2} - \frac{1}{s} \frac{\partial \Delta V}{\partial s}.$$

С учётом петлевых поправок CP -чётный хиггсовский сектор НМССМ изучался в работах [288–297]. Из выражений (81)–(93) следует, что в древесном приближении спектр бозонов Хиггса в НМССМ определяется шестью параметрами: $\lambda, \kappa, \mu = \lambda s/\sqrt{2}, \tan \beta, A_\kappa$ и m_A (или x).

Поскольку минимальное собственное значение массовой матрицы (87)–(93) не превосходит её минимального диагонального элемента, одно из CP -чётных хиггсовских состояний остаётся лёгким даже тогда, когда шкала масс суперчастиц существенно больше 1 ТэВ. Действительно, так как $M_{22}^2 \sim M_Z^2$, масса легчайшего хигг-

совского скаляра m_{h_1} всегда меньше $(M_{22}^2)^{1/2}$, т.е.

$$m_{h_1}^2 \lesssim \frac{\partial^2 V(v^2)}{\partial v^2} = 4v^2 \frac{\partial^2 V(v^2)}{\partial (v^2)^2} = M_Z^2 \cos^2(2\beta) + \frac{\lambda^2 v^2}{2} \sin^2(2\beta) + A_{22}. \quad (95)$$

В древесном приближении верхнее ограничение (95) на массу легчайшего бозона Хиггса в НМССМ получено в работах [298, 299]. Если $\lambda \gtrsim 0,6$, то оно достигает максимального значения при $\tan \beta \sim 1$. Когда $\lambda = 0,6$ и $\tan \beta = 2$, масса легчайшего бозона Хиггса в древесном приближении может достигать почти 100 ГэВ. В этом случае, для того чтобы получить $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ, вклад петлевых поправок должен составлять $A_{22} \simeq (75 \text{ ГэВ})^2$. Как следствие, M_S может быть меньше и степень тонкой настройки параметров, необходимая для получения $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ, заметно снижается по сравнению с таковой в МССМ [300, 301].

Изучение нарушения электрослабой симметрии и спектра бозонов Хиггса в рамках НМССМ целесообразно начать с предела, когда $\kappa \sim \lambda \rightarrow 0$. В этом случае члены, пропорциональные λv_i и κv_i , в уравнениях (76)–(78) стремятся к нулю и ими можно пренебречь. С другой стороны, абсолютное значение вакуумного среднего s должно увеличиваться с уменьшением λ . В противном случае $|\mu_{\text{eff}}| \rightarrow 0$. В рассматриваемом пределе выражения (77), (78) воспроизводят два уравнения, определяющие положение минимума потенциала взаимодействия хиггсовских полей в МССМ, в которых μ следует отождествить с $\lambda s/\sqrt{2}$ и положить $m_3^2 = -(\lambda\kappa/2)s^2 - (\lambda/\sqrt{2})A_\kappa s$. Тогда уравнение (76) сводится к

$$s \left(m_S^2 + \frac{\kappa A_\kappa}{\sqrt{2}} s + \kappa^2 s^2 \right) \simeq 0. \quad (96)$$

Уравнение (96) всегда имеет по крайней мере одно решение $s_0 = 0$. Два других решения появляются, когда $A_\kappa^2 > 8m_S^2$. Эти решения можно представить в виде

$$s_{1,2} \simeq \frac{-A_\kappa \pm \sqrt{A_\kappa^2 - 8m_S^2}}{2\sqrt{2}\kappa}. \quad (97)$$

Когда $m_S^2 > 0$, решение $s_0 = 0$ соответствует минимуму потенциала взаимодействия (72)–(75), в котором не удаётся получить феноменологически приемлемый спектр частиц. Второй минимум, возникающий, если $A_\kappa^2 > 8m_S^2$, остаётся нестабильным при $A_\kappa^2 < 9m_S^2$. При больших значениях A_κ^2 , т.е. $A_\kappa^2 > 9m_S^2$, физический вакуум отвечает $s = s_1(s_2)$ при отрицательных (положительных) значениях параметра A_κ . Выражение (97) указывает на то, что увеличения абсолютного значения вакуумного среднего s в физическом вакууме можно добиться, либо уменьшая $|\kappa|$, либо увеличивая m_S^2 и A_κ^2 . Поскольку нет никаких оснований полагать, что m_S^2 и A_κ^2 могут быть существенно больше других параметров мягкого нарушения СУСИ, увеличение абсолютного значения s в физическом вакууме при $\lambda \rightarrow 0$ должно быть обусловлено уменьшением $|\kappa|$.

Так как в пределе $\lambda \rightarrow 0$ смешивание между синглетными состояниями и нейтральными компонентами хиггсовских дублетов становится малым, массовые матрицы (81)–(83) и (87)–(93) можно достаточно просто диагонализировать [128]. В данном пределе массы заряженных и

одного CP -нечётного состояний определяются выражениями (64), а массы двух CP -чётных хиггсовских бозонов — выражениями (69). Массы синглетных CP -чётного (H_s) и CP -нечётного (A_s) состояний в рассматриваемом случае можно оценить следующим образом:

$$m_{A_s}^2 \simeq -3 \frac{\kappa}{\lambda} A_\kappa \mu, \quad (98)$$

$$m_{H_s}^2 \simeq 4 \frac{\kappa^2}{\lambda^2} \mu^2 + \frac{\kappa}{\lambda} A_\kappa \mu + \frac{\lambda^2 v^2}{2} x \sin^2(2\beta) - \frac{2\lambda^2 v^2 \mu^2}{M_Z^2 \cos^2(2\beta)} (1-x)^2. \quad (99)$$

При $\kappa \sim \lambda$ двумя последними членами в выражении (99) можно пренебречь. Члены, содержащие параметр A_κ , входят в выражения для $m_{A_s}^2$ и $m_{H_s}^2$ с противоположными знаками. Стабильность физического вакуума, которая, в частности, подразумевает, что $m_{A_s}^2 > 0$ и $m_{H_s}^2 > 0$, предполагает существование верхнего и нижнего ограничений на параметр A_κ , т.е.

$$-3 \left(\frac{\kappa}{\lambda} \mu \right)^2 \lesssim A_\kappa \left(\frac{\kappa}{\lambda} \mu \right) \lesssim 0. \quad (100)$$

Из выражений (98)–(100) следует, что значения масс синглетных состояний определяются величиной $(\kappa/\lambda)\mu$.

С уменьшением κ синглетные состояния становятся легче, и при $\kappa \ll \lambda$ они могут быть легчайшими хиггсовскими частицами в спектре бозонов Хиггса. Для малых значений $\kappa^2 \ll \lambda^2 \ll 0,01$ первый и второй члены в (99) могут быть сопоставимы по абсолютной величине с двумя последними слагаемыми в выражении для $m_{H_s}^2$. Так как в рассматриваемой части параметрического пространства НМССМ хиггсовское состояние с массой 125 ГэВ можно получить только при $\tan \beta \gg 1$ и $|\mu| \gtrsim M_Z$, значение $m_{H_s}^2$ может быть положительным, только если параметр x близок к единице, т.е.

$$1 - \left| \frac{\sqrt{2}\kappa M_Z}{\lambda^2 v} \right| < x < 1 + \left| \frac{\sqrt{2}\kappa M_Z}{\lambda^2 v} \right|. \quad (101)$$

С другой стороны, в древесном приближении для параметра m_A^2 находим

$$m_A^2 \simeq (\mu \tan \beta)^2 x. \quad (102)$$

Неравенства (101) приводят к иерархической структуре спектра бозонов Хиггса [302–305]. Заряженные тяжёлые CP -чётное и CP -нечётное хиггсовские состояния имеют массы, практически совпадающие с m_A . Все остальные бозоны Хиггса оказываются существенно легче. В частности, массы синглетных CP -чётного и CP -нечётного состояний определяются комбинацией параметров $(2\kappa/\lambda)\mu \ll m_A$.

В части параметрического пространства НМССМ, отвечающей $\kappa^2 \ll \lambda^2$, иерархическая структура спектра хиггсовских состояний, упомянутая выше, остаётся неизменной даже в случае, когда λ и κ имеют значения, большие 0,1. Когда $\lambda(M_X) \sim \kappa(M_X) \gtrsim 1$, малое отношение κ/λ при низких энергиях может быть обусловлено эволюцией юкавских констант. В области низких энергий решения уравнений ренормгруппы концентрируются вблизи точки пересечения инвариантной и хилловской линий [129, 306–308]. Координаты этой инфракрасной

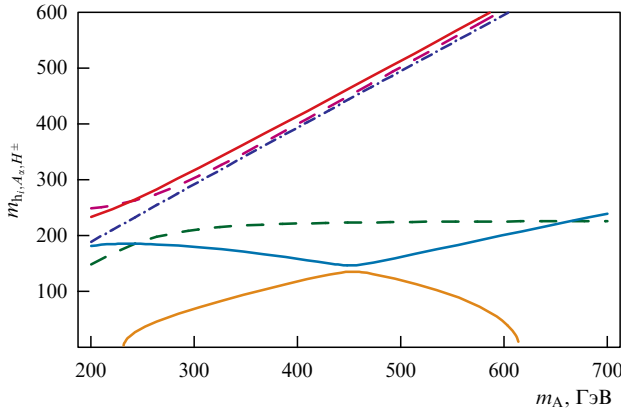


Рис. 3. Зависимость масс CP -чётных (сплошные линии), CP -нечётных (штриховые линии) и заряженных (штрихпунктирная линия) бозонов Хиггса от m_A при $\lambda = 0,6$, $\kappa = 0,36$, $\mu = 150$ ГэВ, $\tan \beta = 3$ и $A_\kappa = 135$ ГэВ. При вычислении матричных элементов массовых матриц хиггсовских полей учитывались однопетлевые поправки, соответствующие вкладу t -кварка и его суперпартнёров ($m_Q^2 = m_U^2 = M_S^2$, $X_t = \sqrt{6}M_S$ и $M_S = 1,5$ ТэВ).

квазификсированной точки таковы, что при низких энергиях κ/λ оказывается меньше единицы даже тогда, когда $\kappa(M_X) > \lambda(M_X)$. На рисунке 3 показана зависимость масс бозонов Хиггса в НМССМ от m_A . Представленные на рис. 3 результаты отвечают $\lambda(M_X) = \kappa(M_X) = 2h_t(M_X) = 1,6$, что соответствует $\tan \beta \approx 3$, $\lambda(M_t) \approx 0,6$ и $\kappa(M_t) \approx 0,36$. При вычислении матричных элементов массовых матриц CP -чётных и CP -нечётных хиггсовских полей учитывались однопетлевые поправки, отвечающие вкладу t -кварка и его суперпартнёров. Представленные результаты однозначно указывают на то, что требование стабильности физического вакуума ограничивает разрешённый интервал m_A . Данные ограничения приводят к иерархической структуре спектра бозонов Хиггса. Такая иерархическая структура спектра позволяет получить приближённые решения для масс хиггсовских бозонов и констант их взаимодействия [302, 303]. Результаты численного анализа показывают, что заряженные, тяжёлый CP -чётный и тяжёлый CP -нечётный бозоны Хиггса имеют примерно одинаковые массы, тогда как три нейтральных состояния оказываются значительно легче. Иерархическая структура хиггсовского спектра предполагает, что тяжёлые CP -чётное и CP -нечётное хиггсовские состояния почти совпадают с компонентами хиггсовского базиса H и P соответственно. В рассматриваемом случае легчайший хиггсовский скаляр и легчайший хиггсовский псевдоскаляр соответствуют компонентам базиса N и P_S . Когда масса скаляра, отвечающего компоненте базиса h , достигает минимального значения на рис. 3, константы взаимодействия данного состояния с частицами СМ практически совпадают с соответствующими константами взаимодействия бозона Хиггса в СМ. Так как при этом константы взаимодействия легчайших CP -чётного и CP -нечётного хиггсовских бозонов с частицами СМ сильно подавлены, данные состояния не могли быть обнаружены в предшествующих экспериментах и в экспериментах на БАК.

5.3. Верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ

Как отмечалось в разделе 3, сектор, ответственный за нарушение калибровочной симметрии в E_6 ССМ, вклю-

чает два дублета Хиггса, H_u и H_d , а также синглетные поля S , $\bar{S}$ и ϕ . Потенциал взаимодействия хиггсовских полей можно представить в виде суммы:

$$V = V_F + V_D + V_{\text{soft}} + \Delta V, \quad (103)$$

$$V_F = \lambda^2 |S|^2 (|H_d|^2 + |H_u|^2) + |\lambda(H_d H_u) - \sigma \phi \bar{S}|^2 + \sigma^2 |\phi|^2 |S|^2 + |-\sigma(S \bar{S}) + \kappa \phi^2 + \mu_\phi \phi + A_F|^2, \quad (104)$$

$$V_D = \sum_{a=1}^3 \frac{g_a^2}{8} (H_d^\dagger \sigma_a H_d + H_u^\dagger \sigma_a H_u)^2 + \frac{g'^2}{8} (|H_d|^2 - |H_u|^2)^2 + \frac{g_1'^2}{2} (\tilde{Q}_{H_d} |H_d|^2 + \tilde{Q}_{H_u} |H_u|^2 + \tilde{Q}_S |S|^2 - \tilde{Q}_{\bar{S}} |\bar{S}|^2)^2, \quad (105)$$

$$V_{\text{soft}} = m_S^2 |S|^2 + m_{\bar{S}}^2 |\bar{S}|^2 + m_{H_d}^2 |H_d|^2 + m_{H_u}^2 |H_u|^2 + m_\phi^2 |\phi|^2 + \left[\lambda A_\lambda S (H_u H_d) - \sigma A_\sigma \phi (S \bar{S}) + \frac{\kappa}{3} A_\kappa \phi^3 + B \frac{\mu_\phi}{2} \phi^2 + \xi A_F \phi + \text{h.c.} \right], \quad (106)$$

где g'_1 является калибровочной константой $U(1)_N$ -взаимодействия, а $\tilde{Q}_{H_d}$, $\tilde{Q}_{H_u}$ и $\tilde{Q}_S$ — $U(1)_N$ -заряды мультиплетов скалярных полей H_d , H_u и S . Как и в случае МССМ и НМССМ, при анализе спектра хиггсовских состояний в E_6 ССМ главную роль играют петлевые поправки, отвечающие вкладу t -кварка и его суперпартнёров. Вклад соответствующих однопетлевых поправок ΔV в эффективный потенциал взаимодействия (103) в главном приближении определяется выражением (59), где параметр μ необходимо заменить λS . В то же время V_D содержит дополнительное пропорциональное $g_1'^2$ слагаемое, отвечающее вкладу D -члена, который соответствует $U(1)_N$ -калибровочному взаимодействию. В физическом вакууме H_u и H_d приобретают вакуумные средние (51), тогда как

$$\langle S \rangle = \frac{s_1}{\sqrt{2}}, \quad \langle \bar{S} \rangle = \frac{s_2}{\sqrt{2}}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{\varphi}{\sqrt{2}}. \quad (107)$$

В пределе, когда $\sigma \rightarrow 0$, суперполя S и $\bar{S}$ могут приобретать большие вакуумные средние [309], такие, что $s_1 \simeq s_2 \sim \varphi \sim M_S/\sigma$, где M_S — шкала масс суперчастиц.

Массы векторных бозонов генерируются в результате взаимодействия H_u , H_d , S и $\bar{S}$ с калибровочными полями. Масса заряженных $W^\pm$ -бозонов остаётся такой же, как в МССМ, т.е. $M_W = (g_2/2)v$. Нейтральные калибровочные бозоны Z и Z' смешиваются, образуя массовую матрицу:

$$M_{ZZ'}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\bar{g}^2}{4} v^2 & A^2 \\ A^2 & g_1'^2 v^2 (\tilde{Q}_{H_d}^2 \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u}^2 \sin^2 \beta) + g_1'^2 \tilde{Q}_S^2 s^2 \end{pmatrix}, \quad (108)$$

где $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$ и

$$A^2 = \frac{\bar{g} g_1'}{2} v^2 (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta - \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta). \quad (109)$$

Данные, полученные в экспериментах на БАК, подразумевают, что в E_6 ССМ Z' должен быть тяжелее 4,5 ТэВ [310, 311]. Столь большую массу Z' -бозона $M_{Z'}$ можно получить, только если $s \gg 1$ ТэВ. При этом смешивание между бозонами Z и Z' пренебрежимо мало, т.е. угол смешивания $\alpha_{ZZ'} \lesssim 10^{-3} - 10^{-4}$, а $M_Z \simeq \bar{g}v/2$ и $M_{Z'} \simeq g_1' \tilde{Q}_S s$.

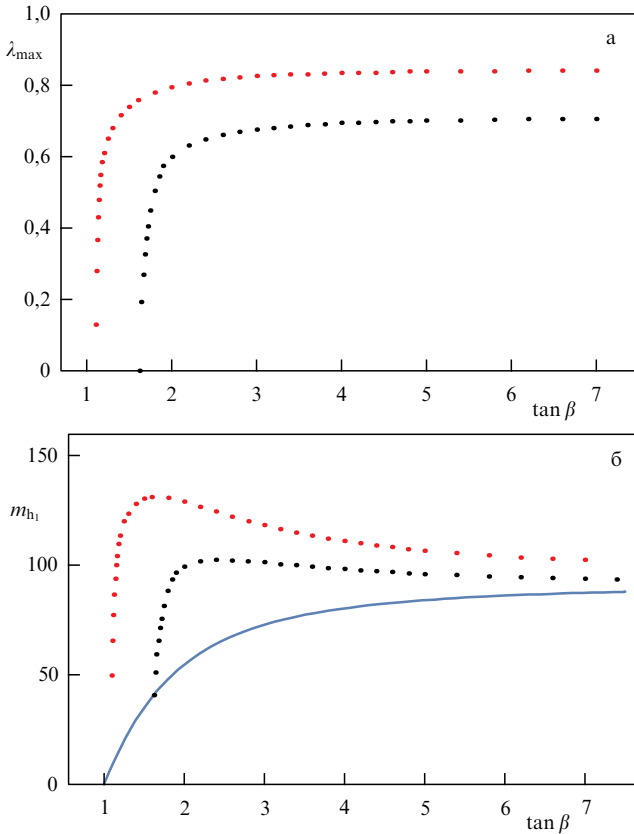


Рис. 4. (а) Зависимость верхних ограничений на $\lambda(M_t)$ в НМССМ (нижняя пунктирная линия) и E_6 ССМ (верхняя пунктирная линия) от $\tan \beta$. (б) Зависимость верхних ограничений на массу легчайшего бозона Хиггса, вычисленных в древесном приближении в рамках МССМ (сплошная линия), НМССМ (нижняя пунктирная линия) и E_6 ССМ (верхняя пунктирная линия) от $\tan \beta$.

