

Корреляции фотонов и свойства неклассических оптических полей в состоянии сжатого вакуума

Р.В. Захаров, О.В. Тихонова

Обсуждаются пространственные и спектральные свойства электромагнитных полей, находящихся в состоянии сжатого вакуума, а также корреляции фотонов в таких полях. Основное внимание уделено яркому сжатому вакууму с большим средним числом фотонов на моду и многомодовой структурой как по пространству, так и по частоте. Рассматривается основанный на введении независимых мод Шмидта и фотонных операторов в них теоретический подход, позволяющий аналитически корректно описывать любые характеристики сжатого поля, включая корреляции фотонов, и хорошо согласующийся с экспериментом. Представлены методы управления модовым составом, сжатием и запутанностью фотонов генерируемого сжатого света, включая схему нелинейного интерферометра, проанализированы их преимущества и прикладные возможности. Обсуждаются прикладные задачи, реализуемые на основе сжатых неклассических состояний: измерение дисперсионных характеристик сред в терагерцевом диапазоне частот и регистрация с высокой точностью малых фазовых и угловых возмущений на основе корреляций между фотонами.

Ключевые слова: квантовая оптика, многофотонные сжатые состояния света, неклассические электромагнитные поля, корреляции фотонов, моды Шмидта, перепутывание фотонов, высокоточные квантовые измерения

PACS numbers: 42.50.Dv, 42.65.Lm, 42.65.Yj

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2022.04.039181>

Содержание

1. Введение (406).
2. Параметрическая генерация света в состоянии сжатого вакуума и его теоретическое описание в формализме мод Шмидта (408).
 - 2.1. Параметрическое рассеяние света в нелинейном кристалле.
 - 2.2. Пространственные моды Шмидта и эволюция фотонных операторов в этих модах.
 - 2.3. Частотные моды Шмидта.
 - 2.4. Корреляция пучков-близнецов по числу фотонов.
 - 2.5. Квадратурное сжатие и запутанность по квадратурным переменным.
3. Пространственные свойства сжатого света (414).
 - 3.1. Свойства сжатого вакуума, генерируемого в одном нелинейном кристалле.
 - 3.2. Управление пространственными свойствами в схеме с нелинейным интерферометром.
 - 3.3. Корреляции фотонов по пространству.
 - 3.4. Корреляции фотонов по проекции углового момента.
4. Параметрическое рассеяние в сильно невырожденном по частоте режиме (422).
 - 4.1. Генерация терагерцевого неклассического излучения в одном кристалле.
 - 4.2. Преимущества схемы с нелинейным интер-

- ферометром.
- 4.3. Взаимовлияние процессов генерации разностной и суммарной частоты.
5. Эффекты анизотропии (428).
6. Управление спектральными свойствами яркого сжатого вакуума (430).
7. Высокоточные измерения с помощью сжатого света (433).
8. Заключение (434).
- Список литературы (435).

1. Введение

В настоящее время благодаря развитию экспериментальной квантовой оптики и лазерной физики появилась возможность генерации в лаборатории неклассических световых полей различных типов. Одним из наиболее интересных и перспективных состояний света являются сжатые световые поля, которые можно получить, например, в процессе параметрического рассеяния света в средах с квадратичной нелинейностью, когда один фотон накачки рождает два фотона (сигнальный и холостой) с суммарной энергией, равной энергии исходного фотона накачки [1]. В случае малой интенсивности накачки и вакуумных состояний сигнального и холостого полей на входе в кристалл имеет место спонтанный режим параметрического рассеяния, в ходе которого рождаются пары скоррелированных фотонов, называемые обычно бифотонами [2, 3]. Генерируемый в таком процессе неклассический свет можно фактически рассматривать как результат параметрического усиления вакуумных флуктуаций сигнального и холостого полей [1].

Явление спонтанного параметрического рассеяния впервые было предсказано и теоретически обосновано

Р.В. Захаров^(1,2,a), О.В. Тихонова^(1,2,b)

⁽¹⁾ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, стр. 2, 119991 Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы 1, стр. 2, 119234 Москва, Российская Федерация
E-mail: ^(a) roma1997z@mail.ru, ^(b) ovtikhonova@mail.ru

Статья поступила 26 августа 2021 г.,
после доработки 13 апреля 2022 г.

Д.Н. Клышко в 1966 г. в работе [4] и вскоре было обнаружено несколькими экспериментальными группами [5–7]. Важно, что фотоны в бифотонной паре оказываются скоррелированными по целому ряду параметров: по пространству, по частоте и по времени. Корреляции сигнального и холостого полей по числу фотонов теоретически были предсказаны Д.Н. Клышко и Б.Я. Зельдовичем [8] и затем впервые наблюдались экспериментально в работе [9].

Именно наличие корреляций между сигнальными и холостыми фотонами открывает возможности широкого использования такого света для различных прикладных задач. Скоррелированные бифотонные пары используются для создания различных запутанных состояний электромагнитного поля. На основе бифотонных состояний получены так называемые кудиты — аналоги квантовых битов более высокой размерности, 3, 4 и более [10–25]. Это достигается с учётом различных степеней свободы фотонов, таких как поляризация, частота, проекция углового момента и др. Указанные состояния характеризуются высокой степенью запутанности фотонов, что имеет принципиальную важность для развития квантовых коммуникаций и разработки квантово-информационных технологий. Существует много количественных критериев запутанности. Для "чистых" двухчастичных состояний запутанность имеет место, если полная волновая функция не может быть представлена в виде произведения одночастичных функций отдельных подсистем. Для трёхчастичной системы запутанность между всеми компонентами уже довольно сложно описать количественно. Степень запутанности бифотонных куквартов и кутритов вычислялась в [23, 24] различными способами на основе таких количественных мер запутанности, как параметр Шмидта, конкарренс (от англ. concurrence — согласованность), относительная энтропия и взаимная информация фон Неймана. Для смешанных двухчастичных систем используют различные характеристики запутанности, такие как запутанность образования (entanglement of formation), отрицательность и др. [26, 27]. Простейшим примером запутанных бифотонных состояний могут служить используемые для экспериментальной демонстрации свойств неклассического света поляризационные состояния Бэлла, которые являются основой алгоритмов "квантовой телепортации" неизвестных состояний света [28–32]. Запутанные двухфотонные состояния используются в квантовой метрологии, квантовой томографии, квантовой памяти, оптической квантовой связи и квантовой криптографии [33–40].

При большой интенсивности накачки, обеспечивающей высокий коэффициент параметрического преобразования, имеет место режим параметрической сверхлюминесценции [1]. В этих условиях генерируются уже не отдельные бифотонные пары, а многофотонные сжатые состояния света, в которых среднее число фотонов на моду может быть очень велико. Такие состояния света фактически являются макроскопическим квантовым объектом. Наибольший интерес представляет сжатый вакуум — многофотонный сжатый свет, получаемый в вынужденном режиме параметрического рассеяния в случае, когда моды сигнального и холостого полей изначально находятся в вакуумном состоянии [41–44]. В [43] экспериментально получен неклассический свет в состоянии сжатого вакуума со средним числом фотонов порядка 10^{13} на моду. Полученное число фотонов соответствует очень

высокой яркости генерируемого неклассического света, поэтому такое состояние называют ярким сжатым вакуумом. Обычно такие поля являются многомодовыми. В невырожденном режиме генерируются уже не одиночные пары фотонов, а так называемые пучки-близнецы. В этом случае возникают корреляции большого числа фотонов друг с другом, что является важнейшим неклассическим свойством подобного света [44–47]. Более того, интенсивности в сигнальном и холостом пучках полностью скоррелированы. Хотя содержащееся в каждом пучке большое число фотонов подвержено сильным флуктуациям, изменение числа фотонов в сопряжённых пучках происходит синхронно, так что дисперсия разности чисел фотонов в холостом и сигнальном каналах в теории тождественно равна нулю. В эксперименте эта дисперсия отлична от нуля из-за различных потерь, которые сильно влияют на сжатые состояния и могут разрушить их уникальные неклассические свойства, однако даже тогда разброс значений оказывается существенно меньшим дробового шума. Помимо того, такой свет характеризуется значительным уменьшением дисперсии разности/суммы полевых квадратур скоррелированных полевых мод по сравнению с таковой в вакуумном состоянии. Последнее означает подавление квантовых флуктуаций для процесса измерения суммарного или разностного поля. Для таких квадратур происходит сжатие, определяемое фазовыми соотношениями между полями накачки и генерируемого неклассического света. Описанные свойства носят название "двумодовое сжатие".

В случае параметрического рассеяния в вырожденном по частоте коллинеарном режиме возможна генерация света в состоянии сжатого вакуума в одной моде. В этом случае полевое состояние представляет собой суперпозицию большого числа фоковских состояний только с чётными номерами и характеризуется очень широким и плавно спадающим распределением по числу фотонов с дисперсией, квадратично зависящей от среднего числа квантов. В таком поле имеется ненулевая вероятность обнаружить большое число фотонов, что является важным для возбуждения многофотонных процессов при взаимодействии света с веществом. Одномодовый сжатый вакуум обладает подавленной дисперсией одной из полевых квадратур (с одновременным увеличением дисперсии другой квадратуры). Данное свойство, называемое квадратурным сжатием заключается в уровне шумов, существенно меньшем "стандартного квантового предела". Это открывает новые возможности для различных метрологических приложений и реализации сверхточных измерений с пониженным уровнем шумов.

Также оказалось, что при высоком параметрическом усилении возможна генерация многофотонных состояний, фактически являющихся макроскопическим аналогом двухфотонных состояний Бэлла [44]. Для одного из них, "синглетного", обнаружены уникальные поляризационные свойства, заключающиеся в нулевых флуктуациях всех параметров Стокса, а также инвариантности по отношению к поляризационным преобразованиям [48–50].

Таким образом, многофотонный (яркий) сжатый вакуум обладает целым рядом уникальных свойств, которые находят широкое применение при решении задач квантовой метрологии [51], построения квантовых изображений [52–55], оптомеханики [56], высокоточных измерений [57–62], передачи и обработки квантовой информации [63]. Важным преимуществом многофотонно-

го сжатого вакуума является его многомодовая структура, что открывает новые возможности для кодирования квантовой информации.

Многомодовый сжатый вакуум является новым, малоисследованным объектом. Ввиду корреляций большого количества фотонов между собой и высоких средних значений числа фотонов на моду теоретический анализ их пространственно-временных и корреляционных свойств крайне затруднён, хотя и очень востребован. Одним из наиболее перспективных теоретических подходов является использование формализма мод Шмидта. Проведены детальное исследование формализма Шмидта и анализ свойств бифотонных состояний (в режиме спонтанного параметрического рассеяния при малых значениях коэффициента преобразования) [17, 22, 64–70]. В работах [71–73] аналогичный подход применён для анализа спектральных свойств сжатого вакуума, но аналитические результаты получены лишь в рамках теории возмущений. Для режима высокого параметрического усиления проведены только численные расчёты. Ещё один из используемых теоретических подходов основан на обобщении волнового уравнения и уравнений Максвелла для операторов поля, однако и в этом случае результаты удаётся получить только численно ввиду возникающей системы интегро-дифференциальных уравнений [74–76].

Настоящий обзор посвящён обсуждению пространственных и спектральных свойств яркого сжатого вакуума. Описывается основанный на введении новых коллективных независимых мод Шмидта и фотонных операторов рождения/уничтожения в них теоретический подход, который позволяет аналитически получить эволюцию этих операторов в случае яркого сжатого вакуума и, как следствие, теоретически описать любые характеристики такого сжатого света, включая корреляции фотонов. Детально рассматриваются пространственные и частотные моды подобных световых полей и анализируются методы управления модовым составом, сжатием и запутанностью фотонов генерируемого сжатого света. В частности, обсуждается схема нелинейного интерферометра Маха–Цендера, состоящего из двух последовательных нелинейных кристаллов, рассмотрены её преимущества и прикладные возможности. Особое внимание уделено особенностям сжатого вакуума в терагерцевом (ТГц) диапазоне частот, генерируемого в сильно невырожденном режиме параметрического рассеяния. В завершение обсуждаются прикладные задачи, реализуемые на основе неклассических полей в состоянии сжатого вакуума: высокоточные измерения дисперсионных характеристик сред в ТГц-диапазоне и регистрация с высокой точностью малых возмущений на основе корреляций между фотонами.

2. Параметрическая генерация света в состоянии сжатого вакуума и его теоретическое описание в формализме мод Шмидта

2.1. Параметрическое рассеяние света в нелинейном кристалле

Рассмотрим простейшую схему параметрической генерации света в нелинейном кристалле (рис. 1). При взаимодействии фотона накачки с нелинейной средой рождаются два фотона: сигнальный и холостой — с частота-

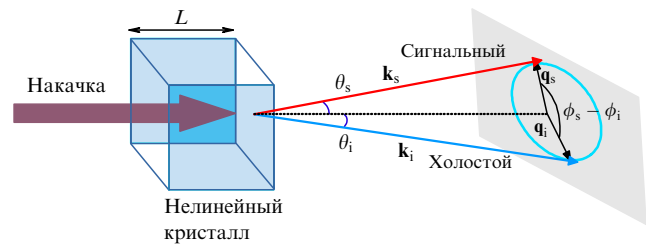


Рис. 1. Схема параметрической генерации света в нелинейном кристалле.

ми и волновыми векторами, удовлетворяющими закону сохранения энергии и импульса [1]:

$$\omega_s + \omega_i - \omega_p = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p = 0, \quad (2)$$

где $\omega_{s,i,p}$, $\mathbf{k}_{s,i,p}$ — частоты и волновые векторы сигнального, холостого фотонов и фотона накачки соответственно. Соотношения (1) и (2), фактически являющиеся условиями фазового синхронизма для процесса параметрического рассеяния, ввиду наличия дисперсии в нелинейных средах проще всего выполнить в анизотропных нелинейных кристаллах, например в кристаллах β -бора бариата (ВВО) или фосфата калия-титанила (КТР). Условия фазового синхронизма накладывают ограничения только на сумму частот и волновых векторов генерируемых фотонов, поэтому генерация сигнальных и холостых фотонов происходит в широком распределении по спектру и углам вылета. Однако одновременное выполнение условий фазового синхронизма возможно только при определённых частотах и направлениях волновых векторов. При слабом нарушении условий фазового синхронизма процесс параметрического рассеяния также может происходить, но с меньшей вероятностью. Распределение вероятности параметрического рассеяния в зависимости от частоты и направления волнового вектора фотонов формирует так называемый частотно-угловой спектр параметрического рассеяния. Отметим, что генерируемые фотоны могут иметь одинаковую или различную поляризацию — синхронизм типа I или II соответственно, частотно-угловые спектры которых существенно различаются [77]. Если сигнальный и холостой фотоны в точном синхронизме имеют одинаковые частоты, равные половине частоты накачки, $\omega_s = \omega_i = \omega_p/2$, то процесс параметрического рассеяния называется вырожденным по частоте. В сильно невырожденном режиме энергии фотонов значительно отличаются друг от друга, так что один из фотонов может соответствовать даже ТГц-диапазону частот. Этот режим характеризуется рядом особенностей, которые рассматриваются в разделе 4.

Гамильтониан параметрического рассеяния света на кристалле с квадратичной нелинейностью в случае как спонтанного, так и вынужденного режимов может быть представлен следующим образом [1]:

$$H \sim \int d^3\mathbf{r} \chi^{(2)}(\mathbf{r}) E_p^+(\mathbf{r}, t) E_s^-(\mathbf{r}, t) E_i^-(\mathbf{r}, t) + \text{h.c.}, \quad (3)$$

где $\chi^{(2)}$ — нелинейная восприимчивость второго порядка, индексы s, i, p обозначают поля сигнального, холостого излучения и накачки соответственно, индексы

(+ –) соответствуют положительной и отрицательной частотной части полевых операторов (поглощению и излучению фотонов соответственно). Отметим, что сжатые состояния могут быть также получены в процессе четырёхволнового смешения, возникающего в средах с кубической нелинейностью. Гамильтониан в этом случае аналогичен гамильтониану (3) с заменой $\chi^{(2)}$ нелинейной восприимчивостью третьего порядка и квадратичной степенью поля накачки [78]. Проанализируем процесс параметрического рассеяния в одном нелинейном кристалле ВВО в вырожденном по частоте режиме при условии малости или компенсации анизотропии [79, 80]. В предположении монохроматичности волн и нулевой частотной расстройки гамильтониан системы можно записать в виде

$$H = i\hbar\Gamma \int d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) a_{\mathbf{q}_s}^\dagger a_{\mathbf{q}_i}^\dagger + \text{h.c.}, \quad (4)$$

где Γ — характеризующий эффективность нелинейного взаимодействия параметр, зависящий от нелинейности кристалла, $F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)$ — амплитуда бифотона, которая в случае одинаковых частот и поляризаций сигнального и холостого фотонов зависит от поперечных волновых векторов фотонов $\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i$ следующим образом [81–84]:

$$F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = C \exp \left[-\frac{\sigma^2(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2}{2} \right] \text{sinc} \left[\frac{L(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)^2}{4k_p} \right] \times \\ \times \exp \left[-i \left(\frac{L(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)^2}{4k_p} \right) \right]. \quad (5)$$

Здесь L — длина кристалла, $2\sqrt{\ln 2}\sigma$ — ширина гауссова пространственного профиля накачки на полувысоте, k_p — волновой вектор накачки.

Отметим следующее: амплитуда бифотона (5) не факторизуется по степеням свободы сигнального и холостого фотонов, что означает их сильную запутанность и существенно затрудняет теоретический анализ свойств генерируемых сжатых полей.

Одним из используемых методов теоретического анализа таких полей является подход, основанный на теории возмущений. Данный подход является правомерным в условиях слабой накачки и позволяет получить вектор состояния поля спонтанного параметрического рассеяния в первом порядке по оператору взаимодействия в виде [2, 85]

$$|\Psi\rangle \propto |0\rangle + \int d\mathbf{q}_s \int d\mathbf{q}_i F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) a_{\mathbf{q}_s}^\dagger a_{\mathbf{q}_i}^\dagger |0\rangle. \quad (6)$$

Такое поле характеризует рождение бифотонов или пар скоррелированных фотонов с различным распределением по поперечным волновым векторам. Однако при высокой интенсивности накачки, когда имеет место режим параметрической сверхлюминесценции [1], фотоны генерируются не только парами: рождается четыре, восемь и более скоррелированных между собой фотонов. В данном процессе формируется многомодовое яркое состояние сжатого вакуума с большим числом фотонов, характеризующихся множественными пространственно-частотными корреляциями друг с другом. В отличие от бифотонных пар, такие яркие сжатые состояния не могут быть описаны в рамках теории возму-

щений, а анализ сильной запутанности между фотонами в различных модах представляет собой отдельную трудную задачу. В связи с вышесказанным возникает необходимость разработки новых непerturbативных теоретических методов и подходов, корректно учитывающих корреляции большого числа фотонов друг с другом.

Один из таких теоретических подходов, разработанный в [81, 86], позволяет описывать как пространственные [81], так и спектральные [86] свойства сжатого вакуума, а также корреляции фотонов и получать аналитические выражения для любых измеряемых характеристик такого света. Этот подход основывается на введении новых независимых "широкополосных" мод по угловым или частотным переменным и соответствующих им операторов рождения/уничтожения фотонов в данной моде.

2.2. Пространственные моды Шмидта и эволюция фотонных операторов в этих модах

Как показано в разделе 2.1, фотонное поле описывают в формализме плоских волн, отвечающих конкретному значению частоты и направлению волнового вектора фотона. Однако в случае яркого сжатого вакуума такие моды характеризуются сильной запутанностью, что принципиально затрудняет теоретическое описание свойств света. Один из возможных путей решения данной проблемы — введение новых пространственно-частотных мод, которые являются независимыми и фактически диагонализуют гамильтониан (4). Такие моды, называемые модами Шмидта, характеризуют рождение/уничтожение фотона в целом непрерывном диапазоне частот и углов испускания. Формализм мод Шмидта, первоначально введенный Э. Шмидтом [87], достаточно широко используется при исследовании двухкомпонентных систем различной природы [64, 88–91].

Наиболее детальный анализ разложения Шмидта для двухкомпонентных систем проведен в [67]. Разложение Шмидта можно определить следующим образом. Для двухкомпонентной функции $\Psi(x_1, x_2)$ существует единственное разложение вида

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_n \lambda_n^{1/2} \psi_n(x_1) f_n(x_2). \quad (7)$$

Функции, по которым проводится разложение, являются модами Шмидта, а коэффициенты разложения определяют веса этих мод λ_n , удовлетворяющие условию нормировки

$$\sum_n \lambda_n = 1. \quad (8)$$

Разложение, аналогичное разложению Шмидта (7), получено также Д. Мерсером, но на несколько лет позднее [92]. Из разложения Шмидта (7) следует, что для двухчастичного состояния $\Psi(x_1, x_2)$ именно базис мод Шмидта приводит к диагональному виду редуцированные матрицы плотности для каждой отдельной подсистемы. Наиболее корректно, включая фазы, моды Шмидта могут быть найдены из следующих интегральных уравнений [67]:

$$\int dx_2 \Psi(x_1, x_2) f_n^*(x_2) = \lambda_n^{1/2} \psi_n(x_1), \\ \int dx_1 \psi_n^*(x_1) \Psi(x_1, x_2) = \lambda_n^{1/2} f_n(x_2). \quad (9)$$

Если переменные x_1, x_2 принимают дискретный набор значений, то разложение Шмидта оказывается непосредственно связанным с процедурой сингулярного разложения (Singular Value Decomposition), известной в линейной алгебре матриц [67]. Основным преимуществом использования разложения Шмидта является возможность диагонализации задачи и анализа запутанности и корреляций, возникающих в двухкомпонентной системе.

Для количественной характеристики запутанности в такой двухкомпонентной системе вводят параметр Шмидта, имеющий следующий вид:

$$K = \frac{1}{\sum_n \lambda_n^2}. \quad (10)$$

При этом минимальная величина параметра Шмидта равняется единице, означая тем самым независимость отдельных подсистем друг от друга и возможность факторизации суммарной волновой функции в виде произведения одночастичных состояний. Максимальная запутанность в чистом состоянии (7) может быть достигнута, если каждая из подсистем описывается редуцированной матрицей плотности, соответствующей максимально смешанному состоянию, диагонального вида с одинаковыми по величине диагональными элементами. Как следствие, максимальное значение параметра Шмидта определяется размерностью базиса состояний отдельной подсистемы.

Нахождение мод Шмидта сигнального и холостого фотонов из амплитуды бифотона (5), зависящей от четырёх переменных, формально представляет собой трудную математическую задачу, поскольку разложение Шмидта однозначно только в случае функции двух переменных. Однако свойство периодичности функции по разности азимутальных углов фотонов позволяет аналитически получить её разложение по азимутальным каналам:

$$F(q_s, q_i, \phi_s - \phi_i) = \sum_n \chi_n(q_s, q_i) \exp[in(\phi_s - \phi_i)]. \quad (11)$$

Далее уже можно воспользоваться формализмом Шмидта [67, 84, 87–89] и представить каждую из функций $\chi_n(q_s, q_i)$ азимутального канала с номером n в виде разложения по "радиальным" модам сигнального и холостого фотонов, зависящим только от модуля поперечного волнового вектора каждого из них:

$$\chi_n(q_s, q_i) = \sum_{n,p} \sqrt{\lambda_{n,p}} \frac{u_{n,p}(q_s)}{\sqrt{q_s}} \frac{v_{n,p}(q_i)}{\sqrt{q_i}}. \quad (12)$$

Коэффициенты разложения определяются весами мод $\lambda_{n,p}$, удовлетворяющими очевидному условию нормировки $\sum \lambda_{n,p} = 1$.

