

Квантовая турбулентность в сверхтекучем гелии

В.Б. Ефимов

Гелий, сверхтекучий гелий, при давлениях ниже 25 атм остаётся жидким при температурах вплоть до абсолютного нуля, когда количество возбуждений в среде и концентрация нормальной компоненты становятся пренебрежимо малыми, что позволяет использовать сверхтекучий гелий при низких температурах как модельную среду для изучения формирования и распада турбулентной системы. Описание и моделирование поведения вихрей в сверхтекучем гелии при температурах ниже 0,1 К, при которых существованием нормальной компоненты можно пренебречь, значительно упрощаются ввиду квантования течения сверхтекучей компоненты, и все гидродинамические свойства гелия, связанные с его вращательным движением, определяются квантовыми вихрями. Рассматриваются экспериментальные методы возбуждения и детектирования квантовой турбулентности, представленные в работах последних лет, обсуждаются особенности генерации вихрей различными методами при разных температурах сверхтекучей жидкости, динамика изменения концентрации вихрей при генерации и распаде вихревой системы, различное поведение квантовых вихрей при турбулентности Колмогорова и Вайнена.

Ключевые слова: сверхтекучесть, квантовые вихри, турбулентность, гелий-4

PACS numbers: 07.20.Mc, 47.27.Cn, 47.32.C-, 67.25.dg, 67.25.dk

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.11.039096>

Содержание

1. Введение (63).
2. Турбулентность в сверхтекучем гелии-4 (64).
3. Плотность вихревых нитей — квантовая турбулентность Вайнена (68).
4. Генерация квантовой турбулентности тепловыми потоками. Взаимодействие волн второго звука с вихревой структурой (69).
5. Генерация турбулентности движущимися телами (73).
6. Колеблющиеся резонансные системы при низких температурах (75).
7. Добротность колебательных систем (77).
8. Излучение звука колебательными системами (77).
9. Генерация вихрей при колебательных движениях твёрдых тел (78).
10. Влияние скорости колебания системы на критические скорости перехода в турбулентное состояние (80).
11. Диссипативные процессы в сверхтекучем гелии (81).
12. Влияние пиннинга вихрей на генерацию квантовой турбулентности (84).
13. Неустойчивый переход системы к квантовой турбулентности (85).
14. Детектирование квантовой турбулентности (86).
15. Количество рождённых вихрей в процессе осцилляций (90).

16. Заключение (92).

Список литературы (94).

1. Введение

Турбулентность, пожалуй наиболее часто встречаемое явление в природе, представляет собой возбуждённое состояние системы с большим числом степеней свободы, далёкое от состояния равновесия. Турбулентность наблюдается в определённых условиях при течении газов и жидкостей. Обычно турбулентность возникает при превышении неким параметром своей критической величины. Так, при движении жидкости или газа переход к турбулентному состоянию происходит при превышении безразмерным параметром Рейнольдса, характеризующим скорость движения, размеры системы и вязкость жидкости, величины в несколько тысяч. Переход к турбулентному состоянию приводит к неупорядоченному изменению скорости движения частиц потока и хаотичному изменению давления в жидкости, колеблющихся вокруг средних значений. Число Рейнольдса обратно пропорционально коэффициенту кинематической вязкости ν , поэтому размеры установок для исследования поведения турбулентного состояния можно уменьшать при понижении ν , тем самым в экспериментах с жидким гелием предоставляется возможность уменьшать размеры установок примерно на два порядка по сравнению с таковыми в экспериментах с водой или воздухом для возбуждения турбулентного движения.

Что касается гелия, то при температуре ниже $T_\lambda = 2,17$ К и давлении насыщенных паров он становится способным протекать без трения через зазоры с микро-

В.Б. Ефимов

Институт физики твёрдого тела РАН,
ул. Академика Осипяна 2, 142432 Черноголовка,
Московская обл., Российская Федерация
E-mail: efimov@issp.ac.ru

Статья поступила 2 июля 2021 г.,
после доработки 17 октября 2021 г.

метровыми размерами при малых скоростях, поэтому и возникло название — сверхтекучий гелий. Однако для объёмных течений вязкость сверхтекучего гелия определяется течением нормальной компоненты, взаимодействием нормальной и сверхтекучей компонент, о чём будет сказано ниже. Коэффициент кинематической вязкости для воздуха ($T = 20^\circ\text{C}$) $\nu = 0,15 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, для воды ($T = 20^\circ\text{C}$) $\nu = 0,01 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, в то время как для газообразного гелия ($T = 5,5 \text{ К}$, 2,8 бар) $\nu = 3,21 \times 10^{-4} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, для гелия I ($T = 2,25 \text{ К}$, VSP — давление насыщенных паров) $\nu = 1,96 \times 10^{-4} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, а для сверхтекучего гелия в больших объёмах ($T = 1,8 \text{ К}$, VSP) $\nu = 9 \times 10^{-5} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ [1].

Основной особенностью гелия при температурах, меньших температуры фазового перехода ($T < T_\lambda$), является то, что он имеет две компоненты: нормальную и сверхтекучую, и это определяет принципиально отличный характер поведения гелия от поведения обычной жидкости. Сверхтекучая компонента представляет собой жидкость, находящуюся в квантово-коррелированном состоянии, что проявляется в её незатухающем течении по замкнутым линиям и существовании *квантовых вихрей*. В случае большого количества неупорядоченных вихрей в сверхтекучем гелии, так же как и для обычной жидкости, поведение вихрей, их движение, физические параметры среды (давление, скорость движения нормальной и сверхтекучей компонент) могут быть непредсказуемыми, и для таких движений определяются только средние величины этих параметров. Турбулентное состояние квантовых вихрей называется *квантовой турбулентностью*. Впервые термин *квантовая турбулентность* был введён в 1986 г. Р. Доннелли (R.J. Donnelly) [2] на симпозиуме, посвящённом памяти Дж.И. Тейлора (G.I. Taylor).

Изучению особенностей квантовой турбулентности посвящено несколько сотен работ, как теоретических, так и экспериментальных. Обратим внимание на обзорные публикации [3–8]. Недавно вышел обзор расчётных работ по свойствам пересоединений (reconnection) вихревой структуры [9].

Наличие в сверхтекучем гелии нормальной и сверхтекучей компонент позволяет, меняя температуру жидкости, сравнивать поведение вихрей в нормальной жидкости при температурах выше и немного ниже T_λ и квантованных вихрей при температурах, близких к абсолютно нулю, когда наличием нормальной компоненты и тепловых возбуждений в гелии можно пренебречь. Поведение вихрей при сверхнизких температурах наиболее просто для понимания и компьютерного моделирования благодаря описанию квантованных потоков сверхтекучей компоненты вокруг вихрей. Однако в области промежуточных температур, где возможно существование вихрей как в нормальной, так и в сверхтекучей жидкости, взаимодействие вихрей и перекачка энергии между ними делают изучение турбулентности в гелии очень сложным.

В настоящем обзоре мы рассмотрим турбулентные процессы в системе квантовых вихрей в сверхтекучем гелии-4 в основном при низких температурах, особенности формирования квантовой турбулентности, условия существования равновесной концентрации квантовых вихрей при их стационарном генерировании и распада вихревой системы, разберём детали экспериментов последних лет, полученные в них результаты и обсудим выводы, сделанные на основании экспериментальных исследований.

2. Турбулентность в сверхтекучем гелии-4

Эффект сверхтекучести жидкого гелия (He-II) был экспериментально обнаружен П.Л. Капицей как способность жидкого гелия при температурах ниже 2,172 К протекать через микрометровые щели практически без трения [10]. Коэффициент кинематической вязкости как коэффициент пропорциональности, связывающий силы вязкого трения при протекании жидкости через узкие щели с соответствующими коэффициентами, определяемыми параметрами щели, убывает при переходе гелия в сверхтекучее состояние по крайней мере на шесть порядков по сравнению с коэффициентами вязкости, измеренными при протекании сверхтекучего гелия через большие зазоры или в большом объёме. Уже в первых экспериментальных измерениях условий нарушения сверхтекучести было обнаружено [11], что наблюдаемые в эксперименте критические скорости, при которых появляется гидродинамическое сопротивление, существенно ниже теоретических оценок, полученных в теории двухжидкостной гидродинамики He-II Ландау [12, 13], согласно которой нарушение сверхтекучести происходит при скоростях течения сверхтекучей жидкости V , удовлетворяющих неравенству

$$V > \left(\frac{d\varepsilon}{dp} \right)_{p=p_0} \cong \frac{1}{m_r} \left(\sqrt{2m_r \Delta + p_0^2} - p_0 \right) \sim 60 \text{ м с}^{-1},$$

где ε — энергия квазичастиц в жидкости с импульсом p , $m_r = 0,16 m_{\text{He}}$ — эффективная масса ротона, $\Delta = 8,6 \text{ К}$ — минимальная энергия ротона, его минимальный импульс $p_0 = 1,91 \text{ Å}^{-1}$, в то время как измеренные величины скоростей, при которых появляется гидродинамическое трение, составляют всего лишь несколько десятков сантиметров в секунду [14–16]. Рассчитанная по протеканию сверхтекучего гелия через малые щели вязкость становится тем больше, чем больше размер щели, и для больших щелей (размером 1 мкм и более) приближается к величинам вязкости для массивного гелия.

Наблюдаемые различия удалось объяснить в рамках двухжидкостной модели сверхтекучести, согласно которой гелий-II состоит из двух взаимопроникающих компонент: сверхтекучей и нормальной жидкости. Сверхтекучая компонента представляет собой гелий, находящийся в квантово-коррелированном состоянии. Для описания макроскопической квантовой жидкости определим волновую функцию [17]

$$\psi = \sqrt{\rho_s} \exp(iS(r, t))$$

(параметр порядка), r и t — координата и время. Скорость сверхтекучей компоненты определится как $V_s = [\hbar/(m_{4\text{He}})] \nabla S$. Сверхтекучая компонента движется без трения, обладает нулевой энтропией и не участвует в переносе энергии в виде теплоты. Принципиальным для квантовой турбулентности является следующее свойство сверхтекучего гелия: квантово-коррелированное состояние определяет дальнодействующую фазовую когерентность сверхтекучей компоненты и накладывает определённые ограничения на её скорость V_s : при изменении фазы S на $2\pi n$, где n — целое число, при возвращении в исходную точку наблюдения волновая функция не меняется, что определяет сохранение движения сверхтекучей компоненты через её циркуляцию. В односвязной

области $\text{rot } V_s = 0$, для многосвязного объёма циркуляция сверхтекучей компоненты квантуется:

$$\Gamma = \oint_C V_s dl = n\kappa,$$

интегрирование здесь проводится по замкнутой линии C . Многосвязность объёма циркуляции может возникнуть из-за наличия в объёме сверхтекучего гелия области с нарушенной сверхтекучестью — сердцевин, или кора (core), вихря — размером r_c порядка нескольких ангстрем, для ^4He $r_c \approx 1,28 \pm 0,13 \text{ \AA}$ при $T = 0,28 \text{ K}$, для ^3He $r_c \geq 100 \text{ \AA}$ [18, 19]. Квант циркуляции определяется как $\kappa = h/m_{4\text{He}} = 9,998 \times 10^{-8} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$, где h — постоянная Планка, $m_{4\text{He}}$ — масса атома гелия. Под квантовым вихрем мы понимаем область сверхтекучего течения вокруг кора вихря, под направлением вихря — направление его кора с учётом направления циркуляции сверхтекучей компоненты, под плотностью вихрей — количество коров, проходящих через единичную поверхность.

Для прямолинейного вихря незатухающая скорость движения сверхтекучей компоненты определится как

$$V_s = \frac{\hbar n}{m_{4\text{He}} r} = \frac{\kappa n}{2\pi r},$$

где r — расстояние от кора вихря. Квантовый характер движения сверхтекучей компоненты вокруг кора вихря экспериментально подтверждён в работах по изучению колебаний проволоки в сверхтекучем гелии [20, 21] и движения отрицательных зарядов, связанных с вихревым кольцом [22, 23]. Движение сверхтекучей компоненты вокруг кора вихря определяет кинетическую энергию единицы длины вихря

$$E_v = \int_{r_c}^r \pi \rho_s V_s^2 r dr = \frac{n^2 \rho_s \kappa^2}{4\pi} \ln \left(\frac{r}{r_c} \right),$$

где интегрирование ограничивается либо размерами сосуда для единичного вихря, либо расстоянием до ближайших соседних вихрей. Полагая $n = 1$ (вихрям энергетически выгодно принимать минимальное возможное значение n , в частности, в ^4He устойчивым является вихрь с одним квантом циркуляции, $n = \pm 1$), $\ln(l/r_c) \sim 10$ (что вполне разумно при достаточно плотной упаковке вихрей), $\rho_s = 0,147 \text{ г см}^{-3}$, получаем энергию на единицу длины вихревой нити $E/L = (\rho_s \kappa^2 / 4\pi) \ln(l/r_c) \approx 1,2 \times 10^{-12} \text{ Дж м}^{-1} = 1,2 \times 10^{-18} \text{ Дж мкм}^{-1}$.

Квантовая турбулентность характеризуется большим разделением масштабов размеров: минимальный масштаб — размер ядра вихря r_c в ^4He $\sim 10^{-10} \text{ м}$, l — среднее расстояние между вихревыми линиями (обычно оцениваемое как $l \approx \mathcal{L}^{-1/2} \sim 10^{-6} \text{ м}$, где $\mathcal{L}$ — плотность вихрей), самый большой масштаб — размер системы $D \sim 10^{-1} \text{ м}$.

По своей природе (незатухающее течение сверхтекучей компоненты по замкнутым линиям вокруг кора вихря) квантовые вихри в сверхтекучем гелии могут начинаться и заканчиваться на одной из поверхностей сосуда, в том числе на поверхности раздела жидкость — пар, или замыкаться сами на себя, образуя вихревые кольца. Увеличение плотности квантованных вихрей в сверхтекучем гелии возможно несколькими способами:

- во-первых, за счёт увеличения длины уже существующих вихревых линий, которые, изгибаясь под действием потока сверхтекучей жидкости, пересекаются и соединяются сами с собой или с соседними вихрями (т.е. происходит процесс пересоединения вихрей), что порождает новые вихревые петли [9, 24] (рис. 1а–е). Численное моделирование в рамках нелинейного уравнения Шрёдингера показало [25], что пересоединение происходит при нахождении сердцевин вихрей на расстоянии друг от друга в несколько межатомных расстояний;

- во-вторых, вследствие возможной нуклеации вихрей от стенок. Для рождения вихря от стенки необходимо преодолеть потенциальный барьер, величина которого определяется как $U_{\text{max}} \approx [\rho_s \kappa^2 / (4\pi)] [\ln(x/r_c) - 1]$, на расстоянии x_0 от стенки $\kappa / (4\pi V_s)$. Этот барьер при превышении скоростью критического значения V_s может быть преодолен либо термически, либо квантовым туннелированием [26] (рис. 1ж). В гелии II для собственного зародышеобразования требуется (кроме температур, близких к T_λ) достаточно большая скорость $V_H \approx 10 \text{ м с}^{-1}$, что делает такой механизм маловероятным. Превышение V_H и нуклеация вихрей возможны на острых гранях колеблющихся тел или при движении ионов в сверхтекучем гелии под действием электрического поля. Наблюдаемые в экспериментах скорости движения осцилляторов в сверхтекучей жидкости, при которых происходит переход к турбулентному рождению вихрей, имеют существенно меньшую величину ($\sim 0,1 \text{ м с}^{-1}$), и генерация вихрей тогда связана с первым механизмом — увеличением плотности вихрей за счёт остаточных вихрей в объёме жидкости и прикрепленных к стенкам контейнера и деталям конструкции.

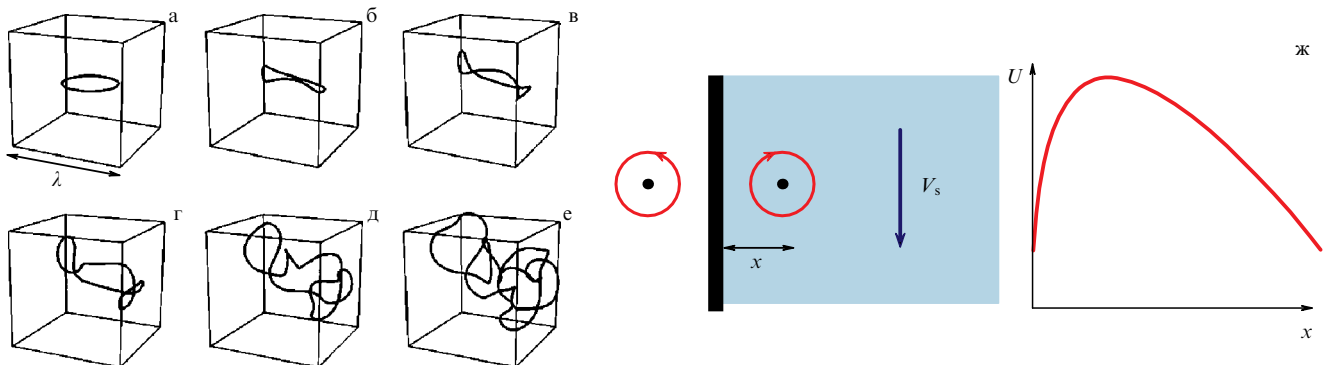


Рис. 1. Расчёт временной эволюции вихревого кольца при течении жидкости в направлении диагонали кубической ячейки: условное время от начала эксперимента (а) $t = 0$, (б) $t = 1$, (в) $t = 2$, (г) $t = 3$, (д) $t = 4$, (е) $t = 5$ (из работы [18]). (ж) Иллюстрация природы потенциального барьера при нуклеации вихря от стенки ампулы (из работы [26]).

Вихревые линии также могут образовываться по механизму Киббла–Зурека [27–29], когда гелий быстро переходит в сверхтекучее состояние из нормального, например при ударном сбросе давления жидкости. При этом корреляционная функция ψ может иметь разные фазы в разных областях пространства и вихревые линии формируются как линейные дефекты, разделяющие области с разностью фаз $2\pi l$ по любому замкнутому пути [30].

Наиболее понятный способ формирования упорядоченных вихрей связан с вращением сосуда со сверхтекучим гелием. При вращении с угловой скоростью Ω в сосуде радиусом R полная циркуляция формирующихся в нём вихрей будет $\pi\kappa R^2$ и равновесная плотность вихрей в таком приборе $n_v = 2\Omega/\kappa$ [31]. Минимизация энергии вихревой системы во вращающемся сосуде формирует треугольную структуру вихрей (решётка вихрей Ткаченко [32], аналогичная структуре вихрей Абрикосова сверхпроводников второго рода), вдоль направления которых возможно существование поперечных волновых возбуждений со звуковым спектром [33, 34], что было обнаружено экспериментально [35–37].

При прекращении вращения сосуда со сверхтекучим гелием упорядоченная система однонаправленных вихрей превращается в вихревой клубок, в котором происходят случайные процессы уменьшения размеров вихревых колец в результате пересоединения, диффузии мелких колец и т.д. Процесс уменьшения плотности вихрей продолжается до установления их равновесного значения — остаточной плотности вихрей. При скоростях вращения сосуда 1 рад с^{-1} такая методика (называемая в англоязычной литературе *spindown*) позволяет изучать поведение вихревой системы с начальной плотностью вихрей $\sim 10^3 - 10^4 \text{ см}^{-2}$ [38], превращение упорядоченной системы вихрей в турбулентную и исследовать её распад со временем, подтверждаемый модельными расчётами [39].

Один из принципиальных вопросов, возникающих при изучении движения сверхтекучей жидкости, — это сходство и различие квантовой и классической турбулентностей. Во-первых, квантовый вихрь отличается от вихря в классической вязкой жидкости тем, что для квантового вихря циркуляция сверхтекучей компоненты должна быть квантованной, тогда как циркуляция классического вихря может иметь любое значение. Во-вторых, квантовый вихрь — это вихрь сверхтекучего потока, и он не может изменить величину потока по замкнутому контуру и уменьшить скорость сверхтекучей компоненты за счёт вязкого трения, присущего классической жидкости. Для описания поведения квантовых вихрей необходимо предложить и обосновать механизм диссипации энергии системы вихрей, особенно в отсутствие возбуждений в гелии (при $T = 0$, в действительности ниже $0,1 \text{ К}$). В-третьих, размер кора квантованного вихря имеет порядок длины когерентности и для сверхтекучего ^4He составляет всего несколько ангстремов. Поэтому положение квантованного вихря в жидкости можно определить с большой точностью.

Указанные свойства делают поведение квантованного вихря более определённым, чем классического, что облегчает точное описание и понимание поведения квантовой турбулентности, формирования системы квантовых вихрей, её развития в процессе взаимодействия вихрей между собой и её распада. Наиболее сложно для описания поведение сверхтекучего гелия в области температур $1,3 - 2,0 \text{ К}$, где наряду с квантованным течением

сверхтекучей компоненты вокруг кора вихря имеются достаточно большая плотность вязкой нормальной компоненты, а также взаимное трение между нормальной и сверхтекучей компонентами, которое может действовать как источник и сток энергии для каждой из компонент. Для двухкомпонентной жидкости возможно создание турбулентности перемешиванием гелия II с помощью механических средств, например посредством движущейся через объём сосуда решётки [40–42] или лопастей "стиральной машины" [43]. Тогда и сверхтекучая, и нормальная составляющие жидкости становятся турбулентными.

Разделить движение нормальной и сверхтекучей компонент можно, затормозив нормальную компоненту. Для этого вход в замкнутый объём и выход из него закрываются пробками с мелкими порами (суперликами — *superleaks*), через которые сверхтекучая компонента может свободно протекать, в то время как нормальная ими тормозится. Такой вид турбулентности, при которой нормальная компонента остаётся неподвижной по условиям эксперимента или концентрация нормальной компоненты становится пренебрежимо малой при понижении температуры, называется *однокомпонентной сверхтекучей турбулентностью*. Поведение сверхтекучей жидкости при очень низких температурах представляет особый интерес, поскольку относится к простому и принципиально важному случаю, когда нет осложнений, связанных с движением нормальной компоненты. В дальнейшем мы будем в основном рассматривать квантовую турбулентность при низких температурах.

Поведение классической вязкой жидкости определяется величиной безразмерного параметра Рейнольдса — соотношения скорости движения тела относительно жидкости, размеров движущегося тела и вязкости жидкости. Поведение сверхтекучей турбулентности определяется двумя безразмерными параметрами [44]. Один из них — внутренний параметр q , характеризующий отношение силы трения, действующей на вихрь, к недиссипативным силам, определяющим инерционное движение вихря. Введение в рассмотрение параметра q связано с описанием сил, действующих на вихрь в сверхтекучей жидкости (аналогом уравнения Навье–Стокса для классической вязкой жидкости, выведенного с усреднением по масштабу большого характерного расстояния между вихрями), который определяет временную эволюцию вихревых нитей с $\mathbf{V} = \mathbf{V}_s$.

Если рассматривать процессы только в сверхтекучей жидкости, когда движением нормальной компоненты можно пренебречь, то получим уравнение [45, 46]

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \mu = (1 - \alpha') \mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega} + \alpha \hat{\boldsymbol{\omega}} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}), \quad (1)$$

здесь $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{V}$ — сверхтекучая завихренность, $\hat{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}/\omega$, безразмерные параметры α' и α определяют реактивные и диссипативные силы, действующие на вихрь, когда он движется относительно нормальной составляющей. Введём обозначение $q = \alpha/(1 - \alpha')$, тогда уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \tilde{\mu} = \mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega} + q \hat{\boldsymbol{\omega}} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}).$$

Первые три члена последнего уравнения описывают инерционные процессы в классической гидродинамике, а четвёртый член с параметром q определяет диссипа-

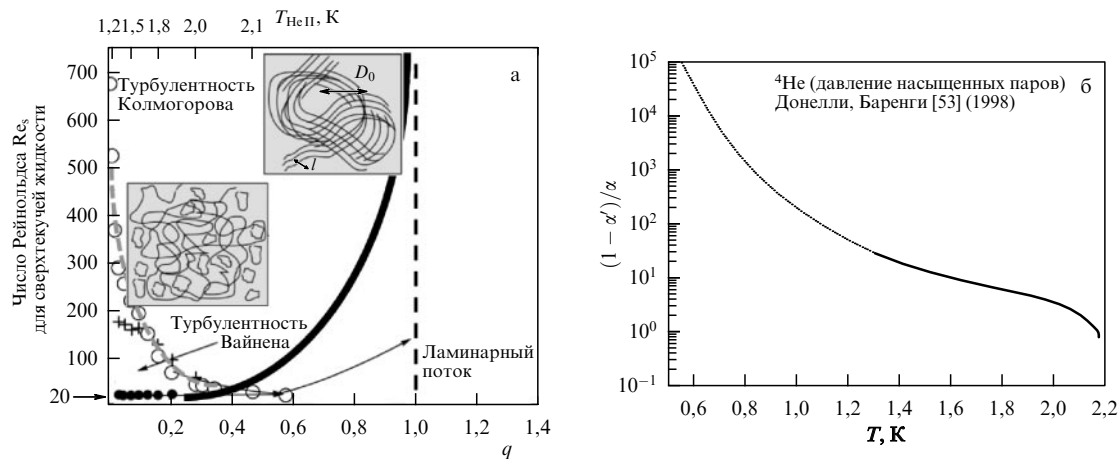


Рис. 2. (а) Возможная диаграмма динамических состояний вихрей на плоскости (Re_s, q) по иллюстрациям работ [47, 48]; символы — результаты экспериментальных работ: чёрные кружки — переход из состояния I в состояние II в режиме экспериментов с суперликами, когда движение нормальной компоненты заторможено [49]; полые кружки [50] и крестики [51] — аналогичный переход при противотоке нормальной и сверхтекучей компонент. (б) Температурная зависимость величины q^{-1} — аналога числа Рейнольдса для классической жидкости, показывающая стабильность течения сверхтекучей компоненты при случайных отклонениях (по материалам [53]).

цию. При $q > 1$ диссипативные процессы доминируют и течение сверхтекучей компоненты будет ламинарным, при $q \ll 1$ преобладающими становятся инерционные процессы, что делает возможным развитие турбулентности. Таким образом, параметр q^{-1} определяет, будет ли устойчивым течение сверхтекучей компоненты при его случайных отклонениях или система может перейти в неупорядоченное движение (рис. 2б). В классической гидродинамике развитая турбулентность, описываемая спектром Колмогорова, формируется при числе Рейнольдса $Re \gg 1$. В сверхтекучих жидкостях развитая турбулентность может возникать при $q \ll 1$.

Вторым параметром сверхтекучей турбулентности, определяющим её характер, является число Рейнольдса для сверхтекучей жидкости $Re_s = VD/\kappa$, содержащее квант циркуляции κ , характеризующий квантованную завихренность в сверхтекучих жидкостях.