Спонтанное нарушение калибровочной симметрии в E_6 ССМ приводит к образованию четырёх безмассовых голдстоуновских состояний, которые поглощаются массивными векторными бозонами $W^\pm$, Z и Z' . В результате спектр бозонов Хиггса содержит два заряженных, три CP -нечётных и пять CP -чётных состояний. Как и в других СУСИ-моделях, в рамках E_6 ССМ можно получить аналитическое выражение для верхнего ограничения на массу легчайшего бозона Хиггса:

$$m_{h_1}^2 \lesssim 4v^2 \frac{\partial^2 V(v^2)}{\partial (v^2)^2} = \frac{\lambda^2}{2} v^2 \sin^2(2\beta) + \frac{\bar{g}^2}{4} v^2 \cos^2(2\beta) + g_1'^2 v^2 (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta)^2 + A_{22}. \quad (110)$$

Возрастание юкавских констант $\lambda(M_t)$ и $h_t(M_t)$ приводит к появлению полюса Ландау в решениях уравнений ренормгруппы E_6 ССМ и НМССМ. При каждом фиксированном значении $\tan \beta$ можно вычислить максимально допустимое значение $\lambda(M_t) = \lambda_{\max}$. Появления полюса Ландау в решениях уравнений ренормгруппы при $q \lesssim M_X$ можно избежать, если $\lambda(M_t) \lesssim \lambda_{\max}$. В E_6 ССМ максимально допустимые значения $\lambda(M_t)$ значительно больше, чем в НМССМ (рис. 4а). Это связано с наличием в E_6 ССМ супермультиплетов экзотических частиц с массами порядка нескольких ТэВ. Как следствие, значения калибровочных констант при $q \gg M_S$ существенно больше в E_6 ССМ, чем в НМССМ. Большие значения калибровочных констант СМ наряду с калиб-

ровочной константой $U(1)_N$ -взаимодействия замедляют рост юкавских констант при $q \gg M_S$, позволяя избежать появления полюса Ландау в решениях уравнений ренормгруппы. По этой причине большие значения $\lambda_{\max}$ при низких энергиях оказываются допустимыми в E_6 ССМ. Верхнее ограничение на $\lambda(M_t)$ возрастает с увеличением $\tan \beta$, так как $h_t(M_t)$ при этом уменьшается. При $\tan \beta \gg 1$ максимально допустимые значения $\lambda(M_t)$ в НМССМ и E_6 ССМ составляют 0,71 и 0,84 соответственно (рис. 4а).

На рисунке 4б сопоставляются верхние ограничения на массу легчайшего хиггсовского состояния, вычисленные в древесном приближении в рамках МССМ, НМССМ и E_6 ССМ. При $\tan \beta \sim 1$ верхнее ограничение на m_{h_1} в НМССМ и E_6 ССМ больше, чем в МССМ. Большие допустимые значения λ при низких энергиях увеличивают верхнее ограничение на m_{h_1} в E_6 ССМ по сравнению с таковым в НМССМ при $\tan \beta \sim 1$. В древесном приближении при $\tan \beta = 1, 2 - 3, 4$ верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ оказывается больше чем 115 ГэВ [176]. Поэтому в данной модели вклад петлевых поправок может не играть столь важной роли, как в МССМ и НМССМ. В соответствующей части параметрического пространства λ варьируется от 0,65 до 0,8. Предполагая, что $s_1 \simeq s_2 \geq 8,5$ ТэВ и используя выражение (63), можно оценить значение Δ_{EW} , т.е.

$$\Delta_{EW} \sim \frac{\lambda^2 s_1^2}{M_Z^2} \sim 10^4,$$

которое характеризует тонкую подстройку параметров, необходимую для стабилизации электрослабой шкалы в этом случае.

Верхние ограничения на m_{h_1} в НМССМ и E_6 ССМ убывают с увеличением $\tan \beta$, и при $\tan \beta \gg 3$ теоретические ограничения на m_{h_1} в НМССМ и МССМ сближаются. Однако благодаря вкладу дополнительного D -члена в потенциал взаимодействия (103)–(106) даже при $\tan \beta \sim 10$ верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ, вычисленное в древесном приближении, на 6–7 ГэВ больше, чем в МССМ и НМССМ [176–180].

6. Ограничения на спектр суперчастиц в простейших сценариях

Теперь рассмотрим ограничения на спектр суперчастиц в МССМ и E_6 ССМ, обусловленные результатами экспериментов по поиску тёмной материи и измерением массы бозона Хиггса. Здесь мы сосредоточимся на изучении сценариев, в которых плотность холодной тёмной материи образуется либо полностью, либо частично легчайшим нейтралом χ_1^0 . В рамках МССМ соответствующая плотность тёмной материи может быть получена в нескольких областях параметрического пространства (см. также обзор [312]):

1) если масса легчайшего нейтралона $m_{\chi_1^0}$ приблизительно равна массе суперпартнёра одного из фермионов СМ [313–315];

2) когда $2m_{\chi_1^0}$ приблизительно совпадает с массой Z -бозона [316], массой бозона Хиггса [317] или массой одного из тяжёлых хиггсовских состояний [318];

3) если χ_1^0 имеет заметную примесь либо хиггсина, либо вино [319–321].

Для уменьшения числа свободных параметров далее в этом разделе будет предполагаться универсальность или равенство различных параметров мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X [322]. В частности, будет подразумеваться, что массы всех скалярных частиц равны универсальному значению, т.е. $m_i^2(M_X) = m_0^2$. Массы калибрино будут также предполагаться одинаковыми на этой шкале $M_i(M_X) = M_{1/2}$. В свою очередь будут положены равными $A_i(M_X) = A_0$ и $B_i(M_X) = B_0$.

В рамках МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X легчайшее нейтралино может иметь массу, приблизительно равную либо массе легчайшего суперпартнёра t -лептона $m_{\tilde{t}_1}$, либо массе легчайшего суперпартнёра t -кварка $m_{\tilde{t}_1}$. Большинство сценариев с $m_{\chi_1^0} \approx m_{\tilde{t}_1}$ характеризуются значениями параметров $m_0 < 2$ ТэВ и $M_{1/2} < 1,5$ ТэВ [323–325]. По этой причине поиски скварков и глюино в экспериментах на БАК накладывают весьма жёсткие ограничения на соответствующую часть параметрического пространства. Более того, существующие ограничения на $M_{1/2}$ предполагают, что в большинстве случаев $m_{\tilde{t}_1} - m_{\chi_1^0} \lesssim 5$ ГэВ [326]. Это означает, что реализация таких сценариев требует дополнительной подстройки фундаментальных параметров. Кроме того, масса легчайшего бозона Хиггса во многих таких случаях оказывается несколько меньше 125 ГэВ. Таким образом, нахождение феноменологически приемлемых решений с $m_{\chi_1^0} \approx m_{\tilde{t}_1}$ представляется весьма проблематичным.

В указанном выше случае $2 m_{\chi_1^0} \simeq 40\text{--}70$ ГэВ или $m_{\chi_1^0} \simeq m_A/2$. Когда $m_{\chi_1^0} \simeq 40\text{--}65$ ГэВ, легчайшее нейтралино является преимущественно бино и $M_1 \simeq m_{\chi_1^0}$. Поскольку в суперсимметричных моделях с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ $M_2 \simeq 2M_1$ и $M_3 \simeq 6,5M_1$ в области низких энергий, массы легчайшего чарджино $\chi_1^\pm$ и одного из более тяжёлых нейтралино χ_2^0 должны быть достаточно близки к 100 ГэВ, тогда как глюино оказывается легче 500 ГэВ в рассматриваемом случае, в связи с чем сценарии с $m_{\chi_1^0} \simeq 40\text{--}70$ ГэВ практически исключены в этих моделях.

Таким образом в МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X случаи 1 и 2, упомянутые выше, сводятся к сценариям с $m_{\chi_1^0} \simeq m_{\tilde{t}_1}$ и $m_{\chi_1^0} \simeq m_A/2$, которым отвечают $\tan\beta \simeq 5\text{--}12$ и $\tan\beta \simeq 40\text{--}50$ соответственно [325, 327]. Данные сценарии могут реализовываться лишь в узкой области пространства параметров и требуют дополнительной подстройки фундаментальных параметров. Поэтому здесь мы ограничимся рассмотрением случая 3, который реализуется без какой-либо дополнительной тонкой настройки параметров. Причём соотношение $M_2 \simeq 2M_1$ в области низких энергий предполагает, что в суперсимметричных моделях с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X легчайшее нейтралино является преимущественно линейной комбинацией бино и хиггсина.

Для вычисления спектра частиц в $E_6\text{CCM}$ и МССМ использовались пакеты программ FlexibleSUSY [328], SARAH [329–333] и SOFTSUSY [334, 335]. Вычисление массы легчайшего хиггсовского состояния было проведено с использованием SUSYHD [336]. На шкале масс суперчастиц M_S параметры мягкого нарушения суперсимметрии $m_i^2(M_S)$ и $A_i(M_S)$ связаны с m_0^2 , A_0 и $M_{1/2}$

следующим образом:

$$\begin{aligned} m_i^2(M_S) &= a_i(M_S)m_0^2 + b_i(M_S)M_{1/2}^2 + \\ &+ c_i(M_S)M_{1/2}A_0 + d_i(M_S)A_0^2, \\ A_i(M_S) &= e_i(M_S)M_{1/2} + f_i(M_S)A_0, \end{aligned} \quad (111)$$

где в качестве определения M_S обычно используется $M_S \simeq \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$. Значения $M_A(M_S)$ главным образом зависят от $M_{1/2}$. В рамках МССМ

$$\begin{aligned} M_1(M_S) &\approx 0,4M_{1/2}, \quad M_2(M_S) \approx 0,8M_{1/2}, \\ M_3(M_S) &\approx 2,7M_{1/2}, \end{aligned} \quad (112)$$

тогда как в $E_6\text{CCM}$

$$\begin{aligned} M_1(M_S) &\approx M_1'(M_S) \approx 0,2M_{1/2}, \\ M_2(M_S) &\approx 0,3M_{1/2}, \quad M_3(M_S) \approx 0,7M_{1/2}. \end{aligned} \quad (113)$$

Здесь будет предполагаться, что в $E_6\text{CCM}$ $\tilde{f}_{ix} \sim \sim f_{ix} \lesssim 10^{-7}$. В этом случае легчайшие экзотические состояния представляют собой фермионные компоненты суперполей S_i , массы которых оказываются много меньше 10^{-3} эВ. Такие состояния образуют горячую тёмную материю. Их вклад в полную плотность тёмной материи в нашей Вселенной пренебрежимо мал. Как и в МССМ, в рассматриваемой части параметрического пространства $E_6\text{CCM}$ легчайшее нейтралино образует либо значительную, либо большую часть плотности тёмной материи, поскольку R -чётность сохраняется. Из соотношений (112), (113) следует, что легчайшее нейтралино имеет массу существенно меньшую, чем M_S .

Для упрощения анализа целый ряд параметров $E_6\text{CCM}$ был зафиксирован, т.е.

$$\begin{aligned} \lambda_{\alpha\beta} &= \lambda_0 \delta_{\alpha\beta}, \quad \mu_\phi(M_X) = 0, \quad \mu_L(M_X) = 10 \text{ ТэВ}, \\ \kappa_{ij} &= \kappa_0 \delta_{ij}, \quad \sigma(M_X) = 2 \times 10^{-2}, \quad \kappa(M_X) = 10^{-2}, \end{aligned} \quad (114)$$

а массу Z' -бозона целесообразно выбрать очень большой, $M_{Z'} \approx 240$ ТэВ $\gg M_S$, что отвечает $s = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2} \simeq \simeq 650$ ТэВ. Суперполя S и $\bar{S}$ могут приобретать столь большие вакуумные средние при $A_F \gg M_S^2$. В рассматриваемом пределе $s_1 \approx s_2$, т.е. $\tan\theta = s_2/s_1$ близок к единице. При этом феноменологически приемлемая плотность тёмной материи может быть получена лишь тогда, когда $|\lambda| \ll \sigma$. Кроме того, предполагается, что константы взаимодействия $\tilde{\sigma}$, g_{ij}^D и h_{ix}^E пренебрежимо малы, а $\lambda_0 \ll \sigma$ и $\kappa_0 \ll \sigma$.

В пределе $M_{Z'} \gg M_S$ структура спектра нейтралино в $E_6\text{CCM}$ упрощается. Суперпартнёры нейтральных калибровочных бозонов ($\tilde{W}_3$, $\tilde{B}$ и $\tilde{B}'$), отвечающие взаимодействиям $SU(2)_W$, $U(1)_Y$ и $U(1)_N$, а также фермионные компоненты суперполей H_d^0 , H_u^0 , S , $\bar{S}$ и ϕ ($\tilde{H}_d^0$, $\tilde{H}_u^0$, $\tilde{S}$, $\tilde{\bar{S}}$ и $\tilde{\phi}$) образуют сектор нейтралино в рассматриваемой модели. В результате нарушения калибровочной симметрии все эти фермионные состояния смешиваются. В базисе полей $\tilde{\psi}_j^0 = (\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{W}_3, \tilde{B}, \tilde{B}', \tilde{S} \cos\theta - \tilde{\bar{S}} \sin\theta, \tilde{S} \sin\theta + \tilde{\bar{S}} \cos\theta, \tilde{\phi})$,

$$(115)$$

массовая матрица сектора нейтралино в $E_6\text{CCM}$ имеет наиболее простой вид:

$$M_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} A & C^T \\ C & B \end{pmatrix}, \quad (116)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\mu_{\text{eff}} & \frac{g_2 v}{2} \cos \beta & -\frac{g'_1 v}{2} \cos \beta \\ -\mu_{\text{eff}} & 0 & -\frac{g_2 v}{2} \sin \beta & \frac{g'_1 v}{2} \sin \beta \\ \frac{g_2 v}{2} \cos \beta & -\frac{g_2 v}{2} \sin \beta & M_2 & 0 \\ -\frac{g'_1 v}{2} \cos \beta & \frac{g'_1 v}{2} \sin \beta & 0 & M_1 \end{pmatrix}, \quad (117)$$

$$B = \begin{pmatrix} M'_1 & g'_1 \tilde{Q}_{SS} & 0 & 0 \\ g'_1 \tilde{Q}_{SS} & \frac{\sigma \varphi}{\sqrt{2}} \sin(2\theta) & -\frac{\sigma \varphi}{\sqrt{2}} \cos(2\theta) & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma \varphi}{\sqrt{2}} \cos(2\theta) & -\frac{\sigma \varphi}{\sqrt{2}} \sin(2\theta) & -\frac{\sigma s}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma s}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} \kappa \varphi + \mu_\phi \end{pmatrix}, \quad (118)$$

$$C = \begin{pmatrix} \tilde{Q}_{H_d} g'_1 v \cos \beta & \tilde{Q}_{H_u} g'_1 v \sin \beta & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda v}{\sqrt{2}} \sin \beta \cos \theta & -\frac{\lambda v}{\sqrt{2}} \cos \beta \cos \theta & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda v}{\sqrt{2}} \sin \beta \sin \theta & -\frac{\lambda v}{\sqrt{2}} \cos \beta \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (119)$$

В выражениях (117), (118) $\mu_{\text{eff}} = \lambda s \cos \theta / \sqrt{2}$, M_1 , M_2 и M'_1 — массы калибрино $\tilde{W}_3$ и $\tilde{B}'$ соответственно. В матрице (119) массовый параметр M_{11} , отвечающий смешиванию между компонентами базиса $\tilde{B}$ и $\tilde{B}'$, положен равным нулю. Матрица A совпадает с массовой матрицей нейтрально в МССМ, в которой параметр μ заменён μ_{eff} .

Матрица B отвечает смешиванию четырёх дополнительных состояний нейтрально в $E_6\text{CCM}$. Если $M_{Z'} \gg M_S$, массы двух таких нейтрально, представляющих собой главным образом линейные комбинации $\tilde{B}'$ и $\tilde{S} \cos \theta - \tilde{S}' \sin \theta$, определяются $M_{Z'}$. В рассматриваемом пределе данные состояния являются самыми тяжёлыми в спектре нейтрально. Массы двух оставшихся дополнительных состояний нейтрально, которые являются линейными комбинациями $\tilde{S} \sin \theta + \tilde{S}' \cos \theta$ и $\tilde{\phi}$, определяются либо $\sigma \varphi / \sqrt{2}$, либо $\sigma s / \sqrt{2}$, т.е. оказываются порядка M_S . Так как $|\lambda| \ll \sigma$ и $M_1, M_2 \ll M_S$, все дополнительные состояния нейтрально в $E_6\text{CCM}$ имеют существенно большие массы, чем легчайшие состояния, образующиеся в результате смешивания $\tilde{H}_d^0$, $\tilde{H}_u^0$, $\tilde{W}_3$ и $\tilde{B}$.

Ввиду того что самые тяжёлые состояния в спектре нейтрально практически не смешиваются с четырьмя легчайшими состояниями в $E_6\text{CCM}$, при определении плотности тёмной материи дополнительными состояниями нейтрально можно пренебречь в главном приближении. Таким образом, как и в случае МССМ, массы легчайших нейтрально в $E_6\text{CCM}$ почти совпадают с M_1 , M_2 и μ_{eff} . Из выражений (112), (113) следует, что легчайшее состояние в спектре нейтрально является преимущественно линейной комбинацией хиггсина и калибрино, которое отвечает $U(1)_\gamma$ -взаимодействию. Поскольку масса и константы взаимодействия данного состояния определяются $M_{1/2}$ и μ , при анализе МССМ и $E_6\text{CCM}$ целесообразно зафиксировать $\mu(M_S)$. Тогда

уравнения, определяющие минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей в МССМ и $E_6\text{CCM}$, могут быть использованы для нахождения m_0^2 и других параметров этих моделей при фиксированных значениях $M_{1/2}$, A_0 и $\tan \beta$.

При вычислении плотности тёмной материи использовалась программа micrOMEGAS [337–340]. В рассматриваемых СУСИ-моделях значения $|\mu(M_S)| \gg 1$ ТэВ обычно приводят к слишком большой плотности тёмной материи. По этой причине далее исследуются только сценарии с $|\mu(M_S)| \lesssim 1$ ТэВ, что в случае $E_6\text{CCM}$ с $s \simeq 650$ ТэВ и $\tan \theta \simeq 1$ отвечает верхнему ограничению $|\lambda(M_X)| \lesssim 2,4 \times 10^{-3}$. Результаты численного анализа, представленные на рис. 5, 6 и рис. 7, 8, получены при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ, $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$ и $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046$ ГэВ, $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 3 \times 10^{-3}$ соответственно. В рассмотрение включались только сценарии с плотностью тёмной материи $\Omega_{\text{CDM}} h^2 \leq 0,120$.

Для получения легчайшего бозона Хиггса с массой 125 ГэВ необходимо ограничиться рассмотрением $\tan \beta \gg 1$. Здесь изучаются сценарии с $\tan \beta \simeq 10$. При этом предполагается, что $M_{1/2}$ изменяется от 0 до 20 ТэВ, а параметр A_0 варьируется от -20 ТэВ до 20 ТэВ. Для каждого набора параметров $M_{1/2}$, A_0 и $\tan \beta$ масса легчайшего хиггсовского бозона может быть вычислена. Тем не менее теоретическая неопределённость, возникающая при нахождении m_{h_1} , остаётся заметной. Поэтому в рассмотрение включались все сценарии с m_{h_1} от 122 ГэВ до 128 ГэВ. Наряду с перечисленными выше ограничениями в процессе анализа рассматривались только сценарии с $m_i^2(M_S) > 0$. Отрицательные значения данных параметров допускались только в случае хиггсовских полей.