Таким образом, возникает следующий набор ортонормированных в двумерном пространстве мод Шмидта для сигнального и холостого фотонов [81–84]:

$$\begin{aligned} U_{n,p}(\mathbf{q}_s) &= \frac{u_{n,p}(q_s)}{\sqrt{q_s}} \exp(in\phi_s), \\ V_{n,p}(\mathbf{q}_i) &= \frac{v_{n,p}(q_i)}{\sqrt{q_i}} \exp(-in\phi_i). \end{aligned} \quad (13)$$

Как нетрудно увидеть, азимутальные моды $\exp(in\phi_s)$ соответствуют состояниям фотона с конкретной проекцией

орбитального углового момента (ОУМ) на ось z , поскольку являются собственными функциями оператора z -проекции углового момента с собственным значением $n\hbar$. Такой свет характеризуется волновым фронтом, вращающимся в ту или другую сторону вокруг оси z , поэтому его называют "закрученный свет". В зависимости от величины ОУМ при обходе по окружности в плоскости xu возникает набег фазы, равный $2\pi n$. Причём в каждом азимутальном канале проекции орбитального момента сигнального и холостого фотонов оказываются противоположными. Что касается "радиальных" мод, то в простейшем случае одного кристалла они представляют собой функции Лагерра – Гаусса [82, 83].

Заметим, что пространственные моды можно получить не только в полярной, но и в декартовой системе координат. Однако это возможно только в случае приближённой замены функции sinc в (5) гауссовым профилем [83]. Полученные таким образом моды являются приближёнными, хотя и факторизуются в произведение функций Эрмита – Гаусса по перпендикулярным направлениям двумерного пространства.

С использованием мод (13) можно ввести новые фотонные операторы, характеризующие рождение или уничтожение сигнального или холостого фотона в конкретной пространственной моде Шмидта:

$$A_{n,p}^\dagger = \int d\mathbf{q}_s U_{n,p}(\mathbf{q}_s) a_{\mathbf{q}_s}^\dagger, \quad B_{n,p}^\dagger = \int d\mathbf{q}_i V_{n,p}(\mathbf{q}_i) a_{\mathbf{q}_i}^\dagger. \quad (14)$$

Введённые операторы, удовлетворяющие стандартным коммутационным соотношениям:

$$[A_{m,n}, A_{k,l}^\dagger] = \delta_{m,k} \delta_{n,l} [A_{m,n}, B_{k,l}^\dagger] = \delta_{m,k} \delta_{n,-l}, \quad (15)$$

описывают рождение фотонов с определённой проекцией орбитального момента на ось z , но в некотором диапазоне значений поперечных волновых векторов или полярных углов, соответствующих профилю "радиальной" моды. Последнее коммутационное соотношение выражает корреляцию фотонов в сопряжённых пучках с противоположными проекциями орбитального момента.

В терминах введённых операторов гамильтониан параметрического взаимодействия выражается в виде

$$H = i\hbar G \sum_{n,p} \sqrt{\lambda_{n,p}} (A_{n,p}^\dagger B_{n,p}^\dagger - A_{n,p} B_{n,p}), \quad (16)$$

а сами операторы характеризуются следующей эволюцией в представлении Гейзенберга [81, 93]:

$$\begin{aligned} A_{n,p}^{\text{out}} &= A_{n,p}^{\text{in}} \cosh(\sqrt{\lambda_{n,p}} G) + [B_{n,p}^{\text{in}}]^\dagger \sinh(\sqrt{\lambda_{n,p}} G), \\ B_{n,p}^{\text{out}} &= B_{n,p}^{\text{in}} \cosh(\sqrt{\lambda_{n,p}} G) + [A_{n,p}^{\text{in}}]^\dagger \sinh(\sqrt{\lambda_{n,p}} G), \end{aligned} \quad (17)$$

где $G = \int \Gamma(t) dt$ — коэффициент параметрического усиления, пропорциональный амплитуде накачки. В случае точного частотного синхронизма рассматриваемый подход не содержит приближений, так как гамильтониан не зависит от времени.

Преимущество такого подхода заключается в том, что различные моды Шмидта оказываются независимыми, предоставляя тем самым возможность диагонализировать гамильтониан и решить задачу даже для бесконечного числа мод. С математической точки зрения данная процедура позволяет перейти от непрерывно изменяю-

щихся пространственно-угловых переменных к дискретным характеристикам, т.е. к амплитудам и вероятностям заселения различных мод Шмидта.

Полученные решения фактически представляют собой преобразования Боголюбова для операторов фотонов в модах Шмидта. Если известны эволюция операторов Шмидта (17) и модовая структура, то можно получить аналитические выражения для любых физических наблюдаемых и интересующих характеристик сжатого света. Например, распределение интенсивности в сигнальном пучке имеет следующий вид:

$$\langle N_s(q_s) \rangle = \sum_{n,p} \frac{|u_{n,p}(q_s)|^2}{q_s} \sinh^2(G\sqrt{\lambda_{n,p}}). \quad (18)$$

Полученный результат представляет собой некогерентную сумму распределений отдельных мод Шмидта с новыми весами, которые зависят от эффективности параметрического усиления, а фактически от амплитуды поля накачки, нелинейной восприимчивости и длины кристалла. Заметим, что величина $G\sqrt{\lambda_{0,0}}$ соответствует значению коэффициента параметрического усиления, обычно используемого в эксперименте [93].

Нормированные эффективные веса мод Шмидта в (18) выражаются как:

$$A_{n,p} = \frac{\sinh^2(G\sqrt{\lambda_{n,p}})}{\sum_{n,p} \sinh^2(G\sqrt{\lambda_{n,p}})}. \quad (19)$$

Можно ввести эффективный вес отдельной только азимутальной или радиальной моды:

$$A_n = \sum_p A_{n,p}, \quad (20)$$

$$A_p = \sum_n A_{n,p}. \quad (21)$$

Значения параметров Шмидта [67, 87–89], характеризующих запутанность сигнальных и холостых фотонов по азимутальным и радиальным переменным соответственно, вычисляются в виде [81, 93]

$$K_{az} = \frac{1}{\sum_n A_n^2}, \quad K_{rad} = \frac{1}{\sum_p A_p^2}. \quad (22)$$

Степень запутанности фотонов по всем пространственным переменным определяется величиной полного параметра Шмидта:

$$K_{tot} = \frac{1}{\sum_{n,p} A_{n,p}^2}. \quad (23)$$

Поскольку, так же как и в (8), сумма всех весов мод Шмидта равна единице, чем больше эффективных весов дают заметные вклады в суммы (22), (23), тем меньше знаменатель в (22), (23) и больше параметр Шмидта. Как следствие, чем больше пространственных мод Шмидта, тем выше степень запутанности фотонов по пространству. Поэтому с достаточно хорошей точностью параметр Шмидта можно интерпретировать не только как количественную меру запутанности фотонов, но и как оценку эффективного числа пространственных мод.

Таким образом, в данном подходе поле в сигнальном и холостом пучках представимо в виде мод Шмидта с

весами, существенно зависящими от коэффициента параметрического усиления. Это даёт возможность варьировать свойства, в частности запутанность, фотонов детектируемого сжатого вакуума в зависимости от эффективности параметрического преобразования.

2.3. Частотные моды Шмидта

Подход, аналогичный описанному в разделе 2.2, может быть развит и в спектральном представлении. При условии одной пространственной моды и предположении гауссова временного профиля накачки можно получить выражение для гамильтониана, аналогичное гамильтониану (4) для пространственного случая, но только в частотных переменных [86]:

$$H = i\hbar\Gamma \int d\omega_s d\omega_i F(\omega_s, \omega_i) a_{\omega_s}^\dagger a_{\omega_i}^\dagger + \text{h.c.} \quad (24)$$

спектральная амплитуда бифотона имеет вид

$$F(\omega_s, \omega_i) = C \exp\left[-\frac{(\omega_s + \omega_i - \omega_p)^2}{2\Omega^2}\right] \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \times \exp\left(-i\frac{\Delta k L}{2}\right), \quad (25)$$

где $\Delta k = k_p(\omega) - k_s(\omega_s) - k_i(\omega_i)$ — расстройка волновых векторов сигнального, холостого фотонов и накачки, Ω — спектральная ширина гауссова профиля амплитуды накачки.

Спектральная амплитуда бифотона, в отличие от таковой в пространственном случае, может быть сразу разложена по одномерным частотным модам Шмидта [86]:

$$F(\omega_s, \omega_i) = \sum_n \sqrt{\lambda_n} u_n(\omega_s) v_n(\omega_i). \quad (26)$$

И далее, по аналогии с пространственным случаем, могут быть введены операторы рождения/уничтожения фотонов в модах Шмидта. Гамильтониан и эволюция фотонных операторов в представлении Гейзенберга имеют вид, аналогичный выражениям (16) и (17). Спектральные моды Шмидта, в отличие от таковых в пространственном случае, одномерны (имеют один индекс), а их профили в случае одного нелинейного кристалла близки к одномерным функциям Эрмита – Гаусса [65].

Таким образом, в рамках данного подхода оказывается возможным аналитически получить любые спектральные характеристики сжатого вакуума в широком диапазоне параметрического усиления, вплоть до высоких значений (без учёта истощения накачки), и сравнить их с измеряемыми в эксперименте. Широкополосные частотные моды Шмидта были введены также в работах [72, 73, 94], однако оказалось затруднительным получить конечные числовые значения интересующих параметров, характеризующих сжатый свет.

2.4. Корреляция пучков-близнецов по числу фотонов

Анализ гамильтониана (16), а также эволюции фотонных операторов в модах Шмидта позволяют сразу увидеть основное свойство генерируемого сжатого вакуума — корреляцию по числу фотонов в сигнальном и холостом каналах. Действительно, для каждого конкретного номера моды Шмидта оператор разности чисел сигнальных

и холостых фотонов является интегралом движения. Поэтому дисперсия разности чисел фотонов на входе в нелинейный кристалл и на выходе из него одинакова. Таким образом, для сжатого вакуума с учётом вакуумных состояний на входе в кристалл теоретическое значение дисперсии разности чисел фотонов тождественно равно нулю. Поскольку моды Шмидта независимы, тот же результат имеет место и с учётом всех мод. Данный результат означает наличие сильных корреляций по числу фотонов в сигнальном и холостом пучках-близнецах, часто называемых двумодовым сжатием. Для характеристики корреляций в этом случае удобно использовать такую величину, как коэффициент подавления шума NRF (Noise Reduction Factor), пропорциональный дисперсии разности чисел фотонов в сигнальном и холостом пучках $D_{N_s - N_i}$, нормированной на общее среднее число фотонов в обоих пучках:

$$\text{NRF} = \frac{D_{N_s - N_i}}{\langle N_s + N_i \rangle}. \quad (27)$$

В экспериментах зарегистрированы значения NRF, хотя и не нулевые, но значительно меньшие единицы [37, 41, 44, 51, 52, 95–98]. В работе [95] экспериментально получены значения NRF, существенно меньшие уровня дробового шума, и проведён анализ зависимости NRF от размера угловой апертуры, ограничивающей выходные пучки. Оказалось, что степень двумодового сжатия возрастает с увеличением диаметра апертуры. Таким образом, чем большее число пространственных "плосковолновых" мод удаётся выделить, тем лучше корреляции и меньше NRF. Выделение одной "широкополосной" пространственно-частотной моды двумодового сжатого вакуума со средним числом фотонов около 20 реализовано в [98]. Прямое измерение корреляций по числу фотонов показало существенное подавление разностных флуктуаций до уровня, меньшего дробового шума. С точки зрения кодирования квантовой информации выделенное состояние характеризуется высокой "размерностью" — вмещает порядка 6400 элементов.

2.5. Квадратурное сжатие и запутанность по квадратурным переменным

В разделе 2.2 обсуждались корреляции фотонов в сигнальном и холостом пучках по пространству. При этом степень запутанности фотонов по азимутальным или "радиальным" переменным определяется величиной соответствующего параметра Шмидта (22). В случае, когда генерация происходит в одну пространственную моду для каждого из сопряжённых пучков, амплитуда бифотона оказывается факторизованной по пространственным переменным сигнального и холостого фотонов, параметр Шмидта тождественно равен единице и запутанность по пространству отсутствует. Однако сохраняется двумодовое сжатие, т.е. обсуждавшаяся в разделе 2.4 корреляция между числами фотонов в сигнальном и холостом каналах, которая количественно характеризуется фактором NRF (27). Ещё одним важным неклассическим свойством сжатого вакуума является квадратурное сжатие. Для более детального понимания этого эффекта рассмотрим сначала одномодовый сжатый вакуум, соответствующий вырожденному случаю одинаковых частот и волновых векторов сигнального и холостого фотонов. Параметрическая генерация такого света описывается

гамильтонианом следующего вида [99]:

$$H = i\hbar \frac{G}{2} [\exp(i\varphi)(a^\dagger)^2 - \exp(-i\varphi)a^2], \quad (28)$$

где φ — фаза поля накачки на входе в кристалл, $a^\dagger$ — оператор рождения фотонов в единственной моде, эволюция которого в картине Гейзенберга соответствует решению:

$$a_{\text{out}}^\dagger = a_{\text{in}}^\dagger \cosh G + \exp(-i\varphi) a_{\text{in}} \sinh G. \quad (29)$$

В этих условиях рождается только чётное число фотонов, а полевое состояние представляет собой суперпозицию большого числа собственных состояний полевого осциллятора $|n\rangle$ только с чётными номерами и характеризуется очень широким плавно спадающим распределением по числу фотонов [99, 100]:

$$|\Psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh G}} \sum_{n=0}^{\infty} \exp(in\varphi) \tanh^n G \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} |2n\rangle. \quad (30)$$

После введения полевых квадратур

$$\hat{X} = \frac{a + a^\dagger}{\sqrt{2}}, \quad \hat{P} = \frac{a - a^\dagger}{i\sqrt{2}} \quad (31)$$

состояние (30) в зависимости от координатной квадратуры при $\varphi = 0$ принимает вид

$$\psi_s(X) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{R}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X}{R} \right)^2 \right], \quad (32)$$

где параметр $R = \exp G$. Из (32) следует, что дисперсия координатной полевой квадратуры D_x , которая может быть представлена в виде

$$D_x = \frac{R^2}{2} = \frac{1}{2} \exp(2G), \quad (33)$$

при больших G существенно превышает дисперсию вакуумного состояния, равную $1/2$.

Аналогично в импульсном представлении можно получить, что дисперсия импульсной полевой квадратуры оказывается существенно меньше, чем в вакуумном состоянии:

$$D_p = \frac{1}{2} \exp(-2G). \quad (34)$$

Таким образом, одномодовый сжатый вакуум обладает подавленной дисперсией вдоль одной из полевых квадратур, что означает уровень флуктуаций данной квадратуры, существенно меньший "стандартного квантового предела", т.е. имеет место так называемое квадратурное сжатие. Выражения для дисперсий полевых квадратур можно получить непосредственно с использованием эволюции фотонных операторов (29) в представлении Гейзенберга. В зависимости от разности фаз φ будет происходить сжатие одной или другой полевой квадратуры. В общем случае сжатой оказывается квадратура, "повёрнутая" на угол $\beta = \pi/2 + \varphi/2$:

$$\hat{X}_\beta = \hat{X} \cos \beta + \hat{P} \sin \beta = \frac{\exp(-i\beta) a + \exp(i\beta) a^\dagger}{\sqrt{2}}. \quad (35)$$

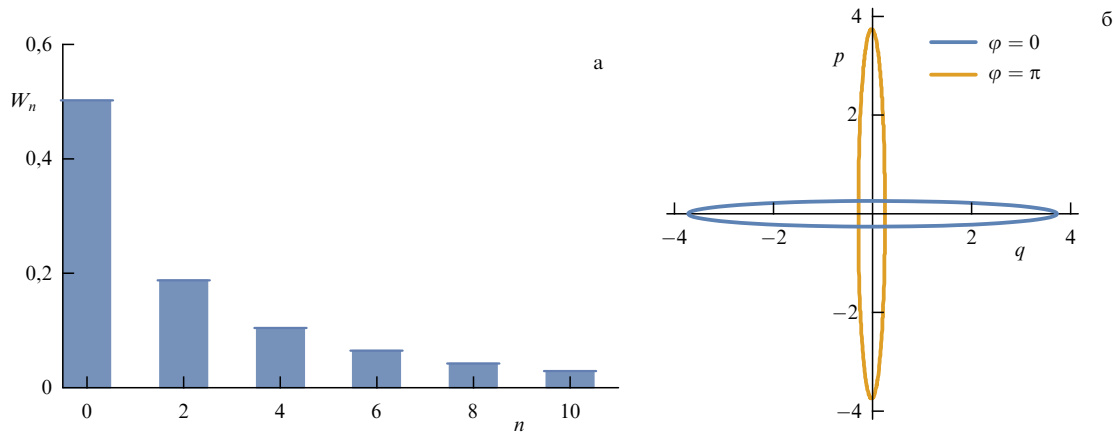


Рис. 2. Распределение по числу фотонов (а) и профиль функции Вигнера на полувысоте для двух значений фазы φ (б) для состояния (30) при среднем числе фотонов $\langle n \rangle = 3$.

Распределение по числу фотонов и функция Вигнера для состояния (30) представлены на рис. 2 для среднего числа фотонов $\langle n \rangle = 3$. Видно, что при фазе, равной π , имеет место сжатие координатной квадратуры, которое сопровождается сильным увеличением дисперсии импульсной квадратуры.

Режим параметрической генерации двумодового сжатого вакуума, когда каждый из сопряженных пучков характеризуется собственной и единственной модой, может быть описан гамильтонианом

$$H = i\hbar\Gamma(a^\dagger b^\dagger - ab), \quad (36)$$

где $a^\dagger$ и $b^\dagger$ — операторы рождения фотонов в сигнальной и холостой модах. Вектор состояния такого поля может быть записан в виде разложения по фоковским состояниям с точным числом фотонов сигнальной и холостой мод $|n\rangle_a$ и $|n\rangle_b$ [99, 100]:

$$|\Psi_t\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tanh^n G}{\cosh G} |n\rangle_a |n\rangle_b. \quad (37)$$

В терминах полевых квадратур X_a и X_b сигнального и холостого полей соответственно данное состояние принимает вид

$$\Psi_R(X_a, X_b) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{(X_a - X_b)^2}{4R^2} \right] \times \exp \left[-\frac{R^2(X_a + X_b)^2}{4} \right]. \quad (38)$$

По аналогии с выводом, сделанным при анализе состояния (32), из вида функции (38) следует, что подавленной дисперсией обладают сумма координатных квадратур и разность импульсных квадратур сигнального и холостого полей. Причём сжатие характеризуется тем же фактором

$$R^{-2} = \exp(-2G). \quad (39)$$

Важной особенностью состояния сжатого вакуума (37) является невозможность представить его в виде произведения отдельных волновых функций сигнальной и холостой мод. Это свойство, означающее сильную запутанность пучков-близнецов, часто называют запутанностью по числу фотонов [44, 47, 101, 102]. Данное свойство следует отличать от описанного выше терминологически

близкого понятия "корреляции по числу фотонов", относящегося к синхронности флуктуации интенсивности в обоих каналах. Следует отметить, что запутанность по числу фотонов непосредственно связана с запутанностью по квадратурным переменным [102]. Действительно, волновая функция (38) не может быть факторизована по квадратурным переменным отдельных фотонов X_a и X_b [102]. Для количественного определения запутанности фотонов в этом состоянии удобно использовать тот факт, что состояние (37) также представляет собой разложение Шмидта, но только теперь в качестве мод Шмидта выступают фоковские состояния сигнальной и холостой мод, зависящие от квадратурных переменных фотонов с характерными весами $\alpha_n = \tanh^{2n} G / \cosh^2 G$. Поэтому в качестве меры запутанности в данном случае удобнее использовать параметр Шмидта, хотя отрицательность и другие количественные характеристики также приводят к корректным результатам [44, 47, 101]. Из (37) следует, что чем больше среднее число фотонов, тем больше слагаемых в сумме (37) и выше степень запутанности. Действительно, с учётом найденных весов параметр Шмидта вычисляется по формуле, аналогичной (10), и он может быть выражен через среднее число фотонов в сигнальной или холостой моде $\langle N \rangle$ следующим образом [44, 102]:

$$K = 2\langle N \rangle + 1. \quad (40)$$

В случае многофотонного сжатого вакуума, когда $\langle N \rangle \gg 1$, степень квадратурного перепутывания фактически определяется суммарным числом фотонов в сигнальной и холостой модах [102]. Непосредственную взаимосвязь отмеченной запутанности по числу фотонов со сжатием суммарной и разностной квадратур поля можно проследить следующим образом. Состояние (38) запутано по переменным X_a и X_b и факторизовано относительно суммарной и разностной квадратур с характерными ширинами, определяемыми их дисперсиями в этом состоянии. Степень запутанности фотонов по полевым квадратурам можно оценить исходя из детально обсуждаемого в разделе 3.1 параметра Фёдорова, равного отношению ширин одночастичного безусловного и условного распределений, которые легко вычисляются из функции (38) и приводят к результату (40). Можно также показать, что параметр Шмидта (40) равен среднему арифметическому дисперсий разностной и суммарной квадра-

тур в состоянии (38). Таким образом, запутанность пучков-близнецов по числу фотонов или по квадратурным переменным непосредственно связана с эффектом квадратурного сжатия.

Для многомодового (по пространству или частоте) сжатого вакуума запутанность по числу фотонов (квадратурным переменным) также можно вычислить. В случае независимых мод Шмидта суммарная запутанность определяется произведением параметров Шмидта (40) для каждой пары сопряжённых мод. В пределе малого среднего числа фотонов на моду и большого числа мод произведение параметров Шмидта (40) пропорционально степени запутанности в одной моде и эффективному числу мод [44]. Для яркого многомодового сжатого вакуума в пределе больших значений коэффициента параметрического усиления ситуация более сложная, поскольку средние числа фотонов в разных пространственных модах сильно различаются. Пренебрегая вкладом пространственных мод с числом фотонов, меньшим единицы, можно получить следующую оценку для логарифма параметра Шмидта, характеризующего в данном случае запутанность по числу фотонов:

$$\ln K \sim 2G \sum \sqrt{\lambda_{n,p}}, \quad (41)$$

где при суммировании учитываются только обильно заселённые фотонами пространственные моды. Полученная степень запутанности существенно превосходит по величине степень запутанности в случае одномодового яркого сжатого вакуума и, в отличие от последней, возрастает не линейно, а пропорционально корню из эффективного числа мод из-за различия их весов [101].

Обсудим возможность измерения квадратурного сжатия. В экспериментах квадратурное сжатие часто измеряют с помощью метода гомодинного детектирования. Данный метод основан на том, что исследуемое входное поле складывается на светоделителе с полем локального осциллятора, который обычно представляет собой когерентное состояние с большим числом фотонов и фазой, являющейся варьируемым параметром. В результате интенсивность в одном из выходных каналов светоделителя содержит помимо шумов локального осциллятора интерференционный член, пропорциональный квадратуре исследуемого поля. Более усовершенствованным является балансное гомодинное детектирование, при котором измеряется разность показаний фотодетекторов на выходе двух каналов светоделителя. При этом шум локального осциллятора оказывается полностью исключённым, а флуктуации разностной интенсивности пропорциональны флуктуациям квадратуры входного поля. Таким образом, при регистрации флуктуаций выходного разностного сигнала в зависимости от фазы локального осциллятора можно наблюдать подавление шума до уровня ниже дробового за счёт проявления эффекта сжатия для тех значений фазы, которые соответствуют сжатой квадратуре.

В работе [103] методом прямого гомодинного детектирования измерено квадратурное сжатие в различных пространственно-временных модах генерируемого многомодового сжатого вакуума и получено существенное подавление шума, до уровня ниже дробового. На основе результатов экспериментальных измерений для двух выбранных пространственных мод удалось получить элементы ковариационной матрицы.

В эксперименте [104] на основе квадратурного сжатия в пространственных модах генерируемого сжатого вакуума получено подавление шумов разностного сигнала между двумя выбранными пространственными пикселями около 2,5 дБ. Обнаруженные пространственные корреляции использовались для увеличения точности оптических измерений положения и смещения объектов в пространстве с точностью, превышающей стандартный квантовый предел.

Похожая идея реализована в эксперименте [105], где для многомодового по пространству сжатого вакуума зарегистрировано квадратурное сжатие в 75 независимых пространственных локальных областях с размером, существенно меньшим ширины поперечного профиля генерируемого неклассического света.