Два параметра, q и Re_s , управляют переходом между двумя классами сверхтекучей турбулентности: *квазиклассическим режимом* и *режимом турбулентности Вайнена*. В квазиклассическом режиме формируется передача энергии, аналогичная её передаче в колмогоровском каскаде (модифицированном диссипацией из-за взаимного трения нормальной и сверхтекучей компонент и возможной передачей энергии между нормальными и сверхтекучими вихрями — состояние II). Этот тип турбулентности сверхтекучей компоненты характеризуется состоянием, в котором вихри локально поляризованы и квантование завихренности не играет принципиальной роли для передачи энергии в импульсном пространстве. Второй тип турбулентности — квантовая турбулентность Вайнена (состояние I), при которой свойства системы определяются квантованием завихренности вокруг индивидуальных вихрей и система вихрей изотропна.

Колмогоровская турбулентность, имеющая энергетический спектр вида $E(k) \sim k^{-5/3}$, присуща диапазону волновых векторов $1/D \ll k \ll 1/l$, где D — размер системы. При колмогоровской турбулентности квантовые вихри могут двигаться совместно с вихрями в нормальной жидкости. Такая турбулентность может возникать,

например, при интенсивном перемешивании сверхтекучего гелия ("стиральная машина" [43, 52]) при высоких (более 1 K) температурах. Наличие турбулентного колмогоровского спектра в указанном выше диапазоне волновых векторов, определяемом размером системы D и расстоянием между вихрями l , подтверждается также модельными расчётами [54]. Колмогоровский тип турбулентности возможен для однокомпонентной сверхтекучей турбулентности при формировании *пучков сверхтекучих вихрей*, как показано на верхней вставке рис. 2а, правда, нам пока неизвестны экспериментальные наблюдения такого поведения вихрей.

Для турбулентности Вайнена характерен случайный вихревой клубок с одним доминирующим масштабом длины l . Основное экспериментальное свидетельство существования турбулентности Вайнена состоит в том, что если клубок вихрей распадается, то плотность вихревых линий уменьшается как $\mathcal{L} \sim t^{-1}$ [55, 56] согласно феноменологической модели Вайнена [57], предполагающей однородную и изотропную конфигурацию вихрей. Такой же распад, $\mathcal{L} \sim t^{-1}$, наблюдался в численных расчётах [58], которые также показали, что энергетический спектр остаётся в значительной степени сконцентрированным вблизи $k \approx 1/l$.

Возможная диаграмма разделения на области приведена на рис. 2а. При большой скорости потока, $Re_s \gg 1$, граница поведения сверхтекучей жидкости между турбулентностью и "ламинарным" состояниями приближается к вертикальной оси $q = q_0 \sim 1$. Линия разделения двух режимов сверхтекучей турбулентности, возникающих при малых q , соответствует соотношению $Re_s q^2 \approx 1$. Идея такого разделения заключается в следующем: на расстоянии, меньшем D_0 , что соответствует скорости сверхтекучей компоненты V_{s0} , детализация структуры индивидуальных вихрей становится не важна, а это отвечает условию $V_{s0}D_0 = q^2 V_s D = q^2 \kappa Re_s > \kappa$, или $Re_s > 1/q^2 \gg 1$. При больших квантовых числах Рейнольдса возникает турбулентность квазиклассического типа, для которой характерен каскад колмогоровского типа, возможно, видоизменённый взаимным трением сверхтекучей и нормальной

компонент He-II, что определяет перекачку энергии между системами. Турбулентность в этом состоянии становится похожей на турбулентность в классических жидкостях. При меньших Re_s развивается квантовая турбулентность типа турбулентности Вайнена. Однако стационарное состояние турбулентности, в отличие от такового классических жидкостей, определяется не вязкостью, а параметром взаимного трения q между нормальной и сверхтекучей компонентами и потерями энергии квантовых вихрей за счёт пересоединения и излучения фононов бегущими по корам вихрей перегибами после пересоединения (волны Кельвина, о чём будет сказано в разделе 11).

По-видимому, разделение на два типа турбулентности действительно существует, по крайней мере такая картина довольно резкого перехода между ламинарной эволюцией инжектированных вихрей и возникающим турбулентным многовихревым состоянием всей сверхтекучей жидкости наблюдалась при q порядка единицы для $^3\text{He-B}$ [59]. На схожее поведение сверхтекучего ^4He при малых числах q — существование двух различных сверхтекучих турбулентностей — указывает, в частности, тот факт, что при больших числах Re_s передачи энергии в инерционной области частотного спектра и для гелия II, и для гелия I являются идентичными и соответствуют колмогоровскому спектру $E(f) \sim f^{-5/3}$ (эксперименты с быстрым вращением лопастей в гелии при $Re \sim 10^6$, $T = 2,3$ К, $2,08$ К и $1,4$ К [43]).

3. Плотность вихревых нитей — квантовая турбулентность Вайнена

Основной характеристикой квантовой турбулентности является плотность вихрей $\mathcal{L}$ на единицу площади. Для однородной турбулентности направление вихрей изотропно, хотя для пучков квантовых вихрей, способных возникать при интенсивном перемешивании сверхтекучей жидкости и больших квантовых числах Рейнольдса, можно определить анизотропию и плотность вихрей, а также среднюю завихренность жидкости (как на рис. 2а для колмогоровского типа сверхтекучей турбулентности).

Впервые динамику плотности вихревых линий $\mathcal{L}(t)$ количественно описал Вайнен (W.F. Vinen) в работах [57, 60–62] (1957–1958 гг.), основываясь на экспериментальных данных. Для однородной плотности вихрей $\mathcal{L}$ расстояние между вихрями $l = \mathcal{L}^{-1/2}$. Плотность вихрей определяется двумя величинами: скоростью генерации вихрей и скоростью распада вихревой системы. Если процесс генерации вихрей обусловлен скоростью движения сверхтекучей компоненты, её градиентами, величиной противотока нормальной и сверхтекучей компонент при наличии потоков тепла, т.е. внешними воздействиями на сверхтекучую жидкость, то процесс распада определяется изменением формы движущихся вихревых колец, каскадным дроблением вихревых колец при их пересечении с самими собой или с соседями в турбулентной системе (процессы пересоединения), уменьшением размеров вихревых петель вследствие взаимодействия с нормальной компонентой, излучением энергии волнами Кельвина (движущимися перегибами на одномерном коре вихря) и, наконец, диффузией вихрей от места их генерации и их исчезновением на стенках сосуда.

Соотношение двух указанных процессов (генерации (g) и аннигиляции (a)) и определяет временную динамику

плотности вихрей:

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \left[\frac{d\mathcal{L}}{dt} \right]_g - \left[\frac{d\mathcal{L}}{dt} \right]_a.$$

Плотность вихрей Вайнен измерял по затуханию волн второго звука, используя в качестве генератора вихрей противоток нормальной и сверхтекучей компонент при локальном тепловыделении, что определило рабочий диапазон температур выше 1,3 К. При построении феноменологической теории квантовой турбулентности Вайнен исходил из локальности изменения плотности вихрей, предполагая, что на вихри действуют силы взаимодействия, определяемые в каком-то виде расстоянием между вихрями, т.е. силы взаимодействия нормальной и сверхтекучей компонент при разнице их скоростей $\mathbf{V}_{ns} = \mathbf{V}_n - \mathbf{V}_s$. Размерный анализ и экспериментальный факт возрастания радиуса вихревого кольца пропорционально действующей силе [63] позволяют сделать заключение о возрастании плотности вихрей в вихревом клубке как

$$\left[\frac{d\mathcal{L}}{dt} \right]_g = \alpha_V |\mathbf{V}_{ns}| \mathcal{L}^{3/2}, \quad (2)$$

где $\alpha_V \sim C\alpha$ с константой C порядка единицы, устанавливаемой из эксперимента.

Для определения скорости распада вихревой структуры Вайнен предложил, по аналогии с классической изотропной турбулентностью, механизм, который предполагает существование инерционного интервала передачи энергии из области накачки в диссипативную область больших волновых чисел. В теории однородной изотропной турбулентности диссипация энергии, связанная с инерционной передачей энергии, описывается как [64]

$$\left(\frac{\partial u^2}{\partial t} \right)_a \propto - \frac{u^3}{l_{\text{visc}}},$$

где u — характеристическая скорость на масштабе l_{visc} , соответствующем вязкому пределу инерционного интервала. Если в качестве l_{visc} взять расстояние между вихрями $l = \mathcal{L}^{-1/2}$, а в качестве скорости u — скорость сверхтекучей компоненты на расстоянии l от кора вихря как $V = \kappa/(2\pi l) = (\kappa/2\pi)\mathcal{L}^{1/2}$, то тогда скорость аннигиляции вихрей можно записать в виде

$$\left[\frac{d\mathcal{L}}{dt} \right]_a = \beta_V \mathcal{L}^2,$$

где β_V — параметр, по порядку величины близкий к $\kappa/(2\pi)$. Аналогичная зависимость получается при рассмотрении вероятности диссипативных процессов в вихревой системе, возникающих вследствие пересоединения вихрей и связанного с ним уменьшения размеров вихрей. Вероятность такого соединения для каждого вихря пропорциональна плотности вихрей. Если нас интересуют потери энергии в системе вихрей, т.е. скорость уменьшения суммарной длины вихрей при взаимодействии всех вихрей между собой, то мы получим величину $\sim \mathcal{L}^2$. В результате изменение плотности вихрей в пространстве при их однородном и изотропном распределении выразится следующим образом:

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \alpha_V |\mathbf{V}_{ns}| \mathcal{L}^{3/2} - \beta_V \mathcal{L}^2. \quad (3)$$

Соотношение (3), называемое уравнением Вайнена, позволяет оценить среднюю плотность вихрей при стационарных условиях, когда $d\mathcal{L}/dt = 0$. Нетрудно увидеть, что равновесная плотность вихрей возникнет при постоянном тепловом потоке, когда существует противоток нормальной и сверхтекучей компонент V_{ns} . Эксперименты с генерацией вихрей тепловым потоком проводятся при температурах, при которых плотностью нормальной компоненты пренебречь нельзя, т.е. при $T > 1$ К.

Условием применимости уравнения Вайнена является необходимость существования остаточных вихрей, так называемой *остаточной завихренности* (remnant vorticity), в объёме жидкого гелия для увеличения их плотности при тепловых потоках (рис. 1а–е). Если в начале эксперимента или после распада вихревой системы вследствие выключения теплового потока плотность вихрей равна нулю, то при любой величине V_{ns} вихри не возникнут. Такая картина наблюдается при колебании гладких нитей, если на них нет закреплённых (запиннированных — от англ. *pinning* — закрепление, прищипливание) вихрей, когда даже большие скорости их движения не приводят к переходу системы в турбулентный режим. Возможность нуклеации вихрей от стенок сосуда мы обсуждали ранее (рис. 1ж).

Укажем, что почти всегда, несмотря на все предосторожности при подготовке эксперимента со сверхтекучим гелием, в жидкости имеются остаточные вихри, пиннирующие на всех поверхностях. На рисунке 3 показано временное изменение добротности кварцевого камертона, величина которой зависит от пиннинга вихрей (как присоединённой массы) при низкой температуре [65]. Хорошо видно, что добротность камертона изменяется в достаточно широких пределах, как и его резонансная частота. Более подробно возможности кварцевых камертонов детектировать вихри рассмотрены в разделе 14.

Для проверки предложенной феноменологической теории Вайнен провёл измерения рассеяния волн второго звука как функции времени в двух каналах с поперечным сечением $2,4 \times 6,45$ мм² и $4,00 \times 7,83$ мм² и длиной 20 см при температурах от 1,3 К до T_λ и различных плотностях теплового потока. Эти измерения и стали основой предложенной им теории, хотя для описания возрастания $\mathcal{L}$ при включении вихревого потока возможны и другие соотношения, в частности, соотношение (2) может выглядеть как $[d\mathcal{L}/dt]_g = \alpha_F |V_{ns}|^2 \mathcal{L}$, что, однако, несколько хуже соответствует экспериментальным данным. Последнее соотношение отвечает случаю, в котором влиянием вихрей друг на друга пренебрегается и доминирующей в эффекте Магнуса, отвечающем за приращение длины вихря, является только величина V_{ns} с параметром взаимодействия α_F .

Из уравнения Вайнена можно определить установившуюся концентрацию вихрей при постоянном тепловом потоке:

$$\mathcal{L}_{st} = \frac{\alpha_V^2}{\beta_V^2} V_{ns}^2 = \gamma^2 V_{ns}^2. \quad (4)$$

Уравнение Вайнена позволяет оценить время образования вихревого клубка τ_V . Интегрирование соотношения (3) даёт расходимость по времени для выхода на величину $\mathcal{L}_{st}$, поэтому для оценки τ_V можно определить

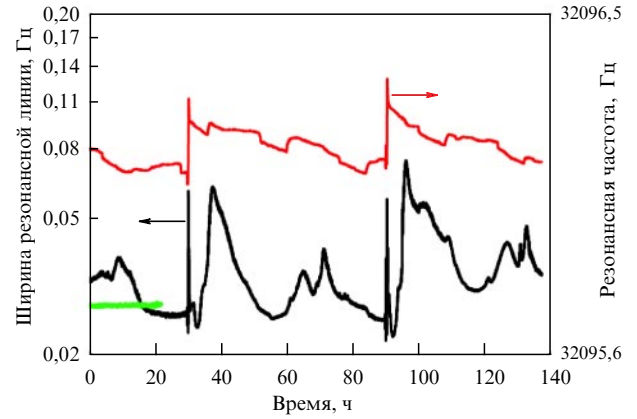


Рис. 3. Временная зависимость добротности кварцевого камертона и его резонансных частот в сверхтекучем гелии-4 при температуре $T = 10$ К. При временах 30 и 90 ч происходила заливка жидкого гелия в криостат. (Из работы [65].)

время создания плотности вихрей $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{st}/2$:

$$\tau_V = c_v(T) \dot{q}^{-3/2}. \quad (5)$$

4. Генерация квантовой турбулентности тепловыми потоками. Взаимодействие волн второго звука с вихревой структурой

В случае температур выше 1 К, когда существует значительная концентрация нормальной компоненты, поглощение волн второго звука используют в качестве одного из основных детекторов квантовой турбулентности. Особенности распространения второго звука в сверхтекучем гелии-4 подробно изучены и описаны во многих работах (см., например, [1, 66–68]). Здесь нас будут интересовать взаимодействие волн второго звука и вихрей, а также возможность формирования вихревой структуры тепловыми потоками в сверхтекучем гелии.

Экспериментальные исследования распространения волн второго звука во вращающихся с угловой скоростью Ω контейнерах показали зависимость затухания сигналов от угла θ между направлением выстроенных по оси вращения вихрей и направлением распространения звуковых волн [69, 70]. С учётом суммарного вращения одиночных вихрей в контейнере $\Omega = 1/2 \kappa \mathcal{L} \dot{\phi}$ можно записать для силы трения F_{ns} между нормальной и сверхтекучей компонентами:

$$F_{ns} = -\alpha \kappa \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \mathcal{L} (V_n - V_s) \sin^2 \theta.$$

Нетрудно увидеть, что затухание волн второго звука, пропорциональное величине F_{ns} , будет пропорционально плотности вихрей $\mathcal{L}$ и для однородной квантовой турбулентности, $\langle \sin^2 \theta \rangle = 2/3$, в отличие от затухания волн второго звука в двух предельных случаях, когда угловой коэффициент равняется нулю при параллельных направлениях оси вихря и распространения второго звука и единице при их взаимно перпендикулярной ориентации.

В качестве приёмников волн второго звука используются сверхпроводящие болометры [71]. Меняя материал плёнки, можно подбирать температуру сверхпроводящего перехода, а также её можно сдвигать в область низких значений приложением магнитного поля. В качестве приёмников используются также датчики на основе

мембран с мелкими порами (~ 100 нм) [72], действие которых основано на способности сверхтекучей компоненты проникать через мелкие поры, тогда как нормальная компонента в них тормозится. В результате давление внутри датчика меняется в соответствии с изменением количества сверхтекучей компоненты (и температуры в измеряемой волне). И те и другие датчики имеют свои преимущества и недостатки.

В качестве источников волн второго звука обычно используют нагреватели разного типа, например плёночные сопротивления, или точно такие же, как и для детектора, пористые мембраны.

Для измерения поглощения волн второго звука применяются две методики: импульсная и резонансная. Резонансная методика обладает более высокой чувствительностью, но её временное разрешение определяется добротностью системы — чем выше добротность системы, тем медленнее реагирует система на изменение поглощения по пути волн второго звука. Импульсная методика имеет более высокое разрешение по времени и по положению области рассеяния, но более низкую чувствительность. Согласно методике измерения поглощения волн второго звука, обычно измеряют затухание волн в направлении, перпендикулярном источнику турбулентности. Например, измеряется изменение резонансных характеристик стоячих волн второго звука в направлении, перпендикулярном продолговатой ампуле, вдоль длинной стороны которой протянули с большой скоростью мелкую сетку [41] или включили постоянный тепловой поток [72, 73]. В первом случае поглощение второго звука позволяет исследовать процессы распада вихревой системы, связанной как со сверхтекучей, так и с нормальной компонентой. Во второй схеме постановки эксперимента возможно изучение формирования квантовой турбулентности, её стационарных характеристик и её распада, т.е. исследование её временных параметров и зависимости от величины тепловых потоков.

Взаимодействие вихрей и ионов в жидком гелии. Ещё одним способом исследования квантовой турбулентности во всём диапазоне температур является изучение распространения зарядов в сверхтекучем гелии. Положительные ионы гелия He^+ представляют собой зону уплотнения, твёрдые гелиевые комочки, состоящие примерно из 20 атомов гелия (модель Феррела [74] "снежный ком" — snowball), в то время как отрицательные ионы гелия представляют собой электрон в пузырьке нанометрового размера, возникающем вследствие квантово-механического отталкивания окружения лёгкой частицей (электроном), — модель "пузырь" (bubble) Аткинса [75]. Такой пузырь в жидком гелии обладает довольно большой гидродинамической добавленной массой, порядка массы 200 атомов гелия. Движением ионов обоих видов можно управлять приложенным внешним электрическим полем, и на их движение влияет присутствие квантованных вихрей. Благодаря градиенту давления сверхтекучей циркуляции вокруг вихря между ионами и вихрями существует притягивающее взаимодействие, способное захватывать ионы корами вихрей.

Генерация вихревой турбулентности тепловыми потоками. Экспериментальные исследования противоточной турбулентности в He II начались с экспериментов по переносу тепла через каналы различных размеров. Тепловой поток в двухжидкостной гидродинамике сверхтекучей жидкости характеризуется противотоком нор-

мальной и сверхтекучей компонент и не имеет очевидного аналога в потоках обычной вязкой жидкости. Если попытаться найти возможную связь между тепловым противотоком и классической турбулентностью, то вероятным кандидатом будет турбулентная тепловая конвекция.

Тепло с плотностью $\dot{q}$, выделяемое нагревателем на одном конце канала, уносится только нормальной жидкостью, а в противоположном направлении движется сверхтекучая компонента. Таким образом, вдоль канала возникает противоток $\mathbf{V}_{ns} = \mathbf{V}_n - \mathbf{V}_s$. При предположении, что $\dot{q}$ полностью используется для преобразования сверхтекучей компоненты в нормальную жидкость, скорость нормальной жидкости $\mathbf{V}_n = \dot{q}/(ST\rho)$, где S — удельная энтропия He II. Скорость сверхтекучей компоненты $\mathbf{V}_s$ вычисляется из условия $\rho_n \mathbf{V}_n + \rho_s \mathbf{V}_s = 0$. При относительно небольших значениях $\mathbf{V}_{ns}$ на перенос тепла влияет турбулентность из-за появления неупорядоченного клубка сверхтекучих вихревых линий с плотностью $\mathcal{L}$. Возрастание вихревой турбулентности и увеличение количества вихрей начинаются при некоторой плотности теплового потока — значение последней можно определить экспериментально. Один из методов определения перехода жидкости в состояние квантовой турбулентности связан с визуализацией движения жидкости за счёт оптического возбуждения атомов гелия и наблюдения за положением высвечивающихся атомов, перемещающихся в тепловом потоке [76]. При температурах 1,6–1,8 К и постоянной мощности теплового потока $\dot{q} < 30\text{--}50$ мВ см^{–2} поток остаётся ламинарным. Превышение указанных значений потока приводит к возникновению турбулентного состояния сверхтекучего гелия, характеризующегося его неупорядоченным течением, причём поведение светящейся трассы меняется при превышении плотностью потока значений 60–65 мВ см^{–2} [77]. Схожие величины максимальных тепловых потоков, не приводящих жидкость в турбулентное состояние, получены в работе [78], где тестирование вихревого состояния проводилось по измерению градиента температуры.

Теория генерации вихрей с помощью потока тепла рассмотрена в работе [79]. На основе уравнений непрерывности сверхтекучего гелия с учётом того, что поток тепла в сверхтекучем гелии определяется как движение нормальной компоненты, для слабых тепловых потоков можно считать взаимное трение F_{ns} и член dV/dt , определяющий ускорение движения соответствующей компоненты, равными нулю. Такое допущение приводит к следующему уравнению состояния жидкого гелия:

$$\nabla p = \rho S \nabla T,$$

известному как уравнение Лондона. Градиент давления вызывает ламинарное Пуазейлево течение нормальной компоненты:

$$\nabla p = \eta \nabla^2 V_n,$$

где η — вязкость нормальной компоненты. При протекании теплового потока по длинной трубке диаметром d разность давлений при ламинарном течении

$$\nabla p = \frac{32\eta V_n}{d^2}.$$

В окончательном виде для ламинарного течения теплового потока в длинной трубе получим

$$\nabla T = \frac{32\eta}{\rho^2 S^2 T d^2} \dot{q}.$$

При больших тепловых потоках, как мы отмечали выше, при $\dot{q} > 30-50$ мВ см⁻², возникает взаимное трение, определяемое возрастанием количества вихрей, формируется квантовая турбулентность. При этом в уравнениях Навье–Стокса для нормальной и сверхтекучей компонент доминирующим оказывается член взаимного трения F_{ns} . Впервые эта величина была определена в работе [80]:

$$F_{ns} = A_{GM} \rho_s \rho_n |\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_n|^3, \quad (6)$$

где A_{GM} — константа Гортера–Меллинка. Если считать, что при больших тепловых потоках в случае развитой квантовой турбулентности доминирующим в уравнении Навье–Стокса является взаимное трение нормальной и сверхтекучей компонент, то градиент температуры определится как

$$\nabla T = \frac{F_{ns}}{\rho_s S}.$$

В результате получим

$$\nabla T = \frac{A_{GM} \rho_n}{S} \left(\frac{\dot{q}}{\rho_s S T} \right)^3.$$

Уравнение (6), с учётом уравнения Вайнена расширенное Шварцем [81], включает в себя небольшое смещение скорости $\mathbf{V}_0$, связанное с началом формирования турбулентности вихревой системы, так что окончательное уравнение имеет вид

$$F_{ns} = \mathcal{L}_{st} f = A_{GM} \rho_s \rho_n (\mathbf{V}_n - \mathbf{V}_s - \mathbf{V}_0)^2 |\mathbf{V}_n - \mathbf{V}_s|.$$

Константа Гортера–Меллинка A_{GM} рассчитывается из экспериментальных данных по возникновению градиента температуры при тепловых потоках, формирующих развитую турбулентность, и имеет температурную зависимость вида $A_{GM} \sim T^3$ (рис. 4).

Формирование турбулентного состояния требует времени для увеличения плотности вихревого клубка в возникающем при выделении тепла противотоке, поэтому переход в турбулентность для импульсных тепловыделений происходит при существенно больших плотностях теплового потока. Так, при измерениях методом сдвоенных тепловых импульсов длительностью в 10 мкс переход к увеличению поглощения второго импульса происходил при $\dot{q} \sim 10-15$ Вт см⁻², т.е. второй импульс шёл по среде, где плотность вихрей уже начинала возрастать пропорционально времени [84]:

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} \approx \gamma \left(\frac{\dot{q}}{\rho_s S T} \right)^{5/2} t.$$

Мощность, при которой начиналось возрастание плотности вихрей, существенно уменьшалась при стробировании сигналов, т.е. во времена между последовательными запусками следующих импульсов плотность остаточных вихрей была достаточно велика. В работе [85] в

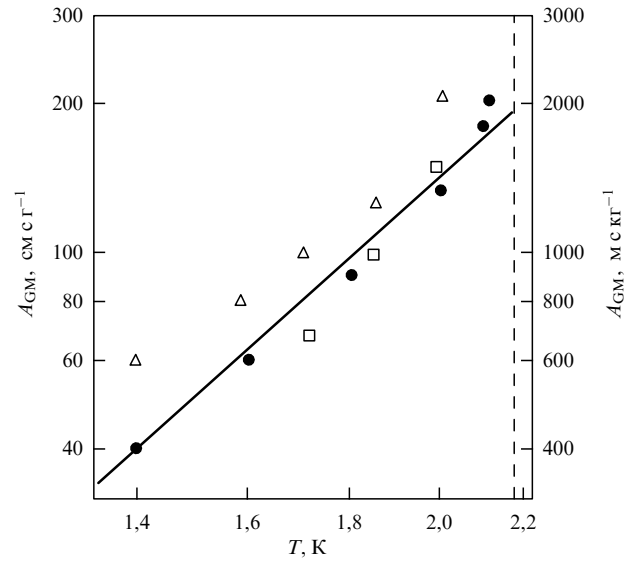


Рис. 4. Температурная зависимость константы Гортера–Меллинка A_{GM} . (Результаты работ [57, 79, 82, 83].)

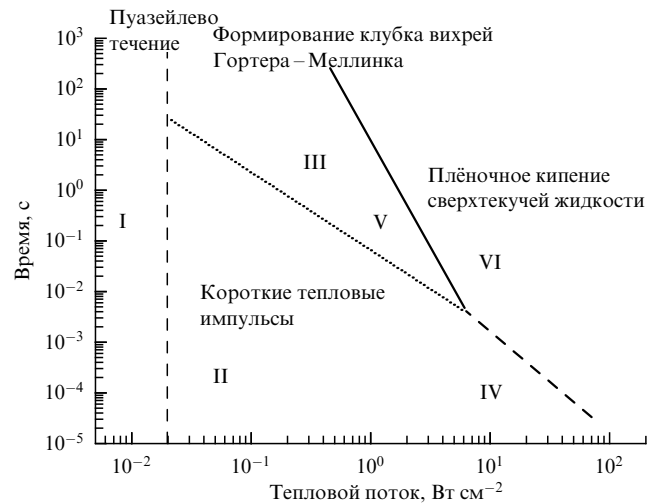


Рис. 5. Экспериментальные данные по воздействию теплового импульса на поведение сверхтекучего гелия в зависимости от плотности теплового потока и длительности единичного импульса. В области III происходит формирование теплового вихревого клубка при трении нормальной и сверхтекучей компонент — взаимодействии Гортера–Меллинка. (Из работы [86].)