При $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ область параметров в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$, которая удовлетворяет всем перечисленным выше ограничениям, представлена на рис. 5, 6. В данном случае легчайший бозон Хиггса с массой, близкой к 125 ГэВ, может быть получен только за счёт большого значения $\ln(M_S^2/m_t^2)$. При $m_0^2 \gg M_{1/2}^2$ это отвечает нижнему ограничению $m_0 \gtrsim 5-6$ ТэВ. Ещё одно нижнее ограничение на m_0 появляется при $m_0 \sim M_{1/2}$. При фиксированных значениях $\tan \beta$ и $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S)$

$$m_0^2 = \xi_1 M_{1/2}^2 + \xi_2 M_{1/2} A_0 + \xi_3 A_0^2 + \xi_0, \quad (120)$$

где коэффициенты ξ_0 , ξ_1 , ξ_2 и ξ_3 представляют собой некоторые числа, причём $\xi_1, \xi_3 > 0$. Наименьшего значения правая часть уравнения (120) достигает при $A_0 = -(\xi_2/2\xi_3)M_{1/2}$. При этом

$$m_0^2 \geq \xi_4 M_{1/2}^2 + \xi_0, \quad \xi_4 = \xi_1 - \frac{\xi_2^2}{4\xi_3},$$

где $\xi_4 > 0$. Когда $M_{1/2} \gg \mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S)$, значение m_0 должно быть больше, чем $\sqrt{\xi_4} M_{1/2}$ (см. рис. 5–8).

Как следует из результатов численного анализа, приведённых на рис. 5–8, в рамках $E_6\text{CCM}$ возникает и соответствующее верхнее ограничение на m_0 . При фиксированном $M_{1/2}$ значение m_0 возрастает с увеличением $|A_0|$. Однако большие значения $|A_0|$ приводят к сильному смешиванию CP -чётных и CP -нечётных хиггсовских полей в $E_6\text{CCM}$. В результате при определённом значении A_0 либо квадрат массы легчайшего хиггсовского псевдоскаляра $m_{A_1}^2$, либо квадрат массы легчайшего хиггсов-

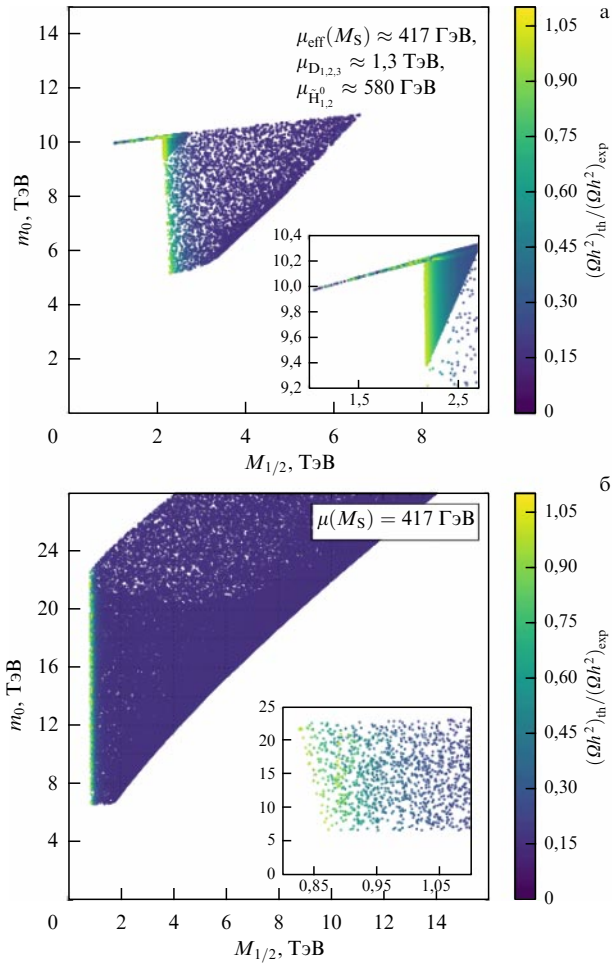


Рис. 5. Зависимость плотности тёмной материи в E6CCM (а) и MSSM (б), представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$ при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ, $\tan \beta \simeq 10$ и $|A_0| \leq 20$ ТэВ. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 до 128 ГэВ. В случае E6CCM $M_{Z'} \approx 240$ ТэВ, $s = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2} \simeq 650$ ТэВ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$. При больших значениях $M_{1/2}$, когда легчайшее нейтрино является главным образом хиггсино, плотность тёмной материи составляет около 15 % от её наблюдаемой величины (см. также [347]).

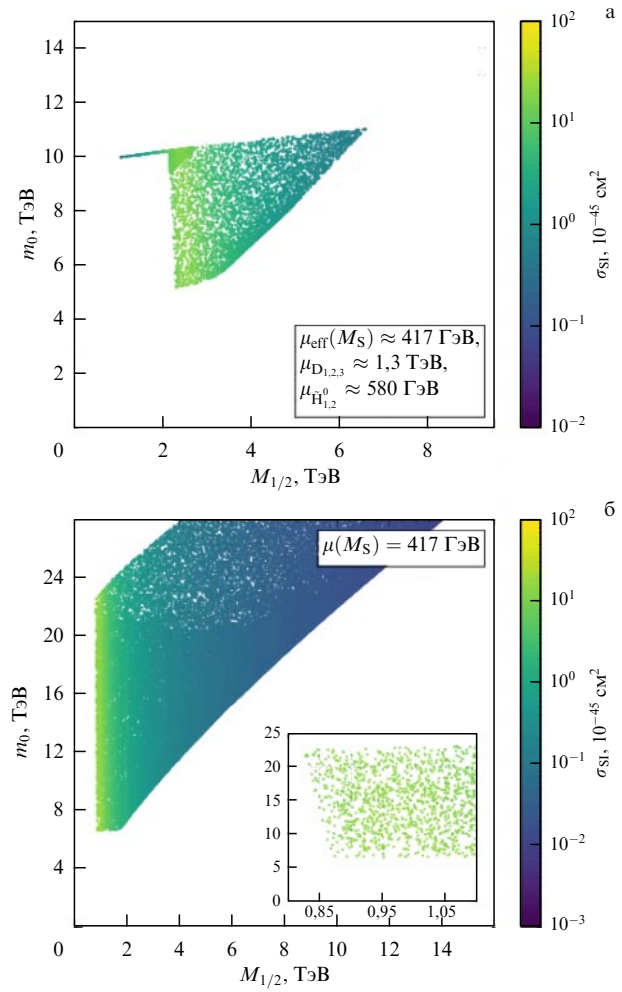


Рис. 6. Зависимость σ_{SI} в E6CCM (а) и MSSM (б), представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$, при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ, $\tan \beta \simeq 10$ и $|A_0| \leq 20$ ТэВ. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 до 128 ГэВ. В случае E6CCM $M_{Z'} \approx 240$ ТэВ, $s = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2} \simeq 650$ ТэВ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$. При больших значениях $M_{1/2}$, когда легчайшее нейтрино является главным образом хиггсино, плотность тёмной материи составляет около 15 % от её наблюдаемой величины (см. также [347]).

ского скаляра $m_{h_1}^2$ становится отрицательным. По этой причине феноменологически приемлемый спектр частиц в E6CCM при относительно больших значениях $|A_0|$ и m_0 получить не удастся.

Результаты, представленные на рис. 5, 6, указывают на то, что при фиксированном $\mu(M_S)$ (или $\mu_{\text{eff}}(M_S)$) существует нижнее ограничение на $M_{1/2}$, которое отвечает $M_1(M_S) \simeq \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \simeq \mu_{\text{eff}}(M_S)$). Действительно, легчайшее нейтрино приводит к слишком большой плотности тёмной материи при $M_1(M_S) \lesssim \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \lesssim \mu_{\text{eff}}(M_S)$). Если $M_1(M_S) \gtrsim \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \gtrsim \mu_{\text{eff}}(M_S)$), то легчайшее нейтрино χ_1^0 представляет собой главным образом хиггсино в рассматриваемых СУСИ-моделях. В результате сечение процесса аннигиляции $\chi_1^0 \chi_1^0$ резко возрастает, что позволяет получить феноменологически приемлемую плотность тёмной материи, если $\mu(M_S), \mu_{\text{eff}}(M_S) \lesssim 1$ ТэВ. Причём, как следует из результатов вычислений, приведённых на рис. 5, когда $\mu(M_S), \mu_{\text{eff}}(M_S) \ll 1$ ТэВ, плотность тёмной материи, которая приводит к $\Omega_{\text{CDM}} h^2 \approx 0,118$, может быть получена только в узкой области параметрического

пространства вблизи $M_1(M_S) \simeq \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \simeq \mu_{\text{eff}}(M_S)$). При $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ нижнее ограничение на $M_{1/2}$ предполагает, что $M_{1/2} \gtrsim 0,85$ ТэВ в MSSM и $M_{1/2} \gtrsim 2,1-2,2$ ТэВ в E6CCM. Хотя нижние ограничения на $M_{1/2}$ в MSSM и E6CCM заметно различаются, они соответствуют примерно одному и тому же нижнему ограничению на массу глюино $M_{\tilde{g}} \gtrsim 2,1-2,2$ ТэВ. С увеличением $M_{1/2}$ (или $M_1(M_S)$) плотность тёмной материи снижается. При $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ и $M_1(M_S) \gg 417$ ГэВ плотность тёмной материи составляет всего около 15 % от её наблюдаемой величины.

Ещё более жёсткие нижние ограничения на $M_{1/2}$ обусловлены целым рядом экспериментов, установивших ограничения на сечение рассеяния частиц тёмной материи на ядрах. В связи с этим сечение рассеяния легчайшего нейтрино на нуклонах можно разделить на две составляющие. Первая из них, σ_{SI} , при суммировании взаимодействий легчайшего нейтрино по всем нуклонам ядра даёт вклад в полное сечение, пропорциональный A^2 , где A — число нуклонов в ядре. Вторая

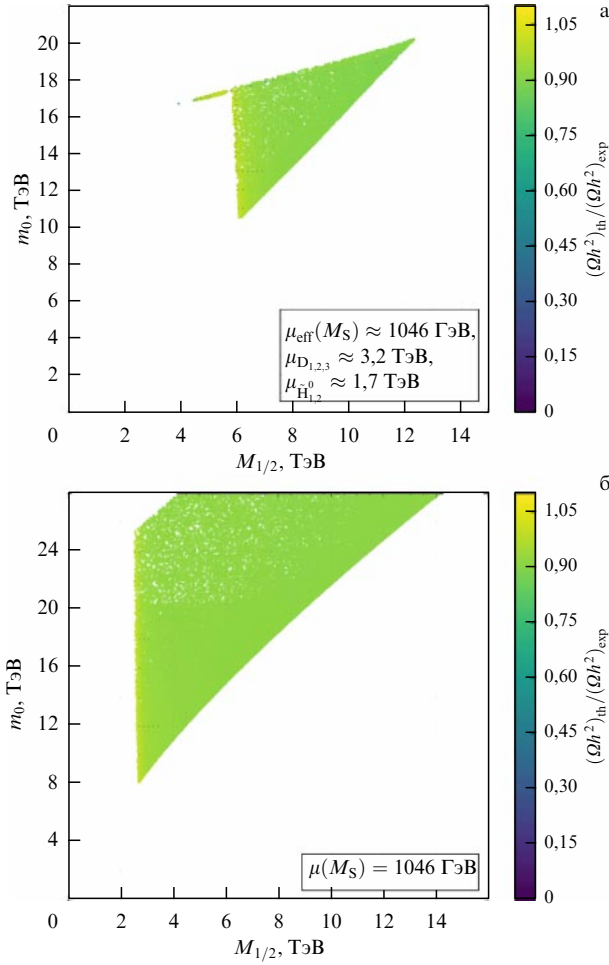


Рис. 7. Зависимость плотности тёмной материи в E6CCM (а) и MSSM (б), представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$, при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046$ ГэВ, $\tan \beta \approx 10$ и $|A_0| \leq 20$ ТэВ. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 до 128 ГэВ. В случае E6CCM $M_{Z'} \approx 240$ ТэВ, $s = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2} \approx 650$ ТэВ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 3 \times 10^{-3}$ (см. также [347]).

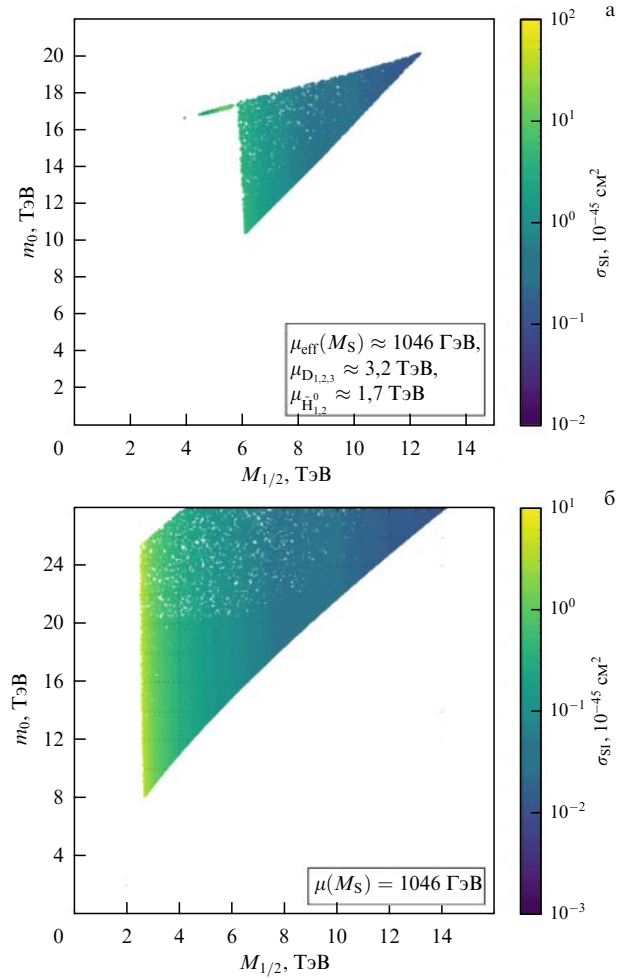


Рис. 8. Зависимость σ_{SI} в E6CCM (а) и MSSM (б), представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$, при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046$ ГэВ, $\tan \beta \approx 10$ и $|A_0| \leq 20$ ТэВ. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 до 128 ГэВ. В случае E6CCM $M_{Z'} \approx 240$ ТэВ, $s = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2} \approx 650$ ТэВ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 3 \times 10^{-3}$ (см. также [347]).

составляющая, σ_{SD} , при таком суммировании не приводит к сопоставимому усилению соответствующего вклада в полное сечение рассеяния частиц тёмной материи на ядре. Далее преимущественно будет обсуждаться σ_{SI} . Первая составляющая сечения в главном приближении описывается фейнмановской диаграммой с обменом виртуальным легчайшим бозоном Хиггса h_1 . Соответствующее выражение имеет вид

$$\sigma_{SI} \simeq \frac{4m_t^2 m_N^2}{\pi v^2 m_{h_1}^4} |g_{h_1 \chi_1 \chi_1} F^N|^2, \quad m_t = \frac{m_{\chi_1^0} m_N}{m_{\chi_1^0} + m_N}, \quad (121)$$

$$F^N = \sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^N + \frac{2}{27} \sum_{Q=c,b,t} f_{TQ}^N,$$

где m_N и $m_{\chi_1^0}$ — массы нуклона и легчайшего нейтрино,

$$m_N f_{Tq}^N = \langle N | m_q \bar{q} q | N \rangle, \quad f_{TQ}^N = 1 - \sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^N,$$

а $f_{Tu}^N \simeq 0,0153$, $f_{Td}^N \simeq 0,0191$ и $f_{Ts}^N \simeq 0,0447$ [341]. В MSSM и E6CCM $m_{\chi_1^0} \gg m_N$ и $m_t \approx m_N$. Сечение рассеяния (121) определяется константой взаимодействия легчайшего нейтрино с легчайшим хиггсовским состоянием

$g_{h_1 \chi_1 \chi_1}$. Когда $M_S \gg M_{Z'}$, выражение для константы взаимодействия $g_{h_1 \chi_1 \chi_1}$ можно представить в виде

$$g_{h_1 \chi_1 \chi_1} \approx \frac{1}{2} (g' R_{14} - g_2 R_{13}) [R_{11}(V)_{11} - R_{12}(V)_{12}], \quad (122)$$

где матрицы V и R определяются следующим образом:

$$\chi_i^0 = R_{ij} \tilde{\psi}_j, \quad h_i = V_{ij} S'_j. \quad (123)$$

В выражении (123) χ_i^0 представляет собой набор состояний нейтрино с определёнными массами, h_i — набор CP-чётных хиггсовских состояний с определёнными массами, $\tilde{\psi}_j$ и S'_j — компоненты базиса состояний нейтрино и компоненты базиса CP-чётных хиггсовских состояний соответственно. В случае MSSM $\tilde{\psi}_j = (\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{W}_3, \tilde{B})$ и $S'_j = (\sqrt{2} \text{Re } H_d^0, \sqrt{2} \text{Re } H_u^0)$. В E6CCM компоненты базиса состояний нейтрино определяются выражением (115), тогда как

$$S'_j = (\sqrt{2} \text{Re } H_d^0, \sqrt{2} \text{Re } H_u^0, \sqrt{2} \text{Re } S, \sqrt{2} \text{Re } \bar{S}, \sqrt{2} \text{Re } \phi).$$

Сечение рассеяния (121) достигает максимального значения $\sim 10^{-45} - 10^{-44} \text{ cm}^2$ при $|M_1(M_S)| \simeq |\mu(M_S)|$

(или $|M_1(M_S)| \simeq |\mu_{\text{eff}}(M_S)|$), когда $|R_{11}R_{14}| \sim |R_{12}R_{14}| \sim 1$. Ограничения, полученные в экспериментах LUX (Large Underground Xenon experiment) [342], XENON1T [343], PandaX-4T [344] и LUX-ZEPLIN (LZ) [345], исключают столь большие сечения σ_{SI} . При $\Omega h^2 \approx 0,118-0,119$ и значениях $m_{\chi_1^0}$, больших 200 ГэВ и меньших 1000 ГэВ, экспериментальные ограничения LZ на σ_{SI} оказываются порядка $0,5 \times 10^{-46} - 3 \times 10^{-46} \text{ см}^2$ [345]. С увеличением $M_1(M_S)$ и $M_{1/2}$ сечение σ_{SI} убывает, что обусловлено уменьшением $|R_{14}|$ (см. рис. 6). Кроме того, увеличение $M_1(M_S)$ и $M_{1/2}$ сопровождается уменьшением плотности тёмной материи и её концентрации, что также должно приводить к ослаблению ограничений на σ_{SI} , т.е.

$$\sigma_{\text{SI}} < \frac{0,119}{(\Omega h^2)_{\text{th}}} \sigma_{\text{SI}}^{\text{exp}}(m_{\chi_1^0}), \quad (124)$$

где σ_{SI} и $(\Omega h^2)_{\text{th}}$ — вычисленные значения соответствующих величин для каждого набора параметров, $\sigma_{\text{SI}}^{\text{exp}}(m_{\chi_1^0})$ — экспериментальное ограничение на сечение σ_{SI} при заданной массе $m_{\chi_1^0}$. Исключённым можно считать любой набор параметров МССМ или Е₆ССМ, который не удовлетворяет условию (124) [346, 347]. Грубые оценки показывают, что вычисленное таким образом нижнее ограничение на $M_{1/2}$ увеличивается с 0,85 ТэВ до 2 ТэВ в МССМ и с 2,1 ТэВ почти до 5 ТэВ в Е₆ССМ. Это отвечает нижнему ограничению на массу глюино $M_{\tilde{g}} \gtrsim 5,2 \text{ ТэВ}$ в МССМ и Е₆ССМ.