В работе [106] экспериментально реализован широкоугольный нелинейный интерферометр Маха – Цендера (часто также называемый SU(1,1)-интерферометром), в котором между двумя нелинейными кристаллами помещалась фокусирующая линза. Благодаря фокусировке линзой яркого сжатого вакуума, выходящего из первого нелинейного кристалла и поступающего на вход второго нелинейного кристалла, удалось обеспечить нелинейное усиление в широком диапазоне углов волновых векторов фотонов сжатого света. Причём для всех отмеченных направлений величина фазового сдвига, возникающего в интерферометре между накачкой и полем сигнального и холостого каналов, была одинаковой, что даёт возможность одновременно управлять многими пространственными модами в широком угловом диапазоне. Получено распределение квадратурного сжатия для различных плосковолновых мод на выходе интерферометра и зарегистрировано его значение на уровне –4,3 дБ.

Проведённые уникальные эксперименты свидетельствуют о широких перспективах использования сжатого вакуума для снижения уровня квантовых шумов в квантовых измерениях и задачах регистрации квантовых изображений.

3. Пространственные свойства сжатого света

3.1. Свойства сжатого вакуума, генерируемого в одном нелинейном кристалле

Рассмотрим пространственные свойства сжатого вакуума, генерируемого в одном нелинейном кристалле в вырожденном режиме параметрического рассеяния с амплитудой бифотона в форме (5).

В случае слабой накачки в формализме вектора состояния поля, полученного в рамках теории возмущений (6), квадрат двухфотонной амплитуды определяет совместное распределение вероятностей по переменным сигнальному и холостого фотонов:

$$W_{pt}(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = |F(q_s, q_i, \phi_s, \phi_i)|^2. \quad (42)$$

Распределение по абсолютным значениям поперечных волновых векторов вычисляется усреднением по азимутальным углам:

$$W(q_s, q_i) = \int d\phi_s d\phi_i |F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)|^2. \quad (43)$$

Удобнее перейти от поперечных волновых векторов к полярным углам фотонов в кристалле. Соответствующую

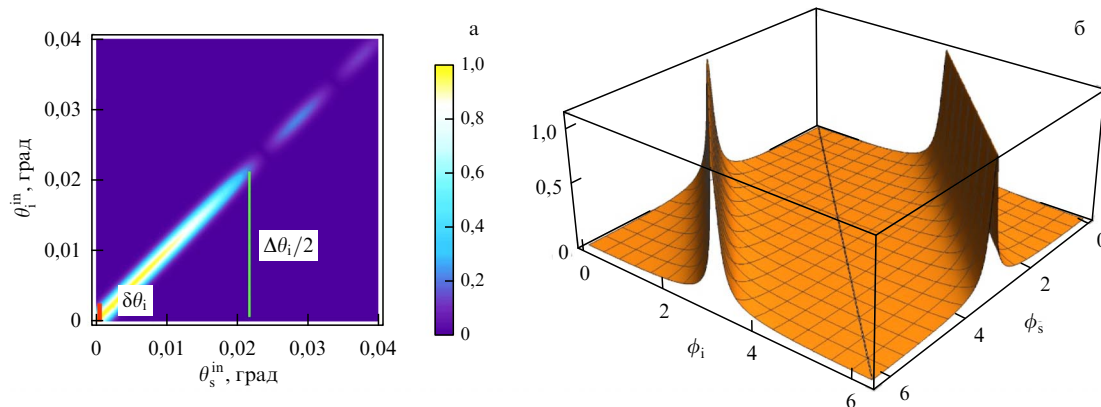


Рис. 3. Двухчастичная плотность вероятности распределения фотонов по полярным (а) и азимутальным углам (б) волновых векторов в пределе малого параметрического усиления. Ширина пространственного профиля накачки на полувысоте FWHM = 170 мкм, длина кристалла $L = 2$ мм, $\lambda_s = \lambda_i = 800$ нм, $\lambda_p = 400$ нм.

щая двухчастичная плотность вероятности в зависимости от полярных углов сигнального и холостого фотонов приведена на рис. 3а. Представленное распределение демонстрирует сильную корреляцию фотонов: фотоны характеризуются одинаковыми по величине поперечными волновыми векторами и из-за вырожденности по частоте — одинаковыми полярными углами вылета. Возможный разброс значений полярных углов сигнальных фотонов $\delta\theta_s$, измеряемых в эксперименте или вычисляемых из (43) при фиксированном угле вылета холостых фотонов, представляет собой корреляционную ширину излучения в сигнальном канале [85] (рис. 3а). Аналогичным образом определяется и корреляционная ширина излучения холостого канала. Вследствие равенства частот сигнального и холостого фотонов отмеченные корреляционные ширины совпадают по величине и оказываются порядка ширины гауссовой функции в (5). Полное угловое распределение интенсивности в каждом из каналов на выходе из кристалла может быть вычислено усреднением по всем направлениям фотонов в сопряженном канале. Большая угловая ширина $\Delta\theta_{s,i}$ этого распределения, примерно соответствующая ширине функции sinc в (5), может быть оценена как $1/\sqrt{k_s L}$ [85]. Таким образом, ширина сигнала и корреляционная ширина соответствуют ширинам безусловного и условного распределений, получаемых на основе двухчастичного распределения (43) интегрированием по одной из переменных или фиксированием её значения соответственно, что детально обсуждалось в [44, 64, 65].

Параметр, равный отношению ширины сигнала к корреляционной ширине, впервые был введен М.В. Фёдоровым для характеристики перепутывания в двухкомпонентной системе и носит его имя. М.В. Фёдоров также показал, что этот параметр оказывается очень близким по величине к параметру Шмидта [64, 65] и, следовательно, является хорошей оценкой характерного числа мод Шмидта и перепутывания фотонов. Действительно, значение параметра Шмидта, равное единице, соответствует распределению в одной пространственной моде как сигнальных, так и холостых фотонов. В этих условиях корреляционная ширина оказывается порядка полной ширины сигнала. С другой стороны, малая корреляционная ширина, т.е. узкое условное распределение при фиксированной координате сопряженного фотона, может быть достигнута только в условиях большого числа мод. Кор-

реляционная ширина на рис. 3а существенно меньше полной ширины спектра, что в соответствии с параметром Фёдорова позволяет предсказать достаточно большое число мод. Данный результат подтверждается прямым разложением по модам Шмидта, которое справедливо как в вынужденном, так и в спонтанном режиме параметрического рассеяния, т.е. в условиях слабой накачки. Вычисления в пределе малого коэффициента параметрического усиления, $G \ll 1$, в (19)–(22) для распределения, показанного на рис. 3а, дают порядка 20 "радиальных" мод.

В режиме слабой накачки распределение фотонов по азимутальным углам может быть вычислено по формуле

$$W(\phi_s, \phi_i) = \int q_s dq_s q_i dq_i |F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)|^2. \quad (44)$$

Данные, представленные на рис. 3б, демонстрируют сильную корреляцию сигнального и холостого фотонов по азимутальным углам их волновых векторов, изображенных на рис. 1, в соответствии с условием $\phi_s - \phi_i = \pi$. Физическую причину этого эффекта легко понять в рамках формализма мод Шмидта. Особенностью фаз мод Шмидта является фактор $(-1)^n = \exp(-in\pi)$, входящий в каждый азимутальный канал в разложении (12), так что амплитуда бифотона (11) зависит не от азимутальных углов сигнального и холостого фотонов по отдельности, а от суммарного аргумента $\phi_s - (\phi_i + \pi)$. Указанный факт и приводит к пикам при $\phi_s - \phi_i = \pi$, представленным на рисунке. Причём ширина пика обратно пропорциональна характерному числу азимутальных мод. Таким образом, наиболее вероятно, что сигнальный и холостой фотоны характеризуются различающимися на π азимутальными углами, а значит, скоррелированными оказываются фотоны с противоположными поперечными компонентами волновых векторов.

Как упоминалось ранее, пространственные распределения фотонов, полученные на основе амплитуды бифотона, правомерны только в режиме теории возмущений. Представляет интерес выяснить, как они будут меняться при высокой интенсивности накачки. Формализм мод Шмидта и полученные решения (17) позволяют это сделать. Согласно теоретическому анализу, в случае генерации сжатого вакуума в одном кристалле с возрастанием коэффициента параметрического усиления корреляцион-

ная ширина должна увеличиваться как в полярных, так и в азимутальных углах [101]. Следовательно, фотоны остаются скоррелированными во всё большем интервале углов. С другой стороны, эффективное число пространственных мод уменьшается и, как следствие, возрастает вклад низшей нулевой моды Шмидта, а величина параметра Шмидта, характеризующего эффективное число мод, уменьшается. Таким образом, с возрастанием интенсивности накачки имеет место увеличение корреляционной ширины, сопровождающееся уменьшением полной ширины сигнала до тех пор, пока не начнёт превалировать одна низшая мода Шмидта [81]. Указанные эффекты подтверждаются экспериментальными данными [81]. Однако в эксперименте для компенсации эффектов анизотропии вместо одного нелинейного кристалла использовались два более тонких близко расположенных кристалла. В последующем эксперименте с одним нелинейным кристаллом зарегистрировано увеличение полной ширины спектра примерно на 30 % [107]. Отмеченное расхождение с теорией обусловлено ограничением применимости решений (17) условием точного частотного синхронизма. В эксперименте имели место запутанность и влияние пространственных и частотных степеней свободы друг на друга. Упомянутый эффект теоретически учтён в работе [107] (см. обсуждение в конце раздела 6).

3.2. Управление пространственными свойствами в схеме с нелинейным интерферометром

Для различных практических приложений важной задачей является управление пространственными свойствами сжатого вакуума, которое реализуется контролируемым изменением весов и профилей мод Шмидта. С этой точки зрения наиболее перспективной и интересной для исследования системой является нелинейный интерферометр Маха–Цендера (рис. 4), состоящий из двух последовательно расположенных нелинейных кристаллов, разделённых какой-либо средой или просто воздухом [57, 81, 86, 106, 108–110]. В литературе такой интерферометр часто называют SU(1,1)-интерферометром, чтобы подчеркнуть нелинейный характер параметрического процесса, возможность использования алгебры Ли для его описания, а также связь фотонных операторов на входе и выходе кристалла через преобразование Боголюбова. Как показано далее, в подобной системе можно управлять модовым составом, формой и числом мод Шмидта.

Особенность схемы с интерферометром заключается в том, что нелинейный сигнал, сгенерированный в первом кристалле, может быть усилен или ослаблен во втором кристалле в зависимости от приобретённых относительных фаз накачки и сигнального/холостого пучков. В этом случае в двухфотонной амплитуде возникает дополнительный фактор — косинус, — характеризующий фазовые эффекты интерференции, которые зависят от расстояния между кристаллами d [81, 101, 111]:

$$F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = C \exp\left(-\frac{\sigma^2(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{L(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)^2}{4k_p}\right) \times \\ \times \cos\left(\frac{L(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)^2}{4k_p} + \frac{\delta n k_s d}{n_s} + \frac{d(\mathbf{q}_s^{\text{air}} - \mathbf{q}_i^{\text{air}})^2}{4k_p^{\text{air}}}\right) \times \\ \times \exp\left\{-i\left[\frac{L(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)^2}{2k_p} + \frac{\delta n k_s d}{n_s} + \frac{d(\mathbf{q}_s^{\text{air}} - \mathbf{q}_i^{\text{air}})^2}{4k_p^{\text{air}}}\right]\right\}, \quad (45)$$

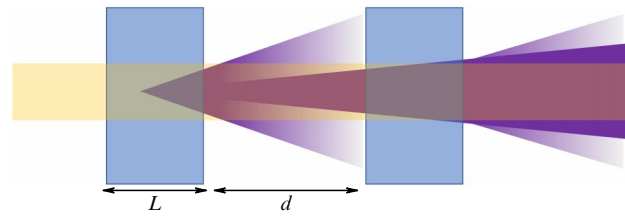


Рис. 4. Схема нелинейного интерферометра Маха–Цендера, состоящего из двух последовательно расположенных нелинейных кристаллов длиной L , разделённых расстоянием d . Нелинейное преобразование во втором кристалле происходит только для излучения, пространственно перекрывающегося с накачкой.

где $\mathbf{k}_{s,i,p}$ — волновые векторы сигнального, холостого фотонов и накачки, $\mathbf{q}_{s,i,p}(\mathbf{q}_{s,i,p}^{\text{air}})$ — их поперечные компоненты в кристалле (воздушном промежутке), $n_{s,i,p}$ — показатели преломления этих волн в кристалле, $\delta n = n_p^{\text{air}} - (n_s^{\text{air}} + n_i^{\text{air}})/2$ — разность между показателем преломления накачки и полусуммой показателей преломления сигнального и холостого фотонов в воздухе. Заметим, что для малых полярных углов фотонов

$$\frac{(\mathbf{q}_s^{\text{air}} - \mathbf{q}_i^{\text{air}})^2}{4k_p^{\text{air}}} \approx n_s \frac{(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)^2}{4k_p}.$$

На рисунке 5 представлены квадрат модуля двухфотонной амплитуды в зависимости от внешних полярных углов фотонов и распределение интенсивности в дальней зоне для двух разных удалений кристаллов друг от друга.

Наличие интерференции приводит к появлению дополнительных максимумов и минимумов на распределении амплитуды бифотона по сравнению с распределением, показанным на рис. 3а. Причём для различных значений полярных углов фотонов реализуются разные фазовые условия, приводящие к ослаблению или усилению излучения во втором кристалле. В результате параметрическая генерация при определённых полярных углах волновых векторов сигнального и холостого фотонов оказывается подавленной, и пространственное распределение интенсивности сжатого вакуума в дальней зоне характеризуется набором "колец" с максимумом или минимумом в центре пучка. Существенно, что в зависимости от расстояния между кристаллами изменяются период пространственных осцилляций амплитуды бифотона, а также относительная фаза между накачкой и сигнальным и холостым излучением, приобретаемая в воздушном промежутке между кристаллами. Как следствие, при большом расстоянии между кристаллами число "колец" в распределении интенсивности в дальней зоне существенно возрастает, а в центре пучка имеют место усиление или "гашение" интенсивности в результате конструктивной или деструктивной интерференции. Аналогичные распределения интенсивности наблюдались и в эксперименте [93, 108]. В общем случае в схеме с интерферометром моды Шмидта могут существенно отличаться от мод Лагерра–Гаусса, соответствующих случаю одного кристалла, и их поиск представляет собой отдельную задачу.

С учётом малости угловой ширины пространственного гауссова профиля накачки по сравнению с шириной продольного синхронизма в [101] получено упрощённое выражение для амплитуды бифотона в зависимости от

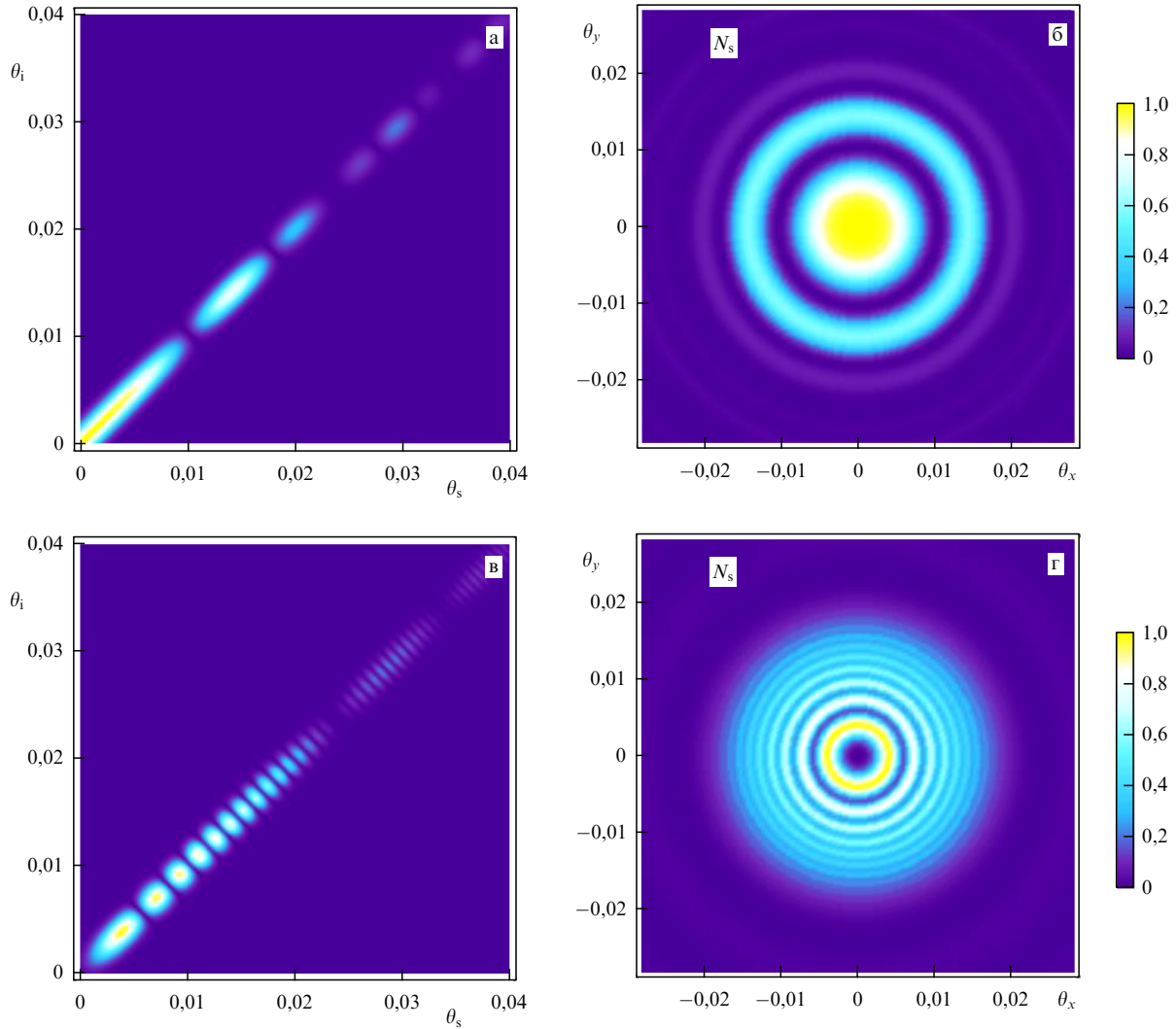


Рис. 5. Квадрат модуля двухфотонной амплитуды в зависимости от внешних полярных углов фотонов (а, в) и распределение интенсивности в дальней зоне (б, г) для случаев конструктивной (а, б) и деструктивной интерференции в центре пучка (в, г), вычисленные при условии противоположных азимутальных углов фотонов. Ширина пространственного профиля накачки на полувысоте FWHM = 170 мкм, длина кристалла $L = 2$ мм, расстояние между кристаллами $d = 2$ мм (а, б) и $d = 18$ мм (в, г), $\lambda_s = \lambda_i = 800$ нм, $\lambda_p = 400$ нм.

полярных и азимутальных углов:

$$F(\theta_s, \theta_i, \phi_s - \phi_i) = C \exp \left[-\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2 + 2\theta_s\theta_i \cos(\phi_s - \phi_i)}{2a^2} \right] \times \\ \times \operatorname{sinc} \left(\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2}{b^2} \right) \cos \left(\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2}{b_1^2} + \alpha \right) \times \\ \times \exp \left\{ -i \left[\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2}{b_2^2} + \alpha \right] \right\}, \quad (46)$$

где

$$a = \frac{c}{\sigma n_s \omega_s}, \quad b = \frac{2\sqrt{2}n_p}{n_s \sqrt{k_p L}}, \quad b_1 = \frac{2\sqrt{2}n_p}{n_s \sqrt{k_p(L + n_p d)}}, \\ b_2 = \frac{2\sqrt{2}n_p}{n_s \sqrt{k_p(2L + n_p d)}},$$

$\alpha = \delta n k_s d / n_s$ — разность фаз между накачкой и сигнальным и холостым излучением на входе во второй кристалл, которую при необходимости можно дополнительно варьировать в эксперименте. Правомерность приня-

тых приближений обеспечивается резким максимумом амплитуды бифотона при $\phi_s - \phi_i = \pi$ и малой шириной гауссовой функции в (46): $a \ll b$.

Из анализа (46) следует, что азимутальные моды сжатого вакуума оказываются такими же, как и в случае одного кристалла, и фотоны в сопряжённых пучках скоррелированы для азимутальных углов, различающихся на π . Однако функции, характеризующие азимутальные каналы, существенно отличаются:

$$\chi_n(\theta_s, \theta_i) = (-1)^n I_n \left(\frac{\theta_s \theta_i}{a^2} \right) \exp \left(-\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2}{2a^2} \right) \times \\ \times \operatorname{sinc} \left(\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2}{b^2} \right) \cos \left(\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2}{b_1^2} + \alpha \right) \times \\ \times \exp \left[-i \left(\frac{\theta_s^2 + \theta_i^2}{b_2^2} + \alpha \right) \right], \quad (47)$$

где $I_n(\xi)$ — функция Инфельда.

Разложение Шмидта уже двухчастичной функции (47) даёт набор "радиальных" мод для каждого азимутального канала. Благодаря плавности функции Инфельда

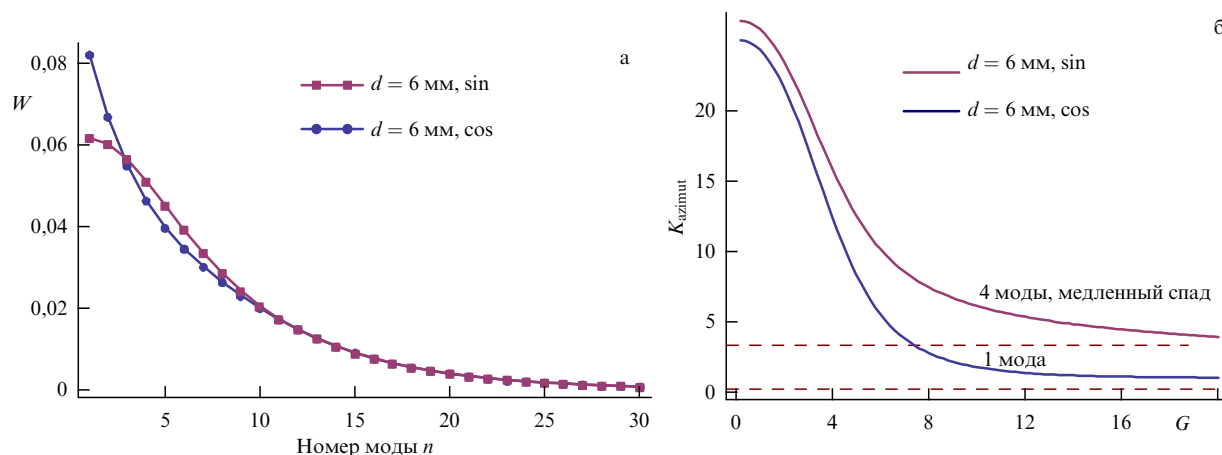


Рис. 6. Распределение по азимутальным модам (а) и эффективное число азимутальных мод, определяемое азимутальным параметром Шмидта, в зависимости от коэффициента параметрического усиления G (б) для случаев конструктивной и деструктивной интерференции в центре пучка. Ширина пространственного профиля накачки на полувысоте FWHM = 170 мкм, длина кристалла $L = 2$ мм, расстояние между кристаллами $d = 6$ мм, $\lambda_s = \lambda_i = 800$ нм, $\lambda_p = 400$ нм.

пространственные распределения фотонов в разных азимутальных каналах очень близки между собой, что приводит к слабой зависимости "радиальных" мод от номера азимутального канала. Таким образом, каналы с разными проекциями орбитального момента на ось z имеют схожие наборы "радиальных" мод. Заметное отличие возникает для больших номеров n , когда вес данного канала уже пренебрежимо мал. Важной особенностью "радиальных" мод Шмидта является их сильное отличие от мод Лагерра – Гаусса, возникающих в случае одного кристалла, что наиболее ярко проявляется в случае интерференционного "гашения" интенсивности в центре пучка ($\alpha = \pi/2$), когда все радиальные моды, включая моду нулевого порядка, равны нулю в указанной точке.