качестве пробного сигнала использовался импульс охлаждения после импульса нагрева, возникающий при распространении длинного теплового импульса в трёхмерном случае.

Примерное разделение воздействия теплового потока на состояние сверхтекучего гелия в зависимости от длительности единичного импульса показано на рис. 5. Схему можно условно разделить на шесть областей передачи тепла в жидкий гелий в зависимости от их воздействия: I — ламинарное пуазейлево течение противотока нормальной и сверхтекучей компонент в области постоянных тепловых потоков $\dot{q} < 30-50$ мВ см⁻²; II — воздействие коротких тепловых импульсов, поток тепла уходит со скоростью второго звука, вихревая система не успевает развиваться; III — вихревая область тепловыделений, в которой квантовая или квазиклассическая турбулентность формируется за счёт трения нормальной и сверхте-

кучей компонент, линия разделения областей II и III примерно описывается соотношением (5): $\tau_v = c_v(T)\dot{q}^{-3/2}$, где $c_v(T) \approx 0,1 \text{ Вт}^{3/2} \text{ с см}^{-3}$ (и зависит от температуры [87]); IV — условная область, где импульсы начинают генерировать вихри [84]; V — область, в которой образуется достаточно плотный вихревой клубок вблизи нагревателя, тормозящий нормальную компоненту, что приводит к локальному переходу гелия в нормальное состояние с последующим кипением [88]; VI — область плёночного кипения гелия на нагревателе [89], время закипания t_{boil} при импульсном тепловыделении описывается соотношением $\dot{q} t_{\text{boil}}^{1/2} = C$, где $C \sim 0,05 - 0,5 \text{ Вт см}^{-2} \text{ с}^{1/2}$.

Стоит напомнить, что приведённая диаграмма носит условный характер и показывает лишь тенденции формирования состояния сверхтекучего гелия при разных временно-тепловых воздействиях, тогда как реальное поведение может сильно отличаться в зависимости от геометрии эксперимента. Так, при постоянном тепловом потоке 50 мВт см^{-2} равномерная плотность вихрей должна установиться во всём объёме образца за время $\sim 10 \text{ с}$, однако при исследовании распределения градиента температуры в длинном капилляре при постоянном тепловом потоке [90], характерном для турбулентного режима ($D_{\text{in}} = 1,4 \text{ мм}$, $L = 8,0 \text{ м}$, $\dot{q} = 44 - 60 \text{ мВт см}^{-2}$, $T = 1,34 \text{ К}$), время установления оказалось на два порядка больше, причём вихревые клубки двигались со стороны ка нагревателя, так и открытой части капилляра со скоростями $1 - 3,7$ и $0,1 - 2,5 \text{ мм с}^{-1}$ соответственно, что подтверждает необходимость наличия остаточной плотности вихрей для генерации квантовой турбулентности за счёт противотока нормальной и сверхтекучей компонент.

Методика формирования вихревой структуры противотоком нормальной и сверхтекучей компонент позволяет использовать в качестве детектора вихревой структуры затухание волн второго звука, так как диапазон температур, при которых возможны такие исследования, простирается от области температур выше 1 К , где концентрация нормальной компоненты ещё высока. Однако в этой области температур турбулентность может устанавливаться в обеих системах, нормальной и сверхтекучей, взаимодействующих между собой через взаимное трение. При интерпретации экспериментальных данных необходимо принимать во внимание торможение нормальной компоненты у стенок канала, искажающее плоский профиль вектора противотока V_{ns} и оказывающееся существенным в тонких каналах. В общем виде картина генерации вихрей тепловым потоком характеризуется первым членом в уравнении Вайнена (3) и зависит от резистивной константы взаимодействия α и величины противотока.

Эксперименты по изучению с помощью отрицательных ионов распределения вихрей при их формировании противотоком нормальной и сверхтекучей компонент в широком канале (прямоугольного сечения $1 \times 2,3 \text{ см}^2$) [91] установили, что с точностью до нескольких процентов плотность вихрей по сечению канала однородна и профиль течения нормальной жидкости является плоским, за исключением области вязкого течения вблизи стенок ($\sim 1 \text{ мм}$).

Измерения градиента температуры вдоль канала с противотоком нормальной и сверхтекучей компонент [92] показали, что, в зависимости от геометрии, существует несколько устойчивых турбулентных состояний. В

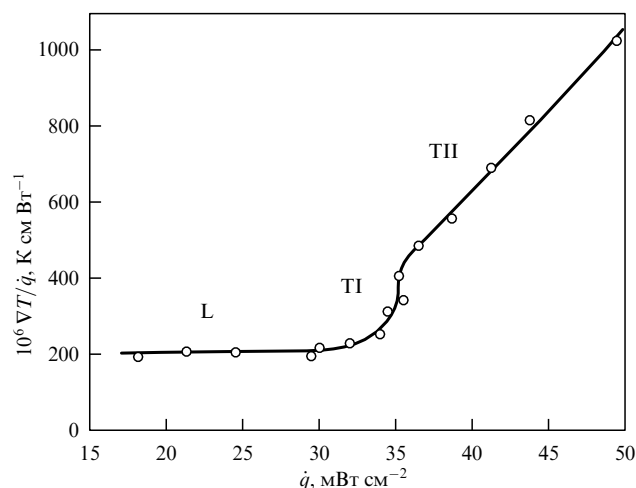


Рис. 6. Тепловое сопротивление $\nabla T / \dot{q}$ как функция плотности теплового потока, $T = 1,15 \text{ К}$ [92].

довольно больших каналах с круглым или квадратным сечением при увеличении приложенной мощности на единицу площади канала $\dot{q}$ ламинарный поток претерпевает первый переход при $\dot{q}_{c1}$, после чего измеренное ΔT лишь незначительно превышает экстраполированное ламинарное значение. При $\dot{q}_{c2}$ происходит второй переход, после которого измеренное ΔT резко увеличивается. Эти турбулентные состояния обозначаются как TI и TII (рис. 6).

Возможность существования состояния TI при условии $\dot{q}_{c1} < \dot{q} < \dot{q}_{c2}$ отмечена в работах по затуханию волн второго звука [57, 60–62], а также в экспериментах по измерению разности давлений [93] и разности температур [51, 78] при пропускании постоянного теплового потока.

Для моделирования и расчётов поведения вихревых нитей обычно применяют закон Био–Савара в полном или локальном виде, учитывающий вихревое движение жидкости (сверхтекучей компоненты) вокруг кора вихря и влияние этого движения на другие вихри. При использовании полного закона Био–Савара учитывается влияние всех элементов объёма на данный отрезок, что требует достаточно больших вычислений. Часто для моделирования поведения вихрей применяют локальный закон Био–Савара с учётом влияния ближайших отрезков вихревой линии исходя из соображений, что наибольшее воздействие на динамику точки вихревой нити оказывают её ближайшие отрезки, т.е. при расчётах ограничиваются лишь участками вихревой нити, существенно ослабляя тем самым требования к вычислительной мощности. В работе [94] при рассмотрении перехода системы в турбулентное состояние показано, что моделирование вихревой нити на установившейся противоточной турбулентности с использованием полного закона Био–Савара даёт изотропную турбулентность, в то время как согласно расчётам в приближении локальной индукции возникает слоистая структура вихрей, не переходящая в изотропное турбулентное состояние. Поскольку согласие между экспериментальными данными и теорией однородной изотропной турбулентности хуже в TI, чем в TII (где эта теория работает достаточно хорошо), состояние TI может быть неоднородным и не изотропным, что связано с малой плотностью рождаемых вихрей. Малая

плотность вихрей при ТI резко уменьшает влияние сверхтекучих потоков от далёких вихрей и усиливает влияние сверхтекучих потоков близлежащих частей вихря.

Как показали эксперименты, геометрия оказывает сильное влияние на турбулентность, генерируемую противотоком. В каналах прямоугольного сечения с большим соотношением сторон (1:10) и малым размером, менее 100 мкм, наблюдался только один переход, обозначаемый, в отличие от предыдущих переходов, $\dot{q}_{сз}$. Эта установившаяся турбулентность обозначается как ТП [91].

Существование двух отчётливо различных устойчивых турбулентных состояний в "противоточной" турбулентности He II, как и существование перехода ТП в малых каналах, являлось давней загадкой. Одно из возможных объяснений предложено в работе [95], где предполагается, что сверхтекучая жидкость является турбулентной в состоянии ТI, но нормальная жидкость всё ещё остаётся ламинарной. Таким образом, переход от ТI к ТП может соответствовать началу перехода нормальной компоненты гелия II в турбулентное состояние. Однако аналогичное поведение перехода от ламинарного течения к развитой турбулентности через некое промежуточное состояние наблюдается и при сверхнизких температурах, когда в принципе не может быть турбулентности нормальной компоненты. Альтернативная интерпретация рассмотрена в разделах 9, 10, 13 и 14.

Сложность интерпретации результатов экспериментов с генерацией турбулентности тепловыми потоками связана именно с наличием двух компонент, которые взаимодействуют между собой, и турбулентность может возникать как в сверхтекучей, так и в нормальной компонентах.

В экспериментах, описанных в работе [96], движение нормальной компоненты подавили, создав течение *только* сверхтекучей компоненты через две пористые пробки с помощью фонтан-эффекта. Однако с учётом взаимного трения нормальной и сверхтекучей компонент некое тороидальное течение нормальной компоненты всё-таки остаётся и при такой постановке эксперимента. Результаты измерения концентрации вихрей по затуханию волн второго звука при направленном потоке только сверхтекучей компоненты представлены на рис. 7. На верхней вставке рис. 7 хорошо видно изменение режима рождения вихрей при возрастании скорости потока сверхтекучей компоненты; этот переход от ламинарного течения (L) к турбулентному (ТП) мы в соответствии с результатами, изложенными выше, называем ТI. При изучении движения колеблющихся тел в сверхтекучем гелии при низких температурах также наблюдается промежуточная область скоростей при переходе от ламинарного движения к режиму развитой квантовой турбулентности.

Результаты исследований генерации вихрей тепловым способом сложно интерпретировать ввиду движения и нормальной, и сверхтекучей компонент, возможности существования турбулентных состояний в обеих системах, их взаимного трения и передачи энергии между ними. Ситуация упрощается при охлаждении сверхтекучей жидкости до температур ниже 0,1 К, когда концентрацией нормальной компоненты можно пренебречь. Однако "противоточный" режим генерации турбулентности в таких условиях невозможен, и для рождения вихрей используют другие методы, в частности колебания твёрдых тел разного рода в сверхтекучей жидкости.

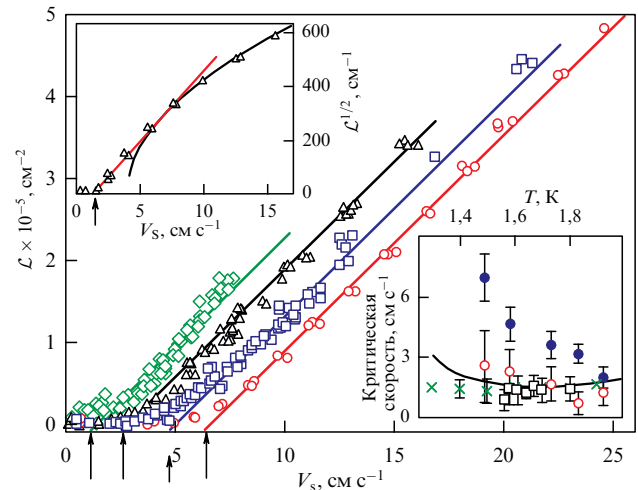


Рис. 7. Зависимость плотности вихрей от скорости сверхтекучей компоненты при температурах $T = 1,92$ К (зелёные ромбы), $T = 1,73$ К (чёрные треугольники), $T = 1,58$ К (синие квадраты), $T = 1,49$ К (красные кружки); линии соответствуют зависимости вида $L = \beta(V - V_{cr}^{TII})$, где $\beta = 2,65 \times 10^4 \text{ см}^{-3}$. На верхней вставке представлены данные измерений расстояния между вихрями как функции от скорости сверхтекучей компоненты, красная линия — зависимость $L^{1/2} \sim V_s$ (ТI), чёрная — $L \sim V_s$ (ТП), $T = 1,73$ К. На нижней вставке приведены зависимости критических скоростей перехода в ТП от температуры (сплошные синие кружки); полными чёрными квадратами показаны значения скоростей V_{cr}^{TII} для канала 10 мм, полными красными кружками — V_{cr}^{TII} для канала 6 мм, зелёные кресты — экспериментальные данные, сплошная кривая — предсказание теории. (Из работы [96].)

5. Генерация турбулентности движущимися телами

Возбуждение турбулентности с использованием движения тел или жидкости вокруг тел, помещённых в жидкость, имеет длительную историю, начиная от наблюдений Леонардо да Винчи — его рисунки вихрей в воде, пожалуй, впервые документально отразили интерес к турбулентности. Для изучения формирования, существования и распада вихревой системы в классических жидкостях и сверхтекучем гелии одним из способов исследований являлось и продолжает активно применяться наблюдение за изменением добротности колеблющихся тел в среде при резонансных условиях. Стоит упомянуть о недавних обзорах Вайнена и Скрбека [97, 98], в которых рассматривается возможность генерации турбулентности с помощью колеблющихся систем.

При движении тела в жидкости сила сопротивления определяется поперечным сечением тела A_s , скоростью его движения V , вязкостью жидкости и её плотностью. Кроме того, величина силы сопротивления зависит от коэффициента сопротивления (drag coefficient) C_d , который определяется условиями обтекания тела жидкостью в условиях турбулентного течения:

$$F = \frac{1}{2} C_d \rho A_s V^2 = \gamma V^2. \quad (7)$$

В классических жидкостях турбулентный коэффициент сопротивления C_d^T при высоких скоростях зависит от формы тела и приблизительно равняется константе c_T порядка единицы. Коэффициент гидродинамического сопротивления определяется как $\gamma = C_d^T \rho \pi R^2 / 2$, для сферы $C_d^T = c_T \approx 0,4$.

В ламинарном потоке при низких скоростях движения V сила диссипативного сопротивления, возникающая вследствие вязкости жидкости, известна как сопротивление Стокса. Для осциллирующего с частотой $f = \omega/(2\pi)$ объекта коэффициент сопротивления выражается как $C_d^L = c_L \sqrt{\omega \nu}/V$, где ν — кинематическая вязкость, c_L — геометрическая константа порядка единицы. Последнее соотношение справедливо, когда глубина проникновения вязкостного течения жидкости $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$ мала по сравнению с размерами объекта. Отношение размеров объекта к глубине проникновения определяет число Стокса $\beta_S = fd^2/\nu \approx (d/\delta)^2$. При движении в нормальном гелии для типичных объектов размером в несколько миллиметров $\beta_S \gg 1$. Для ламинарного течения сила сопротивления (7) пропорциональна скорости движения.

Турбулентное сопротивление равняется сопротивлению Стокса при скорости

$$V_x \cong \frac{c_L}{c_T} \sqrt{\omega \nu}. \quad (8)$$

Характерные коэффициенты сопротивления для тел разной формы приведены на рис. 8. Коэффициент сопротивления C_d становится порядка единицы при $Re \approx 10^2 - 10^3$.

В классической жидкости колеблющиеся объекты обычно не имеют чётко определённой критической скорости, при превышении которой течение становится турбулентным: с увеличением скорости поток всё более усложняется, поскольку трансформируется от ламинарного потока с низкими скоростями к турбулентному с более высокими скоростями. Часто имеется широкая область перехода с множеством совершенно разных режимов течения, в то время как коэффициент сопротивления C_d плавно изменяется с возрастанием скорости [99, 100].

Для характеристики движения тела в жидкости, в частности для резонансных колебаний, в гидродинамике определяют число Келегана – Карпентера (Keulegan – Carpenter), обозначаемое как КС, — безразмерную величину,

характеризующую отношение гидравлической силы сопротивления к силам инерции для неподвижных плохо обтекаемых тел в осциллирующем потоке жидкости (или, что то же самое, для осциллирующих плохо обтекаемых тел в покоящейся жидкости). Малое число КС означает, что силы инерции доминируют, тогда как при больших КС преобладают силы сопротивления (турбулентные). Число Келегана – Карпентера имеет вид $КС = 2\pi A/d$, где A — амплитуда относительного движения, d — размер движущегося объекта, например диаметр цилиндра. В классических жидкостях картина образования турбулентной структуры меняется в зависимости от чисел Стокса и Келегана – Карпентера [99].

При движении тела с малой скоростью для сверхтекучего ^4He обтекание должно быть потенциальным, следовательно, коэффициент сопротивления равен нулю. Однако перемещение колеблющегося тела в жидкости связано также с перемещением объёма и массы жидкости, что сказывается на кинематическом коэффициенте сопротивления, пропорциональном амплитуде колебаний тела (и скорости его движения). Кроме того, в определении массы колеблющегося тела войдёт дополнительный, связанный с глубиной проникновения вязкого движения член, который будет близким к нулю при низких температурах, когда плотность нормальной компоненты ρ_n становится исчезающе малой.

При погружении в жидкость осциллятора на его резонансную частоту и ширину частотных резонансов колебательного движения влияют силы гидродинамического сопротивления. При этом и обратный поток жидкости вокруг колеблющегося тела, и вязкое сопротивление обтекающей жидкости приводят к уменьшению резонансной частоты и к дополнительным потерям энергии, что сказывается на добротности резонансной системы. Таким образом, эффективная масса колеблющегося тела в жидком гелии может быть представлена в виде суммы трёх членов:

$$m_{\text{He}} = m_{\text{eff}} + \beta \rho_{\text{He}} V + B \rho_n A_s \delta.$$

Здесь m_{eff} — масса колеблющейся системы в вакууме, второй член в правой части описывает присоединённую массу, третий член — вязкостные потери при движении тела, V — объём колеблющегося тела (для колеблющегося вытянутого параллелепипеда $V = TWL$, где L — его длина, T — толщина, W — ширина ($L \gg T, W$), $A_s = 2LT + 2LW$ — площадь его боковых граней), ρ_{He} — плотность гелия, β и B — геометрические константы порядка единицы. В сверхтекучем гелии при низких температурах последний член в формуле для m_{He} асимптотически приближается к нулю, так что на резонансные свойства колеблющейся механической системы оказывает влияние только член, связанный с присоединённой массой.

В сверхтекучем ^4He сила сопротивления движения механического осциллятора при высоких скоростях приблизительно пропорциональна квадрату скорости V , соответствующей постоянному коэффициенту сопротивления C_d , как и обычно при турбулентном движении в классических жидкостях. Но в сверхтекучем гелии переход от ламинарного течения к турбулентному происходит достаточно резко, в отличие от такового в классических жидкостях.

В экспериментах со сверхтекучим гелием для генерации и детектирования турбулентности за счёт механиче-

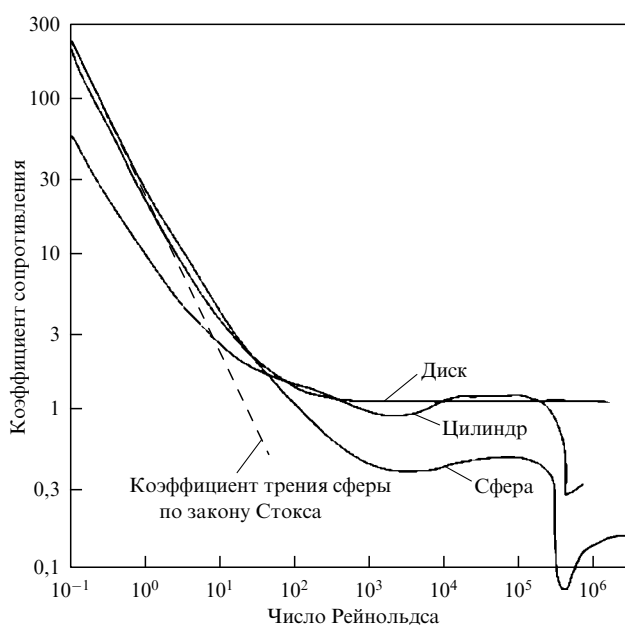


Рис. 8. Зависимости коэффициента сопротивления от величины числа Рейнольдса для диска, цилиндра и сферы. Штриховой линией показано соотношение Стокса для сферы при ламинарном течении [101].

ского движения обычно применяют методы регистрации движения колеблющихся тел в резонансных условиях, измеряя скорость их движения в зависимости от величины приложенных механических напряжений. В качестве резонансных систем используются колеблющиеся сетки, левитирующие шарики, сверхпроводящие проволоки, кварцевые камертоны. В последнее время в качестве малогабаритных резонаторов стали использовать микроэлектромеханические системы (МЭМС) и наноэлектромеханические системы (НЭМС). При температурах выше 1 К роль движущихся тел играли вращающиеся лопасти [43], протягиваемые по каналу сетки [41, 42, 102–105], турбины быстрых потоков с высокими числами Рейнольдса, обтекающих стоящие предметы [52, 106]. В разделе 6 мы остановимся на рассмотрении случая более низких температур, при которых нормальной компонентой можно пренебречь, но такие методы пока по чисто техническим причинам не реализованы.

6. Колеблющиеся резонансные системы при низких температурах

Сетчатая мембрана [107–111]. Один из первых способов исследования генерации вихрей при низких температурах был применён в экспериментах по возбуждению резонансных колебаний тонкой металлической сетки, выполненной в виде мембраны, в переменном электрическом поле [107]. Круглая никелевая сетка диаметром 90 мм и толщиной 6 мкм (рис. 9а) располагалась между двумя

электродами с расстоянием сетка–электрод 1 мм. Сетка имела квадратные ячейки с прозрачностью 75 %, размер металлических полосок сетки: толщина 6 мкм, ширина 17 мкм — при расстоянии между ними 111 мкм, общая масса сетки $m = 85$ мг. Шероховатость поверхности сетки менее 2 мкм. На сетку подавалось высокое напряжение (порядка 500 В) (рис. 9б), а на один из электродов (управляющий) — переменное напряжение, которое меняло электростатическое притяжение сетка–электрод. Второй электрод за счёт заряда–разряда при движении сетки служил детектором её перемещения. Резонансная частота в разных конструкциях прибора составляла ≈ 1 кГц, добротность колебательной системы в сверхтекучей жидкости при малых возбуждающих напряжениях и низких температурах достигала 2×10^5 [111]. Переход к турбулентному режиму наблюдался при скоростях движения сетки ≈ 2 см с^{-1} . Максимальная амплитуда, соответствующая такой скорости, составила $A \sim 30$ мкм.

Левитирующий шарик [112–115]. Магнитный шарик диаметром $D = 0,2$ мм и массой 27 мкг из ферромагнитного соединения SmCo_5 левитировал между двумя сверхпроводящими плоскостями плоского конденсатора с расстоянием между пластинами конденсатора 1 мм и их диаметром 4 мм (рис. 9в). Шарик заряжался до заряда ~ 1 пКл в процессе охлаждения прибора до перехода в сверхпроводящее состояние ниобиевых пластин конденсатора. После выхода прибора на рабочую температуру приложение переменного электрического поля на резо-

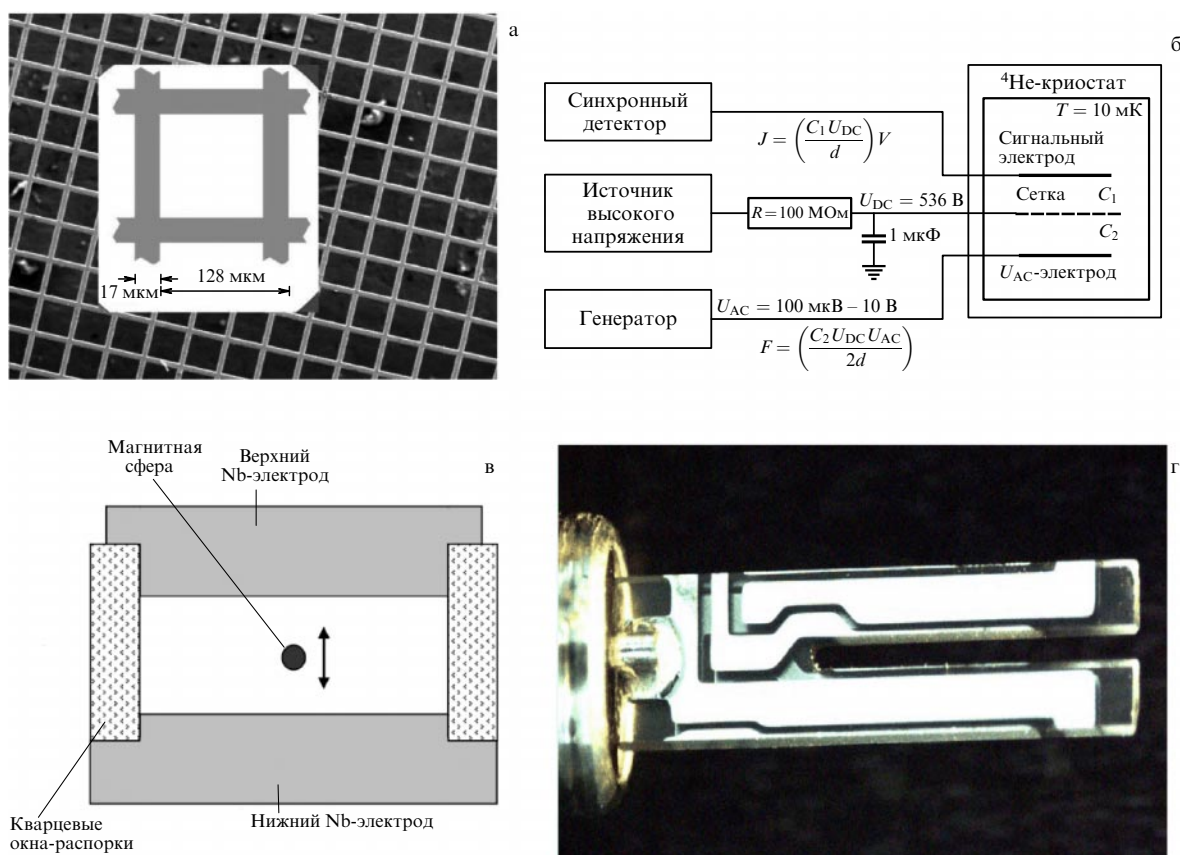


Рис. 9. (а) Вид никелевой сетки, использовавшейся при проведении исследований квантовой турбулентности при низких температурах. (б) Схема измерений [107, 109]. (в) Левитирующий магнитный шарик радиусом 120 мкм, расстояние между сверхпроводящими электродами 1 мм [112]. (г) Кварцевый камертон (фотография из открытых источников): длина ножек 2–3 мм, резонансная частота от 4 кГц до 300 кГц в зависимости от геометрических размеров и возбуждаемой моды.