Результаты вычислений, представленные на рис. 5а и 6а, указывают на то, что в случае Е₆ССМ существует незначительная часть параметрического пространства, в которой можно получить феноменологически приемлемую плотность тёмной материи, даже если $M_1(M_S) \ll \mu_{\text{eff}}(M_S)$ [347]. В этой области параметрического пространства масса легчайшего *CP*-нечётного бозона Хиггса $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$, что резко увеличивает сечение процесса аннигиляции $\chi_1^0 \chi_1^0$, снижая $\Omega_{\text{CDM}} h^2$ до 0,118 или даже ещё сильнее. При этом сечение σ_{SI} оказывается относительно небольшим и условие (124) удовлетворяется. Легчайшее *CP*-нечётное хиггсовское состояние с массой $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$ можно получить только при определённых значениях A_0 . К сожалению, при $\mu_{\text{eff}}(M_S) = 417 \text{ ГэВ}$ почти все такие сценарии, отвечающие $M_{1/2} \lesssim 2 \text{ ТэВ}$, уже исключены экспериментами на БАК. Соответствующие сценарии в рамках МССМ при $\tan \beta \gtrsim 50$ исследовались в работе [348].

Области допустимых значений параметров в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$ при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046 \text{ ГэВ}$ приведены на рис. 7, 8. Они отвечают значительно более тяжёлому спектру суперчастиц и несколько большей массе легчайшего бозона Хиггса, чем сценарии с $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417 \text{ ГэВ}$. Как обсуждалось ранее, сценарии с относительно небольшими $M_{1/2}$, отвечающие $M_1(M_S) \lesssim \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \lesssim \mu_{\text{eff}}(M_S)$), приводят к слишком большой плотности тёмной материи, и поэтому они исключены из рассмотрения. Практически во всех сценариях из областей допустимых значений параметров, которые приведены на рис. 7, плотность тёмной материи составляет около 90 % от её наблюдаемой величины. Легчайшее нейтрино является преимущественно хиггсино во всех этих случаях. Абсолютные значения матричных элементов R_{14} и R_{13} достаточно малы, что приводит к несколько меньшему σ_{SI} по сравнению с таковым в сценариях при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417 \text{ ГэВ}$. Результаты численного анализа, представленные на

рис. 8, указывают на то, что сечение σ_{SI} уменьшается с возрастанием $M_{1/2}$. С увеличением массы легчайшего нейтрино $m_{\chi_1^0}$ экспериментальное верхнее ограничение на σ_{SI} ослабевает. Тем не менее учёт экспериментального ограничения на σ_{SI} заметно сдвигает нижнее ограничение на $M_{1/2}$. В частности, при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046 \text{ ГэВ}$ оно предполагает, что $M_{1/2} \gtrsim 3,9 \text{ ТэВ}$ в МССМ и $M_{1/2} \gtrsim 9,5 \text{ ТэВ}$ в Е₆ССМ. Это отвечает нижнему ограничению на массу глюино $M_{\tilde{g}} \gtrsim 10 \text{ ТэВ}$ в МССМ и Е₆ССМ.

Как и прежде, в случае Е₆ССМ с $\mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046 \text{ ГэВ}$ всё так же существуют сценарии с $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$, которые приводят к феноменологически приемлемой плотности тёмной материи и относительно небольшому сечению σ_{SI} , даже когда $M_1(M_S) \lesssim \mu_{\text{eff}}(M_S)$ (рис. 7а, 8а). Однако все они характеризуются высокой степенью тонкой настройки параметров и во всех случаях значения m_0 и $M_{1/2}$ таковы, что наблюдение суперчастиц в экспериментах на БАК не представляется возможным. Спектр экзотических частиц в Е₆ССМ также оказывается слишком тяжёлым из-за того, что $\kappa_0(M_X) = \lambda_0(M_X) = 3 \times 10^{-3}$. Такой выбор $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$ соответствует массам экзотических кварков $m_{D_i} \approx 3,2 \text{ ТэВ}$ и массам инертных хиггсино $m_{\tilde{H}_{\pm}^0} \approx 1,7 \text{ ТэВ}$, что делает их обнаружение в экспериментах на БАК маловероятным. В то же время стоит отметить, что в пределе $\lambda_0(M_X), \kappa_0(M_X) \ll \sigma(M_X)$ область допустимых значений параметров Е₆ССМ весьма незначительно меняется при изменениях $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$.

В простейших сценариях при $\mu(M_S) \gg 1 \text{ ТэВ}$ или $\mu_{\text{eff}}(M_S) \gg 1 \text{ ТэВ}$ сечение аннигиляции $\chi_1^0 \chi_1^0$ становится слишком малым, а плотность тёмной материи — слишком большой. В МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X разрешённая область значений $\mu(M_S)$ заметно расширяется в пределе, когда $m_{\chi_1^0} \approx m_A/2$. При этом масса легчайшего нейтрино и $\mu(M_S)$ могут быть существенно больше 2 ТэВ, так как сечение аннигиляции $\chi_1^0 \chi_1^0$ значительно увеличивается [327]. Спектр суперчастиц также становится более тяжёлым в этом случае. Относительно лёгкий спектр суперчастиц в МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X появляется при $m_{\chi_1^0} \simeq m_{\tilde{t}_1}$. Соответствующие решения отвечают значениям m_0 из промежутка от 2 ТэВ до 4,5 ТэВ, что приводит к массам почти всех скалярных частиц, значительно большим 2–3 ТэВ. Легчайшее нейтрино при этом является преимущественно бино. Плотность тёмной материи, которую данное состояние образует, может быть существенно меньше наблюдаемого значения, а σ_{SI} может быть заметно меньше экспериментальных ограничений [325, 327].

В обозримом будущем эксперименты XENONnT [349], LUX-ZEPLIN (LZ) [350], DarkSide-20k [351] и DARWIN [352] смогут установить ещё более жёсткие ограничения на сечение σ_{SI} . Кроме того, поскольку нейтрино аннигилируют, продукты их аннигиляции, которые включают нейтрино, гамма-излучение, позитроны, антипротоны и т.д., могут быть зарегистрированы. В контексте аннигиляции нейтрино с массами порядка 1 ТэВ особую роль играет регистрация сигналов, отвечающих гамма-излучению сверхвысоких энергий ($E \gtrsim 100 \text{ ГэВ}$). Именно на поиск такого рода сигналов будет нацелен массив черенковских телескопов (СТА) [353]. Предполагается, что данный эксперимент сможет зарегистрировать гамма-излучение, обусловлен-

ное аннигиляцией вблизи галактического центра нейтрально с массами $m_{\tilde{\chi}_1^0} \gtrsim 1$ ТэВ [353–355].

7. Поиски возможных проявлений суперсимметрии на Большом адронном коллайдере

Поиски возможных проявлений СУСИ-моделей остаются одной из главных целей экспериментов на БАК (см. обзоры [356–358]). Так как в коллайдерных экспериментах суперпартнёры наблюдаемых частиц могут рождаться только парами и каждая из этих частиц распадается таким образом, что конечное состояние содержит по крайней мере одну ЛСЧ, рождение таких состояний должно приводить к лептонам и/или адронным струям с большими поперечными импульсами, которые неизбежно образуются в результате распадов тяжёлых суперчастиц, и двум ЛСЧ. Поскольку ЛСЧ, в качестве которой обычно выступает легчайшее нейтрально, взаимодействует с веществом только за счёт слабых взаимодействий, она не регистрируется детекторами, унося значительную часть энергии и импульса сталкивающихся частиц. Отсутствие каких-либо доказательств существования суперчастиц в экспериментах на БАК накладывает весьма жёсткие ограничения на параметры СУСИ-моделей.

Для представления результатов анализа своих данных коллаборации ATLAS (A Toroidal Large Hadron Collider (LHC) ApparatuS) и CMS (Compact Muon Solenoid) использовали так называемые упрощённые модели. В данных моделях возможно изучение рождения лишь весьма ограниченного набора суперчастиц, а также мод их распадов. Массы и другие параметры, характеризующие взаимодействие этих суперчастиц, рассматриваются в качестве свободных параметров. Поскольку поиски суперчастиц пока не привели к наблюдению сигнала, который бы существенно отличался от фона, обусловленного рождением частиц СМ, результатом анализа данных являются ограничения на параметрическое пространство СУСИ-моделей. На практике ограничения на параметры, полученные в рамках упрощённых моделей, часто экстраполируются на спектры суперчастиц, имеющих существенно более сложную структуру. Хотя упрощённые модели весьма удобны с точки зрения интерпретации результатов анализа, необходимо проявлять определённую осторожность при распространении полученных ограничений на более сложные модели/сценарии.

Когда глюино легче, чем скварки ($M_{\tilde{g}} \lesssim m_{\tilde{q}}$), они распадаются на $\tilde{g} \rightarrow q\bar{q}^* \rightarrow q\bar{q} + \tilde{\chi}_1^0$. Поэтому рождение пар глюино должно способствовать некоторому увеличению сечения процесса $pp \rightarrow q\bar{q}q\bar{q} + E_T^{\text{miss}} + X$, где X соответствует любому числу адронных струй, отвечающих лёгким кваркам или глюонам. Экспериментальные ограничения на массу глюино достаточно сильно зависят от предполагаемой массы легчайшего нейтрально $m_{\tilde{\chi}_1^0}$. В случае безмассового нейтрально $\tilde{\chi}_1^0$ эксперименты на БАК уже исключили глюино с массами $M_{\tilde{g}} \leq 2,2 - 2,3$ ТэВ [359–362]. При $m_{\tilde{\chi}_1^0} \gtrsim 1,2$ ТэВ никаких ограничений на $M_{\tilde{g}}$ установить пока не удалось. Если $M_{\tilde{g}} \simeq m_{\tilde{q}}$ и $m_{\tilde{\chi}_1^0} \lesssim 1$ ТэВ, то нижнее ограничение на массы скварков и глюино достигает 3 ТэВ [362]. Эксперименты на БАК отдельно проводили поиски суперпартнёров кварков третьего поколения. Предполагая, что суперпартнёры

b-кварка преимущественно распадаются на $b\tilde{\chi}_1^0$, а основным каналом распадов суперпартнёров t-кварка является либо $\tilde{t} \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$, либо $\tilde{t} \rightarrow b\tilde{\chi}_1^\pm$, $\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow W^\pm \tilde{\chi}_1^0$, ATLAS и CMS установили нижние ограничения на массы данных частиц в пределах 1200–1300 ГэВ в случае безмассового нейтрально $\tilde{\chi}_1^0$ [359, 361, 363–365]. Тем не менее при $m_{\tilde{\chi}_1^0} \geq 800$ ГэВ никаких ограничений на массы суперпартнёров кварков третьего поколения установить пока не удалось.

Эксперименты на LEP (Large Electron–Positron collider) установили нижние ограничения на массу легчайшего чарджино $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$. В зависимости от массы легчайшего нейтрально и других параметров эти ограничения варьируются от 92 до 103 ГэВ. В экспериментах на БАК чарджино ищется в процессах рождения $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^0$ и $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp$, в которых массы $\tilde{\chi}_1^\pm$ и $\tilde{\chi}_2^0$ ($m_{\tilde{\chi}_2^0}$) больше, чем $m_{\tilde{\chi}_1^0}$. При представлении результатов поиска чарджино в процессе рождения $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^0$ обычно предполагается, что $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = m_{\tilde{\chi}_2^0}$. Выделение соответствующих событий из большого фона, связанного с рождением адронных струй, оказывается возможным при наличии одного или нескольких лептонов, возникающих при распадах $\tilde{\chi}_1^\pm$ и $\tilde{\chi}_2^0$. Если распады $\tilde{\chi}_1^\pm$ и $\tilde{\chi}_2^0$ преимущественно обусловлены лёгкими слептонами ($\tilde{e}$ и $\tilde{\mu}$), то ATLAS и CMS исключили $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \approx m_{\tilde{\chi}_2^0}$, меньшие 1100–1400 ГэВ в случае безмассовой ЛСЧ [366–368]. Однако при $m_{\tilde{\chi}_1^0} \geq 1$ ТэВ никаких ограничений на $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ установить пока не удалось. Когда распады $\tilde{\chi}_1^\pm$ и $\tilde{\chi}_2^0$ приводят к т-лептонам в конечном состоянии, ограничения на $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \approx m_{\tilde{\chi}_2^0}$ снижаются до 760–1000 ГэВ при $m_{\tilde{\chi}_1^0} \leq 400$ ГэВ [366, 369]. Если массы всех суперчастиц и дополнительных бозонов Хиггса весьма велики, то $\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow W^\pm \tilde{\chi}_1^0$, тогда как $\tilde{\chi}_2^0$ распадается либо на $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow Z\tilde{\chi}_1^0$, либо на $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow h_1\tilde{\chi}_1^0$. При этом нижние ограничения ATLAS и CMS на массу легчайшего чарджино достигают 900–1060 ГэВ в случае безмассовой ЛСЧ [366–368, 370–373]. Данные ограничения не распространяются на сценарии с массами ЛСЧ, большими 400 ГэВ.

Реакции с несколькими лептонами в конечном состоянии также анализировались при установлении ограничений на сечения рождения $\tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_3^0$ при $m_{\tilde{\chi}_2^0} = m_{\tilde{\chi}_3^0} \geq m_{\tilde{\chi}_1^0}$. В пределе, когда распады $\tilde{\chi}_2^0$ и $\tilde{\chi}_3^0$ обусловлены лёгкими слептонами, ATLAS установил нижнее ограничение на массы таких нейтрально, которое составляет 680 ГэВ при $m_{\tilde{\chi}_1^0} \leq 400$ ГэВ [374].

Когда массы $\tilde{\chi}_1^\pm$ и $\tilde{\chi}_1^0$ близки, некоторые продукты распада чарджино несут весьма небольшие энергии и поэтому не регистрируются детекторами. В этом случае результаты поиска чарджино и нейтрально зависят от расщепления масс в спектре, т.е. $\Delta m = m_{\tilde{\chi}_1^\pm} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$. В частности, ATLAS исключил состояния чарджино с массами, меньшими 190–240 ГэВ, при $\Delta m = 10$ ГэВ [375], тогда как CMS установил нижнее ограничение на массу легчайшего чарджино 112 ГэВ в случае $\Delta m = 1$ ГэВ [376]. В сценариях с крайне малым расщеплением масс Δm чарджино оказываются долгоживущими частицами. Если их время жизни больше того времени, которое необходимо для пролёта через детектор, то такие состояния представляют собой заряженные стабильные массивные частицы. Эксперименты на БАК исключили такие чарджино с массами ниже 1090 ГэВ [377].

Если массы скварков много больше нескольких ТэВ, то глюино в процессе адронизации могут также образовывать долгоживущие частицы, известные как R-адроны. ATLAS и CMS исключили такие глюино с массами

ниже 2 ТэВ [377, 378]. Суперпартнёры t -кварка могут быть также долгоживущими состояниями, которые образуют R -адроны. Это происходит, например, когда один из суперпартнёров t -кварка имеет массу, весьма близкую к массе ЛСЧ. ATLAS установил нижнее ограничение на массы таких скварков: 1340 ГэВ [377].

Парное рождение слептонов на БАК не только сильно подавлено по сравнению с рождением пар скварков, но и соответствующее сечение рождения на два порядка по величине меньше сечения рождения пар чарджино и нейтралино. Эксперименты на БАК проанализировали рождение пар суперпартнёров электронов и мюонов, предполагая, что каждый такой слептон распадается на лептон и легчайшее нейтралино $\tilde{\chi}_1^0$. ATLAS и CMS исключили такие слептоны с массами ниже 700 ГэВ при $m_{\tilde{\chi}_1^0} \leq 400$ ГэВ [367, 379]. ATLAS и CMS также установили несколько более слабые ограничения на массу суперпартнёра τ -лептона, составляющие 390 ГэВ в случае безмассовой ЛСЧ [380, 381]. Данное ограничение не распространяется на сценарии с $m_{\tilde{\chi}_1^0} \geq 150$ ГэВ. Когда массы суперпартнёров электронов и мюонов всего на 5–10 ГэВ больше, чем $m_{\tilde{\chi}_1^0}$, ATLAS исключил такие состояния, если их массы ниже, чем 230–250 ГэВ [375]. Слептоны могут также проявлять себя в качестве стабильных заряженных массивных частиц, если они имеют массы, весьма близкие к массе ЛСЧ. Эксперименты на БАК исключили такие стабильные суперпартнёры τ -лептона с массами менее 430 ГэВ [377].

В экспериментах на БАК также проводились поиски дополнительных бозонов Хиггса, которые предсказываются СУСИ-расширениями СМ. В рамках МССМ легчайший бозон с массой 125 ГэВ может быть получен, лишь когда $\tan \beta \gg 1$. В этом случае наиболее существенное ограничение на массы дополнительных хиггсовских состояний возникает в результате поисков тяжёлых нейтральных бозонов Хиггса, распадающихся на $\tau^+\tau^-$ [382]. Причём соответствующее экспериментальное ограничение становится всё более жёстким с увеличением $\tan \beta$. При $\tan \beta \simeq 8$ ATLAS установил нижнее ограничение $m_A \simeq m_{h_2} \simeq M_{H^\pm} \gtrsim 1$ ТэВ, тогда как при $\tan \beta \simeq 21$ ATLAS исключил дополнительные хиггсовские состояния с массами $m_A \simeq m_{h_2} \simeq M_{H^\pm}$ ниже 1,5 ТэВ [382]. Нижнее экспериментальное ограничение, упомянутое здесь, заметно ослабевает, когда $\tan \beta \lesssim 6$. Однако в МССМ весьма сложно найти отвечающие столь небольшим значениям $\tan \beta$ сценарии, которые приводили бы к легчайшему бозону Хиггса с массой 125 ГэВ.

В НМССМ достаточно просто найти сценарии с $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ даже при относительно небольших значениях $\tan \beta$, т.е. $2 \leq \tan \beta \leq 6$, если $|\lambda| \gtrsim 0,55$ – $0,6$ при низких энергиях. Когда $|\lambda| \gtrsim 0,6$, требование применимости теории возмущений вплоть до шкалы M_X предполагает, что в области низких энергий $|k|^2 \ll |\lambda|^2$. Как обсуждалось в разделе 5.2, в данной части параметрического пространства НМССМ одно из CP -нечётных, одно из CP -чётных и заряженные хиггсовские состояния (A_2 , h_3 и $H^\pm$) преимущественно образуются компонентами хиггсовских дублетов. Массы этих состояний практически совпадают, т.е. $m_{A_2} \simeq m_{h_3} \simeq M_{H^\pm} \simeq m_A$. Два других хиггсовских скаляра и ещё один хиггсовский псевдоскаляр оказываются значительно легче. Один из этих двух хиггсовских скаляров h должен представлять собой состояние с массой 125 ГэВ. Константы взаимодействия данного состояния с частицами СМ должны почти

совпадать с соответствующими константами взаимодействия бозона Хиггса в СМ. Один из легчайших CP -чётных и легчайший CP -нечётный бозоны Хиггса (H_S и A_S) являются преимущественно синглетными состояниями. Такая структура спектра хиггсовских бозонов в НМССМ приводит к весьма разнообразным феноменологическим проявлениям, которые связаны с распадами тяжёлых CP -чётного и CP -нечётного хиггсовских состояний (см., например, [383]), такими как

$$h_3 \rightarrow hh, \quad h_3 \rightarrow hH_S, \quad h_3 \rightarrow H_S H_S, \quad A_2 \rightarrow A_S h, \\ A_2 \rightarrow A_S H_S, \quad h_3 \rightarrow A_S Z, \quad A_2 \rightarrow Zh, \quad A_2 \rightarrow ZH_S.$$

Поиски тяжёлых резонансов, распадающихся на Zh [384], ZZ [385] и hh [386], в экспериментах на БАК накладывают существенные ограничения на параметрическое пространство НМССМ при $2 \leq \tan \beta \leq 4$. Когда $\tan \beta \geq 4$ наиболее жёсткое экспериментальное ограничение на m_A опять обусловлено поисками тяжёлых нейтральных хиггсовских бозонов, распадающихся на $\tau^+\tau^-$ [382]. Из всех этих ограничений следует, что нахождение феноменологически приемлемых сценариев, отвечающих относительно небольшим значениям $\tan \beta$ ($2 \leq \tan \beta \leq 6$) и $m_A \lesssim 400$ ГэВ, представляется весьма проблематичным. Более того, поиски тяжёлого хиггсовского скаляра h_3 , распадающегося на hH_S , что может приводить к $t\bar{t}b\bar{b}$ в конечном состоянии, указывают: часть параметрического пространства НМССМ, отвечающая $400 \leq m_A \leq 600$ ГэВ, также уже в значительной степени исключена [387].