Обсудим поведение весов и профилей мод в зависимости от параметрического усиления и расстояния между кристаллами интерферометра. Характерное распределение по азимутальным модам при достаточно небольшом расстоянии между кристаллами представлено на рис. 6а для двух значений фазы: $\alpha = 0$ и $\pi/2$. Видно, что при интерференционном "гашении" интенсивности в центре пучка распределение по азимутальным модам с малыми номерами оказывается более пологим и плавным, чем для нулевой фазы. Казалось бы, данное различие можно считать несущественным. Однако с ростом параметрического усиления, например, с увеличением интенсивности накачки, распределение по модам в обоих случаях становится более резким, так что эффективное число мод уменьшается. В случае нулевой фазы при достаточно сильной накачке остаётся всего одна азимутальная мода с $n = 0$. В то же время при $\alpha = \pi/2$ благодаря изначально более пологому распределению по модам при большом параметрическом усилении "выживает" не одна, а несколько мод, что продемонстрировано на рис. 6б. Что касается радиальных мод, то их число также убывает с возрастанием интенсивности накачки.

Проанализируем, что происходит с увеличением расстояния между кристаллами в интерферометре. Относительная фаза накачки и сигнального и холостого излучения α , возникающая в выражениях (46), (47), линейно возрастает с увеличением расстояния между кристаллами d , что приводит к периодически сменяющим друг друга ре-

жимам конструктивной и деструктивной интерференции во втором кристалле. Хотя в вырожденном режиме различие показателей преломления в воздухе для фотонов накачки и сигнального/холостого фотонов очень мало (порядка 10^{-5}), однако этого достаточно для существенного фазового набегания на длине воздушного зазора уже в несколько сантиметров. Как следствие, с увеличением расстояния между кристаллами профили выходной интенсивности квазипериодически изменяются от локализованного пучка с максимумом в центре до уширенного распределения с центральным минимумом. Соответственно в зависимости от расстояния между кристаллами изменяется и эффективное число мод, что показано на рис. 7 для случая азимутальных мод в режимах малого и большого параметрического усиления.

Как видно из рис. 7, в случае более сильной накачки изначальное число мод существенно меньше и при достижении конструктивной интерференции оно оказывается порядка единицы. Более того, при дальнейшем увеличении расстояния между кристаллами излучение параметрического рассеяния от первого кристалла, которое попадает во второй кристалл и может быть там усилено, характеризуется всё меньшей шириной углового распределения: σ/d , (где σ — диаметр накачки, d — ширина воздушного зазора между кристаллами). Как только эта величина окажется порядка ширины корреляций, на выходе из второго кристалла будет регистрироваться всего одна мода согласно соотношению Фёдорова [64, 65].

Генерация одной пространственной моды была продемонстрирована в эксперименте, и наблюдалось хорошее согласие с теоретическими предсказаниями [108].

На рисунке 8 представлены интегральная по углам интенсивность регистрируемого сжатого света и величина корреляционной функции 2-го порядка $g^{(2)}$ в зависимости от удаления кристаллов друг от друга, изменяющиеся квазипериодически. Для некоторых расстояний приведены двумерные распределения интенсивности в дальней зоне, демонстрирующие существенное изменение углового спектра сигнала с увеличением расстояния между кристаллами. Поскольку в эксперименте генерировался многомодовый по пространству сжатый вакуум, в теории величина $g^{(2)}$ суммарного сигнала может быть

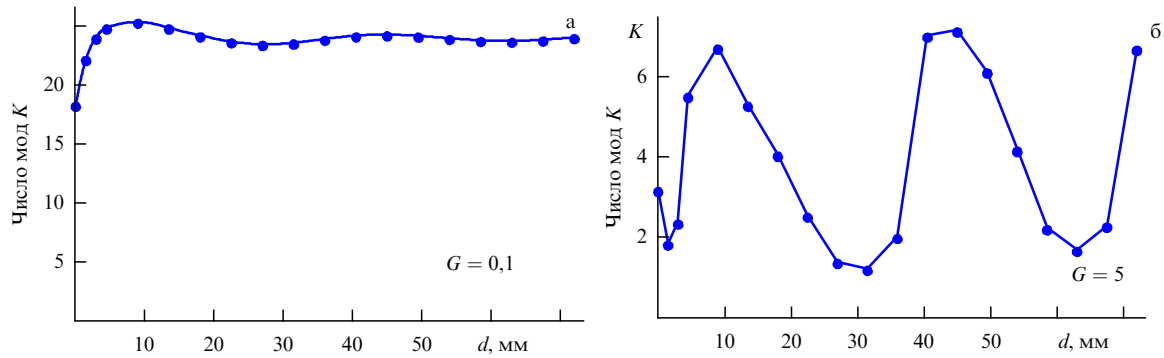


Рис. 7. Зависимость числа азимутальных мод от расстояния между кристаллами d в случае малых (а) и больших (б) значений коэффициента параметрического усиления. Ширина пространственного профиля накачки на полувысоте FWHM = 170 мкм, длина кристалла $L = 2$ мм, $\lambda_s = \lambda_i = 800$ нм, $\lambda_p = 400$ нм.

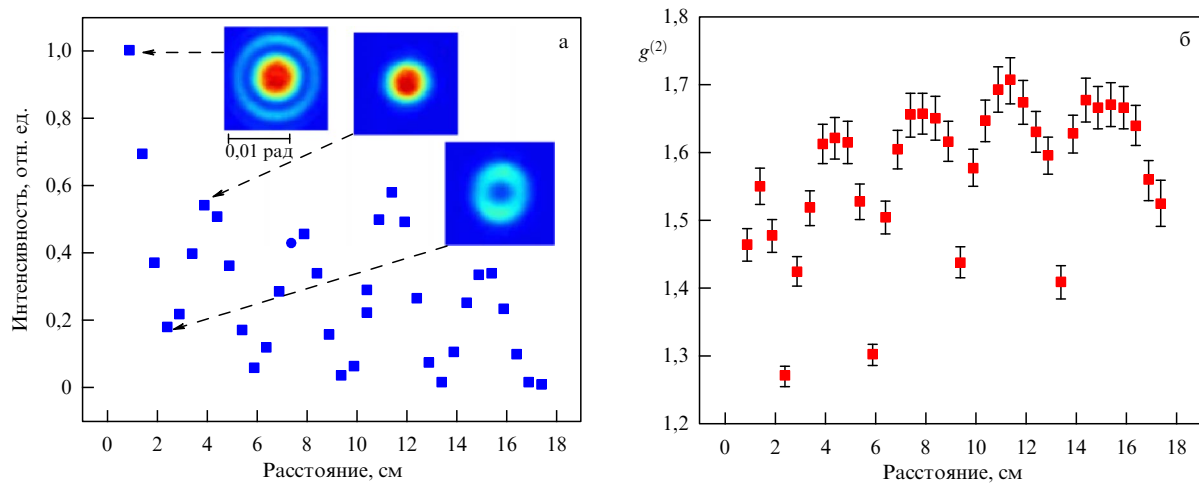


Рис. 8. Интегральная по углам интенсивность сжатого света (а) и величина корреляционной функции 2-го порядка $g^{(2)}$ (б) в зависимости от расстояния между кристаллами [108]. Длина кристаллов $L = 3$ мм, параметры накачки: $\lambda_p = 355$ нм, FWHM = 200 мкм, мощность 60 мВт, длительность импульса 18 пс.

вычислена через корреляционную функцию отдельной моды $g_1^{(2)}$ и число мод m по формуле [112]

$$g^{(2)} - 1 = \frac{g_1^{(2)} - 1}{m}. \quad (48)$$

В эксперименте использовалась автокорреляционная функция 2-го порядка, которая для каждого из пучков-близнецов, генерируемых в одну пространственную моду Шмидта, может быть вычислена как $g_1^{(2)} = \langle N_s^2 \rangle / \langle N_s \rangle^2$. С учётом найденных решений (17) можно показать, что $g_1^{(2)} = 2$. Поэтому из (48) следует, что максимального значения, равного двум, $g^{(2)}$ достигает в случае одной моды. С учётом 1,25 частотных мод, наблюдавшихся в эксперименте, теоретическая оценка $g^{(2)}$ оказывается меньше двух и практически совпадает с максимальным измеренным значением $g^{(2)}$ на рис. 8б. С использованием максимального значения $g^{(2)}$, полученного в эксперименте, и с учётом поправки на число частотных мод оценка числа пространственных мод по формуле (48) даёт величину $m = 1,1$. Таким образом, экспериментально реализована генерация сжатого вакуума в 1,1 пространственной моде.

Однако выделение одной моды имеет место не всегда. Обнаружено, что при больших расстояниях между кристаллами структура мод изменяется из-за сильной ин-

терференционной изрезанности двухфотонной амплитуды [101].

В данном режиме радиальные моды могут быть найдены аналитически как произведение моды одного кристалла на осциллирующий фактор, представимый в виде синуса или косинуса [101]:

$$u_{n,p}^{(1)}(\theta_{s,i}) \sim u_{n,p}^{(0)}(\theta_{s,i}) \cos\left(\frac{\theta_{s,i}^2}{2b_2^2} + \frac{\alpha}{2}\right), \quad (49)$$

$$u_{n,p}^{(2)}(\theta_{s,i}) \sim u_{n,p}^{(0)}(\theta_{s,i}) \sin\left(\frac{\theta_{s,i}^2}{2b_2^2} + \frac{\alpha}{2}\right),$$

где параметр b_2 , определённый в выражении (46), существенно зависит от расстояния между кристаллами.

В пределе большого расстояния между кристаллами данные моды имеют одинаковые веса. На рисунке 9 представлено распределение по радиальным модам для нулевого азимутального канала, когда "удвоение" весов только начинает формироваться.

Вследствие наличия "сдвоенных" мод даже в пределе сильной накачки при больших расстояниях между кристаллами остаются по крайней мере две радиальные моды — выделить одну моду не удастся. Данный эффект проявлялся и в эксперименте [108] как убывание измеряе-

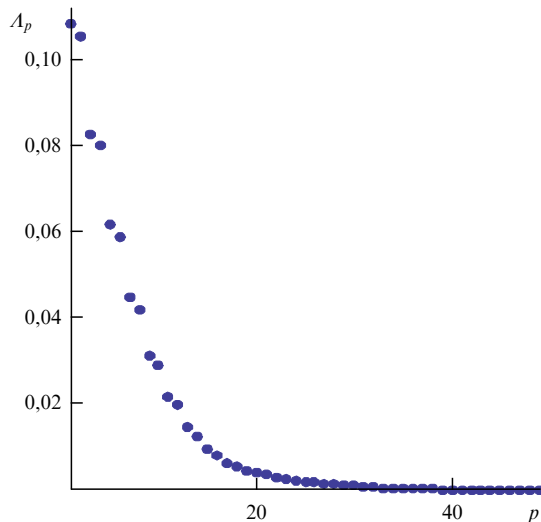


Рис. 9. Распределение по радиальным модам сжатого вакуума на выходе нелинейного интерферометра для нулевого азимутального канала на стадии формирования "сдвоенных" мод в условиях слабого параметрического усиления. Длина кристаллов $L = 2$ мм, расстояние между кристаллами $d = 72$ мм.

мой корреляционной функции второго порядка в пределе больших расстояний между кристаллами.

Таким образом, схема с нелинейным интерферометром позволяет управлять модовым составом и типом мод Шмидта. Продemonстрированный подход открывает возможности создания пространственно-одномодового источника поля в состоянии сжатого вакуума с сохранением всех свойств такого поля, что является актуальной задачей для различных практических приложений, но крайне трудно реализуемой стандартными методами фильтрации ввиду сильного разрушения неклассических свойств и корреляций фотонов сжатого света в этом случае.

3.3. Корреляции фотонов по пространству

Как обсуждалось в разделе 3.2, квадрат модуля амплитуды бифотона характеризует взаимные пространственные распределения и корреляции фотонов, имеющие место в случае слабой накачки (малого параметрического усиления). Корреляции фотонов, представляющие собой важнейшее свойство сжатого вакуума, проявляются по пространственным, частотным и квадратурным переменным. Одной из количественных характеристик пространственных корреляций фотонов в случае произвольного параметрического усиления является ковариация пространственных распределений интенсивности, которую можно экспериментально измерить. Хотя данная величина не несёт информации о фазовых корреляциях, она позволяет выявить корреляции интенсивностей генерируемого сжатого вакуума в различных точках пространства. Общее выражение для ковариации угловых распределений интенсивности, измеряемых в дальней зоне, для углов (θ_1, ϕ_1) и (θ_2, ϕ_2) или поперечных компонент волновых векторов q_1, q_2 имеет вид

$$\begin{aligned} \text{cov}(q_1, q_2) &= \text{cov}[I(q_1), I(q_2)] = \\ &= \langle I(q_1) I(q_2) \rangle - \langle I(q_1) \rangle \langle I(q_2) \rangle. \end{aligned} \quad (50)$$

С учётом того что для каждого направления q в интенсивность выходного поля могут вносить вклад как сигнальные, так и холостые фотоны, выражение (50) разби-

вается на несколько слагаемых [93, 113]:

$$\begin{aligned} \text{cov}(q_1, q_2) &= \text{cov}[I_s(q_1), I_s(q_2)] + \text{cov}[I_i(q_1), I_i(q_2)] + \\ &+ 2 \text{cov}[I_s(q_1), I_i(q_2)]. \end{aligned} \quad (51)$$

Первые два слагаемых в правой части (51) соответствуют так называемой автоковариации, т.е. ковариации интенсивности поля только сигнальных или только холостых фотонов в различных точках, в то время как последнее слагаемое описывает удвоенную кроссковиариацию интенсивностей полей сигнальных и холостых фотонов. Используя введённые моды Шмидта, можно получить следующие выражения для авто- и кроссковиариации соответственно [101, 113]:

$$\begin{aligned} \text{cov}(q_1, q_2)_{\text{auto}} &= \left| \sum_{n,p} \frac{u_{n,p}(q_1) u_{n,p}^*(q_2)}{\sqrt{q_1 q_2}} \sinh^2(G \sqrt{\lambda_{n,p}}) \times \right. \\ &\times \left. \exp[in(\phi_1 - \phi_2)] \right|^2, \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(q_1, q_2)_{\text{cross}} &= \left| \sum_{n,p} \frac{u_{n,p}(q_1) v_{n,p}(q_2)}{\sqrt{q_1 q_2}} \sinh(G \sqrt{\lambda_{n,p}}) \times \right. \\ &\times \left. \cosh(G \sqrt{\lambda_{n,p}}) \exp[in(\phi_1 - \phi_2)] \right|^2. \end{aligned}$$

Для малых значений коэффициента параметрического усиления пространственное распределение кроссковиариации совпадает с распределением квадрата модуля амплитуды бифотона (рис. 5а, в). Для высокого параметрического усиления форма ковариации меняется. Поскольку в последнем случае начинает превалировать низшая радиальная мода, распределение, соответствующее ковариации, локализуется, приобретая вид малого кружка, расположенного в центре при режиме конструктивной интерференции ($\alpha = 0$) или смещённого от центра в случае $\alpha = \pi/2$ (режим деструктивной интерференции). Это справедливо для ковариации как сигнальных и холостых фотонов (кроссковиариации), так и фотонов в одном пучке (автоковариации).

Таким образом, для любых значений коэффициента параметрического усиления кроссковиариация имеет максимум, когда азимутальные углы волновых векторов фотонов различаются на π , а значит, распределение, представленное на рис. 3б, оказывается правомерным и в случае произвольных значений параметрического усиления. Однако, как было обнаружено, с возрастанием интенсивности накачки ширина распределения увеличивается, а его максимальная высота уменьшается [101]. Следовательно, с возрастанием параметрического усиления увеличивается характерная ширина корреляций. Особенностью автоковариации является то, что она имеет максимум при совпадении азимутальных углов волновых векторов фотонов.

На рисунке 10а представлена измеренная ковариация как функция внешних полярных углов фотонов [93]. Почти полностью симметричные распределения, расположенные вдоль главной диагонали, соответствуют кроссковиариации; распределения для автоковариации повернуты на 90° .

Таким образом, в случае интенсивной накачки за счёт генерации сжатого вакуума практически в одну пространственную моду корреляция фотонов имеет место для конкретного значения полярного угла и противоположных азимутальных углов, т.е. фактически для определённых направлений волновых векторов фотонов.

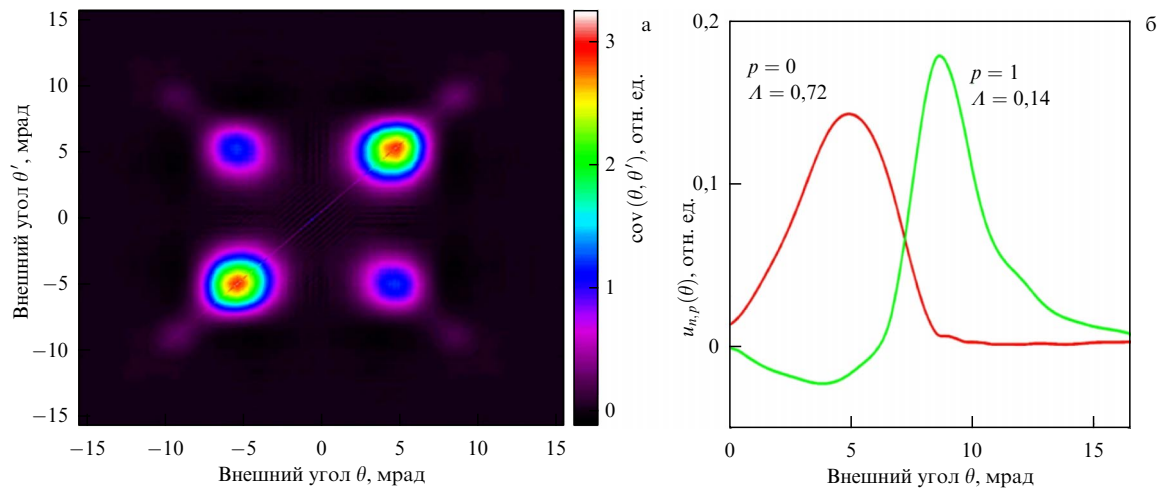


Рис. 10. Измеренная ковариация (а) и восстановленные из неё профили и веса для двух низших превалирующих радиальных мод Шмидта (б) [93]. Длина кристаллов $L = 2$ мм, расстояние между ними $d = 15$ мм, параметры накачки: мощность 45 мВт, $\lambda_p = 354,67$ нм, FWHM = 170 мкм. Для получения профилей и весов проведено интегрирование по азимутальному углу в 9° .

Отметим, что ковариацию можно использовать не только для извлечения информации о корреляциях фотонов, но и для получения профилей мод Шмидта.

В эксперименте трудно измерить форму мод непосредственно, однако можно попытаться восстановить их из ковариаций. В [101] показано, что в дальней зоне зависимость фаз от $q_{s,i}$ для всех мод $u_{n,p}$ одинакова. Это даёт возможность восстановить моды в дальней зоне, извлекая корень из ковариации и проводя разложение Шмидта для полученной функции, причём истинные веса мод должны быть скорректированы с учётом формул (52).

Пространственные моды, восстановленные теоретически из ковариации в рамках данного подхода, полностью совпадают с модами Шмидта для амплитуды бифотона при любом параметрическом усилении (хотя форма ковариации меняется с усилением). Аналогичная процедура была реализована в эксперименте, и оказалось, что точность восстановления также достаточно высока [93, 113]. Восстановленные профили для двух превалирующих мод представлены на рис. 10б [93].

Таким образом, ковариации дают возможность теоретически предсказать и экспериментально измерить корреляции фотонов по пространству, а также получить информацию о профилях и весах мод Шмидта.

3.4. Корреляции фотонов по проекции углового момента

Как показано в разделе 3.1 (см. также обсуждение рис. 3), сигнальные и холостые фотоны являются сильно скоррелированными по азимутальному углу и, как следствие, характеризуются противоположными поперечными волновыми векторами. Из разложения (11) следует, что фотоны в сопряжённых модах имеют противоположные значения азимутальных квантовых чисел (топологического заряда) $(+n)$ и $(-n)$, иными словами, существует корреляция фотонов с противоположными проекциями углового момента на ось z для всех азимутальных мод, кроме моды с $n = 0$.

Выделение скоррелированных фотонов в сопряжённых азимутальных модах реализовано экспериментально для многофотонного режима четырёхволнового смешения с помощью подсветки одного из сопряжённых каналов модой Лагерра–Гаусса с конкретной проекцией

углового момента [114]. Если накачка также характеризуется ненулевым ОУМ, то корреляции между фотонами возникают в азимутальных модах с различающимися по модулю проекциями момента, но удовлетворяющими закону сохранения с учётом орбитального момента накачки [114, 115]. Следует отметить, что в такой схеме выделяется только пара сопряжённых мод, в которых имеют место корреляции по числу фотонов и квадратурная запутанность, но сильной пространственной запутанности не достигается.

Сортировка мод по состояниям с различными проекциями орбитального момента реализована в [116] на основе оптических элементов, преобразующих закрученный фазовый фронт пучка в полярной системе координат в поперечный градиент фазы в декартовой системе. Таким образом, удалось провести пространственное разделение 11 состояний с различными орбитальными проекциями момента. Однако в этом случае имеет место частичное перекрытие нулевой моды с соседними модами, что может резко уменьшить корреляции фотонов в сопряжённых модах и увеличить NRF. Поскольку фотоны с нулевым моментом не скоррелированы с фотонами других мод, превалирующее заселение нулевого орбитального канала сильно препятствует корреляциям фотонов по проекции ОУМ, или так называемому азимутальному перепутыванию. Поэтому в многомодовом случае важной задачей является подавление сигнала в нулевом азимутальном канале без внесения дополнительных шумов.

Проблема заключается в том, что даже в случае параметрической генерации сжатого света в нелинейном интерферометре в дальней зоне разные азимутальные моды характеризуются близкими пространственными распределениями [101], в связи с чем крайне затруднена возможность выделения различных азимутальных каналов. Однако, как показано в [117], в ближней зоне различные орбитальные каналы имеют разную пространственную локализацию, т.е. фотоны, соответствующие различным азимутальным модам, рождаются в разных областях кристалла. Причём моды с нулевым орбитальным моментом локализованы преимущественно в центре пучка, а моды с большим орбитальным моментом находятся дальше от центра. Таким образом возникает возможность выделения мод с различными орбитальными

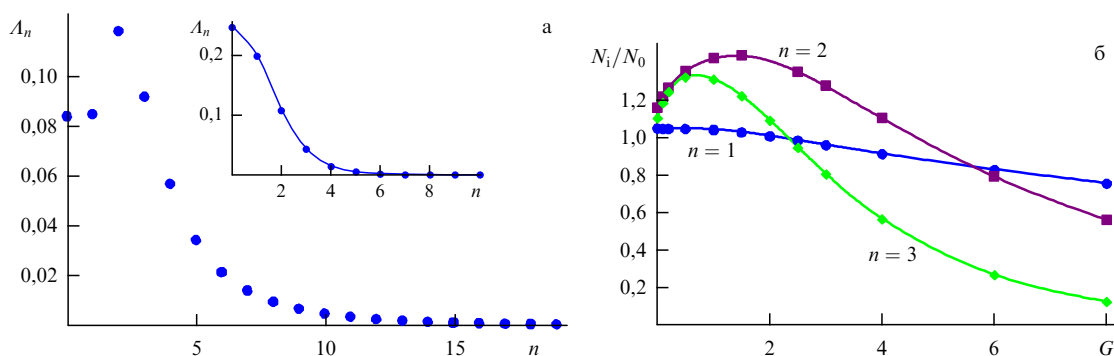


Рис. 11. Подавление нулевой моды и усиление азимутального канала с $n = 2$ с помощью маски диаметром 350 длин волн накачки. (а) Перераспределение весов мод для параметрического усиления с $G = 1,5$, на вставке показано начальное распределение по азимутальным модам. (б) Число фотонов в модах с $n = 1, 2, 3$ по отношению к вкладу нулевой моды в зависимости от коэффициента параметрического усиления G . Параметры интерферометра те же, что и для рис. 5.

моментами. Но из-за частичного перекрытия зон локализации полного разделения каналов достичь всё-таки невозможно. Для подавления нулевого канала можно установить в ближней зоне "маску", блокирующую нулевой канал. Ввиду того что такое воздействие внесёт шумы и частично "испортит" неклассические свойства в других модах, прошедшие моды с ненулевым орбитальным моментом необходимо усилить во втором кристалле. Альтернативным подходом может быть использование диафрагмы в ближней зоне, максимально пропускающей сигнал в нулевой моде, который потом необходимо подавить во второй системе кристаллов за счёт эффекта деструктивной интерференции при изменении относительной фазы на π .