нансной частоте колебаний системы шарик–сверхпроводники ($f \approx 120$ Гц) позволяло, варьируя величину приложенного поля, изменять приложенную силу, а по току в системе можно было судить об амплитуде колебаний и скорости движения шарика. Изменением заряда в процессе охлаждения можно было варьировать величину жёсткости системы и резонансную частоту колебаний. Добротность системы при низких температурах в вакууме достигала 10^6 , в сверхтекучем гелии при минимальной рабочей температуре составляла $\sim 10^4$. Минимальная температура измерений $T = 25$ мК. При резонансной частоте $f = 120$ Гц критическая скорость перехода в турбулентный режим составила $V_{cr} \approx 1,94$ см с^{-1} . Максимальная амплитуда, соответствующая такой скорости, $A \sim 270$ мкм. Для шарика радиусом 120 мкм частота колебания $f = 114$ Гц и $V_{cr} = 2$ см с^{-1} . Для сферы радиусом 75 мкм и массой $m = 15$ мкг частота колебаний и скорость были выше: $f = 236$ Гц, $V_{cr} = 4,2$ см с^{-1} — при всех температурах ниже $T = 1,6$ К [112]. В работе [115] в достаточно широком температурном диапазоне измерены добротности колебания шарика в ламинарном режиме. Результаты измерений приведены на рис. 12 в разделе 7.

Кварцевые камертоны. Камертоны (tuning forks) — кварцевые резонаторы — нашли широкое применение как измерители вязкости различных жидкостей при разных температурах, в том числе как измерители уровня топлива в баках автомобилей. В последние годы кварцевые камертоны широко применяются в низкотемпературной физике для изучения квантовой турбулентности, генерации и детектирования квантовых вихрей. К преимуществу таких резонаторов можно отнести высокую механическую прочность, удобство монтажа, стабильность характеристик в циклах охлаждение–нагрев, высокую добротность, низкую стоимость. Добротность кварцевых резонаторов порядка 10^5 в вакууме при низких температурах и порядка 10^4 в сверхтекучем гелии при отсутствии в гелии тепловых возбуждений. Размеры кварцевых камертонов, определяющие их резонансную частоту, порядка доли миллиметра для ширины и толщины ножек, длина ножек от нескольких миллиметров до 10 мм. Резонансные частоты таких камертонов, применяемых в низкотемпературных экспериментах, от 4 до 300 кГц. Наиболее часто используются кварцевые камертоны с частотой 32 кГц. Эти резонаторы служат стандартом частоты в электронных часах ($f = 2^{15}$ Гц = 32768 Гц) (рис. 9г). Критические скорости начала генерирования кварцевыми камертонами квантовых вихрей зависят от резонансной частоты (см. раздел 10). Так, для резонансной частоты $f \approx 32$ кГц величина $V_{cr} \sim 10$ см с^{-1} , $A \approx 0,5$ мкм. Эффективная масса ножки камертона $m \sim 400$ мкг [116].

Методика измерения отклика кварцевых камертонов (тока, протекающего в цепи) на изменение напряжённости электрического поля, прикладываемого к разным сторонам пьезоэлектрика (рис. 9г), приведена на рис. 10. По аналогичной схеме проводятся измерения индуктивных токов как отклика на амплитуду колебаний движущихся тел и для сетки (рис. 9б), и для магнитного шарика (рис. 9в).

Сверхпроводящие проволоки в магнитном поле. Наиболее активно методика по измерению изменения добротности сверхпроводящей нити использовалась при изучении генерации вихрей при переходе к турбулентности в сверхтекучем ^3He (см., например, [117, 118]). Суть методики сводится к измерению амплитуды колебаний

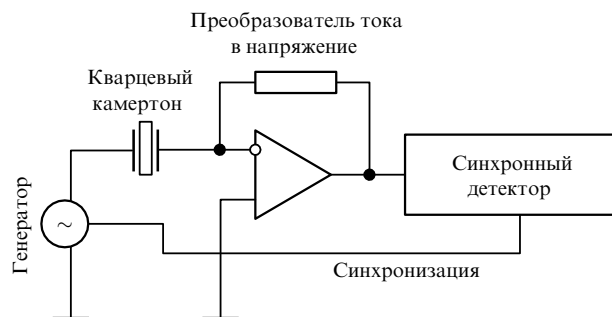


Рис. 10. Схема измерения индуктивного отклика диэлектрической системы на переменный электрический сигнал [116].

сверхпроводящей металлической проволоочки из NbTi диаметром 2–3 мкм в магнитном поле ≈ 25 мТл в резонансных условиях при пропускании через проволоочку переменного электрического тока. Величина тока через проволоочку соответствует приложенным к ней силам, напряжение, возникающее на проволоочке при её движении в магнитном поле, пропорционально скорости её движения. Типичная геометрия подобных резонаторов представлена на рис. 11а, расстояние между ножками резонатора ≈ 1 мм, диаметр дуги проволоочки ≈ 1 мм. Резонансные частоты колебаний таких резонаторов порядка 1–3 кГц. Добротность системы $Q = 1000–3000$, $V_{cr} = 10$ см с^{-1} , $A \approx 20$ мкм, $m \approx 10$ нг.

Микроэлектромеханические системы и наноэлектромеханические системы. С развитием технологии микроэлектроники возникла возможность изготавливать микро- и нанорезонансные механические системы, проводить их тестирование в сверхтекучем гелии, использовать их в качестве генераторов и детекторов квантовой турбулентности. Так, в последние несколько лет появились работы по изучению взаимодействия МЭМС и НЭМС с вихрями в сверхтекучем гелии при низких температурах.

В работах [120, 122–124] описаны эксперименты с состоящими из центральной пластины ($\approx 200 \times 200$ мкм²) МЭМС-резонаторами, подвешенными на изогнутых пружинках на высоте 1,25 и 0,75 мкм от подложки (для двух испытанных систем). Массы центральных пластин 0,345 и 0,277 мкг. Центральная пластина приводилась в движение посредством электростатического взаимодействия между гребенчатыми электродами (гребенчатыми приводами — comb-drives), прикреплёнными к её сторонам, и неподвижными электродами, присоединёнными к подложке (рис. 11б). Для увеличения проводимости на структуру наносилась металлическая плёнка. Процедура изготовления МЭМС описана на сайте фирмы производителя [125]. В зависимости от распределения постоянных зарядов на всех электродах резонирующая пластинка могла колебаться с разными модами, амплитуда колебаний задавалась переменными электрическими сигналами. Как и во всех резонансных измерениях, переменный ток, протекающий в системе, пропорционален скорости движения пластины. Резонансные частоты для колебаний составляли вдоль плоскости пластины (в направлении x) (рис. 11б) 24,1 кГц, перпендикулярно плоскости (в направлении z) примерно 15 кГц. Наблюдались ещё две вращательные моды: $f \approx 25,6$ кГц вдоль оси x и $f \approx 16$ кГц вдоль оси z . Добротность в вакууме достигала величин 10^4 . Шероховатость поверхности не превышала 10 нм.

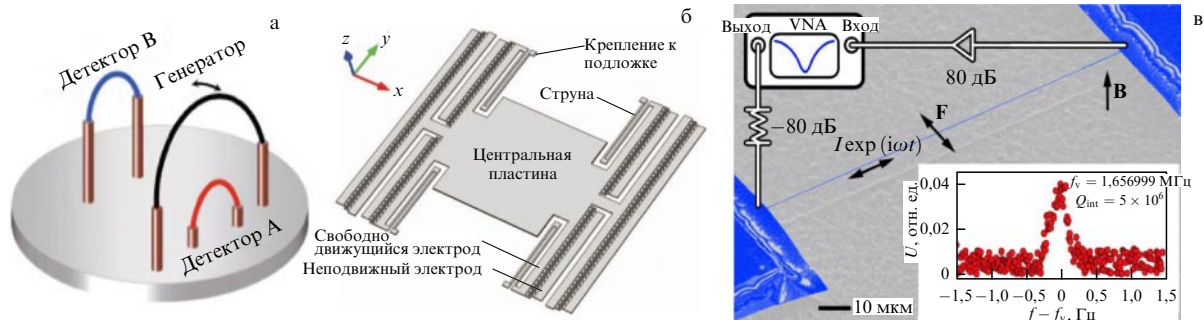


Рис. 11. (а) Схема экспериментального прибора с колеблющимися сверхпроводящими проволочками диаметром 2,5 мкм с использованием двух из них в качестве детекторов, а третьей — в роли генератора квантовых вихрей [119]. (б) МЭМС с центральной движущейся пластинкой размером $\approx 200 \times 200$ мкм², расстояние от подложки до пластины ≈ 2 мкм [120]. (в) НЭМС с колеблющейся полоской (толщиной 130 нм, шириной 300 нм, длиной 150 мкм) и её резонансная кривая; f_v — резонансная частота, Q_{int} — добротность резонатора, VNA (Vector Network Analyzer) — векторный анализатор сигналов [121].

В Квантовом технологическом центре Университета Ланкастера созданы механические резонаторы размером менее 1 мкм, успешно используемые при изучении квантовой турбулентности [121, 126, 127]. НЭМС, применяемые в этих экспериментах, имели резонансные полоски толщиной $T = 130$ нм и шириной $W = 300$ нм. Полоски длиной $L = 30$ и 150 мкм располагались на расстоянии 1 мкм от пластины подложки. Резонансные частоты для этих двух резонаторов $f = 11,6$ и 1,6 МГц соответственно. Основным материалом подложки служил недопированный кремний, полоска резонатора состояла из слоя нитрида кремния (100 нм), на который в процессе изготовления был нанесён проводящий (алюминиевый) слой толщиной 30 нм, масса резонансной полоски $m \approx 15$ пг. Помещённый в магнитное поле величиной 10 мТл резонатор в вакууме имел добротность 5×10^6 при охлаждении до температуры 7 мК. Алюминий в таких магнитных полях оставался в нормальном состоянии. Схема эксперимента и измерительной аппаратуры приведена на рис. 11в. Генерацию и детектирование вихрей с использованием МЭМС и НЭМС мы подробнее рассмотрим в разделе 14.

7. Добротность колебательных систем

Резонаторы, предназначенные для использования в качестве генератора и тем более детектора квантовой турбулентности, должны иметь высокую добротность. Поэтому не случайно при указании достигнутой такими резонаторами добротности приводится температура измерения. При проведении измерений в сверхтекучем гелии-4 при температурах выше 1 К добротность резонатора определяется взаимодействием с ротонными возбуждениями в жидком гелии. При температурах 0,7–0,1 К добротность ограничена рассеянием на баллистических фонах, и лишь при более низких температурах материал резонатора и аккуратность его изготовления определяют энергетические потери устройства.

На рисунке 12 показано влияние температуры сверхтекучего гелия на потери энергии при колебаниях резонаторов разной конструкции в резонансных условиях. Для всех приведённых на рисунке колеблющихся структур основные потери определяются тепловыми возбуждениями в жидком гелии и лишь при температурах ниже 0,3–0,1 К достигается максимальная чувствительность резонаторов. При более высоких температурах видно взаимодействие колеблющегося резонатора с фонами

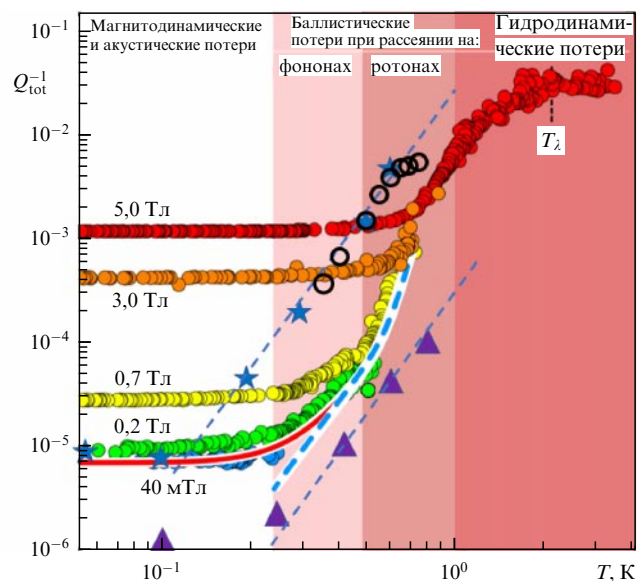


Рис. 12. Температурные зависимости потерь энергии различных резонаторов в жидком ^4He . Разноцветные кружки — результаты измерений потерь для НЭМС-резонатора в разных магнитных полях (из работы [121]), резонансная частота $f = 1,6$ МГц. Звёзды — данные потерь для сетки при давлении $P = 5$ бар, $f = 925$ Гц [111]; треугольники — кварцевый камертон ($P \approx 0$, $f = 6488$ Гц), пересчёт из работы [128]; полые кружки — данные измерений поглощения для левитирующего шарика, $f = 237$ Гц [112].

ми, пропорциональное температуре в четвёртой степени, соответствующая зависимость представлена штриховой прямой. Для высокочастотных НЭМС-резонаторов одной из существенных причин понижения добротности системы являются магнитомеханические потери, величина которых пропорциональна величине магнитного поля в квадрате. Ещё один эффект, влияющий на добротность резонансных систем при низких температурах, — диссипативные потери колеблющихся систем, связанные с излучением звуковых волн.

8. Излучение звука колебательными системами

Хорошо известно, что колеблющиеся тела излучают звуковые волны. Для сверхтекучего гелия кроме первого звука возможно излучение волн второго звука — противотока нормальной и сверхтекучей компонент. Для

плоскости, колеблющейся вдоль нормали к ней, амплитуды двух звуковых волн определяются соотношением: $\beta_e^2 T V_2^3 / C V_1$, где β_e — коэффициент теплового расширения, T — температура, V_1 и V_2 — скорости первого и второго звука, C — теплоёмкость. Таким образом, передача энергии в излучение второго звука будет существенно слабее, чем в излучение первого звука, за исключением особых случаев резонансного усиления второго звука внутри экспериментальной ячейки.

Кварцевые камертоны излучают (аналогично музыкальным камертонам — эталонам высоты звука) звуковые волны. Излучение звуковых волн будет происходить и при нулевой температуре, что может ограничивать добротность колебательной системы при низких температурах. Теоретические модели излучения звука в бесконечной среде представлены в работах [129, 130]. В простейшем случае акустической эмиссии можно рассматривать излучение в бесконечно большой неограниченный объём классической жидкости с пренебрежимо малым затуханием распространяющихся звуковых волн. Тогда вся энергия излучаемых волн уносится от источника и более или менее просто найти аналитическое выражение для мощности излучения осциллятора, если допустить определённые упрощения относительно геометрии осциллятора и пренебречь диссипацией звуковых волн, распространяющихся в жидкости. Модели излучения звуковых колебаний рассматривают трёхмерное (3D) и двумерное (2D) излучение. При расчётах учитываются два предельных случая: когда длина звуковых волн много больше размеров излучателя и когда она много меньше их. При размерах колеблющейся системы порядка нескольких миллиметров граничная частота $f_{gr} \sim 100$ кГц, для размеров порядка нескольких микрометров $f_{gr} \sim 100$ МГц. Для обычных кварцевых резонаторов, так же как и для микрометровых сверхпроводящих нитей, излучаемые волны можно рассматривать в длинноволновом пределе.

Расчёты излучения звука [131] показали, что и в 3D-случае, и в 2D-случае распространения волн излучаемая мощность определяется, как и для излучения звука длинным цилиндром, соотношением

$$P = C_0 \omega^{n\omega} L_e^{nl} V^2,$$

где C_0 — константа, зависящая от ширины и толщины колеблющегося тела, от скорости звука в жидкости и её плотности; $n\omega = 5$ для 2D-цилиндрического излучения, для 3D-излучения $n\omega = 6$; показатель степени nl эффективной длины колеблющейся системы L_e равен 2 для 3D-излучения и 1 для двух других случаев, V — скорость движения излучателя. Определить потери энергии резонатора за счёт излучения звуковых волн можно, сравнивая добротность системы в вакууме и в жидкости при одинаковых температурных условиях. Влияние частот колебания кварцевых камертонов на добротность резонаторов установлено экспериментально в работах [129, 130] (рис. 13). Штриховая линия на рис. 13 соответствует $\Delta f \sim f^5$. Результаты подгонки трёхмерной модели акустической эмиссии к экспериментальным данным показали, что эта модель хорошо их описывает. При высоких температурах и на малых резонансных частотах доминирующей является гидродинамическая составляющая поглощения энергии колебаний. При высоких температурах акустическое сопротивление становится существенным для частот выше 100 кГц. При низких температурах (менее 0,35 К) акустическая составляющая затухания колебаний может быть значимой уже в диапазоне частот выше 10 кГц.

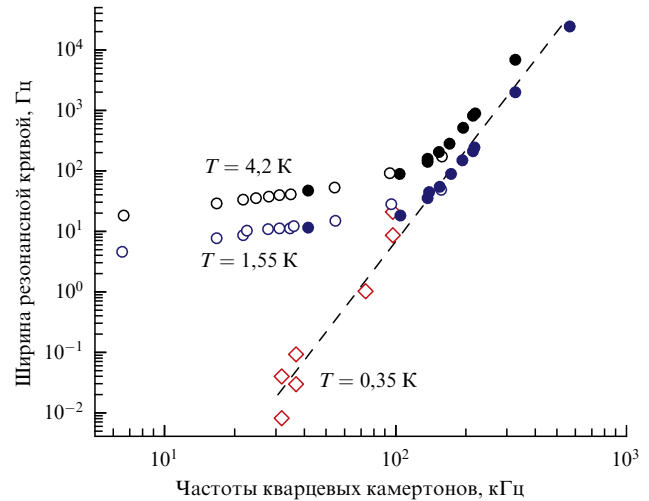


Рис. 13. Зависимость ширины резонансной кривой от частоты резонатора при разных температурах. Полные кружки — основные моды разных кварцевых камертонов, закрашенные — первые обертоны. Измерения при температурах 4,2 К (черные кружки) и 1,55 К (синие кружки), данные работы [129]. Красные ромбы — данные работы [130] при температуре 0,35 К. Результаты приведены за вычетом собственных потерь резонаторов в вакууме.

венным для частот выше 100 кГц. При низких температурах (менее 0,35 К) акустическая составляющая затухания колебаний может быть значимой уже в диапазоне частот выше 10 кГц.

Отметим, что все представленные здесь измерения проводились при очень малых амплитудах колебаний, так что измеренные силы сопротивления были пропорциональны скорости. Так, в работе [130] указывается, что основной механизм диссипации энергии при малых скоростях движения ножек камертона связан с излучением звука и именно этот механизм определяет взаимное влияние камертонов друг на друга. При гораздо более высоких амплитудах скорости в сверхтекучем гелии генерируются квантовые вихри и происходит перекачка энергии в вихревую систему — так называемое турбулентное сопротивление начинает играть принципиально важную роль.

9. Генерация вихрей при колебательных движениях твёрдых тел

Измерения сопротивления движению колеблющихся тел показали, что на малых скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости, что соответствует ламинарному обтеканию жидкости. При превышении критической величины скорости турбулентное сопротивление быстро увеличивается с возрастанием амплитуды и скорости колебаний. Изменение поведения гидравлического сопротивления в жидком гелии при высоких температурах происходит достаточно постепенно (как и в обычной жидкости), но становится резким при низких температурах, хотя переход в турбулентный режим происходит при примерно тех же критических скоростях. Пример подобного поведения приведён на рис. 14.

Как мы отмечали ранее, на величину отклика резонансной системы и на её переход в режим генерации турбулентности оказывают влияние температура сверхтекучего гелия и наличие в нём возбудителей, активно демпфирующих резонансные колебания прибора. Кроме

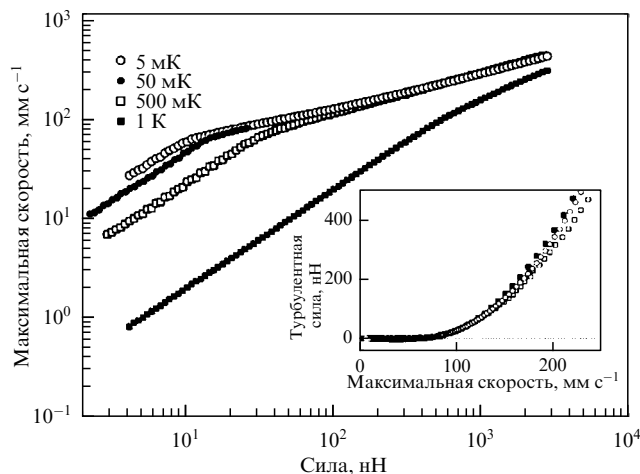


Рис. 14. Зависимость максимальной скорости колебания кварцевого камертона от вынуждающей силы при разных температурах. На вставке показан вклад вынуждающей силы в генерацию турбулентности для разных температур как отклонение от линейного ламинарного сопротивления движению: $F_T = F - C_L V$. ^4He , $P = 1$ бар, $f = 32$ кГц, $V_{cr} \approx 8,5$ см с^{-1} . (Результаты работы [132].)

того, на переход к генерации турбулентности существенно влияет предыстория эксперимента.

При низких температурах переход к турбулентности часто сопровождается гистерезисом: при увеличении движущей силы переход в турбулентное состояние сопровождается резким падением скорости. При уменьшении возбуждающего сигнала скорость уменьшается до значений, измеренных при ламинарном движении, и обычно наблюдается очень небольшой скачок в увеличении скорости движения, соответствующий резкому переходу в состояние чистого потенциального обтекания. При уменьшении вынуждающей силы возврат к ламинарному движению происходит при существенно меньших силах и скоростях. Подобное поведение наблюдалось для большинства колеблющихся систем, используемых для генерации вихрей в сверхтекучем гелии (рис. 15), однако величина гистерезиса и условия возвращения в ламинарный режим колебаний сильно зависят от многих факторов, в

том числе от массы колеблющегося тела и шероховатости его поверхности, т.е. от влияния отдельных вихрей на поведение колебательной системы, от возможности пининговать вихри на поверхности резонатора и т.д. Изменение поведения резонатора при его переходе от ламинарных колебаний к турбулентным хорошо заметно по коэффициенту сопротивления системы (см. соотношение (7)). Причём если ламинарное обтекание колеблющегося тела определяется наличием возбуждений в сверхтекучем гелии (т.е. температурой), то переход в турбулентное состояние происходит при примерно одинаковой скорости движения резонатора. Развитая турбулентность (выход на стационарную величину C_d^T) имеет близкое значение по зависимости $F \sim C_d^T V^2$ в широком температурном интервале как при наличии возбуждения в сверхтекучем гелии ($T > 1$ К), так и при низких температурах (вплоть до нескольких милликельвинов). Помимо квадратичной зависимости силы сопротивления от скорости движения тела переход режима обтекания от ламинарного к турбулентному сопровождается возрастанием величины C_d^T . Например, для минимальных температур C_d^T на рис. 16 возрастает в 20–40 раз. Изменение поведения колебаний при переходе от ламинарного движения к развитой турбулентности ТП может быть объяснено существованием промежуточной области П, в которой отдельные вихри генерируются запинингованными вихрями (см. рис. 19а в разделе 12) за счёт увеличения длины вихрей при их движении в сверхтекучей жидкости вместе с колеблющейся поверхностью, самопересечения вихрей и баллистического движения образовавшихся вихревых петель (см. рис. 19б в разделе 12). Наличие нескольких критических скоростей и разных механизмов передачи энергии от резонатора в сверхтекучий гелий наблюдалось в экспериментах со свободным затуханием колебаний сетки при низких температурах. Температуры экспериментов составляли 10 мК, давление $P = 5$ бар, и применялся особо чистый ^4He . При малых начальных амплитудах и скоростях колебаний сетки $A_B < 3,5$ мм с^{-1} (скорость соответствует движению середины сетки, методика и геометрия экспериментов представлены на рис. 9) затухание колебаний определяется качеством системы и ламинарным течением

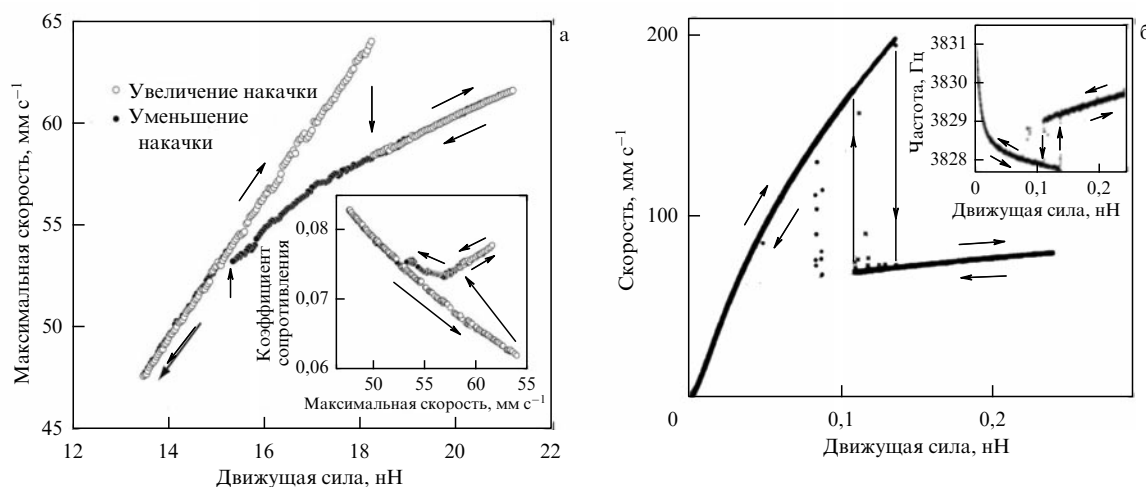


Рис. 15. Гистерезис перехода в режим генерации вихрей для (а) кварцевого камертона: $T = 5$ мК, $f = 32$ кГц, $m \sim 400$ мкг [132] и (б) сверхпроводящей NbTi-проволочки ($d = 2,5$ мкм, $T = 30$ мК, $f = 3,8$ кГц, $m \sim 10$ нг) [133] — при увеличении и уменьшении сигнала возбуждения колебаний в системе (вынуждающей силы).