В случае E_6 ССМ можно получить легчайшее хиггсовское состояние с массой 125 ГэВ при $\tan \beta \gtrsim 1,15$. Когда $\tan \beta$ варьируется от 1,15 до 1,8, наиболее жёсткое экспериментальное ограничение на массы дополнительных бозонов Хиггса, которые главным образом представляют собой компоненты хиггсовских дублетов, возникает в результате поиска заряженных хиггсовских состояний, распадающихся на кварки t и b [388]. При столь небольших значениях $\tan \beta$ ATLAS исключил заряженные бозоны Хиггса с массами ниже 600–750 ГэВ [388]. С другой стороны, поскольку в рассматриваемой части параметрического пространства E_6 ССМ $|\lambda|$ должно быть больше, чем g'_1 , при низких энергиях, все хиггсовские состояния, за исключением легчайшего бозона Хиггса, должны иметь массы, много большие 1 ТэВ [198]. По этой причине при $\tan \beta \ll 10$ ни одно из тяжёлых хиггсовских состояний в данном расширении МССМ не может быть обнаружено в экспериментах на БАК в ближайшие годы.

Поиски распадов Z' -бозонов, отвечающих линейной суперпозиции $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ (3), на e^+e^- и $\mu^+\mu^-$ в экспериментах на БАК позволили установить нижние ограничения на массы данных состояний. В зависимости от θ_{E_6} эти ограничения варьируются от 4,5 ТэВ до 4,8 ТэВ [310, 311]. В рамках экспериментов на БАК также изучалось возможное парное рождение лептокварков, естественным образом возникающих в $U(1)$ -расширениях МССМ, которые можно рассматривать в качестве низкоэнергетического предела ТВО с E_6 -калибровочной симметрией. Скалярные лептокварки, которые главным образом взаимодействуют с фермионами первого (второго или третьего) поколения, называются лептокварками первого (второго или третьего) поколения. Поскольку эти состояния представляют собой $SU(3)_C$ -

триплеты, сечение парного рождения таких состояний на БАК определяется лишь одной массой скалярного лептокварка. Результаты соответствующего анализа существенным образом зависят от относительной парциальной ширины β_{LQ} распадов лептокварка, конечное состояние которых включает заряженный лептон. Когда β_{LQ} изменяется в пределах от 0,5 до 1, нижнее ограничение на массу лептокварков первого (второго) поколений увеличивается с 1,4 ТэВ до 1,8 ТэВ (1,7 ТэВ) [389]. Экспериментальное ограничение на массу лептокварков третьего поколения оказывается несколько слабее. При $\beta_{LQ} = 0$ и $\beta_{LQ} = 1$ ATLAS и CMS исключили такие состояния с массами, меньшими 1,2 ТэВ и 1,43 ТэВ соответственно [361, 390].

В $E_6\text{CCM}$ все экзотические состояния, за исключением трёх легчайших экзотических фермионов, могут быть очень тяжёлыми. С использованием метода, развитого в работах [391–394], было показано, что массы этих фермионов, которые представляют собой линейные суперпозиции фермионных компонент суперполей S_i , не превосходят 60–65 ГэВ [395–398]. Простейшие феноменологически приемлемые сценарии предполагают, что массы двух легчайших нейтральных экзотических фермионов много меньше 1 эВ. Столь лёгкие состояния дают пренебрежимо малый вклад в плотность тёмной материи. В то же время один экзотический фермион $\tilde{H}_2^0$ может иметь массу порядка нескольких ГэВ и приводить к нестандартным каналам распада бозона Хиггса. При этом легчайшее нейтрино образует либо значительную, либо большую часть плотности тёмной материи.

Нижние ограничения на массы лептокварков, обсуждавшиеся выше, не могут быть непосредственно использованы в случае $E_6\text{CCM}$. Так как Z_2^E -симметрия сохраняется, каждая вершина взаимодействия включает чётное число экзотических состояний. По этой причине каждая экзотическая частица распадается таким образом, что соответствующее конечное состояние содержит по крайней мере один легчайший экзотический фермион, который не может быть зарегистрирован детекторами, приводя тем самым к событиям с несохранением энергии и импульса. Сохранение Z_2^E -симметрии также предполагает, что в коллайдерных экспериментах экзотические частицы могут рождаться только парами.

В связи с этим рассмотрим прежде всего рождение и распады легчайших экзотических кварков в экспериментах на БАК. Парное рождение D и $\bar{D}$ обусловлено сильными $SU(3)_C$ -взаимодействиями. Их время жизни и моды распадов определяются операторами $g_{ij}^D(Q_i L_4)\bar{D}_j$ и $h_{iz}^E e_i^c(H_z^d L_4)$ в суперпотенциале $E_6\text{CCM}$ (27). Данные операторы приводят к распадам легчайших экзотических кварков D_1 :

$$D_1 \rightarrow u_i(d_i) + \ell_j(\nu_j) + E_T^{\text{miss}} + X,$$

где $\ell_j(\nu_j)$ — заряженный лептон (нейтрино), X соответствует дополнительным заряженным лептонам и/или адронным струям, которые могут возникать при распадах промежуточных состояний. В результате парное рождение экзотических кварков может приводить к некоторому увеличению сечений процессов $pp \rightarrow jj\ell^+\ell^- + E_T^{\text{miss}} + X$ и $pp \rightarrow jj + E_T^{\text{miss}} + X$.

Поскольку массы экзотических скварков определяются параметрами мягкого нарушения СУСИ, данные состояния в наиболее общем случае оказываются замет-

но тяжелее экзотических кварков. Тем не менее легчайший скалярный лептокварк, отвечающий достаточно тяжёлому экзотическому кварку, может быть относительно лёгким. Действительно, большая масса одного из экзотических кварков может привести к сильному смешиванию в секторе экзотических скварков $E_6\text{CCM}$. В результате легчайший экзотический скварк $\tilde{D}_1$ может оказаться даже легче легчайшего экзотического кварка. В этом случае распады легчайшего скалярного лептокварка обусловлены теми же операторами, которые приводят к распадам легчайшего экзотического кварка в пределе, когда все экзотические скварки являются тяжёлыми. Поэтому и каналы распадов легчайших экзотических цветных состояний во многом схожи в этих двух случаях. Так, благодаря сохранению Z_2^E -симметрии E_T^{miss} всегда включает вклад, соответствующий легчайшему экзотическому фермиону. Однако ввиду того что легчайший экзотический скварк представляет собой состояние с положительной R -чётностью, тогда как легчайшее экзотическое состояние является состоянием с отрицательной R -чётностью, конечное состояние, отвечающее распаду $\tilde{D}_1$, должно также включать легчайшее нейтрино, чтобы гарантировать сохранение R -чётности.

Если все экзотические состояния взаимодействуют главным образом с фермионами СМ третьего поколения и их суперпартнёрами, наличие относительно лёгких D_1 или $\tilde{D}_1$ в спектре частиц должно приводить к некоторому увеличению сечений процессов $pp \rightarrow t\bar{t}\tau^+\tau^- + E_T^{\text{miss}} + X$ и $pp \rightarrow b\bar{b} + E_T^{\text{miss}} + X$. Хотя никаких ограничений на массы таких состояний установлено не было, распады легчайшего суперпартнёра b -кварка $\tilde{b}_1$ должны были бы также способствовать увеличению сечения $pp \rightarrow b\bar{b} + E_T^{\text{miss}} + X$. По этой причине можно ожидать, что экспериментальные ограничения на массы $\tilde{D}_1$ и $\tilde{b}_1$ должны практически совпадать в случае, когда $\tilde{D}_1$ главным образом распадается на $b + \nu + E_T^{\text{miss}}$. Другими словами, масса $\tilde{D}_1$ должна быть больше 1,2–1,3 ТэВ.

Предполагая, что в $E_6\text{CCM}$ $f_{3\alpha} = f_{3\alpha} = 0$, рассмотрим распады легчайшего бозона Хиггса $h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$. В рассматриваемой области параметрического пространства часть лагранжиана $E_6\text{CCM}$, которая описывает взаимодействие двух легчайших экзотических фермионов ($\tilde{H}_1^0$ и $\tilde{H}_2^0$) с Z -бозоном и хиггсовским состоянием h_1 с массой $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ, может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Zh} = & \sum_{\alpha, \beta} \frac{M_Z}{2v} Z_\mu (\tilde{H}_\alpha^{0T} \gamma_\mu \gamma_5 \tilde{H}_\beta^0) R_{Z\alpha\beta} + \\ & + \sum_{\alpha, \beta} (-1)^{\theta_\alpha + \theta_\beta} X_{\alpha\beta}^{h_1} (\psi_\alpha^{0T} (-i\gamma_5)^{\theta_\alpha + \theta_\beta} \psi_\beta^0) h_1, \end{aligned} \quad (125)$$

где $\alpha, \beta = 1, 2$. В выражении (125) $\psi_\alpha^0 = (-i\gamma_5)^{\theta_\alpha} \tilde{H}_\alpha^0$ отвечает набору собственных фермионных состояний с положительными массами $\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}$, тогда как $\theta_\alpha = 0(1)$, если при вычислении собственных значений массовой матрицы $\mu_{\tilde{H}_\alpha^0} > 0$ ($\mu_{\tilde{H}_\alpha^0} < 0$). Хотя $\tilde{H}_1^0$ и $\tilde{H}_2^0$ существенно легче 100 ГэВ, их константы взаимодействия с Z -бозоном и другими частицами СМ сильно подавлены [399]. По этой причине данные фермионные состояния до сих пор не обнаружены.

Константы взаимодействия $\tilde{H}_1^0$ и $\tilde{H}_2^0$ с легчайшим хиггсовским состоянием полностью определяются их массами [395]. Так как значение $\mu_{\tilde{H}_1^0}$ крайне мало, $\tilde{H}_1^0$

практически не оказывает никакого влияния на феноменологию легчайшего бозона Хиггса h_1 . Константа взаимодействия h_1 с другим легчайшим экзотическим фермионом достаточно велика, т.е. $|X_{22}^h| \simeq |\mu_{\tilde{H}_2^0}|/v$, и приводит к распаду $h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ с парциальной шириной

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0) = \frac{|X_{22}^h|^2 m_{h_1}}{4\pi} \left(1 - 4 \frac{|\mu_{\tilde{H}_2^0}|^2}{m_{h_1}^2}\right)^{3/2}. \quad (126)$$

Парциальная ширина (126) зависит весьма сильно от $|\mu_{\tilde{H}_2^0}|$. Для того чтобы избежать подавления относительных парциальных ширин распадов h_1 на частицы СМ, здесь исследуются только сценарии с $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ порядка нескольких ГэВ или даже меньше.

Результаты численного анализа представлены в табл. 5. Для того чтобы получить легчайшее хиггсовское состояние с массой $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ, параметры E_6 ССМ были выбраны таким образом, чтобы $m_Q \simeq m_U \simeq M_S \simeq 4$ ТэВ, $X_t \simeq -\sqrt{6}M_S$, $\lambda(M_S) \simeq 0,6$, $\tan \beta \simeq 1,5$ и $s \simeq 12$ ТэВ ($M_{Z'} \simeq 4500$ ГэВ). Во всех сценариях, представленных в табл. 5, парциальные ширины распадов h_1 практически идентичны соответствующим ширинам распада хиггсовского бозона в СМ, а все остальные хиггсовские состояния имеют массы, много большие 1 ТэВ. В рамках СМ бозон Хиггса с массой 125 ГэВ главным образом распадается на $b\bar{b}$. Соответствующая относительная парциальная ширина распада составляет около 60 %. Относительные парциальные ширины распадов бозона Хиггса на пары $\gamma\gamma$, ZZ - и WW -бозонов оказываются примерно 0,2 %, 2 % и 20 % соответственно [300]. Полная ширина бозона Хиггса с массой 125 ГэВ в рамках СМ около 4 МэВ.

Сценарии А, В, С и D, представленные в табл. 5, указывают на то, что относительная парциальная ширина распада h_1 на пару $\tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ может варьироваться от 0,2 % до 20 %, когда $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ изменяется от 0,3 ГэВ до 2,7 ГэВ [399–402]. При меньших (больших) $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ относительная парциальная ширина нестандартных распадов h_1 становится меньше (больше). В то же время константы взаимодействия $\tilde{H}_1^0$ и $\tilde{H}_2^0$ с Z-бозоном и другими частицами СМ настолько малы, что такие нейтральные экзотические фермионы просто не могли быть обнаружены раньше. В частности, пренебрежимо мал вклад $\tilde{H}_1^0$ и $\tilde{H}_2^0$ в ширину Z-бозона. Состояния $\tilde{H}_2^0$, которые рождаются в нестандартных распадах легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ, распадаются на $\tilde{H}_1^0$ и фермион-антифермионную пару. Однако ввиду того что константа взаимодействия R_{Z12} крайне мала, время жизни $\tilde{H}_2^0$ в рамках сценариев А, С и D превышает 10^{-8} с. Как следствие, состояние $\tilde{H}_2^0$ распадается вне детекторов и наблюдение продуктов данного распада в экспериментах на БАК не представляется возможным. Поэтому в этих случаях $h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ представляет собой невидимый канал распада легчайшего хиггсовского состояния [399]. В рамках сценария В значение константы взаимодействия R_{Z12} достаточно велико и время жизни $\tau_{\tilde{H}_2^0} \sim 10^{-11}$ с. В данном случае можно рассчитывать на то, что некоторые продукты распадов $\tilde{H}_2^0$ могут быть обнаружены в экспериментах на БАК.

Так как значение R_{Z12} оказывается весьма малым, $\tilde{H}_2^0$ может распадаться либо в процессе, либо даже после первичного нуклеосинтеза, разрушая согласие между теоретически предсказанным и наблюдаемым соотношением лёгких элементов. Во избежание этого необходимо, чтобы $\tilde{H}_2^0$ распадался менее чем за 1 с. Последнее накладывает определённое ограничение на абсолютное

Таблица 5. Массы и константы взаимодействия легчайших экзотических фермионов ($\tilde{H}_1^0$ и $\tilde{H}_2^0$), а также относительные парциальные ширины распадов легчайшего бозона Хиггса h_1 , отвечающие сценариям А, В, С и D

	A	B	C	D
λ_{22}	−0,03	−0,012	−0,06	0
λ_{21}	0	0	0	0,02
λ_{12}	0	0	0	0,02
λ_{11}	0,03	0,012	0,06	0
f_{22}	−0,1	−0,1	−0,1	0,6
f_{21}	−0,1	−0,1	−0,1	0,00245
f_{12}	0,00001	0,00001	0,00001	0,00245
f_{11}	0,1	0,1	0,1	0,00001
$\tilde{f}_{22}$	0,1	0,1	0,1	0,6
$\tilde{f}_{21}$	0,1	0,1	0,1	0,002
$\tilde{f}_{12}$	0,000011	0,000011	0,000011	0,002
$\tilde{f}_{11}$	0,1	0,1	0,1	0,00001
$ \mu_{\tilde{H}_1^0} $, ГэВ	$2,7 \times 10^{-11}$	$6,5 \times 10^{-11}$	$1,4 \times 10^{-11}$	$0,31 \times 10^{-9}$
$ \mu_{\tilde{H}_2^0} $, ГэВ	1,09	2,67	0,55	0,319
$ R_{Z11} $	0,0036	0,0212	0,00090	$1,5 \times 10^{-7}$
$ R_{Z12} $	0,0046	0,0271	0,00116	$1,7 \times 10^{-4}$
$ R_{Z22} $	0,0018	0,0103	0,00045	0,106
$\text{Br}(h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0)$	4,7 %	21,9 %	1,23 %	0,22 %
$\text{Br}(h_1 \rightarrow b\bar{b})$	56,6 %	46,4 %	58,7 %	59,3 %

значение константы взаимодействия R_{Z12} . В частности, когда $\mu_{\tilde{H}_2^0} \simeq 1$ ГэВ, абсолютное значение R_{Z12} должно быть больше, чем 1×10^{-6} [403]. Ограничение на $|R_{Z12}|$ становится ещё более жёстким, когда $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ уменьшается. Это обусловлено тем, что $\tau_{\tilde{H}_2^0} \sim 1/\sqrt{|R_{Z12}|^2 \mu_{\tilde{H}_2^0}^5}$, в связи с чем весьма сложно подобрать параметры E_6 ССМ таким образом, чтобы $\tau_{\tilde{H}_2^0} \lesssim 1$ с при $\mu_{\tilde{H}_2^0} \lesssim 100$ МэВ [399, 402].

ATLAS и CMS установили верхнее ограничение на относительную парциальную ширину рассматриваемого здесь нестандартного распада бозона Хиггса, которое составляет 10–20 % [404]. Ожидается, что значительное увеличение светимости БАК, а также будущие e^+e^- -коллайдеры (ILC (International Linear Collider), CLIC (Compact Linear Collider) и т.д.) позволят измерить массу Хиггса и его относительные парциальные ширины распадов с существенно более высокой точностью. Увеличение светимости БАК также должно способствовать продолжению поисков чарджино, нейтрально и долгоживущих суперчастиц.

8. Заключение

Несмотря на то что в экспериментах на БАК никаких суперчастиц обнаружено не было, активное изучение различных аспектов феноменологической суперсимметрии продолжается. Измерения, проведённые в Национальной ускорительной лаборатории им. Э. Ферми (Фермилаб) [405] и в Брукхейвенской национальной лаборатории [406], показали, что отклонение аномального магнитного момента мюона от предсказания СМ

составляет примерно $4,2\sigma$ [407]. Только за 2021 г. появилось более 20 работ, в которых данное отклонение рассматривалось в контексте МССМ и её расширений [408–430]. В 2022 г. появился ряд статей, в которых изучался вклад частиц и взаимодействий, возникающих в рамках СУСИ-расширений СМ, в массу W-бозона [431–436]. Появление этих работ было обусловлено проведённым в Фермилаб измерением массы W-бозона, которое показало, что отклонение измеренного значения M_W от предсказания СМ составляет не менее 7σ [437]. В рамках СУСИ-расширений СМ отклонения, перечисленные выше, могут объясняться существованием суперчастиц с массами, меньшими 1 ТэВ. Однако данные отклонения могут и не быть непосредственно связаны с проявлениями "новой физики". Так, например, учёт решёточных вычислений адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона позволяет уменьшить соответствующее отклонение от $4,2\sigma$ до $1,5\sigma$ [438]. По этой причине в настоящем обзоре СУСИ-расширения СМ анализируются только в контексте измерений плотности холодной тёмной материи и массы бозона Хиггса.