Как оказалось, подавление нулевого канала маской осуществляется лучше. Более того, именно использование маски позволяет, подбирая её размер и параметрическое усиление в первом и втором кристаллах (G_0 и G соответственно), осуществлять, если необходимо, селекцию азимутального канала с определённой проекцией орбитального момента на ось z . Следует отметить, что более эффективного подавления нулевого азимутального канала можно достичь, если каждый из двух нелинейных кристаллов заменить описанным в разделе 3.2 нелинейным интерферометром с фазовым сдвигом $\pi/2$. Тогда в условиях интерференционного "гашения" интенсивности в центре пучка распределение по азимутальным модам малых номеров оказывается более пологим и относительный вклад нулевой моды не слишком превалирует (см. рис. 6). Более того, именно в таком режиме пространственные локализации различных азимутальных каналов максимально различаются.

На рисунке 11 представлен результат подавления нулевой моды и усиления азимутального канала с $n = 2$ с помощью маски. В зависимости от параметрического усиления во втором кристалле G можно получить различное соотношение весов азимутальных мод на выходе. В частности, при $G = 1,5$ сигнал от азимутальной моды с $n = 2$ заметно превалирует. Перераспределение весов азимутальных мод в данном случае представлено на рис. 11а. Существенное изменение доли числа фотонов в модах с $n = 1, 2, 3$ по отношению к нулевой моде в зависимости от коэффициента параметрического усиления, представленное на рис. 11б, свидетельствует о возможности выбора режима превалирования той или иной моды Шмидта посредством варьирования интенсивности накачки. Таким

образом, при описанной схеме в существенно многомодовом режиме удаётся не только подавить сигнал в нулевой моде с сохранением фотонных корреляций, но и изменить относительные веса азимутальных мод.

Важным аспектом процесса рассматриваемой селекции мод является сохранение корреляций фотонов. Для характеристики корреляций в данном случае удобно использовать такую величину, как коэффициент подавления шума NRF (27), пропорциональный дисперсии разности чисел фотонов в сигнальном и холостом пучках. Причём существенный вклад в эту дисперсию вносит число фотонов в нулевой азимутальной моде. Именно поэтому подавление сигнала с $n = 0$ имеет принципиальную важность для сохранения корреляций фотонов. Достижение одновременного выполнения условий оптимальной селекции азимутальных мод и сохранения корреляций фотонов ($\text{NRF} \ll 1$) хотя и трудно, но вполне возможно.

4. Параметрическое рассеяние в сильно невырожденном по частоте режиме

Описанные в разделе 3 эффекты имели место в случае параметрической генерации в вырожденном по частоте режиме. В случае невырожденного режима возникает ряд особенностей. Наиболее интересной и перспективной с точки зрения практических приложений является сильно невырожденная по частоте генерация сжатого света, когда частота сигнальных фотонов лежит в оптической области, а холостые фотоны соответствуют ТГц-диапазону частот. В этом случае частота холостого фотона приближается к частотам фоновых возбуждений и параметрическое рассеяние носит характер рассеяния света на поляритонах [1]. Фактически возникают состояния среды, "одетые" воздействующим полем, и происходит частичное поглощение холостой волны.

Сильно невырожденный по частоте режим параметрического рассеяния наблюдался в кристаллах ниобата лития [118–122]. На основе работы [123] были разработаны экспериментальные методы измерения яркости и калибровки детекторов в ТГц-диапазоне частот [124–126]. Теоретический анализ сильно невырожденного по частоте параметрического рассеяния является трудной задачей, поскольку часто необходимо учитывать поглощение и влияние тепловых шумов для ТГц-канала. Большинство теоретических работ основано на решении уравнений Максвелла для классических полей или нахождении эволюции

операторов рождения/уничтожения фотонов в плоских волнах, поскольку такой подход в ряде случаев позволяет учесть поглощение [127–130]. Однако при пренебрежимо малом поглощении (не очень малых частотах холостых фотонов) для описания оптико-терагерцевого сжатого света можно использовать теоретический подход в формализме мод и операторов Шмидта, аналогичный рассмотренному в разделе 2.2, но обобщённый для случая сильно различающихся частот сигнального и холостого фотонов [131, 132].

4.1. Генерация терагерцевого неклассического излучения в одном кристалле

Проанализируем сильно невырожденный режим генерации и пространственные свойства генерируемого оптико-терагерцевого сжатого света в формализме мод и операторов Шмидта. В случае одного кристалла и гауссовой пространственной формы накачки данный процесс описывается гамильтонианом (4) с амплитудой бифотона, которая может быть приближённо представлена в виде

$$F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = C \exp \left[-\frac{(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2 \sigma^2}{2} \right] \text{sinc} \left(\frac{\Delta k_{\parallel} L}{2} \right) \times \exp \left(-i \frac{\Delta k_{\parallel} L}{2} \right), \quad (53)$$

где $\Delta k_{\parallel}$ — продольная расстройка волновых векторов накачки, сигнального и холостого фотонов, которая может быть вычислена следующим образом:

$$\Delta k_{\parallel} = \sqrt{k_p^2 - (\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2} - \sqrt{k_s^2 - q_s^2} - \sqrt{k_i^2 - q_i^2}. \quad (54)$$

Заметим, что ввиду сильного различия частот сигнального и холостого фотонов в выражении (54) нельзя использовать приближение малости поперечных компонент волновых векторов, приводящее к упрощённому виду продольной расстройки в вырожденном коллинеарном режиме (5), поскольку условие фазового синхронизма соответствует противоположным поперечным волновым векторам сигнального и холостого фотонов:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_s = -\mathbf{q}_i. \quad (55)$$

Условие фазового синхронизма в сильно невырожденном режиме может быть выполнено только для сравнимого с модулем полного волнового вектора ТГц-фотона q , определяемого показателями преломления на оптической и терагерцевой частотах:

$$q = k_i \sqrt{1 - \frac{n_p^2(\omega_p)}{n_i^2(\omega_i)}}. \quad (56)$$

На рисунке 12 приведён модуль амплитуды бифотона, нормированной на максимум. Как видно, разброс по поперечным волновым векторам заметно больше для оптических фотонов. Однако при пересчёте в полярные углы фотонов внутри кристалла,

$$\theta_s = \frac{q}{k_s} \approx \frac{k_i}{k_p} \sqrt{1 - \frac{n_p^2}{n_i^2(\omega_i)}}, \quad (57)$$

$$\sin \theta_i = \frac{q}{k_i} \approx \sqrt{1 - \frac{n_p^2}{n_i^2(\omega_i)}},$$

картина оказывается совершенно иной. Из-за существенного различия частот характерный полярный угол вол-

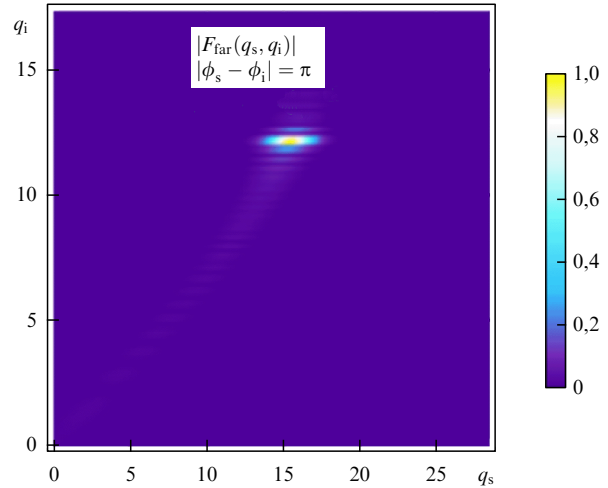


Рис. 12. Модуль амплитуды бифотона, нормированной на максимум, в зависимости от поперечных компонент волновых векторов сигнального (оптического) и холостого (терагерцевого) фотонов в максимуме корреляции по азимутальным углам $\phi_s - \phi_i = \pi$ [131]. $L = 10$ мм, $\sigma = 1$ мм, $\lambda_p = 514,5$ нм, $n_s = 2,33$, $n_i = 5,102 - 0,0473v + 0,05887v^2$, $v = 0,16$ ТГц — частота холостого фотона.

нового вектора оптических фотонов очень мал и излучение идёт практически параллельно накачке, в то время как ТГц-излучение характеризуется углами внутри кристалла порядка 60° с шириной не менее 10° [131, 132]. Такие значения внутренних углов приводят к невозможности выхода ТГц-излучения из кристалла из-за полного внутреннего отражения. Только дополнив кристалл призмой с подобранными формой и показателем преломления, ТГц-излучение всё же можно вывести, однако оно будет иметь большую угловую апертуру, что создаёт большие трудности для детектирования полного ТГц-сигнала. Отмеченные особенности пространственного распределения низкочастотного излучения ТГц-диапазона, генерируемого на разностной частоте, первоначально были проанализированы в случае классических полей в [133].

Для анализа пространственных свойств оптико-терагерцевого сжатого света удобно использовать формализм мод Шмидта. В соответствии с методикой, описанной в разделе 2.2, двухфотонная амплитуда (53) может быть разложена по азимутальным каналам. Вследствие малости частоты излучения и разброса значений поперечных волновых векторов ТГц-фотонов по сравнению с оптическими, а также большой ширины накачки (порядка 1 мм) угловые распределения в различных азимутальных каналах оказываются очень близкими между собой и фактически соответствуют распределению для двухфотонной амплитуды, представленному на рис. 12 [131, 132]. Более того, распределение для каждого ОУМ-канала фактически факторизуется в произведение двух превалярующих радиальных мод для сигнального и холостого каналов, выражения для профилей которых могут быть найдены аналитически:

$$u(q_s) = N_u \sqrt{q_s} \exp \left(-\frac{\Delta q_s^2 \sigma^2}{2} \right) \exp \left(-i \frac{\Delta q_s q L}{\kappa_s} \right), \quad (58)$$

$$v(q_i) = N_v \sqrt{q_i} \text{sinc} \left(\frac{\Delta q_i q L}{\kappa_i} \right) \exp \left(-i \frac{\Delta q_i q L}{\kappa_i} \right),$$

где $\kappa_s = \sqrt{k_s^2 - q_s^2}$, $\kappa_i = \sqrt{k_i^2 - q_i^2}$. Доминирование единственной радиальной моды для каждого из сопряжённых

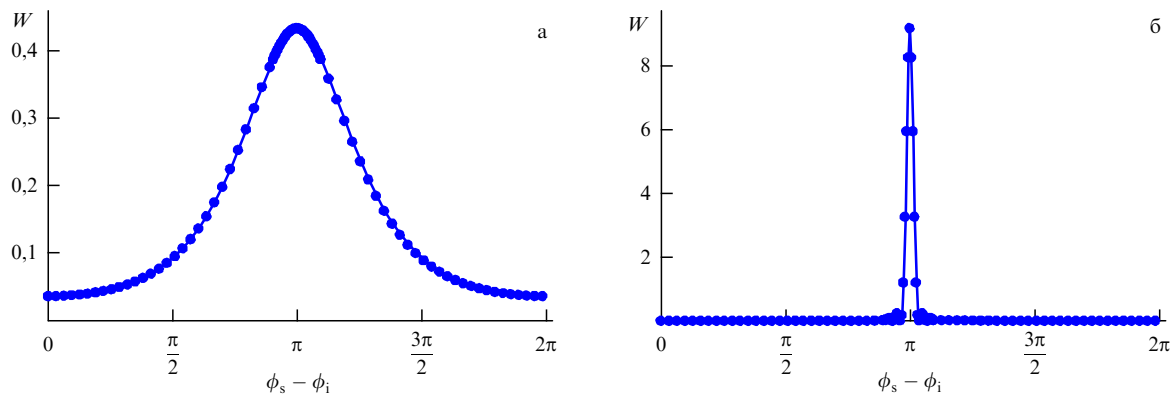


Рис. 13. Корреляция оптического и терагерцевого фотонов по азимутальному углу при частоте ТГц-фотона (а) $\nu = 0,05$ ТГц, (б) $\nu = 0,5$ ТГц [132]. Параметры те же, что и для рис. 12.

пучков естественным образом вытекает из формы приведённого на рис. 12 распределения, демонстрирующего слабое изменение значений при фиксировании одного из аргументов.

Таким образом, эволюция фотонных операторов в модах Шмидта имеет вид, приведённый в разделе 2.2, однако веса и профили мод существенно отличаются от таковых в случае одинаковых частот фотонов.

Наличие единственной радиальной моды означает отсутствие запутанности фотонов по полярному углу, а также невозможность существенно менять угловое распределение интенсивности генерируемого оптического и терагерцевого излучения. Вместе с тем имеется достаточно большое число азимутальных мод, причём существенно зависящее от частоты холостых фотонов. На рисунке 13 приведена зависимость плотности вероятности сигнального и холостого фотонов от разности их азимутальных углов. Видно, что, как и в вырожденном режиме, фотоны максимально скоррелированы при разности углов $\phi_s - \phi_i = \pi$. Однако ширина распределения существенно зависит от частоты холостого фотона и возрастает при уменьшении частоты до значений ниже 1 ТГц. Эффективное число азимутальных мод уменьшается с увеличением ширины распределения. Таким образом, число азимутальных мод растёт с увеличением частоты ТГц-фотонов, и, как следствие, возрастает степень азимутального перепутывания.

Отметим, что в сильно невырожденном режиме параметрического рассеяния сохраняется ряд обсуждавшихся в разделах 2 и 3 важных свойств, выявленных и в случае одинаковых частот фотонов. Речь идёт прежде всего о сильных корреляциях для фотонов с противоположными азимутальными углами и противоположными проекциями ОУМ. Также имеет место двумодовое квадратурное сжатие, оператор разности числа фотонов в сопряжённых каналах является интегралом движения (без учёта поглощения). Однако возникают особенности, обусловленные наличием тепловых шумов в ТГц-моды. Поскольку дисперсия разности чисел фотонов в сопряжённых каналах сохраняется равной её значению на входе в кристалл, теоретическое выражение для коэффициента подавления шума NRF (27) в случае одной преобладающей моды для каждого из сопряжённых каналов можно представить в виде

$$\text{NRF} = \frac{D_{N_s} + D_{N_i}}{N_s + N_i + 2(N_s + N_i + 1) \sinh^2 G}, \quad (59)$$

где $D_{N_s} + D_{N_i}$ — сумма дисперсий числа фотонов сигнальной и холостой мод на входе в кристалл, $N_s + N_i$ — сумма средних чисел фотонов этих мод на входе в кристалл, G — коэффициент параметрического усиления. Если изначально в сигнальной и холостой модах — вакуум, то нулевой числитель в (59) приводит к минимальному теоретическому значению $\text{NRF} = 0$. Однако в случае теплового излучения на входе в кристалл для ТГц-моды возникает ненулевая дисперсия по числу фотонов, что в спонтанном режиме при малом параметрическом усилении может привести к подавлению корреляции интенсивности в модах ввиду малости функции $\sinh G$ в знаменателе (59). Таким образом, возникает теоретическое ограничение на величину NRF снизу, определяемое малостью параметрического усиления и температурой среды.

4.2. Преимущества схемы с нелинейным интерферометром

Как показано в разделе 4.1, пространственное распределение оптико-терагерцевого сжатого вакуума фактически определяется единственной преобладающей для каждого канала радиальной модой. Поэтому особо остро стоит задача разработки методов управления модовым составом для таких полей. Одним из решений является использование нелинейного интерферометра Маха–Цендера, рассмотренного в разделе 3. Наиболее удобной оказывается схема, в которой промежуточный слой обладает линейной дисперсией. При этом оптико-терагерцевые поля, генерируемые в первом кристалле, будут усиливаться или ослабляться во втором кристалле в зависимости от их фазы относительно накачки — возникает пространственный аналог интерференции Рамзея. Эффекты частотно-временной интерференции Рамзея в спонтанном параметрическом рассеянии рассмотрены в [134]. Амплитуда бифотона для схемы с интерферометром в случае невырожденного по частоте режима имеет вид [132]

$$F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = C \exp\left(-\frac{\sigma^2(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2}{2}\right) \text{sinc} \frac{\Delta k_{\parallel} L}{2} \times \\ \times \cos\left(\frac{\Delta k_{\parallel} L + \Delta k_{\text{d}\parallel} d}{2}\right) \exp\left[-i\left(\Delta k_{\parallel} L + \frac{\Delta k_{\text{d}\parallel} d}{2}\right)\right], \quad (60)$$

где $\Delta k_{\parallel} = k_{\text{pe}} - (k_{\text{se}}^2 - q_s^2)^{1/2} - (k_{\text{ie}}^2 - q_i^2)^{1/2}$, $\Delta k_{\text{d}\parallel} = k_{\text{po}} - (k_{\text{so}}^2 - q_s^2)^{1/2} - (k_{\text{io}}^2 - q_i^2)^{1/2}$ — продольные расстройки

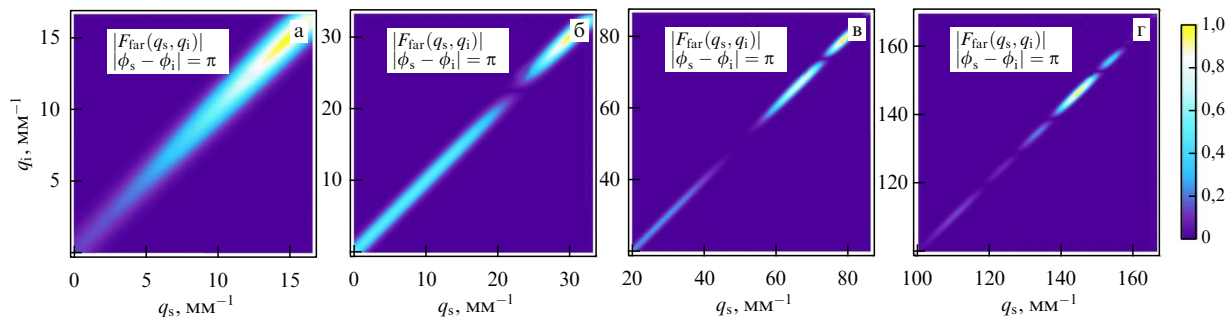


Рис. 14. Абсолютное значение амплитуды бифотона (60) в зависимости от поперечных волновых векторов сигнального и холостого фотонов в условии максимальной корреляции по азимутальному углу: (а) $\omega_i = 10^{12} \text{ c}^{-1}$, (б) $\omega_i = 2 \times 10^{12} \text{ c}^{-1}$, (в) $\omega_i = 5 \times 10^{12} \text{ c}^{-1}$, (г) $\omega_i = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ [132]. Длина волны накачки $\lambda_p = 514,5 \text{ нм}$, длина кристалла $L = 0,235 \text{ мм}$, толщина промежуточного слоя $d = 0,085 \text{ мм}$.

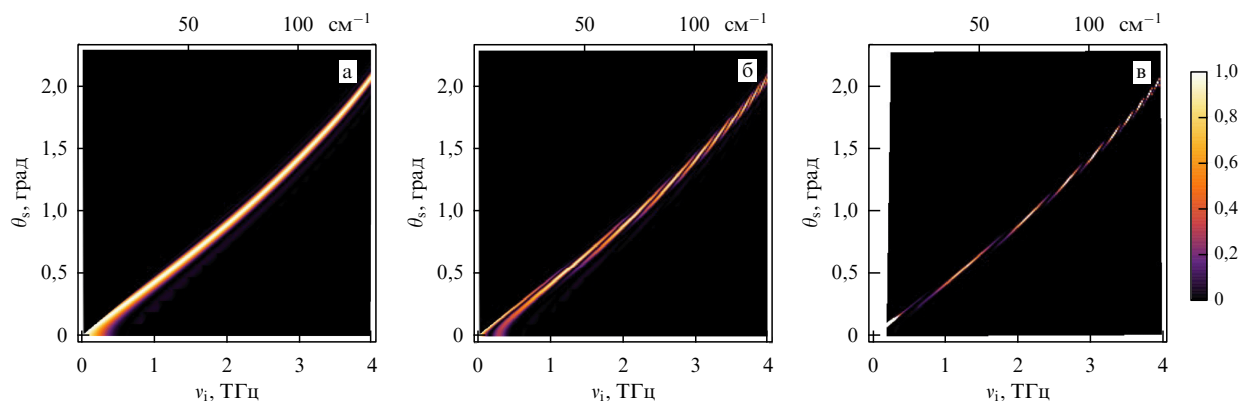


Рис. 15. Частотно-угловой спектр, рассчитанный для одного кристалла (а), для схемы с интерферометром в режимах (б) низкого, $G = 0,1$ и (в) высокого, $G = 5$, параметрического усиления. Длина кристалла $L = 0,235 \text{ мм}$, толщина промежуточного слоя $d = 0,085 \text{ мм}$.

волновых векторов накачки, оптического и терагерцевого фотонов в кристалле и в среде соответственно с учётом соотношения $k = n\omega/c$, L — длина каждого из кристаллов, d — расстояние между ними, индексы e и o отмечают необыкновенный и обыкновенный лучи в кристалле и промежуточном слое. Отметим, что выражение (60) аналогично (45), но является более общим, поскольку для вычисления продольных расстройек не привлекались приближения. Эффекты интерференции приводят к появлению максимумов и минимумов на распределении холостых и сигнальных фотонов по поперечным волновым векторам (рис. 14). Их положение и количество определяются фазовыми набегам и дисперсией в среде, зависящими от частоты ТГц-фотонов, и задаются условием: $\Delta k_{||}L + \Delta k_{d||}d \approx 2\pi m$.

Как следствие, изменяются веса и профили мод Шмидта. Помимо азимутальных мод появляется набор "радиальных" мод, существенно увеличивающих степень пространственной запутанности оптических и терагерцевых фотонов. Частотно-угловой спектр для схемы с интерферометром существенно отличается от такового в случае одного кристалла (рис. 15). Для параметров, близких к условиям эксперимента [132], в режиме слабого усиления на распределении фотонов по поперечным волновым векторам, определяемом в этих условиях квадратом модуля амплитуды бифотона, возникают либо один главный максимум, либо два побочных (рис. 14б). В результате частотно-угловой спектр принимает вид, приведённый на рис. 15б.

Совсем другая картина реализуется при высоких значениях коэффициента параметрического преобразования УФН, т. 193, № 4

ния. Благодаря нелинейному усилению одиночные главные максимумы начинают превалировать и на частотно-угловом спектре на месте двойных максимумов возникают "провалы". Таким образом, имеют место испускание ТГц-фотонов преимущественно на определённых частотах и их интерференционное гашение на частотах, соответствующих минимумам (рис. 15в).

На обнаруженные интерференционные эффекты существенно влияет дисперсия ТГц-излучения в промежуточном слое. Этот факт может быть использован для прецизионного измерения неизвестных дисперсионных свойств различных сред в ТГц-области частот по измерениям частотно-углового спектра в оптическом диапазоне, что представляет собой важную и нужную задачу. Преимуществом такого подхода является то, что, хотя измерения проводятся в оптическом канале, благодаря корреляциям фотонов будет получена информация о свойствах среды в ТГц-диапазоне частот. Вначале данная идея была проработана теоретически и реализована экспериментально для частот холостых фотонов инфракрасного (ИК) диапазона [135]. Позднее тот же метод был применён для ИК-спектроскопии молекул, реализуемой в результате измерений в оптическом диапазоне на основе корреляций фотонов в сопряжённых модах [136].