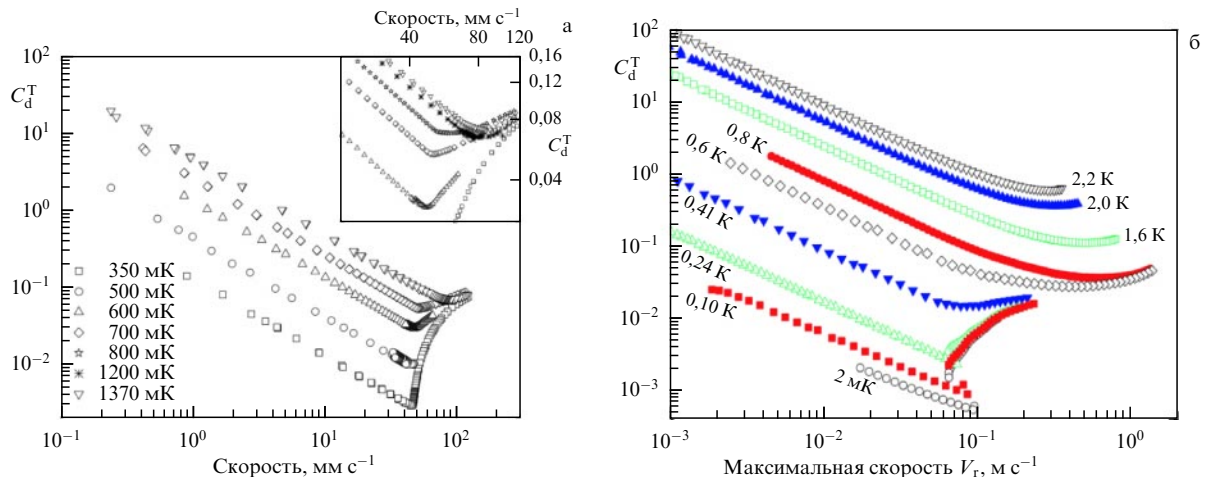


Рис. 16. Коэффициент сопротивления C_d^T как функция максимальной скорости колебаний при разных температурах для (а) колеблющейся сетки [109], $f = 1080$ Гц, и (б) кварцевого резонатора, $f = 6488$ Гц [127].

сверхтекучей жидкости при перемещении сетки и описывается экспоненциальным затуханием скорости движения с $\tau \approx 56$ с в показателе экспоненты. Увеличение начальной скорости движения сетки приводит к изменению характера её движения. Из рисунка 17 хорошо видно, что для скорости движения несколько миллиметров в секунду потери энергии сетки интенсивно возрастают и продолжают при величине скорости до $0,4 - 0,7$ мм с $^{-1}$, после чего этот режим сменяется ламинарным затуханием колебаний. Если первоначальная скорость сетки превышала 10 мм с $^{-1}$, то прекращение накачки энергии в систему сопровождалось быстрым затуханием с последующим выходом на ламинарное затухание. В соответствии с ранее введёнными определениями мы также обозначаем эти переходы как L, TI и TII. При очень больших амплитудах колебания (и скоростях движения сетки более $2 - 3$ см с $^{-1}$) возникало турбулентное состояние TIII, характеризующееся очень быстрым убыванием амплитуды колебаний с характерными временами в несколько секунд с последующим выходом на ламинарное затухание.

При малых начальных скоростях движения сетки при возрастании амплитуды колебаний в режиме TI для амплитуды колебаний возникает режим переключений, в котором максимальная скорость сетки периодически меняется, — такое поведение обсуждается в разделе 13.

При генерации турбулентности колебательными системами можно провести сравнение влияния размеров на переход от ламинарного режима колебаний к турбулентному, например, для сфер разного диаметра. Эксперименты с шариком на упругой подвеске проведены в работе [134]. Радиус шарика $3,5$ мм, резонансная частота $f \approx 320$ Гц, добротность осциллятора $Q \approx 3000$, критические скорости при температурах $1,5 - 4,2$ К составляли $V_{cr} \approx 0,14$ см с $^{-1}$. При схожих частотах колебания ($f \approx 236$ Гц), но при более низких температурах (с охлаждением до 25 мК) и меньшем радиусе сферы (75 мкм) в работе [112] определены критические скорости перехода $V_{cr} \approx 4,2$ см с $^{-1}$. Сравнение квантовых чисел Рейнольдса для этих двух случаев показало, что они близки по величине (≈ 50 и 30), а также близки к значению Re, полученному в работе [49] для заторможенного нормального потока (рис. 2а). Для двух шариков с сильно различающимися размерами при температурах и $1,5$ К, и $0,3$ К

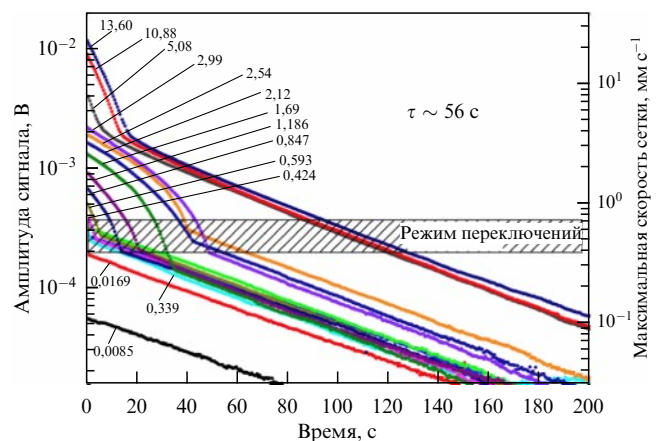


Рис. 17. Зависимость величины сигнала верхнего электрода (и соответствующей ей максимальной скорости движения сетки) от времени после отключения возбуждающего напряжения. Сетка поддерживалась при постоянном смещении напряжения 500 В. Рядом с каждой кривой указана амплитуда напряжения начального возбуждения до выключения (в милливольтках). Ламинарное затухание происходило с постоянной времени $\tau \sim 56$ с. Заштрихованный участок — область наблюдаемого переключения в скорости колебания сетки при постоянном возбуждении. $T = 10$ мК, $P = 5$ бар.

$q^{-1} \gg 1$, т.е. превышение скорости над критической V_{cr} соответствует переходу из ламинарного обтекания к вайеновскому турбулентному состоянию.

10. Влияние скорости колебания системы на критические скорости перехода в турбулентное состояние

В экспериментах при низких температурах скорости осцилляции резонаторов, при которых происходил переход в турбулентный режим, существенным образом зависели от частоты колебаний генератора вихрей. В разделе 9 показано, что в сверхтекучем ^4He сила сопротивления движению механического осциллятора при высоких скоростях приблизительно пропорциональна квадрату скорости, что соответствует постоянному коэффициенту сопротивления C_d , как и обычно при турбулентном сопротивлении в классических жидкостях. Переход к турбулентности в классических жидкостях

сопровождается плавным изменением коэффициента сопротивления (см. рис. 8), тогда как переход к однокомпонентной сверхтекучей турбулентности происходит достаточно резко (см. рис. 16).

Для классической жидкости при низких скоростях движения в ламинарном потоке сила диссипативного сопротивления (сопротивление Стокса) возникает из-за вязкости, и для колеблющегося с высокой частотой объекта такая сила определяется как $C_d^L = c_L \sqrt{\omega \nu} / V$ (см. раздел 4). Последнее соотношение справедливо, когда глубина вязкого проникновения $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$ мала по сравнению с размерами объекта, что заведомо выполняется для стандартных кварцевых камертонов в нормальном жидком гелии. Приравнивание турбулентного сопротивления сопротивлению Стокса даёт характерную скорость движения объекта в жидкости, при которой начинается турбулентная генерация вихрей (8), $V_x \cong \cong (c_L/c_T) \sqrt{\omega \nu}$. Из последнего соотношения нетрудно увидеть, что скорость начала турбулентности пропорциональна квадратному корню из произведения частоты колебаний на вязкость жидкости. Ситуация меняется в сверхтекучем гелии, особенно при низких температурах, когда сверхтекучая жидкость при низких скоростях движения демонстрирует чисто потенциальный поток без вязкого сопротивления. В этом случае в сопротивлении резонансной системы преобладают собственные потери, которые можно измерить в вакууме. Причём начало "турбулентного" сопротивления не обязательно должно быть строго связано с турбулентным рождением вихрей в смысле нерегулярного движения вихревого клубка. Такое сопротивление может быть вызвано, как показано в разделе 9, испусканием единичных вихревых колец в режиме Т1.

Измерения распада квантовой турбулентности [38, 61, 62, 135] дают всё больше свидетельств, подтверждающих, что квантовая турбулентность ведёт себя аналогично турбулентности в классической жидкости с эффективной кинематической вязкостью, величина которой обычно полагается кратной кванту циркуляции сверхтекучей жидкости: $\kappa = h/m$, где m — масса атома ^4He для сверхтекучего ^4He или удвоенная масса атома ^3He для сверхтекучего ^3He . Сходство между квантовой и классической турбулентностью подтверждается также теоретическими аргументами [18, 136–138], результатами экспериментов по исследованию флуктуаций в потоке сверхтекучей жидкости [43, 139, 140] и компьютерным моделированием [141, 142].

По аналогии с формулой (8) для классической турбулентности можно было бы ожидать критической скорости начала квантовой турбулентности в виде

$$V_{cr} \cong \sqrt{\beta_T \omega \kappa}, \quad (9)$$

где β_T — постоянная порядка единицы, зависящая от геометрии потока.

Частотная зависимость критической скорости (9) может быть получена с использованием аргументов динамического масштабирования для движения вихря. Эти аргументы впервые были привлечены для объяснения критической скорости образования турбулентности волнами второго звука большой амплитуды [143, 144]. В работе [145] зависимость (9) получена строго с помощью динамического масштабирования уравнений динамики вихрей.

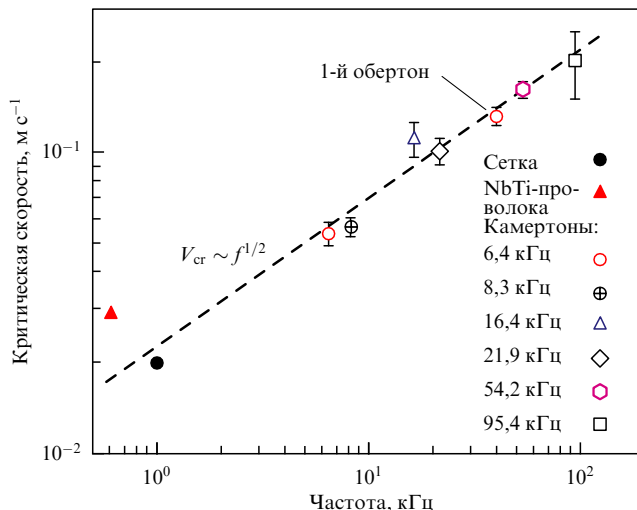


Рис. 18. Влияние частоты колебаний резонансных систем на критическую скорость перехода в турбулентность: сетка при $T = 10$ мК [111], сверхпроводящая проволока при $T = 30$ мК [163], кварцевые камертоны при $T = 5$ мК [128].

Первое экспериментальное подтверждение зависимости критической скорости от частоты, определяемой формулой (9), было получено в экспериментах с левитирующими шариками [146, 147]. Однако уравнение (9) должно быть справедливым только на относительно высоких частотах, где амплитуда колебаний $A = V/\omega$ мала по сравнению с размером объекта R . Для проверки влияния частоты колебания на переход к турбулентной генерации вихрей был изготовлен ряд кварцевых камертонов [128]. В работе [128] измерения проводились на гребёнке из камертонов, вырезанных из кварцевой пластины толщиной $W = 75$ мкм при ширине ножек камертона $t = 90$ мкм и одинаковом расстоянии между ними также 90 мкм. Длина ножек камертонов L определяла их резонансную частоту, находившуюся в пределах от 6,5 до 300 кГц. Результаты измерений приведены на рис. 18.

Критические скорости перехода от ламинарного режима к турбулентному соответствуют соотношению $V_{cr} \cong \sqrt{0,7\kappa\omega}$, где κ — квант циркуляции. При более низких частотах, когда амплитуда колебаний превышает размеры объекта R , по оценкам можно ожидать, что критическая скорость станет независимой от частоты [148]: $V_{cr} \cong \kappa/R$. Амплитуды, превышающие характерные размеры резонирующих систем, при переходе системы в турбулентное состояние наблюдаются в экспериментах с сеткой и сверхпроводящими проволоками. Данные этих экспериментов также приведены на рис. 18. Для самых низких резонансных частот в экспериментах с левитирующим шариком критические скорости значительно превышали рассчитанные по соотношению (9), что может быть связано с малым количеством запиннированных вихрей, определяемым особенностью проведения экспериментов — отсутствием контактов шарика со стенками камерты.

11. Диссипативные процессы в сверхтекучем гелии

Для температур существования нормальной и сверхтекучей компонент имеет место взаимодействие между

компонентами, и в случае однородной турбулентности (турбулентности Вайнена) передача энергии от колеблющегося тела вихревой системе выражается как

$$\epsilon = \nu'(\kappa^2 \mathcal{L}^2), \quad (10)$$

где ν' — эффективная вязкость, а произведение $\kappa^2 \mathcal{L}^2$ представляет собой эффективную среднеквадратичную завихренность сверхтекучей компоненты [149]. Таким образом, соотношение (10) может являться аналогом потока энергии в инерционном интервале турбулентности для классических ньютоновских жидкостей. Так же как и в случае классической жидкости [5], энергия передаётся в большие вихри, перетекая через ричардовский инерционный каскад в область диссипации, где течение становится ламинарным. Энергетический спектр такого процесса имеет колмогоровский вид:

$$E(k) = C_K \epsilon^{2/3} k^{-5/3},$$

где $E(k) dk$ — энергия турбулентной системы единицы массы жидкости, связанная с волновым вектором в диапазоне от k до $k + dk$, ϵ — поток энергии по инерционному каскаду на единицу массы, т.е. скорость накачки вихревой системы равна скорости диссипации энергии в системе (за счёт вязкости или другого механизма), C_K — константа порядка единицы. Для классической жидкости диссипация энергии определяется вязкостью: $\epsilon = \nu \langle \omega^2 \rangle$, где $\langle \omega^2 \rangle$ — среднеквадратичная завихренность потока. В диапазоне волновых векторов на масштабах больше l передача энергии по ричардовскому каскаду происходит за счёт пересоединения вихрей и формирования более мелких вихревых петель, т.е. носит квазиклассический характер. В экспериментах с высокими числами Рейнольдса ("стиральная машина" [43]) показано, что квазиклассическое поведение вихревого клубка относится только к масштабам длин, намного превышающим среднее расстояние между вихревыми линиями. Однако любое сходство между классической и квантовой скоростями должно исчезнуть на масштабах длины, сравнимых с расстоянием между вихрями или меньших его. В последнем случае скорости потока сверхтекучей компоненты должны сильно отличаться от скоростей в классическом потоке.

На масштабах порядка или меньше l в скорости сверхтекучей компоненты должны сильно проявляться квантовые эффекты (квантование циркуляции и связанное с ним существование кóров вихревых линий). Можно предположить, что при отсутствии вязкости нормальной жидкости колмогоровский спектр и соответствующий ему поток энергии из области больших масштабов в область малых размеров, относящийся к движению жидкости как целого, будут плавно соединяться со спектром квантовой турбулентности при $kl \rightarrow 1$. Скорость для колмогоровского спектра можно представить в виде

$$V^2(k) = C_K \epsilon^{2/3} k^{-2/3}. \quad (11)$$

Тогда в масштабе длин l характеристическая скорость должна быть такой же, как и для однородного вихревого клубка, — порядка скорости сверхтекучей компоненты на расстоянии l от изолированного вихря — и определяться выражением

$$V^2(l^{-1}) = \frac{\beta \kappa^2}{l^2}, \quad (12)$$

где параметр β зависит от геометрического расположения вихрей. При плавном "сшивании" уравнений (11) и (12) на размерах расстояний между вихрями ($kl \rightarrow 1$) получаем

$$\epsilon = \left(\frac{\beta}{C_K} \right)^{3/2} \kappa^3 l^{-4} = \left(\frac{\beta}{C_K} \right)^{3/2} \kappa^3 \mathcal{L}^2 = \nu'(\kappa^2 \mathcal{L}^2).$$

В результате такого качественного анализа находим, что эффективная вязкость для квантовой турбулентности порядка величины

$$\nu' = \left(\frac{\beta}{C_K} \right)^{3/2} \kappa.$$

Таким образом, эффективная вязкость имеет порядок кванта циркуляции.

При низких температурах привычная вязкость в жидком гелии уже отсутствует и для сверхтекучей жидкости необходим другой механизм диссипации накапливаемой в систему энергии. Одним из возможных механизмов могут быть процессы пересоединения, которые приводят к возникновению кельвиновских волн (волн, бегущих вдоль кора вихря). Расстояние между вихрями $l \approx \mathcal{L}^{-1/2}$, при этом характерный радиус вихревой петли в случае однородной турбулентности определяется соотношением

$$\left\langle \frac{1}{R^2} \right\rangle \approx \frac{1}{l^2} = \mathcal{L}.$$

Скорость пересоединений можно оценить по теории размерности. При взаимодействии вихревого клубка существует один размерный параметр — среднее расстояние между вихрями l , а в качестве временной шкалы может выступать величина l^2/κ . Тогда скорость пересоединений в единице объёма вихрей должна быть порядка $\kappa l^{-5} = \kappa \mathcal{L}^{5/2}$ [5].

Компьютерное моделирование показало, что при пересечении и пересоединении гладкого вихря и вихревого кольца на вновь образованных вихрях разбегаются волны Кельвина [150]. Пересоединение двух прямых вихрей образует области большой кривизны на этих новых вихрях, которые за счёт натяжения вихревого кора движутся с большой скоростью вдоль вихря. Экспериментальное наблюдение процессов пересоединения представлено в работах группы из Мэриленда, где с помощью декорирования вихрей водородными микрочастицами [151–153] удалось наблюдать образование волн Кельвина [154, 155]. При высоких температурах и сравнительно большой вязкости нормальной компоненты кривизна вихря достаточно быстро уменьшается под действием сил трения. При низких температурах в отсутствие вязкости кельвиновские волны с большой кривизной, бегущие вдоль кора вихря, рождают фононы. Излучение фононов в сверхтекучей жидкости при нулевой температуре может являться основным диссипативным механизмом потери энергии вихрем.

Для изотропного вихревого клубка с расстоянием между вихрями l скорость сверхтекучей компоненты, воздействующей на соседний вихрь, имеет вид

$$V_s(l) = \frac{\kappa}{2\pi l}.$$

Таблица. Характеристики экспериментальных структур и вычисленные для них коэффициенты

Эксперименты	d , мкм	f , кГц	V_{cr} , см с ⁻¹	KC_{cr}	β_s
Шопе, магнитный шарик [114]	248	0,12	1,9	0,64	671
Шопе, магнитный шарик [112]	200	0,24	3,8	0,79	873
Группа из Осаки, сверхпроводящая проволочка [133]	2,5	0,7	5,0	28,6	0,40
Группа из Ланкастера, сверхпроводящая проволочка [160]	4,5	1,0	4,8	10,7	1,84
Группа из Ланкастера, сетчатая мембрана [108]	21	1,0	4,5	2,14	40,1
Группа из Осаки, сверхпроводящая проволочка [119]	2,5	3,8	7,0	7,37	2,16
Кварцевый камертон [128]	75	6,5	6,5	0,13	$3,3 \times 10^3$
Кварцевый камертон [161], $T > 1$ К	400	32	6,0	$4,7 \times 10^{-3}$	$4,6 \times 10^5$

Движение вихревой линии на характерных размерах l связано с частотой соотношением

$$\omega = \frac{\kappa}{l^2}.$$

Последнее соотношение имеет принципиальное значение для излучения звука или фононов с частотой ω . Если рассмотреть два разделённых расстоянием $2b$ прямолинейных вихря, движущихся с соответствующими взаимными скоростями, то скорость потери энергии, которую они излучат при своём взаимном движении на единицу длины вихря [156, 157], выражается как

$$\frac{dE_L}{dt} = \frac{\rho \kappa^7}{(4\pi)^5 c^4 b^6},$$

где c — скорость звука. Если теперь представить, что вихревое кольцо имеет размер $2b$, равный расстоянию между вихрями, и оценить время потери вихревым кольцом размера l и энергии, то скорость передачи энергии вихря в кельвиновские волны на единицу массы жидкости имеет порядок величины [5]

$$\tilde{\zeta} = G \kappa^3 l^{-4} = G \kappa^3 \mathcal{L}^2,$$

где множитель G порядка единицы. Таким образом, и для случая излучения энергии в виде фононов за счёт перегибов вихревых линий эффективный диссипативный параметр — эффективная вязкость в отсутствие вязкости в сверхтекучей жидкости, связанная с излучением фононов, — имеет порядок величины κ :

$$v'' = \zeta \kappa,$$

где численный множитель ζ находится в диапазоне 0,05 – 0,3 [26].

Эксперименты [38] по распаду (spindown) вихревой турбулентности при $T = 0,15$ К показали, что величина v'' близка к 3×10^{-3} . Однако можно показать, что существует такая область волновых векторов $\approx l^{-1}$, для которых турбулентность лежит в промежуточной области между ричардовским каскадом и областью диссипации за счёт кельвиновских волн. Согласно теоретическим представлениям работы [158], в процессе передачи энергии в область высоких частот есть узкое место накопления вихревой энергии при волновых векторах начала формирования кельвиновских излучательных процессов, что вполне может объяснить такую малую наблюдаемую в экспериментах величину v'' .

По аналогии с вязкостью классических жидкостей и нормальной компоненты гелия-II при высоких температурах можно оценить отношение коэффициента Келегана–Карпентера KC и числа Стокса β_s , вводя понятие эффективной вязкости в соответствии с аргументами, приведёнными выше, и считая для всех экспериментов параметр $\zeta = 0,11$. По результатам этих экспериментов (см. таблицу) при температурах, позволяющих пренебречь нормальной компонентой, переход в турбулентный режим для самых разных структур с разными размерами описывается соотношением $KC \times \beta_s^{1/2} \approx 14,9 \pm 5,1$.

Для классических жидкостей при изменении коэффициента KC и числа Стокса β_s меняется структура генерируемых в жидкости вихрей. Для воды можно провести достаточно условную линию различия в поведении рождаемых вихрей. Как отмечалось выше, при больших величинах KC преобладают инерционные силы в жидкости при движении колеблющейся структуры и в случае малых чисел Стокса возникает турбулентный режим движения; переход от ламинарного поведения к турбулентному происходит при соотношении частоты колебаний и вязкости в системе, соответствующем уравнению (8). Для классической жидкости этот переход будет определяться следующим соотношением:

$$V_x \cong \frac{c_L}{c_T} \sqrt{\omega v} A,$$

и коэффициент сопротивления при скорости перехода в турбулентный режим запишется как

$$C_d = \frac{2\alpha_s S}{A} \sqrt{\omega v} \frac{1}{V} = \frac{2\sqrt{2}\pi\alpha_s S}{A} \frac{1}{KC} (\pi\beta_s)^{-1/2},$$

где S — площадь движущегося тела, A — его поперечное сечение, для цилиндра коэффициент $\alpha_s = (3\pi/4)\sqrt{2}$. Таким образом, переход к турбулентному обтеканию при $C_d \approx 0,5-2$ будет происходить при соотношении $KC \times \beta_s^{1/2} \approx 10$. В работе [99] по визуализации образования вихрей при колебании цилиндра переход от двумерной вихревой структуры типа дорожки Кармана в трёхмерную (т.е. к режиму развитой турбулентности) происходил при $KC \times \beta_s^{1/2} > 30$. Измерения колебаний в сверхтекучем гелии трёх кварцевых камертонов при температурах выше 1,4 К [97], когда вязкостью нормальной компоненты нельзя пренебречь, показали, что переход происходил при $KC \times \beta_s^{1/2} \approx 17$.

Таким образом, характерные соотношения $KC \times \beta_S^{1/2}$ в случае перехода жидкости вокруг колеблющегося тела в режим развитой турбулентности и для классической жидкости, и для сверхтекучего гелия при высоких и низких температурах близки по величине.

12. Влияние пиннинга вихрей на генерацию квантовой турбулентности

Как показывают экспериментальные исследования, критические скорости перехода к турбулентному вихреобразованию принципиально меняются после первого рождения вихрей в объёме жидкости — при втором и последующих увеличениях скорости критические скорости обычно становятся существенно меньше. Для генерации вихрей противотоком нормальной и сверхтекучей компонент требуется наличие вихрей в объёме жидкости, в противном случае возрастание турбулентности (и градиента температуры) происходит только по мере диффузии вихревого фронта от нагревателя или от второго конца теплопровода [90]. Для рождения вихрей от стенки сосуда требуются скорости порядка 10 м с^{-1} , именно такие скорости движения ионов рождают квантовые вихревые кольца. Аналогичные аргументы верны для генерации вихрей при колебании резонансных систем при низких температурах, с той только разницей, что движение относительно неподвижной жидкости совершает колеблющееся тело. Таким образом, для увеличения количества вихрей в объёме необходимо иметь какое-то остаточное количество вихрей. Схема пиннинга вихрей на колеблющихся структурах приведена на рис. 19а. Схема образования вихревой петли при пересоединении вихря самого на себя при колебании резонатора представлена на рис. 19б.

Наиболее показательными в этом отношении оказались эксперименты по использованию резонаторов в виде колеблющихся проволоочек, где скорости, соответствующие переходу к развитому турбулентному состоянию, определялись способностью осциллятора закреплять вихри. В экспериментах группы Х. Яно (H. Yano) по генерированию турбулентности с помощью сверхпроводящей проволоочки из NbTi диаметром $2-3 \text{ мкм}$ (в разных экспериментах) показано, что переход от ламинарного движения к турбулентному происходил при скоростях движения проволоочки более 35 см с^{-1} . При особенно аккуратном заполнении ампулы сверхтекучим гелием (в течение 20 ч при температуре ниже 100 мК) удалось, по-видимому, заполнить исследуемый объём с минимальным количеством вихрей. Причём первое увеличение сигнала возбуждения в резонансных условиях такой колебательной системы приводило к тому, что скорость проволоочки могла достигать величин до 1 м с^{-1} без перехода к турбулентному состоянию [162, 163]. После формирования турбулентного состояния возврат к ламинарному обтеканию при уменьшении возбуждения происходил при существенно меньших скоростях. Пример такого гистерезиса приведён на рис. 15б.

Более того, два идентично изготовленных резонатора из одинаковых проволоочек, размещённых рядом на подложке, демонстрировали разные резонансные свойства. Одна из проволоочек при довольно небольших скоростях движения начинала генерировать вихри, в то время как другая при существенно больших скоростях движения испытывала ламинарное обтекание. Стоит отметить, что

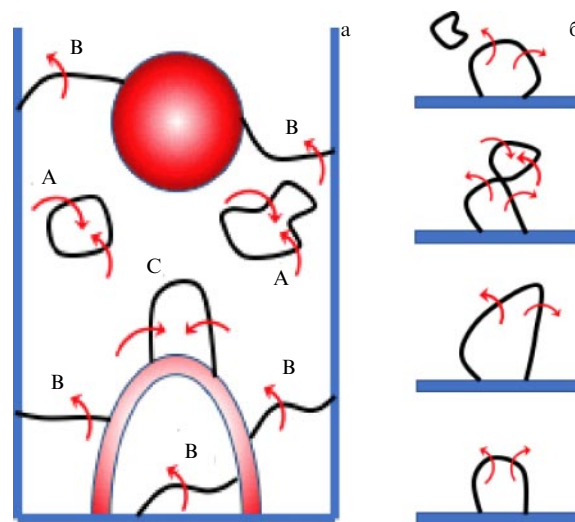


Рис. 19. (а) Схема различного положения остаточных вихрей в приборе: А — остаточные вихри в объёме (remanent vortices), В — запиннированные вихри на частях прибора, например на шарике или проволочке (pinning vortices), С — промежуточный случай, когда вихрь при слабом закреплении может перейти в положение В или оторваться и стать свободным (А). (б) Схема роста длины запиннированного вихря при движении подложки от нас с последующим образованием свободной вихревой петли (снизу вверх). Стрелками показаны направления течения сверхтекучей компоненты вокруг вихрей.