Одним из главных аргументов в пользу изучения моделей с мягким нарушением СУСИ является возможное объединение различных взаимодействий и включение гравитации в такую схему объединения. Действительно, суперсимметрия представляет собой важную составляющую ТВО. Нарушение калибровочной симметрии E_6 (или E_8) на шкале M_X может приводить либо к МССМ/НМССМ либо к $U(1)_N$ -расширению МССМ (E_6 ССМ) при низких энергиях. В МССМ и НМССМ приближённое объединение калибровочных констант может иметь место вблизи шкалы $M_X \simeq 2 \times 10^{16}$ ГэВ. В рамках E_6 ССМ точного совпадения калибровочных констант в окрестности шкалы $M_X \simeq 3 \times 10^{16}$ ГэВ можно добиться практически при любых значениях $\alpha_3(M_Z)$, которые согласуются с измеренным значением константы сильного взаимодействия.

В общем случае в ТВО огромная подстройка параметров необходима для того, чтобы электрослабая шкала была бы на много порядков меньше M_X . Значимость этой так называемой проблемы иерархий существенно снижается в случае, когда низкоэнергетический предел ТВО описывается расширениями СМ с мягко нарушенной суперсимметрией. Поскольку никаких свидетельств существования суперпартнёров наблюдаемых частиц обнаружено не было, шкала масс суперчастиц должна быть больше 1 ТэВ. В этом случае тонкая настройка параметров, необходимая для стабилизации электрослабой шкалы, составляет $10^{-3} - 10^{-2}$. В то же время на много порядков бо́льшая тонкая настройка требуется для того, чтобы космологическая постоянная имела бы значение, отвечающее её наблюдаемой величине. Две указанные проблемы могут быть взаимосвязанными. Так, в теории струн имеется весьма небольшая часть вакуумов, в которых шкала масс суперчастиц меньше 1 ТэВ. Однако для существования вакуума с крайне малой плотностью энергии, отвечающей наблюдаемому значению космологической постоянной, требуется значительно большее число таких вакуумов. Тем не менее, поскольку общее число вакуумов в теории струн весьма велико, среди них встречаются вакуумы с соответствующей плотностью энергии и бозоном Хиггса с массой, достаточно близкой к 125 ГэВ. В этих вакуумах массы почти всех суперчастиц достаточно велики и их

наблюдение на БАК не представляется возможным [62, 63]. В данном вакуумном состоянии мы могли оказаться просто благодаря антропному принципу [50].

В древесном приближении масса легчайшего бозона Хиггса m_{h_1} в МССМ не превосходит массы Z-бозона M_Z . Учёт однопетлевых и двухпетлевых поправок позволяет увеличить верхнее ограничение на m_{h_1} до 130–135 ГэВ. Теоретическое ограничение на m_{h_1} приближается к своему максимальному значению, когда шкала масс суперчастиц M_S много больше M_Z и $\tan \beta \gg 1$. Для того чтобы воспроизвести измеренное значение массы бозона Хиггса в МССМ вклад петлевых поправок в $m_{h_1}^2$ должен быть не менее M_Z^2 . Столь большой вклад петлевых поправок можно получить только в том случае, если M_S заметно больше 1 ТэВ. Как отмечалось, в случае такой иерархической структуры спектра определённая тонкая настройка параметров МССМ порядка $\sim 10^{-3} - 10^{-2}$ необходима для того, чтобы стабилизировать электрослабую шкалу. Степень тонкой настройки параметров может быть заметно снижена в НМССМ, в рамках которой верхнее ограничение на m_{h_1} достигает своего максимального значения при $\tan \beta \sim 1$. В древесном приближении теоретическое ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в НМССМ может быть на 10 ГэВ больше, чем в МССМ. Поэтому шкала масс суперчастиц M_S в НМССМ может быть несколько ниже по сравнению с таковой в МССМ, что и позволяет уменьшить степень тонкой настройки параметров. В НМССМ одно или два хиггсовских состояния могут быть легче бозона Хиггса с массой 125 ГэВ. Такие состояния могут быть обнаружены в экспериментах на БАК в ближайшем будущем.

При $\tan \beta \simeq 1,2 - 3,4$ масса легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ может быть больше 115 ГэВ даже в древесном приближении. По этой причине легчайшее хиггсовское состояние с массой 125 ГэВ может быть получено даже в случае, когда вклад петлевых поправок в $m_{h_1}^2$ значительно меньше, чем M_Z^2 . Однако в соответствующей части параметрического пространства E_6 ССМ степень тонкой настройки, требуемая для стабилизации электрослабой шкалы, оказывается порядка 10^{-4} , что заметно выше, чем в МССМ и НМССМ. Легчайшие нейтральные экзотические фермионы могут приводить к нестандартным распадам легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ. Относительная парциальная ширина таких распадов может составлять 10–20 %.

Измерения массы бозона Хиггса и плотности холодной тёмной материи накладывают жёсткие ограничения на параметрическое пространство СУСИ-моделей с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X . В настоящем обзоре в процессе анализа рассматривались только сценарии, приводящие к плотности тёмной материи, меньшей, чем $\Omega_{\text{CDM}} h^2 \leq 0,120$. Феноменологически приемлемая плотность тёмной материи в МССМ может быть получена, если масса легчайшего нейтралитно $m_{\chi_1^0}$ приблизительно равна массе суперпартнёра одного из фермионов СМ или если $2m_{\chi_1^0}$ приблизительно совпадает с массой тяжёлых хиггсовских бозонов m_A . Однако данные сценарии требуют дополнительной подстройки фундаментальных параметров. По этой причине здесь мы главным образом ограничились изучением той части параметрического пространства МССМ и E_6 ССМ, где легчайшее нейтралитно имеет заметную примесь хиггсино. Тогда соответствующая плотность тёмной материи может быть полу-

чена, когда $m_{\chi_1^0} \lesssim 1-1,1$ ТэВ. Такие феноменологически приемлемые сценарии с $\Omega_{\text{CDM}} h^2 \leq 0,120$ и $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ предполагают, что практически все скалярные поля тяжелее 5–6 ТэВ [327, 347]. В рассматриваемом случае эксперименты по поиску частиц тёмной материи XENON1T [343], PandaX-4T [344] и LZ [345] накладывают нижние ограничения на $M_{1/2}$. В результате в разрешённой области параметрического пространства легчайшее нейтралино представляет собой главным образом хиггсино, а глюино оказывается тяжелее 5 ТэВ, если $m_{\chi_1^0} \gtrsim 400$ ГэВ. Полученные ограничения являются существенно более жёсткими по сравнению с установленными экспериментально на БАК.

Относительно лёгкий спектр суперчастиц в МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X может быть получен в случае, когда $m_{\chi_1^0}$ приблизительно совпадает с массой легчайшего суперпартнёра t -кварка. Так как в рассматриваемой части параметрического пространства m_0 варьируется в пределах от 2 ТэВ до 4,5 ТэВ, практически все скаляры оказываются тяжелее 2–3 ТэВ [327]. В соответствующей области параметрического пространства плотность тёмной материи, образованной легчайшим нейтралино, которое главным образом представляет собой бино, существенно ниже наблюдаемого значения, а сечение рассеяния частиц тёмной материи на ядрах может быть крайне малым. Спектр суперчастиц, отвечающий таким сценариям, включает легчайшего суперпартнёра t -кварка с массой менее 1 ТэВ, позволяя надеяться на то, что данное состояние будет обнаружено в экспериментах на БАК в ближайшее время, тогда как БАК с более высокой энергией в системе центра масс [439] и/или FCC [440, 441] могут положить начало новой эры в физике элементарных частиц.

Благодарности. Автор признателен Э.Э. Боосу, А.В. Гладышеву, Д.С. Горбунову, С.В. Демидову, М.Н. Дубинину, С.А. Дуплию, П.В. Зинину, Д.И. Казакову, М.В. Либанову, В.А. Рубакову, С.В. Троицкому, а также П. Афрону, С.Ф. Кингу, С. Моретти, М. Шеру и Д.Д. Миллеру за плодотворные обсуждения и ценные замечания. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российским фондом фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-12-50111.

Список литературы

- Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Lett. B* **716** 1 (2012); arXiv:1207.7214
- Chatrchyan S et al. (CMS Collab.) *Phys. Lett. B* **716** 30 (2012); arXiv:1207.7235
- de Florian D et al. (LHC Higgs Cross Section Working Group) (Eds), Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 4. Deciphering the Nature of the Higgs Sector (CERN Yellow Reports: Monographs, Vol. 2, CERN-2017-002-M) (Geneva: CERN, 2017) <https://doi.org/10.23731/CYRM-2017-002>; arXiv:1610.07922
- Coleman S R, Mandula J *Phys. Rev.* **159** 1251 (1967)
- Georgi H, Glashow S L *Phys. Rev. Lett.* **32** 438 (1974)
- Minkowski P *Phys. Lett. B* **67** 421 (1977)
- Mohapatra R N, Senjanović G *Phys. Rev. Lett.* **44** 912 (1980)
- Hewett J L, Rizzo T G *Phys. Rep.* **183** 193 (1989)
- Langacker P *Rev. Mod. Phys.* **81** 1199 (2009); arXiv:0801.1345
- Nilles H P *Phys. Rep.* **110** 1 (1984)
- Haber H E, Kane G L *Phys. Rep.* **117** 75 (1985)
- Высоцкий М И *УФН* **146** 591 (1985); Vysotskii M I *Sov. Phys. Usp.* **28** 667 (1985)
- Lahanas A B, Nanopoulos D V *Phys. Rep.* **145** 1 (1987)
- Ade P A R et al. (Planck Collab.) *Astron. Astrophys.* **594** A13 (2016); arXiv:1502.01589
- Li T *Phys. Lett. B* **520** 377 (2001); hep-th/0107136
- Kawamura Y *Prog. Theor. Phys.* **105** 691 (2001); hep-ph/0012352
- Susskind L *Phys. Rev. D* **20** 2619 (1979)
- 't Hooft G, in *Recent Developments in Gauge Theories* (NATO Science Ser. B, Vol. 59, Eds G 't Hooft) (New York: Springer, 1980) p. 135, https://doi.org/10.1007/978-1-4684-7571-5_9
- Veltman M *Acta Phys. Polon. B* **12** 437 (1981)
- Гольфанд Ю А, Лихтман Е П *Письма в ЖЭТФ* **13** 452 (1971); Golt'fand Yu A, Likh'tman E P *JETP Lett.* **13** 323 (1971)
- Лихтман Е П *УФН* **171** 1025 (2001); Likh'tman E P *Phys. Usp.* **44** 973 (2001)
- Волков Д В, Акулов В П *Письма в ЖЭТФ* **16** 621 (1972); Volkov D V, Akulov V P *JETP Lett.* **16** 438 (1972)
- Wess J, Zumino B *Phys. Lett. B* **49** 52 (1974)
- Nath P, Arnowitt R *Phys. Lett. B* **56** 177 (1975)
- Freedman D Z, van Nieuwenhuizen P, Ferrara S *Phys. Rev. D* **13** 3214 (1976)
- Deser S, Zumino B *Phys. Lett. B* **62** 335 (1976)
- Green M B, Schwarz J H, Witten E *Superstring Theory* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987)
- del Aguila F et al. *Nucl. Phys. B* **272** 413 (1986)
- Deser S, Zumino B *Phys. Rev. Lett.* **38** 1433 (1977)
- Gremmer E et al. *Phys. Lett. B* **79** 231 (1978)
- Gremmer E et al. *Nucl. Phys. B* **147** 105 (1979)
- Barbieri R, Ferrara S, Savoy C A *Phys. Lett. B* **119** 343 (1982)
- Nilles H P, Srednicki M, Wyler D *Phys. Lett. B* **120** 346 (1983)
- Hall L, Lykken J, Weinberg S *Phys. Rev. D* **27** 2359 (1983)
- Soni S K, Weldon H A *Phys. Lett. B* **126** 215 (1983)
- Giudice G F, Rattazzi R *Phys. Rep.* **322** 419 (1999); hep-ph/9801271
- Горбунов Д С, Дубовский С Л, Троицкий С В *УФН* **169** 705 (1999); Gorbunov D S, Dubovskii S L, Troitskii S V *Phys. Usp.* **42** 623 (1999)
- Gherghetta T, Pomarol A *Nucl. Phys. B* **586** 141 (2000); hep-ph/0003129
- Gherghetta T, Pomarol A *Nucl. Phys. B* **602** 3 (2001); hep-ph/0012378
- Witten E *Nucl. Phys. B* **188** 513 (1981)
- Sakai N Z. *Phys. C* **11** 153 (1981)
- Dimopoulos S, Georgi H *Nucl. Phys. B* **193** 150 (1981)
- Kaul R K, Majumdar P *Nucl. Phys. B* **199** 36 (1982)
- van Beekveld M, Caron S, Ruiz de Austri R *J. High Energy Phys.* **2020** (01) 147 (2020); arXiv:1906.10706
- Baer H et al. *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **229** 3085 (2020); arXiv:2002.03013
- Nilles H P *Int. J. Mod. Phys. A* **05** 4199 (1990)
- Bouso R, Polchinski J *J. High Energy Phys.* **2000** (06) 006 (2000); hep-th/0004134
- Susskind L, hep-th/0302219
- Bouso R, Polchinski J *J. Sci. Am.* **291** (3) 78 (2004) <https://doi.org/10.1038/scientificamerican0904-78>
- Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **59** 2607 (1987)
- Ashok S K, Douglas M R *J. High Energy Phys.* **2004** (01) 060 (2004); hep-th/0307049
- Agrawal V et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1822 (1998); hep-ph/9801253
- Agrawal V et al. *Phys. Rev. D* **57** 5480 (1998); hep-ph/9707380
- Hogan C J *Rev. Mod. Phys.* **72** 1149 (2000); astro-ph/9909295
- Rees M J, in *Fred Hoyle's Universe. Proc. of a Conf. Celebrating Fred Hoyle's Extraordinary Contributions to Science 25–26 June 2002 Cardiff Univ., United Kingdom* (Eds C Wickramasinghe, G Burbidge, J Narlikar) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003) p. 95, https://doi.org/10.1007/978-94-017-1605-5_13; *Astrophys. Space Sci.* **285** 375 (2003); astro-ph/0401424
- Douglas M R *J. High Energy Phys.* **2003** (05) 046 (2003); hep-th/0303194
- Giryavets A, Kachru S, Tripathy P K *J. High Energy Phys.* **2004** (08) 002 (2004); hep-th/0404243
- Conlon J P, Quevedo F *J. High Energy Phys.* **2004** (10) 039 (2004); hep-th/0409215
- Denef F, Douglas M R *J. High Energy Phys.* **2004** (05) 072 (2004); hep-th/0404116
- Douglas M R *C.R. Phys.* **5** 965 (2004); hep-th/0409207
- Susskind L, in *From Fields to Strings: Circumnavigating Theoretical Physics. Ian Kogan Memorial Collection* (Eds M Shifman, A Vainshtein, J Wheeler) (Singapore: World Scientific, 2005) p. 1745, https://doi.org/10.1142/9789812775344_0040; hep-th/0405189
- Baer H et al. *J. High Energy Phys.* **2018** (03) 2 (2018); arXiv:1712.01399