В работе [132] проведены теоретические расчёты и экспериментальные измерения в ТГц-диапазоне частот показателя преломления среды, создающей промежуточный слой интерферометра. Исходя из интерференционного характера выражения для амплитуды бифотона (60) получена оценка точности определения показателя пре-

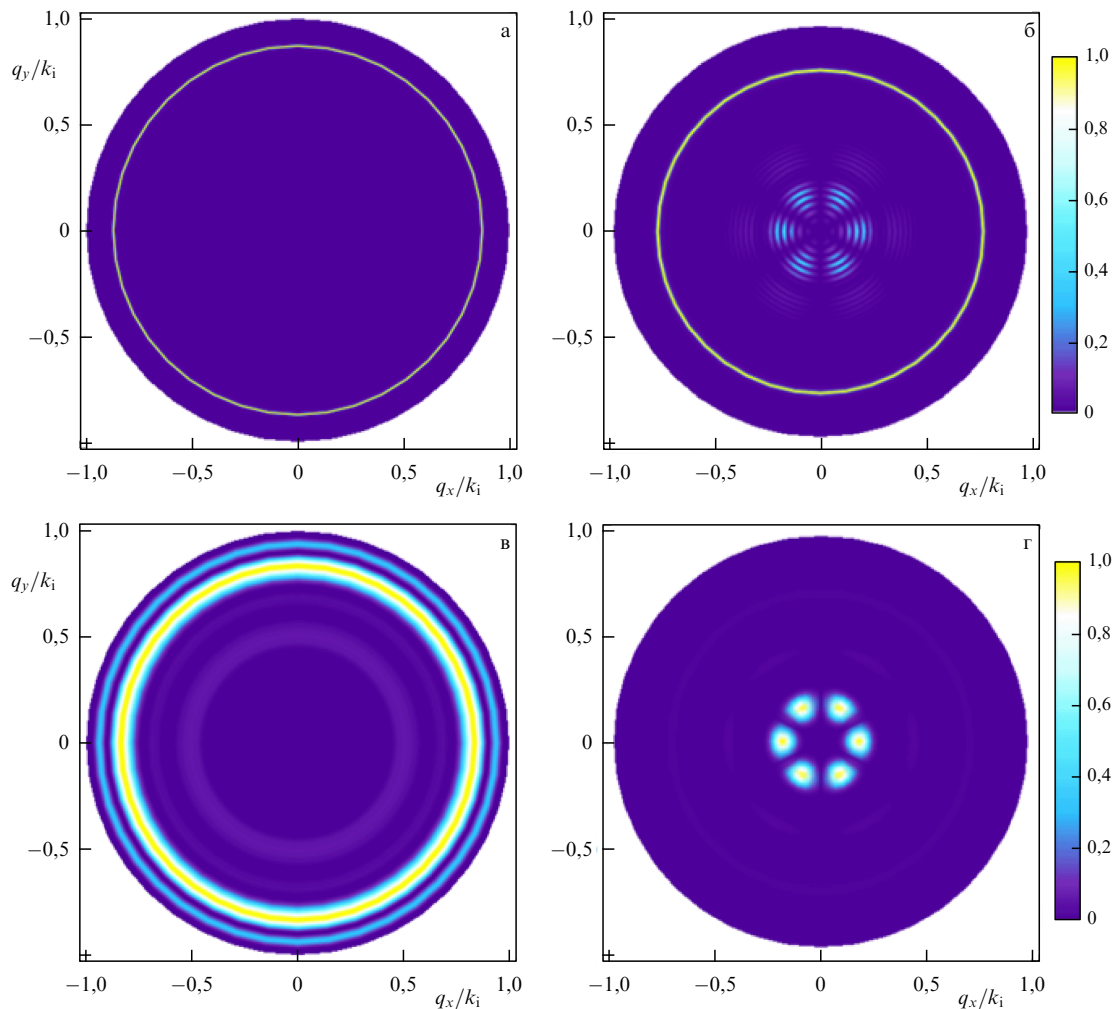


Рис. 16. Распределение ТГц-фотонов в зависимости от компонент поперечного волнового вектора: в одиночном кристалле ($L = 5$ мм) (а, б) и в интерферометре из двух кристаллов ($L = 0,25$ мм, $d = 0,087$ мм) (в, г) без подсветки на рис. а, в и с подсветкой оптического канала модами Лагерра – Гаусса с $n = \pm 3$ на рис. б, г. Коэффициент параметрического усиления $G = 1$.

ломления, которая оказывается не хуже чем

$$\Delta n = \frac{\pi c}{2\omega_i d}. \quad (61)$$

В действительности при значениях параметров $d = 2,5$ мм, $\nu_i = 1,5$ ТГц удастся достичь точности $\Delta n \sim 0,05$. Большие толщины промежуточного слоя оказываются критичными с точки зрения увеличения поглощения ТГц-излучения. Значительное уменьшение толщины измеряемой среды существенно снижает точность измерения. В эксперименте [132] использовался промежуточный слой толщиной порядка 0,1 мм, поэтому точность измерения показателя преломления не превышала 0,2. Тем не менее проведённый эксперимент впервые продемонстрировал возможность такого измерения в ТГц-диапазоне частот.

Ещё одним преимуществом схемы с интерферометром является возможность варьировать модовый состав, а затем усиливать определённую моду Шмидта и таким образом управлять пространственным распределением выходного сжатого света. Возможность такого управления оказывается особенно важной для ТГц-излучения, поскольку для его корректной регистрации необходимо осуществлять генерацию в более узком угловом диа-

пазоне, что можно реализовать усилением определённой ТГц-моды с более узким угловым распределением. Наиболее удобно это осуществить с помощью подсветки сопряжённой оптической моды, например, интенсивным когерентным светом. Выбирая пространственный профиль оптической подсветки так, чтобы обеспечить заметное перекрытие с наиболее узко локализованной по полярным углам модой, можно существенно усилить сигнал и в сопряжённой ТГц-моды. Однако в случае одного кристалла большой длины это сделать затруднительно, поскольку, как показано выше, в сильно невырожденном по частоте режиме для одного кристалла эффективный вклад вносит только одна радиальная мода, определяющая распределение выходящих фотонов по полярному углу, а вклад остальных мод пренебрежимо мал. В случае интерферометра имеется больше радиальных мод с различной локализацией по полярному углу.

На рисунке 16 представлены пространственные распределения фотонов в ТГц-моды в случае кристалла большой длины и в схеме с интерферометром без учёта и с учётом подсветки оптического канала когерентным светом, приготовленным в суперпозиции пространственных мод Лагерра – Гаусса с азимутальными квантовыми числами $n = \pm 3$. Видно, что для одного кристалла рас-

пределение интенсивности ТГц-излучения преимущественно характеризуется внутренними полярными углами (57) в интервале $50-60^\circ$. Даже при подсветке не удастся эффективно уменьшить большие значения полярных углов волновых векторов ТГц-фотонов и доля фотонов с малыми поперечными волновыми векторами оказывается пренебрежимо малой (рис. 166). В случае интерферометра благодаря более богатому модовому составу имеются достаточно узкие моды оптического канала, хорошо перекрывающиеся с подсветкой. За счёт большой интенсивности подсветки их удастся усилить. Как следствие, ТГц-излучение также усиливается преимущественно в пространственной моде, сопряжённой с "подсвечиваемой" оптической пространственной модой. На рисунке 16г хорошо видно сужение углового распределения ТГц-излучения, усиленного подсветкой в оптическом канале. При этом можно получить для ТГц-моды характерные значения внутренних полярных углов порядка 12° [132]. Характерная "лепестковая" структура пространственного распределения ТГц-фотонов, обусловленная суперпозицией азимутальных мод с квантовыми числами $n = \pm 3$, демонстрирует возможность варьировать пространственный профиль интенсивности на выходе за счёт усиления определённых азимутальных мод.

Следует отметить, что в данном случае необходима локализация оптической моды подсветки в интервале полярных углов порядка $\theta \approx 0,01^\circ$, представляющая собой непростую задачу. Однако такой метод даёт возможность выделить одну или несколько узких по углу мод Шмидта с малыми весами и локализовать ТГц-излучение в малых полярных углах без потери корреляций с оптическими фотонами в сигнальном пучке.

Хотя подсветка одного из каналов меняет фотонную статистику генерируемого сжатого оптико-терагерцевого поля, корреляции по числу фотонов можно сохранить. В этих условиях фактор подавления шума NRF, который теоретически можно найти из (59), для подсветки в когерентном состоянии при достаточно высоком параметрическом усилении может быть существенно меньшим единицы.

4.3. Взаимовлияние процессов генерации разностной и суммарной частоты

Ещё одной особенностью параметрического рассеяния в невырожденном режиме является тот факт, что наряду с преобразованием частоты вниз возможно преобразование частоты вверх. Этот процесс заключается в том, что в среде с квадратичной нелинейностью фотон накачки и ТГц-фотон рожают фотон суммарной частоты. Такой процесс можно интерпретировать как генерацию суммарной частоты. В свою очередь при параметрическом рассеянии генерируются оптические фотоны разностной частоты, отличающиеся от фотона накачки по энергии на квант ТГц-излучения. Заметим, что генерации суммарной частоты не происходит при отсутствии ТГц-фотонов, однако они могут быть получены в ходе преобразования частоты вниз. Поскольку ТГц-фотоны участвуют в обоих процессах, корректно рассматривать генерацию разностной и суммарной частоты в едином подходе, а не по отдельности. Двойной синхронизм для обоих процессов наблюдается достаточно редко, однако генерация имеет место и в отсутствие синхронизма для одного из них [1]. Детальный анализ эффективности каскадного гиперпараметрического рассеяния в зависимо-

сти от условий фазового синхронизма каждого из процессов, проведённый в [137], показал, что для параметрического усиления необходимо выполнение условий фазового синхронизма именно для каскадного процесса в целом, а не для каждого из процессов в отдельности. Возможность одновременно реализовать оба отмеченных нелинейно-оптических процесса в кристалле с периодической нелинейной неоднородностью ранее была продемонстрирована в работах [138, 139]. Взаимовлияние процессов генерации суммарной и разностной частот в сильно невырожденном по частоте режиме в рамках формализма мод Шмидта исследовано в [131]. Поскольку моды Шмидта ТГц-излучения одинаковы в случае генерации разностной и суммарной частоты, ТГц-излучение можно характеризовать одними и теми же операторами в модах Шмидта в обоих процессах. Гамильтониан, описывающий одновременно генерацию разностной и суммарной частоты, имеет вид [131]

$$H = i\hbar\Gamma_1 \sum_{n,p} \sqrt{\lambda_{n,p}} (D_{n,p}^\dagger B_{n,p}^\dagger - D_{n,p} B_{n,p}) + i\hbar\Gamma_2 \sum_{n,p} (-1)^n \sqrt{\lambda_{n,p}} (A_{n,p}^\dagger B_{n,p} - A_{n,p} B_{n,p}^\dagger), \quad (62)$$

где операторы $D_{n,p}$ характеризуют моды разностной оптической частоты, называемые стоксовой компонентой, операторы $A_{n,p}$ соответствуют антистоксовой компоненте суммарной частоты, $B_{n,p}$ описывают моды ТГц-излучения. Заметим, что в слагаемом, характеризующем генерацию суммарной частоты, возникает дополнительный фазовый фактор $(-1)^n$, отражающий тот факт, что рождающийся антистоксов оптический фотон характеризуется таким же азимутальным углом, как и участвующий в преобразовании ТГц-фотон.

В рамках подхода, аналогичного описанному в разделе 2.2, была найдена эволюция всех операторов рождения фотонов в модах Шмидта, входящих в гамильтониан (62), и получены выражения для средних чисел фотонов в каждом из пучков. Оказалось, что даже в случае вакуумного состояния для всех мод на входе в кристалл среднее число фотонов на выходе из кристалла для антистоксовой компоненты не равняется нулю, а зависит от соотношения квадратичных нелинейностей для процессов преобразования частоты вниз и вверх. Важно отметить, что в режиме большого параметрического усиления оба процесса происходят не последовательно, а одновременно, существенно увеличивая тем самым эффективность генерации суммарной частоты.

В [131] получен также отражающий отмеченное взаимовлияние процессов интеграл движения, выражающийся в следующем соотношении операторов чисел фотонов для антистоксова ($\hat{N}_{AS}$), терагерцевого ($\hat{N}_i$) и стоксова ($\hat{N}_S$) пучков, сохраняющемся в процессе эволюции:

$$\hat{N}_{AS} + \hat{N}_i - \hat{N}_S = \hat{N}_{AS}^{\text{in}} + \hat{N}_i^{\text{in}} - \hat{N}_S^{\text{in}}. \quad (63)$$

На основе интеграла движения (63) получено важное соотношение для дисперсии чисел фотонов стоксова, антистоксова и терагерцевого пучков, справедливое в случае вакуумных начальных состояний всех генерируемых мод:

$$D_{N_{AS}-N_S} = D_{N_i}. \quad (64)$$

Полученный результат означает возникновение корреляций по числу фотонов между стоксовыми и антистоксо-

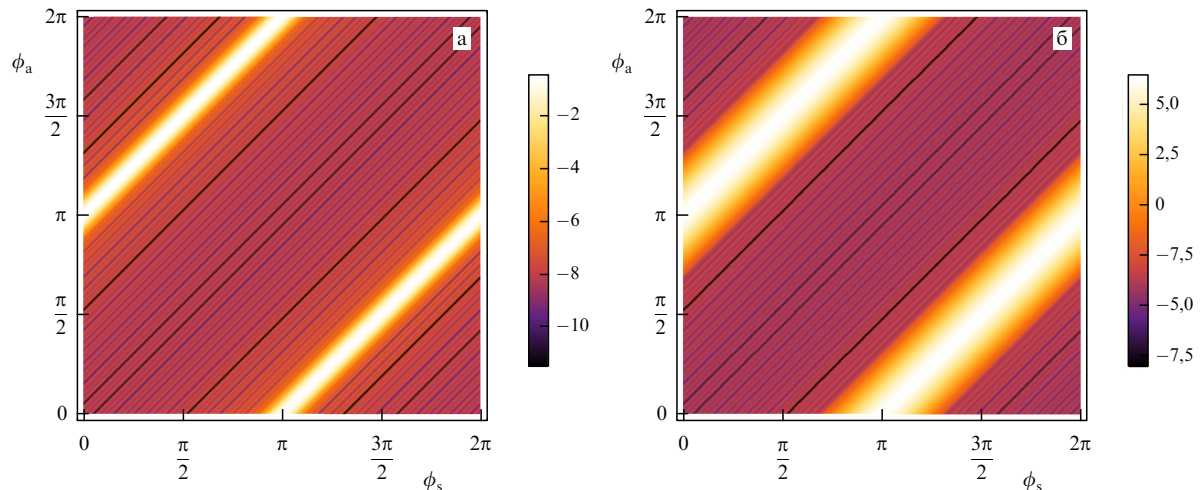


Рис. 17. Ковариация (65) в зависимости от азимутальных углов стоксовых и антистоксовых фотонов в случае (а) низкого, $G = 0,1$, и (б) высокого, $G = 5$, параметрического усиления [131]. Параметры те же, что и для рис. 12.

выми пучками и даёт возможность исследовать статистику фотонов ТГц-излучения, основываясь на измерениях только оптических стоксовых и антистоксовых сигналов. Также можно получить информацию о корреляциях терагерцевых и стоксовых фотонов, анализируя статистику антистоксовых. Такие методы имеют важное значение, поскольку прямое детектирование ТГц-сигналов затруднительно.

Стоксовы и антистоксовы компоненты могут быть скоррелированными не только по числу фотонов, но и по азимутальным углам. В случае одной преобладающей радиальной моды ковариация стоксовых и антистоксовых фотонов по азимутальным углам найдена в виде [131]

$$\text{cov}(S, AS) \sim \left| \sum_n \lambda_n G^2 (\lambda_n G^2 + 1) \exp[i n (\phi_s - (\pi + \phi_a))] \right|^2. \quad (65)$$

Из выражения (65) следует, что имеется сильная азимутальная запутанность стоксовых и антистоксовых фотонов, которые испускаются преимущественно с противоположными поперечными компонентами волновых векторов. Рисунок 17 показывает распределение ковариации (65) по азимутальным углам стоксовых и антистоксовых фотонов и максимум их корреляции при $\phi_s - \phi_a = \pi$.

Таким образом, в результате взаимовлияния процессов преобразования частоты вверх и вниз возникают корреляции в оптических стоксовых и антистоксовых пучках как по числу, так и по азимутальному углу фотонов. Возникающие корреляции, которые могут быть легко измерены, позволяют извлечь информацию о свойствах неклассического света в ТГц-моде.

5. Эффекты анизотропии

Влияние анизотропии нелинейной среды на параметрическую генерацию приводит к так называемому пространственному сносу. Эффект пространственного (поперечного) сноса обусловлен тем, что в общем случае для необыкновенно поляризованной накачки вектор Умова – Пойнтинга, отвечающий распространению энергии, и волновой вектор имеют разные направления внутри кристалла вследствие двулучепреломления. Эффект про-

странственного сноса, оказывающийся существенным в случае узкой накачки и длинных кристаллов, обычно является паразитным. Для его устранения используют компенсационную схему, включающую в себя два нелинейных кристалла с оптическими осями, находящимися в одной плоскости, но под симметричными углами к направлению распространения накачки, что позволяет на удвоенной длине кристалла избежать эффекта пространственного сноса. Аналогичная схема без компенсации, но с той же длиной нелинейной среды представляет собой просто два последовательно расположенных кристалла с параллельными друг другу оптическими осями (рис. 18а, б). При этом амплитуда бифотона имеет разный вид для случая компенсированной и некомпенсированной анизотропии [79, 80]. Более того, эффекты анизотропии по-разному проявляются в случаях малого и большого параметрического усиления.

В работе [81] эффекты анизотропии проанализированы в формализме мод Шмидта и на основе анализа профилей и весов мод Шмидта получены выходные угловые распределения сжатого вакуума в коллинеарном вырожденном режиме параметрического рассеяния (см. рис. 18). Как видно из рис. 18в, при низком коэффициенте параметрического усиления и одинаковой ориентации оптических осей в кристаллах эффект пространственного сноса приводит к сильной асимметрии углового распределения генерируемого сжатого света: излучение преимущественно усиливается в направлении сноса. При этом на углах, симметричных относительно направления сноса, возникает интерференционная структура, обусловленная эффектом наведённой когерентности [80, 81, 140]. Данный эффект может быть объяснён следующим образом. Усиление сигнального пучка происходит в одном и том же направлении в каждой точке, вдоль направления вектора Умова – Пойнтинга накачки. Вследствие корреляции пучков-близнецов по числу фотонов холостое излучение также усиливается, но в симметричном направлении согласно условию фазового синхронизма. Однако оно генерируется в различных, хотя и коллинеарных направлениях в каждой точке по мере распространения излучения в кристалле. Таким образом, суммарное поле в холостом канале характеризуется интерференционной структурой. В то же время компенсация

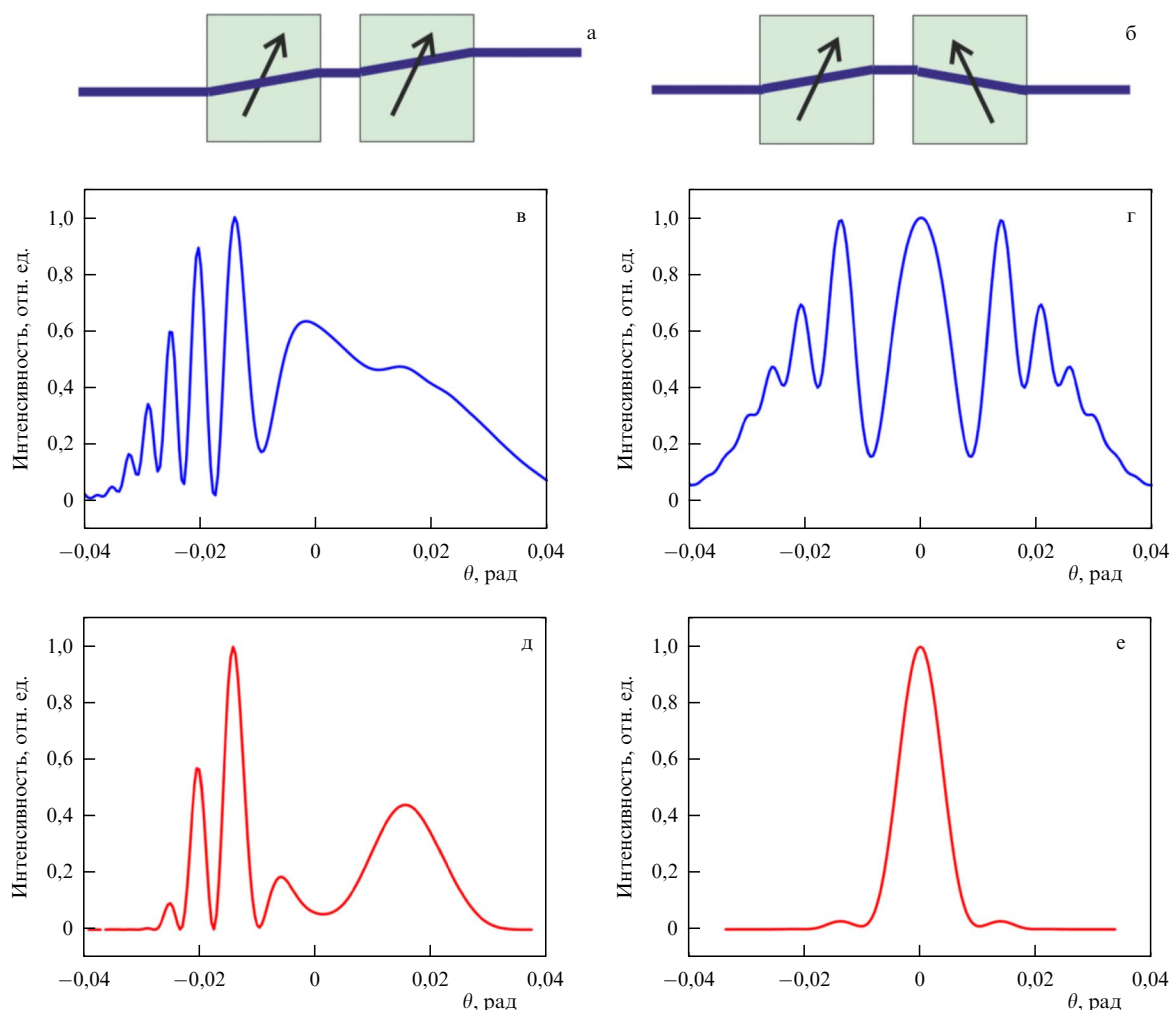


Рис. 18. Конфигурации кристаллов без компенсации (а) и с компенсацией (б) анизотропии. Угловые распределения интенсивности параметрического рассеяния в коллинеарном вырожденном режиме для этих конфигураций (в, д) и (г, е) соответственно, рассчитанные для двух значений коэффициента параметрического усиления: на рис. в, г $G = 10^{-4}$, на рис. д, е $G = 10$ [81]. Длина кристаллов $L = 3$ мм, параметры накачки: $\lambda_p = 355$ нм, FWHM = 170 мкм.

анизотропии позволяет получить угловое распределение сжатого света, симметричное относительно направления коллинеарного вылета фотонов (рис. 18г).

При высоком значении коэффициента параметрического усиления картина меняется, и в случае некомпенсированной анизотропии в режиме коллинеарного вырожденного синхронизма возникают два более узких пика: вдоль направления вектора Умова–Пойнтинга накачки и в симметричном ему направлении — за счёт выполнения условия фазового синхронизма (рис. 18д). Причём при изменении ориентации кристалла условие усиления излучения в двух указанных сопряжённых направлениях оказывается выполненным для различных частот сигнального и холостого пучков. Таким образом, в результате эффекта анизотропии становится возможной генерация двухцветного сжатого вакуума — высокоинтенсивных скоррелированных пучков-близнецов на сопряжённых частотах [81, 141].

На основе эффекта анизотропии в [141] были экспериментально обнаружены и объяснены теоретически сильное изменение углового распределения генерируемого сжатого вакуума и разгорание двух ярких симметричных пиков, появляющихся при регистрации на фиксированной длине волны параметрического излучения при

изменении ориентации кристалла относительно оптической оси.