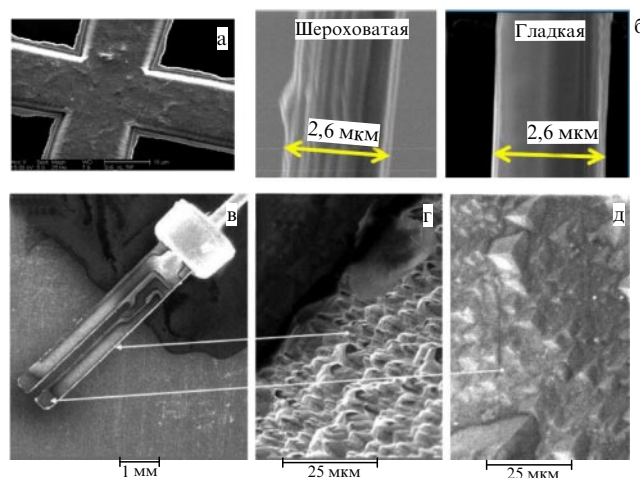


Рис. 20. Микрофотографии поверхностей различных колебательных систем. (а) Металлическая сетка (из работы [164]). (б) Сверхпроводящие NbTi-проволоки, слева с шероховатой поверхностью и справа — с гладкой (из частного сообщения Х. Яно (H. Yano) (Городской университет Осаки, Япония)). Поверхности: (в) кварцевого камертона, (г) кварцевого камертона с золотым напылением, (д) монокристалла (из работы [165]).

только для сверхпроводящих проволоочек наблюдали возможность достижения скоростей движения до 1 м с^{-1} , существенно превосходящих скорости перехода в турбулентное состояние для других объектов (таких как кварцевые камертоны, магнитные шарики и пр.). Объяснение этой особенности можно связать с разными способностями пиннинговать вихри поверхностными неоднородностями разных структур. На рисунке 20 приведены микрофотографии различных поверхностей колеблющихся систем.

Гладкая проволоочка (показанная в правой части рис. 20б) демонстрировала переход в турбулентное дви-

жение при увеличении внешней накачки при скоростях, в несколько раз превышающих скорости движения при переходе из режима генерации турбулентности в ламинарное обтекание ($V_{cr}^T/V_{cr}^L \approx 20$). Шероховатость величин порядка нескольких микрон для прочих систем (колеблющиеся сетки, левитирующий шарик, кварцевые камертоны) приводила к тому, что наблюдаемый в них гистерезис был намного меньше. По-видимому, пиннинг вихрей кроме существенного гистерезиса в "наступлении" и "отступлении" турбулентности приводит к интересному эффекту — неустойчивому переходу к турбулентности.

13. Неустойчивый переход системы к квантовой турбулентности

Эксперименты показали, что в работе любых генераторов турбулентности в виде колеблющихся тел в сверхтекучем гелии можно выделить два основных режима: режим малых скоростей движения, ламинарный режим,

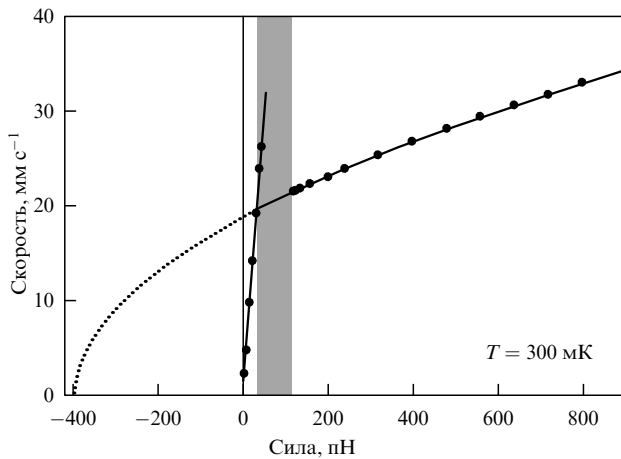


Рис. 21. Зависимость скорости движения шарика от величины приложенной силы. Диаметр шарика 200 мкм, частота колебания 114 Гц, $T = 300$ мК, $V_{cr} = 2$ см s^{-1} . В серой области имеет место неустойчивый режим перехода в турбулентное состояние [166].

когда сила гидродинамического сопротивления F_d движению тела пропорциональна скорости движения, $F_d \sim V$, и режим больших скоростей, когда сила пропорциональна квадрату скорости, $F_d \sim V^2$. Наряду с этими основными режимами движения тел в сверхтекучей жидкости наблюдается промежуточная область перехода от ламинарного движения к турбулентному, в которой рождение вихрей и перекачка энергии механического движения тела в движение жидкости носит вероятностный характер. На рисунке 21 приведены результаты измерения скорости движения левитирующего шарика как функции приложенных переменных сил [166].

Такой вероятностный переход к турбулентности, как и переключение детектора в режим детектирования (см. раздел 14), описывается кумулятивной функцией распределения $F(t)$, представляющей собой вероятность того, что случайная величина имеет значение не больше t , например вероятность того, что отказ в работе устройства наступил к моменту времени t . На рисунке 22г показана функция выживания (функция надёжности) $R(t)$, описывающая вероятность "выживания" объекта: $R(t) = P(T > t)$, где t — некоторое время, в течение которого проводилось наблюдение за событиями, T — случайная величина, обозначающая момент "смерти" (например, момент перехода колеблющейся системы к турбулентному рождению вихрей), P — вероятность "смерти" на заданном временном интервале.

Статистическая обработка экспериментальных результатов перехода движущегося шарика в турбулентный режим показала, что функция $R(t)$ имеет вид

$$R(t) \sim \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

соответствующий распределению Рэлея, где τ — среднее время "жизни". При достаточно малом количестве тепловых возбуждений в сверхтекучем гелии ($T < 0,5$ К) среднее время жизни (время перехода системы в турбулентное состояние) не зависит от температуры. Очевидно, среднее время жизни (τ) зависит только от силы турбулентного сопротивления $F_T = F - \lambda V_T$, определяемой как разность между приложенной силой и силой,

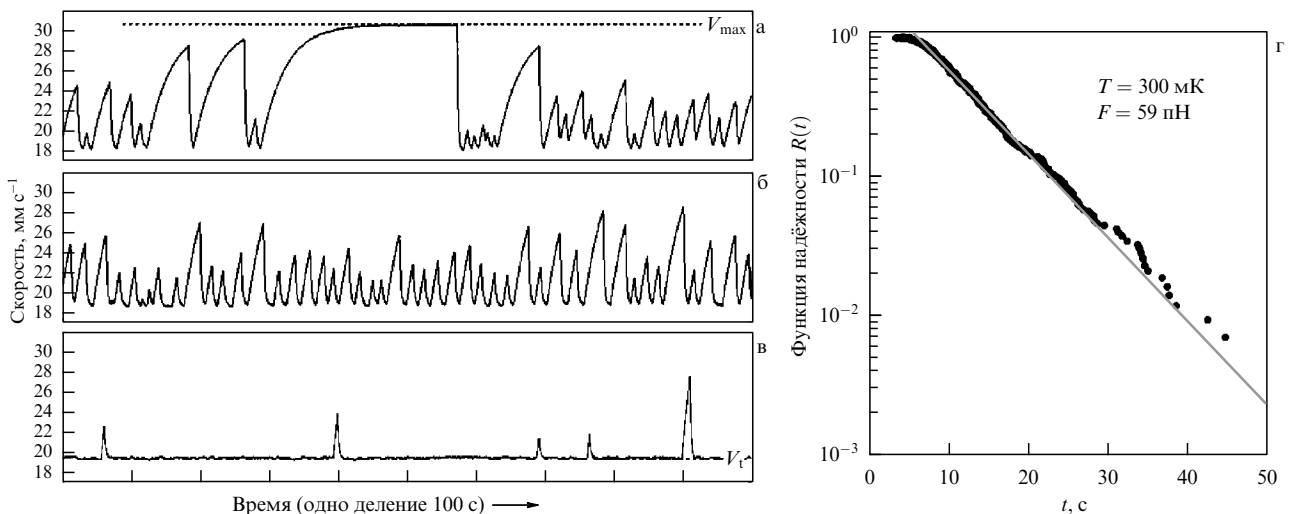


Рис. 22. Зависимость скорости движения шарика от времени при движущихся силах на электродах конденсатора: (а) $F = 47$ пН, (б) $F = 55$ пН, (в) $F = 75$ пН; V_t — скорость перехода в турбулентное состояние. (г) Функция "выживания" (функция надёжности), описывающая вероятность того, что шарик остаётся в ламинарном движении. Температура 300 мК [166].

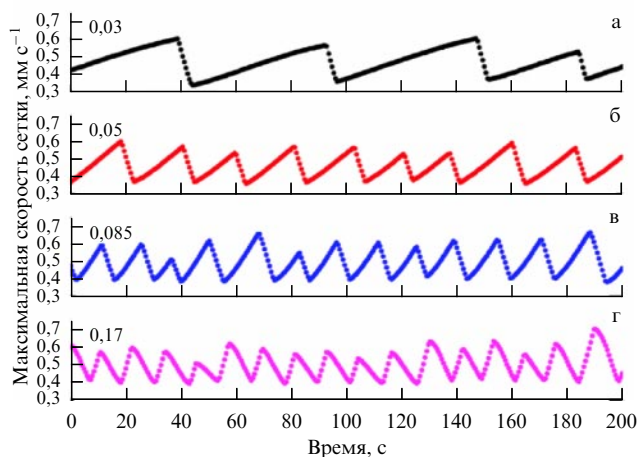


Рис. 23. Переключение скорости колебания сетки в режиме ТІ. Режим возбуждения переменным напряжением U , приложенным к нижнему электроду: (а) $U = 0,03$ мВ, (б) $U = 0,05$ мВ, (в) $U = 0,085$ мВ, (г) $U = 0,17$ мВ.

соответствующей линейной ламинарной зависимости. Среднее время жизни системы до перехода в турбулентность можно описать экспонентой:

$$\langle \tau \rangle = \tau_0 \exp \left(\frac{F_T}{F_1} \right)^2,$$

где $\tau_0 = 0,5$ с, $F_1 = 18,3$ пН.

Аналогичные наблюдения были сделаны при исследовании колебаний сетки при низких температурах в области (см. заштрихованную область на рис. 17), где имеет место режим переключения с изменением скорости колебания сетки (рис. 23).

Таким образом, мы можем заключить: при переходе от ламинарного движения колеблющихся тел к турбулентному при низких температурах достаточно часто возникают случайные переключения режима обтекания движущегося тела — начинают рождаться вихри, что приводит к потере энергии движущимся телом и уменьшению скорости его движения, а значит, происходит возврат к ламинарному движению. Этот режим переключения приходится на область ТІ, в которой генерируются отдельные вихри, что отличает режим ТІ от режима ТІІ — развитой турбулентности. Подробнее особенности излучения вихрей в режимах ТІ и ТІІ рассматриваются в разделе 14.

14. Детектирование квантовой турбулентности

Один из основных вопросов, возникающих при изучении квантовой турбулентности: как далеко и как быстро может распространяться область турбулентного состояния в сверхтекучем гелии после начала генерации вихрей? Всё дело в том, что если, скажем, в квазиодномерной геометрии в начале координат рождаются вихри за счёт противотока нормальной и сверхтекучей компонент при выделении тепла или за счёт колебаний тела со скоростями выше критических и в процессе диффузии или баллистического пролёта вихри теряют энергию и импульс, то тогда вихревая турбулентность распространяется лишь на конечное расстояние и только часть пространства

будет занята вихрями. В общем случае это напоминает ситуацию с успокоением реки после порожистого участка. Рассмотрим эксперименты, в которых детектировались вихри на каком-то расстоянии от источника турбулентности, и оценим скорость генерации вихрей.

Как мы отмечали ранее, квантовая турбулентность может формироваться двумя способами: тепловым и механическим. При тепловом способе генерация вихрей происходит благодаря противотоку нормальной и сверхтекучей компонент при локальном нагреве гелия. При этом предполагается, что установление противотока во всём объёме протекания теплового потока происходит за времена, определяемые скоростью распространения второго звука, т.е. $15-20$ м с⁻¹ при температурах от 2 до 1 К, что соответствует временам порядка нескольких миллисекунд для образцов размером в несколько сантиметров. Температуры генерации квантовой турбулентности тепловыми потоками ограничиваются диапазоном выше 1 К, так как при более низких температурах концентрация нормальной компоненты становится пренебрежимо малой и противотоком двух компонент можно пренебречь.

Рождение вихрей при механическом способе происходит при перемещении тел в сверхтекучем гелии со скоростями выше критических (см. разделы 9, 10). Сейчас нас интересуют процессы регистрации перемещения вихрей по пространству при разных температурах.

Возможность распада вихревой турбулентности вследствие движения вихревых петель и их исчезновения на стенках сосуда отмечалась ещё в первых работах по исследованию квантовой турбулентности [168]. Квантовые вихри, рождённые в сверхтекучей жидкости и движущиеся в ней, будут по-разному вести себя в зависимости от температуры жидкости. При сверхнизких температурах, когда тепловыми возбуждениями в бозе-жидкости можно пренебречь, вихревые кольца будут распространяться без изменения их размеров. Скорость движения вихревого кольца радиусом R_0 при нулевой температуре даётся выражением [8]

$$v_0 = \frac{\kappa}{4\pi R_0} \left(\ln \frac{8R_0}{a_0} - \frac{1}{2} \right).$$

Нетрудно увидеть, что скорость движения кольца тем меньше, чем больше его радиус. Для вихревого кольца радиусом 1 мкм скорость $v_0 = 8$ см с⁻¹, радиусом 10 мкм — $v_0 = 1$ см с⁻¹, а радиусом 100 мкм — $v_0 = 1,2$ мм с⁻¹. Характерные времена пролёта вихрями расстояния до детектора, скажем $D = 1$ мм, составят соответственно 12,5 мс, 100 мс и ≈ 1 с. Конечно, эти величины носят только оценочный характер. Существенное влияние на времена диффузии или баллистического пролёта оказывают сложная форма вихревых колец с большим количеством локальных изгибов, процессы пересоединения, особенно на начальных стадиях движения вихрей, с большой концентрацией вихрей и распадом крупных вихрей на более мелкие, а также со слиянием мелких вихрей с образованием более крупных вихревых петель.

Теоретическое рассмотрение и компьютерное моделирование движения вихревых колец при нулевой температуре проведены в работах [169, 170]. В расчётах предполагалось, что круговые вихревые кольца начинали диффундировать во взаимных вихревых полях сверхтекучей компоненты. В процессе движения вихревые петли де-

формировались, пересекались друг с другом и сами с собой с образованием мелких петель из крупных, а мелкие петли сливались в крупные. Расчёты проводились в рамках локального приближения уравнения Био–Савара [171]. Компьютерное моделирование показало, что за времена порядка 1–2 мс достаточно широкое распределение размеров вихревых петель (до нескольких десятков микрометров) формирует вихревые кольца диаметром порядка 1 мкм. Времена распада турбулентности в объёме размером 160 мкм составляли несколько миллисекунд, причём за это время основная часть вихрей покидала данную область, что позволило оценить средние скорости движения вихрей величиной 4 см с^{-1} . Схожие результаты получены при компьютерном моделировании рождения вихрей левитирующим шариком [172]. Компьютерное моделирование в рамках уравнения Био–Савара [173] указало на замедление скорости движения вихревых петель с большим количеством перегибов и связанных с ними кельвиновских волн. Однако порядок скоростей и времён движения вихрей должен сохраняться. Результаты расчётных экспериментов по баллистическому разлёту малых вихрей из области генерации турбулентности довольно хорошо согласуются с результатами теоретической работы [174] по диффузионному распаду вихревой турбулентности.

Экспериментальные наблюдения отклика детектора на генерирование турбулентного состояния движущимся телом, находящимся на макроскопическом расстоянии от детектора, были проведены с помощью высокочастотных резонаторов. В качестве таких детекторов использовались тонкие сверхпроводящие проволоки, кварцевые камертоны, микро- и наноэлектромеханические системы.

Изменение частоты колебания высокочастотного резонатора при присоединении к нему вихря будет увеличиваться за счёт возрастания возвращающей силы, связанной с увеличением длины вихря при движении резонатора, т.е. частота колебания резонатора будет возрастать. С другой стороны, заметим, что любой пиннинг вихря к резонатору — это присоединение дополнительной массы, что должно уменьшать частоту резонатора. Кстати, аналогичный эффект уменьшения частоты резонатора наблюдается в сверхтекучей жидкости по сравнению с вакуумом при ламинарном движении колеблющегося элемента резонатора за счёт присоединённой массы.

Вопрос об инерционной массе вихря, запиннированного на детекторе, в настоящее время не до конца ясен. При рассмотрении аналогии между теорией сверхтекучести и электродинамикой [175] энергия вихря E_v может быть сопоставлена с его массой M_v через соотношение Эйнштейна $E_v \approx M_v c^2$, где c — скорость звука. Сложность оценки связана с тем, что на величину присоединённой массы вихря будут влиять потенциал пиннинга и степень проскальзывания вихря относительно колеблющегося тела, плотность запиннированных вихрей, силы Магнуса, действующие на вихрь при его движении с элементом резонатора, и т.д. [176, 177]. Таким образом, как изменяется частота резонатора с вихрями, до конца не выяснено, и только эксперимент может дать ответ на вопрос о её изменении в конкретных условиях.

Так, согласно работам японских исследователей [178–180], которым первыми удалось зафиксировать отклик детектора, находившегося на макроскопическом

расстоянии от генератора, на формирование турбулентного состояния при температуре $T = 30 \text{ мК}$, частота детектора после прихода вихрей возрастала. И генератором, и детектором являлись резонаторы в виде дуги диаметром $\approx 1 \text{ мм}$ из сверхпроводящей NbTi-проволоки диаметром около 2,5 мкм (рис. 11а). Возбуждаемая переменным электрическим током в магнитном поле проволока двигалась с максимальными скоростями в 50 см с^{-1} и при характерных резонансных частотах $f \sim 3 \text{ кГц}$ имела амплитуду колебаний порядка 27 мкм. Масса такого резонатора $m \sim 10^{-8} \text{ г}$. Расстояние между детектором и генератором, различающимися по резонансным частотам на несколько сотен герц, в экспериментах составляло около 1 мм. В качестве детектора использовался резонатор со скоростями движения до 50 см с^{-1} . Такие большие скорости движения соответствуют надкритичному режиму работы детектирующей проволоки, превосходя скорости движения при переходе в турбулентное состояние (для проволоки с шершавой поверхностью $V_{cr} \sim 5 \text{ см с}^{-1}$). Значительное превышение скорости движения детектирующей проволоки возможно благодаря тому, как указывают авторы [162, 181], что на детекторе отсутствовали остаточные запиннированные вихри. Возрастание скорости движения детектора ожидаемо сопровождалось уменьшением частоты ламинарного движения проволоки. Приход на детектор вихрей после включения генератора турбулентности (такой же проволоочный резонатор, но со скоростью движения более 10 см с^{-1}) запускал переход детектора к генерации вихрей, что приводило к резкому уменьшению амплитуды колебания детектора и увеличению его резонансной частоты на 0,3 Гц. После уменьшения тока через детектор (вынуждающей силы) до критической величины ($F \approx 100 \text{ пН}$) и выключения генератора вихрей через какое-то время детектор возвращался к ламинарным колебаниям.

На существенно больших расстояниях (10 мм) регистрировалась вихревая турбулентность в экспериментах ланкастерской группы [182], где в качестве и генератора, и детектора использовались кварцевые камертоны (tuning forks). Плоскости колебаний кварцевых камертонов были параллельны друг другу. Резонансная частота кварцевых резонаторов, использованных в этих экспериментах, составляла $\sim 32 \text{ кГц}$, но различалась для генератора и детектора, что исключало механическое влияние одного резонатора на другой.

Эксперименты показали (рис. 24), что при температуре вымерзания ротонных и фононных возбуждений формирование турбулентного состояния одним из кварцевых камертонов ("генератором турбулентности") сказывается на добротности другого ("детектора"), скорость колебаний ножек ($0,3 \text{ мм с}^{-1}$) которого существенно ниже V_{cr} , частота детектора при взаимодействии с вихрями также возрастала. При "телеграфном" включении на 2 с сигнала "генератора" с периодом покоя в 20 с за времена около доли секунды менялась амплитуда сигнала "детектора". Таким образом, за времена порядка доли секунды вихри проходили расстояния порядка 10 мм до второго камертона ("детектора турбулентности"), уменьшая его добротность. В течение доли секунды после выключения "генератора" добротность "детектора" возвращалась к исходной величине. По отклику "детектора" можно выделить две критические скорости формирования вихрей "генератором". При превышении первой кри-

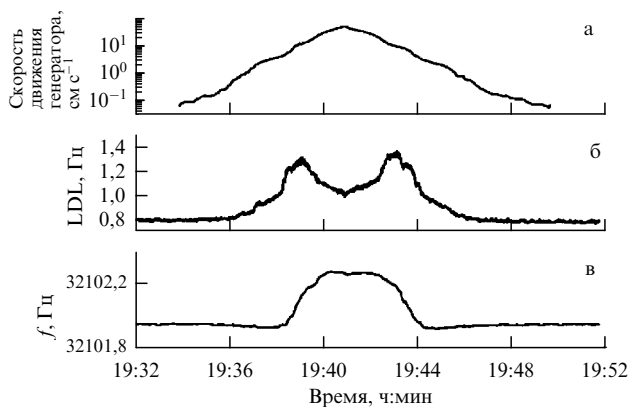


Рис. 24. Влияние скорости колебаний "генератора" в процессе увеличения и уменьшения сигнала внешней накачки (а) на ширину резонанса "детектора" (low-drive-linewidth — LDL) (б) и его резонансную частоту (в). $V_D \sim 0,3 \text{ мм с}^{-1}$, $T = 10 \text{ мК}$, $P = 5 \text{ бар}$, особо чистый ^4He [182].

тической скорости ($V_{cr1} \sim 1 \text{ см с}^{-1}$) начинают формироваться вихри, количество которых и их влияние на добротность "детектора" возрастают с увеличением скорости движения ножек "генератора". При достижении турбулентного состояния "генератора" (скорость движения ножек генератора превосходила $V_{cr2} \sim 15 \text{ см с}^{-1}$) добротность "детектора" начинала возрастать, что может свидетельствовать об уменьшении количества вихрей, достигших детектора, т.е. наблюдается "экранирование" вихревым клубком, возникающим возле "генератора", пролёта вихрей до детектора. Уменьшение амплитуды колебаний "генератора", переводящее его в режим детектирования, и увеличение амплитуды "детектора" — переход его в режим генерирования вихрей — давали аналогичную картину регистрируемых сигналов. "Детектор" при превышении скорости его колебания над V_{cr2} переставал менять свою добротность и реагировать на создание вихрей "генератором".

Уменьшение отклика детектирующей проволоки при высоких мощностях генератора и более интенсивном рождении вихрей отмечалось в работе группы Яно [183]. Как и в экспериментах с кварцевыми камертонами, уменьшение отклика проволочного детектора при возрастании интенсивности генерации вихрей генератором можно объяснить экранированием потока вихрей турбулентным состоянием вихревого клубка вблизи генератора.

Обнаружение распространения вихрей, генерируемых кварцевым камертоном, находившимся на расстоянии в 5 мм от МЭМС, описано в работе [124]. МЭМС, состоящая из центральной колеблющейся пластины площадью $125 \times 125 \text{ мкм}^2$, подвешенной на высоте 2 мкм над подложкой, была погружена в ^4He вместе с кварцевым камертоном как генератором турбулентности. Плоскость колебаний ножек кварцевого камертона была параллельна плоскости пластины резонатора. Резонансная частота МЭМС составляла 23 кГц, измерения проводились при температуре 15 мК. Оказалось, что при превышении скоростью кварцевого камертона величины $V_{cr} \sim 71 \text{ мм с}^{-1}$, при которой начинается генерация турбулентности, затухание МЭМС-резонатора возрастало, но это возрастание зависело от собственного режима МЭМС-резонатора и его возможности рожать вихри.

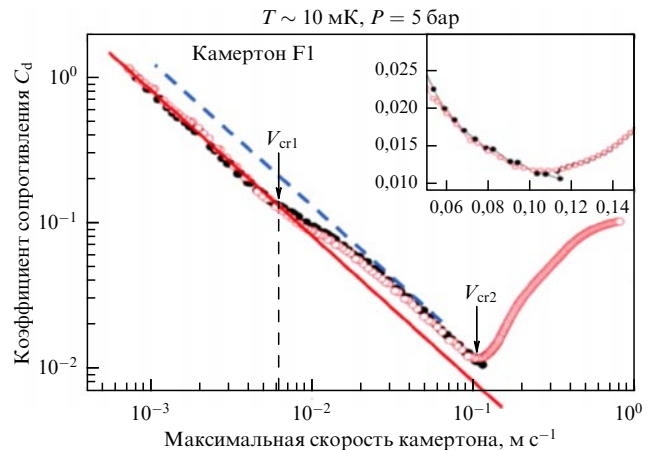


Рис. 25. Коэффициент сопротивления C_d как функция скорости движения кварцевого камертона. Чёрными кружками показано поведение C_d , если величину накачки уменьшить до достижения V_{cr2} .

Отметим, что авторы [124] исследовали сам МЭМС-резонатор на возможность генерировать вихри. Увеличение скорости движения пластины до 5 мм с^{-1} меняло коэффициент гидравлического сопротивления — он переставал возрастать и становился постоянным, затем при скорости выше 140 мм с^{-1} коэффициент сопротивления колеблющейся пластины МЭМС-резонатора резко убывал, что авторы [124] связывают с изменением режима пиннинга вихрей: при высокой скорости движения пластины резонатора очищается от запиннингованных вихрей.

Аналогичные особенности перехода к развитой турбулентности наблюдаются в зависимостях коэффициента сопротивления кварцевых камертонов от скорости их движения. Особенности на зависимостях $V(F)$ кварцевых камертонов при V_{cr1} наблюдались во многих экспериментах при низких температурах (рис. 25). При возрастании скорости движения ножек кварцевого камертона до V_{cr2} поведение $C_d(V)$ воспроизводимо, однако если резонатор переходит в режим развитой турбулентности, $V > V_{cr2}$, то экспериментальные зависимости на участке малых скоростей становятся ближе к штриховой линии на рис. 25, которая тоже будет воспроизводимой после перехода к турбулентности.