63. Baer H, Barger V, Salam S *Phys. Rev. Res.* **1** 023001 (2019); arXiv:1906.07741
64. Arkani-Hamed N, Dimopoulos S *J. High Energy Phys.* **2005** (06) 073 (2005); hep-th/0405159
65. Giudice G F, Romanino A *Nucl. Phys. B* **699** 65 (2004); *Nucl. Phys. B* **706** 65 (2005) Erratum; hep-ph/0406088
66. Arkani-Hamed N et al. *Nucl. Phys. B* **709** 3 (2005); hep-ph/0409232
67. Pierce A *Phys. Rev. D* **70** 075006 (2004); hep-ph/0406144
68. Masiero A, Profumo S, Ullio P *Nucl. Phys. B* **712** 86 (2005); hep-ph/0412058
69. Antoniadis I, Dimopoulos S *Nucl. Phys. B* **715** 120 (2005); hep-th/0411032
70. K rs B, Nath P *Nucl. Phys. B* **711** 112 (2005); hep-th/0411201
71. Babu K S, Enkhbat Ts, Mukhopadhyaya B *Nucl. Phys. B* **720** 47 (2005); hep-ph/0501079
72. Demidov S V, Gorbunov D S *J. High Energy Phys.* **2007** (02) 055 (2007); hep-ph/0612368
73. Demidov S V, Gorbunov D S, Kirpichnikov D V *J. High Energy Phys.* **2016** (11) 148 (2016); *J. High Energy Phys.* **2017** (08) 080 (2017) Erratum; arXiv:1608.01985
74. Demidov S V, Gorbunov D S, Kirpichnikov D V *Phys. Lett. B* **779** 191 (2018); arXiv:1712.00087
75. Krippendorf S et al. *Phys. Lett. B* **712** 87 (2012); arXiv:1201.4857
76. Badziak M et al. *J. High Energy Phys.* **2013** (03) 94 (2013); arXiv:1212.0854
77. Nilles H P *Adv. High Energy Phys.* **2015** 412487 (2015)
78. Baer H et al. *J. High Energy Phys.* **2017** (06) 101 (2017); arXiv:1705.01578
79. Choi K et al. *J. High Energy Phys.* **2004** (11) 076 (2004); hep-th/0411066
80. Choi K et al. *Nucl. Phys. B* **718** 113 (2005); hep-th/0503216
81. Conlon J P, Quevedo F, Suruliz K *J. High Energy Phys.* **2005** (08) 007 (2005); hep-th/0505076
82. Pierce A, Thaler J *J. High Energy Phys.* **2006** (09) 017 (2006); hep-ph/0604192
83. Kaufman B L, Nelson B D, Gaillard M K *Phys. Rev. D* **88** 025003 (2013); arXiv:1303.6575
84. Choi K et al. *J. High Energy Phys.* **2011** (02) 47 (2011); arXiv:1011.0999
85. Aparicio L, Quevedo F, Valandro R *J. High Energy Phys.* **2016** (03) 36 (2016); arXiv:1511.08105
86. Acharya B S, Kane G, Kumar P *Int. J. Mod. Phys. A* **27** 1230012 (2012); arXiv:1204.2795
87. Kumar P, in *Perspectives on String Phenomenology* (Advanced Series on Directions in High Energy Physics, Vol. 22, Eds B Acharya, G L Kane, P Kumar) (Singapore: World Scientific, 2015) p. 277, https://doi.org/10.1142/9789814602686_0010
88. Wess J, Zumino B *Nucl. Phys. B* **78** 1 (1974)
89. Girardello L, Grisaru M T *Nucl. Phys. B* **194** 65 (1982)
90. Salam A, Strathdee J *Phys. Rev. D* **11** 1521 (1975)
91. Grisaru M T, Siegel W, Ro ek M *Phys. B* **159** 429 (1979)
92. Fayet P *Phys. Lett. B* **84** 416 (1979)
93. Nilles H P, Srednicki M, Wyler D *Phys. Lett. B* **120** 346 (1983)
94. Fr re J-M, Jones D R T, Raby S *Nucl. Phys. B* **222** 11 (1983)
95. Derendinger J-P, Savoy C A *Nucl. Phys. B* **237** 307 (1984)
96. Высоцкий М И, Тер-Мартirosян К А *ЖЭТФ* **90** 838 (1986); Vysotskii M I, Ter-Martirosyan K A *Sov. Phys. JETP* **63** 489 (1986)
97. Ellis J R et al. *Phys. Rev. D* **39** 844 (1989)
98. Drees M *Int. J. Mod. Phys. A* **04** 3635 (1989)
99. Durand L, Lopez J L *Phys. Lett. B* **217** 463 (1989)
100. Ellwanger U, Rausch de Traubenberg M, Savoy C A *Nucl. Phys. B* **492** 21 (1997)
101. Ellwanger U *Phys. Lett. B* **303** 271 (1993)
102. Pandita P Z. *Phys. C* **59** 575 (1993)
103. Elliott T, King S F, White P L *Phys. Rev. D* **49** 2435 (1994)
104. King S F, White P L *Phys. Rev. D* **52** 4183 (1995)
105. Franke F *Int. J. Mod. Phys. A* **12** 479 (1997)
106. Ellwanger U, Hugonie C, Teixeira A M *Phys. Rep.* **496** 1 (2010); arXiv:0910.1785
107. Ellwanger U *Eur. Phys. J. C* **71** 1782 (2011); arXiv:1108.0157
108. Maniatis M *Int. J. Mod. Phys. A* **25** 3505 (2010); arXiv:0906.0777
109. Peccei R D, Quinn H R *Phys. Rev. Lett.* **38** 1440 (1977)
110. Peccei R D, Quinn H R *Phys. Rev. D* **16** 1791 (1977)
111. Wilczek F *Phys. Rev. Lett.* **40** 279 (1978)
112. Dicus D A et al. *Phys. Rev. D* **18** 1829 (1978)
113. Grifols J A, Mass  E *Phys. Lett. B* **173** 237 (1986)
114. Ellis J, Olive K A *Phys. Lett. B* **193** 525 (1987)
115. Raffelt G, Seckel D *Phys. Rev. Lett.* **60** 1793 (1988)
116. Grifols J A, Mass  E, Peris S *Mod. Phys. Lett. A* **04** 311 (1989)
117. Raffelt G *Phys. Rep.* **198** 1 (1990)
118. Raffelt G, Weiss A *Phys. Rev. D* **51** 1495 (1995); hep-ph/9410205
119. Зельдович Я Б, Кобзарев И Ю, Окунь Л Б *ЖЭТФ* **67** 3 (1974); Zel'dovich Ya B, Kobzarev I Yu, Okun' L B *Sov. Phys. JETP* **40** 1 (1975)
120. Vilenkin A *Phys. Rep.* **121** 263 (1985)
121. Abel S A, Sarkar S, White P L *Nucl. Phys. B* **454** 663 (1995)
122. Panagiotakopoulos C, Tamvakis K *Phys. Lett. B* **446** 224 (1999); hep-ph/9809475
123. Panagiotakopoulos C, Tamvakis K *Phys. Lett. B* **469** 145 (1999); hep-ph/9908351
124. Dedes A et al. *Phys. Rev. D* **63** 055009 (2001); hep-ph/0009125
125. Panagiotakopoulos C, Pilaftsis A *Phys. Rev. D* **63** 055003 (2001); hep-ph/0008268
126. Menon A, Morrissey D E, Wagner C E M *Phys. Rev. D* **70** 035005 (2004); hep-ph/0404184
127. Bal zs C et al. *J. High Energy Phys.* **2007** (06) 066 (2007); arXiv:0705.0431
128. Невзоров Р Б, Тер-Мартirosян К А, Трусов М А *Ядерная физика* **65** 311 (2002); Nevzorov R B, Ter-Martirosyan K A, Trusov M A *Phys. Atom. Nucl.* **65** 285 (2002); hep-ph/0105178
129. Невзоров Р Б, Трусов М А *Ядерная физика* **65** 359 (2002); Nevzorov R B, Trusov M A *Phys. Atom. Nucl.* **65** 335 (2002); hep-ph/0301179
130. King S F, White P L *Phys. Rev. D* **53** 4049 (1996); hep-ph/9508346
131. Невзоров Р Б, Трусов М А *ЖЭТФ* **118** 1251 (2000); Nevzorov R B, Trusov M A *J. Exp. Theor. Phys.* **91** 1079 (2000); hep-ph/0106351
132. Ross G G, Schmidt-Hoberg K, Staub F *J. High Energy Phys.* **2012** (08) 74 (2012); arXiv:1205.1509
133. Ross G G, Schmidt-Hoberg K *Nucl. Phys. B* **862** 710 (2012); arXiv:1108.1284
134. Union J F et al. *The Higgs Hunter's Guide* (Boca Raton, FL: CRC Press, 2000); hep-ph/9302272, Erratum
135. Bin truy P et al. *Nucl. Phys. B* **273** 501 (1986)
136. Ellis J R et al. *Mod. Phys. Lett. A* **01** 57 (1986)
137. Ib nez L E, Mas J *Nucl. Phys. B* **286** 107 (1987)
138. Union J F, Roszkowski L, Haber H E *Phys. Lett. B* **189** 409 (1987)
139. Haber H E, Sher M *Phys. Rev. D* **35** 2206 (1987)
140. Ellis J R et al. *Nucl. Phys. B* **283** 93 (1987)
141. Drees M *Phys. Rev. D* **35** 2910 (1987)
142. Union J F, Roszkowski L, Haber H E *Phys. Lett. B* **189** 409 (1987)
143. Baer H et al. *Phys. Rev. D* **36** 1363 (1987)
144. Union J F, Roszkowski L, Haber H E *Phys. Rev. D* **38** 105 (1988)
145. Accomando E et al. *Phys. Rev. D* **83** 075012 (2011); arXiv:1010.6058
146. Kang J, Langacker P, Nelson B D *Phys. Rev. D* **77** 035003 (2008); arXiv:0708.2701
147. Langacker P, Wang J *Phys. Rev. D* **58** 115010 (1998)
148. Cveti  M, Langacker P *Phys. Rev. D* **54** 3570 (1996)
149. Cveti  M, Langacker P *Mod. Phys. Lett. A* **11** 1247 (1996)
150. Cveti  M et al. *Phys. Rev. D* **56** 2861 (1997); *Phys. Rev. D* **58** 119905 (1998) Erratum
151. Suematsu D, Yamagishi Y *Int. J. Mod. Phys. A* **10** 4521 (1995)
152. Keith E, Ma E *Phys. Rev. D* **56** 7155 (1997)
153. Daikoku Y, Suematsu D *Phys. Rev. D* **62** 095006 (2000)
154. Kang J H, Langacker P, Li T *Phys. Rev. D* **71** 015012 (2005)
155. Ma E *Phys. Lett. B* **380** 286 (1996)
156. Stech B, Tavartkiladze Z *Phys. Rev. D* **77** 076009 (2008); arXiv:0802.0894
157. King S F, Luo R, Miller D J, Nevzorov R *J. High Energy Phys.* **2008** (12) 042 (2008); arXiv:0806.0330
158. Hambye T et al. *Phys. Lett. B* **512** 373 (2001)
159. Ma E, Raidal M *J. Phys. G* **28** 95 (2002)
160. Kang J et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 061801 (2005)
161. Grifols J A, M endez A, Sol  J *Phys. Rev. Lett.* **57** 2348 (1986)
162. Morris D A *Phys. Rev. D* **37** 2012 (1988)
163. Suematsu D *Mod. Phys. Lett. A* **12** 1709 (1997)
164. Guti rrez-Rodr guez A, Hern ndez-Ru z M A, P rez M A *Int. J. Mod. Phys. A* **22** 3493 (2007); hep-ph/0611235
165. Suematsu D *Phys. Lett. B* **416** 108 (1998)
166. Ham S W et al. *J. High Energy Phys.* **2008** (12) 017 (2008); arXiv:0810.4194
167. Suematsu D *Phys. Rev. D* **57** 1738 (1998)
168. Keith E, Ma E *Phys. Rev. D* **54** 3587 (1996)
169. Hesselbach S, Franke F, Fraas H *Eur. Phys. J. C* **23** 149 (2002)
170. Barger V, Langacker P, Lee H-S *Phys. Lett. B* **630** 85 (2005)
171. Choi S Y et al. *Nucl. Phys. B* **778** 85 (2007)
172. Barger V et al. *Phys. Rev. D* **75** 115002 (2007)
173. Gherghetta T, Kaeding T A, Kane G L *Phys. Rev. D* **57** 3178 (1998); hep-ph/9701343

174. Barger V, Langacker P, Shaughnessy G *New J. Phys.* **9** 333 (2007)
175. Barger V et al. *Phys. Rev. D* **73** 115010 (2006)
176. King S F, Moretti S, Nevzorov R *Phys. Rev. D* **73** 035009 (2006); hep-ph/0510419
177. King S F, Moretti S, Nevzorov R *Phys. Lett. B* **634** 278 (2006); hep-ph/0511256
178. King S F, Moretti S, Nevzorov R, in *High Energy Physics, ICHEP'06. Proc. of the 33rd Intern. Conf. on High Energy Physics, Moscow, Russia, July 26 – August 2, 2006* (Eds A Sissakian, G Kozlov, E Kolganova) (Singapore: World Scientific, 2007) p. 1125, https://doi.org/10.1142/9789812790873_0242; eConf. C060726 (2006); *AIP Conf. Proc.* **881** 138 (2007); hep-ph/0610002
179. King S F, Moretti S, Nevzorov R, in *Particle Physics at the Year of 250th Anniversary of Moscow University. Proc. of the 12th Lomonosov Conf. on Elementary Particle Physics, Moscow, Russia, 25–31 August 2005* (Ed. A I Studenikin) (Singapore: World Scientific, 2006) p. 371, https://doi.org/10.1142/978981272657_0065; hep-ph/0601269
180. Athron P et al., in *Proc. of the 2011 Meeting of the Division of Particles and Fields of the American Physical Society, Providence, Rhode Island, USA, 9–13 August 2011* (Ed. T Speer); eConf C110809 (2011); arXiv:1109.6373
181. Nevzorov R *Phys. Rev. D* **87** 015029 (2013); arXiv:1205.5967
182. King S F, Nevzorov R *J. High Energy Phys.* **2016** (03) 139 (2016); arXiv:1601.07242
183. Nevzorov R *Symmetry* **14** 2090 (2022); arXiv:2209.00505
184. King S F, Moretti S, Nevzorov R *Phys. Lett. B* **650** 57 (2007); hep-ph/0701064
185. Athron P et al., in *Proc. of the 17th Intern. Conf. on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY09), Boston, USA, 2009* (Eds P Nath, G Alvenson, B Nelson); *AIP Conf. Proc.* **1200** 466 (2010); arXiv:0909.4530
186. Howl R, King S F *J. High Energy Phys.* **2008** (01) 030 (2008); arXiv:0708.1451
187. Athron P et al. *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **200–202** 120 (2010)
188. Athron P et al. *Phys. Lett. B* **681** 448 (2009); arXiv:0901.1192
189. Athron P et al. *Phys. Rev. D* **80** 035009 (2009); arXiv:0904.2169
190. Athron P et al. *Phys. Rev. D* **84** 055006 (2011); arXiv:1102.4363
191. Athron P et al. *Phys. Rev. D* **86** 095003 (2012); arXiv:1206.5028
192. Athron P et al., in *Proc. of the 34th Intern. Conf. in High Energy Physics (ICHEP08), Philadelphia, USA, 2008*; eConf C080730; arXiv:0810.0617
193. Rich J, Lloyd Owen D, Spiro M *Phys. Rep.* **151** 239 (1987)
194. Smith P F *Contemp. Phys.* **29** 159 (1988)
195. Hemmick T K et al. *Phys. Rev. D* **41** 2074 (1990)
196. Wolfram S *Phys. Lett. B* **82** 65 (1979)
197. Dover C B, Gaissner T K, Steigman G *Phys. Rev. Lett.* **42** 1117 (1979)
198. King S F, Moretti S, Nevzorov R *Symmetry* **12** 557 (2020); arXiv:2002.02788
199. Athron P, Mühlleitner M, Nevzorov R, Williams A G *J. High Energy Phys.* **2015** (01) 153 (2015); arXiv:1410.6288
200. Athron P, Mühlleitner M, Nevzorov R, Williams A G, in *Particle Physics at the Year of Light. Proc. of the Seventeenth Lomonosov Conf. on Elementary Particle Physics, Moscow, Russia, 20–26 August 2015* (Ed. A I Studenikin) (Singapore: World Scientific, 2017) p. 487, https://doi.org/10.1142/9789813224568_0079; arXiv:1602.04453
201. Nevzorov R *Phys. Lett. B* **779** 223 (2018); arXiv:1710.11533
202. Nevzorov R *Int. J. Mod. Phys. A* **33** 1844007 (2018); arXiv:1805.08260
203. Giudice G F, Masiero A *Phys. Lett. B* **206** 480 (1988)
204. Casas J A, Muñoz C *Phys. Lett. B* **306** 288 (1993)
205. Hall L J, Nomura Y *Phys. Rev. D* **64** 055003 (2001); hep-ph/0103125
206. Kobakhidze A B *Phys. Lett. B* **514** 131 (2001); hep-ph/0102323
207. Nomura Y *Phys. Rev. D* **65** 085036 (2002); hep-ph/0108170
208. Hall L J, Nomura Y *Phys. Rev. D* **65** 125012 (2002); hep-ph/0111068
209. Dermisek R, Mafi A *Phys. Rev. D* **65** 055002 (2002); hep-ph/0108139
210. Hebecker A, March-Russell J *Phys. Lett. B* **539** 119 (2002); hep-ph/0204037
211. Hall L J, Nomura Y *Phys. Rev. D* **66** 075004 (2002); hep-ph/0205067
212. Kim H D, Raby S J *J. High Energy Phys.* **2003** (01) 056 (2003); hep-ph/0212348
213. Shafi Q, Tavartkiladze Z *Nucl. Phys. B* **665** 469 (2003); hep-ph/0303150
214. Dorsner I *Phys. Rev. D* **69** 056003 (2004); hep-ph/0310175
215. Buchmüller W et al. *J. High Energy Phys.* **2004** (09) 004 (2004); hep-ph/0407070
216. Ellis J R, Gaillard M K, Nanopoulos D V *Phys. Lett. B* **88** 320 (1979)
217. Jones D R T *Nucl. Phys. B* **87** 127 (1975)
218. Inoue K et al. *Prog. Theor. Phys.* **67** 1889 (1982); *Prog. Theor. Phys.* **68** 927 (1982)
219. Jones D R T, Mezincescu L *Phys. Lett. B* **136** 242 (1984)
220. West P *Phys. Lett. B* **137** 371 (1984)
221. Parkes A, West P *Phys. Lett. B* **138** 99 (1984)
222. Jones D R T, Mezincescu L *Phys. Lett. B* **138** 293 (1984)
223. Machacek M E, Vaughn M T *Nucl. Phys. B* **236** 221 (1984)
224. Martin S P, Vaughn M T *Phys. Rev. D* **50** 2282 (1994)
225. Chankowski P H et al. *Phys. Lett. B* **358** 264 (1995)
226. Antoniadis I, Kounnas C, Tamvakis K *Phys. Lett. B* **119** 377 (1982)
227. Antoniadis I, Kounnas C, Lacaze R *Nucl. Phys. B* **211** 216 (1983)
228. Carena M, Pokorski S, Wagner C E M *Nucl. Phys. B* **406** 59 (1993)
229. Hempfling R *Phys. Lett. B* **351** 206 (1995); hep-ph/9502201
230. Langacker P, Polonsky N *Phys. Rev. D* **52** 3081 (1995)
231. Langacker P, Polonsky N *Phys. Rev. D* **47** 4028 (1993)
232. Ross G G, Roberts R G *Nucl. Phys. B* **377** 571 (1992)
233. Barger V D, Berger M S, Ohmann P *Phys. Rev. D* **47** 1093 (1993)
234. Langacker P, Polonsky N *Phys. Rev. D* **49** 1454 (1994)
235. de Boer W, Sander C *Phys. Lett. B* **585** 276 (2004)
236. de Boer W et al. *Phys. Lett. B* **636** 13 (2006)
237. Bagger J, Matchev K, Pierce D *Phys. Lett. B* **348** 443 (1995)
238. Holdom B *Phys. Lett. B* **166** 196 (1986)
239. Babu K S, Kolda C, March-Russell J *Phys. Rev. D* **54** 4635 (1996)
240. Langacker P, Wang J *Phys. Rev. D* **58** 115010 (1998)
241. Rizzo T G *Phys. Rev. D* **59** 015020 (1999)
242. Suematsu D *Phys. Rev. D* **59** 055017 (1999)
243. Ellis J et al. *Mod. Phys. Lett. A* **01** 57 (1986)
244. Barbieri R, Giudice G F *Nucl. Phys. B* **306** 63 (1988)
245. Baer H et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 161802 (2012)
246. Ellis J, Ridolfi G, Zwirner F *Phys. Lett. B* **262** 477 (1991)
247. Gladyshev A V et al. *Nucl. Phys. B* **498** 3 (1997)
248. Carena M, Quirós M, Wagner C E M *Nucl. Phys. B* **461** 407 (1996)
249. Brignole A *Phys. Lett. B* **281** 284 (1992)
250. Dabelstein A Z. *Phys. C* **67** 495 (1995)
251. Drees M, Nojiri M M *Phys. Rev. D* **45** 2482 (1992)
252. Sasaki K, Carena M, Wagner C E M *Nucl. Phys. B* **381** 66 (1992)
253. Haber H E, Hempfling R *Phys. Rev. D* **48** 4280 (1993)
254. Carena M et al. *Phys. Lett. B* **355** 209 (1995)
255. Gladyshev A V, Kazakov D I *Mod. Phys. Lett. A* **10** 3129 (1995)
256. Chankowski P H, Pokorski S, Rosiek J *Phys. Lett. B* **274** 191 (1992)
257. Yamada A Z. *Phys. C* **61** 247 (1994)
258. Chankowski P H, Pokorski S, Rosiek J *Nucl. Phys. B* **423** 437 (1994)
259. Pierce D M et al. *Nucl. Phys. B* **491** 3 (1997)
260. Brignole A et al. *Phys. Lett. B* **271** 123 (1991)
261. Diaz M A, Haber H E *Phys. Rev. D* **45** 4246 (1992)
262. Brignole A *Phys. Lett. B* **277** 313 (1992)
263. Коваленко П А, Невзоров Р В, Тер-Мартirosян К А *Ядерная физика* **61** 898 (1998); Kovalenko P A, Nevzorov R B, Ter-Martirosian K A *Phys. Atom. Nucl.* **61** 812 (1998)
264. Okada Y, Yamaguchi M, Yanagida T *Prog. Theor. Phys.* **85** (1) 1 (1991)
265. Ellis J, Ridolfi G, Zwirner F *Phys. Lett. B* **257** 83 (1991)
266. Barbieri R, Frigeni M *Phys. Lett. B* **258** 395 (1991)
267. Pierce D M, Papadopoulos A, Johnson S B *Phys. Rev. Lett.* **68** 3678 (1992)
268. Barbieri R, Frigeni M, Caravaglios F *Phys. Lett. B* **258** 167 (1991)
269. Okada Y, Yamaguchi M, Yanagida T *Phys. Lett. B* **262** 54 (1991)
270. Haber H E, Hempfling R, Hoang A H Z. *Phys. C* **75** 539 (1997)
271. Haber H E, Hempfling R *Phys. Rev. Lett.* **66** 1815 (1991)
272. Hempfling R, Hoang A H *Phys. Lett. B* **331** 99 (1994)
273. Zhang R-J *Phys. Lett. B* **447** 89 (1999)
274. Espinosa J R, Zhang R-J *J. High Energy Phys.* **2000** (03) 026 (2000)
275. Espinosa J R, Quirós M *Phys. Lett. B* **266** 389 (1991)
276. Kodaira J, Yasui Y, Sasaki K *Phys. Rev. D* **50** 7035 (1994)
277. Casas J A et al. *Nucl. Phys. B* **436** 3 (1995)
278. Heinemeyer S, Hollik W, Weiglein G *Phys. Rev. D* **58** 091701 (1998)
279. Heinemeyer S, Hollik W, Weiglein G *Phys. Lett. B* **440** 296 (1998)
280. Heinemeyer S, Hollik W, Weiglein G *Phys. Lett. B* **455** 179 (1999)
281. Heinemeyer S, Hollik W, Weiglein G *Eur. Phys. J. C* **9** 343 (1999)
282. Carena M et al. *Nucl. Phys. B* **580** 29 (2000)
283. Inoue K et al. *Prog. Theor. Phys.* **67** 1889 (1982)
284. Flores R, Sher M *Ann. Physics* **148** 95 (1983)
285. Li S P, Sher M *Phys. Lett. B* **140** 339 (1984)
286. Высоцкий М И, Невзоров Р В *УФН* **171** 939 (2001); Vysotskii M I, Nevzorov R B *Phys. Usp.* **44** 919 (2001)
287. Slavich P et al. *Eur. Phys. J. C* **81** 450 (2021); arXiv:2012.15629
288. Ham S W, Oh S K, Song H S *Phys. Rev. D* **61** 055010 (2000)
289. Elliott T, King S F, White P L *Phys. Lett. B* **314** 56 (1993)
290. Ellwanger U *Phys. Lett. B* **303** 271 (1993)