Теоретически рассчитанные одномерные угловые профили интенсивности параметрического излучения, полученные на фиксированной длине волны 710 нм при различных ориентациях кристалла (рис. 19а), с высокой точностью совпали с измеренными [141]. По мере отстройки кристалла от режима коллинеарного синхронизма пик в центре расщепляется на два пика, интенсивность которых увеличивается в несколько раз при увеличении угла поворота кристалла. При угле поворота в $34,9^\circ$ условие фазового синхронизма для вырожденной длины волны выполняется при угле сноса, поэтому при такой ориентации кристалла интенсивность пиков достигает максимального значения — возрастает по сравнению с интенсивностью пиков в режиме коллинеарного синхронизма на два-три порядка. Экспериментально полученное распределение интенсивности, соответствующее вырождению кольцевой структуры в два симметричных высокоинтенсивных пика в случае гигантского усиления, представлено на рис. 19б. При дальнейшем увеличении угла поворота кристалла относительно оптической оси интенсивность пиков начинает снижаться. Таким образом, излучение максимальной интенсивности в кристалле гене-

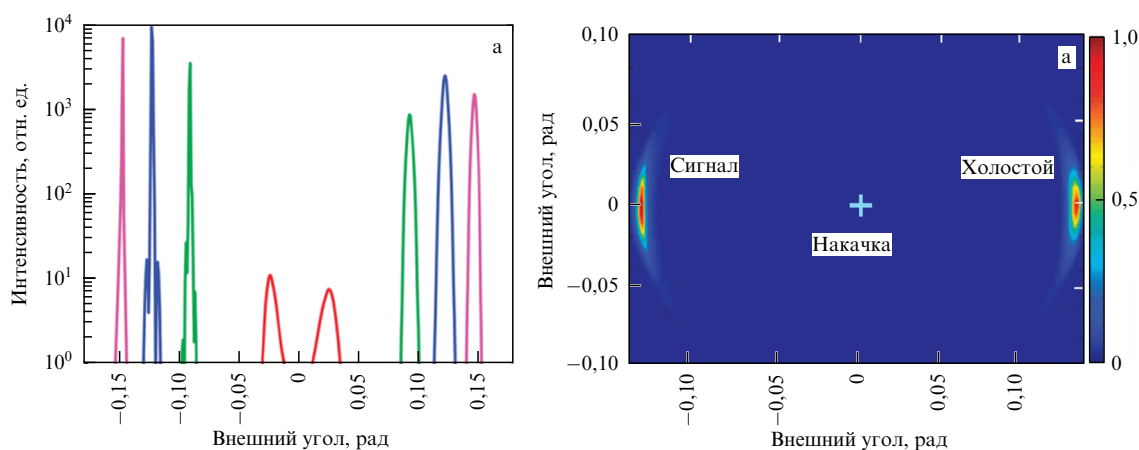


Рис. 19. (а) Теоретические одномерные угловые профили интенсивности параметрического излучения для фиксированной длины волны 710 нм при различных углах между волновым вектором накачки и оптической осью кристалла: 33° (красный), 34° (зелёный), 34,9° (синий), 36° (фиолетовый). (б) Измеренное распределение интенсивности, соответствующее формированию симметричных высокоинтенсивных пиков в случае гигантского усиления. $L = 5$ мм, $\lambda_p = 350$ нм [141].

рируется при выполнении условия фазового синхронизма для данной длины волны на угле сноса. При этом оказывается возможным осуществлять поворотом кристалла выбор длины волны, на которой сжатый свет будет максимально усилен. С точки зрения мод Шмидта описанная ситуация связана с изменением весов и профилей мод: распределение весов Шмидта для угла сноса является более резким, а профили мод существенно сужаются, что приводит к резкому увеличению интенсивности сигнала для такой ориентации кристалла в режиме высокого коэффициента параметрического усиления. Как следствие, за счёт эффектов анизотропии возникает гигантское усиление сигнала параметрического рассеяния на несколько порядков, наблюдающееся на определённой частоте в направлении "сноса".

6. Управление спектральными свойствами яркого сжатого вакуума

Спектральные свойства сжатого света, получаемого в процессе параметрического рассеяния, по ряду аспектов сходны с особенностями, присущими пространственному случаю. В первую очередь необходимо отметить корреляции сигнальных и холостых фотонов по частоте. В зависимости от типа синхронизма реализуется вырожденный или невырожденный по частоте режим параметрического рассеяния, в котором возникают корреляции между фотонами одинаковых или сопряжённых частот (дающих в сумме частоту накачки) соответствующим.

Особенности спектрального распределения бифотонов, получаемых в спонтанном режиме параметрического рассеяния, исследованы в работах [142–144]. Результаты экспериментального определения спектра яркого сжатого вакуума и измерения корреляций по числу фотонов описаны в работе [145], где были измерены авто- и кросс-корреляции интенсивностей в зависимости от длины волны сигнального и холостого фотонов, а также зарегистрированы сильные корреляции пучков-близнецов по числу фотонов на сопряжённых длинах волн с фактором подавления шума разностного сигнала $\text{NRF} \ll 1$.

Теоретический анализ спектральных характеристик сжатого вакуума обычно основывается либо на исполь-

зовании теории возмущений, либо на введении широкополосных мод, аналогичных модам Шмидта [71–73, 94].

Описанный в разделе 2.3 подход, также основанный на нахождении широкополосных частотных мод Шмидта и введении в них операторов рождения/уничтожения фотонов, был применён для анализа спектральных свойств сжатого вакуума в [86, 110]. Найденная эволюция этих операторов в представлении Гейзенберга позволяет рассчитывать все необходимые характеристики сжатого света, если известны профили мод Шмидта. Так же как и в пространственном случае, для управления спектральными свойствами многофотонного сжатого вакуума наиболее перспективно использовать схему с нелинейным интерферометром.

В работах [86, 110] анализировалась генерация яркого сжатого вакуума в схеме с нелинейным интерферометром Маха – Цендера, состоящим из двух последовательных нелинейных кристаллов, разделённых средой с сильной дисперсией групповых скоростей. В качестве диспергирующей среды использовалось стекло SF_6 . В такой конфигурации излучение, полученное в процессе параметрического рассеяния в первом кристалле, может быть усилено или ослаблено во втором, в зависимости от фазовых соотношений между накачкой и сигнальными и холостыми полями. При распространении по среде с сильной дисперсией генерируемый в первом кристалле импульс параметрического рассеяния расплывается во времени и становится chirпированным в связи с различием скоростей распространения разных спектральных компонент сжатого вакуума в среде с дисперсией групповых скоростей [86, 110]. Chirпирование временного импульса сжатого вакуума, а также задержка импульса накачки в диспергирующей среде приводят к тому, что одновременно с накачкой во втором кристалле оказывается нелинейный сигнал только определённого спектрального интервала, поэтому усиление во втором кристалле оказывается возможным для сжатого света только определённого интервала частот [86, 110]. Следовательно, изменяя время задержки импульса накачки, можно селективно усиливать или ослаблять определённые спектральные компоненты и тем самым варьировать спектральный состав сжатого света.

Как установлено при анализе относительного фазового набег, приобретаемого накачкой, сигнальным и

холостым пучками в первом кристалле и в диспергирующей среде, условие равенства нулю производной этой фазы по частоте определяет спектральный интервал, в котором нелинейный сигнал, перекрывающийся с импульсом накачки во втором кристалле, может быть усилен, а сама величина фазы отвечает за условие конструктивной или деструктивной интерференции. Таким образом, если условие усиления реализуется на вырожденной частоте, то в спектре наблюдается один центральный пик, достаточно широкий и изрезанный в случае малого параметрического усиления. Если условие усиления выполняется для невырожденной спектральной компоненты, то в спектре возникают два пика, причём второй пик центрирован на сопряжённой частоте и исходя из теоретического анализа он должен характеризоваться сильной интерференционной изрезанностью. Возникновение второго пика на сопряжённой частоте является прямым следствием корреляций фотонов в сопряжённых пучках-близнецах, а частые осцилляции, во многом аналогичные описанным в разделе 5, обусловлены эффектом наведённой когерентности.

Все вышеотмеченные эффекты непосредственно вытекают из анализа, проведённого в рамках мод Шмидта и фотонных операторов в этих модах. Важно, что профили мод и распределения их весов существенно зависят от вышеупомянутого фазового набёга между накачкой и сигнальным и холостым пучками. Причём как для сигнального, так и для холостого каналов нулевая преобладающая мода изменяет свою структуру от однопиковой в случае усиления на вырожденной частоте до асимметричной двухпиковой в невырожденном режиме. В вырожденном режиме с увеличением коэффициента параметрического усиления распределение весов мод сильно сужается и начинает доминировать нулевая мода, так что в пределе большого усиления только её вклад оказывается существенным и фактически выделяется одна частотная мода. Более того, в режиме большого усиления ширина профиля этой моды становится очень малой. Как следствие, частотный спектр генерируемого сжатого вакуума представляет собой очень узкий пик, усиленный на несколько порядков по сравнению со спектром в спонтанном режиме при малом усилении.

На рисунке 20 представлена нормированная спектральная интенсивность сжатого вакуума, рассчитанная в формализме мод Шмидта в случае усиления вырожденных спектральных компонент в нелинейном интерферометре для малого и большого параметрического усиления [86]. Видно, что при большом усилении формируется очень узкий спектр — происходит усиление на несколько порядков (которое не отображается на рисунке из-за нормирования функции на единицу по высоте). Как показал анализ корреляционной функции второго порядка $g^{(2)}$, её величина для $G = 13$ оказывается близкой к 3, что означает выделение одной частотной моды и генерацию одномодового сжатого вакуума [86].

Отметим, что описанные эффекты, полученные теоретически в рамках формализма мод Шмидта, непосредственно зарегистрированы экспериментально при малом [146] и большом [110] параметрическом усилении. В случае, когда условие фазового синхронизма соответствует невырожденной частоте, при больших значениях коэффициента параметрического преобразования в спектре яркого сжатого вакуума остаются два пика, центрированные на сопряжённых частотах, узкие и усиленные на

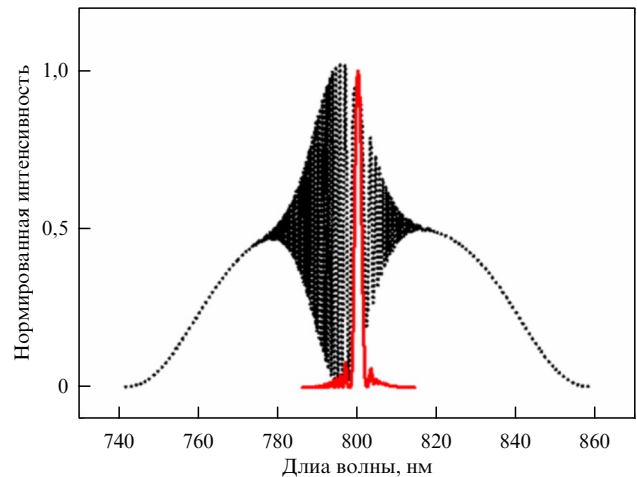


Рис. 20. Спектральная интенсивность сжатого вакуума, рассчитанная в формализме мод Шмидта в случае усиления вырожденных спектральных компонент в нелинейном интерферометре при коэффициенте параметрического преобразования $G = 1$ (чёрные точки) и $G = 13$ (красная сплошная кривая) [86]. Длина кристаллов $L = 3$ мм; среда: $d = 36$ см, стекло SF₆; $\lambda_s = 800$ нм, $\lambda_p = 400$ нм.

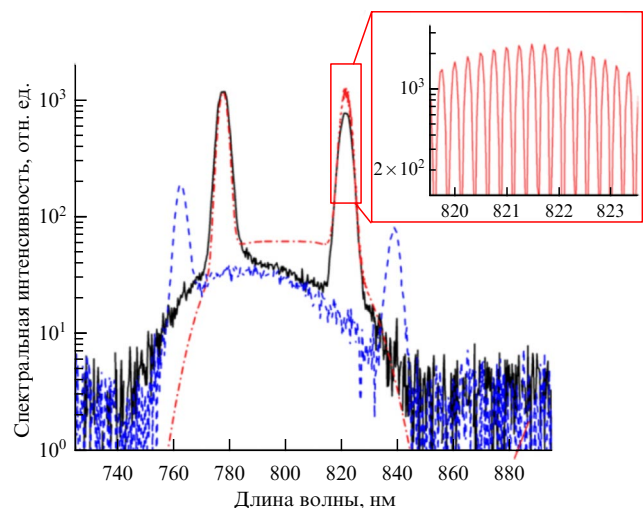


Рис. 21. Спектральная интенсивность сжатого вакуума, генерируемого в нелинейном интерферометре Маха–Цендера при увеличении оптического пути накачки по сравнению с таковым в вырожденной по частоте конфигурации на 1,2 мм (чёрная сплошная кривая), на 2,4 мм (синяя штриховая кривая), а также результаты расчёта в формализме мод Шмидта для случая увеличения оптического пути накачки на 1,2 мм (красная штрихпунктирная кривая) при значении коэффициента параметрического преобразования $G = 7$ [110]. На вставке — рассчитанная теоретически интерференционная структура сопряжённого пика. Длина кристаллов $L = 3$ мм, параметры накачки $\lambda_p = 400$ нм, FWHM = 600 мкм, длительность импульса $t = 0,9$ пс.

несколько порядков (рис. 21). Фактически сжатый вакуум усиливается только в двух узких спектральных интервалах, выбор которых определяется условием фазового синхронизма, и его можно регулировать временной задержкой импульса накачки.

Как видно из рис. 21, увеличение оптического пути накачки приводит ко всё большей отстройке от вырожденной частоты, что позволяет осуществлять контролируемый выбор частот пучков-близнецов сжатого света. На рисунке кроме экспериментальных данных приведены результаты расчёта, проведённого в формализме мод

Шмидта (красная штрихпунктирная кривая), согласующиеся с экспериментальными данными. На вставке показана увеличенная расчётная интерференционная структура правого пика, сопряжённого с левым пиком, для которого выполнено условие фазового синхронизма. Таким образом, схема с нелинейным интерферометром позволяет осуществлять управление спектром и контролируемую селективную генерацию двуцветного сжатого вакуума в узком спектральном интервале с большим усилением.

Теоретический анализ также показал, что в случае двуцветного сжатого вакуума в пределе большого усиления вклад в спектр даёт не одна мода Шмидта (как в случае вырожденной по частоте генерации), а две (симметричная и антисимметричная) моды, имеющие одинаковые веса и спектральные распределения, но различающиеся чётностью относительно положения вырожденной частоты. В рассматриваемом случае рассчитанное теоретическое значение корреляционной функции второго порядка $g^{(2)} = 3/2$ [86]. Данный эффект аналогичен удвоению весовых коэффициентов пространственных радиальных мод Шмидта (см. рис. 9), обсуждавшемуся в разделе 3.2.

Описанное выше управление спектральными свойствами сжатого вакуума так или иначе связано с уменьшением эффективного числа мод Шмидта и превалирующим вкладом одной или нескольких нижних мод. Отдельной интересной, но достаточно сложной задачей представляется разработка методов, позволяющих варьировать веса мод Шмидта, изменяя доминирующий характер той или иной моды. Причём важно не внести потери, разрушающие корреляции фотонов. Одно из возможных решений этой задачи основано на схеме, в которой сжатый свет является подсветкой сигнальной моды и преобразуется в процессе генерации суммарной частоты (ГСЧ) [147, 148]. С помощью такой схемы, называемой квантово-оптическим затвором (quantum pulse gate), можно осуществлять селективную блокировку какой-либо моды Шмидта сжатого вакуума посредством её полного преобразования в моду суммарной частоты [149–152]. Данная схема оказывается также очень перспективной для решения задач квантовой томографии [153, 154].

Рассмотрим принцип работы квантово-оптического затвора на примере вырожденного режима ГСЧ, когда частота накачки и входного сигнального фотона совпадают, а их сумма соответствует частоте рождаемого "выходящего" фотона. Для анализа этого нелинейного процесса можно также применить формализм мод Шмидта и характеризовать сигнальное и выходящее поля с помощью мод Шмидта. Причём благодаря малой длительности импульса накачки реализуется одномодовый для каждого из полей режим [149, 150]. В последнем случае гамильтониан процесса ГСЧ может быть записан в виде

$$\hat{H}_{\text{SFG}} = i\hbar\Gamma_1(\hat{D}\hat{C}^\dagger - \hat{D}^\dagger\hat{C}), \quad (66)$$

где $C^\dagger$ и $\hat{D}$ — операторы рождения и уничтожения фотонов в моде суммарной частоты и сигнальной моде соответственно. Причём спектральный профиль выходной высокочастотной моды определяется параметрами и настройкой кристалла, тогда как конвертируемая сигнальная мода соответствует частотному спектру накачки. Математически гамильтониан (66) соответствует гамильтониану светоделителя, а входные и выходные операторы в представлении Гейзенберга связаны стан-

дартным преобразованием через матрицу светоделителя, для которого вероятности пропускания и отражения можно обозначить соответственно как $\cos^2 \Theta$ и $\sin^2 \Theta$:

$$\begin{pmatrix} \hat{C}_{\text{out}} \\ \hat{D}_{\text{out}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{C}_{\text{in}} \\ \hat{D}_{\text{in}} \end{pmatrix}, \quad (67)$$

где $\Theta = \int \Gamma_1 dt$ — так называемый угол светоделителя, характеризующий его пропускание и отражение. Видно, что в общем случае поле в сигнальной моде не полностью преобразуется в высокочастотный сигнал. Полное преобразование имеет место при угле $\pi/2$. Нетрудно получить выражения для выходных средних чисел фотонов в модах. В случае вакуума на входе для моды суммарной частоты средние числа фотонов в высокочастотной и сигнальной модах $\langle \hat{N}_{\text{SF}}^{\text{out}} \rangle$ и $\langle \hat{N}_s^{\text{out}} \rangle$ в результате преобразования определяются только входным числом фотонов в сигнальной моде $\langle \hat{N}_s^{\text{in}} \rangle$ [150]:

$$\langle \hat{N}_{\text{SF}}^{\text{out}} \rangle = \sin^2 \Theta \langle \hat{N}_s^{\text{in}} \rangle, \quad (68)$$

$$\langle \hat{N}_s^{\text{out}} \rangle = \cos^2 \Theta \langle \hat{N}_s^{\text{in}} \rangle. \quad (69)$$

Пусть генерируемый в вырожденном по частоте режиме параметрического рассеяния многомодовый сжатый вакуум, характеризующийся набором частотных мод, подаётся на вход сигнального канала квантово-оптического затвора. Если одна из частотных мод Шмидта сжатого вакуума совпадает с модой Шмидта сигнального канала, то при реализации условия $\Theta = \pi/2$ происходит полное преобразование фотонов в моде сжатого вакуума в сигнал суммарной частоты, в то время как остальные моды, не вовлечённые в этот процесс, проходят без изменений. Таким образом, удаётся блокировать определённую моду Шмидта сжатого вакуума квантово-оптическим методом с минимальными потерями. Поскольку частотный профиль сигнальной моды квантово-оптического затвора совпадает со спектральным профилем классической накачки, варьируя спектр накачки, можно селективно "настраиваться" на ту или иную блокируемую моду Шмидта сжатого вакуума. Селективная блокировка частотных мод Шмидта описана теоретически и продемонстрирована экспериментально [149, 150].

Дальнейшее развитие такого подхода и обобщение его для случая, когда в преобразование в модовом затворе вовлекается несколько мод Шмидта сжатого вакуума, описано в [155]. В зависимости от величины угла преобразования Θ и перекрытия спектральных профилей конвертируемых мод Шмидта и сигнальной моды затвора можно получать различное число фотонов в этих модах на выходе квантово-оптического затвора и, следовательно, изменять их относительные вклады (веса). В рамках развитого подхода продемонстрирована возможность обмена весами между парой мод, селективно го увеличения вклада определённой моды и др.

На рисунке 22 продемонстрировано перераспределение весов мод Шмидта сжатого вакуума после преобразования нулевой и второй мод Шмидта в квантово-оптическом затворе при угле $\Theta = \pi$, когда генерации в высокочастотную моду не происходит [155]. Из рисунка видно, что в результате такого преобразования нулевая и вторая моды обмениваются весами и вторая мода становится превалирующей, в то время как исходные веса

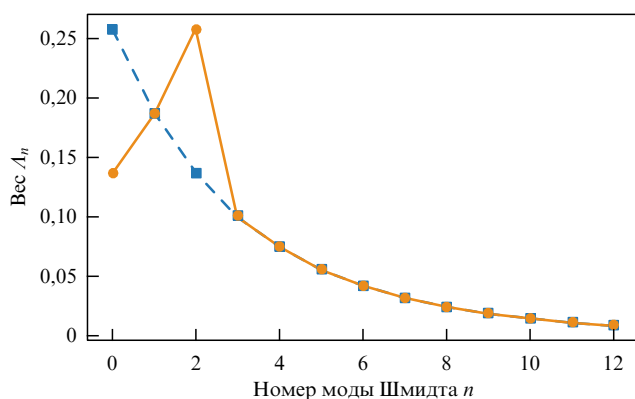


Рис. 22. Распределение весов мод Шмидта сжатого вакуума: исходное (синие квадраты — монотонная зависимость, коэффициент параметрического усиления 6,5) и после преобразования нулевой и второй мод Шмидта в квантово-оптическом затворе при угле $\Theta = \pi$ (жёлтые кружки — немонотонная зависимость) [155].

мод монотонно убывают с возрастанием номера моды. Таким образом, данная схема позволяет управлять весами частотных мод Шмидта яркого сжатого вакуума в широких пределах.

В заключение данного раздела отметим, что рассмотрение пространственных или спектральных свойств яркого сжатого вакуума по отдельности не всегда является корректным, поскольку на самом деле имеются запутанность и взаимовлияние этих степеней свободы. Большая часть обсуждаемых в настоящем обзоре эффектов, описанных в рамках либо частотного, либо пространственного рассмотрения, очень хорошо согласуется с экспериментальными данными. Однако предсказанное теоретически в [1] и наблюдаемое экспериментально уширение пространственного или спектрального распределения сжатого вакуума, генерируемого в одном кристалле, с возрастанием коэффициента параметрического усиления [145] не было получено в рамках подхода, описанного в разделе 2. Для теоретического анализа указанного эффекта был развит подход, в котором рассматриваются пространственные и спектральные степени свободы одновременно и учитывается их взаимовлияние [107]. В рамках такого подхода решались интегро-дифференциальные уравнения для операторов фотонов в зависимости от пространственных и временных переменных. В случае генерации в одном нелинейном кристалле обнаружено уширение углового распределения яркого сжатого вакуума с возрастанием параметрического усиления, которое приводило к увеличению ширины на полувысоте почти в полтора раза в пределе большого усиления. С точки зрения мод Шмидта данный факт означает не слишком сильную, но заметную их зависимость от коэффициента параметрического усиления.

Следует отметить, что в схеме с нелинейным интерферометром подобного уширения не происходит, а имеют место преимущественно усиление и доминирование наиболее высоких пиков в пространственном или спектральном распределении, свидетельствующие, наоборот, о сужении углового или частотного спектра и тенденции к выделению одной моды Шмидта [107]. Таким образом, можно заключить, что в случае нелинейного интерферометра подход, рассмотренный в разделе 2, действительно является правомерным: моды Шмидта не зависят от коэф-

фициента усиления, а с его увеличением меняются только их веса.

В работах [156–158] также была сделана попытка единого рассмотрения пространственных и спектральных свойств сжатого вакуума. Однако многие полученные результаты объяснялись как следствие эффекта истощения накачки, а анализ в ряде случаев проводился в терминах динамики средних значений фотонных и полевых операторов [157, 158].

Результаты экспериментального изучения квадратурного сжатия в различных пространственно-временных модах сжатого вакуума, опубликованные в работе [103], уже обсуждались в разделе 2.5. Следует отметить, что в эксперименте исследование пространственных свойств проводилось для каждой спектральной моды в отдельности и, наоборот, для анализа спектральных свойств выделялась конкретная пространственная мода. Таким образом, полученные результаты не позволяют сделать детальные выводы о взаимовлиянии пространственных и спектральных степеней свободы сжатого света.

Теоретическое исследование сжатия в пространственно-временных модах сжатого вакуума проводилось в работе [159] как численно, так и аналитически с использованием гауссовых функций в криволинейных координатах для аппроксимации амплитуды бифотона. Полученные результаты подтвердили вывод, сделанный в [107], о невозможности факторизации пространственно-временных степеней свободы в общем случае и о сильной запутанности между ними, особенно существенной в пределе ультракороткой длительности импульса накачки.