Сравнивая результаты перехода к турбулентности (см. раздел 12) и данные, приведённые выше, можно предположить следующий сценарий развития квантовой турбулентности. Для первой генерации вихрей (virgin state) режим перехода к турбулентности определяется малым количеством остаточных вихрей, запиннингованных на осцилляторе. Количество запиннингованных остаточных вихрей на осцилляторе может изменяться со временем (см. рис. 3). При превышении скоростью движения осциллятора значения V_{cr1} запиннингованные на осцилляторе вихри начинают по мере их удлинения пересекаться сами с собой или с соседями, образуя свободные вихревые петли, которые могут свободно двигаться в жидкости (рис. 196). Скорость V_{cr1} имеет порядок 1 см с^{-1} для многих экспериментов при низких температурах. Количество генерируемых вихрей зависит от разности $V - V_{cr1}$. При V_{cr2} происходит переход к генерации большого количества вихрей, не успевающих покинуть окрестности осциллятора и создающих плотный клубок вихрей,

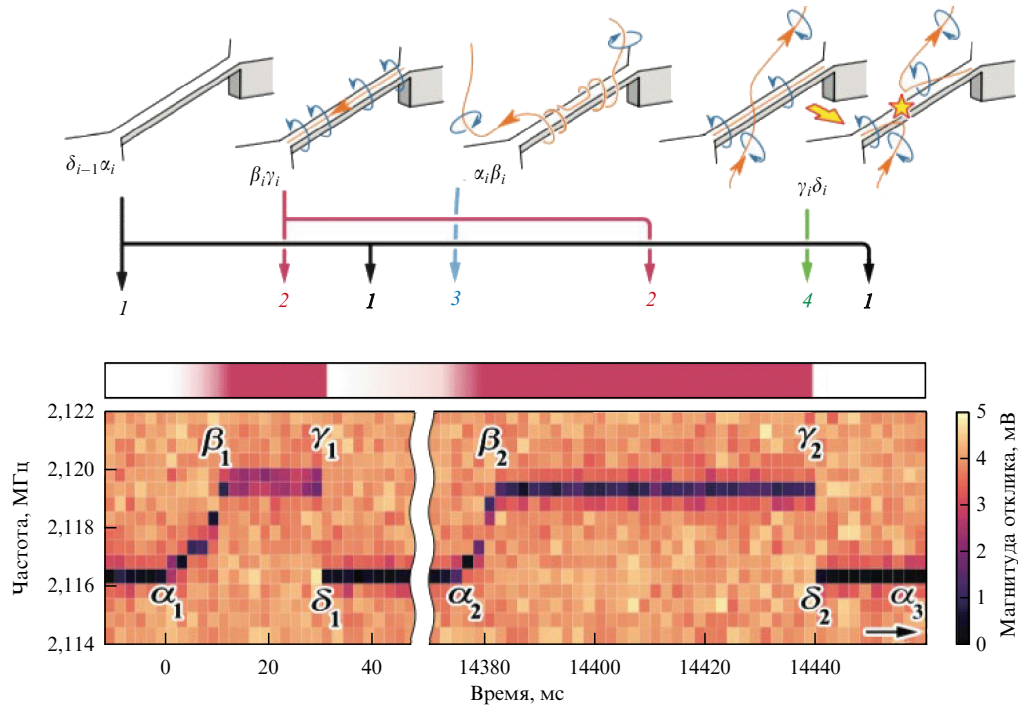


Рис. 26. Временная зависимость отклика НЭМС на захват вихря резонирующей полоской. Греческими буквами обозначены времена изменения состояний резонатора: состояние 1 — резонатор свободен от вихрей, состояние 2 — захватывание вихря резонатором, состояние 3 — вихрь захвачен резонатором, состояние 4 — освобождение резонатора от вихря. До наступления времени α_1 полоска находится в безвихревом состоянии. Между α_1 и β_1 вихрь по мере захвата его полоской постепенно увеличивает частоту колебания резонатора на 3 кГц и, наконец, захватывается по всей длине полоски в точке β_1 . От β_1 до γ_1 резонанс стабилен в течение 20 мс. После взаимодействия захваченного вихря с ближайшим вихрем происходит пересоединение вихрей, отрыв их от резонатора, и в точке γ_1/δ_1 резонирующая полоска возвращается в безвихревое состояние. Через 14,35 с происходит второе событие в точке α_2 с аналогичными изменениями состояния резонатора. Схемы в верхней части рисунка изображают общие процессы, которые могут происходить, хотя точные детали механизмов захвата и освобождения до конца не понятны [184].

который уже может служить препятствием для потока вихрей в окружающее пространство. Этот же клубок может взаимодействовать с запиннированными на осцилляторе вихрями, вихри из клубка могут прикрепляться к осциллятору, увеличивая свою плотность.

Различия в величинах V_{cr1} , а иногда и полное отсутствие перехода к режиму рождения вихрей ТП связаны с отсутствием запиннированных на осцилляторе вихрей или с их пренебрежимо малым количеством. Для шершавых поверхностей, таких как кварцевые камертоны или осциллирующие сетки, возможностей для зацепления вихрей существенно больше, что сказывается на существовании режима ТП с последующим переходом к режиму развитой турбулентности ТП. После перехода камертона в режим квантовой турбулентности часть вихрей после прекращения генерации остаётся на осцилляторе и коэффициент сопротивления осциллятора возрастает. При последующих развёртках вынуждающей силы переход к турбулентному состоянию будет происходить в условиях новой, более плотной системы запиннированных вихрей.

Для чувствительности всех вышеописанных резонансных систем как детекторов квантовой турбулентности принципиальными являются масса самого детектора и его площадь, на которой вихри могут пинниговаться. Наиболее чувствительной является НЭМС, схематически представленная на рис. 11в [121, 184]. Масса рабочего элемента (колеблющейся полоски) этой НЭМС на несколько порядков меньше, чем в других детектирующих системах, что, по-видимому, позволяет детектировать пиннинг отдельных вихрей. По крайней мере отклик НЭМС-резо-

натора при генерации вихрей в окружающем пространстве всегда является одинаковым, и при присоединении вихря частота резонанса возрастает на 3 кГц (рис. 26).

Обратим внимание на характерные времена отклика детектора на приход вихрей. При скорости движения ножек кварцевого камертона начиная с 73 мм с^{-1} НЭМС-резонатор детектирует приход вихрей, при этом время ожидания срабатывания детектора находится в диапазоне от 40 до 1000 с. Функция плотности вероятности времени ожидания между событиями $t_{\delta x}$ при одинаковых скоростях кварцевого камертона (т.е. при одинаковых потоках вихрей в окружающее пространство) описывается экспонентой вида $P \propto \exp(-t_{\delta x}/\tau)$. Характерные времена регистрации вихрей τ изменялись от нескольких сотен секунд при скорости 74 мм с^{-1} до $\tau \approx 7 \text{ с}$ при скорости 90 мм с^{-1} . Следует отметить, что переход кварцевого камертона от ламинарного движения ($F \sim v$) к турбулентному ($F \sim v^2$) происходит при меньших скоростях ($\sim 65 \text{ мм с}^{-1}$), но вихри при таких возбуждениях в экспериментах не наблюдались, вероятнее всего, временная константа для такого потока вихрей с генератора намного больше нескольких сотен секунд.

Времена включения НЭМС-детектора составляли для всех исследованных режимов от доли секунды до нескольких десятков минут, что, по-видимому, связано с необходимостью для пиннинга вихря подходящего размера поверхностью полоски НЭМС-резонатора под правильным углом. Однако освобождение полоски от прилипшего вихря происходило за времена $t_{xy} = t_x - t_y$, существенно меньшие — порядка нескольких миллисекунд

или 10 мс. Из результатов экспериментов по визуальному изучению поведения вихрей при пересоединении [155, 185] и моделирования взаимодействия квантовых вихрей [186] следует, что временные характеристики взаимодействия вихрей t_{xy} при пересоединении и межвихревое расстояние l соотносятся как $l = A\sqrt{\kappa t_{xy}}$, где A — величина порядка единицы [155]. Если предположить, что характерное время пресечения вихря, "прилипшего" к стержню, произвольным вихрем $t_{xy} \approx 3-100$ мс, то отсюда получим расстояние между вихрями в вихревом клубке вблизи детектора в $70-200$ мкм ($\mathcal{L} \sim 0,2-2 \times 10^4$ см $^{-2}$), что вполне правдоподобно.

Ряд наблюдений детектирования вихрей на макроскопических расстояниях был проведён при температурах выше 1,2 К. При ненулевой температуре, когда существует взаимное трение нормальной и сверхтекучей компонент, возникает диссипация, уменьшающая диаметр вихревого кольца в процессе его движения, и кольцо исчезает после прохождения некоторого пути. Скорость изменения радиуса вихревого кольца выражается в виде [8, 187, 188]

$$\dot{R} = -\alpha v(R).$$

Время существования вихря можно оценить как $\tau = R_0/(2\alpha v_0)$, где α — коэффициент взаимного трения между нормальной и сверхтекучей компонентами сверхтекучего гелия. Дальность полёта кольца до его исчезновения определится как [160]

$$l_b = \int_0^\tau v(R(t)) dt = \int_{R_0}^\xi v(R) \frac{dt}{dR} dR = \frac{1}{\alpha} (R_0 - \xi),$$

где ξ — минимальный размер вихря порядка коа вихря r_c . Учитывая малость радиуса коа вихря по сравнению с начальным радиусом вихря, получим окончательно $l_b = R_0/\alpha$. Поэтому при достаточно сильных диссипативных процессах в сверхтекучем гелии детектирование вихрей на расстоянии D возможно только для вихрей с размерами более R_0 , определяемыми соотношением $2R_0 > 2\alpha D$.

В работах группы Х. Яно со сверхпроводящими проволочными резонаторами ряд измерений по детектированию распространяющихся вихрей проводился при высоких температурах, что накладывало определённые ограничения на размеры детектируемых вихрей, способных добежать до детектора. Так, исчезновение вихря с начальным радиусом 18 мкм произойдёт за 41 мс, и расстояние, пройденное им до исчезновения, составит порядка 0,5 мм [189]. В работе [119] с помощью двух детекторов, один из которых был установлен в направлении движения проволочки генератора, а другой — в перпендикулярном направлении (рис. 11а), показана анизотропия в детектировании вихрей. Вследствие высокой температуры сверхтекучего гелия в эксперименте детектор регистрировал вихри, имеющие первоначально диаметр более 38 мкм, сравнимый с амплитудой колебаний генератора. Если такой большой вихрь формируется и растягивается вследствие движения проволочки, то образовавшееся вихревое кольцо, вероятнее всего, будет двигаться перпендикулярно направлению пути прохождения проволоки. В экспериментах обнаружено, что детектирование вихрей чаще всего происходит именно в перпендикулярном, а не в параллельном направлении. Что касается вероятности ожидания срабатывания детектора $1 - P$ в момент времени t после включения генератора, то

экспериментальные наблюдения описываются соотношением

$$1 - P = \exp\left(-\frac{t - t_0}{t_1}\right),$$

где t_0 — время пролёта вихрем расстояния до детектора, t_1 — среднее время срабатывания детектора. Для направления колебания вдоль проволочки генератора время $t_1 = 11$ с, тогда как для перпендикулярного направления $t_1 = 0,007$ с при мощности генерации 500 пВт. Рассматриваемые измерения показали, что регистрируемые в эксперименте большие вихревые кольца испускаются и движутся анизотропно и их количество существенно больше в направлении, перпендикулярном движению проволочки генератора.

Таким образом, к настоящему времени экспериментально с помощью детектирования вихрей показано, что при квантовой турбулентности формируются вихри, распространяющиеся на макроскопические расстояния. При нулевой температуре их распространение ограничивается размерами сосуда. При температурах выше 0,3 К размеры вихрей уменьшаются при их движении вследствие взаимодействия с возбуждениями в сверхтекучей жидкости — фононами и ротонами. Схожее анизотропное поведение разлетающихся вихревых петель, правда при нулевой температуре, получено в модельных экспериментах в работе [190]. Показано, что при рождении вихрей в объёме вытянутого параллелепипеда вероятность диффузии вихря в направлении, перпендикулярном вытянутой стороне источника, существенно выше и размеры вихрей в этом направлении существенно больше, что и в случае ненулевой температуры означает более высокую вероятность регистрации вихрей в данном направлении.

В разделе 15 оценим количество вихрей, рождаемых при колебании осциллирующих резонаторов, исходя из энергетических параметров осцилляторов и изменения их частоты при детектировании вихрей.

15. Количество рождённых вихрей в процессе осцилляций

При обсуждении проблем квантовой турбулентности возникает вопрос: сколько вихрей рождается при генерации турбулентного состояния при разных скоростях движения осциллирующего тела? Как показали эксперименты по генерации квантовой турбулентности, осциллирующие тела первоначально движутся ламинарно и лишь затем, после превышения критической скорости, начинают рождать вихри, которые при "нулевой" температуре распространяются по объёму прибора. Как отмечалось в разделе 13, переход от ламинарного движения к развитой турбулентности происходит по крайней мере в два этапа, которые различаются в том числе по воздействию на детектор [65, 83, 124, 182].

Для оценки количества рождаемых в процессе осцилляций вихрей можно рассчитать энергию, передаваемую в вихревую систему. Эта энергия определяется разностью между экстраполированной линейной зависимостью для ламинарного движения $F \sim V$ и экспериментально наблюдаемой величиной $F(V)$. Если теперь оценить мощность, передаваемую в систему за одно колебание осциллирующего тела, то можно вычислить длину вихревой линии, рождаемой за один период колебаний ($E = \pi F_0 V_0/\omega$, где F_0 и V_0 — амплитуды силы и скорости

соответственно) и сравнить её с амплитудой колебаний при таком процессе.

Для большинства осцилляторов указанную мощность можно определить как мощность электрических потерь внешней цепи: скорость движения определяется током смещения J для конденсатора в случае кварцевого камертона, левитирующего шарика или колеблющейся сетки, напряжение U , прикладываемое к осциллятору, определяет величину внешней силы, воздействующей на среду, через соответствующие коэффициенты. Энергия внешней цепи в рассматриваемом случае не только передаётся в ламинарное движение, но и расходуется, помимо того, на увеличение длины вихревой системы. Причём принципиальными оказываются температура сверхтекучего гелия и процессы диссипации энергии вихрей после их рождения — энергия внешнего возбуждения была передана вихревой системе, соответствующая мощность выражается как $W = U(J_{\text{lin}} - J)$, где J_{lin} — экстраполированная линейная зависимость тока, соответствующая ламинарному движению осциллятора. Вполне разумно предположить, что расстояние между вихрями находится в диапазоне $l \sim 1 - 100$ мкм ($\mathcal{L} \sim 10^4 - 10^8$ см⁻²), тогда энергия единицы длины вихря (как кинетическая энергия сверхтекучей компоненты) составит $E_L \sim (1,0 - 1,4) \times 10^{-18}$ Дж мкм⁻¹.

При колебании левитирующего шарика [114] диаметром $d = 248$ мкм (рис. 22а) разность между экстраполированной ламинарной скоростью и критической скоростью перехода к турбулентности составит $\Delta v \approx 1$ см с⁻¹ при $F \sim 60$ пН, мощность потерь на рождение вихрей $W \approx 0,6$ пВт, и за один полупериод ($f = 114$ Гц) длина вихрей увеличивается на $\Delta L \sim 2000$ мкм. Скорости колебаний 2 см с⁻¹ соответствует амплитуда колебаний $A = 28$ мкм, отсюда получим оценки $\Delta L_2/A \sim 80$ и $\Delta L_2/d \sim 9$.

Аналогичным образом можно оценить количество генерируемых вихрей для кварцевого камертона, учитывая начало перехода для разных режимов турбулентности: ТП ($V_{\text{cr1}} \approx 0,5$ см с⁻¹) и ТП ($V_{\text{cr2}} \approx 15$ см с⁻¹). Для указанных скоростей при частоте колебаний такого осциллятора $f = 32$ кГц амплитуды составят $A_1 \approx 25$ нм и $A_2 \approx 700$ нм соответственно. Рассчитанные из калибровки приложенные силы для этих двух случаев имеют величины 2 нН и 50 нН, а энергии, переданные в вихревую систему за одно колебание, — $E_1 = 5 \times 10^{-18}$ Дж и $E_2 = 3,5 \times 10^{-14}$ Дж соответственно. Вихревая система за одно колебание получит приращения $\Delta L_1 \approx 4$ мкм и $\Delta L_2 \approx 3 \times 10^4$ мкм, которые значительно превосходят амплитуды колебаний для рассматриваемых условий: $\Delta L_1/A_1 \sim 160$ и $\Delta L_2/A_2 \sim 4,3 \times 10^4$. Размеры кварцевого камертона в описываемых экспериментах: длина ножек $3,676$ мм, их толщина 256 мкм и ширина 616 мкм. Зазор между ножками 260 мкм.

Для сверхпроводящей проволоки [133] характерные параметры резонатора следующие: диаметр проволоки $d = 2,5$ мкм, радиус дуги проволоки $R \approx 0,5$ мм, частота колебаний $f \approx 3,8$ кГц, $V_{\text{cr2}} \approx 7$ см с⁻¹, $F \sim 120$ пН, амплитуда колебаний $A \approx 3$ мкм, передаваемая за полупериод колебаний энергия $E \approx 3,6 \times 10^{-16}$ Дж. Приращение длины вихревой системы за один полупериод колебаний $\Delta L_2 \sim 300$ мкм, отношение $\Delta L_2/A \sim 100$.

Из приведённых выше оценок для разных осциллирующих объектов (левитирующий шарик, кварцевый камертон, сверхпроводящая дуга) следует, что приращение длины вихревой системы существенно больше амплитуды колебаний.

Оценки приращения вихревой системы, сделанные для МЭМС-резонатора [124] с размерами колеблющейся пластинки 125×125 мкм² на расстоянии $h = 2$ мкм от подложки, дали величины, более близкие к амплитуде колебаний. В этом случае удлинение вихревой системы сравнимо с амплитудой колебаний при каждом колебании. Частота колебаний $f = 23$ кГц. Для первой критической скорости $V_{\text{cr1}} = 0,5$ см с⁻¹ начала генерации вихрей приложенная сила $F_1 \sim 7$ пН, амплитуда $A_1 \approx 35$ нм, переданная в вихревую систему энергия $E_1 \approx 0,25 \times 10^{-18}$ Дж увеличивает длину вихревой системы за один полупериод на $\Delta L_1 \sim 0,2$ мкм, что превосходит амплитуду колебаний: $\Delta L_1/A_1 \sim 6$. Аналогичные оценки для скорости $V_{\text{cr2}} = 14,0$ см с⁻¹, при которой изменяется поведение МЭМС-резонатора: $F_2 \sim 30$ пН, $A_2 \approx 900$ нм, $E_2 \approx 27 \times 10^{-18}$ Дж, приращение длины вихревой системы $\Delta L_2 \sim 22$ мкм ($\Delta L_2/A_2 \sim 25$).

В ряде работ плотности пиннингованных вихрей оценены как изменение частоты детектора вследствие увеличения жёсткости системы за счёт присоединённых вихрей. Как показали эксперименты для всех детекторов вихрей на основе высокочастотных осцилляторов, реакция на включение квантовой турбулентности приводила к возрастанию резонансной частоты. Мы отмечали, что до сих пор вопрос о вихрях как о присоединённой массе до конца не выяснен. В ряде работ пиннинг дополнительных вихрей рассматривается как добавочная сила, обусловленная увеличением–уменьшением длины вихревой линии при колебаниях осциллятора. В этом отношении показательно детектирование вихрей с помощью НЭМС-осциллятора, продемонстрировавшее, как утверждают авторы, что присоединение всего одного вихря всегда приводит к одинаковому возрастанию частоты колебаний на 3 кГц (см. рис. 26).

Изменение частоты резонатора при пиннинге на нём вихрей (или одного вихря) можно использовать для оценки количества таких вихрей. В работе [184] оценки упругих свойств нанополоски резонатора исходя из собственных колебаний зажатого с двух сторон бруска [191] дают для натяжения стержня как струны величину $T_0 \approx 5,6$ мкН. Учёт присоединённой массы сверхтекучего гелия и дополнительного акустического затухания, обсуждавшихся в разделах 5 и 8, даёт частоту колебаний $f \approx 2,116$ МГц. Основное изменение частоты колебаний НЭМС, обусловленное соединением вихря с нанополоской, можно рассчитать методом изображения как взаимодействие между вихрем на нанополоске и подложкой. Можно представить, что вихрь взаимодействует со своим изображением — с параллельным вихрем, находящимся на расстоянии $2d$ от него, где $d \approx 1$ мкм — расстояние между нанополоской и подложкой. Оценка силы притяжения в этом случае $F \sim 8$ пН. Такое усилие приводит к прогибу нанополоски, увеличивая тем самым частоту колебаний на ~ 1 кГц, что по порядку величины совпадает с наблюдаемым значением. Сила Магнуса при колебании вихря, прилипшего к осциллятору, определит добавку к натяжению нанополоски, но соответствующий сдвиг частоты колебаний имеет порядок 10 Гц.

Дополнительным натяжением запиннингованных вихрей объясняется ступенчатое увеличение частоты колебаний проволоочного резонатора [178], выступающего в роли детектора турбулентности. Изменение частоты колебаний данного осциллятора обусловлено появлением дополнительного натяжения ко́ров вихрей, связываю-

щих колеблющуюся проволоку со стенками сосуда. Оценки [167] натяжения вихрей, вызванного колебанием проволоки, при предположении, что вихрь соединяет верхушку детектирующей проволоки и ближайшую стенку ампулы, дают для реальных размеров ампулы изменение частоты колебания $\sim 0,7$ МГц на один запиннигованный вихрь. Тогда для наблюдаемого увеличения резонансной частоты на $0,3$ Гц необходимо иметь порядка нескольких сотен мостиковых вихревых линий. При длине проволочного резонатора 1 мм расстояние между запиннигованными вихрями должно быть порядка нескольких микрометров.

Из общих соображений понятно, что изменение частоты колебаний осцилляторов, связанное с присоединением вихрей, можно зарегистрировать в случае малой массы колеблющегося тела, когда малое изменение усилий в системе за счёт взаимодействия с вихрями оказывает видимое влияние на резонансные свойства. В частности, такие изменения частоты сказываются на измерениях с нанополосками МЭМС ($m \sim 15$ пг) и сверхпроводящей проволочкой ($m \sim 10$ нг). Однако увеличение резонансных частот наблюдалось для значительно более тяжёлых кварцевых камертонов ($m \sim 400$ мкг) [182], что не совсем понятно. Упомянем, что масса колеблющейся сетки [107] самая большая, принимая во внимание большой размер колеблющегося осциллятора ($d \approx 10$ см), — порядка $m \sim 85$ мг, левитирующий шарик имеет массу $m \sim 20$ мг [112]. Значительно более лёгким оказался МЭМС-резонатор — $m \sim 0,3$ мкг.

Для оценки увеличения затухания колебаний МЭМС-осциллятора при детектировании вихрей в работе [124] предполагалось, что при колебании вдоль плоскости пластины резонатора вихри, прикреплённые вдоль края пластины, меняют свою длину вследствие сдвига точки закрепления при колебании пластины $\delta l \sim A_2/2d$, где d — расстояние от пластины осциллятора до подложки. Тогда для создания дополнительного затухания осциллятора при присоединении вихрей необходимо, чтобы вихри излучали вихревые петли за счёт пересоединения и уносили дополнительную энергию от осциллятора. Число таких вихрей для выполнения условий затухания должно быть ~ 400 , и при их закреплении вдоль периметра пластины осциллятора расстояние между запиннигованными вихрями составит порядка $1-10$ мкм.

На основании оценок рождения и пиннинга вихрей в осциллирующих системах можно сделать несколько выводов. Во-первых, количество вихрей меняется в зависимости от предыстории — медленным заполнением ампулы можно добиться состояния вихревой системы в сверхтекучем гелии с практическим отсутствием остаточных и запиннигованных на осцилляторе вихрей (virgin state). При этом переход осциллятора в турбулентное состояние может происходить при существенно более высоких скоростях движения колеблющегося элемента. Переход к турбулентности приводит к резкому увеличению количества запиннигованных на осцилляторе вихрей, которые можно удалить и вернуть осциллятор в начальное "безвихревое" состояние только с помощью специальных ухищрений. Во-вторых, длина рождаемых за одно колебание вихревых структур для всех вышеперечисленных резонаторов существенно превышает их амплитуды колебаний — в несколько десятков раз (для МЭМС-осцилляторов) или даже в несколько десятков тысяч раз (для кварцевых камертонов). В-третьих, расстояние меж-

ду запиннигованными вихрями на любом осцилляторе порядка $1-10$ мкм, отсюда следует оценка плотности вихрей $\mathcal{L} \sim 10^6-10^8$ см $^{-2}$.

Оценки скоростей рождения вихрей от "нуля" — нуклеация вихрей от стенки без запиннигованного вихря (рис. 1ж) — показывают, что генерация вихрей всегда происходит при существенно меньших скоростях. Трудно предположить, что вихрь, закреплённый двумя концами на осцилляторе, может запустить за один полупериод колебаний в сверхтекучий гелий петлю длиной, превышающей амплитуду колебаний. Если предположить, что длина запиннигованного вихря увеличивается постепенно при последовательных колебаниях осциллятора, то характерный радиус вихревых петель не может превосходить расстояния между запиннигованными вихрями, т.е. $1-10$ мкм. Однако детектирование при ненулевых температурах, когда вихри малого диаметра исчезают вследствие взаимодействия с ротонами и фононами в сверхтекучем гелии, показало [119, 189], что размер вихрей, достигающих детектора на расстоянии ~ 1 мм, изначально существенно превышал ($R > 30$ мкм) как амплитуду колебания проволочного осциллятора ($A \approx 3$ мкм), так и диаметр его проволоки ($d = 2,5$ мкм).

Механизм генерации квантовой турбулентности можно представить как образование вихревых петель от многих запиннигованных между осциллятором и стенками ампулы вихрей. Образование кинков при движении точек закрепления вихрей, самопересечение и пересечение с соседними вихрями, процессы пересоединения приводят не только к уменьшению размеров вихревых петель вблизи источника вихрей, но и к их увеличению, что наблюдается в экспериментах. Возрастание размеров одиночных вихрей на границе зоны генерации вихрей наблюдалось при компьютерном моделировании [190]. Переход к квантовой турбулентности при колебаниях резонатора сопровождается увеличением взаимодействия рождаемых вихрей с их источником, т.е. с осциллятором. Это взаимодействие приводит к возрастанию количества вихрей, пиннигуемых на осцилляторе, что описывалось выше как переход к обычному состоянию (regular state) из первоначального безвихревого состояния (virgin state).