291. Elliott T, King S F, White P L *Phys. Rev. D* **49** 2435 (1994)
292. King S F, White P L *Phys. Rev. D* **52** 4183 (1995)
293. Ham S W, Oh S K, Kim B R *Phys. Lett. B* **414** 305 (1997)
294. Pandita P N *Phys. Lett. B* **318** 338 (1993)
295. Ellwanger U, Lindner M *Phys. Lett. B* **301** 365 (1993)
296. Pandita P N Z. *Phys. C* **59** 575 (1993)
297. Ham S W, Oh S K, Kim B R *J. Phys. G* **22** 1575 (1996)
298. Durand L, Lopez J L *Phys. Lett. B* **217** 463 (1989)
299. Drees M *Int. J. Mod. Phys. A* **4** 3635 (1989)
300. King S F, Mühlleitner M, Nevzorov R *Nucl. Phys. B* **860** 207 (2012); arXiv:1201.2671
301. King S F, Mühlleitner M, Nevzorov R, Walz K *Nucl. Phys. B* **870** 323 (2013); arXiv:1211.5074
302. Miller D J, Nevzorov R, Zerwas P M *Nucl. Phys. B* **681** 3 (2004); hep-ph/0304049
303. Nevzorov R, Miller D J, in *Proc. of the 7th Workshop "What Comes beyond the Standard Model?", Bled, Slovenia, 2004* (Eds N M Borstnik et al.) (Ljubljana: DMFA-ZALOZNISTVO, 2004) p. 107; hep-ph/0411275
304. Miller D J, Moretti S, Nevzorov R, in *Proc. of the 18th Intern. Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory, QFTHEP 2004, St. Petersburg, Russia, 17–23 June 2004* (Eds M N Dubinin, V I Savrin) (Moscow: Moscow State Univ., 2004) p. 212; hep-ph/0501139
305. Nevzorov R, in *Proc. of the 19th Intern. Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory, QFTHEP 2010, Golitsyno, Moscow Region, Russia, 2010* (Ed. N Nikitin); *PoS QFTHEP 2010* 015 (2010); arXiv:1103.2141
306. Невзоров Р Б, Трусцов М А *Ядерная физика* **64** 1375 (2001); Nevzorov R B, Trusov M A *Phys. Atom. Nucl.* **64** 1299 (2001); hep-ph/0110363
307. Nevzorov R *Phys. Rev. D* **89** 055010 (2014); arXiv:1309.4738
308. Nevzorov R *PoS EPS-HEP 2015* 381 (2015); arXiv:1510.05387
309. Kolda C, Martin S P *Phys. Rev. D* **53** 3871 (1996); hep-ph/9503445
310. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2021** (07) 208 (2021); arXiv:2103.02708
311. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Lett. B* **796** 68 (2019); arXiv:1903.06248
312. Kowalska K, Sessolo E M *Adv. High Energy Phys.* **2018** 6828560 (2018); arXiv:1802.04097
313. Griest K, Seckel D *Phys. Rev. D* **43** 3191 (1991)
314. Ellis J, Falk T, Olive K A *Phys. Lett. B* **444** 367 (1998); hep-ph/9810360
315. Ellis J R et al. *Astropart. Phys.* **13** 181 (2000); *Astropart. Phys.* **15** 413 (2001) Erratum; hep-ph/9905481
316. Griest K *Phys. Rev. D* **38** 2357 (1988); *Phys. Rev. D* **39** 3802 (1989) Erratum
317. Ellis J R, Roszkowski L, Lalak Z *Phys. Lett. B* **245** 545 (1990)
318. Drees M, Nojiri M M *Phys. Rev. D* **47** 376 (1993); hep-ph/9207234
319. Chan K L, Chattopadhyay U, Nath P *Phys. Rev. D* **58** 096004 (1998); hep-ph/9710473
320. Feng J L, Matchev K T, Moroi T *Phys. Rev. D* **61** 075005 (2000); hep-ph/9909334
321. Feng J L, Matchev K T, Wilczek F *Phys. Lett. B* **482** 388 (2000); hep-ph/0004043
322. Kane G L et al. *Phys. Rev. D* **49** 6173 (1994); hep-ph/9312272
323. Buchmueller O et al. *Eur. Phys. J. C* **74** 3212 (2014); arXiv:1408.4060
324. Bagnaschi E A et al. *Eur. Phys. J. C* **75** 500 (2015); arXiv:1508.01173
325. Han C et al. *Phys. Lett. B* **769** 470 (2017); arXiv:1612.02296
326. Citron M et al. *Phys. Rev. D* **87** 036012 (2013); arXiv:1212.2886
327. Athron P et al. (GAMBIT Collab.) *Eur. Phys. J. C* **77** 824 (2017); arXiv:1705.07935
328. Athron P et al. *Comput. Phys. Commun.* **190** 139 (2015); arXiv:1406.2319
329. Staub F, Porod W, Herrmann B J. *High Energy Phys.* **2010** (10) 40 (2010); arXiv:1007.4049
330. Staub F *Comput. Phys. Commun.* **181** 1077 (2010); arXiv:0909.2863
331. Staub F *Comput. Phys. Commun.* **182** 808 (2011); arXiv:1002.0840
332. Staub F *Comput. Phys. Commun.* **184** 1792 (2013); arXiv:1207.0906
333. Staub F *Comput. Phys. Commun.* **185** 1773 (2014); arXiv:1309.7223
334. Allanach B C *Comput. Phys. Commun.* **143** 305 (2002); hep-ph/0104145
335. Allanach B C et al. *Comput. Phys. Commun.* **185** 2322 (2014); arXiv:1311.7659
336. Vega J P, Villadoro G *J. High Energy Phys.* **1507** 159 (2015); arXiv:1504.05200
337. Bélanger G et al. *Comput. Phys. Commun.* **149** 103 (2002); hep-ph/0112278
338. Bélanger G et al. *Comput. Phys. Commun.* **174** 577 (2006); hep-ph/0405253
339. Bélanger G et al. *Comput. Phys. Commun.* **180** 747 (2009); arXiv:0803.2360
340. Bélanger G et al. *Comput. Phys. Commun.* **182** 842 (2011); arXiv:1004.1092
341. Bélanger G et al. *Comput. Phys. Commun.* **185** 960 (2014); arXiv:1305.0237
342. Akerib D S et al. (LUX Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **118** 021303 (2017); arXiv:1608.07648
343. Aprile E et al. (XENON Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **121** 111302 (2018); arXiv:1805.12562
344. Meng Y et al. (PandaX-4T Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **127** 261802 (2021); arXiv:2107.13438
345. Aalbers J et al. (LUX-ZEPLIN Collab.), arXiv:2207.03764
346. Athron P, Harries D, Nevzorov R, Williams A G *Phys. Lett. B* **760** 19 (2016); arXiv:1512.07040
347. Athron P, Harries D, Nevzorov R, Williams A G *J. High Energy Phys.* **2016** (12) 128 (2016); arXiv:1610.03374
348. Roszkowski L, Ruiz de Austri R, Nihei T *J. High Energy Phys.* **2001** (08) 024 (2001); hep-ph/0106334
349. Aprile E et al. (XENON Collab.) *JCAP* **2020** (11) 031 (2020); arXiv:2007.08796
350. Akerib D S et al. (LUX-ZEPLIN Collab.) *Phys. Rev. D* **101** 052002 (2020); arXiv:1802.06039
351. Aalseth C E et al. (DarkSide-20k Collab.) *Eur. Phys. J. Plus* **133** 131 (2018); arXiv:1707.08145
352. Aalbers J et al. (DARWIN Collab.) *JCAP* **2016** (11) 017 (2016); arXiv:1606.07001
353. Acharyya A et al. (CTA Collab.) *JCAP* **2021** (01) 057 (2021); arXiv:2007.16129
354. Hryczuk A et al. *J. High Energy Phys.* **2019** (10) 043 (2019); arXiv:1905.00315
355. Rinchuso L et al. *Phys. Rev. D* **103** 023011 (2021); arXiv:2008.00692
356. Красников Н В, Матвеев В А *УФН* **174** 697 (2004); Krasnikov N V, Matveev V A *Phys. Usp.* **47** 643 (2004)
357. Казаков Д И *УФН* **189** 387 (2019); Kazakov D I *Phys. Usp.* **62** 364 (2019)
358. Бедняков В А, Храмов Е В *УФН* **192** 1065 (2022); Bednyakov V A, Khramov E V *Phys. Usp.* **65** 997 (2022)
359. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2019** (10) 244 (2019); arXiv:1908.04722
360. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **81** 600 (2021); *Eur. Phys. J. C* **81** 956 (2021) Erratum; arXiv:2101.01629
361. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **80** 3 (2020); arXiv:1909.03460
362. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2021** (02) 143 (2021); arXiv:2010.14293
363. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *J. High Energy Phys.* **05** 093 (2021); arXiv:2101.12527
364. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **80** 737 (2020); arXiv:2004.14060
365. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *Phys. Rev. D* **104** 052001 (2021); arXiv:2103.01290
366. Tumasyan A et al. (CMS Collab.), arXiv:2106.14246
367. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **80** 123 (2020); arXiv:1908.08215
368. Aaboud M et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **78** 995 (2018); arXiv:1803.02762
369. Aaboud M et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **78** 154 (2018); arXiv:1708.07875
370. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **80** 691 (2020); arXiv:1909.09226
371. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **81** 1118 (2021); arXiv:2106.01676
372. Tumasyan A et al. (CMS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2021** (10) 045 (2021); arXiv:2107.12553
373. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Rev. D* **104** 112010 (2021); arXiv:2108.07586
374. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Rev. D* **93** 052002 (2016); arXiv:1509.07152
375. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Rev. D* **101** 052005 (2020); arXiv:1911.12606
376. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2019** (08) 150 (2019); arXiv:1905.13059
377. Aaboud M et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Rev. D* **99** 092007 (2019); arXiv:1902.01636
378. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *Phys. Rev. D* **104** 012015 (2021); arXiv:2012.01581

379. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2021** (04) 123 (2021); arXiv:2012.08600
380. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Rev. D* **101** 032009 (2020); arXiv:1911.06660
381. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **80** 189 (2020); arXiv:1907.13179
382. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **125** 051801 (2020); arXiv:2002.12223
383. King S F, Mühlleitner M, Nevzorov E, Walz K *Phys. Rev. D* **90** 095014 (2014); arXiv:1408.1120
384. Aaboud M et al. (ATLAS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2018** (03) 174 (2018); arXiv:1712.06518
385. Aaboud M et al. (ATLAS Collab.) *Eur. Phys. J. C* **78** 293 (2018); arXiv:1712.06386
386. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Lett. B* **800** 135103 (2020); arXiv:1906.02225
387. Tumasyan A et al. (CMS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2021** (11) 057 (2021); arXiv:2106.10361
388. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2021** (06) 145 (2021); arXiv:2102.10076
389. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2020** (10) 112 (2020); arXiv:2006.05872
390. Aad G et al. (ATLAS Collab.) *J. High Energy Phys.* **2021** (06) 179 (2021); arXiv:2101.11582
391. Hesselbach S et al. *Phys. Lett. B* **662** 199 (2008); arXiv:0712.2001
392. Hesselbach S et al., in *Proc. of the 15th Intern. Conf. on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions, SUSY07, Karlsruhe, Germany, 2007* (Eds W de Boer, I Gebauer) (Karlsruhe: Univ. of Karlsruhe, 2008) p. 918; arXiv:0710.2550
393. Hesselbach S et al., in *Proc. of the 13th Lomonosov Conf. on Elementary Particle Physics, Moscow, Russia, August 23–29, 2007* (Ed. A I Studenikin) (Singapore: World Scientific, 2008) p. 370; arXiv:0712.2014
394. Hesselbach S et al., in *Proc. of the 34th Intern. Conf. in High Energy Physics (ICHEP08), Philadelphia, USA, 2008*, eConf C080730; arXiv:0810.0511
395. Hall J P et al. *Phys. Rev. D* **83** 075013 (2011); arXiv:1012.5114
396. Hall J P et al., in *Proc. of the 19th Intern. Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory, QFTHEP 2010*, Golitsyno, Moscow Region, Russia, 2010 (Ed. N Nikitin); *PoS QFTHEP 2010* 069 (2010); arXiv:1012.5365
397. Hall J P et al., in *Proc. of the 2011 Meeting of the Division of Particles and Fields of the American Physical Society, Providence, Rhode Island, USA, 9–13 August 2011* (Ed. T Speer); eConf C110809 (2011); arXiv:1109.4972
398. Hall J P et al. *AIP Conf. Proc.* **1560** 303 (2013)
399. Nevzorov R, Pakvasa S *Phys. Lett. B* **728** 210 (2014); arXiv:1308.1021
400. Nevzorov R, Pakvasa S *Nucl. Part. Phys. Proc.* **273–275** 690 (2016); arXiv:1411.0386
401. Nevzorov R *PoS EPSHEP 2015* 381 (2015); arXiv:1510.05387
402. Nevzorov R *Phys. Atom. Nucl.* **83** 338 (2020)
403. King S F, Merle A *JCAP* **2012** (08) 016 (2012); arXiv:1205.0551
404. Sirunyan A M et al. (CMS Collab.) *Phys. Lett. B* **793** 520 (2019); arXiv:1809.05937
405. Abi B et al. (Muon g-2 Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **126** 141801 (2021); arXiv:2104.03281
406. Bennett G W et al. (Muon g-2 Collab.) *Phys. Rev. D* **73** 072003 (2006); hep-ex/0602035
407. Aoyama T et al. *Phys. Rep.* **887** 1 (2020); arXiv:2006.04822
408. Athron P et al. *J. High Energy Phys.* **2021** (09) 080 (2021); arXiv:2104.03691
409. Baer H, Barger V, Serce H *Phys. Lett. B* **820** 136480 (2021); arXiv:2104.07597
410. Chakraborti M et al. *Eur. Phys. J. C* **82** 483 (2022); arXiv:2112.01389
411. Altmannshofer W et al. *J. High Energy Phys.* **2021** (07) 118 (2021); arXiv:2104.08293
412. Ahmed W et al. *Phys. Lett. B* **827** 136879 (2022); arXiv:2104.03491
413. Wang F et al. *Nucl. Phys. B* **970** 115486 (2021); arXiv:2104.03262
414. Chakraborti M, Roszkowski L, Trojanowski S *J. High Energy Phys.* **2021** (05) 252 (2021); arXiv:2104.04458
415. Aboubrahim A, Nath P, Syed R M *J. High Energy Phys.* **2021** (06) 002 (2021); arXiv:2104.10114
416. Li Z et al. *J. High Energy Phys.* **2021** (12) 219 (2021); arXiv:2106.04466
417. Abdughani M et al. *Sci. Bull.* **66** 2170 (2021); arXiv:2104.03274
418. Cao J et al. *J. High Energy Phys.* **2021** (09) 175 (2021); arXiv:2104.03284
419. Wang K, Zhu J *Chinese Phys. C* **47** 013107 (2023); arXiv:2112.14576
420. Li S, Xiao Y, Yang J M *Eur. Phys. J. C* **82** 276 (2022); arXiv:2107.04962
421. Cao J et al. *Phys. Rev. D* **104** 055009 (2021); arXiv:2102.11355
422. Ali M I et al. *Eur. Phys. J. C* **83** 60 (2023); arXiv:2112.09867
423. Han C, arXiv:2104.03292
424. Li S, Xiao Y, Yang J M *Nucl. Phys. B* **974** 115629 (2022); arXiv:2108.00359
425. Aboubrahim A, Klasen M, Nath P *Phys. Rev. D* **104** 035039 (2021); arXiv:2104.03839
426. Baum S et al. *J. High Energy Phys.* **2022** (01) 25 (2022); arXiv:2104.03302
427. Cox P, Han C, Yanagida T T *Phys. Rev. D* **104** 075035 (2021); arXiv:2104.03290
428. Iwamoto S, Yanagida T T, Yokozaki N *Phys. Lett. B* **823** 136768 (2021); arXiv:2104.03223
429. Zheng M-D, Zhang H-H *Phys. Rev. D* **104** 115023 (2021); arXiv:2105.06954
430. Wang F et al. *Universe* **8** (3) 178 (2022); arXiv:2201.00156
431. Zheng M-D, Chen F-Z, Zhang H-H, arXiv:2204.06541
432. Gu J et al. *Chinese Phys. C* **46** 123107 (2022); arXiv:2204.05296
433. Athron P et al. *Phys. Rev. D* **106** 095023 (2022); arXiv:2204.05285
434. Yang J-M, Zhang Y *Sci. Bull.* **67** 1430 (2022); arXiv:2204.04202
435. Tang T-P et al. *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **66** 239512 (2023); arXiv:2204.04356
436. Du X K et al. *Nucl. Phys. B* **989** 116151 (2023); arXiv:2204.04286
437. Aaltonen T et al. (CDF Collab.) *Science* **376** 170 (2022)
438. Borsanyi S et al. *Nature* **593** 51 (2021); arXiv:2002.12347
439. Abada A et al. (FCC Collab.) *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **228** 1109 (2019); CERN-ACC-2018-0059
440. Abada A et al. (FCC Collab.) *Eur. Phys. J. C* **79** 474 (2019); CERN-ACC-2018-0056
441. Abada A et al. (FCC Collab.) *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **228** 755 (2019); CERN-ACC-2018-0058

Phenomenological aspects of supersymmetric extensions of the Standard Model

R.B. Nevzorov

Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation

E-mail: nevzorovrb@lebedev.ru

The breakdown of gauge symmetry within Grand Unified Theories (GUTs) can result in supersymmetric (SUSY) extensions of the Standard Model (SM) at low energies, which allows the electroweak scale to be almost stabilized. The gauge coupling unification, Higgs sector, and restrictions on the sparticle spectrum are considered in the framework of several SUSY extensions of the SM. Possible manifestations of these SUSY models and existing experimental limits are also discussed.

Keywords: Grand Unified Theories and models, extensions of the Standard Model, supersymmetry, dark matter, non-standard Higgs bosons, supersymmetric partners of known particles, leptiquarks, exotic particles

PACS numbers: **12.10.** – g, 12.60.Fr, 12.60.Jv

Bibliography — 441 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **193** (6) 577 – 613 (2023)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2022.07.039223>

Received 30 August 2021, revised 25 July 2022

Physics – Uspekhi **66** (6) (2023)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2022.07.039223>