7. Высокоточные измерения с помощью сжатого света

Использование бифотонных пар и многофотонных сжатых состояний открывает новые возможности для целого ряда прикладных задач в области квантовой связи, квантовых информационных технологий, метрологии и др., обсуждение которых потребует написания отдельного обзора. Кратко остановимся на перспективах использования сжатых полей в линейных и нелинейных интерферометрах. Применение сжатого света в оптических интерферометрах для измерений с точностью, превышающей стандартный квантовый предел, а также в детекторах гравитационных волн подробно обсуждается в [160].

Наличие корреляций между фотонами позволяет проводить высокоточные измерения с очень малым уровнем шумов. Действительно, ввиду наличия сильных корреляций изменение числа фотонов в сопряжённых пучках происходит синхронно, так что дисперсия их разности минимизируется и оказывается существенно меньшей дробового шума. Если в одном из скоррелированных каналов внутри интерферометра возникает слабое возмущение, которое необходимо измерить, то вычисление разности чисел фотонов в сигнальном и холостом пучках (по схеме совпадений) даст искомый сигнал с высокой степенью точности за счёт вычитания шумов, одинаковых в сопряжённых пучках.

Как обсуждалось выше, схема с нелинейным интерферометром позволяет управлять профилями и весами мод Шмидта как в пространстве, так и по частоте, а значит, контролировать пространственные и спектральные/временные корреляции фотонов. Схема с интерферометром даёт возможность измерять с высокой точностью

(за счёт интерференции) неизвестные свойства среды, помещённой внутрь интерферометра, как в случае определения дисперсионных характеристик промежуточного слоя в ТГц-диапазоне, описанном в разделе 4.2 для сильно невырожденного по частоте параметрического рассеяния. Важно, что корреляции фотонов в сигнальном и холостом каналах позволяют получать всю информацию в ТГц-диапазоне по измерениям в оптическом канале.

Схема с нелинейным интерферометром характеризуется высокой чувствительностью к относительной фазе между накачкой и сигнальным и холостым полями. Поэтому даже слабое возмущение фазы может быть измерено, причём с высокой точностью за счёт корреляций по числу фотонов в сопряжённых пучках и квадратурного сжатия [59, 61, 161, 162], благодаря тому что выходной сигнал нелинейным образом зависит от фазы и может быть существенно усилен, в то время как шумы вследствие квадратурного сжатия оказываются ниже уровня дробового шума [59, 61, 161, 162].

Точность измерения фазы $\Delta\phi$ в случае интерферометра, существенно зависящая от статистики фотонов используемого света, удовлетворяет соотношению неопределённостей:

$$\Delta N \Delta\phi \geq 1, \quad (70)$$

где ΔN — неопределённость числа фотонов в данном состоянии электромагнитного поля. В случае когерентных полей со средним числом фотонов N предельная точность измерения соответствует уровню дробового шума [163]:

$$\Delta\phi_{\text{SNL}} = \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (71)$$

При использовании когерентно-сжатого света с не слишком большим сжатием можно получить сверхразрешение, позволяющее преодолеть уровень дробового шума [60]:

$$\Delta\phi \gtrsim \frac{\exp(-R)}{\sqrt{N}}. \quad (72)$$

А в случае сильно сжатых полей, приближающихся к сжатому вакууму, благодаря соотношению

$$\exp(-R) \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (73)$$

можно приблизиться к пределу Гейзенберга:

$$\Delta\phi \gtrsim \frac{1}{N}. \quad (74)$$

Различные конфигурации интерференционных схем с использованием сжатого света детально проанализированы в [60], и оптимальными оказались схемы с использованием внешней подсветки, а также реализующие сжатие сопряжённых полевых квадратур на входе и выходе интерферометра, т.е. сжатие определённой квадратуры в первом кристалле и её так называемое антисжатие во втором.

Также была предложена схема "несбалансированного" нелинейного интерферометра, в котором усиление во втором кристалле почти в два раза превосходит усиление в первом кристалле. Продемонстрировано, что такая схема мало чувствительна к внешним потерям и высокая

точность фазовых измерений сохраняется даже в случае потерь при детектировании вплоть до 80 % [59].

В работах [164, 165] нелинейный интерферометр применялся для высокоточной регистрации угловых поворотов и возмущений угловых координат, реализованной за счёт "закрученности" сжатого света и корреляции фотонов в модах с противоположными значениями проекции ОУМ. Фазовые измерения с уровнем шума, существенно меньшим дробового, продемонстрированы и для широкоугольного многомодового SU(1,1)-интерферометра с эффективным числом мод более 100 [106]. Реализация оптимальных режимов с точки зрения высокой фазовой чувствительности и видности в многомодовом SU(1,1)-интерферометре проанализирована в [166].

8. Заключение

Итак, рассмотрены пространственные и спектральные особенности неклассических электромагнитных полей в состоянии сжатого вакуума, а также корреляции фотонов в таких полях. Корреляции фотонов и целый ряд уникальных свойств сжатых состояний делают их незаменимыми для практического применения в квантово-информационных технологиях, кодировании и передаче квантовой информации, оптомеханике, квантовой метрологии, построении квантовых изображений, высокоточных измерениях с предельно низким уровнем шумов. В то же время сжатые поля являются очень хрупкими объектами, крайне чувствительными к потерям, что требует проведения прецизионных экспериментов и разработки особых квантово-оптических методов управления их свойствами. Яркий сжатый вакуум фактически является макроскопическим квантовым состоянием с большим числом фотонов в каждой моде, что очень затрудняет его теоретический анализ. Наиболее перспективным сегодня представляется теоретический подход, основанный на введении независимых мод Шмидта и фотонных операторов в них. Именно этот подход позволяет корректно описать такие состояния и даёт хорошее согласие с экспериментальными данными.

Возможные применения сжатых состояний не исчерпываются вышеперечисленными задачами. Ещё одним важным и уже развивающимся направлением является взаимодействие таких состояний с различными средами, атомами, молекулами и наноструктурными объектами. Увеличение вероятности многофотонных процессов при воздействии полем сжатого вакуума уже зарегистрировано в экспериментах по генерации 2–4 гармоник [167]. И можно ожидать обнаружения ещё многих новых физических эффектов, связанных с неклассическими свойствами таких полей.

Авторы выражают благодарность и глубокую признательность Марии Владимировне Чеховой за плодотворные совместные научные исследования и полезные обсуждения, без которых настоящий обзор вряд ли мог быть написан.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 20-12-50326), фондом "Базис" (грант № 21-1-5-32-1) и в рамках Программы развития Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова "Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина".

Список литературы

1. Клышко Д Н *Фотоны и нелинейная оптика* (М.: Наука, 1980); Пер. на англ. яз.: Klyshko D N *Photons and Nonlinear Optics* (New York: Gordon and Breach, 1988)
2. Belinsky A V, Klyshko D N *Laser Phys.* **4** 663 (1994)
3. Клышко Д Н *ЖЭТФ* **83** 1313 (1982); Klyshko D N *Sov. Phys. JETP* **56** 753 (1982)
4. Клышко Д Н *Письма в ЖЭТФ* **6** 490 (1967); Klyshko D N *JETP Lett.* **6** 23 (1967)
5. Ахманов С А и др. *Письма в ЖЭТФ* **6** 575 (1967); Akhmanov S A et al. *JETP Lett.* **6** 85 (1967)
6. Harris S E, Oshman M K, Byer R L *Phys. Rev. Lett.* **18** 732 (1967)
7. Magde D, Mahr H *Phys. Rev. Lett.* **18** 905 (1967)
8. Зельдович Б Я, Клышко Д Н *Письма в ЖЭТФ* **9** 69 (1969); Zel'dovich B Ya, Klyshko D N *JETP Lett.* **9** 40 (1969)
9. Burnham D C, Weinberg D L *Phys. Rev. Lett.* **25** 84 (1970)
10. Кривицкий Л А и др. *ЖЭТФ* **124** 943 (2003); Krivitskii L A et al. *J. Exp. Theor. Phys.* **97** 846 (2003)
11. Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L *Phys. Rev. Lett.* **88** 013601 (2002)
12. Vaziri A et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 227902 (2003)
13. Langford N K et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 053601 (2004)
14. Bogdanov Yu I et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 230503 (2004)
15. Neves L et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 100501 (2005)
16. O'Sullivan-Hale M N et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 220501 (2005)
17. Fedorov M V et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 063901 (2007)
18. D'Ariano G M, Mataloni P, Sacchi M F *Phys. Rev. A* **71** 062337 (2005)
19. Moreva E et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 023602 (2006)
20. Bogdanov Yu I et al. *Phys. Rev. A* **73** 063810 (2006)
21. Baek S-Y et al. *Phys. Rev. A* **78** 042321 (2008)
22. Fedorov M V et al. *Phys. Rev. A* **77** 032336 (2008)
23. Fedorov M V et al. *New J. Phys.* **13** 083004 (2011)
24. Федоров М В, Волков П А, Михайлова Ю М *ЖЭТФ* **142** 20 (2012); Fedorov M V, Volkov P A, Mikhailova J M *J. Exp. Theor. Phys.* **115** 15 (2012)
25. Saygin M Yu, Chirkin A S, Kolobov M I *J. Opt. Soc. Am. B* **29** 2090 (2012)
26. Wooters W K *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245 (1998)
27. Vidal G, Werner R F *Phys. Rev. A* **65** 032314 (2002)
28. Bouwmeester D et al. *Nature* **390** 575 (1997)
29. Kim Y-H, Kulik S P, Shih Y *Phys. Rev. Lett.* **86** 1370 (2001)
30. Brida G et al. *Phys. Rev. A* **76** 053807 (2007)
31. Shurupov A P et al. *Europhys. Lett.* **87** 10008 (2009)
32. Jack B et al. *New J. Phys.* **11** 103024 (2009)
33. Bogdanov Yu I et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 010404 (2010)
34. Bogdanov Yu I, Kulik S P *Laser Phys. Lett.* **10** 125202 (2013)
35. Kravtsov K S et al. *Phys. Rev. A* **87** 062122 (2013)
36. Pan J-W et al. *Rev. Mod. Phys.* **84** 777 (2012)
37. Bondani M et al. *Phys. Rev. A* **76** 013833 (2007)
38. Исхаков Т Ш и др. *Письма в ЖЭТФ* **88** 757 (2008); Iskhakov T Sh et al. *JETP Lett.* **88** 660 (2008)
39. Chuprina I N, Kalachev A A *Phys. Rev. A* **100** 043843 (2019)
40. Kalachev A et al. *Laser Phys.* **29** 104001 (2019)
41. Iskhakov T, Chekhova M V, Leuchs G *Phys. Rev. Lett.* **102** 183602 (2009)
42. Spasibko K Yu, Iskhakov T Sh, Chekhova M V *Opt. Express* **20** 7507 (2012)
43. Iskhakov T Sh et al. *Opt. Lett.* **37** 1919 (2012)
44. Chekhova M V, Leuchs G, Żukowski M *Opt. Commun.* **337** 27 (2015)
45. Eibl M et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 200403 (2003)
46. Rådmark M, Żukowski M, Bourennane M *Phys. Rev. Lett.* **103** 150501 (2009)
47. Stobińska M et al. *Phys. Rev. A* **86** 022323 (2012)
48. Karassiov V P *J. Phys. A* **26** 4345 (1993)
49. Карасев В П, Масалов А В *Оптика и спектроскопия* **74** 928 (1993); Karassiov V P, Masalov A V *Opt. Spectrosc.* **74** 551 (1993)
50. Бушев П А и др. *Оптика и спектроскопия* **91** 558 (2001); Bushhev P A et al. *Opt. Spectrosc.* **91** 526 (2001)
51. Brida G et al. *Opt. Express* **18** 20572 (2010)
52. Brida G, Genovese M, Rufo Berchera I *Nat. Photon.* **4** 227 (2010)
53. Lopaeva E D et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 153603 (2013)
54. Kolobov M I *Quantum Imaging* (New York: Springer, 2007); Пер. на русск. яз.: Колобов М И (Ред.) *Квантовое изображение* (Пер. с англ. Т Ю Голубевой, под ред. А С Чиркина) (М.: Физматлит, 2009)
55. Magnitskiy S, Agapov D, Chirkin A *Opt. Lett.* **47** 754 (2022)
56. Khalili F et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 070403 (2010)
57. Anderson B E et al. *Optica* **4** 752 (2017)
58. Gong Q-K et al. *Phys. Rev. A* **96** 033809 (2017)
59. Manceau M et al. *Phys. Rev. Lett.* **119** 223604 (2017)
60. Manceau M, Khalili F Ya, Chekhova M *New J. Phys.* **19** 013014 (2017)
61. Knyazev E et al. *New J. Phys.* **20** 013005 (2018)
62. Knyazev E, Khalili F Ya, Chekhova M V *Opt. Express* **27** 7868 (2019)
63. Shaked Y et al. *Nat. Commun.* **9** 609 (2018)
64. Mikhailova Yu M, Volkov P A, Fedorov M V *Phys. Rev. A* **78** 062327 (2008)
65. Fedorov M V, Mikhailova Yu M, Volkov P A *J. Phys. B* **42** 175503 (2009)
66. Chekhova M V, Fedorov M V *J. Phys. B* **46** 095502 (2013)
67. Fedorov M V, Miklin N I *Contemp. Phys.* **55** 94 (2014)
68. Fedorov M V *Phys. Rev. A* **93** 033830 (2016)
69. Fedorov M V et al. *Phys. Rev. A* **98** 013850 (2018)
70. Fedorov M V *Phys. Rev. A* **97** 012319 (2018)
71. Wasilewski W et al. *Phys. Rev. A* **82** 013835 (2010)
72. Christ A et al. *New J. Phys.* **15** 053038 (2013)
73. Eckstein A, Brecht B, Silberhorn Ch *Opt. Express* **19** 13770 (2011)
74. Brambilla E et al. *Phys. Rev. A* **69** 023802 (2004)
75. Brambilla E et al. *Phys. Rev. A* **77** 053807 (2008)
76. Brambilla E et al. *Phys. Rev. A* **81** 043816 (2010)
77. Rubin M H *Phys. Rev. A* **54** 5349 (1996)
78. Wang L J, Hong C K, Friberg S R *J. Opt. B* **3** 346 (2001)
79. Pérez A M et al. *Laser Phys. Lett.* **10** 125201 (2013)
80. Cavanna A et al. *Opt. Express* **22** 9983 (2014)
81. Sharapova P et al. *Phys. Rev. A* **91** 043816 (2015)
82. Miatto F M et al. *Eur. Phys. J. D* **66** 263 (2012)
83. Miatto F M, Brougham T, Yao A M *Eur. Phys. J. D* **66** 183 (2012)
84. Law C K, Eberly J H *Phys. Rev. Lett.* **92** 127903 (2004)
85. Рытиков Г О, Чехова М В *ЖЭТФ* **134** 1082 (2008); Rytikov G O, Chekhova M V *J. Exp. Theor. Phys.* **107** 923 (2008)
86. Sharapova P R et al. *Phys. Rev. A* **97** 053827 (2018)
87. Schmidt E *Math. Ann.* **63** 433 (1907); Translated into English with commentary by G W Stewart: <http://users.umi.ac.umd.edu/~stewart/FHS.pdf>
88. Grobe R, Rzazewski K, Eberly J H *J. Phys. B* **27** L503 (1994)
89. Ekert A, Knight P *Am. J. Phys.* **63** 415 (1995)
90. Law C K, Walmsley I A, Eberly J H *Phys. Rev. Lett.* **84** 5304 (2000)
91. Fedorov M V et al. *Phys. Rev. A* **72** 032110 (2005)
92. Mercer J *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A* **209** 415 (1909)
93. Beltran L et al. *J. Opt.* **19** 044005 (2017)
94. Dayan B *Phys. Rev. A* **76** 043813 (2007)
95. Agafonov I N, Chekhova M V, Leuchs G *Phys. Rev. A* **82** 011801 (2010)
96. Heidmann A et al. *Phys. Rev. Lett.* **59** 2555 (1987)
97. Brida G et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 213602 (2009)
98. Harder G et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 143601 (2016)
99. Agarwal G S *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2013)
100. Lvovsky A I "Squeezed light," in *Photonics* Vol. 1 (Ed. D Andrews) (Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2015) p. 121; arXiv:1401.4118
101. Zakharov R V, Tikhonova O V *Laser Phys. Lett.* **15** 055205 (2018)
102. Fedorov M V *Laser Phys.* **29** 124006 (2019)
103. La Volpe L et al. *Opt. Express* **28** 12385 (2020)
104. Treps N et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 203601 (2002)
105. Embrey C S et al. *Phys. Rev. X* **5** 031004 (2015)
106. Frascella G et al. *Optica* **6** 1233 (2019)
107. Sharapova P R et al. *Phys. Rev. Res.* **2** 013371 (2020)
108. Pérez A M et al. *Opt. Lett.* **39** 2403 (2014)
109. Hudelist F et al. *Nat. Commun.* **5** 3049 (2014)
110. Lemieux S et al. *Phys. Rev. Lett.* **117** 183601 (2016)
111. Клышко Д Н *ЖЭТФ* **105** 1574 (1994); Klyshko D N *J. Exp. Theor. Phys.* **78** 848 (1994)

112. Иванова О А и др. *Квантовая электроника* **36** 951 (2006); Ivanova O A et al. *Quantum Electron.* **36** 951 (2006)
113. Frascella G et al. *Laser Phys.* **29** 124013 (2019)
114. Marino A M et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 093602 (2008)
115. Mair A et al. *Nature* **412** 313 (2001)
116. Berkhout G C G et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 153601 (2010)
117. Захаров Р В, Тихонова О В *Изв. РАН. Сер. физ.* **82** 1525 (2018); Zakharov R V, Tikhonova O V *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **82** 1388 (2018)
118. Ma G H et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 81 (2006)
119. Китаева Г Х, Пенин А Н, Тучак А Н *Оптика и спектроскопия* **107** 553 (2009); Kitaeva G Kh, Penin A N, Tuchak A N *Opt. Spectrosc.* **107** 521 (2009)
120. Wang T D et al. *Opt. Express* **16** 6471 (2008)
121. Kornienko V V et al. *Opt. Lett.* **41** 4075 (2016)
122. Kitaeva G Kh et al. *Opt. Lett.* **44** 1198 (2019)
123. Клышко Д Н *Квантовая электроника* **4** 1056 (1977); Klyshko D N *Sov. J. Quantum Electron.* **7** 591 (1977)
124. Kitaeva G Kh et al. *Appl. Phys. B* **116** 929 (2014)
125. Kitaeva G Kh, Kornienko V V *Int. J. Quantum Inf.* **15** 1740024 (2017)
126. Kornienko V V et al. *APL Photon.* **3** 051704 (2018)
127. Китаева Г Х, Пенин А Н *ЖЭТФ* **125** 307 (2004); Kitaeva G Kh, Penin A N *J. Exp. Theor. Phys.* **98** 272 (2004)
128. Kitaeva G Kh et al. *J. Infrared Millimeter Terahertz Waves* **32** 1144 (2011)
129. Kitaeva G Kh *Phys. Rev. A* **76** 043841 (2007)
130. Kitaeva G Kh et al. *Phys. Rev. A* **98** 063844 (2018)
131. Zakharov R V, Tikhonova O V *Laser Phys.* **29** 124010 (2019)
132. Kuznetsov K A et al. *Phys. Rev. A* **101** 053843 (2020)
133. Абдуллин У А и др. *ЖЭТФ* **66** 1295 (1974); Abdullin U A et al. *Sov. Phys. JETP* **39** 633 (1974)
134. Клышко Д Н *ЖЭТФ* **104** 2676 (1993); Klyshko D N *J. Exp. Theor. Phys.* **77** 222 (1993)
135. Корыстов Д Ю, Кулик С П, Пенин А Н *Квантовая электроника* **30** 922 (2000); Korystov D Y, Kulik S P, Penin A N *Quantum Electron.* **30** 922 (2000)
136. Kalashnikov D A et al. *Nat. Photon.* **10** 98 (2016)
137. Rasputnyi A V, Kopylov D A *Phys. Rev. A* **104** 013702 (2021)
138. Aleksandrovski A L, Chirkin A S, Volkov V V *J. Russ. Laser Res.* **18** 101 (1997)
139. Дмитриев В Г, Тарасов Л В *Прикладная нелинейная оптика* 2-е изд., перераб. и доп. (М.: Физматлит, 2004)
140. Kolobov M I et al. *J. Opt.* **19** 054003 (2017)
141. Pérez A M et al. *Nat. Commun.* **6** 7707 (2015)
142. Kim Y-H, Grice W P *Opt. Lett.* **30** 908 (2005)
143. Poh H S et al. *Phys. Rev. A* **75** 043816 (2007)
144. Baek S-Y, Kim Y-H *Phys. Rev. A* **77** 043807 (2008)
145. Spasibko K Yu, Iskhakov T Sh, Chekhova M V *Opt. Express* **20** 7507 (2012)
146. Iskhakov T Sh et al. *J. Mod. Opt.* **63** 64 (2016)
147. Reddy D V, Raymer M G *Opt. Express* **25** 12952 (2017)
148. Shahverdi A et al. *Sci. Rep.* **7** 6495 (2017)
149. Brecht B et al. *New J. Phys.* **13** 065029 (2011)
150. Eckstein A, Brecht B, Silberhorn C *Opt. Express* **19** 13770 (2011)
151. Manurkar P et al. *Optica* **3** 1300 (2016)
152. Allgaier M et al. *Phys. Rev. A* **101** 043819 (2020)
153. Ansari V et al. *Phys. Rev. A* **96** 063817 (2017)
154. Ansari V et al. *Phys. Rev. Lett.* **120** 213601 (2018)
155. Sukharnikov V, Sharapova P, Tikhonova O *Opt. Laser Technol.* **136** 106769 (2021)
156. Peřina J (Jr.) *Phys. Rev. A* **92** 013833 (2015)
157. Peřina J (Jr.) *Phys. Rev. A* **93** 013852 (2016)
158. Peřina J (Jr.) et al. *Sci. Rep.* **6** 22320 (2016)
159. La Volpe L et al. *Phys. Rev. Appl.* **15** 024016 (2021)
160. Schnabel R *Phys. Rep.* **684** 1 (2017)
161. Ou Z Y *Phys. Rev. A* **85** 023815 (2012)
162. Anderson B E et al. *Optica* **4** 752 (2017)
163. Yurke B, McCall S L, Klauder J R *Phys. Rev. A* **33** 4033 (1986)
164. Jha A K et al. *Phys. Rev. A* **83** 053829 (2011)
165. Liu J et al. *J. Opt.* **20** 025201 (2018)
166. Frascella G et al. *Opt. Lett.* **46** 2364 (2021)
167. Spasibko K Yu et al. *Phys. Rev. Lett.* **119** 223603 (2017)

Photon correlations and features of nonclassical optical fields in a squeezed vacuum state

R.V. Zakharov^(1,2,a), O.V. Tikhonova^(1,2,b)

⁽¹⁾ Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Leninskie gory 1, str. 2, 119991 Moscow, Russian Federation

⁽²⁾ Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University

Leninskie gory 1, str. 2, 119234 Moscow, Russian Federation

E-mail: ^(a) roma1997z@mail.ru, ^(b) ovtikhonova@mail.ru

We discuss the spatial and spectral properties of electromagnetic fields in a squeezed vacuum state and consider photon correlations in such fields. We concentrate on a bright squeezed vacuum with a large mean number of photons per mode and both spatial and frequency multimode structures. A theoretical approach based on the introduction of independent Schmidt modes and their photon operators is considered, which allows analytically correctly describing any characteristics of the squeezed field, including photon correlations, in good agreement with experiment. We present methods for controlling the mode content, degree of squeezing, and entanglement of photons of the generated squeezed light, including the scheme of a nonlinear interferometer; their advantages and applied prospects are analyzed. We discuss applied problems where squeezed nonclassical states are realized: the dispersion characteristics of media in the THz frequency range and high-precision detection of weak phase and angular perturbations based on correlations between photons.

Keywords: quantum optics, multiphoton squeezed states of light, nonclassical electromagnetic fields, photon correlations, Schmidt modes, photon entanglement, high-precision quantum measurements

PACS numbers: 42.50.Dv, 42.65.Lm, 42.65.Yj

Bibliography — 167 references

Received 26 August 2021, revised 13 April 2022

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **193** (4) 406–436 (2023)

Physics – Uspekhi **66** (4) (2023)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2022.04.039181>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2022.04.039181>