Экспериментально увеличение затухания независимых колебаний при переходе кварцевого камертона в режим генерации вихрей наблюдалось в работе [192]. Для экспериментов был изготовлен кварцевый камертон со специально выбранной ориентацией осей кристалла, что позволило с помощью одних и тех же электродов создавать две независимые моды колебаний: изгибную и торсионную. Как оказалось, при переходе изгибной моды к генерации вихрей торсионная мода начинает испытывать дополнительное затухание, величина которого зависит от интенсивности генерации вихрей. Это обстоятельство может свидетельствовать о том, что при генерации турбулентного состояния в сверхтекучем гелии часть рождённых вихрей прикрепляется к поверхности кварцевого камертона, изменяя тем самым добротность торсионных колебаний, как и для камертона при детектировании им долетающих до его поверхности вихрей [182].

16. Заключение

В настоящем обзоре, посвящённом квантовой турбулентности, основное внимание мы уделяли рассмотре-

нию работ последних лет по генерации вихрей с помощью осцилляторов, позволяющих проводить измерения при очень низких температурах в условиях "вымерзания" тепловых возбуждений в сверхтекучем гелии. Особенности сверхтекучего гелия, а именно квантование течения сверхтекучей компоненты вокруг вихрей, определённая положение кора вихря и чистота жидкости (можно достичь количества примесей в жидком гелии менее 10^{-11} % [193]) делают его удобной модельной средой для изучения формирования и распада турбулентных систем. Поведение квантовой турбулентности определяется двумя параметрами: числом Рейнольдса для сверхтекучей жидкости $Re_s = VD/\kappa$, где V — скорость движения жидкости или тела относительно жидкости, D — размер системы, κ — квант циркуляции, и отношением диссипативных процессов к инерционным в сверхтекучем гелии $q = \alpha/(1 - \alpha')$, где безразмерные параметры α' и α определяют реактивные и диссипативные силы, действующие на вихрь, когда он движется относительно нормальной составляющей.

Состояние квантовой турбулентности, скорость генерации вихрей в противотоке нормальной и сверхтекучей компонент и распада вихревой системы достаточно хорошо количественно описываются феноменологическим уравнением Вайнена. Возрастание плотности вихрей при стационарном тепловом потоке по уравнению Вайнена возможно лишь при наличии в сверхтекучем гелии остаточных вихрей. Наличие вихревой системы можно детектировать по поглощению волн второго звука, что наиболее часто применяется при температурах выше 1,2 К, а также по реакции высокочастотных резонаторов на их взаимодействие с вихрями.

При колебательных процессах вокруг движущихся тел при превышении критических скоростей в сверхтекучем гелии происходит генерация квантовых вихрей. Именно такая методика используется при низких (менее 0,1 К) температурах, когда собственными возбуждениями в сверхтекучем гелии (ротонами и фононами) можно пренебречь. В качестве колебательных систем в настоящее время используются колеблющиеся сетки, левитирующие шарики, сверхпроводящие проволочки, кварцевые камертоны. В последнее время в роли малогабаритных резонаторов начали выступать микро- и нанoeлектромеханические системы.

Переход из ламинарного состояния в турбулентное происходит, судя по экспериментальным данным, по крайней мере в два этапа. На первом этапе *одиночные вихревые петли* образуются посредством удлинения остаточных вихрей, их пересоединения — пересечения самих с собой и близлежащими вихрями при движении сверхтекучей компоненты — либо за счёт противотока нормальной и сверхтекучей компонент при тепловыделении или движения колеблющихся объектов, на которых эти вихри запиннигованы. При более сильном противотоке нормальной и сверхтекучей компонент или большей скорости колебания осцилляторов в сверхтекучем гелии формируется развитое турбулентное состояние, при котором резко увеличивается количество вихрей в окружающем осциллятор пространстве, что экранирует поток вихрей от осциллятора и увеличивается количество запиннигованных на нём вихрей — происходит переход от первоначального безвихревого состояния к обычному состоянию. Такой двухступенчатый переход регистрировался и по изменению градиента температуры при тепловыделе-

нии, и по особенностям поведения коэффициента сопротивления колеблющихся резонаторов в ответ на изменение внешнего возбуждения, и по отклику высокочастотных резонаторов как детекторов вихрей при возбуждении турбулентных состояний на макроскопических расстояниях от источника вихрей.

Колебательные процессы высокочастотных резонансных систем, использующихся для генерации вихрей в сверхтекучем гелии, сопровождаются излучением звуковых волн, что может являться доминирующим в потерях энергии таким осциллятором при частотах колебания выше 100 кГц. Критические скорости колебательных процессов, приводящие сверхтекучую жидкость в турбулентное состояние, пропорциональны квадратному корню из частоты колебаний.

При генерации вихревой турбулентности колеблющимися телами можно оценить приращение длины вихревых линий как избыток передачи энергии по отношению к ламинарному движению. Оценки показывают, что увеличение длины вихревой системы за полупериод колебаний генерирующих осцилляторов в несколько десятков, сотен и даже тысяч раз больше амплитуды колебаний. Последнее свидетельствует о том, что увеличение плотности вихрей в сверхтекучем гелии при турбулентности является коллективным процессом, в котором участвует большое количество запиннигованных на осцилляторе вихрей. Малое количество запиннигованных на осцилляторе вихрей и его гладкая поверхность приводят к существенному повышению критических скоростей перехода в турбулентность, значительному гистерезису при увеличении и уменьшении возбуждений осциллятора. Уход вихревых петель от осциллятора определяется процессами пересоединения запиннигованных вихрей как самих на себе, так и на соседних вихрях, плотность которых на генераторе вихрей может достигать величин порядка $10^6 - 10^8$ см $^{-2}$.

Качественный анализ позволяет оценить эффективную вязкость сверхтекучей жидкости при существовании вихревой структуры. При такой оценке получается, что эффективная вязкость для квантовой турбулентности порядка величины кванта циркуляции:

$$\nu' = \left(\frac{\beta}{C_K} \right)^{3/2} \kappa,$$

где константа в скобках порядка единицы.

Основным механизмом диссипации энергии вихревой системы при низких температурах являются, по-видимому, кельвиновские волны, возникающие при пересоединении как движение резких перегибов, что подтверждается визуальными наблюдениями. Движение кельвиновских волн вдоль кора вихря сопровождается излучением фононов и потерей энергии вихревой петлёй.

Автор благодарен Питеру Мак-Клинтоку (P.V.E. McClintock), Дипаку Гаргу (Deepak Garg), О. Колосову, С. Кафанову, И. Алескерovu, А. Есиной, работавшим с которыми было приятно и в соавторстве с которыми были сделаны многие работы из представленных в обзоре. Автор благодарен А.А. Левченко, Л.П. Межову-Деглину, Ладеку Скрбеку (L. Skrbek), Джо Вайнену (W.F. Vinen), В.В. Лебедеву, Е.А. Кузнецову, И.В. Колоколову, С.К. Немировскому и Л.П. Кондауровой за многочисленные полезные обсуждения проблем квантовой турбулентности. Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 20-12-50135 "Экспансия".

Список литературы

- Ефимов В Б *УФН* **188** 1025 (2018); Efimov V B *Phys. Usp.* **61** 929 (2018)
- Donnelly R J, Swanson C E *J. Fluid Mech.* **173** 387 (1986)
- Niemetz M, Kerschner H, Schoepe W, in *Quantized Vortex Dynamics and Superfluid Turbulence* (Eds C F Barenghi, R J Donnelly, W F Vinen) (Berlin: Springer, 2001) p. 87
- Tsubota M (Ed.) *Quantum Turbulence* (Progress in Low Temperature Physics, Vol. 16) (Amsterdam: Elsevier Science, 2008)
- Vinen W F, Niemela J J *J. Low Temp. Phys.* **128** 167 (2002)
- Skrbek L *J. Phys. Conf. Ser.* **318** 012004 (2011)
- Barenghi C F, Skrbek L, Sreenivasan K R *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **111** (Suppl. 1) 4647 (2014)
- Donnelly R J *Quantized Vortices in Helium II* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991)
- Кондаурова Л П, Андриященко В А *Физика низких температур* **47** 804 (2021); Kondaurava L P, Andryushchenko V A *Low Temp. Phys.* **47** 740 (2021)
- Капица П Л *ДАН СССР* **18** (1) 21 (1938)
- Лифшиц Е М *УФН* **34** 512 (1948)
- Ландау Л Д *ЖЭТФ* **11** 592 (1941)
- Ландау Л Д *ЖЭТФ* **14** 112 (1944)
- Craig P P, Pellam J R *Phys. Rev.* **108** 1109 (1957)
- Allen J F, Misener A D *Proc. R. Soc. A* **172** 467 (1939)
- Atkins K R *Adv. Phys.* **1** 169 (1952)
- Nemirovskii S K *Phys. Rep.* **524** 85 (2013)
- Barenghi C F, Donnelly R J, Vinen W F *J. Low Temp. Phys.* **52** 189 (1983)
- Finne A P et al. *Rep. Prog. Phys.* **69** 3157 (2006)
- Vinen W F *Proc. R. Soc. A* **260** 218 (1961)
- Whitmore S C, Zimmermann W *Phys. Rev. Lett.* **15** 389 (1965)
- Rayfield G W, Reif F *Phys. Rev.* **136** A1194 (1964)
- Gamota G J *J. Phys. Colloq.* **31** C3-39 (1970)
- Barenghi C F et al. *Phys. Fluids* **9** 2631 (1997)
- Koplik J, Levine H *Phys. Rev. Lett.* **71** 1375 (1993)
- Vinen W F, Skrbek L *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **111** (Suppl. 1) 4699 (2014)
- Zurek W H *Nature* **317** 505 (1985)
- Copeland E J, Kibble T W B, Steer D A *Phys. Rev. D* **58** 043508 (1998)
- Kibble W B *J. Phys. A* **9** 1387 (1976)
- Efimov V B et al. *Phys. Rev. E* **74** 056305 (2006)
- Tilley D R, Tilley J *Superfluidity and Superconductivity* (New York: Wiley, 1974); Пер. на русск. яз.: Тилли Д Р, Тилли Дж *Сверхтекучесть и сверхпроводимость* (М.: Мир, 1977)
- Ткаченко В К *ЖЭТФ* **49** 1875 (1965)
- Ткаченко В К *ЖЭТФ* **50** 1573 (1966)
- Ткаченко В К *ЖЭТФ* **56** 1763 (1969)
- Цакадзе С Дж *ФНТ* **4** (2) 148 (1978)
- Gordon M J V, Williams G A, Packard R E *J. Phys. Colloq.* **39** C6-17 (1978)
- Yarmchuk E J, Gordon M J V, Packard R E *Phys. Rev. Lett.* **43** 214 (1979)
- Walmsley P M et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 265302 (2007)
- Tsubota M et al. *Phys. Rev. B* **69** 134515 (2004)
- Smith M R et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 2583 (1993)
- Stalp S R, Skrbek L, Donnelly R J *Phys. Rev. Lett.* **82** 4831 (1999)
- Skrbek L, Niemela J J, Donnelly R J *Phys. Rev. Lett.* **85** 2973 (2000)
- Maurer J, Tabeling P *Europhys. Lett.* **43** 29 (1998)
- Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **78** 1021 (2003); *JETP Lett.* **78** 533 (2003)
- Hall H E, in *Liquid Helium, Proc. of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi", Course XXI* (Ed. G Carreri) (New York: Academic Press, 1963)
- Sonin E B *Rev. Mod. Phys.* **59** 87 (1987)
- Volovik G E *J. Low Temp. Phys.* **136** 309 (2004); cond-mat/0402035
- Skrbek L *Письма в ЖЭТФ* **80** 541 (2003); *JETP Lett.* **80** 474 (2004)
- Baehr M L, Opatowsky L B, Tough J T *Phys. Rev. Lett.* **51** 2295 (1983)
- Ladner D R, Childers R K, Tough J T *Phys. Rev. B* **13** 2918 (1976)
- Chase C E *Phys. Rev.* **127** 361 (1962)
- Salort J et al. *J. Phys. Conf. Ser.* **318** 042014 (2011)
- Donnelly R J, Barenghi C F *J. Phys. Chem. Ref. Data* **27** 1217 (1998)
- Baggaley A W et al. *Phys. Rev. B* **86** 104501 (2012)
- Walmsley P M, Golov A I *Phys. Rev. Lett.* **100** 245301 (2008)
- Skrbek L, Sreenivasan K R, in *Ten Chapters in Turbulence* (Eds P A Davidson, Y Kaneda, K R Sreenivasan) (New York: Cambridge Univ. Press, 2013)
- Vinen W F *Proc. R. Soc. Lond. A* **240** 114 (1957)
- Baggaley A W, Barenghi C F, Sergeev Y A *Phys. Rev. B* **85** 060501 (2012)
- Finne A P et al. *Nature* **424** 1022 (2003)
- Vinen W F *Proc. R. Soc. Lond. A* **240** 128 (1957)
- Vinen W F *Proc. R. Soc. Lond. A* **242** 493 (1957)
- Vinen W F *Proc. R. Soc. Lond. A* **243** 400 (1958)
- Hall H E, Vinen W F *Proc. R. Soc. Lond. A* **238** 215 (1956)
- Монин А С, Яглом А М *Статистическая гидромеханика* Т. 2 (М.: Наука, 1967); Пер. на англ. яз.: Monin A S, Yaglom A M *Statistical Fluid Dynamics; Mechanics of Turbulence* Vol. 2 (Cambridge, MA: MIT Press, 1975)
- Garg D et al. *Phys. Rev. B* **85** 144518 (2012)
- Donnelly R J *Phys. Today* **62** (10) 34 (2009)
- Efimov V B et al. *J. Low Temp. Phys.* **156** 95 (2009)
- Ganshin A N et al. *New J. Phys.* **12** 083047 (2010)
- Snyder H A, Putney Z *Phys. Rev.* **150** 110 (1966)
- Mathieu P, Placais B, Simon Y *Phys. Rev. B* **29** 2489 (1984)
- Giltrow M et al. *Meas. Sci. Technol.* **14** N69 (2003)
- Varga E et al. *J. Low Temp. Phys.* **197** (3/4) 130 (2019)
- Jackson M J *J. Low Temp. Phys.* **183** 208 (2016)
- Ferrell R A *Phys. Rev.* **108** 167 (1957)
- Atkins K R *Phys. Rev.* **116** 1339 (1959)
- Marakov A et al. *Phys. Rev. B* **91** 094503 (2015)
- Gao J et al. *Письма в ЖЭТФ* **103** 732 (2016); *JETP Lett.* **103** 648 (2016)
- Chase C E *Phys. Rev.* **131** 1898 (1963)
- Arp V *Cryogenics* **10** 96 (1970)
- Gorter C J, Mellink J H *Physica* **15** 285 (1949)
- Schwarz K W *Phys. Rev. B* **18** 245 (1978)
- Van Sciver S W *Cryogenics* **18** 521 (1978)
- Brewer D F, Edwards D O *Philos. Mag.* **7** 721 (1962)
- Изнанкин А Ю, Межов-Деглин Л П *ЖЭТФ* **103** 732 (2016); Iznanekin A Yu, Mezhev-Deglin L P *Sov. Phys. JETP* **84** 1378 (1983)
- Efimov V B et al. *Физика низких температур* **24** 116 (1998); Efimov V B et al. *Low Temp. Phys.* **24** 81 (1998)
- Nemirovskii S K, Tsoi A N *Cryogenics* **29** 985 (1989)
- Hall H E *Adv. Phys.* **9** 89 (1960)
- Kondaurova L, Efimov V, Tsoi A J *Low Temp. Phys.* **187** 80 (2017)
- Цой А Н, Лутсет М О *Инженерно-физический журн.* **51** (1) 5 (1985); Tsoi A N, Lutset M O *J. Eng. Phys.* **51** 749 (1986)
- Пешков В П, Ткаченко В К *ЖЭТФ* **41** 1427 (1961); Peshkov V P, Tkachenko V K *Sov. Phys. JETP* **14** 1019 (1962)
- Awschalom D D, Milliken F P, Schwarz K W *Phys. Rev. Lett.* **53** 1372 (1984)
- Tough J T, in *Progress in Low Temperature Physics* Vol. 8 (Ed. D F Brewer) (Amsterdam: North-Holland, 1982) p. 133
- Brewer D F, Edwards D O *Philos. Mag.* **6** 1173 (1961)
- Adachi H, Fyjiyama S, Tsubota M *Phys. Rev. B* **81** 104511 (2010)
- Melotte D J, Barenghi C F *Phys. Rev. Lett.* **80** 4181 (1998)
- Chagovets T V, Skrbek L *Phys. Rev. Lett.* **100** 215302 (2008)
- Skrbek L, Vinen W F, in *Quantum Turbulence* (Progress in Low Temperature Physics, Vol. 16, Eds M Tsubota, W P Halperin) (Amsterdam: Elsevier, 2009) p. 195
- Vinen W F, Skrbek L *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **111** (Suppl. 1) 4699 (2014)
- Tatsuno M, Bearman P J *Fluid Mech.* **211** 157 (1990)
- Uzunoglu B, Tan M, Price W G *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **50** 2317 (2001)
- Batchelor G K *An Introduction to Fluid Dynamics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1967)
- Smith M R et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 2583 (1993)
- Yang J, Ihas G G *J. Phys. Conf. Ser.* **969** 012004 (2018)
- Stalp S R et al. *Phys. Fluids* **14** 1377 (2002)
- Niemela J J, Sreenivasan K R, Donnelly R J *J. Low Temp. Phys.* **138** 537 (2005)
- Rusaouen E et al. *Phys. Fluids* **29** 105108 (2017)
- Nichol H A et al. *Phys. Rev. E* **70** 056307 (2004)
- Vinen W F, Skrbek L, Nichol H A *J. Low Temp. Phys.* **135** 423 (2004)
- Nichol H A "Experimental investigation of the macroscopic flow of helium II at mK temperatures", PhD Thesis (Lancaster: Lancaster Univ., 2003)
- Charalambous D et al. *Phys. Rev. E* **74** 036307 (2006)
- Efimov V B et al. *J. Low Temp. Phys.* **158** 462 (2010)
- Jäger J, Schuderer B, Schoepe W *Phys. Rev. Lett.* **74** 566 (1995)
- Schoepe W *Phys. Rev. Lett.* **92** 095301 (2004)
- Schoepe W *J. Low Temp. Phys.* **161** 526 (2010)

115. Niemetz M, Kerscher H, Schoepe W *J. Low Temp. Phys.* **126** 287 (2002)
116. Blaauwgeers R et al. *J. Low Temp. Phys.* **146** 537 (2007)
117. Fisher S N et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 244 (2001)
118. Nago Y et al. *Phys. Rev. B* **82** 224511 (2010)
119. Yano H et al. *J. Low Temp. Phys.* **187** 515 (2017)
120. González M et al. *Rev. Sci. Instrum.* **84** 025003 (2013)
121. Guénault A M et al. *Phys. Rev. B* **100** 020506 (2019)
122. Barquist C S et al. *J. Low Temp. Phys.* **183** 307 (2016)
123. Zheng P et al. *J. Low Temp. Phys.* **183** 313 (2016)
124. Barquist C S et al. *J. Low Temp. Phys.* **201** 4 (2020)
125. Koester D et al., PolyMUMPs Design Handbook (Durham, NC: MEMSCAP, 2005); <http://www.memscap.com/products/mumps>
126. Guthrie A et al. *Nat. Commun.* **12** 2645 (2021)
127. Guénault A M et al. *Phys. Rev. B* **101** 060503 (2020)
128. Ahlstrom S L et al. *Phys. Rev. B* **89** 014515 (2014)
129. Bradley D I et al. *Phys. Rev. B* **85** 014501 (2012)
130. Шешин Г и др. *Физика низких температур* **39** 1062 (2013); Sheshin G et al. *Low Temp. Phys.* **39** 823 (2013)
131. Schmoranz D et al. *J. Low Temp. Phys.* **163** 317 (2011)
132. Bradley D I et al. *J. Low Temp. Phys.* **156** 116 (2009)
133. Yano H et al. *AIP Conf. Proc.* **850** 195 (2006)
134. Luzuriaga J *J. Low Temp. Phys.* **138** 267 (1997)
135. Bradley D I et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 035301 (2006)
136. Vinen W F *J. Low Temp. Phys.* **145** 7 (2006)
137. L'vov V, Nazarenko S, Skrbek L *J. Low Temp. Phys.* **145** 125 (2006)
138. Kozik E V, Svistunov B V *J. Low Temp. Phys.* **156** 215 (2009)
139. Bradley D I et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 065302 (2008)
140. Roche P-E et al. *Europhys. Lett.* **77** 66002 (2007)
141. Sasa N et al. *Phys. Rev. B* **84** 054525 (2011)
142. Baggaley A W, Laurie J, Barenghi C F *Phys. Rev. Lett.* **109** 205304 (2012)
143. Kotsubo V, Swift G W *Phys. Rev. Lett.* **62** 2604 (1989)
144. Kotsubo V, Swift G W *J. Low Temp. Phys.* **78** 351 (1990)
145. Hänninen R, Schoepe W *J. Low Temp. Phys.* **164** 1 (2011)
146. Hänninen R, Schoepe W, arXiv:0801.2521
147. Hänninen R, Schoepe W *J. Low Temp. Phys.* **153** 189 (2008)
148. Hänninen R, Schoepe W *J. Low Temp. Phys.* **158** 410 (2010)
149. Vinen W F *Phys. Rev. B* **61** 1410 (2000)
150. Tsubota M, Araki T, Nemirovskii S K *Phys. Rev. B* **62** 11751 (2000)
151. Paoletti M S et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **77** 111007 (2008)
152. Meichle D P, Lathrop D P *Rev. Sci. Instrum.* **85** 073705 (2014)
153. Bewley G P, Sreenivasan K R, Lathrop D P *Exp. Fluids* **44** 887 (2008)
154. Fonda E et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **111** (Suppl. 1) 4707 (2014)
155. Fonda E, Sreenivasan K R, Lathrop D P *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **116** 1924 (2019)
156. Howe M S *Acoustics of Fluid-Structure Interactions* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998)
157. Vinen W F *Phys. Rev. B* **64** 134520 (2001)
158. L'vov V S, Nazarenko S V, Rydenko O *Phys. Rev. B* **76** 024520 (2007)
159. Niemetz M, Schoepe W *J. Low Temp. Phys.* **135** 447 (2004)
160. Bradley D I et al. *J. Low Temp. Phys.* **138** 493 (2005)
161. Blažková M, Schmoranz D, Skrbek L *Phys. Rev. E* **75** 025302 (2007)
162. Hashimoto N et al. *Phys. Rev. B* **76** 020504 (2007)
163. Yano H et al. *J. Low Temp. Phys.* **150** 410 (2008)
164. Garg D "Experimental investigation of quantized vortices using grid and quartz tuning forks in superfluid helium-4 in the zero temperature limit", PhD Thesis (Lancaster: Depart. of Physics, Lancaster Univ., 2010)
165. Blažková M et al. *J. Low Temp. Phys.* **148** 305 (2007)
166. Schoepe W, Hänninen R, Niemetz M *J. Low Temp. Phys.* **178** 383 (2015)
167. Hänninen R, Tsubota M, Vinen W F *Phys. Rev. B* **75** 064502 (2007)
168. Hall H *Phil. Trans. R. Soc.* **250** 359 (1957)
169. Кондаурова Л П, Немировский С К *Физика низких температур* **37** 523 (2011); Kondaurova L P, Nemirovskii S K *Low Temp. Phys.* **37** 413 (2011)
170. Kondaurova L, Nemirovskii S K *Phys. Rev. B* **86** 134506 (2012)
171. Schwarz K W *Phys. Rev. B* **38** 2398 (1988)
172. Nakatsuji A, Tsubota M, Yano H *J. Low Temp. Phys.* **171** 519 (2013)
173. Barenghi C F, Hänninen R, Tsubota M *Phys. Rev. E* **74** 046303 (2006)
174. Nemirovskii S K *Phys. Rev. B* **81** 064512 (2010)
175. Попов В Н *ЖЭТФ* **64** 672 (1973); Popov V N *Sov. Phys. JETP* **37** 341 (1973)
176. Thouless D J, Anglin J R *Phys. Rev. Lett.* **99** 105301 (2007)
177. Duan J-M *Phys. Rev. B* **49** 12381 (1994)
178. Nago Y et al. *J. Low Temp. Phys.* **158** 443 (2010)
179. Yano H et al. *Phys. Rev. B* **81** 220507 (2010)
180. Kubo H et al. *J. Low Temp. Phys.* **171** 466 (2013)
181. Yano H et al. *J. Low Temp. Phys.* **156** 132 (2009)
182. Garg D et al. *Физика низких температур* **38** 1300 (2012); *Low Temp. Phys.* **38** 1026 (2012)
183. Nago Y et al. *Phys. Rev. B* **87** 024511 (2013)
184. Guthrie A et al., arXiv:2007.04482
185. Bewley G et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105** 13707 (2008)
186. Galantucci L et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **116** 12204 (2019)
187. Bewley G P *Cryogenics* **49** 549 (2009)
188. Bewley G P, Sreenivasan K R *J. Low Temp. Phys.* **156** 84 (2009)
189. Nago Y et al. *J. Low Temp. Phys.* **162** 322 (2011)
190. Nakagawa T et al. *Phys. Rev. B* **101** 184515 (2020); arXiv:2002.05387
191. Bao M *Analysis and Design Principles of MEMS Devices* (Amsterdam: Elsevier Science, 2005)
192. Guthrie A et al. *Appl. Phys. Lett.* **115** 113103 (2019)
193. Hendry P C, McClintock P V E *Cryogenics* **27** 131 (1987)

Quantum turbulence in superfluid helium

V.B. Efimov

*Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences,
ul. Akademika Osip'yana 2, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation
E-mail: efimov@issp.ac.ru*

Helium at pressures below 25 atm remains liquid at temperatures down to absolute zero, when the number of excitations in the medium and the concentration of the normal component become negligible. This makes it possible to use superfluid helium at low temperatures as a model medium to study the formation and decay of a turbulent system. Describing and modeling the behavior of vortices in superfluid helium at temperatures below 0.1 K, when the amount of the normal component becomes negligible, are greatly simplified due to the quantization of the flow of the superfluid component, and all hydrodynamic properties of helium associated with its rotational motion are determined by quantum vortices. The article reviews experimental methods for the excitation and detection of quantum turbulence presented in experimental studies in recent years, and discusses features of vortex generation by various methods and at different temperatures of the superfluid, the dynamics of change in the concentration of vortices during the generation and decay of the vortex system, and the difference between the behavior of quantum vortices under Kolmogorov turbulence and that under Vinen turbulence.

Keywords: superfluidity, quantum vortices, turbulence, helium-4

PACS numbers: 07.20.Mc, 47.27.Cn, 47.32.C-, 67.25.dg, 67.25.dk

Bibliography — 193 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **193** (1) 63–95 (2023)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.11.039096>

Received 2 July 2021, revised 17 October 2021

Physics – Uspekhi **66** (1) (2023)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2021.11.039096>